Э

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ

К

АКАДЕМИЯ НАУК
УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

НАУЧНЫЙ СОВЕТ
ГЛАВНОЙ РЕДАКЦИИ УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ ЭНЦИКЛОПЕДИИ

Н. П. БАЖАН (председатель Научного совета), Б. М. БАБИЙ, И. К. БЕЛОДЕД, П. А. ВЛАСЮК, В. М. ГЛУШКОВ, Г. В. ГОЛОВКО, В. Н. ГРИДНЕВ, В. С. ГУТЫРЯ, Г. М. ДОБРОВ, А. З. ЖМУДСКИЙ, Р. Е. КАВЕЦКИЙ, В. И. КАСИЯН, И. И. КОМПАНИЕЦ (зам. председателя Научного совета), В. М. КОРЕЦКИЙ, И. Д. НАЗАРЕНКО, Л. Н. НОВИЧЕНКО, О. С. ПАРАСЮК, Б. Е. ПАТОН, В. Ф. ПЕРЕСЫПКИН, И. Г. ПИДОПЛИЧКО, В. Б. ПОРФИРЬЕВ, Л. Н. РЕВУЦКИЙ, Н. Е. СИВАЧЕНКО, А. Д. СКАБА, К. Ф. СТАРОДУБОВ, С. И. СУББОТИН, В. М. ТЕРЛЕЦКИЙ, П. Т. ТРОНЬКО, А. Я. УСИКОВ, П. М. ФЕДЧЕНКО, И. М. ФЕДОРЧЕНКО, И. Н. ФРАНЦЕВИЧ, В. В. ЦВЕТКОВ, Р. В. ЧАГОВЕЦ, Н. З. ШАМОТА, Г. А. ШВЕД (ответственный секретарь Научного совета), Г. Г. ШЕВЕЛЬ, В. И. ШИНКАРУК, С. М. ЯМПОЛЬСКИЙ.

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
ЭНЦИКЛОПЕДИИ КИБЕРНЕТИКИ

В. М. ГЛУШКОВ (ответственный редактор), Н. М. АМОСОВ, И. А. АРТЕМЕНКО, А. А. БАКАЕВ, В. В. ИВАНОВ, Л. А. КАЛУЖНИН, В. А. КОВАЛЕВСКИЙ, В. С. КОРОЛЮК, М. И. КРАТКО, В. М. КУНЦЕВИЧ, А. И. КУХТЕНКО (зам. ответственного редактора), Б. Н. МАЛИНОВСКИЙ, В. С. МИХАЛЕВИЧ, П. В. ПОХОДЗИЛО (ответственный секретарь), Г. Е. ПУХОВ, Б. Н. ПШЕНИЧНЫЙ, З. Л. РАБИНОВИЧ, Б. Б. ТИМОФЕЕВ, Е. Л. ЮЩЕНКО.

ТОМ ВТОРОЙ

Мих — Яч

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ ЭНЦИКЛОПЕДИИ
КИЕВ — 1974

6 П2. 154. 1(03)

© ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ УСЭ, 1974 г.

Том подписан к печати 20 мая 1974 г.

ХАРЬКОВСКАЯ КНИЖНАЯ ФАБРИКА им. М. В. ФРУНЗЕ

Э $\frac{305 - 003}{М - 222\ (04)\ 74}$ 367 — 74

МИХА́ЙЛОВА КРИТЕ́РИЙ — один из *устойчивости критериев.*

«МН», модель нелинейная — семейство *аналоговых вычислительных машин.* Большинство машин предназначено для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний. Разработка «МН» начата в начале 50-х годов и продолжается в настоящее время. «МН» строятся из вычисл. блоков, реализующих следующие матем. операции: интегрирование, суммирование и изменение знака переменных, умножение на постоянный и переменный коэфф., перемножение ф-ций, построение ф-ций от ф-ций (универсальное преобразование) и построение спец. ф-ций (ограничение, люфт, зона нечувствительности, петля гистерезиса и др.). «МН» бывают малой и средней мощности. «МН» средней мощности имеют в своем составе электромех. и время-импульсные *следящие системы,* позволяющие автоматизировать работу машины и повышать точность вычислений. «МН» применяют при исследовании систем автомат. регулирования, летательных аппаратов и др. сложных динамических систем. Многие машины могут работать в комплексе с реальной аппаратурой и др. машинами, а также в цифро-аналоговых комплексах.

«МН-7», «МН-7М» — малогабаритные машины малой мощности, предназначенные для исследования систем автомат. регулирования, состоят из решающего блока, электроннолучевого индикатора и блока питания. Для увеличения объема решаемой задачи можно соединять несколько таких машин в один вычисл. комплекс. «МН» может работать совместно с блоком постоянного запаздывания БПЗ-1, приборами управления или автомат. регулирования. Имеются режимы одноразового и повторного решения задач.

«МН-8» — машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 32-го порядка. Состоит из 13 секций, может выполнять 4 операции дифференцирования. В «МН-8» — два пульта управления с набором элементарных логич. операций, позволяющих одновременно решать две задачи. Машина может работать с реальной аппаратурой.

«МН-10М» — полупроводниковая малогабаритная настольная машина малой мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 10-го порядка и исследования реальных динамических систем. Состоит из решающего блока и блока питания. Схема ее позволяет соединять две или три машины в один комплекс, а также соединять их с реальной аппаратурой.

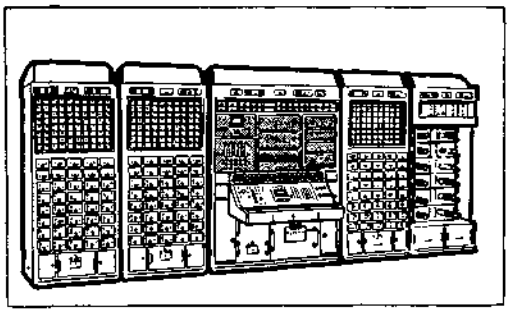
«МН-14» — машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 20-го порядка. Состоит из решающих секций, шкафа питания, электроннолучевого индикатора и пульта проверки. Модификации машины «МН-14-1», «МН-14-2» отличаются набором решающих секций в комплекте. Комплекты машины содержат большое к-во нелинейных блоков, три блока постоянного запаздывания, электромех. и время-импульсные следящие системы. Большинство нелинейных блоков и блок питания —

Технические характеристики машин семейства «МН»

Модель	Общее количество: интеграторов	усилителей	функциональных преобразователей	умножителей	специальных функций	постоянных коэффициентов	переменных коэффициентов	Максимальная длительность решения, *сек*	Шкала машины, *в*	Потребляемая мощность, *квт*	Площадь, *м²*
«МН-М»	4	16	4	4	6				100	0,45	0,3
«МН-1»	12	36	11	20	10	36	6	200	100	15	30
«МН-2»	6	18	10	10		6	2	150	100	7	3
«МН-3»	9	145	16	30		8	20		100		
«МН-7М»	6	16	4	4	4	24		200	100	0,73	0,5
«МН-8»	32	400	10	12	49	48	36	10 000	100	25	60
«МН-9»	2	28	9			40			100		
«МН-10»	6	24	6	6	4			200	30	0,1	0,3
«МН-10М»	10	24	6	6	6	60		200	25	0,25	0,3
«МН-11»	6—9			6		4	3	$100\ \frac{реш}{сек}$	100	5	20
«МН-14»	20	360	26	62	4	120	12	1÷10 000	100	15	40
«МН-17М»	80	160	32	10	6	160		0,1÷999,9	100	15	45
«МН-18»	10	50	10	8	8			1000	50	0,5	1

полупроводниковые. Модель отличается гибкой системой управления и контроля, автоматизацией ввода данных, имеется съемное *наборное поле* (см. рис.).

«МН-17М» — машина средней мощности, назначение которой — исследовать самостоятельно или в комплексе с ЦВМ сложные динамические системы, описываемые задачей Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 80-го порядка. Состоит из решающих секций, секции питания и электроннолучевых индикаторов. К осн. составу модели могут быть под-



Аналоговая вычислительная машина «МН-14».

ключены дополнительные секции. В машине два съемных наборных поля для одновременного решения двух разных задач. Имеются режимы однократного решения и периодического повторения решений. Возможно объединение двух машин в один комплекс.

«МН-18» — полупроводниковая машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 10-го порядка с большим к-вом нелинейностей. Модель может работать совместно с ЦВМ. Отличительная особенность машины — возможность одновременного и раздельного запуска интеграторов по группам. Имеются режимы однократного решения и периодического повторения решений.

Осн. тех. характеристики семейства машин «МН», выпущенных серийно, даны в табл.

Лит.: Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

Г. И. Грездов.

МНОГОВАРИА́НТНЫХ ЗАДА́Ч РЕШЕ́НИЕ — решение задач методом *последовательного анализа вариантов.*

МНОГО́ГРА́ННОЕ МНО́ЖЕСТВО — такое *выпуклое множество* в n-мерном пространстве, что точка x с координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$ принадлежит этому множеству тогда и только тогда, когда она удовлетворяет системе линейных неравенств

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Любая точка x М. м. может быть представлена в виде

$$x = \sum_{k=1}^{p} z^k\lambda_k + \sum_{j=1}^{q} y^j\gamma_j, \qquad (1)$$

где z^k и y^j — фиксированные векторы, зависящие только от М. м., а λ_k и γ_j — числа, удовлетворяющие условиям

$$\lambda_k \geqslant 0,\ k = 1, \ldots, p,\ \gamma_j \geqslant 0,$$

$$j = 1, \ldots, q;\quad \sum_{k=1}^{p} \lambda_k = 1.$$

И наоборот, если при некоторых фиксированных векторах z^k и y^j рассмотреть все точки x, представленные в равенстве (1), то мн-во этих точек образует М. м.

МНОГОГРА́ННЫЙ КО́НУС — множество точек x n-мерного пространства с координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$, удовлетворяющими линейной однородной системе неравенств

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (1)$$

Некоторое мн-во образует М. к. тогда и только тогда, когда любая его точка x может быть представлена в виде

$$x = \sum_{k=1}^{p} y^j j_j, \qquad (2)$$

где y^j — фиксированный набор n-мерных векторов, а j_j — неотрицательные числа. Таким образом, М. к. можно определить как с помощью системы неравенств (1), так и с помощью ф-лы (2).

МНОГОЗНА́ЧНЫЕ СХЕ́МЫ — класс схем, выходные информационные сигналы в которых принимают более двух дискретных значений, причем каждое значение информационного сигнала определяется состоянием одного выхода схемы. Интенсивное исследование принципов построения М. с. и их применение началось в 60-х годах 20 ст.

Проблематика изучения М. с. имеет много общего с проблематикой, возникающей при изучении тех. схем дискретной техники, режим работы которых характеризуется двумя устойчивыми состояниями (двоичных схем). Существуют различные аспекты изучения М. с.: с точки зрения природы используемого физ. явления, по способу кодирования устойчивых состояний, с точки зрения особенностей хранения и переработки информации, в плане принципов построения и методов тех. реализации их и пр. Вместе с тем количественное изменение определенных характеристик режима работы в М. с. связано с целым рядом качественных изменений в их структуре, принципах построения и методах тех. реализации, способах использования тех или иных физ. явлений. В соответствии с этим М. с. имеют ряд специфических особенностей. Эти особенности представляют не только самостоятельный теоретический интерес (напр., с точки зрения схемотехники), но и имеют существенно важное прикладное значение.

В М. с. используют электромагн., акустические, пневматические и гидравлические явления. Наиболее изученными и разработанными

в плане практических приложений М. с. являются электромагн. схемы.

Характеристики М. с. с точки зрения способа кодирования устойчивых состояний независимо от природы используемого физ. явления приведены на классификационной схеме (рис. 1). С точки зрения особенностей хранения и переработки информации различают схемы без свойства запоминания и схемы, обладающие этим свойством. М. с. со свойством запоминания в литературе еще наз. схемами со многими устойчивыми состояниями, или многоустойчивыми.

Принципы построения М. с. определяются, прежде всего, особенностями хранения и переработки информации на их основе, а также выбором того или иного способа кодирования устойчивых состояний, природой используемого физ. явления и т. п. В М. с. без свойства запоминания независимо от того, задерживают они сигнал или нет, устойчивые состояния режима работы обеспечиваются соответствующим выбором характеристик (квантованием значений) информационных сигналов таких схем. В соответствии с этим общий принцип их построения состоит в использовании некоторого проходного четырехполюсника с входным сигналом, принимающим определенное число дискретных значений, и монотонной зависимостью выходного сигнала от входного. В силу указанной особенности М. с., не обладающие свойством запоминания, самостоятельного значения не имеют и при построении устр-в преобразования дискретной информации их обычно используют в сочетании с М. с., обладающими свойством запоминания.

Один из наиболее широко применяемых принципов построения М. с. со свойством запоминания основан на использовании четырехполюсника (φ, рис. 2, *а*) с нелинейной (напр., ступенчатого вида, рис. 2, *б*) амплитудной характеристикой $U'_{вых} = \varphi(U'_{вх})$, охваченного цепью *обратной связи* (ОС) β, $U''_{вых} = \beta U''_{вх}$). При этом выполняются соотношения

$$U'_{вх} = U''_{вых} = U_1; \quad U'_{вых} = U_{вх} = U_2. \quad (1)$$

Если цепь обратной связи β линейна и характеризуется выражением $U_1 = kU_2 - U_0$, где k — коэфф. усиления цепи обратной связи, U_0 — постоянное напряжение смещения на ее выходе, то в этом случае поведение схемы (рис. 2, *а*) описывается следующей системой уравнений:

$$U_2 = \varphi(U_1); \quad U_1 = kU_2 - U_0. \quad (2)$$

Устойчивым состояниям режима работы схемы при графическом решении системы (2) соответствуют точки пересечения характеристики четырехполюсника и прямой обратной связи, в которых выполняется $\frac{\partial\varphi(U_1)}{\partial U_1} < \frac{1}{k}$. Число точек пересечения, а, следовательно, и устойчивых состояний в общем случае определяется видом характеристик четырехполюсника и цепи обратной связи, а также их взаимным расположением. В простейшем случае, когда цепь линейна и положение прямой определяется выбором значений k и U_0, общая задача построения М. с. практически сводится к построению четырехполюсника с нелинейной амплитудной характеристикой требуемого вида. Осн. идея построения четырехполюсника этого типа состоит в том, чтобы обеспечить возможность преобразования нелинейной зависимости между некоторыми величинами x_1, x_2, ..., x_n, имеющими, вообще говоря, различную физ. природу, в требуемую амплитудную характеристику. В общем случае такая возможность обеспечивается в результате выполнения ряда последовательных преобразований $U_{вых} = \varphi_1(x_1)$, $x_2 = \varphi_2(x_1)$ ..., $x_n = \varphi_n(U_{вх})$. На практике однако, как правило, оказывается достаточно выполнить всего два преобразования, из которых, по крайней мере, одно нелинейно. При этом результирующая характеристика четырехполюсника принимает вид

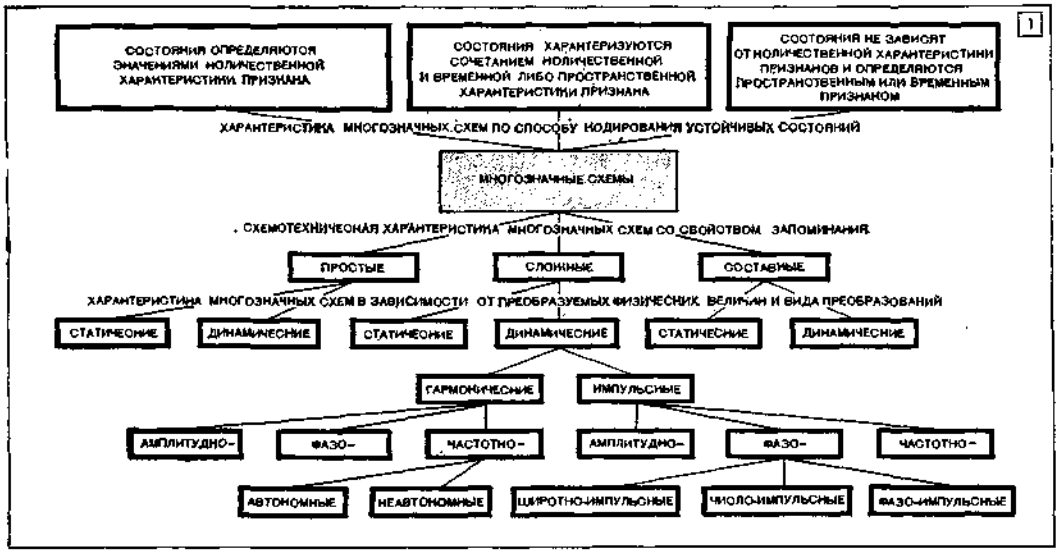
$$U_{вых} = \varphi_1[\varphi_2(U_{вх})]. \quad (3)$$

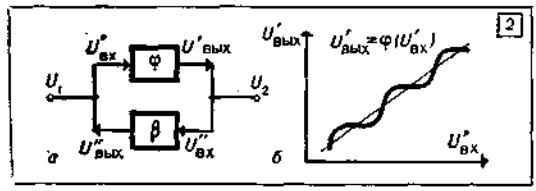
В зависимости от характера физ. величин, а также вида преобразований над ними в соответствии с (3) различают М. с.: статические, преобразования в которых выполняются над величинами, не зависящими явно от времени, и динамические, в которых, по крайней мере, одна преобразуемая величина является явной ф-цией времени или частоты гармонических колебаний. Динамические М.с., преобразуемое напряжение в которых изменяется по гармоническому закону, наз. гармоническими. Динамические схемы, преобразуемое напряжение в которых представлено периодической последовательностью импульсов, наз. импульсными. Если признак устойчивого состояния вырабатывается в самой схеме и практически полностью определяется значениями ее параметров, то такая М. с. наз. автономной. Схема, в которой признак, определяющий устойчивые состояния, вырабатывается внешними по отношению к ней устройствами (напр., в схемах, использующих перестраиваемую избирательную систему, это генератор, сигналы на выходе которого содержат требуемый спектр частот), наз. неавтономной. В неавтономных М. с. признаки устойчивых состояний практически не зависят от их параметров. Это, как правило, приводит к повышению их стабильности и улучшению ряда других важных тех. и эксплуатационных характеристик.

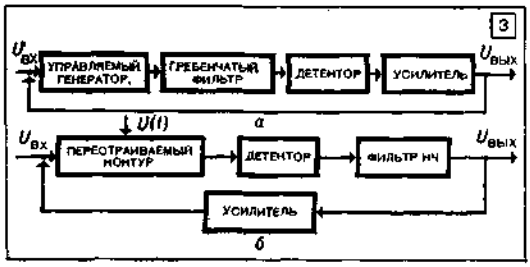
В зависимости от схемотехнических особенностей реализации элемента, обеспечивающего требуемый нелинейный характер, по крайней мере, одного из преобразований (3), М. с. на основе нелинейного четырехполюсника можно подразделить на простые, сложные и составные. В простых М. с. требуемую нелинейную зависимость обеспечивает элемент, неделимый в радиотехническом смысле, напр., многотуннельный диод, вольт-амперная характеристика которого содержит несколько участ-

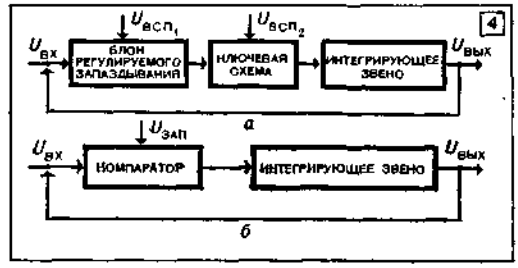
ков отрицательного сопротивления (в этом случае нелинейный четырехполюсник вырождается в нелинейный двухполюсник). В сложных М. с. требуемую нелинейность обеспечивает некоторая композиция неделимых элементов, каждый из которых, вообще говоря, может и не быть нелинейным в указанном выше смысле. Существенно важным для этого класса схем является то, что вид реализуемой в них нелинейной зависимости (а, следовательно, и количество устойчивых состояний), как правило, не связывается с количеством используемых элементов и определяется соответствующим выбором режима работы схемы в целом. Составные схемы реализуются в результате некоторой композиции элементов при условии, что каждый из них уже реализует некоторую нелинейную зависимость (М. с., содержащие последовательно включенные туннельные диоды, объединения М. с., характеризуемые меньшим количеством устойчивых состояний), либо их количество в определенной степени пропорционально требуемому количеству устойчивых состояний (многофазный релаксатор).

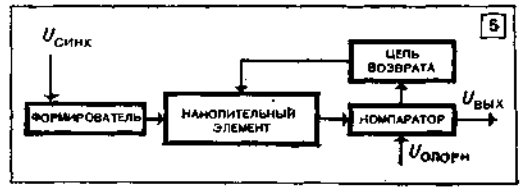
Независимо от вида выполняемых преобразований и методов их реализации динамическим амплитудно-импульсным и амплитудно-











1. Классификация многозначных схем.
2. Общая блок-схема многозначной схемы на основе нелинейного четырехполюсника с обратной связью (*а*) и пример амплитудной характеристики нелинейного четырехполюсника (*б*).
3. Блок-схемы возможных вариантов технической реализации автономной (*а*) и неавтономной (*б*) частотно-гармонических многозначных схем.
4. Блок-схемы возможных вариантов технической реализации широтно-импульсных автономной (*а*) и неавтономной (*б*) многозначных схем.
5. Блок-схема возможного варианта реализации фазо-импульсной многозначной схемы с дискретным приращением значения количественной характеристики признака устойчивых состояний.

гармоническим сложным М. с. присущи все те недостатки, которые свойственны схемам с амплитудным кодированием информации (сильная зависимость амплитуды от параметров, слабая помехозащищенность). Такие схемы практически не нашли применения.

Необходимым условием построения фазогармонической (частотно-гармонической) схемы является выполнение преобразований, при которых одной из промежуточных величин, участвующих в преобразованиях, является фаза φ гармонических колебаний: $U_{вых} = f_1(\varphi)$, $\varphi = f_2(U_{вх})$ (соответственно частота ω гармонических колебаний: $U_{вых} = \varphi_1(\omega)$, $\omega = \varphi_2(U_{вх})$) и, по крайней мере, одна из функций преобразования является нелинейной (напр., ступенчатой). В качестве примера, характеризующего возможности тех. реализации схем этого класса, на рис. 3 приведены блок-схемы автономной (*а*) и неавтономной (*б*) частотно-гармонической М. с.

Время-импульсные схемы реализуются с помощью четырехполюсника, в котором выполняется последовательность преобразований вида $U_{вых} = \varphi_1(\theta)$, $\theta = \varphi_2(U_{вх})$, из которых по крайней мере одно является нелинейным. Здесь θ—параметр, характеризующий длительность импульса, используемую в качестве признака устойчивых состояний: собственно длительность τ (широтно-импульсные М. с.), пропорциональный τ фазовый сдвиг некоторой последовательности импульсов относительно последовательности, выбранной в качестве опорной (фазо-импульсные М. с.), пропорциональное τ число импульсов (число-импульсные М. с.).

На рис. 4 приведены блок-схемы возможных вариантов широтно-импульсных автономной (*а*) и неавтономной (*б*) схем. В качестве примера, характеризующего возможности технической реализации фазо-импульсных схем, на рис. 5 приведена блок-схема одного из вариантов таких схем на основе элемента с дискретным приращением значения количественной характеристики признака устойчивых состояний.

Число-импульсные М. с. можно построить на основе широтно- и фазо-импульсных М. с. с использованием дополнительного устр-ва преобразования длительности импульсов либо фазы в их число (напр., на основе статического *триггера* с двумя устойчивыми состояниями, либо на основе схем, не являющихся многоустойчивыми).

Необходимым условием построения частотно-импульсных схем является выполнение последовательности преобразований $U_{вых} = \varphi_1(T)$, $T = \varphi_2(U_{вх})$, где T — период (частота) следования импульсов и, по крайней мере, одна из ф-ций преобразования немонотонная. Первое из указанных преобразований можно выполнить, напр., на основе резонансного контура либо управляемого генератора (автогенератора релаксационных колебаний в автономных схемах и синхронизированного релаксационного генератора — в неавтономных).

Использование при построении четырехполюсника нелинейных (с несколькими экстремумами или точками перегиба) зависимостей, имеющих различную природу, приводит к разработке М. с. с комбинированным признаком устойчивых состояний. Особенностью таких схем является наличие у каждого состояния не одного, а нескольких признаков, напр., длительности импульса и его сдвига по фазе. Наряду с увеличением количества состояний эти схемы характеризуются также более широкими функциональными свойствами в силу возможности раздельного управления признаками.

Составные М. с. можно реализовать на основе широкого класса элементов, неделимых с точки зрения конструктивной, схемной или радиотехнической реализации. Схемы такого типа, как правило, требуют бо́льших затрат оборудования, чем простые и сложные, а увеличение количества устойчивых состояний приводит к соответствующему увеличению затрат и усложнению структуры схем. В отличие от простых и сложных М. с., выходной канал которых всегда состоит из одного провода (в силу чего эти схемы всегда многозначные), выходной канал составных М. с. может содержать один или несколько проводов.

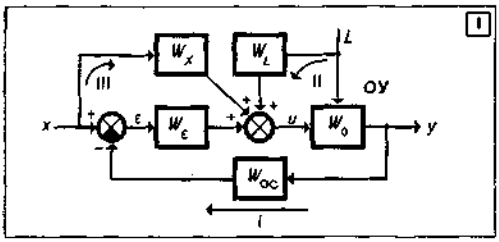
Наиболее изученными и разработанными в инженерном плане являются сложные и составные М. с., среди которых, в первую очередь, следует отметить фазо-импульсные схемы. Разработанные М. с. характеризуются количеством устойчивых состояний — от единиц *(параметроны)* до нескольких десятков и даже сотен (частотно-гармонические схемы на основе фазового детектора). Получены первые образцы М. с. (сложные и составные фазо-импульсные схемы) в микроэлектронном исполнении (на основе МОП-структур).

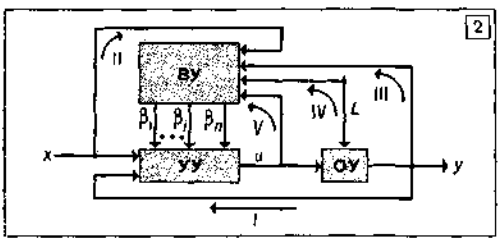
М. с. сложные и составные находят широкое применение в устр-вах автоматики, цифровой измерительной (в т. ч. ряде серийно выпускаемых приборов — частотомеров и счетчиков, измерителей временных интервалов и т. д.) и цифровой *вычислительной технике*. Преимущественное применение в вычисл. технике находят многозначные схемы, на основе которых выполняют многозначные логические элементы ЦВМ, т. е. элементы, реализующие функции многозначной логики и многозначные элементы памяти (триггеры). В связи с применением элементов указанного типа в технике дискретных устр-в возникает ряд специфических теор. и инженерных задач, решаемых в рамках *структурной теории автоматов* с многозначным структурным алфавитом. Практическое использование М. с. приводит к упрощению структуры соответствующих устр-в, снижению затрат оборудования, потребления энергии, габаритов, стоимости, повышению надежности, а также улучшению некоторых других тех. и эксплуатационных характеристик. В СССР (з-д «Точэлектроприбор», Киев) впервые в мире освоен серийный

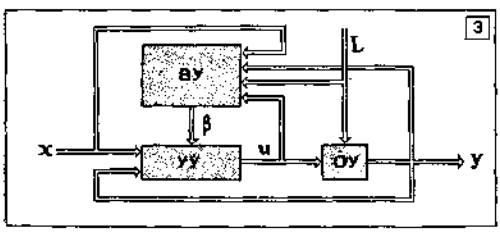
выпуск цифровых измерительных приборов на многоустойчивых элементах.

Лит.: Сигорский В. П., Ситников Л. С., Утяков Л. Л. Многоустойчивые элементы дискретной техники. М.— Л., 1966 [библиогр. с. 351—358]; Ситников Л. С. Многоустойчивые элементы в цифровой измерительной технике. К., 1970 [библиогр. с. 135—137]; Иваськив Ю. Л. Принципы построения многозначных физических схем. К., 1971 [библиогр. с. 305—316]. *Ю. Л. Иваськив.*

МНОГОКОНТУРНАЯ СИСТЕМА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ — система автоматического управления, содержащая два или более контуров, по которым осуществля-







1. Схема комбинированной многоконтурной системы автоматического управления.
2. Схема самонастраивающейся многоконтурной системы.
3. Схема многомерной самонастраивающейся системы (все переменные — векторы; β — вектор настраиваемых параметров УУ).

ются связи между различными координатами (а часто и *возмущающими воздействиями*) с целью реализации различных функций (компенсации возмущения, самонастройки и т. п.).

Примером М. с. а. у. может служить *комбинированная система автоматического управления* (рис. 1). В этой системе *управляющее воздействие u* определяется тремя переменными: $u = W(x, \varepsilon, L)$, где $\varepsilon = x - W_{ос} \cdot y$; W_x, W_L, W_ε, W_0, $W_{ос}$ — операторы, выражающие связь между соответствующими координатами системы, ОУ — объект управления. Связи в системе осуществляются по трем контурам: I — по управляемой координате *y (обратная связь)*, II — по возмущающему воздействию *L*; III — по задающему воздействию *x*. Схема самонастраивающейся М. с. а. у. приведена на рис. 2. Осн. контур обратной связи I здесь связывает выход объекта управления ОУ — *y* со входом управляющего устройства УУ. Кроме того, имеется еще два контура обратной связи — III и V, а также контуры связей по задающему воздействию *x* — II и возмущающему воздействию *L* — IV. В вычисл. устр-ве ВУ производится *идентификация объектов управления* и определяются оптим. (в смысле принятого *критерия качества систем автоматического управления*) параметры $\beta_1 - \beta_n$ управляющего устр-ва с учетом характеристик ОУ, возмущения *L* и задающего воздействия *x*. Аналогичная система для многомерного случая приведена на рис. 3.

Понятие контура в приведенных структурных схемах М. с. а. у. связано с реализацией той или иной функции (компенсации возмущений, самонастройки, идентификации и т. д.). В этом смысле М. с. а. у. отличается от многосвязной системы, где наличие взаимосвязи еще не означает формирования определенной ф-ции управления, а зачастую рассматривается как форма представления процесса взаимного влияния между отдельными звеньями или координатами системы.

Матем. описание М. с. а. у. выполняется обычно в виде отдельных зависимостей (уравнений) всех рассматриваемых контуров, а описание многомерной системы автомат. управления представляют, как правило, в виде одного матричного уравнения, в котором не выделяются уравнения локальных контуров.

Начало систематическим исследованиям М. с. а. у. было положено при решении задачи выбора связей между отдельными регуляторами из условий *автономности*. Дальнейшее развитие теории М. с. а. у. связано с разработкой теории *инвариантности систем автоматического управления*.

Структуру М. с. а. у., характеристики и параметры отдельных звеньев определяют, исходя из комплекса различных задач, возлагаемых на систему (напр., идентификация, компенсация возмущений, определение показателей качества управления, оптим. параметров управляющих устр-в), и требований (зачастую противоречивых) к качеству управления (напр., точность, быстродействие, экономичность, помехоустойчивость),— т. е. синтез М. с. а. у. требует *системного подхода*. Решение такого комплекса задач в рамках одноконтурных систем невозможно, в связи с чем М. с. а. у. находят широкое применение при *автоматизации управления производственным процессом*, управлении энергетическими установками, в нефтехимии, в управлении двигателями движущихся объектов и т. д.

Лит.: Вознесенский И. Н. О регулировании машин с большим числом регулируемых параметров. «Автоматика и телемеханика», 1938, № 4—5; Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [библиогр. с. 412—416]; Теория инвариантности в системах автоматического управления. М., 1964.
К. Д. Жук, Ю. В. Крементуло.

МНОГОКРИТЕРИА́ЛЬНОСТИ ПРОБЛЕ́МА — выбор решения при наличии множества функций цели $f = \{f_i(\alpha)\}$ $(i = 1, 2, \ldots, M)$, где α — некоторая альтернатива, под которой понимают либо непрерывную векторную переменную, принадлежащую выпуклой замкнутой области, обычно определяемой системой линейных или нелинейных неравенств, либо дискретную переменную, принимающую конечное мн-во заданных значений. Возникает при исследовании *сложных систем управления* и в игровых ситуациях.

Поскольку оптимум по каждому критерию не всегда можно достигнуть при одном и том же значении α^0, то определяют, в каком смысле понимать решение. Обычно такое решение понимают как мн-во эффективных альтернатив. Альтернатива α^0 наз. эффективной, если *нет других альтернатив, лучших хотя бы по* одному критерию и не худших по остальным. Критерии мн-ва f имеют различный физ. смысл, одни из них максимизируются, а другие минимизируются. Прежде чем перейти к формулировке задачи, на основании которой можно найти мн-во эффективных альтернатив, заметим, что если α^0 — эффективная альтернатива мн-ва критериев $f = \{f_i\}$ $(i = 1, \ldots, M)$, то α^0 — эффективная альтернатива мн-ва ф-ций $W = \{w_i(f_i(\alpha))\}$ $(i = 1, \ldots, M)$, где $w_i(f_i(\alpha))$ — монотонная ф-ция $f_i(\alpha)$, и обратно.

Для нахождения эффективных точек выберем такие монотонные ф-ции $w_i(f_i(\alpha))$, чтобы они были безразмерными и все минимизировались. С этой целью введем следующие монотонные преобразования: для критериев, которые максимизируются

$$w_i(f_i(\alpha)) = \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

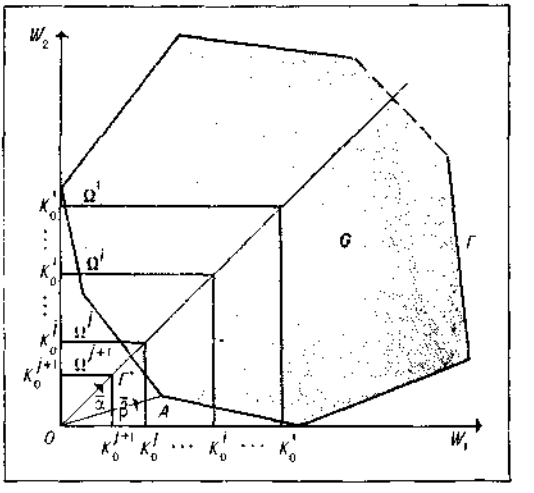
и для критериев, которые минимизируются

$$w_i(f_i(\alpha)) = \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i\,(\max)} - f_i^0}, \quad i = m+1, \ldots, M, \tag{2}$$

где f_i^0 — оптимальное значение i-го критерия, $f_{i\,(\min)}$ — наименьшее значение максимизируемого критерия, $f_{i\,(\max)}$ — наибольшее значение минимизируемого критерия. Значения f_i^0, $f_{i\,(\max)}$, $f_{i\,(\min)}$ находятся при $\alpha \in U$ либо $\alpha \in V$, где U — выпуклая замкнутая область, V — дискретное мн-во $V = \{v_j\}$ $(i = 1, \ldots, N)$. Решение параметрической задачи

$$\min_{\substack{\alpha\in U\\(\alpha\in V)}} W(\alpha) = \min_{\substack{\alpha\in U\\(\alpha\in V)}} \left\{ \sum_{i=1}^{m} \gamma_i \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}} + \sum_{i=m+1}^{M} \gamma_i \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i(\max)} - f_i^0} \right\} \tag{3}$$

для всех $\gamma_i \in \Gamma^+ \left\{ \gamma_i > 0,\ \sum_{i=1}^{M} \gamma_i = 1 \right\}$ при достаточно общих условиях дает мн-во эффективных альтернатив. В этом случае остается проблема выбора единственного решения из мн-ва несравнимых эффективных альтернатив, т. е. задача выбора компромиссного решения. Известны различные подходы к определению компромисса. При одном из подходов под компромиссным решением понимают такое, которое дает миним. относительное отклонение



Геометрическая интерпретация выбора компромиссного решения на примере двух равноценных критериев.

от оптим. значений по всем критериям в соответствии с заданным предпочтением, определяемым весовыми коэффициентами ρ_i, такими, что $\rho_i \in \rho^+ = \left\{ \rho_i > 0,\ \sum_{i=1}^{M} \rho_i = 1 \right\}$. Если критерии равноценны, то $\rho_i = \frac{1}{M}$ $(i = 1, \ldots, M)$, и компромиссным решением будет такое, для которого относительные потери, выраженные соотношениями (1) и (2), одинаковы. Если же критерии не равноценны, то компромиссным решением будет такое, для которого одинаковы «взвешенные» потери

$$\tilde{w}_i(\alpha) = \rho_i w_i(f_i(\alpha)) = \rho_i \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{4}$$

$$\tilde{w}_i(\alpha) = \rho_i w_i(f_i(\alpha)) = \rho_i \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i\,(\max)} - f_i^0}, \quad i = m+1, \ldots, M. \tag{5}$$

Как видно из (1) и (2), w_i удовлетворяют ограничениям $0 < k_0 \leqslant w_i \leqslant 1$ в случае равноценных критериев, либо $0 < k_0 \leqslant$

$\leqslant \bar{w}_i\,(f_i\,(\alpha)) = \rho_i\, w_i < 1$ для неравноценных. Следовательно, под компромиссным решением будем понимать такую эффективную альтернативу $\alpha^k \in U$ ($\alpha^k \in V$), для которой выполняются следующие равенства:

$$\rho_1 w_1\,(f_1(\alpha^k)) = \cdots = \rho_i w_i\,(f_i\,(\alpha^k)) = \\ = \cdots = \rho_M w_M\,(f_M\,(\alpha^k)) = k_0. \qquad (6)$$

Если на основании *экспертных оценок методов* определено $\rho_i \in \rho^+$, то компромиссной альтернативой α^k будет та, при которой выполняются равенства (6) и минимизируется критерий (3). В силу линейности критерия (3) минимум достигается на нижней границе для $w_i\,(f_i\,(\alpha))$, т. е. при минимально возможном $k_0 > 0$. Искомое k_0 в этом случае может быть найдено на основании метода дихотомии.

Поясним изложенный выше подход геометрически на примере двух равноценных критериев f_1 и f_2 для $\alpha \in U$. На рисунке G — область значений критериев W_1 и W_2 на мн-ве ограничений U, Γ — граница этого мн-ва, Ω^i — область значений критериев w_1 и w_2, в которой эти критерии принимают значение не больше чем k_0^i. Компромиссное решение будет в точке Γ^* пересечения биссектрисы координатного угла $w_1 0 w_2$ (критерии f_1 и f_2 равноценны) с границей области G. Для неравноценных критериев в качестве координатных ф-ций выберем $\bar{w}_1 = \rho_1 w_1$ и $\bar{w}_2 = \rho_2 w_2$, где w_1 и w_2 определяются соответственно выражениями (4) и (5). Тогда критерии $\bar{w}_1$ и $\bar{w}_2$ равноценны, и для нахождения компромиссного решения можно пользоваться указанной процедурой.

Основными проблемами в задаче многокритериальной оптимизации являются выбор процедуры определения предпочтения на мн-ве критериев и способ введения обобщенного критерия, оптимизация которого дает решение согласно выбранной схеме компромисса и определенному предпочтению.

Лит.: Волкович В. Л. Многокритериальные задачи и методы их решения. «Кибернетика и вычислительная техника», 1969, в. 1; Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М., 1971 [библиогр. с. 382—383]; Льюс Р. Д., Райфа Х. Игры и решения. Пер. с англ. М., 1961 [библиогр. с. 608—625]; Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 798—819].

В. Л. Волкович.

МНОГОМЕ́РНЫЕ СИСТЕ́МЫ АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ — автоматические системы, у которых число как управляемых координат, так и управляющих воздействий равно двум и более. Специфика М. с. а. у. заключается в том, что поведение каждой управляемой координаты $y_i\,(t)$ определяется не только *управляющим воздействием* $u_1\,(t)$, а (в общем случае) всей совокупностью этих воздействий $u_1(t) \ldots, u_m\,(t)$, образующих вектор управления **U**, а также вектором возмущающих воздействий Λ. Необходимость в создании М. с. а. у. возникает в тех случаях, когда требуется управлять одновременно несколькими взаимосвязанными параметрами некоторого физ. процесса. В качестве примера можно привести систему стабилизации частоты и напряжения генераторов в энергосистемах, систему управления скоростью вращения и т-рой газов в турбореактивных двигателях, систему управления толщиной проката в различных пролетах прокатного стана с помощью управления скоростью вращения и степенью поджатия валков и т. п. В ряде случаев применение М. с. а. у. является единственным способом достижения цели управления.

Типовая блок-схема многомерной системы представлена на рис. В общем случае размерности векторов регулирующих воздействий **U**, управляемых координат **Y** и возмущений Λ могут отличаться друг от друга. Как и одномерные системы, М. с. а. у. можно классифицировать по принципу управления — на замкнутые, разомкнутые (со связями по возмущениям, на рис. связи показаны пунктиром) и *комбинированные системы автоматического управления*; по способу передачи сигналов — на непрерывные и *дискретные системы управления*; по характеру функциональных связей между координатами системы — на линейные и *нелинейные системы управления*; по назначению — на *стабилизации системы, следящие системы, системы программного управления* и самонастраивающиеся системы (в частности, *системы экстремального регулирования*).

Матем. описание М. с. а. у. может быть выполнено с помощью характеристик «вход — выход» и в категориях пространства состояний. В исследованиях часто ограничиваются описаниями лишь линейных М. с. а. у., у которых число входных и выходных координат одинаково. Непрерывные линейные М. с. а. у. могут быть описаны (в категориях характеристик «вход — выход»):

а) системами дифференциальных уравнений

$$Q\,(D)\,Y\,(t) = P\,(D)\,\Psi\,(t), \qquad (1)$$

где $Q\,(D)$, $P\,(D)$ — $(n \times n)$-матрицы с элементами $q_{ij}\,(D)$ и $p_{ij}\,(D)$, представляющими собой многочлены оператора дифференцирования $D \equiv \frac{d}{dt}$; $Y\,(t)$, $\Psi\,(t)$ — выходной и входной векторы соответственно;

б) векторно-матричным уравнением свертки

$$Y\,(t) = \int_0^t G\,(t-\tau)\,\Psi\,(\tau)\,d\tau + \Phi\,(t), \qquad (2)$$

где $\Phi\,(t)$ — реакция М. с. а. у. на ненулевые начальные условия, которая определяется начальными значениями координат и корнями $D_1 \ldots D_n$ характеристического уравнения, а $G\,(t)$ — весовая $(n \times n)$-матрица (матрица *импульсных переходных функций*), каждый элемент которой $g_{ij}\,(t)$ представляет реакцию i-выхода на *дельта-функцию*, действующую на

j-вход, при всех остальных входах, равных нулю, и при нулевых начальных условиях;

в) передаточными матрицами. Преобразование Лапласа матрицы $G(t)$ определяет передаточную матрицу (матрицу *передаточных функций*) $G(p)$, которую можно также определить, преобразовав по Лапласу (при нулевых начальных условиях) уравнение (1): $Y(p) = G(p)\Psi(p)$; $G(p) = Q^{-1}(p)P(p)$, где p — параметр преобразования Лапласа.

Передаточные матрицы и другие характеристики «вход — выход» рассматриваются в общем виде как для замкнутых, так и для разомкнутых систем. Между передаточными матрицами замкнутых и разомкнутых М. с. а. у. существуют соотношения, аналогичные соответствующим соотношениям для передаточных функций. Так, если $G_1(p)$ — передаточная матрица объекта управления, связывающая векторы $U(p)$ и $Y(p)$, а $G_2(p)$ — передаточная матрица управляющего устройства (см. рис.), то передаточная матрица замкнутой системы по задающему воздействию (Ψ-вход, Y-выход) имеет вид

$$G_{3\text{з}}(p) = [E + G_1(p)G_2(p)]^{-1}G_1(p)G_2(p), \quad (3)$$

где E — единичная матрица. Если вектор возмущений λ, действующий на объект, связан с вектором y передаточной матрицей $G_\lambda(p)$, то передаточная матрица замкнутой системы по возмущению $G_{3\lambda}(p)$ (при отсутствии управляющего устр-ва по возмущению) имеет вид

$$G_{3\lambda}(p) = [E + G_1(p)G_2(p)]^{-1}G_\lambda(p). \quad (4)$$

Характеристическое уравнение замкнутой М. с. а. у. имеет вид

$$\det[E + G_1(p)G_2(p)] = 0, \quad (5)$$

где $\det[\cdot]$ — определитель соответствующей матрицы.

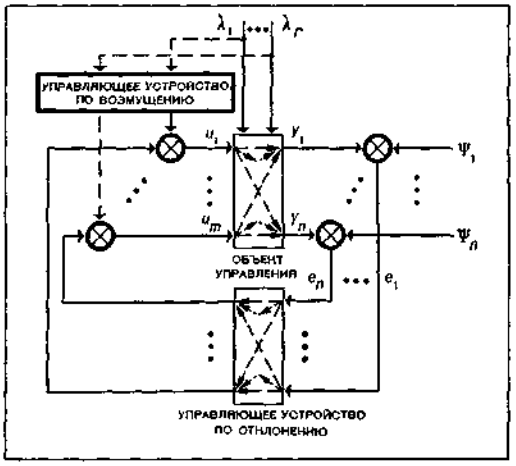
Характеристики «вход — выход» описывают только полностью управляемую и полностью наблюдаемую часть системы (см. *Наблюдаемости и управляемости условия*). Движения неуправляемой или ненаблюдаемой частей М. с. а. у., среди которых в общем случае могут иметь место и неустойчивые движения, не могут быть описаны характеристиками «вход — выход». В этом смысле наиболее полное описание М. с. а. у., охватывающее также движения ее неуправляемых и ненаблюдаемых частей (если таковые имеются), гарантируется описанием в категориях пространства состояний, т. е. с помощью системы уравнений 1-го порядка вида

$$\dot{X} = AX + B\Psi, \quad Y = CX, \quad X_{t=0} = X(0), \quad (6)$$

где Ψ-вход и Y-выход всей замкнутой системы (см. рис.) — n-мерные векторы, а размерность вектора X равна N, причем $N \geqslant n$. Числовые матрицы A, B, C имеют размеры $N \times N$, $N \times n$, $n \times N$ соответственно. От описания М. с. а. у. типа (6) можно легко перейти к характеристикам «вход — выход». Так, преобразовав по Лапласу (6) при нулевых начальных условиях, передаточную матрицу системы $G(p)$, аналогичную в даном случае $G_{33}(p)$ в (3), можно определить как $G(p) = C'(pE - A)^{-1}B$. Характеристическое уравнение в этом случае можно записать в виде

$$\det[pE - A] = 0. \quad (7)$$

Если выполняются условия наблюдаемости и управляемости, то корни уравнения (7) (собственные числа матрицы A) совпадают



Блок-схема многомерной системы автоматического управления.

с корнями (5). Если же сокращение полюсов передаточных функций, входящих в матрицу $G_1(p)$, нулями передаточных ф-ций матрицы $G_2(p)$ управляющего или *корректирующего устройства* приводит к появлению неуправляемых и ненаблюдаемых частей, то соответствующие корни исчезают в (5), но остаются в (7).

Для линейных дискретных М. с. а. у. применяют соответствующие дискретные аналоги, а именно:

а) системы разностных уравнений: $Q(\zeta) \times Y_n = P(\zeta)\Psi_n$, где ζ — оператор сдвига на один интервал $\zeta Y_n = Y_{n+1}$, $Q(\zeta)$ и $P(\zeta)$ — $(n \times n)$-матрицы с элементами $q_{ij}(\zeta)$ и $p_{ij}(\zeta)$, являющиеся полиномами относительного оператора ζ;

б) дискретные аналоги интегр. свертки: $Y_n = \sum_{j=0}^{j=\infty} G(n-j)\Psi_j + \Phi_n$, где $G(n-j)$ — весовая матрица, Φ_n — реакция на ненулевые начальные условия;

в) передаточные матрицы: $Y^*(z) = G(z) \times \Psi^*(z)$, где $z = e^{pT}$ (T — интервал дискретности) — символ *Лапласа дискретных преобразований*. Соотношения, аналогичные (3, 4), имеют место и для дискретных М. с. а. у. Уравнение в терминах простр-ва состояний

имеет вид

$$X_{n+1} = AX_n + B\Psi_n, \quad Y_n = CX_n, \qquad (8)$$

где под матрицами A, B, C и векторами X, Y, Ψ подразумевается то же, что и в (6).

Устойчивость линейных М. с. а. у. имеет место, если корни характеристического ур-ния (7) замкнутой М. с. а. у. расположены в левой полуплоскости комплексного переменного. Если система полностью управляема и наблюдаема, то проверку условий устойчивости можно производить и по расположению корней характеристического уравнения (5). Для устойчивости дискретных М. с. а. у. необходимо, чтобы корни соответствующего характеристического ур-ния располагались внутри окружности единичного радиуса. Проверку этих условий без нахождения корней характеристического уравнения можно выполнить алгебр. или частотными методами (см. *Гурвица теорема, Устойчивости дискретных систем теория, Устойчивости критерии*). Поскольку для М. с. а. у. большой размерности раскрытие определителя типа (5, 7) сопряжено с громоздкими вычислениями, то проверку условий устойчивости и построения областей устойчивости в пространстве параметров таких М. с. а. у. производят на ЭЦВМ. Частотные критерии Попова, Якубовича, Цыпкина широко используются и для анализа устойчивости нелинейных М. с. а. у. специального вида (см. *Устойчивости непрерывных систем теория*). Более общие результаты по анализу устойчивости нелинейных М. с. а. у. могут быть получены *Ляпунова методами*. Если можно определить корни характеристического уравнения М. с. а. у., то анализ качества М. с. а. у. можно выполнить известными методами по расположению этих корней в комплексной плоскости (см., напр., *Корневого годографа метод*). В ряде частных случаев (двумерные М. с. а. у., М. с. а. у., состоящие из одинаковых *подсистем*, связанных между собою безынерционными связями и т. п.) анализ качества весьма эффективно производят, используя известные приемы частотных методов анализа качества одномерных систем (см. *Систем автоматического управления анализ, Частотные характеристики систем автоматического управления*).

Методы синтеза М. с. а. у. (см. *Систем автоматического управления синтез*) выбирают в зависимости от цели, стоящей перед конструктором М. с. а. у. Так, одним из наиболее известных подходов к синтезу М. с. а. у. является синтез управляющего устр-ва по условиям *автономности*. Под автономностью М. с. а. у. понимают независимое друг от друга изменение управляемых координат, что эквивалентно расчленению системы уравнений, описывающей динамику М. с. а. у., на n независимых уравнений отдельных контуров. Для линейных систем эти условия имеют вид $H = G_1(p)\,G_2(p) = \mathrm{diag}\,\{h_{11}(p) \ldots h_{nn}(p)\}$, где $G_1(p)$ и $G_2(p)$ — то же, что и в (3). Это означает, что отдельные элементы многомерного управляющего устройства следует выбрать так, чтобы произведение его передаточной матрицы $G_2(p)$ и передаточной матрицы объекта $G_1(p)$ было диагональной матрицей. Однако не во всех случаях условия автономности обеспечивают наилучшее качество функционирования М. с. а. у. Если имеется возможность измерить вектор возмущений λ, то синтез высокоточных и быстродействующих М. с. а. у. можно осуществить, используя теорию *инвариантности систем автоматического управления*. Существенные результаты получены в решении задачи синтеза М. с. а. у. при стационарных случайных воздействиях. Если в (2) входной сигнал $\Psi(t)$ состоит из полезного случайного сигнала $r(t)$ и помехи $n(t)$ с заданными матрицами *корреляционных функций*, то задача заключается в определении весовой матрицы $G(t)$, доставляющей минимум функционалу $\sum_{i=1}^{n} \overline{e_i^2}(t)$, где $\overline{e_i^2}$ — среднеквадратичная погрешность между истинными и желаемыми значениями i-й выходной величины. Если структура системы не задана, то матрицу $G(t)$ находят, распространив методы решения задачи Винера (см. *Винера — Хопфа уравнение* первого рода) на многомерный случай. Если элементы $G(t)$ заданы, то указанный функционал можно минимизировать, изменяя варьируемые параметры *весовых функций* $g_{ij}(t)$ (см. *Оптимальных параметров системы выбор*).

Проблема синтеза оптимальных М. с. а. у. тесно связана с задачами *вариационного исчисления* и *программирования математического*. Так, в некоторых случаях функционал, характеризующий качество работы системы, может иметь вид линейной формы $I = \sum_{i=1}^{n} C_i y_i$ установившихся значений координат системы при линейных ограничениях $U > 0$, $AU = \mathbf{b}$, где A — $(m \times n)$-числовая матрица $(m < n)$, $\mathbf{b}$ — n-мерный вектор. Тогда значение вектора U, минимизирующего (максимизирующего) форму I, отыскивают методом *программирования линейного*. Но чаще всего функционал качества представляет собой нелинейную ф-цию координат. Так, напр., если движение многомерного объекта управления описывается уравнением вида (6) (с заменой Ψ на u), то в большинстве случаев функционал качества имеет вид $I_t = \int_0^t V\,dt$, где $V = X'LX + U'MU$ — квадратичная форма, L, M — матрицы ($N \times N$ и $n \times n$ соответственно) весовых коэффициентов, знак $'$ означает транспонирование. В этом случае отыскание управления U как функции координат пространства состояний X, экстремизирующего функционал I_t, может быть выполнено методами *программирования динамического, программирования нелинейного*, использованием *Понтрягина принципа максимума* и т. д. Поскольку

функция V, входящая в функционал I_t, аналогична ф-ции Ляпунова, то существует глубокая связь между синтезом оптимальных М. с. а. у. и методами Ляпунова. Если показатель качества работы М. с. а. у. представляет собой нелинейную ф-цию φ установившихся значений управляющих координат U и возмущений λ_i : $\varphi = \varphi$ (U, Λ), то отыскание экстремума φ по U для различных возмущений Λ может быть выполнено многомерной системой экстремального регулирования.

Синтезированные алгоритмы управления М. с. а. у. достаточно сложны, поэтому реализация современных М. с. а. у. основана на широком использовании новейших достижений вычисл. техники.

Лит.: Мееров М. В. Системы многосвязного регулирования. М., 1965 [библиогр. с. 381—384]; Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. М., 1966 [библиогр. с. 410—413]; Чинаев П. И. Методы анализа и синтеза многомерных автоматических систем. К., 1969 [библиогр. с. 372—375].

К. Д. Жук, А. А. Туник, П. И. Чинаев.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ — *схема контактная*, в которой есть несколько входных и выходных полюсов. М. к. с n входными и m выходными полюсами наз. (n, m)-полюсником. М. к., в котором полюсов два (один входной и один выходной), наз. многополюсником контактным.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ РАЗДЕЛИ́ТЕЛЬНЫЙ — *многополюсник контактный*, между любой парой выходных полюсов которого реализуется функция, тождественно равная нулю, т. е. ни при каком состоянии М. к. р. между его выходными полюсами нет замкнутого пути. Примером разделительного $(1, 2^n)$-полюсника может служить *«дерево» контактное* с n реле.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ УНИВЕРСА́ЛЬНЫЙ для множества функций алгебры логики P — *многополюсник контактный* с k входными и одним выходным полюсами, т. е. $(k, 1)$-полюсник такой, что какова бы ни была функция $f(x_1, \ldots, x_n) \in P$, найдется такой входной полюс, что между ним и выходным полюсом реализуется эта функция $f(x_1, \ldots, x_n)$.

МНОГОПРОГРА́ММНАЯ ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ, мультипрограммная обработка информации — обработка информации на цифровых вычислительных машинах, обеспечивающая практически параллельное выполнение нескольких программ. При М. о. и. используется реальное совмещение в машине решения нескольких задач (или совмещение определенных фаз решения) и кажущееся совмещение, основанное на поочередном, напр., циклическом обслуживании к.-л. устр-вом всех решаемых задач. Примером реального совмещения является одновременный счет некоторой задачи центр. *процессором* и ввод (или вывод) информации по другой задаче, осуществляемый автономным устр-вом ввода (или вывода). К реальному совмещению относится также параллельное решение нескольких задач на многопроцессорных ЦВМ. Кажущееся совмещение решения нескольких задач на одном процессоре может быть достигнуто, напр., периодическим его переключением с решения одной задачи на другую.

Одним из осн. преимуществ М. о. и. при реальном совмещении является лучшее согласование работы сравнительно медленных устр-в ввода — вывода с быстродействующим центр. процессором. Это объясняется тем, что в случае однопрограммной работы ЦВМ в течение интервалов времени, требуемых для ввода или вывода информации, центр. процессор, как правило, бездействует. Такие же простои процессора возникают и в случае организации однопрограммной работы ЦВМ в *диалога режиме*. При М. о. и. вероятность простоя центр. процессора значительно снижается, т. к. во время ввода или вывода одной из задач центр. процессор может быть загружен решением другой задачи. При этом важно, чтобы *вычислительная система* была хорошо сбалансирована по производительности и числу внешн. устр-в, обслуживающих процессор. М. о. и. на ЦВМ организует управляющая программа *операционной системы*. Другим из осн. преимуществ М. о. и. при реальном и кажущемся совмещениях является независимая одновременная работа на машине ряда пользователей. К методам организации М. о. и. относят *пакетную обработку информации, обработку информации в режиме разделения времени, обработку информации в реальном масштабе времени*.

М. о. и. возможна при наличии спец. аппаратных средств. Осн. из них: 1) устр-во памяти на базе *дисков магнитных* или *барабанов магнитных* объемом, значительно превышающим объем главной *памяти ЦВМ*. Назначение этой (промежуточной) памяти — хранение всей или части информации в течение интервала времени, когда эти задачи не решаются центр. процессором. В момент времени, когда процессор возвращается к решению одной из этих задач, информация о ней вызывается в главную память ЦВМ. С помощью такого распределения информаций достигается оперативность работы центр. процессора; 2) средства, позволяющие перемещать (релоцировать) *программы* и данные в пределах главной памяти ЦВМ. Релоцируемость (переместимость) программ и данных необходима для того, чтобы при вызове очередной порции информации из промежуточной памяти её можно было переместить на свободное место в главной памяти. Релоцируемость достигается с помощью аппаратных средств, обеспечивающих превращение *адресов математических*, содержащихся в программе, в истинные (физические) *адреса* в момент выполнения команды; 3) *система прерывания ЦВМ*, реагирующая на сигналы, приходящие от внеш. устр-в и накопителей, и, в случае надобности, прерывающая задачу (с последующим возобновлением), решаемую в данный момент центр. процессором, для обеспечения оперативного обслуживания их; 4) средства, обес-

печивающие *памяти защиту*. Защита внеш. или промежуточной памяти обеспечивается управляющей программой (см. *Управление данными*); 5) автономные каналы обмена внеш. устр-вами и внеш. *накопителями*, обеспечивающие реальное совмещение работы центр. процессора с процессами ввода — вывода информации; 6) электронные часы (таймер) контролируют при помощи управляющей программы временное протекание вычислительного процесса, а также осуществляют его планирование. *А. И. Никитин.*

МНОГОТО́ЧЕЧНАЯ КРАЕВА́Я ЗАДА́ЧА — *краевая задача* для одномерного дифференциального или интегро-дифференциального уравнения, у которого установлены ограничения на решения более чем в двух точках.

МНОГОША́ГОВОГО ПРОЦЕ́ССА ПРОИЗВО́ДСТВА МОДЕ́ЛЬ — *модель математическая*, создаваемая для изучения межотраслевых аспектов развития экономики, а также для решения *задач об узких местах* в производстве. Эта модель относится к классу моделей *программирования динамического*.

Задача оптим. управления многошаговыми процессами произ-ва с дискретным временем ставится следующим образом. Пусть $x(t)$, $z(t)$, c, a $(t = 1, \ldots, N)$ — n-мерные векторы, A_1, A_2, B_1, B_2 — $(n \times m)$-*матрицы*. Нужно найти последовательность $x(t)$, $z(t)$, $t = 1, \ldots, N$, максимизирующую форму $(a, x(N))$ при ограничениях

$$\left.\begin{aligned} &x(t+1) = x(t) + A_1 x(t) + A_2 z(t); \\ &t = 0, \ldots, N-1; \quad x(0) = c; \\ &z(t) \geqslant 0; \quad t = 0, 1, \ldots, N-1; \\ &B_1 z(t) \leqslant B_2 x(t); \quad x(t) \geqslant 0. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Задачи вида (1) решают обычно методами *программирования линейного* с использованием схем декомпозиции, учитывающих блочную структуру ограничений.

Иногда модели, описывающие многошаговые процессы произ-ва, рассматривают в дифф. форме; тогда задачу оптим. управления записывают в виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = A_1 x(t) + A_2 z(t); \quad 0 \leqslant t \leqslant T; \\ &x(0) = c; \\ &z(t) \geqslant 0; \quad 0 \leqslant t \leqslant T; \\ &B_1 z(t) \leqslant B_2 x(t); \quad 0 \leqslant t \leqslant T. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Нужно выбрать такое управление $z(t)$, $0 \leqslant t \leqslant T$, чтобы получить максимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i(t); \quad (\{x_i(t)\} = x(t))$$

при выполнении условий (2). Для решения такого рода задач разработаны спец. методы, основанные на теории динамического выпуклого программирования, на использовании принципа максимума; изучены свойства оптим. управления также при $T \to \infty$ (т. н. «магистральные теоремы»). *Н. З. Шор.*

МНОГОША́ГОВОГО ПРОЦЕ́ССА РАСПРЕДЕЛЕ́НИЯ МОДЕ́ЛЬ — *модель математическая*, используемая для описания экономических процессов, таких, как планирование капиталовложений на длительный период развития и реконструкции отраслей и предприятий, и в других важных экономических приложениях.

Задача многошагового распределения ресурсов формулируется следующим образом. Пусть r видов ресурсов распределяется на N шагах процесса. Обозначим через $x_i(k-1)$ к-во ресурсов перед k-м шагом, $x_{ij}(k)$ — к-во ресурсов i-го вида, используемых для получения дополнительно некоторого к-ва j-го ресурса, $g_i(x_{1i}(k), \ldots, x_{ri}(k))$ — ф-цию, показывающую к-во ресурсов i-го вида, получаемых при использовании вектора ресурсов $\{x_{ji}(k)\}_{j=1}^{r}$ на k-м шаге. Т. о., имеются естественные ограничения:

$$x_i(k+1) = x_i(k) - \sum_{j=1}^{r} x_{ij}(k) + g_i(x_{1i}(k), \ldots$$
$$\ldots, x_{ri}(k)); \qquad i = 1, 2, \ldots, r;$$
$$x_j(0) = c_i; \quad x_{ij}(k) \geqslant (0); \quad i, j = 1, \ldots, r;$$
$$k = 1, \ldots, N;$$
$$\sum_{j=1}^{r} x_{ij}(k) = x_i(k); \quad i = 1, \ldots r;$$
$$k = 1, \ldots, N.$$

При этих ограничениях и заданном векторе начальных ресурсов $\{x_j(0)\}$ нужно максимизировать определенную *целевую функцию* конечных ресурсов $F(x_1(N), \ldots, x_r(N))$.

При $r \leqslant 3$ задачи многошагового распределения решаются методами *программирования динамического*. При $r > 3$ для решения таких задач более применимы общие методы нелинейного программирования (см. *Программирование математическое*). Если ф-ции g_i и F линейны, то в этом случае можно применять методы *программирования линейного*. *Н. З. Шор.*

МНОГОША́ГОВЫЕ ЗАДА́ЧИ — задачи, в которых множество искомых параметров, определяющих решение, разбивается на несколько групп так, что значения параметров, входящих в данную группу, определяются на определенном этапе (шаге) многошагового процесса решения. М. з. особенно часто возникают при управлении длительными процессами в условиях неопределенности или противодействия противника (многоэтапное *программирование стохастическое*, многошаговые игры), когда на промежуточных этапах принятия решений получают дополнительную информацию о состоянии управляемого процесса. М. з изучаются методами *программирования динамического*. *Н. З. Шор.*

МНОГОЭТАПНОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ — обслуживание системой массового обслуживания, при котором требование должно быть обслужено по очереди несколькими приборами. М. о. встречается в поточных линиях на производстве, в вычисл. процессах и др. В зависимости от макс. длины очереди l_k перед k-м прибором, различают следующие случаи систем массового обслуживания с М. о.: $l_k = 0$; $l_k < \infty$; $l_k = \infty$.

Аналитическое исследование *массового обслуживания системы* с М. о. вызывает значительные трудности. В некоторых случаях удается получить стационарные характеристики таких систем. В случае, когда $l_k = \infty$, для системы массового обслуживания, в которую поступает простейший поток и время обслуживания которой имеет показательное распределение, выходящий поток для каждого прибора также является простейшим. Это дает возможность сводить исследование системы массового обслуживания с М. о. к исследованию системы массового обслуживания с ожиданием.

В системах, в которых $0 \leqslant l_k < \infty$, природа выходящих потоков сложнее. Если входящий поток простейший, а длительность обслуживания имеет показательное распределение, то имеются аналитические ф-лы для стационарных характеристик систем с М. о.

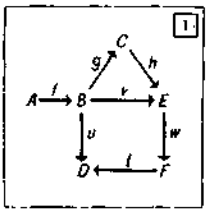
С. М. Броди.

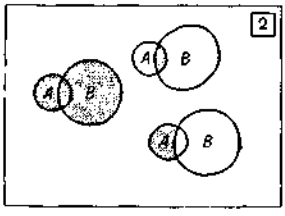
МНОЖЕСТВ ТЕОРИЯ — математическая теория, которая лежит в основе большинства разделов современной математики и оказывает глубокое влияние на формирование концепций в ряде областей науки и техники. Основы М. т. заложил 1878—84 гг. нем. математик Г. Кантор. Мн-во есть собрание (набор, совокупность) предметов, называемых элементами мн-ва; как осн. понятие теории, понятие мн-ва не подлежит логическому определению. Мн-во может быть задано указанием общего свойства его элементов (мн-во всех четных чисел; мн-во всех слов любого языка) или прямым перечислением элементов (мн-во всех деталей какой-нибудь машины). $x \in A$ означает, что x есть элемент мн-ва A, $y \notin B$,— что y не есть элемент мн-ва B. Если из $x \in A$ следует $x \in B$, то A наз. подмножеством, или частью B. $A \subset B$ означает, что A есть часть B; мн-во всех частей B обозначается через 2^B. В число подмножеств B входит само B; остальные подмножества наз. собственными. Кроме того, для удобства вводят еще пустое мн-во $\varnothing$ (мн-во, не содержащее никаких элементов) и считают его частью любого мн-ва. $\{x\}$ означает мн-во из единственного элемента x, $\{x, y, z\}$ — из трех элементов x, y, z и т. д. $\{x \mid P(x)\}$ — мн-во тех x, для которых верно высказывание $P(x)$; напр., $\{x \mid x \in R, 0 < x < 1\}$ есть интервал (0,1) действительной оси R. В 1902 англ. ученый Б. Рассел обнаружил, что приведенное выше понятие мн-ва требует уточнения, т. к. свободное обращение с ним приводит к противоречиям — парадоксам. Для устранения парадоксов были предложены различные аксиоматические системы М. т.— теория типов Б. Рассела, аксиоматические системы Цермело — Френкеля, Бернайса — Гёделя и др., в которых вводятся ограничения на допустимые теоретико-множественные конструкции и на само понятие мн-ва. Так, напр., в системе Бернайса — Гёделя интуитивному понятию мн-ва соответствует понятие класса, и только некоторые классы оказываются мн-вами в теории Бернайса — Гёделя. Исследования по аксиоматическим системам М. т. получили общее название аксиоматической теории мн-в.

Отображение (функция, оператор) есть закон соответствия, сопоставляющий каждому элементу мн-ва A некоторый (единственный) элемент множества B; $\varphi : A \to B$ означает, что задано отображение A в B, называемое φ. Элемент $y = \varphi(x)$, сопоставляемый x, наз. образом x, а x — прообразом y. Пусть $A \times B$ — мн-во упорядоченных пар (x, y) $(x \in A, y \in B)$, называемое прямым произведением $A \times B$; тогда задание отображения $\varphi : A \to B$ равносильно заданию подмножества $K_\varphi \subset A \times B$ всех пар (x, y), для которых $y = \varphi(x)$. K_φ наз. также графиком φ. Простейшие примеры представляют отображения R в себя, т. е. обычные ф-ции действительного аргумента; в этом случае $A = B = R$, $A \times B$ — плоскость, а график φ приобретает обычный смысл. Соответствие $\varphi(x) = x$ $(x \in A)$ задает тождественное отображение $e_A : A \to A$, графиком которого является диагональ $\Delta = \{(x, y) \mid x = y\} \subset A \times A$. Если $X \subset A$, $Y \subset B$, $\varphi : A \to B$ и Y есть мн-во образов всех $x \in X$, то Y наз. образом X при отображении φ (запись: $Y = \varphi(X)$). Если при этом $\varphi(x) \in Y$ для $x \in X$, то X наз. прообразом Y (запись: $X = \varphi^{-1}(Y)$). φ наз. инъективным отображением, если из $x' \neq x''$ следует, что $\varphi(x') \neq \varphi(x'')$; сюръективным, если $\varphi(A) = B$; биективным, если φ инъективно и сюръективно. В последнем случае существует обратное отображение $\varphi^{-1} : B \to A$, сопоставляющее каждому элементу $y \in B$ его прообраз, притом единственный. Пусть $\varphi : A \to B$, $\psi : B \to C$; тогда существует отображение $\psi \circ \varphi$ мн-ва A в C, заданное правилом: если $x \in A$, $y \in \varphi(x)$, $z \in \psi(y)$, то элементу $x \in A$ соответствует $z \in C$. $\psi \circ \varphi$ наз. композицией отображений ψ, φ. Если φ, ψ биективны, то $\psi \circ \varphi$ биективно, и $(\psi \circ \varphi)^{-1} = \varphi^{-1} \circ \psi^{-1}$. Если $\varphi : A \to B$ инъективно, то $\varphi^{-1} \circ \varphi = e_A$. И наоборот, если $\varphi : A \to B$, $\psi : B \to A$; $\psi \circ \varphi = e_A$, то φ инъективно. Если $\varphi \circ \psi = e_B$, то φ сюръективно; если $\psi \circ \varphi = e_A$, $\varphi \circ \psi = e_B$, то φ, ψ биективны и обратны друг другу. Последнее предложение служит стандартным приемом доказательства биективности: для заданного φ строят ψ, удовлетворяющее предыдущим соотношениям. Если A, B — части R, инъективность φ означает, что график φ пересекается каждой прямой $y = c$ не более чем в одной точке; сюръективность — что

проекция графика на ось y совпадает с B. Для удобного обозрения сложных систем отображений пользуются диаграммами, в которых символы мн-в соединены стрелками, изображающими отображения (рис. 1).

Каждому пути на диаграмме соответствует композиция отображений; если путям с общим началом и общим концом соответствует одно и то же отображение, диаграмма наз. коммутативной. Напр., коммутативность приведенной на рис. диаграммы означает, что $h \circ g = v$, $t \circ w \circ v = u$. Коммутативные диа-





граммы часто встречаются в математике и играют эвристическую роль во многих доказательствах.

Операции над множествами. Пусть A, B — мн-ва. Объединением $A \cup B$ этих мн-в наз. мн-во всех элементов, принадлежащих либо A, либо B (в широком смысле, т. е., возможно, и A, и B). Пересечением $A \cap B$ наз. мн-во всех элементов, принадлежащих как A, так и B. Разностью $A \setminus B$ наз. мн-во всех элементов A, не принадлежащих B (причем не обязательно должно быть $B \subset A$). Для наглядного представления этих операций используют «круги Эйлера» (рис. 2): на левом заштриховано $A \cup B$, на верхнем — $A \cap B$, на нижнем — $A \setminus B$.

Аналогично определяются объединение и пересечение любого конечного числа мн-в; напр., $A \cap B \cap C$ есть мн-во элементов, принадлежащих одновременно A, B, C. Операции над мн-вами играют важную роль в *вероятностей теории* и статистике, *алгоритмов теории* и теории автоматов, в логике, в общих вопросах *кибернетики*, а также во многих тех. вопросах (программирование, электр. сети и т. д.).

Семейства множеств. Пусть I — мн-во, элементы которого ι наз. индексами. Если каждому $\iota \in I$ поставлено в соответствие мн-во A_ι, то говорят, что задано семейство мн-в $\{A_\iota\}$ с индексами из I. Напр., если I — отрезок натурального ряда $\{1, 2, \ldots, n\}$, то $\{A_\iota\}$ — конечное упорядоченное семейство мн-в $A_1, A_2, \ldots, A_n$; если I — мн-во всех натуральных чисел $Z_+ = \{1, 2, \ldots, n\}$, то $\{A_\iota\}$ — последовательность множеств $A_1, A_2, \ldots, A_n$; если $I = R$, то $\{A_\iota\}$ — семейство мн-в, зависящее от действительного параметра ι. Объединением мн-в семейства $\{A_\iota\}$ наз. мн-во всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из A_ι; пересечением — мн-во всех элементов, принадлежащих каждому из A_ι (объединение обозначают $\bigcup_{\iota \in I} A_\iota$, пересечение — $\bigcap_{\iota \in I} A_\iota$). Произведением мн-в семейства $\{A_\iota\}$ наз. мн-во $\prod_{\iota \in I} A_\iota$ всех отображений мн-ва I в $\bigcap_{\iota \in I} A_\iota$, для которых образ каждого ι принадлежит мн-ву A_ι с тем же индексом; т. о., элемент мн-ва-произведения задается системой образов $\{a_\iota\}$, лежащих по одному в каждом мн-ве семейства. Если $I = Z_+$, A_n — мн-во точек (x, y) плоскости, для которых $x^2 + y^2 < n^2$, то объединение $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ есть вся плоскость, пересечение $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ — начало координат, а произведение $\prod_{n=1}^{\infty} A_n$ состоит из всех последовательностей точек плоскости $\{a_n\}$, для которых a_n отстоит от начала менее, чем на n. Если $I = \{1, 2, \ldots, n\}$, то произведение $\prod_{i=1}^{n} A_i$ состоит из всех упорядоченных последовательностей (кортежей) $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, где $a_i \in A_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$; если $I = Z_+$ — из всех последовательностей $(a_1, a_2, \ldots, a_n), \ldots)$, где $a_i \in A_i$ $(i = 1, 2, \ldots)$. (См. также *Алгебра множеств*).

Конечные и счетные множества. Мн-ва A, B наз. равномощными, если существует биективное отображение A на B (или B на A). Мн-во A, равномощное некоторому отрезку натурального ряда $\{1, 2, \ldots, n\}$ наз. конечным. Т. о., элементы конечного мн-ва можно занумеровать соответствующими им при биективном отображении числами 1, 2, ..., n; n наз. кардинальным числом конечного мн-ва. Мн-во A из n элементов имеет 2^n различных подмножеств, включая само мн-во A и пустое мн-во $\varnothing$; отсюда ясно обозначение 2^A для мн-ва всех частей A. Определение мощности конечных мн-в является предметом *комбинаторного анализа*. Характерным свойством любого бесконечного мн-ва является его равномощность некоторому собственному подмножеству. Это свойство может быть положено в основу определения бесконечного мн-ва (определение по Дедекинду).

Простейшим бесконечным мн-вом является мн-во натуральных чисел Z_+. Мн-во, равномощное Z_+, наз. счетным; его элементы могут быть занумерованы в последовательность $\{a_n\}$ соответствующими числами 1, 2, ... А если все элементы некоторой последовательности $\{a_n\}$ различны, то правило $\varphi(n) = a_n$ задает биективное отображение $\varphi : Z_+ = A$, где A — мн-во всех элементов последовательности; тем самым A счетно. Объединение конечного числа конечных мн-в есть конечное мн-во; его нумерацию можно получить, последовательно про-

нумеровав первое, второе, ..., последнее мн-ва семейства. Объединение счетного числа счетных мн-в счетно; нумерация элементов производится так, как указано на схеме, где k-я строка состоит из пронумерованных элементов k-го мн-ва, а стрелки проходят в порядке их номеров:

$$\begin{array}{l}
{}^{0}\swarrow \\
a_{11}\ \underset{1}{\swarrow}\ a_{12}\ \underset{2}{\swarrow}\ a_{13}\ \underset{4}{\swarrow}\ a_{14}\ \underset{7}{\swarrow} \\
a_{21}\ \underset{3}{\swarrow}\ a_{22}\ \underset{5}{\swarrow}\ a_{23}\ \underset{8}{\swarrow}\ a_{24}\ \swarrow \\
a_{31}\ \underset{6}{\swarrow}\ a_{32}\ \underset{9}{\swarrow}\ a_{33}\ \swarrow\ a_{34}\ \swarrow \\
a_{41}\ \underset{10}{\swarrow}\ a_{42}\ \swarrow\ a_{43}\ \swarrow\ a_{44}.
\end{array}$$

Аналогично доказывается, что объединение счетного числа мн-в, каждое из которых конечно или счетно, и объединение конечного числа счетных мн-в суть счетные мн-ва. Произведение m конечных мн-в, числа элементов которых равны $n_1, n_2, \ldots, n_m$, есть снова конечное мн-во из $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_m$ элементов. Произведение конечного числа счетных мн-в — счетно; нумерация кортежей $\{a_{1i_1}, \ldots, a_{ni_n}\}$, где каждое a_{ji_j} пробегает счетное мн-во A_j, производится по словарному принципу: $\{a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{n1}\}$, $\{a_{11}, a_{21}, \ldots, a_{n2}\}$, ..., $\{a_{12}, a_{21}, \ldots, a_{n1}\}$, $\{a_{12}, a_{21}, \ldots, a_{n2}\}$. Всякое не конечное и не счетное мн-во наз. несчетным. Простейшим примером несчетного мн-ва является мн-во действительных чисел R (континуум) (см. *Кардинальные числа*). Важнейшими несчетными мн-вами являются арифм. пространства R^m и их подмножества; R^m можно определить как мн-во кортежей $(x_1, \ldots, x_m)$ действительных чисел, т. е. произведение m экземпляров числовой оси R (введение метрики превращает R^m в m-мерное евклидово пространство).

Можно указать множества, мощность которых больше мощности континуума, но множества наибольшей мощности не существует (подобно тому, как не существует наибольшего натурального числа). Это является следствием того, что мощность множества всех подмножеств $P(A)$ некоторого множества A строго больше мощности A. Иначе говоря, какой бы мощности ни было данное множество, всегда можно образовать множество его подмножеств, которое будет иметь бо́льшую мощность. Так $P(N)$, где N — счетное множество натуральных чисел, несчетно; его мощность равна мощности континуума.

Шкалы множеств. Пусть дано конечное семейство мн-в $\{A_1, \ldots, A_n\}$. К ним можно применить операции произведения и взятия частей, что приводит ко мн-вам $A_1 \times A_1$, $A_1 \times A_2$, ..., 2^{A_1}, ..., 2^{A_n}. Присоединим их к исходному семейству и применим к полученному семейству те же операции, и т. д. Все мн-ва, которые могут быть получены таким способом в конечное число шагов, составляют шкалу мн-в с базой $A_1, \ldots, A_n$. Напр., к шкале принадлежат мн-ва $A_1 \times A_2 \times A_3$, $2^{A_1 \times A_2}$, $2^{A_1} \times 2^{A_2}$.

Структуры. Если во мн-ве $\mathfrak{N}$ некоторой шкалы мн-в задано подмножество Γ, то каждый элемент $X \in \Gamma$ определяет на базе этой шкалы *структуру* рода Γ. Понятие структуры имеет основное значение для современного построения математики. Объясним на примерах, каким образом специализация этого понятия приводит ко всевозможным матем. понятиям (это дает возможность описывать процесс формирования понятий общей схемой М. т. (по Н. Бурбаки)). Пусть база состоит из одного мн-ва A. Рассмотрим в $A \times A$ подмн-во X, элементы которого (x, y) обладают следующими свойствами («аксиомы структуры»): $(x, x) \overline{\in} X$; если $(x, y) \in X$, $(y, z) \in X$, то $(x, z) \in X$. Все мн-ва X такого рода составляют подмножество $\Gamma \subset 2^{A \times A}$. Структура рода Γ есть произвольное фиксированное мн-во X, т. е. произвольный фиксированный элемент Γ; такая структура наз. структурой порядка. Вместо $(x, y) \in X$ пользуются специфическим обозначением $x < y$. Рассмотрим для той же базы мн-во шкалы $A \times A \times A$ и в нем произвольное подмн-во X, элементы которого удовлетворяют аксиоме: для любых $x, y \in A$ существует одно и только одно z, такое, что $(x, y, z) \in X$. Тогда $\Gamma \in 2^{A \times A \times A}$ состоит из всех описанных мн-в X, и фиксированный элемент Γ есть бинарная операция на A (запись: $z = x \top y$). Дальнейшие аксиомы, налагаемые на X, приводят, напр., к структуре группы; при этом Γ суживается. Пусть база состоит из двух мн-в A, B. Выделим во мн-ве $B \times A \times A$ подмножество X, элементы которого удовлетворяют аксиоме: для любых $\lambda \in B$, $x \in A$ существует одно и только одно такое $y \in A$, что $(\lambda, x, y) \in X$. Все такие X составляют мн-во $\Gamma \subset 2^{B \times A \times A}$; элемент $X \in \Gamma$ есть операция мн-ва B на мн-ве A (запись: $y = \lambda \cdot x$). Наложение дальнейших аксиом приводит к структуре линейного пространства на A, B или, как говорят, на A «над B». Рассмотрим еще для базы A мн-во $X \in 2^A$ (т. е. некоторое мн-во частей A), удовлетворяющее аксиомам: $\varnothing \in X$; $A \in X$; если $G_\iota \in X$ $(\iota \in I)$, то $\bigcup\limits_{\iota \in I} G_\iota \in X$; если $G_\iota \in X$ $(\iota \in I)$ и I конечно, то $\bigcap\limits_{\iota \in I} G_\iota \in X$. Все такие X составляют подмножество $\Gamma \subset 2^{2^A}$, фиксированный элемент Γ есть топологическая структура на A (см. *Топология*).

Морфизмы суть отображения мн-в, сохраняющие заданную на них структуру. Напр., если на A и на B заданы бинарные операции, то морфизм $\varphi: A \to B$ есть такое отображение, для которого $\varphi(x \top y) = \varphi(x) \top \varphi(y)$; если на A и на B заданы топологические структуры с помощью систем подмножеств X_A, соответственно X_B, то морфизм $\varphi: A \to B$

есть такое отображение, что из $G \in X_B$ следует $\varphi^{-1}(G) \in X_A$. С помощью понятий структуры и морфизма можно описать в общем виде матем. теорию с содержательной стороны (не смешивать с формальным описанием в виде *логико-математических исчислений*). В основе такой теории лежит категория. С помощью функторов устанавливаются связи между матем. теориями и объединяют эти теории в общую конструкцию современной математики (см. *Алгебраическая топология*).

Лит.: Александров П. С. Введение в теорию множеств и теорию функций, ч. 1. М.— Л., 1948; Хаусдорф Ф. Теория множеств. Пер. с нем. М.— Л., 1937 [библиогр. с. 291—295]; Fraenkel A. A., Bar-Hillel J. Foundations of set theory. Amsterdam, 1958; Бурбаки Н. Начала математики, ч. 1. Основные структуры анализа, кн. 1. Теория множеств. Пер. с франц. М., 1965; Келли Дж. Л. Общая топология. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 361—376]; Столл Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. Пер. с англ. М., 1968.

А. В. Гладкий.

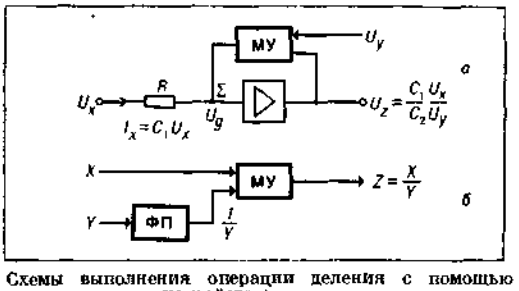
МНОЖИТЕЛЬНО-ДЕЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА — аналоговые решающие устройства, предназначенные для автоматического выполнения элементарных операций умножения и деления над определенными, непрерывно изменяющимися физическими величинами *(машинными переменными)*, т. е. для воспроизведения функций вида

$$Z = AXY; \quad Z = A\frac{X}{Y}; \quad Z = A\frac{X_1X_2}{Y};$$

$$Z = \prod_{i=1}^{i=n} (A_iX_i)^{\pm 1} = A\prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\pm 1},$$

где X, Y, Z — машинные переменные, которые моделируют соответствующие математические переменные x, y, z исходной задачи $\left(z = axy, \quad z = a\frac{x}{y} \text{ и т. п.}\right)$; A — постоянный коэфф. машинного ур-ния; a — положительная или отрицательная постоянная величина в исходном ур-нии. Связь между моделируемыми матем. переменными и маш. задается соответствующими масштабными ур-ниями

$$x = M_xX; \quad y = M_yY; \quad z = M_zZ.$$



Схемы выполнения операции деления с помощью множительного устройства:
а — схема включения множительного устройства в цепь обратной связи; *б* — схема использования функционального преобразователя для выполнения операции деления.

При выполнении элементарных операций умножения и деления масштаб зависимой переменной M_z и масштабы независимых переменных M_x и M_y должны быть соответственно связаны масштабными ур-ниями

$$M_z = \frac{a}{A}M_xM_y, \quad M_z = \frac{a}{A}\frac{M_x}{M_y}.$$

Для воспроизведения зависимостей вида $Z = A\prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\pm 1}$ используются обычно каскадные схемы соединения устройств, выполняющих элементарные операции. Не все множительные устройства предназначены для выполнения операции умножения с учетом знаков сомножителей, поэтому различают множительные устройства четырехквадрантные, двухквадрантные и одноквадрантные. Четырехквадрантные устройства оперируют как с положительными, так и с отрицательными значениями входных маш. переменных и обеспечивают воспроизведение выходной величины с учетом знаков сомножителей. В двухквадрантных устройствах допускается изменение знака входной величины (одного из сомножителей) только для одного входа. При этом знак произведения не зависит от знака 2-го сомножителя, подаваемого на 2-й вход устройства. Одноквадрантные устройства оперируют с сомножителями только одного знака. Используя различные схемные приемы принципиально возможно решить задачу учета знаков сомножителей при выполнении операции умножения с использованием одно- или двухквадрантных устройств.

Специализированные устройства для выполнения операции деления встречаются редко. Обычно операцию деления реализуют, используя искусственную или естественную обратимость множительных устройств. Чаще всего для этих целей применяют метод неявных ф-ций при решении ур-ния вида $AZY + X = 0$, когда множительное устройство (МУ) включается в цепь обратной связи (контур деления) *усилителя операционного* постоянного тока (рис., *а*). В суммирующей точке Σ усилителя образуется сумма токов $I_x + I_y + I_0 = 0$. Учитывая, что $U_g = -\frac{U_z}{K_y}$, а коэфф. усиления усилителя K_y достаточно большой (стремится к бесконечности), можно записать, что $I_x = -I_z$, тогда $U_z = -\frac{C_1}{C_2}\frac{U_x}{U_y}$.

Деление может быть выполнено и путем использования МУ в сочетании с *преобразователем функциональным* (ПФ), который воспроизводит на выходе величину, обратную входной (рис., *б*). Операции возведения в степень и извлечения корня той или иной степени могут осуществляться путем многократной реализации соответственно элементарных операций умножения и деления.

М.-д. у. можно классифицировать по различным признакам. По принципу действия различают мех., электромех. и электр. (электронные) устройства. Можно классифицировать их исходя из общей возможной точности выполнения операций с учетом полосы пропускания (частотного диапазона). В СССР общепринятым является деление М.-д. у. на устройства прямого действия, непрямого действия и комбинированные. В устройствах прямого действия операция умножения (деления) независимых переменных осуществляется непосредственно за счет использования физ. законов, которые устанавливают функциональную связь между двумя или несколькими величинами. В устройствах непрямого действия операция умножения (деления) осуществляется путем перехода к другим вспомогательным матем. операциям, совокупность которых обеспечивает в конечном результате выполнение операций умножения (деления). В этом случае операция умножения может быть выполнена, напр., путем реализации правой части уравнения

$$xy = \frac{1}{4}\left[(x+y)^2 - (x-y)^2\right] \qquad (1)$$

при использовании суммирующих устройств и функциональных элементов с квадратичными характеристиками. К комбинированным устройствам можно отнести аналого-цифровые М.-д. у., в которых используют промежуточные преобразования входной аналоговой величины в цифровую, и М.-д. у., в которых реализация зависимости (1) обеспечивается не применением спец. квадратичных функциональных преобразователей, а, напр., устройствами с использованием напряжений треугольной формы и др.

В АВМ широко применяют такие электронные множительные устройства: 1) устройства непрямого действия с квадраторами, в которых для реализации соотношения (1) используют диодные или тиритовые квадраторы; 2) устройства прямого действия с импульсными делителями напряжения, в которых используют сочетание амплитудно-импульсной или широтно-импульсной модуляции последовательности импульсов напряжения прямоугольной формы (время-импульсные М.-д. у.); 3) комбинированные устройства с использованием напряжений треугольной формы и устройства с параллельными каналами (груботочные и с разделением каналов по частотным признакам). *К. Г. Самофалов.*

МОДЕЛЕЙ ТЕОРИЯ — раздел математики, пограничный между *логикой математической* и алгеброй. Всякая теория T класса объектов K связана с называемым сигнатурой набором Ω понятий, отношений и операций, которые являются осн. в теории, а сама эта теория T является мн-вом высказываний языка L сигнатуры Ω, истинных на каждом объекте из K. Это мн-во высказываний зависит от логики $Л$ и от языка L, которые используются при изучении класса K. Таким образом, матем. модель научной теории есть последовательность $\langle K, \Omega, L, Л, T\rangle$, где K — класс изучаемых объектов, Ω — выбранная сигнатура, L — выбранный язык, $Л$ — используемая логика, T — совокупность высказываний языка L сигнатуры Ω, истинных в логике $Л$ на всех объектах из K. Как правило, в качестве K выбирается класс алгебр. систем сигнатуры Ω, в качестве $Л$ — классическая двухзначная логика. Меняя язык L, получаем различные теории класса K. М. т. изучает последовательности $\langle K, \Omega, L, Л, T\rangle$. Наиболее изученным является случай, когда L есть язык первой ступени — язык $L_{\omega\omega}$ (см. *Исчисление предикатов узкое*), хотя интересные результаты получены и в других случаях (когда в качестве L выбирается т. н. язык $L_{\alpha\beta}$).

Элементарной теорией Th (K) класса K алгебр. систем сигнатуры Ω наз. совокупность всех высказываний языка $L_{\omega\omega}$, истинных на всех системах из K. Алгебр. система A сигнатуры Ω наз. моделью совокупности ф-л T языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω, если все высказывания из T истинны в A. Пишут: $A \models T$, если A есть модель T. Через Mod(T) обозначают класс всех моделей для T. Класс K алгебр. систем сигнатуры Ω наз. аксиоматизируемым, если K = Mod (T) для некоторой совокупности T высказываний языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω.

T наз. полной теорией, если T есть Th (K), а K состоит из одной системы A. T наз. совместной, если класс Mod(T) непуст. Алгебр. системы A и B сигнатуры Ω наз. элементарно эквивалентными, если Th ($\{A\}$) = Th ($\{B\}$).

Начало М. т. относится к 30-м годам 20 ст., когда были доказаны две осн. теоремы.

Теорема 1 (Гёделя — Мальцева). Если каждая конечная подсовокупность совокупности T высказываний языка $L_{\omega\omega}$ совместна, то совместна и вся совокупность T.

Теорема 2 (Лёвенгейма—Сколема—Мальцева). Если совокупность высказываний языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω имеет бесконечную модель, то она имеет модель любой бесконечной мощности, не меньшей мощности сигнатуры Ω.

Теорема 1, называемая часто теоремой компактности, получила широкое применение в алгебре. На основе этой теоремы сов. математик А. И. Мальцев (1909—67) создал метод доказательства т. н. локальных теорем алгебры. Совокупность A_i ($i \in I$) подсистем системы A наз. локальным покрытием A, если любой элемент из A содержится в некоторой A_i и любые две подсистемы A_i и A_j содержатся в некоторой третьей подсистеме A_k. Алгебр. система локально обладает свойством Ф, если она имеет локальное покрытие подсистемами, каждая из которых обладает свойством Ф. Говорят, что для Ф справедлива локальная теорема, если из того, что некоторая алгебр. система локально обладает свойством Ф, следует, что эта система обладает свойством Ф. Например, для свойства группы быть абелевой справедлива локальная теорема, а для

свойства быть конечной локальная теорема не справедлива. Предметно-универсальной наз. предваренная ф-ла языка второй ступени, не содержащая кванторов существования, относящихся к предметным переменным. Квазиуниверсальной наз. замкнутая ф-ла языка второй ступени, полученная из булевой комбинации предметно-универсальных ф-л навешиванием кванторов всеобщности по предикатным переменным. Если квазиуниверсальная ф-ла Φ истинна на подсистемах, локально покрывающих алгебр. систему, то Φ истинна и на этой системе. Например, классы простых и доупорядочиваемых групп задаются квазиуниверсальными ф-лами и, значит, для этих классов справедлива локальная теорема.

Многие исследования по М. т. связаны с изучением свойств, сохраняющихся при операциях над алгебр. системами. К числу важнейших операций относятся гомоморфизмы, прямые и фильтрованные произведения и другие. Говорят, что высказывание Φ устойчиво относительно гомоморфизмов, если из истинности Φ в алгебр. системе A следует истинность Φ во всех эпиморфных образах A. Ф-ла Φ языка $L_{\omega\omega}$ наз. положительной, если Φ не содержит знаков отрицания, импликации и эквивалентности. Высказывание Φ языка $L_{\omega\omega}$ устойчиво относительно гомоморфизмов тогда и только тогда, когда Φ эквивалентно положительному высказыванию. Пусть A_i $(i \in I)$ — алгебр. системы сигнатуры Ω, а D — фильтр на I, т. е. такая совокупность подмножеств мн-ва I, которая замкнута относительно надмножеств и конечных пересечений и не содержит пустого мн-ва. На декартовом произведении $M = \Pi\,|A_i|$ $(i \in I)$ основных мн-в систем A_i $(i \in I)$ рассмотрим отношение эквивалентности $\sim_D$, полагая $a \sim_D b \Leftrightarrow \{i | a(i) = b(i)\} \in D$ для любых a, b из M. Через aD для $a \in M$ обозначим класс эквивалентности, содержащий a. Мн-во $|A|$ всех полученных классов эквивалентности обозначается через $\Pi\,|A_i|/D$ $(i \in I)$. На м-ве $|A|$ определим *предикаты* и операции, интерпретирующие соответствующие символы из Ω. Полагаем $R(a_1D, \ldots, a_nD) \Leftrightarrow \{i | R^{A_i}(a_1(i), \ldots, a_n(i))\} \in D$ для n-местного предикатного символа R из Ω и любых $a_1, \ldots, a_n \in M$. Для n-местного символа операции f из Ω и любых $a, a_1, \ldots, a_n \in M$ полагаем

$$f(a_1D, \ldots, a_nD) = aD \Leftrightarrow \{i \mid f^{A_i}(a_1(i), \ldots, a_n(i)) = a(i)\} \in D.$$

Мн-во $|A|$ вместе с так определенными предикатами и операциями образует алгебр. систему A сигнатуры Ω, которая наз. фильтрованным произведением систем A_i $(i \in I)$ по фильтру D и обозначается через $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$. Если A_i совпадает с одной и той же системой B для всех $i \in I$, то $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$ наз. фильтрованной степенью системы B по фильтру D и обозначается через B^I/D. В случае, когда фильтр D на I является ультрафильтром, т. е. не является собственной частью никакого фильтра на I, фильтрованное произведение по фильтру D наз. ультрапроизведением, а фильтрованная степень — ультрастепенью. Ф-ла $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω наз. фильтрующейся (условно фильтрующейся) по фильтру D, если для каждого набора алгебр. систем A_i $(i \in I)$ сигнатуры Ω и каждых $a_1, \ldots, a_n \in \Pi\,|A_i|$ $(i \in I)$ имеем $\{i \mid A_i \models \Phi(a_1(i), \ldots, a_n(i))\} \in D \Rightarrow \Pi A_i/D$ $(i \in I) \models \Phi(a_1D, \ldots, a_nD)$ (соответственно, $\{i \mid A_i \models \Phi(a_1(i), \ldots, a_n(i))\} \in D \Rightarrow \Pi A_i/D$ $(i \in I) \models \Phi(a_1D, \ldots, a_nD)$). Ф-ла $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω наз. хорновской, если ее можно получить конъюнкциями и навешиванием кванторов из ф-л вида $(\Phi_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \Phi_s) \to \Phi$, $\neg(\Phi_1 \,\&\, \ldots \,\&\, \Phi_s)$, где $\Phi_1, \ldots, \Phi_s, \Phi$ — атомные (элементарные) ф-лы языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω. Примерами хорновских ф-л являются тождества и квазитождества. Центральной в теории ультрапроизведений является теорема Лося: всякая формула языка $L_{\omega\omega}$ фильтруется по любому ультрафильтру. Ф-ла языка $L_{\omega\omega}$ условно фильтруется по любому фильтру тогда и только тогда, когда эта ф-ла эквивалентна хорновской ф-ле. Интересна также теорема Кислера—Шелаха: алгебраические системы A и B тогда и только тогда элементарно эквивалентны, когда существует такой ультрафильтр D на множестве I, что A^I/D и B^I/D изоморфны. Из теоремы Лося следует, что аксиоматизируемые классы являются замкнутыми относительно операции взятия ультрапроизведения (ультразамкнутыми). Всякий ультразамкнутый и замкнутый относительно элементарной эквивалентности класс алгебр. систем одной сигнатуры является аксиоматизируемым. Известны различные критерии аксиоматизируемости и в других терминах. Если для каждого натурального n мн-во тех индексов, для которых соответствующий сомножитель имеет мощность n, не принадлежит D, то мощность ультрапроизведения по неглавному ультрафильтру D на счетном мн-ве равна континууму. Значит, если аксиоматизируемый класс содержит конечные системы с как угодно большим числом элементов, то он содержит и бесконечные системы. Например, класс конечных групп не является аксиоматизируемым.

Пусть (A, P) обозначает обогащение алгебр. системы A при помощи предиката P, а $\langle\Omega, P\rangle$ обозначает сигнатуру, получаемую из Ω присоединением предикатного символа P. Во многих случаях важно понять, когда в каждой системе из класса K алгебр. систем сигнатуры $\langle\Omega, P\rangle$ предикат P задается формулой языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры Ω. Частичный ответ на этот вопрос дает теорема Бэта: тогда и только тогда существует такая формула $\Phi(x)$ языка $L_{\omega\omega}$

сигнатуры Ω, что формула $(\forall x)(P(x) \leftrightarrow \Phi(x))$ истинна на всех системах аксиоматизируемого класса K сигнатуры $\langle \Omega, P \rangle$, когда множество $\{(A, P) \mid (A, P) \in K\}$ содержит не более одного элемента для каждой алгебр. системы A сигнатуры Ω. Известны и более тонкие теоремы такого рода. Важным понятием М. т. является понятие насыщенной системы. Через $\langle \Omega, X \rangle$ обозначим сигнатуру, получаемую из Ω добавлением символов c_a выделенных элементов для всех $a \in X$, а через (A, X) для $X \subseteq |A|$ обозначим алгебр. систему сигнатуры $\langle \Omega, X \rangle$, которая является обогащением алгебр. системы A сигнатуры Ω и в которой символ c_a интерпретируется элементом a для каждого $a \in X$. Система A сигнатуры Ω называется α-насыщенной, если для каждого $X \subseteq |A|$, мощность которого меньше α, и каждой совокупности Σ формул языка $L_{\omega\omega}$ сигнатуры $\langle \Omega, X \rangle$, не содержащих свободных переменных, отличных от x_0, из конечной выполнимости Σ в (A, X) следует выполнимость Σ в (A, X). Система A называется насыщенной, если мощность A равна α и A является α-насыщенной. Две элементарно эквивалентные насыщенные системы одной мощности изоморфны. Большое число примеров α-насыщенных систем доставляют ультрапроизведения. Например, если D — неглавный ультрафильтр на счетном множестве I (неглавным наз. ультрафильтр, пересечение всех элементов которого — пусто), то $\Pi A_i/D$ $(i \in I)$ является $\aleph_1$-насыщенной системой для любых алгебр. систем A_i $(i \in I)$ счетной сигнатуры Ω.

М. т. развивается. Наиболее крупными ее разделами являются: теория разрешимых и неразрешимых теорий, теория нумерованных моделей, изучение категоричных теорий, изучение свойств полных теорий, особенно свойств, близких к категоричности, нестандартный анализ, теория языков $L_{\alpha\beta}$, изучение моделей теории множеств, теория эквациональной компактности, теория непрерывных и булевозначных моделей и другие.

Лит.: Мальцев А. И. Алгебраические системы. М., 1970 [библиогр. с. 384—387]; Тайцлин М. А. Теория моделей. Новосибирск, 1970; Робинсон А. Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры. Пер. с англ. М., 1967 [библиогр. с. 356—372].

А. Д. Тайманов, А. М. Тайцлин.

МОДЕ́ЛИ ОБЪЕ́КТОВ РАСПОЗНАВА́НИЯ — описания множеств значений, которые принимают признаки объекта *распознавания образов* при различных условиях, влияющих на принимаемые в процессе распознавания решения. М. о. р. являются конкретным выражением гипотез о том, как совокупность признаков объекта, называемая сигналом, зависит от тех существенных характеристик объекта, относительно которых принимаются решения. Эта зависимость не является функциональной, т. к. какому-либо одному значению существенных характеристик объекта соответствует обычно множество значений сигнала. М. о. р. описывает эти множества. В частности, если целью распознавания является классификация объектов, то М. о. р. определяют множества значений сигнала для отдельных классов.

М. о. р. можно задавать в различной форме. Модель может представлять собой количественное воплощение определенной гипотезы об отношениях сигналов одного класса. Напр., если полагают, что всякий сигнал, равный взвешенному среднему двух сигналов одного класса, всегда принадлежит тому же классу, то моделью совокупности сигналов одного класса служит некоторое *выпуклое множество*. Модель может также описывать процесс, порождающий сигналы каждого из распознаваемых классов. Напр., в случае телеграфных сигналов можно принять определенную гипотезу о правилах чередования длительностей посылок и пауз, а также о распределении вероятностей помех. В соответствии с этой гипотезой можно строить некоторый описываемый матем. средствами процесс, генерирующий ф-ции времени, которые сходны с наблюдаемым в действительности телеграфным сигналом, искаженным помехами.

М. о. р. является непременной составной частью всякой постановки задачи распознавания, если эта постановка предъявляет какие-либо требования к результатам распознавания всех возможных в рассматриваемом случае сигналов. Таким требованием является, напр., требование миним. вероятности ошибки или миним. *риска распознавания*. Если модель сигналов не задана, т. е. не сделаны какие-либо предположения о мн-вах распознаваемых сигналов, то нельзя ничего сказать о том, как будет работать то или иное правило распознавания на всех рассматриваемых сигналах. Существуют и такие постановки задач распознавания, при которых М. о. р. не задается. Заданной при этом считается только т. н. *обучающая выборка*. Требуется с помощью *решающего правила* из заданного класса правил (напр., с помощью линейного решающего правила) правильно классифицировать возможно бо́льшее число сигналов из этой выборки. Такая постановка задачи вполне правомерна, но решение подобной задачи не позволяет утверждать что-либо о правильности классификации сигналов, не вошедших в обучающую выборку, если не имеется в виду какая-либо М. о. р.

Наиболее распространенной является простая вероятностная модель, характеризующая мн-во сигналов каждого класса с помощью соответствующих условных распределений вероятностей. Напр., если предположить, что сигналы одного класса возникают в результате искажения единственного фиксированного сигнала гауссовым шумом с нулевым математическим ожиданием, то в этом случае каждому классу будет соответствовать многомерное *нормальное распределение* с математическим ожиданием, равным указанному фиксированному сигналу, называемому *эталоном* класса.

В более сложных случаях каждый класс характеризуется мн-вом эталонов. Это мн-во задают, описывая зависимость эталона от т. н.

мешающих параметров. Каждый из наблюдаемых сигналов представляет собой искаженный помехами эталон, соответствующий каким-либо определенным значениям мешающих параметров. Относительно *распределения вероятностей* помех делаются некоторые предположения. Так, напр., строится т. н. параметрическая модель сигналов. Мн-во сигналов можно задать также с помощью описания процедуры составления по заданным правилам сложного сигнала из заданных элементарных частей. На таких моделях основывается т. н. лингвистический подход к распознаванию. Тогда эти правила подобны правилам *грамматики формальной*, рассматриваемой в *лингвистике математической*. Рассматриваются также модели, объединяющие характерные черты параметрических и лингвистических моделей. М. о. р. позволяют формулировать и решать сложные задачи распознавания изображений, звуков речи и т. п.

В. А. Ковалевский.

МОДЕ́ЛИ ПРОИЗВО́ДСТВА — математическое описание взаимосвязей процесса производства, на основании которого можно изучать закономерности производственных процессов и давать прогноз на будущее. Построение М. п. и изучение явлений на их основе является осн. средством решения задач управления на предприятии. В общем виде М. п. можно представить таким образом. Пусть возможности производства характеризуются конечным множеством базисных технологических способов $k = 1, 2, \ldots, l$, каждому из которых соответствует интенсивность его использования x_k. Предположим, что для производства n продуктов используется s ресурсов (труд, производственные фонды или мощности, природные ресурсы), причем ресурсы могут быть представлены в любой степени дифференциации качества. Обозначим продукты через $i = 1, 2, \ldots, n$, а ресурсы — через $j = 1, 2, \ldots, s$. Интенсивность рассматриваемой эконом. системы в целом можно представить l-мерным вектором $X = (x_1, x_2, \ldots, x_l)$, компоненты которого неотрицательны и характеризуют интенсивность использования соответствующих базисных способов. Для характеристики системы с технологической стороны следует указать также векторные ф-ции

$$V(X) = (V_1(X), \ldots, V_n(X)) \text{ и } r(X) = (r_1(X), \ldots, r_s(X)),$$

где $V(X)$ — вектор объемов производства продукции при поддерживании системы на уровне интенсивности X. $r(X)$ — вектор затрат ресурсов, необходимых для функционирования системы с интенсивностью X. Тогда, с точки зрения производства, рассматриваемая эконом. система (нар. х-во, отрасль, предприятие и т. д.) полностью характеризуется векторами X, $V(X)$, $r(X)$ и R — вектором наличных ресурсов. Пусть критерий эффективности системы выражается соотношением

$$(C, V(X)) = \sum_{i=1}^{n} C_i V_i(X), \qquad (1)$$

тогда задача производства состоит в отыскании уровня интенсивностей $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, доставляющего экстремум функционалу (1) при условиях $X \geqslant 0$, $r(X) \leqslant R$. Сформулированная в таком виде М. п. является задачей *программирования нелинейного*, которая одновременно включает аспект оптим. нормирования, т. к. затраты и выпуск являются ф-циями интенсивности. При описании динамических макромоделей производства можно не проводить различия между производственными ресурсами и продуктами. Практически наибольшее распространение получил линейный случай:

$$r(X) = AX', \quad V(X) = BX'.$$

где A — матрица затрат, строки ее соответствуют продуктам, а столбцы — технологическим процессам; B — матрица выпуска (или производственная матрица); $'$ — знак транспонирования.

Любая М. п. характеризуется ограничениями, т. е. условиями, при которых модель оказывается правильной. Ограничения модели определяются степенью детализации, принятой в исследуемом процессе. То, насколько модель должна быть близка к изучаемому процессу и какие факторы должны найти отражение в модели, зависит от исследуемой проблемы. В зависимости от степени агрегации номенклатуры продукции и производственных ресурсов М. п. делят на макромодели произ-ва, напр., производственные функции Кобба — Дугласа; модель фон Неймана; М. п. средней агрегации; микромодели произ-ва (см. *Микромодель экономическая*). Среди М. п. можно выделить класс моделей, укладывающихся в точные матем. схемы (напр., схемы линейного, нелинейного, динамического программирования), и класс имитационных моделей, описываемых различными матем.-логич. схемами. Наиболее распространенными имитационными М. п. являются модели *календарного планирования*.

В. В. Демьяненко, В. А. Конопляцкий, Т. П. Подчасова.

МОДЕ́ЛИ РАВНОВЕ́СИЯ — один из типов *моделей экономики*. Главным объектом моделирования является взаимодействие противоборствующих эконом. сил или факторов. Чаще всего речь идет о взаимодействии спроса и предложения на товары. График простейшей М. р. приведен на рис. По оси абсцисс откладывается величина цены на некоторый товар (p), а по оси ординат — физ. объем этого товара (v). Кривая 1 (кривая спроса) показывает спрос на товар в зависимости от изменения цены, а кривая 2 (кривая предложения) — объем производства товара при различных ценах. Точка пересечения этих кривых с координатами ($\bar{p}$, $\bar{v}$) дает равновесную цену $\bar{p}$ и объем $\bar{v}$ производства товара. В приведенной схеме заложено предположение о рыночном механизме изменения спроса и предложения на некоторый продукт в условиях простого товарного производства. М. р. для рыночного хозяйства, учитывающую всю совокупность товаров и производителей, сформулировал

австр. экономист начала 20 в. Л. Вальрас. В дальнейшем подобного рода модели развивались в основном западными экономистами и математиками.

Общая М. р. имеет дело с l видами «продукции» ($k = 1, \ldots, l$), причем «продуктами» могут быть и услуги, трудовые и природные ресурсы, производственные мощности. Экономика в модели представляется состоящей из $m + n$ частей, действующих в известной мере независимо. Первые m частей ($i = 1, \ldots, m$) — это производители (предприятия, фирмы и

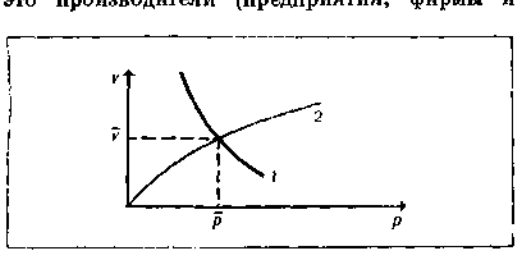


График модели равновесия.

и т. д., определяемые в зависимости от степени агрегации модели), n частей ($j = 1, \ldots, n$) — это потребители конечной продукции (категории населения). Каждый производитель i описывается множеством производственных возможностей X_i, состоящим из l-мерных векторов $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, \ldots, x_l^{(i)})$, задающих имеющиеся производственные способы. Отрицательные компоненты вектора $x^{(i)}$ показывают затраты, положительные — выпуск соответствующих видов «продукции». Каждый потребитель j описывается ф-цией предпочтения или полезности u_j, аргументами которой являются неотрицательные l-мерные векторы — наборы «продуктов» для потребления, а значения ф-ции — числа, измеряющие «полезность» от потребления соответствующих наборов продуктов. Связь между потребителями и производителями задается матрицей $\Theta = \|\Theta_{ij}\|$ распределения прибылей. Элемент Θ_{ij} показывает долю прибыли i-го производителя, которую получает j-ый потребитель, $\Theta_{ij} \geqslant 0$, $\sum_i \Theta_{ij} = 1$.

Состояния М. р. — это такой набор производственных планов производителей ($\bar{x}^{(1)} \in X_1, \ldots, \bar{x}^{(n)} \in X_n$), векторов потребления потребителей ($\bar{y}^{(1)}, \ldots, \bar{y}^{(n)}$) и такой вектор цен $\bar{p} = (\bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_l)$ на все «продукты», которые удовлетворяют условиям: 1) $\sum_i \bar{x}^{(i)} = \sum_j \bar{y}^{(j)}$ (спрос на все товары $\sum_j \bar{y}^{(j)}$ равен предложению $\sum_i \bar{x}^{(i)}$); 2) $\bar{x}^{(i)}\bar{p} = \max_{x^{(i)} \in X_i} x^{(i)}\bar{p}$ ($i = 1, \ldots, m$) (каждый производитель i получает в состоянии равновесия макс. прибыль $x^{(i)}\bar{p}$ при равновесных ценах $\bar{p}$); 3) $u_j(\bar{y}^{(j)}) = \max_{y^{(j)}\bar{p} \leqslant \sum_i \theta_{ij} \bar{x}^{(i)}\bar{p}} u_j(y^{(j)})$ ($j = 1, \ldots, n$) (каждый потребитель j получает максимум полезности при соответствующем бюджетном ограничении). Теоремы существования состояния равновесия доказаны при ряде дополнительных ограничений на множества X_i и ф-ции u_j. Кроме описанной М. р., существуют и другие, отличающиеся формой задания зависимости величин производства и потребления от цен. Во всех этих моделях закладывается принцип простого товарного хозяйства или принцип совершенной конкуренции, в соответствии с которым влияние каждого производителя на цены мало. Попытки учесть в М. р. монопольные и др. эффекты наталкиваются на трудности, имеющие общий характер с допущением коалиций *в игр теории*.

Лит.: Карлин С. Математические методы в теории игр, программирования и экономике. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 798—819].

В. Л. Макаров.

МОДЕ́ЛИ РО́СТА — один из типов *моделей экономики*. М. р. строятся с целью выяснения максимально возможных темпов роста эконом. системы при тех или иных условиях, в частности, при сколь угодно большом интервале времени. Большинство моделей эконом. динамики можно рассматривать как М. р., т. к. это понятие связано не с конкретным типом модели, а с постановкой проблемы, изучаемой на этой модели. Наиболее известной М. р. является модель расширяющейся экономики, предложенная и изученная амер. матем. Дж. фон Нейманом (1903—1957). Модель Неймана задается двумя неотрицательными матрицами A и B порядка $(m \times n)$. Матрица $A = \|a_{ij}\|$ наз. матрицей затрат, $B = \|b_{ij}\|$ — матрицей выпуска. Коэфф. a_{ij} показывает величину затрат продукта с номером i при технологическом или производственном способе с номером j, коэфф. b_{ij} — выпуск продукта i в способе j. Модель должна удовлетворять следующим условиям: 1) все способы могут применяться с любыми неотрицательными интенсивностями (условие линейности); 2) во всех способах имеются ненулевые затраты (невозможно производство без затрат) и для каждого продукта i существует способ производства этого продукта (замкнутость). Формально это означает, что матрица A не содержит нулевых строк, а B — нулевых столбцов. Обозначим интенсивность применения способа j через λ_j. Осн. задача для модели Неймана состоит в отыскании макс. технологического темпа роста α, который система может выдержать сколь угодно долго, по следующей ф-ле:

$$\alpha = \max_{\lambda} \min_{i} \frac{\sum_i \lambda_i b_{ij}}{\sum_j \lambda_j a_{ij}}. \qquad (1)$$

Здесь max берется по всем $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_m) \geqslant 0$, а min — по всем $i = 1, 2, \ldots, n$, за исключением таких, для которых числитель и знаменатель одновременно равны нулю. Вектор интенсивностей способов $\bar{\lambda}$, на котором достигается max в ф-ле (1), наз. неймановским и характеризуется ценами $p = (p_1, \ldots, p_n)$ всех продуктов, подобно тому как решение задачи *программирования линейного* характеризуется двойственными оценками.

Обобщением модели Неймана является модель Неймана — Гейла, которая задается выпуклым замкнутым конусом Z, лежащим в прямом произведении $R^n_+ \times R^n_+$ неотрицательных ортантов n-мерного евклидова пространства R^n. Произвольный вектор (x, y) из Z интерпретируется как производственный процесс с затратами всех продуктов $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и выпуском $y = (y_1, \ldots, y_n)$, причем затраты и выпуск относятся к двум смежным интервалам времени. Состояние сбалансированной М. р. определяется производственным процессом $(\bar{x}, \bar{y}) \in Z$, вектором цен $p = (p_1, \ldots, p_n)$ и темпом роста α, которые удовлетворяют соотношениям: $\alpha\bar{x} = \bar{y}$, $p\,\alpha x \geqslant py$ для всех $(x, y) \in Z$, $\bar{y}p > 0$. Т. о., если модель обладает запасами продуктов $\bar{x}$, то на следующий год возможно сделать эти запасы равными $\alpha\,\bar{x}$, еще через год — равными $\alpha^2\bar{x}$ и т. д. Максимально возможный технологический темп роста определяется наибольшим α.

Лит.: Гейл Д. Замкнутая линейная модель производства. В кн.: Линейные неравенства и смежные вопросы. М., 1959; Макаров В. Л., Рубинов А. М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М., 1973.

В. Л. Макаров.

МОДЕ́ЛИ ЭКОНО́МИКИ — описания математическими методами процессов для установления количественных и логических зависимостей между различными элементами экономических систем. Первой четко оформленной М. э. были т. н. «Таблицы» франц. экономиста конца 18 в. Ф. Кенэ. Схемы воспроизводства К. Маркса также представляют собой М. э. В частности, известная модель — *баланс межотраслевой* производства и распределения продукции — является детализацией схем воспроизводства К. Маркса. За последние 20—30 лет методы моделирования экономики разрабатывались очень интенсивно. М. э. строятся для теор. целей эконом. анализа и для практич. целей планирования, управления и прогноза. В соответствии с этим их классифицируют по следующим типам: модели планирования (в частности, оптим. планирования); модели управления; модели прогноза; *модели роста; модели равновесия.*

Содержательная М. э. объединяет такие осн. процессы: производство, потребление, планирование, управление, финансы и т. д. Однако в существующих моделях почти всегда упор делается на какой-нибудь один процесс (напр., процесс планирования), тогда как все остальные представляются в упрощенном виде. В зависимости от того, какому эконом. процессу уделяют внимание при построении и анализе М. э., используют и соответствующий разнообразный матем. аппарат. Модели планирования опираются на системы алгебр. (как правило, линейных) ур-ний и неравенств, ибо осн. задача планирования представляет собой балансовую увязку производства и потребления (производственного и непроизводственного), различных составных частей, что математически выражается в виде ур-ний или неравенств. Модели оптим. планирования математически представляют собой экстрем. задачи с ограничениями. Как правило, это задачи *программирования линейного,* их расширения или обобщения. Общая задача линейного программирования — Найти максимум линейной ф-ции $\sum_{j=1}^{m} a_{0j}x_j$ при ограничениях $x_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, m$, $\sum_{j=1}^{m} a_{ij} \geqslant b_i$, $i = 1, \ldots, n$ — имеет хорошую эконом. интерпретацию. Векторы $(a_{0,j}, a_{1,j}, \ldots, a_{n,j})$, $j = 1, \ldots, m$ интерпретируются как производственные способы, где числа a_{ij} представляют собой затраты или выпуск (в зависимости от знака) продукта с номером i в способе с номером j, x_j — интенсивность применения способа j, b_i — ресурсы или плановое задание по выпуску (в зависимости от знака) продукта i. Тогда задача линейного программирования есть не что иное, как задача оптимального планирования. Она состоит в том, чтобы определить интенсивности производственных способов т. о., чтобы были выполнены плановые задания, не перерасходованы имеющиеся ресурсы, а некоторая выделенная составная часть была выпущена в макс. к-ве.

Модели управления базируются на различного рода экстремальных задачах, в частности, задачах оптим. управления в смысле Понтрягина. Модели роста порождают особого рода экстрем. задачи. Идея построения групп М. э., которые основываются на экстрем. задачах, вытекает из тезиса о конструктивном характере экономики, об управляемости эконом. процессов, она присуща социалистич. экономике. В моделях прогноза используют аппарат корреляционного и регрессионного анализа, вероятностные процессы и др. методы, применяемые при прогнозировании. Модели равновесия базируются на *игр теории.* Общей М. э., которая охватывала бы как частные случаи большинство рассматривавшихся моделей, не существует. Проблемы и задачи, которые ставятся и решаются на М. э., удобно иллюстрировать на какой-нибудь конкретной модели, напр., на динамической модели Леонтьева, приспособленной для теор. и практ. использования. Производственные возможности в этой модели задаются тремя матрицами A, B, Φ порядка $(n \times n)$ и n-мерным вектором w. Здесь $A = \|a_{ij}\|$ — матрица те-

кущих технолог. коэфф., a_{ij} — к-во продукции отрасли j, необходимое для производства единицы продукции отрасли i, $B = \| b_{ij} \|$ — матрица капитальных коэфф., b_{ij} — к-во продукции отрасли j, необходимое для создания единицы фондов отрасли i, Φ — диагональная матрица фондоемкостей, у которой по главной диагонали стоят числа $(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)$, где φ_i — фондоемкость продукции отрасли i, $w = (w_1, \ldots, w_n)$ — вектор трудоемкостей, т. е. w_i — к-во труда, необходимое для создания единицы продукции отрасли i. Начальное состояние модели задается вектором имеющихся объемов фондов в каждой отрасли $F(0) = F_1(0), \ldots, F_n(0)$ и имеющимся к-вом трудовых ресурсов $w(0)$.

Обозначим через $x_i(t)$ объем производства отрасли i в году t, через $k_i(t)$ — объем капиталовложений в фонды отрасли i в году t и через $c_i(t)$ — объем непроизводственного (личного и общественного) потребления продукции отрасли i в году t. Пусть $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$, $k(t) = (k_1(t), \ldots, k_n(t))$, $c(t) = (c_1(t), \ldots, c_n(t))$. Тогда задача планирования состоит в нахождении последовательности $\{x(t), k(t), c(t)\}_{t=0}^{T}$, такой, чтобы были выполнены следующие соотношения (балансы):

$$x(0)\,\Phi \leqslant F(0); \tag{1}$$

$$x(t)\,\Phi \leqslant F(0) + \sum_{\tau=1}^{t-1} k(\tau), \quad t = 1, \ldots, T; \tag{2}$$

$$x(t)\,A + k(t)\,B + c(t) \leqslant x(t); \tag{3}$$

$$x(t)\,w \leqslant w(t); \tag{4}$$

$$c(t) \geqslant 0. \tag{5}$$

Здесь T — число лет планового периода, $w(t)$ — трудовые ресурсы в год t, в правой части неравенств стоит наличие фондов (1) — (2), продукции (3) и трудовых ресурсов (4), а в левой части, соответственно, их расход. Задача оптим. планирования состоит в нахождении такого плана $\{\bar{x}(t), \bar{k}(t), \bar{c}(t)\}_{t=0}^{T}$, который сбалансирован (т. е. удовлетворяет неравенствам (1)—(5) и приводит к максимуму некоторой ф-ции U, зависящей, напр., от $c(0), \ldots, c(T)$).

Данная модель при определенных условиях может рассматриваться и как модель роста и как модель равновесия. В настоящее время свойства оптим. и равновесных планов изучены достаточно подробно. Важное свойство оптим. и равновесных планов заключается в том, что оптимальному (равновесному) пути развития и только ему соответствует определенная система чисел, которые интерпретируются как цены. По этой системе цен можно проверить, является ли произвольно вычисленный план оптим. или нет, легко узнать, можно ли с помощью какого-нибудь вновь изобретенного производственного способа улучшить оптимальный план или нет. Теория оптим. цен возникла и развивается в рамках теории математических М. э.

Лит.: Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960; Экономико-математические модели. М., 1969; Гейл Д. Теория линейных экономических моделей. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 401—406].

В. Л. Макаров.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕСТИБУЛЯРНОГО АНАЛИЗАТОРА — построение *моделей математических* процессов приема и преобразования информации в вестибулярных органах. Вестибулярный анализатор (в. а.) — это орган, информирующий об изменении характера движения и положения тела. Адекватными раздражителями для в. а. являются угловое ускорение, изменение направления и величины ускорения силы тяжести, прямолинейное ускорение и центробежная сила. Экспериментально доказано, что угловое ускорение вызывает возбуждение в нервных окончаниях полукружных каналов. Три полукружных канала (горизонтальный, передний вертикальный и задний вертикальный) расположены в трех взаимно перпендикулярных плоскостях. Каждый из них образует на одном из своих концов расширение, называемое ампулой. Рецепторные участки (купулы) размещены в ампулах каждого канала. При раздражении происходит отклонение купулы, причем угол отклонения ее пропорционален угловому ускорению вращения. Отклонение купулы раздражает рецепторные окончания афферентных волокон вестибулярных *нейронов*. Возбуждение передается далее по вестибулярному нерву к стволовым и корковым центрам в. а. По существующим в нейрофизиологии представлениям работа в. а. в условиях нормы является основой для нормального приема и соответствующей переработки зрительных, звуковых, тактильных, проприоцептивных и т. д. сигналов и выработки необходимой двигательной реакции. Ритмика нервных клеток в. а., по-видимому, является осн. составляющей фоновой активности нервных клеток других *анализаторных систем*.

Рассмотрим динамику угла отклонения купулы α, а также зависимость макс. угла отклонения купулы — α_{max} от ускорения вращения ε. При составлении дифф. ур-ний существенное значение имеет расположение купулы в ампуле и точка ее закрепления. В основу модели положена следующая гипотеза: в процессе эволюционного развития вестибулярного аппарата упругие силы конструкции купулы G скомпенсировали силу тяжести. Приняв во внимание все силы, действующие на купулу во время вращения, получим дифф. ур-ние для угла отклонения купулы:

$$\frac{d\alpha}{dt} + b\alpha = F + (P - G), \quad F = m\varepsilon,$$

где P — вес купулы, F — внеш. сила, m — масса купулы и эндолимфы, b — коэффициент, характеризующий параметры купуло-эндолимфатической системы. Для вертикальных

каналов

$$b = \frac{m\varepsilon + (P - G)}{\operatorname{arctg} \dfrac{[m\varepsilon + (P - G)]\, l^2}{8EI}},$$

где l — длина купулы, E — модуль упругости купулы, I — момент инерции купулы. Для горизонтального канала

$$b = \frac{F - T}{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{m\varepsilon l^2}{8EI} - \dfrac{Tl^2}{3EI}\right)}, \quad T = kF,$$

$$k = d\,(P - G),$$

где T — сила трения, d — коэфф. пропорциональности.

В. а., помимо полукружных каналов, включает в себя и отолитовый аппарат, анатомически представленный двумя мешочками (саккулюс и утрикулюс), заполненными эндолимфой. Рецепторные участки лежат в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. На этих участках — нервоэпителиальные клетки: волосковые, опорные и краевые. У волосковых клеток заканчиваются волокна саккулярного и утрикулярного нерва, плотно их оплетая. Адекватными раздражителями для отолитового аппарата являются прямолинейные ускорения и центробежная сила. Считается, что рецепторы отолитового аппарата воспринимают составляющую ускорения, направленную поперек волосков рецепторных клеток. Следовательно, причиной возникновения ритмических разрядов является текущее значение угла отклонения волосков-стереоцилий j. Как и для отклонения купулы, будем считать, что скорость отклонения стереоцилий пропорциональна действующим на них внеш. силам и тем меньше, чем на больший угол отклонились стереоцилии:

$$\frac{dj}{dt} = (F + P - G)\sin(\beta + \theta) - nj, \qquad F = ma,$$

где P — вес отолитов и стереоцилий, β — угол подъема утрикулюса над горизонталью, θ — угол наклона корпуса относительно горизонта, F — внеш. сила, m — масса отолитов, a — линейное ускорение, n — коэффициент, характеризующий параметры отолитовой системы,

$$n = \frac{(ma + P - G)\sin(\beta + \theta)}{\operatorname{arctg} \dfrac{l^2 (ma + P - G)\sin(\beta + \theta)}{8EI}},$$

где l — длина волосков-стереоцилий, E — модуль упругости стереоцилий, I — момент инерции отолита.

Приведенные матем. модели рецепторного аппарата в. а. дают динамику изменения угла отклонения купулы и стереоцилий. А угол поворота, в свою очередь, является причиной возникновения ритмических разрядов рецепторных клеток (см. *Модель нервной клетки*). Модели позволяют провести качественное исследование ритмики рецепторных клеток в условиях нормальной весомости ($P = G$), а также исследование возможных нарушений ритмики в условиях измененной весомости. Так, в условиях невесомости, напр., упругие силы купулы и отолитов не компенсируются весом. Это приводит в вертикальных полукружных каналах к отклонению купулы вверх без действия ускорения, к растяжению купулы горизонтальных каналов и прогибу вверх отолитов. Изменение начального положения рецепторов ведет к изменению ритмики рецепторных клеток и, в конечном итоге, к появлению у человека иллюзий воздействия на него линейных и угловых ускорений. После окончания процесса адаптации вследствие изменения конструктивных особенностей рецепторов и смещения нуля ритмики возможно искажение восприятия реальных ускорений, а также зрительных и слуховых ощущений.

Ю. Г. Антомонов, А. Б. Котова, О. Г. Пустовойт.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОСПРИЯТИЯ — создание формальных и физических (биологических) моделей процесса восприятия (перцепции), т. е. нервно-психического процесса, происходящего при опознании биологическим объектом предметов и явлений внешней среды. Нервно-психический процесс восприятия при М. в. рассматривается как информационный. Схематично его разбивают на следующие этапы: первичное преобразование в рецепторах (нервных окончаниях) сенсорной (ощущающей) системы, где происходит разложение образа на элементарные составляющие (выделение элементарных признаков); анализ в среднем звене анализатора (органа, анализирующего раздражения), где вырабатываются вторичные признаки, и высший анализ и синтез образа в корковом отделе головного мозга (см. *Моделирование сенсорных систем*). При анализе принципов, лежащих в основе обработки сенсорной информации и восприятия, применяют два различных экспериментальных подхода. В одном из них используют методы электрофизиологии для изучения процессов, происходящих в различных отделах анализаторов на уровне отдельных *нейронов* и их ансамблей. Другой подход основан на психофизиол. методиках. При таком подходе реакция или ответ исследуемого объекта R рассматривается как ф-ция его особенностей P или функционального состояния, соотнесенных к заданной ситуации S. Поведение R рассматривается на различных уровнях (это и действие, и вербальный ответ), ситуация создается физ. стимулами. Различным ситуациям S_1, S_2, S_3 соответствуют различные ответы R_1, R_2, R_3, отношения между которыми выявляют особенности объекта. Аппаратом обработки служит факторный и регрессионный анализы.

В М. в. как информационного процесса имеется три направления. 1) Построение бионических распознающих устр-в (*читающие автоматы*, устр-ва, опознающие визуальные объекты, речь, устр-ва, синтезирующие вербальный ответ). При этом широко используется моделирование механизмов выделения элементарных признаков и компрессии ин-

формации, т. е. моделирования тех этапов преобразования информации, которые осуществляются в рецепторном и проводниковом отделах анализатора. 2) Алгоритмическое моделирование (эвристические программы опознавания ситуаций, выработки решений, организации памяти и т. п.), т. е. моделирование преимущественно функций коркового отдела анализатора. 3) Аналоговое моделирование сенсомоторных связей, когда перцептивный и двигательный аспекты действия не разделяются. Это направление обусловлено потребностями *психологии инженерной* в создании автомат. регуляторов с миним. запаздыванием.

В первых биологических устр-вах для *распознавания образов* (*персептрон*, Madalin-I, система «Альфа») использовались только некоторые биол. принципы (напр., пространственная суммация), по сути, весьма далекие от имитации механизмов биол. восприятия. Использование конкретных нейрофизиол. механизмов (латерального торможения, рецептивных полей) приводит к более эффективным результатам. Более перспективным считают моделирование распознавания образов на сетях из адаптивных нейронов, близких по своим свойствам к биологическим, и моделирование некоторых интеллектуальных действий.

Лит.: Веккер Л. М. Восприятие и основы его моделирования. Л., 1964; Братко А. А. [и др.]. Моделирование психической деятельности. М., 1969 [библиогр. с. 357—382]; Miller B. Satellites will test advanced avionics. «Aviation week and space technology», 1964, v. 81, № 3; Экспериментальная психология. Пер. с франц. М., 1970.

Н. А. Иванов-Муромский, И. Д. Пономарева.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЖИВЫХ СИСТЕМ на молекулярном уровне — математическое исследование биологических процессов регулирования и управления молекулярными комплексами *биологических систем*. Осн. объектом такого моделирования является взаимодействие молекулярных комплексов в клетке. Существует два осн. подхода к М. ж. с.: создание динамических моделей и алгоритмическое моделирование.

Динамические модели основываются на данных биохимии, молекулярной биологии и цитологии и используют методы статистической физики, хим. кинетики и биофизики. В клетке выделяют две системы регулирования: тонкую и грубую. Обе они направлены на поддержание постоянства концентраций осн. продуктов метаболизма. Тонкая система регулирования использует механизм *обратной связи:* если концентрация некоторого вещества в клетке превышает требуемую, то один из ферментов, участвующих в синтезе этого продукта, подавляется и выработка данного вещества прекращается. В грубом регулировании, обеспечивающем приспособление клетки к внеш. среде, принимает участие спец. участок в носителе генетической информации — ДНК — оперон. Если в клетке есть в достаточном к-ве необходимое вещество, синтез соответствующих ферментов подавлен, но если такого вещества нет, то включается необходимый оперон и происходит синтез ферментов, обеспечивающих выработку данного вещества. Элементарные процессы регулирования — ферментативный катализ хим. реакции, активный перенос веществ через мембрану, биосинтез макромолекулы, подавление фермента, «включение» оперона — могут быть описаны с помощью ур-ний для концентраций соответствующих веществ. При этом полная динамическая модель саморегуляции клетки описывается системой дифф. ур-ний. Теоретический анализ таких систем показал, что при нормальных физиологических условиях некоторые биохим. процессы неустойчивы и имеют колебательный характер. Однако возможности аналитического исследования ограничены. Поэтому большой интерес представляет моделирование процессов динамики клетки на *электронных вычислительных машинах*. Это позволяет получить данные по кинетике изменения концентраций начальных, промежуточных и конечных веществ для многих взаимосвязанных реакций метаболизма при воздействии на клетку различных веществ, в частности ядов, антиметаболитов, а также физ. условий — давления, ионизирующего излучения и др. внешних факторов.

Главная цель алгоритмического моделирования — изучение процессов реализации записанной в ДНК генетической информации при построении клеточных ультраструктур и при делении клетки. Для записи *алгоритма* используются методы матем. теории самовоспроизведения. Такой подход к моделированию позволяет изучить закономерности мутагенеза — влияние ошибок в ДНК на потомство, способы исправления таких ошибок, алгоритм. возможности клетки при усложнении «программы» (в связи с проблемами эмбриологии) и др. вопросы. Такие модели клетки являются эвристическими.

Ю. Г. Остапов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ НА АВМ — моделирование (расчет) режимов инженерных сетей на *аналоговых вычислительных машинах* и устройствах. Инж. сети (водопроводные, теплофикационные и городские газовые, вентиляционные сети шахт) в стационарном режиме описываются системами ур-ний типа

$$\sum_{m=1}^{p} Q_m = 0; \qquad (1)$$

$$\sum_{m=1}^{s} H_m = 0; \qquad (2)$$

$$H_m = \alpha_m Q_m^n, \qquad (3)$$

где Q_m — поток жидкости или газа по m-й ветви, подтекающий к узлу или вытекающий из него, p — к-во ветвей, соединенных в данном узле; $\sum_{m=1}^{s} H_m$ — сумма депрессий по замкнутому контуру; s — к-во ветвей в контуре; H_m — падение депрессии на m-й ветви; n —

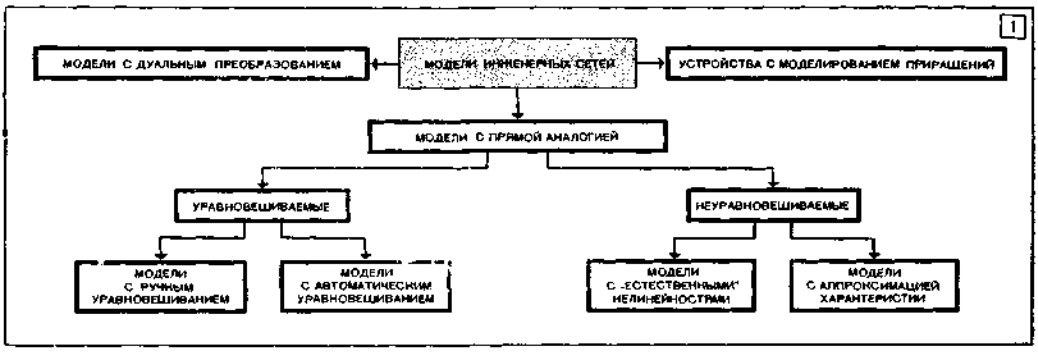
число, определяемое характером движения потока; для водопроводных и теплофикационных сетей и вентиляционных сетей шахт $n = 2$, для городских газовых сетей (сети низкого давления) $n = 1{,}75$; α_m — аэро- или гидродинамическое сопротивление m-й ветви.

Существующие машины и приборы для расчета инж. сетей можно классифицировать следующим образом (рис. 1). Все модели разделяются на три большие группы: модели с прямой аналогией, модели с дуальным преобразованием и установки с моделированием приращений. В устройствах с прямой аналогией депрессия моделируется напряжением, поток — током. Конфигурация моделирующей цепи совпадает с *графом* сети. Модели с прямой аналогией бывают уравновешиваемыми и неуравновешиваемыми (см. *Уравновешивания методы*). В неуравновешиваемых моделях в качестве нелинейных элементов, моделирующих ветви сети, используют пассивные или активные двухполюсники, вольт-амперные характеристики которых имеют вид

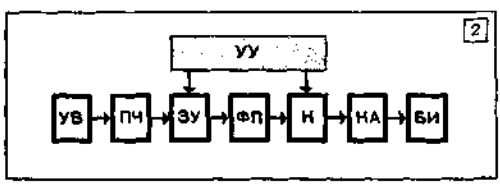
$$U = ai^n, \qquad (4)$$

где n — показатель степени, величина которого зависит от вида моделируемой сети. Естественная тяга, газораспределительные пункты, насосы теплофикационных сетей моделируются стабилизаторами напряжения ($U =$ const), абоненты инженерных сетей — стабилизаторами тока ($i =$ const), утечки — омическими сопротивлениями, резервуары и водонапорные башни — спец. *преобразователями функциональными*, реализуемыми, напр., с помощью *следящих систем*. Расходные характеристики компрессоров моделируются двухполюсником, представляющим собой последовательное соединение источника напряжения, омического сопротивления и нелинейного элемента с характеристикой (4). В моделях осевых компрессоров нелинейный элемент не ставится. Благодаря такому выбору нелинейных элементов ур-ния сети подобны ур-ниям модели. Модели подобного типа отличаются друг от друга видом используемых нелинейных элементов. В зависимости от этого модели делятся на устройства с «естественными» нелинейностями (лампы накаливания, транзисторные и ламповые элементы со спец. схемами управления и т. д.) и машины с кусочно-линейной аппроксимацией характеристик элементов. Разработана серия моделей, построенных на таком принципе. Наиболее эффективными являются модели «ЭМВС-6» (Ин-т горного дела АН СССР), «ППРВС-ДГИ-4» (Днепропетровский горный ин-т) и ВМК фирмы «Монтан-Форшунг» (ФРГ).

В уравновешиваемых моделях роль нелинейных элементов играют управляемые двухполюсники различной природы. Очень часто это потенциометры. В процессе уравновешивания одного элемента изменением величины сопротивления добиваются того, чтобы на элементе установились напряжение и ток таких величин, для которых выполнялась бы зависимость (4). После этого переходят к регулированию следующего элемента. Процесс уравновешивания считается завершенным, если во всех элементах после какого-то шага регулировки выполняется равенство (4). В зависимости от вида уравновешивания различают модели с ручным и автомат. уравновешиванием. В первом случае уравновешивание осуществляет оператор, во втором — электромех. следящие системы. На линейных элементах с ручным уравновешиванием построен прибор ПРВС-2, на элементах с автоматическим уравновешиванием — модель ВОДГЕО (ВНИИ водоснабжения, канализации, гидротехнических сооружений и газовых сетей), вычислитель проводных сетей «Монтан-Форшунг» и автомат. машина Днепропетровского горного ин-та.



1. Классификация моделей для расчета инженерных сетей.



2. Блок-схема гибридной вычислительной машины «Сейм».

К числу уравновешиваемых машин с прямой аналогией относится *гибридная вычислительная машина* «Сейм» (Ин-т электродинамики АН УССР). Машина (рис. 2) содержит устр-во ввода (УВ), преобразователь десятичных чисел в двоичные (ПЧ), запоминающее устр-во (ЗУ), блок функциональных преобразователей (ФП), блок ключей (К), квазианалог (КА), блок измерения и контроля (БИ) и устр-во управления (УУ). В качестве аналога ветви используется нелинейный динамический *квазирезистор*, вольт-амперная характеристика которого имеет вид (4). Набор квазирезисторов и устр-в для моделирования элементов сети составляет квазианалог (см. *Квазианалоговая модель*). Уравновешивание квазианалога осуществляется групповыми функциональными преобразователями. На вход функционального преобразователя с квазирезистора поступает напряжение U, а на выходе формируется ф-ция

$$\varphi = U - \frac{R}{\sqrt[n]{a}} \sqrt[n]{U}, \qquad (5)$$

где n — показатель степени в формуле (4), a — число, пропорциональное сопротивлению ветви, R — омическое сопротивление квазирезистора. Конденсатор квазирезистора подключается к выходу функционального преобразователя и заряжается до напряжения (5), вследствие чего вольт-амперная характеристика квазирезистора имеет вид (4). Циклическое подключение группового функционального преобразователя к квазирезисторам производится аналоговыми ключами К по сигналам УУ. Исходная информация о величине сопротивлений с клавиатуры (устройство ввода) на пульте управления машины через ПЧ вводится в цифровом виде в ЗУ. В процессе уравновешивания квазианалога из ЗУ *коды* чисел поступают на *сопротивления цифровые управляемые*, содержащиеся в функциональных преобразователях. В машине поток моделируется током, депрессия — напряжением, БИ производит индикацию решения с помощью прибора, работающего в режиме микроамперметра либо вольтметра.

Модели с дуальным преобразованием тоже строятся по принципу прямой аналогии с моделируемыми сетями, однако здесь депрессия моделируется током, а поток — напряжением. В процессе подготовки задачи к решению исходный граф сети надо преобразовать по определенным правилам, для того чтобы получить конфигурацию моделирующей цепи. В результате таких преобразований узлу сети соответствует контур модели и наоборот. В моделях с дуальным преобразованием применяют нелинейные элементы с вольт-амперными характеристиками

$$i = aU^n. \qquad (6)$$

Как правило, это варисторы или спец. двухполюсники, содержащие электронные лампы либо транзисторы.

Вычисл. устр-ва для расчета инженерных сетей с моделированием приращений основаны на решении систем нелинейных алгебр. ур-ний итерационным методом Ньютона. Исходный вектор неизвестных задается оператором. На модели вычисляется вектор приращений, который надо сложить с начальным вектором неизвестных, чтобы получить новое приближение. Модель выполнена на линейных элементах. Параметры элементов модели на каждом шаге итерации зависят от вектора неизвестных на предыдущем шаге. Эти вычисления производит оператор. Решение считается найденным, если начиная с какого-то шага вектор неизвестных не изменяется.

Лит.: Нейман Л. Р., Бередникова В. Ф. Электрическое моделирование сложных нелинейных тепловых сетей и вентиляционных систем. «Электричество», 1954, № 3; Багриновский А. Д. Электрическое моделирование рудничных вентиляционных сетей. М., 1957 [библиогр. с. 53]; Абрамов Ф. А., Бойко В. А., Фролов Н. А. Моделирование вентиляционных сетей шахт. М., 1961 [библиогр. с. 215—218]; Цой С., Петрович С. И. Электромоделирующие приборы для расчета вентиляционных сетей. Алма-Ата, 1965 [библиогр. с. 182—183]; Моделирующие математические машины с переменной структурой. К., 1970 [библиогр. с. 243—246].

М. Н. Кулик.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ — метод исследования процессов или явлений путем построения их *моделей математических* и исследования этих моделей. В основу метода положена идентичность формы ур-ний и однозначность соотношений между переменными в ур-ниях оригинала и модели, т. е. их *аналогии*. Матем. модели исследуются, как правило, с помощью *аналоговых вычислительных машин* и *цифровых вычислительных машин*, поэтому принято говорить об аналоговом и дискретном М. м. В начале 60-х г. был разработан один из методов М. м. — *квазианалоговое моделирование*. Этот метод состоит в изучении не исследуемого явления, а явления или процесса иной физ. природы, которое описывается матем. соотношениями, эквивалентными относительно получаемых результатов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЫШЛЕНИЯ — процесс построения *искусственного разума*. См. также *Моделирование памяти*.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СПЛОШНЫХ СРЕДАХ, электрическое моделирование — решение краевых задач методом электроаналогий. Впервые метод применил Г. Кирхгофф 1845, позднее М. Фарадей, Г. Гельмгольц и Д. Максвелл установили матем. аналогии электр., магн., гидродинамических и тепловых полей. В России на электрогидродинамическую аналогию впервые обратил внимание Н. Е. Жуковский. В 1918—22 акад. Н. Н. Павловский теоретически обосновал электрогидродинамическую аналогию (ЭГДА), заложив тем самым основы моделирования физ. полей на сплошных средах, после чего этот метод получил широкое практическое применение при проектировании и строительстве гидротех. сооружений.

Основанием метода электр. аналогий служит сопоставление ур-ний, приведенных в табл.

Преимуществом метода является простота моделирующих устр-в и большая точность

соответствия между граничными условиями натуры и модели. Однако этот метод применим только к краевым задачам, в основном сводящимся к ур-нию Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0, \qquad (1)$$

где x, y, z — текущие координаты точек модели; $\varphi(x, y, z)$ — потенциал этих точек, являющийся искомой ф-цией (о получении ф-ции φ и ψ на модели см. *ЭГДА*). Методом М. на с. с. можно решать задачу только в том случае, если известны граничные условия. В большинстве задач они сводятся к заданию значения ф-ции $\varphi(x, y, z)$ на замкнутой поверхности (задача Дирихле) и производной ф-ции $\frac{\partial\varphi}{\partial n}$ по направлению нормали к замкнутой поверхности (задача Неймана). Метод М. на с. с. при решении ур-ния (1) состоит из трех осн. этапов. 1. Проводящая среда изменяется в соответствии с правилами геом. подобия, отражая форму оригинала. 2. Величины напряжений или токов подбираются так, чтобы в модели воспроизводились граничные условия поля оригинала. 3. Распределение напряжений, полученное в проводящей среде, фиксируется измерительным устр-вом. Полученные напряжения модели пропорциональны распределению потенциалов исследуемого поля.

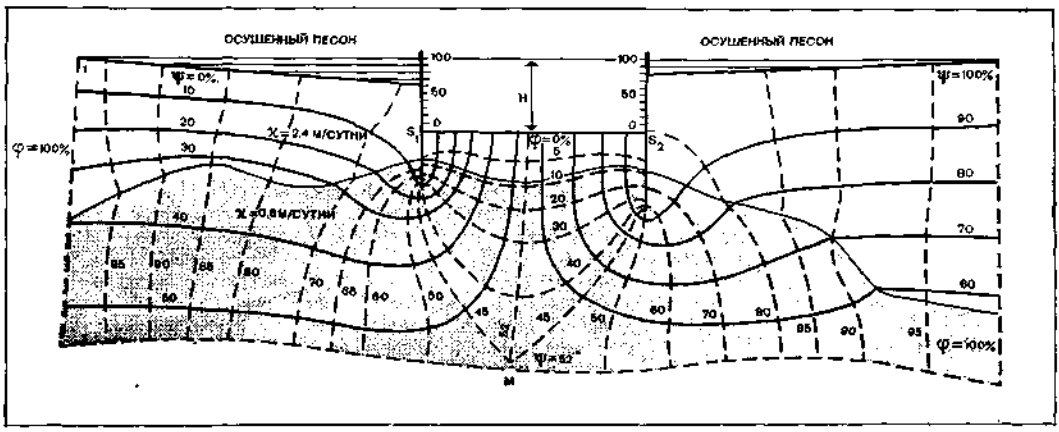
На основе М. на с. с. решаются два типа задач: 1) задачи, в которых требуется получение изолиний поля во всей моделируемой области или части ее; 2) задачи, в которых требуется получение величин, характеризующих исследуемое поле в целом, т. е. интегр. характеристик поля. При моделировании полей с помощью электр. тока, распространяющегося в сплошной среде, модель области выполняется из проводника, проводимость которого значительно больше проводимости изолятора, но значительно меньше проводимости металлических шин, с помощью которых задают граничные условия. Проводящей средой может служить жидкий электролит, залитый в сосуд из изоляционного материала, воспроизводящий по форме моделируемую область. Этот метод моделирования наз. м е т о д о м э л е к т р о л и т и ч е с к о й в а н н ы. Однако применение этого метода ограничено из-за ионной проводимости электролита и сложности при выполнении модели с криволинейными границами и различными зонами проводимостей. Но электролиты имеют и свои преимущества — однородность по проводимости и возможность создания трехмерных моделей. Применявшаяся для М. на с. с. металлическая фольга из-за своей большой удельной проводимости не нашла широкого применения.

Стационарное электрическое поле тока в проводящей среде	Стационарное поле фильтрации жидкости	Стационарное поле температур
Закон Ома	Закон Дарси	Основное уравнение теплопроводности
$\vec{J}=-\sigma\,grad\,\varphi$	$\vec{v}=-\varkappa\,grad\,h$	$q=-\lambda\,grad\,t$
$I=\int\limits_S \vec{J}ds$	$Q=\int\limits_S \vec{v}ds$	$Q=\int\limits_S \vec{q}ds$
$\mathrm{div}\,\vec{J}=0$	$\mathrm{div}\,\vec{v}=0$	$\mathrm{div}\,\vec{q}=0$
$\mathrm{rot}\,\vec{E}=0,\ \vec{J}=\sigma\vec{E}$	$\mathrm{rot}\,\frac{1}{\varkappa}\vec{v}=0$	$\mathrm{rot}\,\frac{1}{\lambda}q=0$
φ — электрический потенциал	h — пьезометрический напор	t — температура
$\vec{J}$ — плотность тока σ — удельная электропроводность	$\vec{v}$ — скорость фильтрации $\varkappa$ — коэффициент фильтрации	$\vec{q}$ — тепловой поток λ — коэффициент теплопроводности
I — сила тока $\vec{E}$ — напряженность электрического поля	Q — фильтрационный расход	Q — количество тепла (расход тепла)

Наиболее широко М. на с. с. применяют с 1947, когда в качестве проводящей среды стали использовать электропроводную бумагу (ЭПБ), которая изготовляется по спец. технологии с введением в бумажную массу электропроводных компонентов — сажи или графита. Такая бумага наз. электротермической бумагой (ЭТБ). В СССР для М. на с. с. выпускается спец. ЭПБ с повышенной однородностью и с широким диапазоном сопротивлений от 20 *ом* до 100 000 *ком* на квадрат. ЭПБ имеет существенные преимущества перед др. материалами: из нее можно без особых трудностей изготавливать модели с любой конфигурацией границ; отдельные листы бумаги можно склеивать, сочетая разные проводимости по всей плоскости и по контуру, электропроводным клеем простого состава (напр., сажа газовая, разведенная эмалитом или цапон-лаком); проводимость бумаги легко изменять, перфорируя или покрывая ее электропроводными лаками; электронная проводимость сажи позволяет использовать для питания модели постоянный ток; искомые эквипотенциальные линии можно вычерчивать карандашом непосредственно на самой модели и т. д. Недостатки ЭПБ следующие: невозможно создать объемную модель для моделирова-

ния трехмерных полей; значительная анизотропия у производственных краев бумаги; локальная неоднородность.

Для моделирования на ЭПБ разработаны и выпускаются серийно интеграторы ЭГДА, на которых моделируются многие тех. задачи. На рис. показана модель задачи фильтрации, т. е. модель притока грунтовых вод к котловану при боковых контурах питания, склеенная из двух сортов ЭПБ, проводимости которых пропорциональны коэфф. фильтрации грунтов натуры.



Модель притока грунтовых вод.

М. на с. с. можно применять и для исследования полей с распределенными внутр. источниками. Для этого источники тока подключаются к модели через резисторы или конденсаторы при помощи спец. электродов — дискретное подключение, или модель из ЭПБ и листовой металлический электрод разделяются изолятором (полиэтиленовой пленкой) — способ распределенной емкости, который используется в интеграторе ЭИНП-1, выпускаемом серийно.

Лит. Гутенмахер Л. И. Электрические модели. М.— Л., 1949 [библиогр. с. 396—401]; Фильтаков П. Ф., Панчишин В. И. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. К., 1961 [библиогр. с. 157—165]; Дружинин Н. И. Изучение региональных потоков подземных вод методом электрогидродинамических аналогий. М., 1966 [библиогр. с. 322—333]; Математическое моделирование на интеграторах ЭГДА-9/60. К., 1968; Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Пер. с англ. М., 1962.

В. И. Панчишин.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАМЯТИ — построение математических или физических моделей процесса запоминания, хранения и извлечения информации из памяти. Этот метод исследования памяти получил широкое распространение, т. к. в качестве универсального моделирующего устр-ва можно использовать *электронные вычислительные машины*. Место, которое М. п. занимает в моделировании психических ф-ций, определяется значением памяти в психической деятельности человека. Память моделируют для проверки конкретных гипотез о ее механизмах, оценки полноты наших знаний, выяснения необходимости проведения новых физиол. и психологических экспериментов, проверки возможности использования некоторых полезных особенностей памяти человека в *запоминающих устройствах* и информационных системах. Существуют модели долговременной и кратковременной, а также слуховой, зрительной и смысловой (вербальной) памяти. По принципам работы модели можно классифицировать на аналоговые и дискретные, детерминированные и вероятностные.

Особый интерес представляет моделирование смысловой памяти и, в частности, процесса выборки из нее необходимой информации. В этих моделях широко используется свойство памяти человека при запоминании образовывать ассоциации и использовать их в процессе воспроизведения. Совокупность ассоциаций представляют обычно в виде *графа*.

М. п. можно осуществить на любом уровне ее организации. Эти уровни могут включать биохим. процессы при образовании памяти, образование новых синаптических связей между *нейронами*, закономерности обработки информации безотносительно к конкретным нейрофизиол. механизмам.

Большинство моделей реализовано в виде *программ* ЭВМ или тех. устр-в. Изолированную ф-цию, которая воспроизводит лишь одну из сторон изучаемого процесса, можно смоделировать принципиально различными способами. Такая модель, в лучшем случае, может послужить прообразом *автомата*, но не может доказать тождество механизма ее функционирования с механизмами изучаемого явления. Лишь модель, воспроизводящая свойства изучаемого объекта во многих аспектах, имеет достаточную вероятность того, что механизмы объекта и модели совпадают.

Лит.: Братко А. А. [и др.]. Моделирование психической деятельности. М., 1969 [библиогр. с. 357—382]; Соколов Е. И. Механизмы памяти. М., 1969 [библиогр. с. 169—175]; Штейнбух К. Автомат и человек. Пер. с нем. М., 1967 [библиогр. с. 451—483].

Э. Т. Голованов, С. Я. Заславский, К. А. Иванов-Муромский.

МОДЕЛИ́РОВАНИЕ ПРОЦЕ́ССОВ РАСПОЗНАВА́НИЯ И ОБУЧЕ́НИЯ РАСПОЗНАВА́НИЮ НА ЦВМ — способ исследования различных свойств *алгоритмов распознавания* и обучения распознаванию, при котором исследуемые алгоритмы реализуются в виде программ для универсальных цифровых вычислительных машин. Моделирование является осн. экспериментальным средством для проверки справедливости исходных положений и выводов теории *распознавания образов*. Положительные результаты моделирования позволяют переходить к конструированию *распознающих систем*, реализующих исследованные *алгоритмы*. В практике современного распознавания образов моделирование используют, напр., при реализации процессов обучения *читающих автоматов* (в частности, при выборе *эталонов* для *читающих автоматов корреляционных*), при *распознавании речевых сигналов*, при анализе разнообразных схем *персептрона*.

По сравнению с другими способами исследования (напр., прямым макетированием распознающей системы) моделирование обладает рядом преимуществ. Оно, в частности, позволяет легко переходить от одного типа исследуемых алгоритмов к другому, сравнивать различные алгоритмы в идентичных условиях на одном и том же распознаваемом материале, осуществлять изменения в моделируемых алгоритмах в процессе исследований, оценивать каждое в отдельности изменение тех. характеристик функциональных блоков распознающей системы и его влияние на *надежность распознавания* (с целью выработки рациональных требований к ним), определять, в какой степени принятые матем. *модели объектов распознавания* адекватны реальным сигналам.

Целесообразно различать два возможных подхода к моделированию: при одном подходе моделируются одновременно и алгоритмы и сами распознаваемые сигналы (т. е. исследования проводятся в идеализированных условиях, на «модельных» наборах признаков); при другом — информацией для распознавания и обучения распознаванию являются реальные сигналы. В этом случае ЦВМ должна быть оснащена тех. средствами для ввода значений признаков реальных сигналов. Такими средствами могут быть, напр., сканирующие устр-ва для кодирования оптических изображений, устр-ва для кодирования речевых сигналов. Системы моделирования, ориентированные на распознавание определенной категории сигналов (напр., оптические изображения, диагностические измерения в технике или медицине, речевые сигналы), условно можно подразделить на исследовательские системы широкого профиля и узко специализированные системы.

Системы широкого профиля предназначены гл. о. для изучения рабочих характеристик и сравнительного анализа различных алгоритмов в рамках определенных классов задач распознавания и обучения распознаванию, для оценки влияния различных ограничений, налагаемых на распознаваемые сигналы и *обучающие выборки* сигналов, для исследования матем. моделей объектов распознавания. Такие системы моделирования должны включать: 1) устр-ва, осуществляющие кодирование и ввод в ЦВМ значений различных признаков рассматриваемых сигналов; 2) средства оперативной связи исследователя с системой, благодаря которым можно вмешиваться в работу моделируемого алгоритма, корректировать его на основе промежуточных результатов и представлять эти результаты в удобной для исследователя форме (напр., графической); 3) развитое матем. обеспечение (в виде стандартных подпрограмм), с помощью которого можно производить осн. процедуры обработки и распознавания сигналов, заданных в виде массивов численных значений признаков.

Проблема создания эффективного *математического обеспечения ЦВМ* исследовательской системы моделирования широкого профиля совпадает, в конечном счете, с проблемой создания специализированных *алгоритмических языков*, ориентированных на моделирование. Узкоспециализированные системы моделирования предназначены для проверки рабочих характеристик одного конкретного алгоритма на больших массивах реальных сигналов. С помощью таких систем можно программным путем исследовать влияние возможных погрешностей аппаратуры проектируемой распознающей системы, оценивать допустимые отклонения характеристик распознаваемых сигналов (напр., качество печати читающего автомата).

В отличие от системы моделирования широкого профиля вводное устройство узкоспециализированной системы должно обеспечивать большую скорость введения в ЦВМ больших массивов значений признаков распознаваемых сигналов в виде, наиболее близком к принятому в проектируемой распознающей системе. Напр., при моделировании конкретного читающего автомата таким вводным устройством может быть блок подачи документов и сканирования знаков, взятый от реального автомата и дополненный соответствующими элементами, кодирующими значения признаков для ввода в ЦВМ.

Г. Л. Гимельфарб, В. И. Рыбак.

МОДЕЛИ́РОВАНИЕ ПСИХИ́ЧЕСКИХ ФУ́НКЦИЙ — направленное на раскрытие программ поведения человека информационное моделирование психических процессов, сводящееся к построению формализованных моделей психических функций. М. п. ф. ведут по двум направлениям: структурно-системному, базирующемуся на данных нейрофизиологии и психологии, и в направлении *программирования эвристического* (моделирования), при котором мозг рассматривают как *«чёрный ящик»* и его деятельность описывают в виде системы отдельных информационных актов, происходящих по определенным *алгоритмам*.

М. п. ф. основывается на утверждении, что выделение *информации* мозгом как в ходе

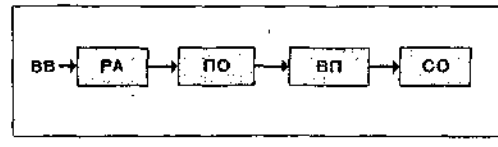
чувственного познания, так и при отвлеченном мышлении понятиями, происходит в процессе отражения мозгом внеш. и внутр. среды в виде создания внутримозговых моделей. Психофизиологический субстрат мозговых моделей во многом еще неясен, но материальной их основой являются, несомненно, корко-подкорковые структуры. Процесс моделирования в высших организмах осуществляется не путем пассивного отражения, а в ходе ориентировочно-поисковой деятельности, при активном отборе информации. Отбор информации для построения необходимой стратегии и тактики поведения создает возможность действовать «разумно». Моделирующий характер рефлекторной деятельности доказан экспериментально. Обобщение обширного материала психологии и физиологии высшей нервной деятельности позволяет прийти к выводу, что работа мозга как инструмента динамического информационного моделирования базируется на следующем: образование внутримозговых моделей происходит в результате переработки информации, перекодирования ее с низшего в высший *код по* законам изоморфного отражения, при сравнении врожденных или приобретенных в ходе онтогенеза моделей с вновь возникающими при поступлении сигналов в мозг. Моделирование происходит при циркуляции информации по «функциональной системе»: кора — подкорковые образования, периферия — центр. Создание моделей в мозгу ведет к уменьшению *энтропии*; в результате поступления информации в мозг увеличивается упорядоченность, уменьшается неопределенность в этой системе. Работа мозга основывается также на вероятностном прогнозировании и обеспечении наименьшего взаимодействия центров, когда задача системы в данной ситуации состоит в том, чтобы минимизировать афферентацию.

Формализованные модели психических функций реализуются в виде *программ* для ЦВМ. В настоящее время созданы программы, моделирующие процесс *доказательства теорем на ЭВМ*, программы в области планиметрии и алгебры, сочинения музыки, принятия решения человеком, программы игры в шахматы и др. игры, постановки диагноза, декодирования шифра, определения авторства литературных произведений.

К. А. Иванов-Муромский.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕНСОРНЫХ СИСТЕМ — построение и исследование математических и физических аналогов отделов сенсорных (ощущающих) систем и *биологических систем* в целом. М. с. с. дает возможность установить количественные характеристики их работы, взаимозависимость отделов анализаторов и выявить динамику реакций биологической системы или динамику процесса обучения ее при изменении внешних воздействий и при различных внутренних состояниях. Сенсорные, или анализаторные, системы являются осн. каналами связи человека с окружающей средой. Некоторые клетки, расположенные на внеш. поверхности тела животных, в процессе развития эволюционировали в сторону восприятия определенных разнообразных внеш. раздражений, которые воздействовали на организм. Это многообразие обусловило специализацию анализаторов.

В организме различают пять сенсорных систем, связанных с пятью органами чувств: зрением, слухом, осязанием, обонянием, вкусом. На работу всех анализаторных систем влияет вестибулярный аппарат. Хотя в ф-циях и строении анализаторов имеются значительные отличия, в их структуре и работе есть и



Упрощенная блок-схема «этажной» организации сенсорной системы.

общее. Наблюдаемая структурная «этажность» сенсорных систем связана с функциональными особенностями обработки информации. По-видимому, каждый структурно выделенный «этаж» систем несет свою функциональную нагрузку. Упрощенная схема «этажной» организации сенсорной системы показана на рис. Многообразные внешние воздействия (ВВ) с помощью рецепторного аппарата (РА) преобразуются в нервной сети первичной обработки информации (ПО), структурно расположенной рядом с рецепторами. Затем следует одна (в зрительном анализаторе) или несколько (в слуховом анализаторе) подкорковых структур, производящих вторичную обработку информации с целью выделения некоторых обобщенных признаков (ВП), соответствующих данному набору внешних воздействий. В корковых структурах мозга осуществляется синтез образа (СО) внеш. среды, соответствующего данной системе обобщенных признаков. Синтезированный образ представляет нейрофизиол. модель образа внеш. среды. Нейрофизиол. модель вырабатывается в процессе обучения, может запоминаться и затем на высших «этажах» взаимодействовать с моделями других образов, напр., в процессе ассоциативного мышления, участвовать в выработке двигательной или речевой реакции организма, являющейся ответом на воздействие окружающей среды, или использоваться в процессах управления внутр. сферой организма.

Любая сенсорная система включает в себя рецепторный аппарат и ряд последовательных переключений, связанных между собой нервными волокнами. Импульсы возбуждения, возникающие в рецепторах и связанные с преобразованием внеш. воздействий различных модальностей, по нервным волокнам передаются к подкорковым, а затем и к корковым центрам мозга. Общепринятой считается следующая схема преобразования информации в анализаторной системе. Рецепторный аппарат преобразует различные воздей-

ствия (свет, тепло, давление, ускорение, звук и т. п.) окружающей среды в специфические разряды нервных импульсов. Отмечено, что частота этих разрядов может нести информацию об амплитуде внеш. раздражения, скорости ее изменения и (или) интегр. действии раздражителя. Возбуждение рецепторной клетки — W часто определяется линейной суммой этих составляющих внешнего раздражителя x:

$$W = \alpha x + \beta \frac{dx}{dt} + \gamma \int_0^{\tau} x dt,$$

где α, β, γ — коэфф., определяющие свойства данной рецепторной клетки. Если в каждый момент времени возбуждение превышает порог рецепторной клетки ($W > W_n$), то клетка посылает импульсы дальше, в следующие за рецепторным аппаратом нервные образования. Приведенное выше соотношение при различных значениях коэфф. позволяет охватить работу клеток, специализирующихся на анализе амплитуды раздражения и скорости изменения амплитуды.

Для оптимизации приема рецепторным аппаратом сигналов внеш. среды организм использует спец. механизмы настройки. Сигнал, поступающий извне, приводит в действие систему мышц, связанную с данным рецепторным аппаратом. Система мышц ориентирует рецепторный орган или все тело целиком в отношении источника энергии. Кроме того, настройка может изменять количество энергии, поступающей на рецептор (напр., диафрагмирование зрачка глаза), а также осуществлять слежение за источником энергии. Состояние аппарата настройки с помощью мышечных рецепторов передается в его анализатор и используется для измерения пространственных параметров источника энергии.

Первичная обработка информации происходит в нервных (ганглиозных) клетках рецепторного аппарата анализатора. При такой обработке обостряются пространственные и временные границы действия раздражителя, выделяется пространственный контур внеш. образа, выделяются динамические параметры раздражителя, изменяющегося во времени и т. п. Все свойства раздражителя отражаются на частоте импульсации соответствующих рецепторных клеток.

При первичной обработке информации замыкаются спец. нейронные механизмы концентрации внимания (сосредоточения), приводимые в действие корковым отделом анализатора. Концентрация внимания позволяет выделить и усилить именно ту информацию, которая интересует организм, воспринимающий этот сигнал. Выделение обобщенных признаков, свойственных только данному раздражителю происходит, очевидно, в подкорковых центрах анализаторов. Именно здесь, по-видимому, происходит пространственно-временная селекция образов, позволяющая биосистеме различать их и классифицировать. Механизмы работы подкорковых центров сложны, изучены мало и их пока трудно объяснить. Поэтому важное значение имеют эвристические методы описания этих процессов.

Корковые отделы анализаторов, как считают, отвечают за синтез (по выделенным в подкорковых центрах обобщенным характерным признакам) образов внеш. среды. При этом возбуждение соответствующих нейронных структур коркового отдела, представляющих нейрофизиолог. модель образа, отождествляется биосистемой (человеком) с осознанием внеш. образа. Важную роль в этих процессах играют образовавшиеся ранее различные модели образов окружающей среды и анализа образов. Управление включением и выключением моделей осуществляется благодаря распространению возбуждения и торможения, образования доминантных очагов усиления и торможения. Корковые отделы анализаторов в свою очередь образуют сложную иерархическую структуру, заполненную нейрофизиол. моделями окружающего мира. В соответствии с принципом все более абстрактного анализа восприятий внеш. мира каждой модели высшего «этажа» соответствует некоторое множество моделей низшего «этажа».

Взаимодействие анализаторов, происходящее в корковых и подкорковых структурах мозга, позволяет по ответной реакции биосистемы судить о правильности осознания внеш. образа, последовательности образов и пр. Вследствие такого взаимодействия происходит формирование условных рефлексов, образование сложных реакций биосистемы в режиме обучения, переобучения, адаптации и т. п. Имея возможность наблюдать воздействия на входе рецепторного аппарата анализаторной системы и ответные реакции биосистемы, можно охватить анализаторную систему или группу анализаторных систем с двух сторон. Такое изучение, совмещенное с детальным исследованием рецепторного аппарата и физ. моделированием *нейронных сетей*, поможет получить ответы на многие вопросы, связанные с работой анализаторных систем.

М. с. с. охватывает построение моделей каждого из рассмотренных структурных «этажей». Наиболее легкой задачей является моделирование процессов преобразования физ. величин в специфический нервный *код*, т. е. моделирование рецепторного аппарата. Это объясняется относительной простотой физ.-хим. реакций в рецепторах, возможностью получать надежные экспериментальные данные и использовать аппарат классической математики для построения адекватных *моделей математических* (см. *Модель нервной клетки*).

Построение моделей работы сетей первичной обработки информации связано с изучением нейронных сетей. Ведется моделирование сетей из достаточно простых (формальных) моделей нейронов на цифровых машинах, изучение принципов первичной обработки информации на сетях, построенных из физ. моделей *нейронов* с различными свойствами. Это позволит установить принципы обострения

контраста, выделения границ образа, селекции движущихся объектов, измерения различных временны́х и пространственных свойств объектов.

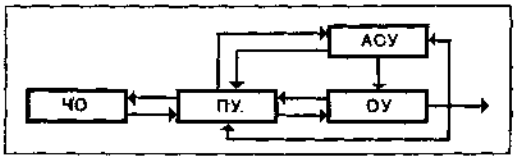
Создание моделей работы подкорковых и корковых узлов сенсорных систем очень сложно. Поэтому развиваются эвристические модели мышления, эмоций, поведения, построенные на различных системах исходных гипотез, и модели, связанные с тех. задачами *распознавания образов*. Развиваются эвристические модели «этажной» обработки информации, предпринимаются попытки моделировать работу нейронных сетей, состоящих из сложных элементов, включающих довольно большую совокупность нейронов, выполняющих одну функцию. Критерием полезности эвристической модели служит расширение класса задач или упрощение *алгоритма* (программы) решения некоторой типовой задачи. Моделирование анализаторов как систем восприятия и переработки информации является одной из важнейших задач *психологии инженерной*.

Ю. Г. Антомонов, А. Б. Котова.

МОДЕЛИ́РОВАНИЕ СИСТЕ́МЫ «ЧЕЛОВЕ́К—МАШИ́НА» — построение и анализ математических и физических аналогов исследуемой системы или ее элементов. Модельный эксперимент как средство исследования дает возможность воспроизводить и изучать системы, прямой эксперимент над которыми затруднен или экономически невыгоден. При изучении *проблемы «человек — машина»* применяются различные виды моделирования: математическое, физическое, предметное, с помощью *вычислительных машин* и др. На рис. изображена блок-схема типичной системы «человек—автомат—объект», а в таблице приведены различные варианты ее моделирования. Таблица составлена с учетом, что пульт управления (ПУ) передает информацию между элементами системы без искажений.

№ варианта	Моделируемые элементы системы	Вид моделирования	Элементы, используемые без моделирования
1	ЧО, АСУ, ОУ	М, Эл, Пр + Эл	
2	ЧО	Эл	АСУ, ОУ
3	АСУ	Эл, Пр, Эл + Пр	ЧО, ОУ
4	ОУ	Эл, Пр, Эл + Пр	ЧО, АСУ
5	ЧО, АСУ	Эл, Пр, Эл + Пр	ОУ
6	ЧО, ОУ	Эл, Пр, Эл + Пр	АСУ
7	АСУ, ОУ	Эл, Пр, Эл + Пр	ЧО

В таблице приняты обозначения: ЧО — человек-оператор; АСУ — автоматы системы управления; ОУ — объект управления; М — математическое, Эл — электронное, Пр — предметное моделирование. Математическая модель системы «человек — машина» (в табл. строка 1) строится с помощью математического описания, в котором адекватно отражаются свойства, проявляемые системой в различных условиях. Это описание, сопровождаемое интерпретацией элементов описания и указанием соответствия между экспериментально обнаруженными свойствами системы или ее элементов и свойствами описания, и является моделью системы, отражая в математической форме существующие зависимости, связи и законы. Человека-оператора в этом случае представляют, напр., в виде *передаточной функции*, используя аппарат дифференциальных уравнений, методы *вероятностей теории* и *математической статистики*, абстрактной ал-



Блок-схема системы «человек — автомат — объект управления».

гебры, математической логики и т. д. С помощью математических моделей можно представить поведение системы под влиянием различных факторов среды, поиск оптимального распределения функций между человеком и автоматами и определение критериев работы системы (надежность, точность, быстродействие и др.). При этом определяются условия, параметры и критерии качества работы осн. элементов системы: требования к объекту управления как элементу системы, количество и вид вспомогательных устройств, необходимый и достаточный для нормального ее функционирования объем информации, выводимой на пульт управления, требования к персоналу и т. д. Так, для описания работы *системы управления замкнутой* в терминах теории автоматического регулирования была предложена математическая модель человека-оператора, представляющая его в виде системы регулирования со следующей передаточной функцией:

$$W(p) = e^{-p\tau}\frac{T_{ф}p + 1}{(T_{о}p + 1)(T_{н}p + 1)}$$

где $T_{ф}$ — коэффициент форсирующего звена; $T_{о}$ — коэффициент интегрирующего звена, обусловленного инерционностью обработки оператором входной информации и принятия решения; $T_{н}$ — коэффициент интегрирующего звена, обусловленного нервно-мускульной задержкой оператора; τ — время запаздывания человека-оператора. Эта функция определяет зависимость величины двигательной реакции оператора от величины рассогласования между потребным и наличным состояниями объекта (отношение первой ко второй). В дальнейшем эта модель уточнялась, дополнялась и использовалась для изучения конкретных систем; разрабатывались методики получения оптимальных динамических свойств оператора в системе ручного управления. С этой целью вводились корректирующие звенья для

получения передаточной функции управляющей системы подобной передаточной функции пропорционального звена. Предлагались передаточные функции, для построения которых использовался другой математический аппарат, в частности, гармонический анализ, теория вероятностей. Электронное М. с. «ч. — м.» использует большие возможности вычислительной техники. Строились модели таких объектов управления, как мартеновский цех, космический корабль, подводная лодка и т. п. Для моделирования человека-оператора, чья передаточная функция содержит только форсирующее и интегрирующие звенья, может быть использована *аналоговая вычислительная машина* (АВМ). Если же надо учесть также и время реакции либо используется иной математический аппарат описания, то применяется *цифровая вычислительная машина* (ЦВМ). Электронное моделирование позволяет проверять правильность различных математических моделей и уточнять их, внося нужные изменения, оно дает возможность легко осуществить связь с элементами системы, моделируемыми с помощью др. средств. В связи с разнородностью элементов системы часто применяется смешанное моделирование. В этом случае одни элементы удобнее моделировать с помощью вычислительных машин, другие — путем предметного моделирования, третьи — вообще не моделировать. Пример такого моделирования приведен во 2-й строке таблицы. 3-й вариант моделирования системы осуществляется для определения объема и вида автоматики, дополняющей оператора, с целью обеспечения качественного управления объектом и для испытания экспериментальных образцов автоматич. системы управления или ее узлов.

При изучении объекта с точки зрения возможности применения уже существующей системы «человек — автомат» (части системы «человек — машина») и при испытаниях опытного образца объекта или ее агрегатов используется 4-й вариант моделирования (см. табл.). Варианты моделирования 2, 3 и 4 используются для анализа отдельных элементов системы. Последние три варианта связаны с синтезом частных систем «человек — автомат», «человек — объект» и «автомат — объект». При этом выясняются вопросы распределения функций между человеком-оператором и автоматами, определяются ансамбли контролируемых параметров, уточняются требования к персоналу, испытываются опытные образцы элементов системы. Последний вариант моделирования используется при разработке и создании учебных макетов, тренажеров и аппаратуры для целей профессионального отбора и диагностики состояния оператора. Учебные макеты, призванные в наглядной форме демонстрировать принципы работы осн. узлов и агрегатов объекта управления и автоматики, создаются обычно при помощи предметного, физического моделирования. При конструировании тренажеров создаются модели, отражающие не только характеристики, связи и законы управления реальной системы, но и обстановку, в которой приходится действовать оператору, решая задачи управления объектом, причем широко используются отд. элементы и конструкции моделируемой системы.

Модели, используемые для профессионального отбора, имитируют осн. черты деятельности оператора и предназначены для выявления способностей человека к овладению необходимыми навыками (диагностика обучаемости). Контроль за состоянием оператора осуществляется с помощью спец. моделей системы управления (либо ситуаций, возникающих в них), допускающих измерение параметров деятельности, тесно связанных с уровнем работоспособности оператора. Своевременное обнаружение ухудшения состояния оператора позволяет своевременно принимать меры, предотвращающие аварии по вине персонала. См. также *Психология инженерная*.

Лит.: Чавчанидзе В. В., Гельман О. Я. Моделирование в науке и технике. М., 1966; Система «человек и автомат». М., 1965; Проблемы инженерной психологии, в. 4. Л., 1966; Проблемы инженерной психологии. М., 1967 [библиогр. с. 195]; Вопросы бионики. М., 1967; Бионика вчера и сегодня. М., 1969 [библиогр. с. 188—190].

Ю. Г. Антомонов, В. Е. Кабыкин, В. В. Павлов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЕ — исследование объектов (систем) на *моделях физических*, при котором изучаемый процесс (явление) воспроизводится с сохранением его физической природы или используется аналогичное другое физическое явление. Основой для М. ф. являются методы *подобия теории*, базирующиеся на анализе размерностей физ. величин. Необходимыми условиями при М. ф. являются: соблюдение геом. подобия оригинала и модели и соответствующих масштабов для параметров исследуемого процесса (явления). Для этого натурные значения соответствующих параметров умножают на постоянную величину, называемую масштабом моделирования, или коэффициентом подобия, который для осн. параметров является независимым, а для производных параметров — зависит от основных.

Условием осуществления подобия является равенство критериев подобия — безразмерных величин, содержащих комбинации значений физ. параметров, характеризующих исследуемый процесс в натуре и на модели. По характеру исследуемого процесса различают виды подобия, для которых разработаны соответствующие критерии гидравлического, электр., аэродинамического и др. подобия. М. ф. целесообразно применять при исследовании таких сложных систем, для которых либо невозможно, либо очень сложно дать достаточно точное матем. описание их функционирования, а экспериментальное получение необходимых для решения задач автоматизации характеристик объектов в производственных условиях невозможно без нарушения эксплуатационных режимов технолог. процессов и оборудования, которое в ряде случаев недопустимо (напр., при исследованиях работы систем автоматики на граничных режимах в условиях больших

возмущений, отработке схем аварийной защиты и т. д.).

М. ф. сложных систем, напр., электр., осуществляется на т. н. динамических моделях с использованием спец. машин-моделей, воспроизводящих осн. характеристики реальных элементов системы. М. ф. позволяет воспроизводить свойства систем автом. управления (САУ) полнее, чем при *моделировании математическом*, опирающемся, как правило, на идеализированные матем. описания объекта *(модели математические)* и элементов системы, а также обеспечивает возможность непосредственного присоединения к физ. модели реальной измерит. и регулирующей аппаратуры без спец. преобразовательных устр-в, вносящих дополнительные погрешности и искажения. На рис. показано место М. ф. в общей схеме моделирования САУ.

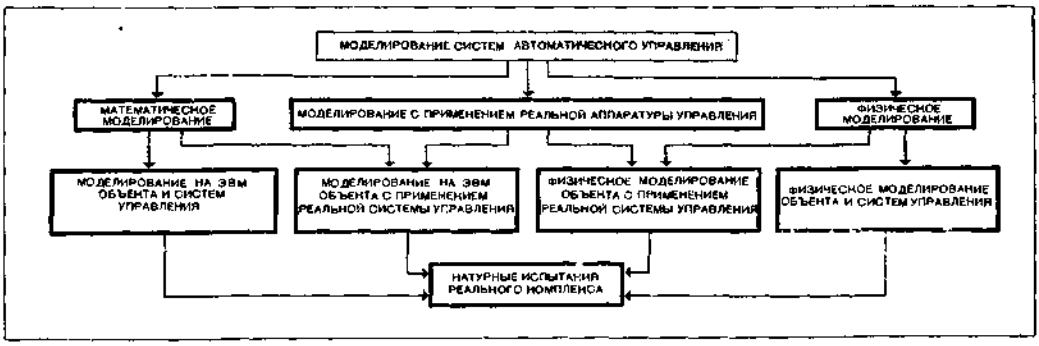


Схема моделирования систем автоматического управления.

Метод М. ф. менее универсален, чем моделирование с помощью ЭВМ, однако в ряде случаев он является эффективным (при исследованиях нестационарных режимов в регулируемых энергосистемах, САУ некоторыми агрегатами хим. и металлург. производства, автоматики сложных электроприводов, в аэродинамике, строительной технике), а иногда и единственно возможным средством (напр., при отработке бортовых САУ космических летательных аппаратов), позволяющим достичь высокой степени точности и надежности автомат. систем.

Лит.: Кирпичев М. В., Михеев М. А. Моделирование тепловых устройств. М.— Л., 1936 [библиогр. с. 317—320]; Эйгенсон Л. С. Моделирование. М., 1952 [библиогр. с. 367—370]; Веников В. А., Иванов-Смоленский А. В. Физическое моделирование электрических систем. М.— Л., 1956 [библиогр. с. 353—358].

О. Л. Цыганков.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦВМ ИМИТАЦИОННОЕ — метод исследования, заключающийся в имитации на цифровой вычислительной машине процесса функционирования схем, алгоритмов или структуры проектируемой машины с целью определения правильности проекта и его качества. Определение этих данных является одной из важнейших задач при проектировании вычислительных средств на различных уровнях проектирования (см. *Автоматизация проектирования ЦВМ*). С этой целью используют различные показатели, отражающие в обобщенном виде потребности пользователей и затраты на разработку и производство вычисл. средств.

Примерами таких показателей могут служить *быстродействие ЦВМ*, затраты на оборудование, оснащенность математическим обеспечением ЦВМ, время безотказной работы и т. д. Обобщенный показатель качества ЦВМ представляется обычно в виде линейного функционала от частных показателей. Частные показатели сложным образом зависят от набора внутр. характеристик ЦВМ, которыми являются ее алгоритмические, структурные и физ. свойства. К ним можно отнести, напр., структуру связей между *регистрами* центр. *процессора*, структуру и к-во каналов обмена информацией между центр. процессором и внеш. оборудованием, алгоритмы управления обменом информацией между оперативным и внешним ЗУ, временные характеристики устр-в, размер страниц, к-во ассоциативных регистров, среднее время *наработки на отказ* и т. д. Такие внутр. характеристики интересуют скорее разработчика, чем пользователя, причем многие из них носят вероятностный характер.

Анализ влияния значений свойств ЦВМ на показатели качества в процессе проектирования позволяет избежать ошибок и оптимизировать проект. Одним из наиболее распространенных методов такого анализа является имитационное моделирование.

Сущность метода имитационного моделирования состоит в разработке программного *алгоритма* процесса функционирования структуры или схемы ЦВМ с учетом выбранного уровня детализации и его испытаний для получения нужных внутр. характеристик структуры или схемы. Этот метод позволяет в принципе исследовать структуры и схемы ЦВМ любой сложности и на любом уровне детализации. Вместе с тем, очевидны и недостатки данного метода: в отличие от метода матем. моделирования, позволяющего получить аналитические зависимости показателей от внутренних характерис-

тик ЦВМ, одиночное испытание модели может дать лишь значение некоторого показателя при заданных значениях характеристик ЦВМ. Характерно, что получение формульных или графических зависимостей показателей от характеристик ЦВМ требует многократных испытаний; разработка *программ* сложных имитационных моделей является трудоемким процессом. Указанные недостатки использования метода имитационного моделирования отражаются и в проблематике осн. направлений развития и использования этого метода: 1) разработке стандартных приемов представления имитационных моделей; 2) исследовании степени подобия имитационных моделей реальным объектам и 3) разработке средств *автоматизации программирования*, ориентированных на задачи моделирования.

Применительно к имитационному моделированию структур и схем вычисл. средств к первому направлению относят задачи разработки моделей потоков входной информации и типовых моделей подсистем вычисл. машины, задачи использования матем. моделей в качестве элементов имитационных моделей, а также задачи преобразования имитационных моделей с целью упрощения программ и увеличения их быстродействия; второе направление составляют задачи по использованию и обработке статистического материала, задачи по исследованию соответствия имитационной модели реальному объекту на основе накопленного статистического материала; третье направление составляют задачи по разработке систем автоматизации программирования, ориентированных на задачи моделирования. Последнее направление получило широкое развитие.

Специфика задач моделирования на различных этапах проектирования позволяет выделить, по крайней мере, два подкласса систем, ориентированных на реализацию системного моделирования и логич. моделирования. К первому подклассу относят системы, обладающие развитыми общеалгоритм. средствами, имеющие широкий набор средств описания параллельно выполняемых действий, описания временны́х диаграмм выполнения процессов, а также развитые средства сбора и обработки статистического материала. К системам программирования данного подкласса относятся языки программирования *СИМУЛА*, GPSS, *СИМСКРИПТ*, *СЛЭНГ*. Входные языки указанных систем, за исключением GPSS, являются подмножествами процедурно-ориентированных языков программирования (напр., *АЛГОЛ-60* или *ФОРТРАН*), расширенными средствами динамических структур данных, операторами управления квазипараллельными процессами, спец. средствами сбора статистики и средствами обработки списков. Ввиду того, что данный арсенал средств позволяет вести статистические исследования моделей, системы моделирования первого подкласса иногда наз. системами статистического моделирования. Ко второму подклассу относят системы, позволяющие в удобной и сжатой форме отразить логич. и топологич. особенности схем, обладающие средствами работы с частями слов, средствами преобразования форматов, а также средствами записи микропрограмм. К данному подклассу систем относятся языки программирования ЛОТИС, ЦИМОД, *АВТОКОД* и др. По своим возможностям эти языки приближаются к таким алгоритмическим языкам, как *ЛЯПАС*, АЛОС.

Лит.: Применение вычислительных машин для проектирования цифровых устройств. М., 1968 [библиогр. с. 252—254]; Глушков В. М. [и др.]. СЛЭНГ — система программирования для моделирования дискретных систем. К., 1969 [библиогр. с. 412—413].

В. В. Литвинов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ЦВМ — метод исследования электромагнитных полей с помощью *цифровых вычислительных машин*. М. э. п. на ЦВМ дает возможность получить распределение поля в простр. или в некоторой его части, используя в качестве исходной информации электр. и магн. характеристики среды, расположение и интенсивность первичных источников. Широко применяется при проектировании электр. машин и аппаратов, магн. систем ускорителей элементарных частиц и электронной оптики, в *вычислительной технике* и микроэлектронике, в радиотехнике и т. д. М. э. п. на ЦВМ включает в себя: постановку *краевой задачи*, выбор метода решения ее, составление программ для ЦВМ, численный эксперимент на ЦВМ с различными входными данными.

Исходными ур-ниями при М. э. п. на ЦВМ в неподвижных проводниках и диэлектриках являются ур-ния Максвелла. В сверхпроводниках используют ур-ния Лондонов — Максвелла, Гинзбурга—Ландау—Максвелла и другие системы (в зависимости от типа сверхпроводника, величины магн. поля, т-ры и т. д.). В полупроводниках широко применяют систему ур-ний Пуассона, непрерывности, дрейфа и диффузии для дырок и электронов. В жидких проводниках исходными являются ур-ния магн. гидродинамики. К этим ур-ниям необходимо добавить краевые и начальные условия, чтобы выделить из мн-ва их решений одно, описывающее моделируемое электромагн. поле. Обычно нет необходимости решать перечисленные ур-ния в полном объеме. Исходя из конструктивных соображений и особенностей режимов работы устр-в, в которых моделируется поле, в ур-ниях пренебрегают членами, обусловленными заведомо малыми эффектами. Напр., в электр. машинах, аппаратах и токопроводах, работающих на промышленных частотах, не учитывают токи смещения, т. е. поля считают квазистационарными. При этом исходные ур-ния существенно упрощаются. В антеннах и волноводах такого предположения сделать нельзя. Но в этом случае задачу моделирования поля можно упростить, предположив идеальную проводимость металлических поверхностей. Часто делают допущения относительно топологии поля, напр., пренебрегают зависимостью векторов, описывающих поле, от одной или двух простран-

ственных координат. В результате расчет сводят к решению двумерных или одномерных ур-ний. Так, в средней части турбогенераторов, в токопроводах, состоящих из параллельных цилиндрических достаточно длинных проводников, магн. поле считают плоскопараллельным.

Для М. э. п. на ЦВМ используют методы решения краевых задач, которые позволяют разработать *программы*, допускающие варьирование геометрией устр-ва, электр. и магн. характеристиками материалов, учитывающие нелинейные зависимости свойств материалов от поля и т. д. Такие программы позволяют при проектировании электромагн. устр-в заменить физ. эксперимент математическим, найти количественные зависимости и качественные закономерности, которые трудно установить с помощью эксперимента. Этим требованиям удовлетворяют *численные методы*. Возможности аналитических методов в решении задач электромагн. поля ограничены простейшими формами границ раздела сред. Среди численных методов необходимо отметить конечноразностные методы, обладающие большой универсальностью. Успехи, достигнутые в развитии этих методов, позволили решить много задач магн. гидродинамики, полупроводниковой интегральной электроники и т. д. Однако решение задач электромагн. поля конечноразностными методами связано с дополнительными погрешностями, обусловленными искусственным ограничением исследуемой области поля. В некоторых задачах проектирования это приводит к большим ошибкам. Поэтому для М. э. п. на ЦВМ широко применяют метод вторичных источников (интегр. ур-ний). Особенностью этого метода является то, что расчет поля проводится в два этапа: на первом в результате решения интегральных ур-ний находят распределение источников поля — токи в массивных проводниках, поверхностные и объемные связанные токи и заряды, на втором — по найденному и заданному распределению источников рассчитывают поле в той части пространства, в которой это необходимо, для чего вычисляют соответствующие интегралы по объемам и поверхностям, занимаемым указанными источниками. Этот метод используют при моделировании электромагн. полей антенн и токопроводов, вихревых токов в проводниках сложной формы, электромагн. полей в неоднородных и анизотропных средах, в тонкопленочных сверхпроводящих структурах, в полупроводниковых *интегральных схемах* и т. д.

Лит.: Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1959; Петрушенко Е. И. К расчету вихревых токов в проводниках сложной формы. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1966, № 6; Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 2. Л., 1967; Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. К., 1967 [библиогр. с. 249—250]; Пухов Г. Е., Петрушенко Є. І. До розрахунку нестаціонарного електричного поля, концентрацій носіїв заряду і струморозподілу в напівпровідникових інтегральних схемах. «Доповіді АН УРСР», 1973, серія А, № 8; Петрушенко Е. И. К расчету перемагничивания ферромагнетиков сложной формы в квазистатическом приближении. «Математическое моделирование и теория электрических цепей». 1971, в. 9.

Е. И. Петрушенко, О. В. Тозони.

МОДЕЛЬ ЗРИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА — 1) математическое описание процессов приема и преобразования информации в зрительном органе *(модель математическая)*; 2) физическое устройство, воспроизводящее обработку сигналов аналогично обработке, происходящей в биологическом анализаторе (физ. модель).

Зрительный биологический анализатор включает в себя рецепторный аппарат и ряд последовательных структур нервных клеток, связанных между собой нервными волокнами. Нервные клетки зрительного анализатора организованы в некоторые структурно-функциональные ансамбли — рецептивные поля. Рецептивные поля клеток нервных узлов сетчатки, а также нервные клетки подкорковой структуры — наружного коленчатого тела (НКТ) и коры мозга делят на три класса: реагирующие на включение света, реагирующие на выключение света и реагирующие на включение и выключение света. Установлено, что рецептивные поля сетчатки способны также обнаруживать границу выпуклой темной области, изменение освещенности, меняющуюся или движущуюся контрастную поверхность. Рецептивные поля подкорковой структуры НКТ производят дальнейшую обработку информации, связанную в основном с выделением некоторых обобщенных признаков зрительного образа. Рецептивные поля коры организованы более сложно, чем поля сетчатки и НКТ. В зрительной коре есть простые, сложные и сверхсложные рецептивные поля, отвечающие за различение формы, яркости и цвета зрительного образа, а также за формирование класса образов при обучении.

Достаточно полных матем. моделей, охватывающих одновременно переработку информации рецепторным аппаратом, подкорковыми и корковыми структурами зрительного анализатора, в настоящее время не существует. Среди работ, посвященных моделированию зрения, можно выделить несколько групп: а) модели воздействия светового сигнала на чувствительные элементы зрительных органов; б) модели движения глаза при перемещении объекта; в) модели инерции и иррадиации зрения; г) модели ощущения цвета; д) модели выделения признаков и обобщения признаков в зрительный образ. Осн. свойство зрительного анализатора, которое необходимо учитывать при построении моделей рецепторного аппарата,— наличие для зрительной системы минимума пороговой энергии раздражающего стимула. Зрительное восприятие дискретно во времени. В наиболее явном виде инерция и иррадиация зрения проявляются, напр., в слиянии частых световых мельканий и слиянии достаточно густо расположенных полос разной яркости. Построена матем. модель инерции и иррадиации зрения на основании аналогии между зрением и тепловыми явлениями. Эти свойства зрения описываются дифф. ур-нием 2-го порядка в частных производных.

В основе моделирования движения глаза при восприятии движущихся объектов лежит представление зрительного анализатора в виде *следящей системы*. Свойства зрительного анализатора могут быть выяснены при помощи анализа рефлекторных движений глаза, вызванных смещением точки фиксации. Этот анализ позволяет предположить, что фиксация осуществляется не одиночным элементом сетчатки, а «зоной нечувствительности», все точки которой равноценны для поддержания фиксации. Ряд моделей (физ. и матем.) строится в предположении скачкообразности движения глаза за мишенью. Такая модель представляет собой импульсную следящую систему. Есть модели, способные описывать непрерывные и дискретные движения глаза.

Основой моделирования цветового зрения являются гипотезы о природе ощущения цвета. Согласно трехкомпонентной теории цветного зрения светочувствительные элементы — палочки — не различают цвета, реагируя только на яркость, а цветовое зрение обеспечивают колбочки. Другая модель цветового зрения основывается на предположении о существовании в сетчатке только двух приемников света: колбочек и палочек. Предполагается, что колбочки и палочки отличаются лишь тем, что имеют различные спектральные характеристики. Сигнал от колбочек идет по одному каналу, а от палочек — по другому. Цветовое зрение возникает в процессе одновременной передачи сигналов по обоим каналам и восприятия этих сигналов корковыми структурами мозга.

Известны попытки матем. описания некоторых процессов, происходящих в рецептивных полях сетчатки глаза, в детерминированном и стохастическом представлениях. Появились работы, авторы которых пытаются рассматривать процессы, происходящие при зрении, опираясь на *информации теорию*. Построены модели осн. операций в зрительной системе и рассмотрены с общих теоретико-информационных позиций многочисленные явления физиологич. оптики и психологии зрения. Подробно изучаются нейронные сети, связанные с работой зрительного авализатора. Теоретические исследования в области выделения признаков, обобщения и распознавания образов, как правило, не преследуют цели непосредственного моделирования процессов в зрительном анализаторе. Тем не менее, разрабатываемые *алгоритмы распознавания* отражают многие свойства зрительного анализатора.

Лит.: Кравков С. В. Цветовое зрение. М., 1951 [библиогр. с. 164—171]; Глезер В. Д. К характеристике глаза как следящей системы. «Физиологический журнал», 1959, т. 45, № 3; Ляпидевский В. К. Модель цветного зрения. «Доклады АН СССР», 1960, т. 134, № 2; Глезер В. Д. Механизмы опознавания зрительных образов. М.— Л., 1966 [библиогр. с. 189—202]; Шабанов-Кушнаренко Ю. П., Рвачов В. Л., Мурашко А. Г. Математичні моделі зору. К., 1966.

А. Б. Котова, А. А. Петров.

МОДЕ́ЛЬ МАТЕМАТИ́ЧЕСКАЯ — система математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или явление. Для составления М. м. можно использовать любые матем. средства — *язык* дифф. или интегр. ур-ний, *множеств теорию*, абстрактную алгебру, *логику математическую, вероятностей теорию* и др. Процесс составления М. м. наз. *моделированием математическим*. Это самый общий и наиболее употребляемый в науке, в частности, в кибернетике, метод исследований.

МОДЕ́ЛЬ НЕ́РВНОЙ КЛЕ́ТКИ — система уравнений *(модель математическая)*, решение которой описывает активность клетки, или техническое устройство *(модель физическая)*, отражающее определенные свойства, характерные для оригинала. Работа клетки очень сложна, т. к. связана с молекулярными процессами в ней, потоками различных ионов через мембрану и синаптическими раздражениями (см. *Возбуждения клетки теория* и *Биологические системы*). Она заключается в генерировании специфических импульсов — потенциалов действия — в ответ на раздражение. Импульсная активность клетки характеризуется детерминированной составляющей, отражающей преобразование определенных параметров раздражения в частоту разрядов, и случайной составляющей, связанной со спонтанной активностью клетки.

Осн. целью при построении моделей математических (статистических) импульсной активности *нейронов* является получение теор. зависимостей, связывающих параметры входных импульсных последовательностей, поступающих на синапсы нейрона, с его выходной импульсацией, т. е. определение способов преобразования нейроном поступающей на него информации. В основу моделей положено представление о нейроне как пороговом элементе, который осуществляет линейное суммирование местных постсинаптических потенциалов (ПСП) и генерирует потенциал действия при достижении порога суммарным ПСП. В ряде моделей считают, что «случайность» присуща не входному сигналу, а самому нейрону, т. е. импульсация, поступающая на нейрон, детерминирована, а порог нейрона флуктуирует случайным образом. Теория возбуждения клетки, отражающая детерминированную составляющую ее активности, связана с избирательной проницаемостью клеточной мембраны к различным ионам. Во время нервного импульса сначала увеличивается проницаемость ее для ионов натрия; натрий входит внутрь клетки, и потенциал мембраны может даже изменить свой знак. Более медленно возрастает проницаемость для ионов калия. Проницаемость для ионов натрия в это время уменьшается, и внутр. поверхность мембраны снова заряжается отрицательно по отношению к внешней. Матем. модель возбуждения Ходжкина и Хаксли определяет полный ток I через мембрану клетки через проводимость по отношению к ионам калия, натрия и др., записывают ее в виде:

$$I = c\frac{du}{dt} + \bar{g}_{K}n^{4}(u - u_{K}) + \bar{g}_{Na}m^{3}h(u - u_{Na}) + g_{l}(u - u_{l});$$

$$\frac{dn}{dt} + (\alpha_n + \beta_n)\, n = \alpha_n;$$

$$\frac{dm}{dt} + (\alpha_m + \beta_m)\, m = \alpha_m;$$

$$\frac{dh}{dt} + (\alpha_h + \beta_h)\, h = \alpha_h; \qquad (1)$$

$$\alpha_n = 0{,}01\,(v + 10)\,\frac{1}{e^{\frac{v+10}{10}} - 1};$$

$$\beta_n = 0{,}125 e^{\frac{v}{80}};$$

$$\alpha_m = 0{,}1\,(v + 25)\,\frac{1}{e^{\frac{v+25}{10}} - 1};$$

$$\beta_m = 4 e^{\frac{v}{18}};$$

$$\alpha_h = 0{,}07 e^{\frac{v}{20}};$$

$$\beta_h = \frac{1}{e^{\frac{v+30}{10}} + 1}.$$

где $\bar{g}_K n^4$ — проводимость мембраны по отношению к ионам калия; $\bar{g}_{Na}\, m^3 h$ — проводимость мембраны по отношению к ионам натрия; c — удельная емкость мембраны; u — потенциал мембраны; v — сдвиг мембранного потенциала по отношению к исходному значению; u_K, u_{Na}, u_l — равновесные потенциалы для соответствующих ионов, отсчитываемые от потенциала покоя; α, β — коэффициенты дифф. ур-ний; n, m, h — дополнительные безразмерные переменные для более точной аппроксимации экспериментальных данных.

Система ур-ний (1) очень громоздка, и расчет потенциала действия возможен только на *цифровой вычислительной машине*. Ее можно модифицировать, если ввести между изменением натриевой и калиевой проводимости мембраны такую связь:

$$\frac{dg_K}{dt} = k_1 g_{Na},$$

$$\frac{dg_{Na}}{dt} = kv - a_1 g_{Na} - a_0 g_K. \qquad (2)$$

где k_1, k, a_1, a_0 — коэфф. размерности и пропорциональности. Из системы ур-ний (1) следует, что внеш. раздражение действует независимо на проводимость мембраны по отношению к ионам натрия и калия, а из системы ур-ний (2) — что внеш. раздражение изменяет проводимость по отношению к ионам натрия, а поток ионов натрия приводит в действие механизм изменения проводимости по отношению к ионам калия.

Первая и вторая модель динамики проводимости мембраны применимы для объяснения работы одного или двух независимых каналов мембраны. Изменение мембранной проводимости для различных ионов положено в основу матем. описания изменения мембранного потенциала

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{c}\,(g_K - g_{Na})\, u = kv. \qquad (3)$$

Система ур-ний (2) и ур-ние (3) дают возможность, изменяя соотношение проводимостей на различных стадиях возбуждения, получить характеристики формы потенциала действия и особенности ритмики для нейронов различных типов и с различными видами адаптации. Система ур-ний (2) охватывает изменение проводимости мембраны нервного волокна при $a_1 = 2\sqrt{a_0}$, случай физической реакции клетки при $0 < a_1 < 2\sqrt{a_0}$ и тонической реакции клетки при $a_1 = 0$. Т. о., различные адаптационные свойства клетки определяются динамикой ионных проводимостей мембраны. Система ур-ний (2) и ур-ние (3), в котором проще описывается работа нервной ткани, предпочтительнее системы ур-ний (1).

Нейрон является сложным устр-вом преобразования информации. Входная цепь нейрона преобразует частотно-модулированные дискретные входные последовательности в величину непрерывно изменяющегося потенциала, который, в свою очередь, определяет частоту выходной дискретной последовательности. В этом случае нейрон выступает как дискретно-непрерывно-дискретный преобразователь. С этой точки зрения нейрон представляет непрерывное аналоговое устройство, а дискретная форма сигналов служит для удобства передачи информации по нервным волокнам от нейрона к нейрону и для увеличения точности работы нейрона. Важное значение для обработки информации имеет амплитудно-частотная характеристика нейрона, связывающая величину возбуждающего потенциала с частотой выхода.

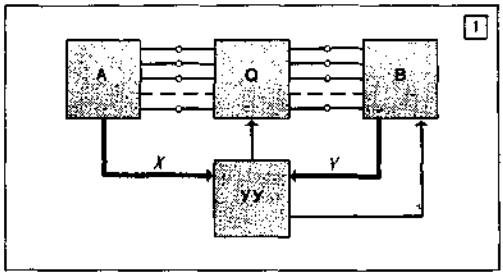
При конструировании физических М. н. к. осн. внимание обращают на отображение в модели ритмических свойств нейрона, свойств пространственно-временной суммации и фаз рефрактерности. Физ. модель нейрона наз. по-разному: нейристор, артрон, симурон, адалин, нейромим, мемистор и т. п. Физические М. н. к. представляют собой электронные устр-ва, собранные на лампах, полупроводниковых триодах или туннельных диодах. Основу электронных моделей составляют, как правило, различные модификации релаксационных генераторов или *мультивибраторов*. Недостатком моделей нейронов на электронных лампах является их громоздкость, ограничивающая использование их в сетевых структурах. Более перспективными в этом отношении являются модели нейронов, выполненные на полупроводниковых элементах и туннельных диодах. Основу таких моделей составляет ждущий мультивибратор. Входная

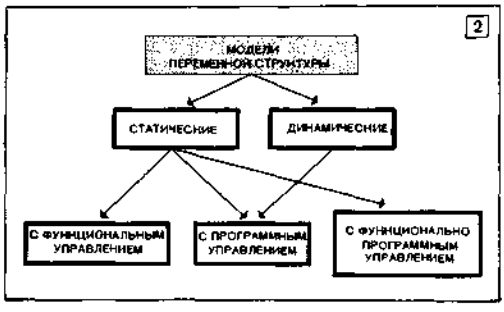
интегрирующая цепочка осуществляет пространственно-временную суммацию. Многие параметры этой модели соответствуют данным, полученным в электрофизиол. экспериментах. Разработаны также модели нейронов, в основе функционирования которых лежат электрохим. процессы (химотроны).

Лит.: Антомонов Ю. Г. [и др.]. Элементы теории нейрона. К., 1966 [библиогр. с. 110—112]; Ходоров Б. И. Проблема возбудимости. Л., 1969 [библиогр. с. 289—301]; Hodgkin A. L., Huxley A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. «The Journal of physiology», 1952, v. 117, № 4.

Ю. Г. Антомонов, А. В. Котова.

МОДЕЛЬ ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ — модель, структура которой изменяется в процессе моделирования какого-либо объекта (при этом структура и параметры моделируемого объекта могут быть постоянными). М. п. с. относятся к классу алгоритм. моделирующих устройств. Решение задач на таких моделях обеспечивается выполнением последовательных операций, на которые разбивается процесс поиска, а управление работой отдельных блоков и узлов модели осуществляется в соответствии с этим разбиением. Такое построение моделирующих устр-в позволяет значительно увеличить их функциональные возможности, а в ряде случаев — существенно упростить их. Каждую М. п. с. можно представить состоящей из следующих осн. функциональных частей (рис. 1): А — многополюсник постоянной





1. Блок-схема модели переменной структуры.
2. Классификация моделей переменной структуры.

структуры, содержащий информацию о решаемой задаче; В — многополюсник, структура и параметры которого могут изменяться во времени. Многополюсники А и В в процессе решения задачи соединяются между собой при помощи ключевой матричной схемы Q в соответствии с *алгоритмом*, задаваемым устройством управления (УУ).

По принципу получения решения М. п. с. можно подразделить на статические и динамические (рис. 2). В статических М. п. с. решение получается в результате последовательного выполнения отдельных матем. зависимостей, составляющих общий алгоритм поиска. Для реализации матем. операций по командам УУ формируются модели постоянной структуры. Решение может быть получено после выполнения одного или нескольких циклов уравновешивания (см. *Уравновешивания методы*). В отличие от статических М. п. с., в динамических М. п. с. заданные моделируемые ур-ния эквивалентны только в режиме изменения структуры модели путем соответствующих коммутаций. Решение задачи получается как некоторый установившийся периодический процесс в результате циклического переключения уравновешивающего элемента. В качестве запоминающего элемента в таких моделях используются конденсаторы, поэтому необходимо, чтобы процесс уравновешивания был непрерывным, иначе достигнутое распределение токов и напряжений начнет изменяться из-за разряда запоминающих конденсаторов.

В зависимости от способов управления параметрами ключевой матрицы Q М. п. с. подразделяются на модели с функциональным, программным и функционально-программным управлением. В моделях с функциональным управлением момент перехода от одного структурного состояния к другому в процессе поиска решения определяется степенью выполнения отдельных матем. операций с заданной точностью. Реализуемый алгоритм поиска содержит логические операции условного перехода, которые и формируют команды переключения. Ключевая матрица такой модели является ф-цией аналоговых переменных $Q = Q(X, Y)$. В моделях с программным управлением моменты изменения структурного состояния не зависят от переменных X и Y, а блоки и узлы работают по заранее определенной жесткой программе. Структура ключевой матрицы такой модели является ф-цией времени $Q = Q(t)$, т. к. положение ключевых элементов и порядок их коммутации определяется заранее, перед решением задачи, и реализуется независимо от величин и знаков переменных, получаемых в процессе решения. Как правило, М. п. с. с программным управлением представляет собой моделирующую цепь с циклически изменяемой структурой, т. е. структура модели повторяется через определенные промежутки времени. Способы реализации программного уравновешивания в М. п. с. могут быть весьма разнообразными. Динамические модели допускают обычно реализацию лишь программного вида управления ключевой матрицей Q. В этом случае наиболее распространенным и исследованным является способ покоординатного уравновешивания. Он состоит в том, что в каждый момент времени

лишь одна компонента ключевой матрицы принимает значение «1» (ключ замкнут); остальные — равны «0», что соответствует разомкнутым ключам.

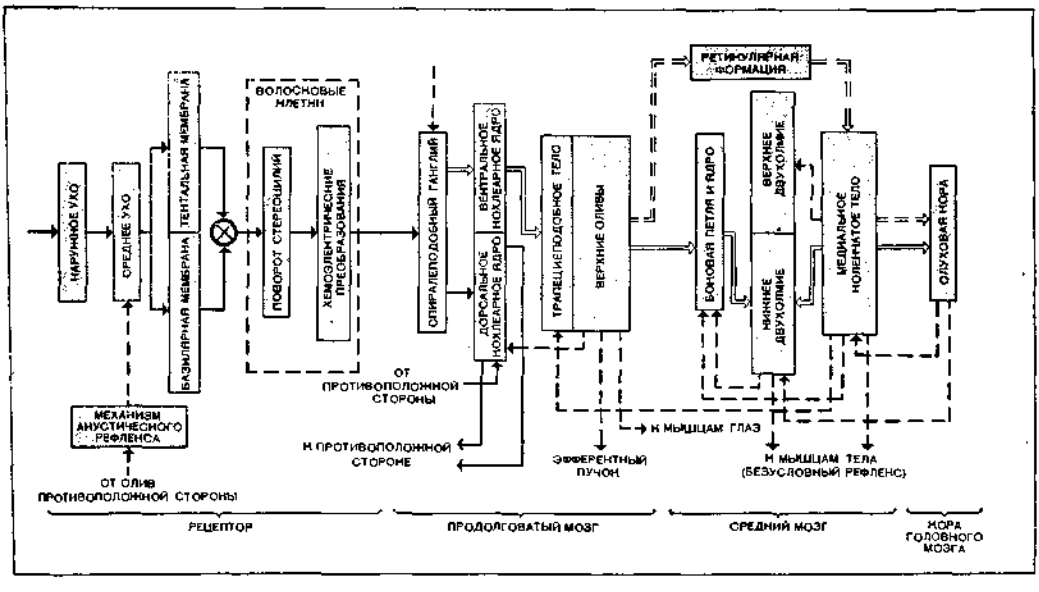
В общем случае алгоритм поиска строится таким образом, что последовательность выполнения части матем. операций для всех циклов уравновешивания (итераций) заранее установлена, а порядок выполнения других операций может изменяться от итерации к итерации в зависимости от хода вычисл. процесса. В этом случае $Q = Q(X, Y, t)$, а модели такого рода наз. моделями с функционально-программным управлением. Точность решения задач на М. п. с. определяется принципами построения таких моделей. Для статических М. п. с. она зависит от точности моделирования отдельных матем. операций, составляющих общий алгоритм решения, а также от к-ва циклов уравновешивания и может быть не хуже, чем в обычных *аналоговых вычислительных машинах*. Динамические модели обладают принципиально неустранимой погрешностью, связанной с неидеальностью запоминания на конденсаторах. Эту погрешность можно уменьшать путем сокращения длительности цикла уравновешивания и улучшения качества работы запоминающих элементов.

Лит.: Пухов Г. Е., Борковский Б. А. Принципы построения динамических цепей. «Теоретическая электротехника», 1966, в. 1; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Пухов Г. Е., Борковский Б. А. Динамическое моделирование и специализированная вычислительная техника. — Грездов Г. И. Вопросы теории моделей переменной структуры. «Математическое моделирование и теория электрических цепей», 1968, в. 6.

Ю. П. Космач.

МОДЕ́ЛЬ СЛУХОВО́ГО АНАЛИЗА́ТОРА — 1) математическое описание процессов преобразования информации в органе слуха (матем. модель); 2) физическое устройство, воспроизводящее обработку сигналов аналогично происходящей в отделах биологического анализатора (физ. модель). М. с. а. дает представления о принципах организации анализатора и практически применяется для построения бионических устройств для анализа и распознавания сложных акустических сигналов. Основу для моделирования анализатора составляют результаты физиол. экспериментов, обобщение которых приводит к построению обоснованной гипотезы о характере обработки сигналов биол. структурами анализаторов.

Обработка слуховой информации происходит в анализаторе в несколько последовательных этапов. В рецепторном отделе анализатора — в улитке — происходит преобразование звукового давления в пространственно-временно́е распределение возбуждения рецепторов, которое далее обрабатывается 12—14 слоями нейронных структур. Имеется по крайней мере 5 отделов анализатора, состоящих из одно- и многослойных структур *нейронов*. Каждый отдел, кроме восходящих афферентных путей, по которым поступает информация, имеет и несколько *обратных связей* от вышележащих структур (рис.), являясь, т. о., информационным фильтром, работа которого регулируется сверху. В работе анализатора большую роль играют механизмы *адаптации* настройки на сигнал. Установлена избирательность реакции нейронов на частотные стимулы, поэтому модели *нейронных сетей* учитывают пространственное распределение



Блок-схема слухового анализатора.

частот в анализаторе и повышение избирательности по мере восходящего анализа. Структуры из нейронов с боковыми тормозящими связями способны повышать разрешающую способность анализатора по частоте путем пространственного дифференцирования возбуждения. На этой основе возникла концепция «узоров», ставящая в соответствие каждому сигналу определенную пространственно-временну́ю комбинацию «узоров» возбуждения и торможения нейронов в проекционных областях слуховой коры головного мозга. Матем. и электронное моделирование нейронных механизмов пока охватывает первые два уровня нейронов (нейроны спирального ганглия и кохлеарных ядер). Основные результаты получены на аналоговых электронных моделях и путем расчетов на вычисл. машинах. Наименее изучены и смоделированы принципы временно́го анализа сигналов слуховым анализатором. В конце 60-х гг. для построения моделей применяли матем. аппарат теор. кибернетики, в частности теоретико-информационные методы. Расчеты информационных возможностей отделов анализатора и сопоставление их с физиол. данными показали, что по мере восходящего анализа к-во перерабатываемой информации уменьшается, и на каждом уровне выделяются признаки сигналов разной сложности. На нижних уровнях анализируются простые характеристики типа частоты и интенсивности, на высших производится синтез и опознание образа и выработка сложных реакций. При моделировании процессов синтеза и опознания образов в слуховом анализаторе встречаются с недостаточностью подробных физиол. данных о деятельности отдельных элементов слуховой системы и сложностью орг-ции многоуровневой системы анализа. Поэтому существующие модели описывают ряд частных процессов в основном на нижних уровнях, происходит уточнение ряда физиол. фактов, накапливаются материалы по временной орг-ции слухового анализа. Развитие моделирования слухового анализатора связано с решением сложной проблемы *распознавания образов*, в частности слуховых, речевого управления машинами и механизмами, создания новых систем связи и автомат. программирования и перевода.

Лит.: Лабутин Б. К., Молчанов А. П. Слух и анализ сигналов. М., 1967 [библиогр. с. 79]; Гершуни Г. В. [и др.]. Синаптические преобразования афферентного потока на нейронах слуховой системы. В кн.: Синаптические процессы. К., 1968; Позин Н. В. Моделирование нейронных структур. М., 1970 [библиогр. с. 248—259]; Долятовский В. А. Первичное преобразование сигнала в слуховой системе.— Долятовский В. А., Пономарева И. Д., Цепков Г. В. К анализу структурной и функциональной организации сенсорных систем. В кн.: Кибернетические аспекты в изучении работы мозга. М., 1970; Фланаган Дж. Л. Анализ, синтез и восприятие речи. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 378—392].

В. А. Долятовский.

МОДЕЛЬ «СМЫСЛ↔ТЕКСТ» — модель системы автоматического перевода с одного языка на другой, являющаяся одновременно программой описания естественного языка. М. «с. ↔ т.» опирается на достижения первого десятилетия работ по автоматическому переводу (АП) в СССР и за рубежом (1954—64) — переход от бинарных алгоритмов перевода к идее независимости синтаксического анализа от последующего синтеза, метод фильтров, методы семантического *тезауруса* и семантических множителей, а также на представление об описании языка как об *исчислении*, внесенное в лингвистику теорией *грамматик порождающих*.

М. «с. ↔ т.» исходит из следующих принципов: владение языком проявляется у говорящего в способности выразить нужный ему смысл с помощью соответствующего текста, а у слушающего — в умении извлечь из текста содержащийся в нем смысл; при АП с языка на язык осн. операции движения от смысла к тексту и обратно предстают в явном виде: смысл, закодированный на входном языке, подлежит декодированию и независимой фиксации, а затем кодированию на выходном языке. Поэтому задачи АП и научного описания языка, т. е. построения его действующей модели, совпадают.

Существенным свойством естественного языка является многозначность функции «смыслы ↔ тексты»; один и тот же смысл может быть выражен многими разными способами (так, для фразы «Только обилие специальных терминов в этом тексте мешает ему перевести его» в рус. языке имеется по меньшей мере 10^7 синонимичных перифраз). В М.«с.↔т.» этому свойству соответствует принцип множественности синтеза — по заданному смыслу М. «с. ↔ т.» призвана строить все соответствующие ему тексты; для целей АП порождение может ограничиваться получением первого удовлетворительного во всех отношениях варианта перевода. Движение от смысла к тексту (и обратно; но до сих пор М. «с. ↔ т.» разрабатывалась в основном в аспекте синтеза) представимо как проходящее ряд уровней — от «максимально семантического» представления до реального текста.

С разработкой М. «с. ↔ т.» связано открытие следующего фундаментального лексико-семантического свойства естественных языков: существует примерно 50—100 значений, таких, что: каждое из них часто выражается в тексте; общее число различных выражений каждого из них очень велико — более 100; в каждой данной точке текста выбор конкретного выражения строго определяется *ключевым словом* С, вокруг которого концентрируется данное значение. Эти значения названы стандартными лексическими функциями (ЛФ) от ключевых слов, а их выражения — значениями ЛФ, или лексическими коррелятами. Примеры ЛФ приведены в табл. 1.

Ряд ЛФ, играющих важнейшую роль в М. «с. ↔ т.», соответствует достаточно абстрактным значениям, находящимся на границе между *семантикой* и синтаксисом. К ним относятся т. н. лексические замены, т. е. ЛФ, ставящие в соответствие ключевому слову С корреляты с тем же значением, принадлежащие к той же части речи (синонимы — Syn)

или к др. частям речи (дериваты — V_0, S_0, A_0, Adv_0), напр., S_0 (строить) = строительство; A_0 (строить) = A_0 (строительство)=строительный; Syn (считать)=полагать; S_0 (считать)=мнение; V_0 (мнение)=считать и т. п., и ЛФ $Oper_i$, $Func_i$ и $Labor_{ij}$, являющиеся «оглаголенным» выражением синтаксической связи между названием ситуации и ее участниками (см. табл. 2).

Таблица 1.

ЛФ	С			
	изменение	разгромить	рыжий	любить
Magn (≃ «очень»)	коренное	наголову	огненно	сильно, безумно, до потери сознания

ЛФ	С				
	совет	приглашение	приказ	приговор	мечта
Real (≃ «выполнять»)	последовать ~*у*	принять ~*е* воспользоваться ~*ем*	выполнить ~	привести ~ в исполнение	осуществить ~ *у*

ЛФ	С				
	блокада	отчаяние	бедствие	страсть	нужда
Figur («образ»)	кольцо	бездна	пучина	пламя	тиски

Таблица 2

ЛФ	С				
	агрессия	сомнение	победа	чувство	долг
$Oper_1$	совершать ~ *ю*	питать ~*я*	одерживать ~ *у*	обладать ~*ом*	быть в ~ *у*
$Oper_2$	подвергаться ~ *и*	быть под ~*ем* вызывать ~*я*	—	—	—
$Func_0$	происходить	—	—	—	—
$Func_1$	—	иметься, быть *у*	оставаться за	быть ~*у*, быть присущим	—
$Func_2$	быть направленной против	—	—	—	—
$Labor_{12}$	—	относиться с ~ *ем* к	—	—	брать, получать в ~

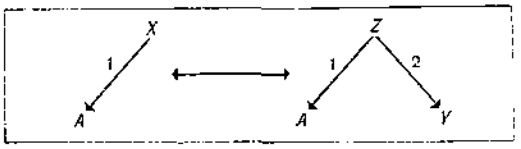
Движение в М. «с. ↔ т.» от смысла к тексту, или семантический синтез, мыслится по следующей схеме. 1. Семантический компонент: от смысловой записи (сложного графа семантических элементов) до синтаксических структур. 2. Синтаксический компонент: от синтаксической структуры до линейных последовательностей абстрактных характеристик словоформ. 3. Морфологический компонент: от абстрактной характеристики словоформы до ее фонемного представления. 4. Фонологический компонент: от фонемного представления до орфографической записи.

Наименее разработанным в лингвистике и наиболее актуальным является семантический компонент, в котором М. «с. ↔ т.» выделяет три уровня: а) первичное языковое оформление смысла: от абстрактной семантической записи до т. н. базовых структур; б) языковое перифразирование: от базовой структуры до всех глубинных лексико-синтаксических структур (ЛСС), синонимичных ей; в) синтаксическая реализация ЛСС: от ЛСС до всех

соответствующих ей поверхностных синтаксических структур (ПСС).

Как ПСС, так и ЛСС представляют собой деревья, в узлах которых стоят слова, а ветвями являются синтаксические отношения. В ЛСС узлами могут являться ключевые слова или символы ЛФ, а в качестве ветвей выступают порядка 10 обобщенных синтаксических отношений: не более 6 актантных, одно общеопределительное, 6 сочинительных и др. В ПСС узлами являются основы конкретных слов, входящих в соответствующее предложение, а ветвями — порядка 30—50 синтаксических отношений, необходимых для отражения в ПСС тех связей между словами, которые в реальном предложении выражаются морфологией и порядком слов. Множество синонимичных ЛСС представляется одной базовой ЛСС. Уровень базовой ЛСС располагает теми же глубинными отношениями, что и все ЛСС, но его лексика более ограничена: каждое гнездо дериватов и синонимов представлено только одним членом, отсутствуют «пустые» ЛФ — Oper_i, Func_i, Labor_{ij}.

Синонимия ЛСС, в т. ч. сведение их к базовым ЛСС, обеспечивается системой перифразирования. Она состоит из связанных друг с другом лексических и синтаксических правил. Лексические правила (их около 50) задают эквивалентности между различными формулировками одного и того же смысла в терминах лексических функций, напр., $C \rightarrow \mathrm{Oper}_1 + S_0$ (C): «он осмотрел больных» → «он провел осмотр больных». Синтаксические перестройки, необходимые для реализации лексических эквивалентностей, осуществляются с помощью синтаксических правил. По форме каждое синтаксическое правило представляет собой пару синтаксических деревьев, в узлах которых могут стоять переменные, отсылающие к соответствующим компонентам лексических правил, и постоянные. В качестве примера выпишем синтаксическое правило, обеспечивающее приведенное выше лексическое (см. рис.),



где X соответствует C, т. е. осмотрел, Z — Oper_1, т. е. провел, а Y — S_0, т. е. осмотр.

Последовательное разделение всех операций М. «с. ↔ т.» на уровни, в частности выделение уровня лексических правил и уровня синтаксических правил, соответствует общему принципу, принятому в М. «с. ↔ т.», согласно которому синонимия — это семантическая эквивалентность, т. е. взаимозаменимость, но лишь на уровне смысла. Практически заменимость ограничивают фильтры, рассеянные по всем участкам модели; важнейшую роль в решении вопроса о допустимости порождаемого варианта играет словарь, построенный на основе ЛФ, отражающих лексическую сочетаемость ключевых слов. Помимо ЛФ, о каждом слове в словаре сообщается много другой информации, и, в первую очередь, модель управления, содержащая указания о числе синтаксических валентностей слова, о способах их заполнения, возможности (невозможности) или необходимости сочетания выражений разных мест и т. п., т. е. о синтаксической сочетаемости.

Лит.: Жолковский А. К., Мельчук И. А. О возможном методе и инструментах семантического синтеза. «Научно-техническая информация», 1965, № 6; Жолковский А. К., Мельчук И. А. О семантическом синтезе. «Проблемы кибернетики», 1967, в. 19; Жолковский А. К., Мельчук И. А. К построению действующей модели языка «смысл ↔ текст». «Машинный перевод и прикладная лингвистика», 1969, в. 11. *А. К. Жолковский.*

МОДЕ́ЛЬ ФИЗИ́ЧЕСКАЯ — установка, устройство или приспособление, позволяющие осуществлять *моделирование физическое*, т. е. проводить исследование системы (объекта) при замещении изучаемого физического процесса подобным ему процессом той же физической природы. Установки, устройства и приспособления, на которых проводится исследование, являются М. ф., если они сохраняют физ. подобие процессов модели тем процессам, которые интересуют исследователя в изучаемой системе (объекте, натуре, оригинале), воспроизводя их в том же или в др. масштабах. При этом под физ. подобием, осуществляемым в модели, понимается однозначное соответствие между параметрами объекта и его модели, выражающееся в тождественности безразмерных матем. описаний процессов в изучаемом объекте и его модели. Сходственные *величины, характеризующие процессы*, отличаются только масштабами, и по заданным характеристикам одного процесса можно однозначно получить характеристики другого.

М. ф. широко применяют в электро- и теплоэнергетике, в гидро- и аэродинамике, в строительном деле, кораблестроении, геологии, радиотехнике, в различного рода задачах кибернетики и бионики. См. также *Аналоговая модель.* *В. А. Веников.*

МОДЕ́ЛЬ ЧУВСТВИ́ТЕЛЬНОСТИ — схема-аналог уравнений для определения функций чувствительности методом математического моделирования. Пусть

$$F_i(\dot{x}_j, \ddot{x}_j, x_j, t, q_0) = 0,$$

$$i = 1, 2, \ldots n; \quad j = 1, 2, \ldots n$$

— исходная система дифференциальных ур-ний, а

$$\frac{\partial F_i}{d\ddot{x}_j}\ddot{U}_{0j} + \frac{\partial F_i}{\partial \dot{x}_j}\dot{U}_{0j} + \frac{\partial F_i}{\partial x_j}U_{0j} = -\frac{\partial F_i}{\partial q_0}$$

— ур-ние чувствительности, где

$$U_{0j}^{(k)} = \frac{\partial^k}{\partial t^k} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial q_0}$$

— ф-ции чувствительности.

Ур-ния чувствительности отличаются от исходных линейных дифф. уравнений, зависящих от малой вариации параметра q_0, только правой частью $\frac{\partial F_i}{\partial q_0}$, которая в уравнениях чувствительности определяется решением исходной системы уравнений. Поэтому М. ч. можно представить состоящей из модели исходного уравнения и модели однородных уравнений чувствительности, соединенных блоком формирования правой части $\frac{\partial F_i}{\partial q_0}$.

Когда исходные уравнения — нелинейные, то от решения их зависят не только правые части уравнений чувствительности, но и их коэффициенты $\frac{\partial F_i}{\partial x_j}$, для формирования которых необходимы дополнительные блоки. Если исходная система уравнений зависит от m параметров q_m, то для одновременного вычисления всех ф-ций чувствительности необходимо иметь m моделей однородных уравнений чувствительности. Если допустимо поочередно вычислять ф-ции чувствительности относительно каждого параметра q_m, то вследствие совпадения систем однородных уравнений для всех ф-ций чувствительности необходима (кроме модели исходных ур-ний) только одна модель ур-ний чувствительности, что значительно упрощает вычисление этих ф-ций.

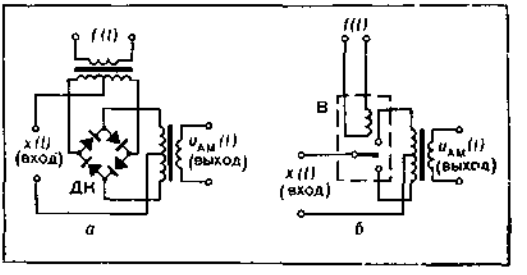
Рассмотренную схему построения М. ч. (хотя она и является наиболее общей) применять не всегда целесообразно из-за ее относительной сложности, особенно когда необходимо одновременно вычислить все U_{mj}. Разработаны методы построения более простых М. ч. (см. *Динамических систем теория чувствительности*). *А. Г. Шевелев.*

МОДУЛЯТОР — устройство, осуществляющее модуляцию сигналов. При гармонической несущей в зависимости от вида *модуляции* различают амплитудные, частотные и фазовые М. Аналогично при импульсной несущей, когда М. осуществляет *модуляцию импульсную*, различают амплитудно-, широтно-, частотно- и фазоимпульсные М. В зависимости от вида модуляции и способа ее осуществления М. содержит элементы нелинейные или линейные, но с изменяющимися во времени параметрами. Так, напр., широтно- и частотно-импульсные М. всегда нелинейны, а амплитудные и амплитудно-импульсные М. могут быть как нелинейными, так и линейными нестационарными звеньями.

На рис. изображены принципиальные схемы двух простейших амплитудных М.— диодного кольцевого (рис., *а*) и вибрационного (рис., *б*), часто применяющихся в автомат. регуляторах, компенсационных измерительных приборах и др. устройствах. Здесь $x(t)$ — низкочастотный модулирующий (входной) сигнал, $f(t)$— высокочастотная гармоническая несущая, $u_{AM}(t)$ — амплитудно-модулированные колебания (выходной сигнал М.). Диодный кольцевой М. содержит существенно нелинейное звено — диодную кольцевую схему ДК, а вибрационный М.— линейное звено с параметрами, периодически изменяющимися во времени,— вибратор В. Обе схемы обратимы и допускают включение их в качестве *демодуляторов*.

М. широко применяют в различных отраслях техники, связанных с передачей или преобразованием сигналов (сообщений), в т. ч. в технике связи и автомат. регулирования, измерительной технике, в цифровой и аналого-цифровой вычисл. технике и т. п.

Ю. Н. Чеховой.



Принципиальные схемы модуляторов: *а* — диодного кольцевого; *б* — вибрационного.

МОДУЛЯЦИЯ — изменение параметров некоторого регулярного физического процесса, осуществляющееся во времени в соответствии с текущим значением передаваемого сигнала. Функция времени

$$f = f(a_1, a_2, \ldots, a_n, t), \qquad (1)$$

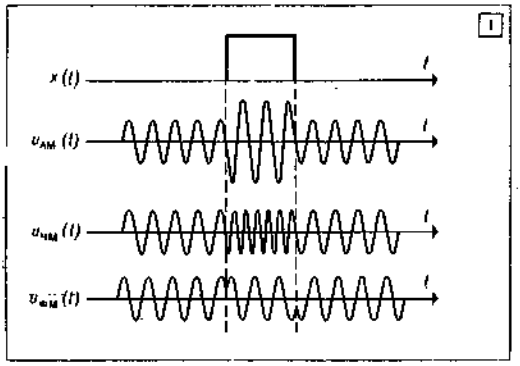
описывающая данный физ. процесс, называется функцией-переносчиком (несущей функцией). Математически М. выражается в установлении функциональной зависимости между параметрами $a_1, a_2, \ldots, a_n$ функции-переносчика и передаваемым сигналом $x(t)$. М. применяется в различных отраслях техники, связанных с передачей или преобразованием сигналов (сообщений), в т. ч. в технике связи и автоматического регулирования, в измерительной технике, в цифровой и аналого-цифровой вычислительной технике и т. п. В зависимости от характера функции-переносчика (1) различают М. с гармонической и с импульсной несущей (см. *Модуляция импульсная*). Возможны и другие функции-переносчики (напр., стационарные случайные процессы), однако на практике они применяются значительно реже. Для данной функции-переносчика (1) возможно n различных видов М. (по числу независимых параметров a_k); кроме того, возможны комбинированные виды М., при которых изменению подвергаются одновременно два или более параметра. При М. с гармонической несущей функция-переносчик

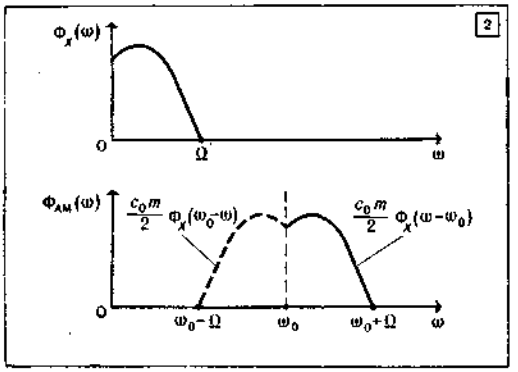
$$f = c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (2)$$

полностью определяется тремя независимыми параметрами: $a_1 = c_0$ — амплитуда, $a_2 = \omega_0$ — круговая частота и $a_3 = \varphi_0$ — нач. фаза. В за-

висимости от того, какой из параметров подвергается М., различают амплитудную (АМ), частотную (ЧМ) и фазовую (ФМ) модуляции. Графики модулированных колебаний для этих случаев даны на рис. 1. Здесь $x(t)$ — передаваемый сигнал; $u_{АМ}(t)$, $u_{ЧМ}(t)$ и $u_{ФМ}(t)$ — модулированные колебания, полученные при АМ, ЧМ и ФМ соответственно.

Математически процесс М. можно представить как умножение модулируемого параметра





1. Графики модулированных колебаний.
2. Спектры сигналов при амплитудной модуляции.

на переменную величину

$$1 + mx(t), \qquad (3)$$

где m — постоянный коэффициент, характеризующий степень модулирующего воздействия и называемый глубиной модуляции. Если передаваемый сигнал

$$x(t) = \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega_0, \qquad (4)$$

то АМ колебание имеет следующий вид:

$$u_{АМ}(t) = c_0 [1 + mx(t)] \sin(\omega_0 t + \varphi_0) =$$
$$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + c_0 m \sin \Omega t \sin(\omega_0 t + \varphi_0) =$$
$$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{c_0 m}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega) t +$$
$$+ \varphi_0] - \frac{c_0 m}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega) t + \varphi_0]. \qquad (5)$$

Кроме несущей частоты ω_0, модулированное колебание $u_{АМ}(t)$ имеет две боковые частоты $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$. В более общем случае, когда $x(t)$ имеет непрерывный спектр $\Phi_x(\omega)$, расположенный в полосе частот $0 \div \Omega$, спектр АМ колебания $\Phi_{АМ}(\omega)$, кроме несущей частоты ω_0, содержит две боковые полосы частот $\frac{c_0 m}{2} \Phi_x(\omega - \omega_0)$ и $\frac{c_0 m}{2} \Phi_x(\omega_0 - \omega)$ и занимает полосу $(\omega_0 - \Omega) \div (\omega_0 + \Omega)$ (рис. 2). При этом спектр правой боковой полосы точно воспроизводит спектр передаваемого сигнала $\Phi_x(\omega)$, смещенный вправо на величину ω_0; происходит т. н. транспозиция (перенос) спектра на величину несущей частоты. Спектр левой боковой полосы представляет собой зеркальное отображение спектра передаваемого сигнала, также смещенное вправо на величину ω_0. При ЧМ круговая частота модулированного колебания согласно (3—4) равна

$$\omega(t) = \omega_0 (1 + m \sin \Omega t), \qquad (6)$$

откуда можно получить следующее выражение для ЧМ колебания:

$$u_{ЧМ}(t) = c_0 \sin[\omega_0 (1 + m \sin \Omega t) t + \varphi_0] =$$
$$= c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0 + \beta) \cos(\beta \cos \Omega t) -$$
$$- c_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \beta) \sin(\beta \cos \Omega t), \qquad (7)$$

где $\beta = \frac{m\omega_0}{\Omega} = \frac{\Delta\omega}{\Omega}$ — индекс модуляции, $\Delta\omega = m\omega_0 = \max|\omega - \omega_0|$ — частотное отклонение, т. е. наибольшее приращение, получаемое несущей частотой в процессе М. При достаточно малой глубине М., когда выполняется неравенство $\beta \ll 1$, соотношение (7) можно заменить приближенным соотношением

$$u_{ЧМ}(t) \approx c_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) -$$
$$- c_0 \beta \cos \Omega t \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad \beta \ll 1,$$

которое принципиально не отличается от выражения (5) для АМ колебания. Поэтому спектр ЧМ колебаний в этом случае, также как и спектр АМ колебаний, состоит из несущей частоты ω_0 и двух боковых частот $\omega_0 - \Omega$ и $\omega_0 + \Omega$. При большой глубине М. анализ ЧМ колебаний значительно усложняется. На практике для определения действительной ширины спектра ЧМ колебаний часто пользуются приближенной формулой $\delta \approx 1 + \beta$, где δ — отношение действительной ширины боковой полосы к ширине спектра передаваемого сигнала. При малом индексе модуляции ($\beta \ll 1$) $\delta \approx 1$, т. е. ширина боковой полосы ЧМ колебания (как и при АМ) равна ширине спектра передаваемого сигнала. ФМ имеет много общего с ЧМ и эквивалентна ЧМ с дополнительным дифференцированием передаваемого сигнала.

Лит.: Гоноровский И. С. Основы радиотехники. М., 1957; Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., 1962 [библиогр. с. 235—236].

Ю. Н. Чеховой.

МОДУЛЯЦИЯ ИМПУЛЬСНАЯ — *модуляция* последовательности импульсов (импульсной несущей). Различают такие модуляции: амплитудно-импульсную (АИМ), широтно-импульсную (ШИМ), частотно-импульсную (ЧИМ) и фазоимпульсную (ФИМ).

Рассмотрим подробнее различные виды модуляции последовательности прямоугольных импульсов. Пусть

$$i(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t < 0, \\ 1 \text{ при } t \geqslant 0 \end{cases} \qquad (1)$$

— единичная ступенчатая ф-ция. Тогда импульсная несущая

$$f = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t - nT) - i(t - nT - \tau)], \quad T \geqslant \tau, \qquad (2)$$

где T — интервал между импульсами, a и τ — амплитуда и длительность импульса соответственно, n — порядковый номер импульса (рис., *а*). В соответствии с (2) АИМ колебание

$$u_{\text{АИМ}}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n [i(t - nT) - i(t - nT - \tau)],$$

$$a_n = a[x(nT)],$$

где ф-ция $a(x)$ (закон АИМ) определяет зависимость амплитуды a_n от мгновенного значения $x(nT)$ передаваемого сигнала $x(t)$; такой тип модуляции называется АИМ 2-го рода (рис., *б*). Часто применяется разновидность АИМ, при которой модулирующие импульсы не являются прямоугольными, а повторяют форму модулирующей ф-ции в интервале $(nT, nT + \tau)$; такой тип модуляции называется АИМ 1-го рода (рис., *в*). В этом случае

$$u_{\text{АИМ}}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(t) [i(t - nT) - i(t - nT - \tau)].$$

ШИМ колебание имеет вид

$$u_{\text{ШИМ}}(t) = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t - nT) - i(t - nT - \tau_n)], \quad \tau_n = \tau[x(nT)].$$

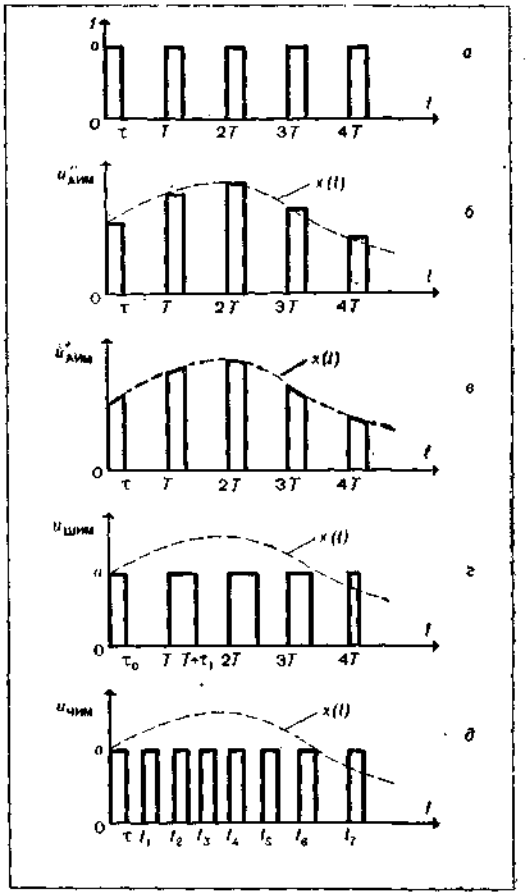
Здесь ф-ция $\tau(x)$ (закон ШИМ) определяет зависимость длительности импульса τ_n от мгновенного значения $x(nT)$ передаваемого сигнала $x(t)$. В данном случае ШИМ осуществляется за счет смещения заднего фронта импульса (рис., *г*), но применяется также и смещение переднего фронта ШИМ, при которой один фронт импульса смещается, а второй остается неизменным, наз. односторонней ШИМ; если в процессе модуляции смещаются оба фронта, то ШИМ называется двусторонней.

При ЧИМ и ФИМ в соответствии с передаваемым сигналом изменяется интервал между импульсами (например, между их передними фронтами)

$$u_{\text{ЧИМ}}(t) = a \sum_{n=0}^{\infty} [i(t - t_n) - i(t - t_n - \tau)],$$

$$t_n = \sum_{k=0}^{n-1} T_k, \quad T_n = T[x(t_n)],$$

где $T_n = t_{n+1} - t_n$ — интервал между n и $(n + 1)$ импульсами, а ф-ция $T(x)$ определяет зависимость интервала T_n от мгновенного значения $x(t_n)$ передаваемого сигнала $x(t)$



Графики модулированных колебаний с импульсной несущей.

(рис., *д*). ФИМ имеет много общего с ЧИМ; соотношение между этими видами модуляции аналогично соотношению между ФМ и ЧМ. М. и., при которой полярность несущих импульсов не изменяется, наз. однополярной (однотактной); при наличии дополнительной модуляции по знаку несущих импульсов М. и. наз. двухполярной (двухтактной). Возможны также многочисленные виды М. и. по параметрам, характеризующим форму несущих импульсов, однако на практике

такие модуляции пока не применяются; несущие импульсы обычно имеют неизменную форму.

Лит.: Сифоров В. И. [и др.]. Теория импульсной радиосвязи. Л., 1951 [библиогр. с. 405—407]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [библиогр. с. 330—336].

Ю. Н. Чеховой.

«МОЗГОВО́Й ШТУРМ» — один из популярных методов выдвижения творческих идей в процессе решения научной или технической проблемы. Сеансы «М. ш.» стимулируют творческое мышление. В процессе сеанса осуществляется постепенный логический подход к решаемой проблеме. Для проведения сеанса комплектуется специальная группа из представителей научно-исследовательских, конструкторских, производственных и других подразделений фирмы — преимущественно от 6 до 10 чел. Назначается председатель группы, который должен быть хорошо знаком с техникой применения метода «М. ш.». В группу, как правило, входят 1—2 человека, которые вообще не знакомы с проблемой и являются специалистами в других областях науки и техники.

Сеанс «М. ш.» проходит в два этапа. На первом этапе сеанса допускается и даже поощряется выдвижение даже бессмысленных, на первый взгляд, идей, которые записываются, как правило, все без исключения на магнитную ленту по принципу: чем больше идей, тем лучше. Критика высказываемых идей запрещается, т. к. преждевременная оценка идей может убить творческий энтузиазм, особенно у неспециалистов, и помешать проведению сеанса. Допускается уточнение или комбинирование идей. На втором этапе все выдвинутые идеи внимательно изучаются высококвалифицированными специалистами-экспертами и оцениваются с помощью специальных таблиц критериев, которые разработаны заранее. Значительная часть высказанных предложений отбрасывается, а те идеи, которые в наибольшей степени отвечают всем критериям, передаются на разработку и внедрение в производство.

Эффективность применения метода «М. ш.» снижается при постоянном привлечении к сеансам одних и тех же лиц, наличии в группе сильной личности, доминирующей над другими, недостаточно высокой квалификации участников, а также их большом количестве.

Лит.: Roberts J. C. H. Profitable ideation — the key to successful value analysis. «Instrument practice», 1968, v. 22, № 8; Roberts J. C. H. How to introduce a value analysis programme. «Instrument practice». 1968, v. 22, № 12.

А. А. Коренной, В. С. Миронова.

МОМЕ́НТОВ МЕ́ТОД — один из наиболее простых и широко применяемых методов оценки неизвестных параметров в математической статистике. См. *Статистические оценки.*

МОНИТО́Р — 1) Часть управляющей программы *операционной системы*, осуществляющая управление одной из фаз вычислительного процесса на ЦВМ (напр., трансляцией программ или их отладкой). 2) Вспомогательное (обслуживающее) устройство ЦВМ, напр., пульт с пишущей машинкой.

МОНОТО́ННЫЕ ФУ́НКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛО́ГИКИ — функции *алгебры логики*, для которых выполняется следующее условие: если наборы их значений аргументов $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ такие, что $\tilde{\alpha} \leqslant \tilde{\beta}$, то $f(\alpha) \leqslant f(\beta)$. Отношение $\leqslant$ для наборов $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ и $\tilde{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$ определяют так, что $\alpha \leqslant \beta$ в том, и только в том случае, когда $\alpha_i \leqslant \beta_i$ для всякого $i = 1, \ldots, n$. Класс всех М. ф. а. л. является *классом замкнутым функций алгебры логики.* Монотонными являются, напр., ф-ции x, $x \& y$, $x \vee y$.

МО́НТЕ-КА́РЛО МЕ́ТОД — численный метод, основанный на воспроизведении большого числа реализаций случайного процесса, специально построенного по условиям задачи. Этот *случайный процесс* формируется т. о., чтобы его вероятностные характеристики (вероятности некоторых событий, *математические ожидания* случайных величин, вероятности попадания траекторий процесса в заданную область фазового пространства и т. д.) были равны искомым величинам рассматриваемой задачи.

Сущность М.-К. м. можно пояснить на следующем примере. Пусть требуется вычислить значение

$$I_1 = \int_0^1 f(x)\,dx, \qquad (1)$$

где $0 \leqslant f(x) \leqslant 1$ для всех x, удовлетворяющих условию $0 \leqslant x \leqslant 1$. Предположим, что в нашем распоряжении имеется достаточно обширная совокупность независимых *случайных чисел* x (напр., получаемых в результате некоторого случайного эксперимента), являющихся возможными значениями случайной величины ξ, которая распределена равномерно в интервале (0,1). Очевидно, что пары случайных чисел (x_{2i-1}, x_{2i}), $i = 1, 2, \ldots$, можно интерпретировать как случайные точки, равномерно распределенные в единичном квадрате. Последнее означает, что вероятность попадания случайной точки (x_{2i-1}, x_{2i}) в некоторую область Ω, принадлежащую единичному квадрату, пропорциональна площади области Ω и не зависит от расположения ее в единичном квадрате. Для любой пары (x_{2i-1}, x_{2i}) можно проверить справедливость неравенства

$$x_{2i} \leqslant f(x_{2i-1}). \qquad (2)$$

Если это неравенство выполнено, точка (x_{2i-1}, x_{2i}) лежит на кривой $f(x)$ или ниже ее (событие A), в противном случае — точка (x_{2i-1}, x_{2i}) располагается выше кривой $f(x)$ (событие $\bar{A}$). Проведем N испытаний, состоящих в выборе пар (x_{2i-1}, x_{2i}) и проверке неравенств вида (2). Пусть число точек, для которых это неравен-

ство выполнено, равно m. Тогда отношение $\frac{m}{N}$ является частотой наступления события A. Известно, в силу *больших чисел закона*, что частота некоторого события при достаточно больших N весьма близка к *вероятности* этого события. В рассматриваемом случае вероятность $P(A)$ представляет собой долю площади единичного квадрата, приходящуюся на ту его часть, которая расположена под кривой $f(x)$ и поэтому равна искомому значению интеграла (1). Т. о., частоту $\frac{m}{N}$ можно принять в качестве приближенного значения $\bar{I}$ интеграла I_1.

К рассматриваемой задаче возможен и другой подход. Пусть $g(x)$ — ф-ция плотности вероятностей некоторой случайной величины ξ в интервале (a, b), совпадающем с областью интегрирования. Тогда выражение

$$I_2 = \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}\,g(x)\,dx \qquad (3)$$

представляет собой матем. ожидание ф-ции $\frac{f(x)}{g(x)}$. Как известно, в качестве приближенного значения для величины матем. ожидания может быть принято среднее арифметическое

$$\bar{I}_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{f(x_i)}{g(x_i)}, \qquad (4)$$

если N достаточно велико. В выражении (4) x_i — независимые случайные числа, являющиеся возможными значениями случайной величины ξ с законом распределения $g(x)$.

Представление о точности М.-К. м. и требуемом числе реализаций N можно получить из следующих рассуждений. Пусть речь идет о вычислении значения $\bar{I}_1 = \frac{m}{N}$ интеграла I_1 в соответствии с рассматриваемой выше процедурой. Значение $\bar{I}_1$ имеет точность ε и достоверность α, если вероятность

$$P\left(\left|\frac{m}{N} - I_1\right| < \varepsilon\right) = \alpha. \qquad (5)$$

В силу теоремы А. Я. Хинчина частота $\frac{m}{N}$ при достаточно больших N имеет распределение, близкое к нормальному, поэтому

$$\varepsilon = t_\alpha\sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}, \qquad (6)$$

где, в нашем случае, $p = I_1$ и, по таблицам *нормального распределения*, для $\alpha = 0{,}95$ $t_\alpha = 1{,}96$; для $\alpha = 0{,}997$ $t_\alpha = 3$ и т. д. Отсюда число реализаций N, необходимое для вычисления $\bar{I}_1$ с точностью ε и достоверностью α, равно

$$N = t_\alpha^2\,\frac{p(1-p)}{\varepsilon^2}. \qquad (7)$$

Вследствие сравнительно большого числа реализаций, необходимого для вычисления результата с достаточной точностью и достоверностью, широкое практическое применение М.-К. м. получил в связи с использованием цифровых вычислительных машин (ЦВМ), где вырабатываются случайные числа, являющиеся исходным материалом для реализации М.-К. м.

Общая схема применения М.-К. м. состоит в построении и запоминании возможных значений некоторой случайной величины $\xi = \xi[\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_n]$, зависящей от траекторий случайного процесса. Среднее значение этой величины, полученное в результате осуществления достаточно большого числа реализаций процесса, и оказывается искомым решением соответствующей задачи.

М.-К. м., несмотря на его универсальность, имеет специфическую область приложения. В первую очередь к ней относятся различные многомерные задачи. Объем вычислений для обычных численных методов возрастает при увеличении размерности задачи приблизительно, как показательная ф-ция размерности, а для М.-К. м. — лишь как линейная ф-ция размерности. Эту закономерность легко проиллюстрировать на примере вычисления многократных интегралов. Если число операций ЦВМ, необходимое для вычисления k-кратного интеграла М.-К. м. при $k = 4$ в два раза меньше, чем для *кубатурных формул*, то при $k = 6$ оно уже в двести раз меньше, а при $k = 8$ — в $5 \cdot 10^5$ раз. Кроме того, к области приложений относятся также задачи, требующие достаточно полного учета существенно влияющих случайных факторов.

В настоящее время М.-К. м., реализуемыми на ЦВМ, решаются многие практические задачи. Помимо вычисления кратных интегралов, необходимо упомянуть решения систем алгебраических ур-ний высокого порядка, обращение *матриц*, отыскание характеристических чисел и собственных ф-ций интегральных ур-ний, вычисление континуальных интегралов и т. д.

Большое теоретическое и практическое значение получили исследования М.-К. м. процессов проникновения частиц через вещество, передачи сообщений, массового обслуживания, кинетики химических реакций, а также процессов функционирования сложных систем, к которым относятся разнообразные производственные и информационные системы, автоматизированные системы управления, некоторые экономические и биологические системы и др.

При решении задач М.-К. м. без ЦВМ источниками случайных чисел служили различные эксперименты (бросание монеты, извлечение карт из тщательно перетасованной колоды, верчение рулетки и т. д.). С именем города в княжестве Монако, известного своими игорными домами, и связано происхождение названия М.-К. м.

Лит.: Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах. М., 1961 [библиогр. с. 224—226]; Бусленко Н. П.

[и др.]. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло). М., 1962 [библиогр. с. 213—327]; Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М., 1968 [библиогр. с. 353—355].

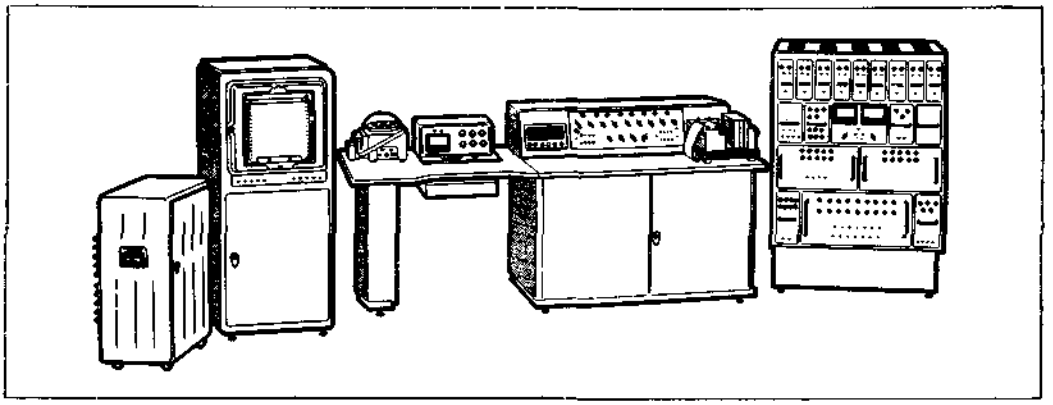
Н. П. Бусленко.

«МППИ-1», машина первичной переработки информации — информационно-вычислительная машина. Создана «МППИ-1» (рис.) в 1962 в Северодонецком н.-и. ин-те управляющих вычисл. машин. Осн. тех. характеристики ее такие.

Входное устр-во рассчитано на подключение до 128 датчиков постоянного тока (0,5 ÷ 5 *ма* или 1 ÷ 10 *в*) без узла связи и выносных групповых преобразователей, с узлом связи и 16 групповыми выносными преобразователями аналоговых сигналов, до 63 двухпозиционных датчиков постоянного тока (12 *в*, 20 *ма*), до 9 число-импульсных датчиков постоянного тока (12 *в*, 20 *ма*).

Разрядность кода на выходе непрерывно-дискретных преобразователей — 9 двоичных разрядов, погрешность преобразования при нормальных условиях эксплуатации — 0,5% от верх. значения шкалы, быстродействие — не менее 100 преобразований в 1 *сек*. Макс. частота опроса двухпозиционных датчиков — 1000 в *сек*; макс. частота следования для число-импульсных сигналов — 0,1 *гц*. Система счисления — двоичная, форма представления информации в арифм. устр-ве — в виде 16-разрядных чисел в дополнительном модифицированном коде с фиксированной запятой и в виде 15-разрядных логарифмов. Система команд — одноадресная, программа работы — фиксированная. Скорость выполнения операций типа сложения — 900 операций в 1 *сек*; емкость ОЗУ — 512 26-разрядных слов, статического накопителя — 4096 слов и 128 уставок.

Вывод результатов обработки информации осуществляется: периодически (по временному сигналу) или по вызову оператора (на стандартном бланке печатается 128 показателей); по отклонению любого из 60 наиболее важных параметров от номинальных или аварийных границ; набором требуемого номера из 128 параметров на клавишном устройстве. В машине использованы ферритдиодные логические элементы. Потребляемая мощность — 2,5 *ква*. «МППИ-1» автоматически осуществляет централизованный сбор информации путем программного опроса датчиков, матем. обработку текущих значений параметров (включая усреднение, нормализацию, коррекцию, сравнение с уставками, интегрирование, сглаживание и некоторые эконом. расчеты), выдает оператору (диспетчеру) сведения о состоянии осн. оборудования, регистрирует значения текущих и комплексных параметров, сигнализирует о нарушениях технологического режима, передает информацию в устр-ва системы оперативного управления (если в этой системе используется «МППИ-1»). Применялась «МППИ-1» в хим., нефтеперерабатывающей, металлург. и др. отраслях пром-сти.



Машина первичной переработки информации «МППИ-1».

Лит.: Афанасьев В. А. [и др.]. Машина первичной переработки информации МППИ-1. В кн.: Средства вычислительной техники в системах управления технологическими процессами. К., 1965.

В. В. Резанов.

МУЛЬТИВИБРА́ТОР — релаксационный генератор импульсов прямоугольной формы, в котором положительная *обратная связь* создается при помощи фазосдвигающих усилительных каскадов. Различают гидравлические, пневматические, электромагн., электронные и др. М., которые могут работать в 4 режимах: автоколебаний, синхронизации, деления частоты и ждущем. В режиме *автоколебаний* М. скачком переходит из одного квазиустойчивого состояния в другое под воздействием *переходных процессов*, протекающих в реактивных звеньях усилительных каскадов. Режим синхронизации получают из автоколебательного, воздействуя на входы всех *n* усилительных каскадов внешним *n*-фазным периодическим сигналом, частота которого несколько превышает частоту автоколебаний М. Частота колебаний синхронизованного М. равна частоте внешнего сигнала, т. к. переход М. из одного квазиустойчивого состояния в другое происходит принудительно под воздействием фазовых компонент внеш. сигнала. Режим де-

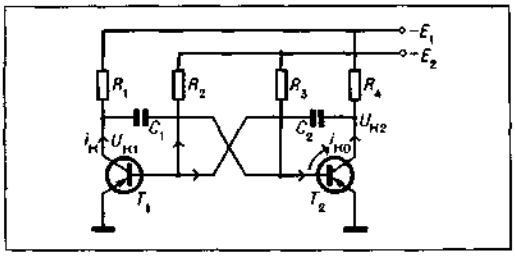
ления частоты получают аналогично предыдущему, но период повторения автоколебаний М. устанавливают при этом кратным периоду синхронизирующего сигнала. Ждущий режим получают, если вход одного из каскадов усиления М. держат постоянно открытым, чтобы не допустить возникновения автоколебаний. Внеш. запускающий импульс запирает вход открытого каскада и переводит ждущий М. в квазиустойчивое состояние, возврат из которого происходит в момент окончания переходных процессов во всех реактивных звеньях М.

Наиболее широко применяют в импульсных устройствах автоматики и вычисл. техники электронные (ламповые и транзисторные) М. Среди них различают М. с симметричной или несимметричной схемами каскадов и с различными видами межкаскадных связей, напр., с эмиттерными или коллекторно-базовыми связями. Схема двухфазного транзисторного автоколебательного М. с коллекторно-базовыми емкостными межкаскадными связями дана на рис. В условно первом квазиустойчивом состоянии транзистор T_1 открыт по базе суммой токов, протекающих через сопротивление R_2 и заряжающийся конденсатор C_2. Вследствие этого коллекторный ток $i_к$ транзистора T_1 создает на сопротивлении R_1 падение напряжения $i_к R_1 \approx E_1$, $U_{к1} = E_1 - i_к R_1 \approx 0$, и C_1 медленно разряжается через R_3, удерживая базу T_2 и сам транзистор в закрытом состоянии. Т. к. коллекторный ток в T_2 равен 0, то коллекторное напряжение $U_{к2} \approx E_1$, и C_2 заряжается до величины $U_{к2}$. Когда базовое напряжение T_2, равное сумме напряжений на C_1 и коллекторе T_1, станет (вследствие разряда C_1) отрицательным, слегка откроется T_2. Появившийся вследствие этого малый перепад напряжения на коллекторе транзистора T_2 еще сильнее открывает (через C_2, T_1, C_1) базу T_2. Процесс нарастает лавинообразно, и через ничтожно малое время транзистор T_2 оказывается открыт до насыщения, а T_1 — полностью закрыт, иными словами, М. скачком перешел в другое квазиустойчивое состояние. После разряда C_2 М. возвращается в исходное состояние и т. д. В моменты таких скачков изменяются величины коллекторных напряжений, являющихся выходными напряжениями М. Условие самовозбуждения схемы $K = K_1 K_2 > 1$, где K_1 и K_2 — коэффициенты усиления соответственно 1 и 2-го усилительных каскадов. Период повторения импульсов, генерируемых симметричной схемой ($R_1 = R_4$, $R_2 = R_3$, $C_1 = C_2 = C$), определяется выражением

$$T = 2R_2C\,[\ln(E_1 + E_2 + i_{к0}R_2)] - \ln(E_2 + i_{к0}R_2)],$$

где $i_{к0}$ — обратный ток закрытого коллекторного перехода транзистора. Относительная температурная нестабильность частоты рассмотренной схемы $\delta = 0{,}2 - 0{,}25\%$ *град*$^{-1}$. Разработаны более стабильные схемы транзисторных М., нестабильность частоты которых ($0{,}05 \leqslant \delta \leqslant 0{,}005\%$ *град*$^{-1}$) почти сравнима с нестабильностью стабилизированных кварцем генераторов.

В автоколебательном режиме М. применяют в различных устр-вах как задающий генератор. Синхронизированные М. применяют, когда требуются мощные колебания стабильной частоты или требуется строгое временное согласование работы различных устр-в, содержащих отдельные М. В режиме деления частоты М. применяют при построении простых и де-



Принципиальная схема мультивибратора с коллекторно-базовыми резисторно-емкостными межкаскадными связями.

шевых делителей частоты. В ждущем режиме М. применяют для формирования непериодических импульсов прямоугольной формы, а также для увеличения длительности узких импульсов и создания регулируемых задержек сигналов во времени.

Осн. тенденции развития М.— повышение общей стабильности частоты генерирования, особенно в диапазоне 0,01—0,001 *гц* (путем отделения хронирующих цепей от баз транзисторов с помощью высококачественных кремниевых диодов, введения внешнего возбуждения и т. п.), а также повышение макс. частоты генерирования М. Перспективным является развитие М. на туннельных диодах.

Лит.: Доронкин Е. Ф., Воскресенский В. В. Транзисторные генераторы импульсов. М., 1968 [библиогр. с. 319—321]; Гольденберг Л. М. Теория и расчет импульсных устройств на полупроводниковых приборах. М., 1969 [библиогр. с. 743—749]; Самойлов В. Ф., Маковеев В. Г. Импульсная техника. М., 1971 [библиогр. с. 224].

Н. И. Пелипенко.

МУЛЬТИПРОГРАММИРОВАНИЕ — способ организации и использования ЦВМ для совместного исполнения нескольких программ. В однопроцессорной *вычислительной системе* М. достигается разделением времени (см. *Режим разделения времени*) работы одного центрального процессора (ЦП) между исполняемыми *программами*. В мультипроцессорной вычисл. системе (ВС) несколько ЦП действительно одновременно исполняют несколько программ (мультиобработка). Остальные устр-ва ВС также либо закрепляются за отдельными программами, либо эти программы используют их совместно, согласно некоторой дисциплине обслуживания.

М. организуется с помощью комплекса программно-аппаратных средств, среди которых: а) управляющие программы

операционной системы (супервизор и др.) планируют очередность программ по их *приоритетам*, выделяют им ресурсы ВС, включают их в работу, контролируют ход совместного исполнения и исключают из работы; б) с и с т е м а п р е р ы в а н и я обеспечивает быструю реакцию ВС на сигналы о внутр. и внеш. событиях (аварийная задержка в исполняемой программе, готовность освободившихся устр-в к следующей операции, запрос с пульта, окончание отведенного времени и др.) путем прерывания работы ЦП над текущей программой, запоминания информации о прерванной программе для последующего возобновления ее работы, переключения ЦП на управляющую программу для анализа причины прерывания и выбора следующей программы; в) с и с т е м а з а щ и т ы ограждает совместно исполняемые программы от нежелательного воздействия друг на друга.

М. используется для повышения пропускной способности ВС в результате совмещения операций при выполнении «смеси» программ, равномерно загружающей все устр-ва, и утилизации задержек (исполнения при задержках полезной работы в других программах); для повышения реактивности (быстроты отклика) в системах реального времени путем оперативного переключения на требуемые программы контроля и управления по сигналам о ходе управляемого процесса; для обеспечения прямой связи программистов с машиной в системах коллективного пользования в результате разделения времени мощного ЦП между большим числом пользователей, находящихся у выносных пультов. Быстрое переключение ЦП создает эффект непрерывного общения с ВС, а утилизация задержек обеспечивает низкую стоимость обслуживания отдельного пользователя.

Лит.: Системы с разделением времени. Пер. с англ. М., 1969; Современное программирование. Мультипрограммирование и разделение времени. Пер. с англ. М., 1970. *Г. К. Столяров.*

МУЛЬТИПРОГРА́ММНАЯ ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ — см. *Многопрограммная обработка информации.*

МУЛЬТИПРОЦЕ́ССОРНЫЙ РЕЖИ́М — режим *многопрограммной обработки информации*, реализуемый на *вычислительной системе*, которая включает в себя не менее двух центр. процессоров, обменивающихся информацией через общее поле памяти. Эти процессоры либо производят параллельную обработку информации в пределах одной задачи, либо решают несколько различных задач.

МУЛЬТИУСТО́ЙЧИВЫЕ СИСТЕ́МЫ — системы, имеющие множество устойчивых структур и реализующие одно из основных свойств *гомеостатических систем.*

МУ́РА АВТОМА́Т—*автомат конечный*, выход которого в данный такт t зависит от его состояния в этом такте и не зависит от значения входа, т. е. $y(t) = \lambda(g(t))$. Такое определение автомата впервые ввел Э. Мур. См. также *Алгебраическая теория автоматов.*

МЫСЛИ́ТЕЛЬНОЙ СПОСО́БНОСТИ УСИЛИ́ТЕЛЬ — понятие, которое ввел английский математик У.-Р. Эшби (р. 1903) для обозначения машины, способной решать задачи, слишком трудные для человека. Эшби считает, что решение задач человеком всегда сводится к задаче выбора одного варианта из многих возможных. Отбор можно расширять при помощи ЭВМ. Вычисл. *программа* с расширением отбора может быть более эффективной, чем человек, построивший ее. Такая программа в принципе способна решать задачи (напр., в социальной и эконом. областях), превосходящие мыслительные способности ее конструктора. Осн. затруднением при этом является большой объем расчетов. Однако применение спец. методов вычисления, в частности разбиение сложных задач на ряд простейших и затем параллельное вычисление их, позволяет в некоторых случаях эти вычисления практически выполнить.

В живых организмах в результате обучения происходит постепенный рост показателей умственных способностей, поскольку они научаются все лучше решать задачи выбора. Аналогичный процесс можно наблюдать и в самоулучшающихся программах решения различных задач на вычисл. машинах. Существуют программы, которые с каждой новой задачей совершенствуются, т. е. быстрее и лучше решают задачи выбора (напр., для игры в шахматы). Такой процесс усиления «целесообразного» поведения можно наблюдать не только в поведении живых организмов, но и у машин, решающих заданные человеком задачи. В качестве примера М. с. у. Эшби приводит гомеостат (см. *Гомеостатическая система*). К тому же, быстродействующие вычисл. машины настолько расширяют возможности перебора вариантов решения задач, что их также можно расценить как некоторый М. с. у. человека.

Принципиально важным является правило остановки перебора. Согласно принципу самоорганизации единственное решение оптимальной сложности находится по минимуму целесообразно выбранного критерия, обладающего свойствами «внешнего дополнения» (из *Гёделя теоремы о неполноте*).

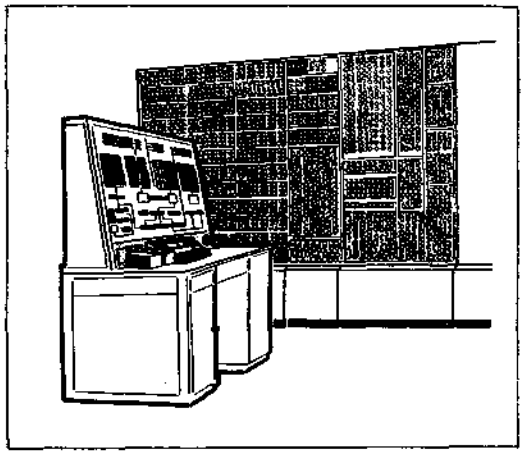
Лит.: Э ш б и У. Р. Схема усилителя мыслительных способностей. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956. Э ш б и У. Р. Введение в кибернетику. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 396—399]; Э ш б и У. Р. Конструкция мозга. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 404—407]. *А. Г. Ивахненко.*

«МЭСМ», м а л а я э л е к т р о н н а я с ч е т н а я м а ш и н а — первая в СССР и на континенте Европы электронная цифровая вычислительная машина. Разработана в 1950 и создана под руководством С. А. Лебедева в Ин-те электротехники АН УССР. Конструктивно была изготовлена в виде макета (рис.). Работа по созданию машины носила научно-исследовательский характер и имела целью экспериментальную проверку общих принципов построения универсальных ЦВМ.

Основные параметры машины таковы: быстродействие — 50 операций в 1 *сек*; емкость оперативного ЗУ—31 число и 63 команды; представление чисел — 16 двоичных разрядов

с фиксированной перед старшим разрядом запятой; команды трехадресные, длиной 20 двоичных разрядов (из них 4 разряда — код операции); рабочая частота — 5 *кгц*; машина имела также постоянное (штеккерное) ЗУ на 31 число и 63 команды; была предусмотрена также возможность подключения дополнительного ЗУ на магнитном барабане, емкостью в 5000 слов. ОЗУ было построено на триггерных регистрах, АУ — параллельного действия, чем, в основном, и объясняются сравнительно большие аппаратурные затраты (только в ОЗУ было использовано 2500 триодов и 1500 диодов).

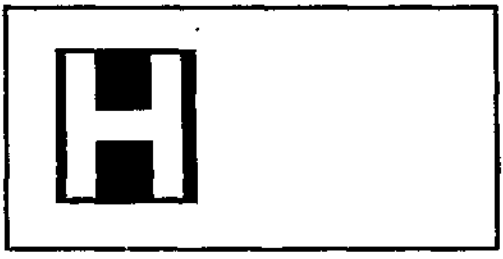
Обладая, естественно, низким быстродействием и малой емкостью ОЗУ, «МЭСМ» тем не менее была алгоритмически довольно развитой и, кроме того, содержала в своей структуре некоторые особенности, представляющие интерес и сейчас. Так, непосредственно связанное с арифм. устройством ОЗУ было построено на таких же триггерах, как и устройство управления и арифм. устройство, и могло непосредственно связываться с медленно действующим ЗУ на магн. барабане. Машина имела сменное долговременное ЗУ для хранения числовых констант и неизменных команд. Опыт, накопленный в процессе разработки машины, был использован при создании машины *«БЭСМ»*, а сама «МЭСМ» рассматривалась в качестве действующего макета, на котором отрабатывались принципы построения «БЭСМ». Несмотря на невысокие тех. характеристики «МЭСМ», выбранные с учетом ее назначения, тех. базы того времени и условий разработки, проводилась эффективная эксплуатация машины, в процессе которой было решено большое количество научно-тех. и нар.-хоз. задач. Решение ряда задач играло важную роль для многих отраслей науки и техники начала 50-х гг. Создание и



Цифровая вычислительная машина «МЭСМ»

эксплуатация «МЭСМ» явились также решающим стимулом для развития программирования и разработки широкого круга вопросов вычисл. математики.

П. В. Походзило, З. Л. Рабинович.



НАБЛЮДАЕМОСТИ И УПРАВЛЯЕМОСТИ УСЛОВИЯ — накладываемые на параметры динамической системы условия, при выполнении которых система обладает свойствами управляемости и наблюдаемости. Эти свойства заключаются в следующем: пусть уравнения движения системы заданы в пространстве состояний след. обр.:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i[x_1, \ldots, x_n, u_k(t)], \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n; \quad k = 1, 2, \ldots, p; \quad p \leqslant n,$$

где $f_i(\cdot)$ — некоторые, в общем случае нелинейные ф-ции координат простр. состояний x_i и входных (управляющих) воздействий u_k. В простр. состояний $X = (x_1 \ldots x_n)$ выделены два мн-ва: M_1 и M_2. Система (1) наз. управляемой относительно мн-в M_1 и M_2, если существует такое *допустимое управление* $U(t) = (u_1(t) \ldots u_k(t))$, которое может перевести систему из любой точки мн-ва M_1 в одну из точек мн-ва M_2. Система (1) наз. полностью наблюдаемой, если существует преобразование (алгоритм, закон), по которому наблюдаемой на интервале $[t_0, t_1]$ траектории $X(t)$ при известном $u(t)$ ставится во взаимно однозначное соответствие точка $X(t_0) \in M_1$. Указанное определение Н. и у. у. справедливо и для линейных, и для нелинейных систем.

Понятия управляемости и наблюдаемости можно распространить на любые управляемые системы (бесконечномерные и конечномерные, динамические, стохастические системы, *автоматы конечные* и др.). В случае конечного автомата эквивалентными управляемости и наблюдаемости являются свойства связанности и распознаваемости автомата. Автомат с мн-вом состояний $\{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n\}$ наз. сильносвязным, если существует входная последовательность, которая переводит автомат из любого заданного состояния σ_i в любое заданное состояние σ_j (i может равняться j). Характерные свойства сильносвязного автомата заключаются в том, что его всегда можно установить в любое заданное конечное состояние и всегда можно распознать.

Задача распознавания автомата представляет собой задачу определения его состояния (в том числе и начального) при помощи измерений (наблюдений) его выходов. Важной разновидностью задачи распознавания автомата является определение (с точностью до изоморфизма) его миним. формы путем измерений на его внеш. выводах.

Для линейных динамических систем ур-ние (1) перепишется в виде:

$$\dot{X} = AX + BU; \quad Y = CX, \qquad (2)$$

где X — n-мерный вектор состояний системы, U — p-мерный вектор входных сигналов (управления), Y — r-мерный вектор выходных координат (реакций) системы; A, B, C — матрицы размерностей $n \times n$, $n \times p$ и $r \times n$ — соответственно, определяемые параметрами системы. Определение управляемости в этом случае сужается: система (2) наз. полностью управляемой, если мн-во M_1 представляет собой все простр. состояний, а мн-во M_2 стягивается в точку (начало координат). Впервые необходимые и достаточные Н. и у. у. линейных систем сформулировал амер. кибернетик Р. Калман так: ранг $n \times np$ матрицы $H_1 = [B, AB, \ldots, A^{n-1}B]$ (для полной управляемости) и ранг $n \times nr$ матрицы $H_2 = [C', A'C', \ldots, (A')^{n-1}C']$ (для полной наблюдаемости) должны быть равны n (штрих означает транспонирование).

Управляемость систем вида (2) можно установить с помощью различных эквивалентных критериев. Напр., система (2) вполне управляема, если: а) не существует инвариантного подпространства матрицы A размерности меньше n, которое одновременно содержало бы все векторы-столбцы матрицы B; или б) не существует собственных векторов V матрицы A', ортогональных пространству векторов матрицы B, т. е. $V'B \neq 0$ ни для какого V. Необходимые и достаточные условия наблюдаемости также можно сформулировать для системы (2) различными эквивалентными способами; напр., система (2) вполне наблюдаема, если не существует ни одного собственного вектора матрицы A, для которого $C'V = 0$. Известны и другие определения и критерии управляемости и наблюдаемости, сформулированные в алгебр. и геом. форме, в терминах функционального анализа, в форме проблемы отделимости мн-в и др. Различают понятия управляемости по состоянию и по выходу системы. Существенно, что понятия управляемости и наблюдаемости являются внутр. свойствами системы и сохраняются при любых эквивалентных преобразованиях ее *модели математической*. В частности, управляемость системы (4) не зависит от выбора системы координат.

Важным свойством конечномерных управляемых систем является независимость их свойств управляемости от класса допустимых управлений. В случае бесконечномерных управляемых систем аналогичное свойство не установлено, равно как и сама проблема управляемости и наблюдаемости таких систем еще далека от завершения.

Полная управляемость или наблюдаемость системы нарушается при динамич. коррекции, если при введении корректирующих звеньев происходит компенсация полюсов *передаточных функций* звеньев системы нулями корректирующих устр-в. Тогда может оказаться,

что координаты X состояний системы разбиваются на 2 группы, причем координаты 1-й группы зависят от управления U, а координаты 2-й группы не зависят ни от U, ни от координат 1-й группы и образуют т. н. неуправляемую часть. В другом случае, если координаты 1-й группы связаны с реакцией Y, а координаты 2-й группы не связаны ни с Y, ни с координатами 1-й группы, они образуют ненаблюдаемую часть. Это явление нельзя проанализировать при описании системы передаточными ф-циями, где вследствие компенсации полюсы и нули исключаются из рассмотрения. Анализ Н. и у. у. необходим при рассмотрении задач инвариантности, автономности, синтезе оптим. фильтров и оптим. регуляторов и анализе устойчивости таких систем. Так, Р. Калман доказал теорему: решение задачи синтеза оптим. регулятора (в смысле минимума квадратичного функционала качества) возможно тогда и только тогда, когда объект полностью управляем.

Связь Н. и у. у. определяется принципом дуальности, сформулированным Р. Калманом. Назовем сопряжённой по отношению к (1) такую систему, которую описывает сопряженная по отношению к (1) система ур-ний, где $A^* = -A'$, $B^* = C'$, $C^* = B'$ Тогда, если система (1) полностью управляема, то сопряжённая система полностью наблюдаема и наоборот. Поскольку ур-ние дискретной системы в простр. состояний можно записать в виде

$$X_{n+1} = A_д X_n + B_д U_n, \quad Y_n = C_д X_n,$$

то все сказанное выше остается справедливым и для дискретных систем с заменой A, B, C на $A_д$, $B_д$, $C_д$ соответственно.

Лит.: Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. М., 1966 [библиогр. с. 410—413]; Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 265—268]; Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. Пер. с англ. М., 1971 [библиогр. с. 386—393].

А. А. Туник.

НАБО́РНОЕ ПО́ЛЕ — панель *аналоговой вычислительной машины* (АВМ), на которой расположены входные и выходные гнезда решающих блоков, гнезда цепей управления решающими блоками, гнезда стабилизированных источников напряжения, операционных резисторов, потенциометров и конденсаторов, параллельные гнезда для размножения и т. п. Набор решаемой задачи осуществляется на Н. п. путем соединения входных и выходных гнезд отдельных решающих блоков с помощью коммутационных проводников. Н. п. делаются съемными, что позволяет выполнять коммутацию задачи вне машины. Благодаря этому последняя освобождается для решения других задач, а набранные задачи могут храниться для повторного использования. Число гнезд на поле обычно ограничивается величиной порядка 3000. Это вызвано мех. и конструктивными требованиями, компромиссом между размерами поля и требуемыми размерами одного гнезда, удобством коммутаций и т. п. В некоторых АВМ входные и выходные гнезда решающих блоков расположены непосредственно на лицевых панелях этих блоков, что дает возможность уменьшить величины паразитных емкостей и сопротивлений и утечки токов в монтажных цепях. В таких АВМ Н. п. не представляет собой единого целого. Задачу можно набирать и с помощью релейных устройств, при этом присутствие в машине Н. п. не обязательно. *В. С. Годлевский.*

НАГРУ́ЖЕННОЕ РЕЗЕРВИ́РОВАНИЕ — способ резервирования элементов, при котором резервные элементы находятся в том же режиме работы, что и основные. При Н. р. закон распределения времени безотказной работы резервных элементов совпадает с соответствующим распределением для осн. элементов. В тех. системах Н. р. применяется в случае невозможности прерывания работы системы для включения резервных элементов. Различают невосстанавливаемое и восстанавливаемое Н. р. Невосстанавливаемое Н. р. Пусть имеется n основных и m резервных элементов; время безотказной работы каждого элемента имеет показательное распределение с плотностью $\lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$; отказ системы наступает в момент отказа $m + 1$-го элемента. Тогда среднее время безотказной работы системы $T = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n+m}\right)$. Восстанавливаемое Н. р. Пусть n, m, λ — те же параметры, что и при невосстанавливаемом Н. р. и отказавшие элементы восстанавливаются r операторами, каждый из которых восстанавливает один элемент в течение случайного времени с плотностью $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$. Пусть при $t = 0$ имеется k отказавших элементов. Тогда ср. время T_k до отказа системы определяется решением системы ур-ний

$$T_k = \frac{1}{\lambda_k + \mu_k} + \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \mu_k} T_{k+1} + \frac{\mu_k}{\lambda_k + \mu_k} T_{k-1}, \qquad k = 0, 1, \dots, m,$$

где $\lambda_k = \lambda(n + m - k)$; $\mu_k = \mu k$ при $k \leqslant r$; $\mu_k = \mu r$ при $k > r$; $T_{-1} = T_{m+1} = 0$. Пусть, далее, имеется система из n осн. и m резервных элементов, причем все элементы функционируют независимо. Если $\frac{1}{\lambda}$ — среднее время пребывания элемента в рабочем состоянии, $\frac{1}{\mu}$ — в состоянии отказа, то стационарная вероятность нахождения системы в исправном состоянии равна

$$p_{ср} = \sum_{k=0}^{m} C_{n+m}^{k} \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^k \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^{n+m-k},$$

а среднее время между отказами системы

$$t_{ср} = (\lambda + \mu)^{n+m-1} / [n C_{n+m}^{n} \lambda^n \mu^m].$$

И. Н. Коваленко.

НАДЕ́ЖНОСТЬ КИБЕРНЕТИ́ЧЕСКИХ СИСТЕ́М — способность систем сохранять свои наиболее существенные свойства (безотказность, ремонтопригодность и др.) на заданном уровне в течение фиксированного промежутка времени при определенных условиях эксплуатации. Все возрастающее многообразие и ответственность задач по передаче, переработке и хранению информации приводит к постоянному усложнению кибернетических систем. Но чем сложнее эти системы, тем они менее надежны. Осн. путями разрешения этого противоречия являются: повышение надежности элементов и построение надежных кибернетических систем, состоящих из ненадежных элементов; разработка систем контроля, предупреждающих и обнаруживающих отказы; разработка методов обслуживания сложных систем и введение структурной и информационной избыточности. Существенную роль при этом играет разработка новых матем. методов исследования Н. к. с.

Осн. методами исследования Н. к. с. являются методы *вероятностей теории* и *математической статистики*. Широкое применение находят методы *информации теории*, *восстановления теории*, *массового обслуживания теории* и методы статистического моделирования. Перспективным является применение теории полумарковских и *марковских процессов*, а также теории стареющих элементов. Когда методы исследования надежности приводят к аналитическим затруднениям, используют асимптотические методы и приближенные формулы. Рассчитанные показатели надежности могут быть существенно уточнены экспериментальным анализом надежности.

С точки зрения теории надежности кибернетические системы обычно разделяют на два класса: невосстанавливаемые системы, работоспособность которых при отказе либо не поддается, либо не подлежит восстановлению в процессе эксплуатации, в восстанавливаемые системы, работоспособность которых при отказе подлежит восстановлению в процессе эксплуатации (под работоспособностью понимают состояние системы, при котором она способна выполнять заданные ф-ции с параметрами, установленными тех. требованиями). Степень надежности систем определяется показателями, связанными с явлением отказа — событием, заключающимся в нарушении работоспособности. Отказы различают постепенные и внезапные. Для систем передачи и переработки информации характерны сбои, т. е. самоустраняющиеся отказы. Постепенные отказы проявляются в виде постепенного выхода параметров системы за пределы установленных допусков, а внезапные — в виде резкого изменения параметров, определяющих качество системы.

Показателями надежности невосстанавливаемых систем обычно являются: вероятность безотказной работы $P(t)$, интенсивность отказов $\Lambda(t)$ (вероятность отказа невосстанавливаемой системы за единицу времени после данного момента времени при условии, что отказ до этого момента не возник) и средняя наработка до отказа $T_{ср}$ (наработка — продолжительность или объем работы системы). Эти показатели определяются по формулам

$$\Lambda(t) = \frac{P'(t)}{P(t)},$$

$$P(t) = \exp\left\{-\int_0^t \Lambda(t)\,dt\right\},$$

$$T_{ср} = \int_0^\infty P(t)\,dt.$$

Показателями надежности восстанавливаемых систем обычно считают: вероятность безотказной работы $P(t)$; *наработку на отказ* (среднее время безотказной работы) T; среднее время восстановления $T_в$ — среднее время вынужденного не регламентированного простоя, вызванного отыскиванием и устранение отказа; параметр потока отказов $\omega(t)$ — среднее количество отказов восстанавливаемой системы за единицу времени, взятое для рассматриваемого момента времени; коэфф. готовности $K_г$ — вероятность того, что система будет работоспособна в произвольно выбранный момент времени в промежутках между плановыми тех. обслуживаниями; коэфф. тех. использования $K_т$ — отношение наработки системы в единицах времени за некоторый период эксплуатации к сумме этой наработки и времени, затраченного на тех. обслуживание и ремонт за тот же период эксплуатации.

Изучение надежности невосстанавливаемых систем базируется на предположении независимости их отказов от др. отказов элементов системы. При осн. соединении элементов, когда отказ любого элемента вызывает отказ системы, вероятность безотказной работы ее

$$P(t) = p_1(t) \cdot p_2(t) \ \ldots \ p_N(t), \quad i = \overline{1, N}$$

где $p_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-го элемента системы; N — число элементов системы. Когда в системе не все элементы работают одновременно, состояние системы определяет группа работающих элементов. Постоянные интенсивности отказов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_N$ соответствуют каждому из N состояний. При стационарном и эргодическом процессах смены состояний вероятность безотказной работы определяется по приближенной формуле

$$P(t) \approx \exp\left\{-\sum_{k=1}^{N} \lambda_k p_k t\right\},$$

где p_k — вероятность того, что в любой момент времени система находится в состоянии k.

Для упрощения анализа надежности восстанавливаемой системы, элементы которой образуют осн. соединение, обычно предполагают, что работа, отказы и

восстановление одного элемента не влияют на надежность других, а плотности распределения времени безотказной работы элементов системы являются непрерывными. Если время безотказной работы элементов значительно больше времени восстановления, то считают, что восстановление происходит мгновенно. Моменты отказов каждого элемента системы образуют поток отказов, а сумма потоков отказов всех элементов образует поток отказов системы. С учетом сделанных выше предположений поток отказов системы приближенно будет *Пуассона потоком* с переменным параметром. При длительной эксплуатации потоки отказов элементов становятся стационарными, а поток отказов системы — Пуассона потоком с постоянным параметром, т. е. простейшим потоком. Это позволяет получать простые и практически приемлемые выражения для показателей надежности восстанавливаемых систем. Если временем восстановления пренебречь нельзя, то

$$K_г = T(T + T_в)^{-1}, \quad P(t) = K_г^t \cdot \exp\{-t/T\},$$

где величины T и $T_в$ определяют, предполагая, что потоки отказов элементов и системы постоянны на заданном участке времени.

Одним из осн. методов повышения Н. к. с. является р е з е р в и р о в а н и е, основанное на введении резервных частей, являющихся избыточными по отношению к миним. функциональной структуре системы, необходимой и достаточной для выполнения заданных функций. В зависимости от способа включения резерва резервирование делится на о б щ е е и р а з д е л ь н о е (или поэлементное), а по состоянию резерва — с постоянно включенным резервом и с замещением при нагруженном и ненагруженном резервах и облегченном его состоянии. При постоянном резервировании резервные системы присоединены к основным в течение всего времени работы и находятся в одинаковом состоянии с основными. При резервировании замещением резервные системы включаются на место основных при отказе последних. В случае нагруженного состояния резервных систем режимы работы их такие же, как и у осн. системы. Если время включения резервной системы на место основной практически равно нулю, а переключающие устройства (если они есть) абсолютно надежны, то для невосстанавливаемых резервированных систем имеем

$$P_n(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - P_i(t)],$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i-й системы; n — число резервных систем, вместе с основной; $T_{ср} = \int_0^\infty P_n(t)\,dt$. При ненагруженном состоянии резервных систем режимы работы их облегчены настолько, что практически резерв начинает терять надежность только с момента замещения отказавшей системы. При этом

$$P_n(t) = P(t) + \int_0^t q(t-\tau)\,P_{n-1}(\tau)\,d\tau,$$

где $P(t)$ — вероятность безотказной работы нерезервированной системы; $P_{n-1}(\tau)$ — вероятность безотказной работы системы, резервированной $(n-2)$ раза; $q(t-\tau)$ — плотность вероятности отказа нерезервированной системы; $T_{ср} = \sum_{i=1}^{n} M\tau_i$, где $M\tau_i$ — *математическое ожидание* времени безотказной работы i-й системы. При облегченном состоянии резервных систем режимы работы их облегчены настолько, что до момента замещения отказавшей системы резерв может отказать с меньшей вероятностью, чем в рабочем состоянии. В этом случае

$$P_n(t) = 1 + \int_0^t [1 - P_n^{(н)}(\tau)\,P_n^{(р)}(\tau, t)]\,P_{n-1}(\tau)\,d\tau,$$

где $P_n^{(н)}(\tau)$ — вероятность безотказной работы n-й системы в нерабочем состоянии; $P_n^{(р)}(\tau, t)$ — условная вероятность того, что n-я система не откажет в рабочем состоянии на участке времени (τ, t) при условии, что она не отказала на участке $(0, \tau)$; $P_{n-1}(\tau)$ — вероятность безотказной работы системы из одной рабочей и $(n-2)$ резервных систем.

При анализе надежности восстанавливаемых резервированных систем обычно предполагают, что время безотказной работы и время восстановления осн. и резервной систем распределены по показательному закону. Это дает возможность использовать однородные марковские процессы. Если время безотказной работы и время восстановления распределены по произвольному закону, то расчет надежности таких систем значительно усложняется, и в связи с этим получают и применяют приближенные формулы, удовлетворяющие запросам практики. Для дублированной системы, в которой время безотказной работы осн. и резервной систем распределено по показательному закону, а время восстановления распределено произвольно, при малой вероятности отказа дублированной системы за время между последовательными моментами восстановления,

$$T = (\Lambda)^{-1} + \left[(\Lambda + \Lambda_1)\int_0^\infty (1 - e^{-\Lambda t})\,dG(t)\right]^{-1},$$

где Λ — интенсивность отказа рабочей системы; Λ_1 — интенсивность отказа резервной системы; $G(t)$ — закон распределения времени восстановления. Вероятность безотказной работы определяется по приближенной фор-

муле: $P(t) \approx \exp\left\{-\frac{t}{T}\right\}$. При нагруженном резерве $\Lambda = \Lambda_1$, а при ненагруженном $\Lambda_1 = 0$. Если время безотказной работы и время восстановления распределены произвольно, то среднее время безотказной работы дублированной системы для ненагруженного резерва

$$T = T_1 + \frac{T_1}{\alpha}, \quad \alpha = \int_0^\infty [1 - G(t)]\, dF(t),$$

а вероятность безотказной работы

$$P(t) \approx \exp\left\{-\frac{\alpha t}{T_1}\right\},$$

где T_1 — среднее время безотказной работы осн. и резервной системы; $G(t)$ — закон распределения *времени восстановления* осн. и резервной системы; $F(t)$ — закон распределения времени безотказной работы осн. и резервной систем. Последние две формулы справедливы, если предположить, что время восстановления системы значительно меньше времени безотказной работы системы, т. е. величина α мала. Для нагруженного резерва, как это мы выше предположили о времени безотказной работы и восстановления, наработка на отказ для резервированной системы, состоящей из $(n-1)$ резервных систем, определяется как

$$T = \frac{T_2}{n}\left[\left(1 + \frac{T_1}{T_2}\right)^n - 1\right],$$

где T_1 — среднее время безотказной работы осн. и резервных систем; T_2 — среднее время восстановления осн. и резервных систем. Последняя формула предполагает, что время работы резервированной системы в среднем значительно больше, чем время работы одной системы, а время восстановления резервированной системы в среднем значительно меньше времени восстановления одной системы.

Лит.: Половко А. М. Основы теории надежности. М., 1964 [библиогр. с. 439—443]; Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., 1965 [библиогр. с. 516—521]; Козлов Б. А., Ушаков И. А. Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., 1966 [библиогр. с. 425—430]; Ежов И. И., Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения. «Кибернетика», 1967, № 5; Теория надежности и массовое обслуживание. М., 1969; Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 471—482].

А. М. Бондаренко, А. Ф. Берлань.

НАДЕЖНОСТЬ РАСПОЗНАВАНИЯ — степень соответствия между решениями, принимаемыми *распознающей системой*, и истинной принадлежностью распознаваемых объектов. Количественной мерой Н. р. может служить любая возрастающая функция вероятности правильных ответов распознавания. Н. р. является частным случаем *риска распознавания*. Существует аналогия между Н. р. и верностью передачи информации дискретного *канала связи*. Для расчета Н. р. нужно знать свойства распознаваемых объектов, *алгоритм распознавания* и точность тех. реализации последнего, т. е. погрешности вычисления и сравнения между собой мер сходства (см. *Сходства критерии*). Если такой расчет не возможен, прибегают к экспериментальному анализу Н. р., основанному на получении статистических оценок вероятности попадания в область правильных ответов. Имея возможность регистрации значений мер сходства, такие оценки строят по выборочным распределениям этих мер. В противном случае ограничиваются анализом частот правильных ответов, что дает более грубые оценки Н. р. Для любых экспериментальных оценок Н. р. указывают их точность в виде *доверительных интервалов*, зависящих от точечных оценок Н. р., объемов выборок и заданных доверительных вероятностей.

В. К. Елисеев.

НАИМЕ́НЬШИХ КВАДРА́ТОВ МЕ́ТОД — один из наиболее распространенных *прямых методов* решения задач прикладной математики. Широкое применение Н. к. м. получил в теории *погрешностей* для отыскания одной или нескольких неизвестных величин по результатам измерений, содержащим случайные погр. Напр., в простейшем случае Н. к. м. применяют следующим образом. Пусть для отыскания значения неизвестной величины x произведено n независимых измерений, давших значения $y_1, y_2, \ldots, y_n$, т. е. $y_i = x + \delta_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$, где случайные погр. δ_i являются независимыми случайными величинами со средним значением, равным 0, и *дисперсией* σ_i^2. Согласно Н. к. м., в качестве величины x берут такое $\bar{x}$, для которого будет наименьшей сумма квадратов

$$S(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} p_i (y_i - \bar{x})^2.$$

Здесь $p_i = \frac{k}{\sigma_i^2}$ — веса произведенных измерений; коэфф. $k > 0$ можно выбирать произвольным. Для того, чтобы сумма $S(\bar{x})$ была наименьшей, необходимо в качестве $\bar{x}$ выбрать

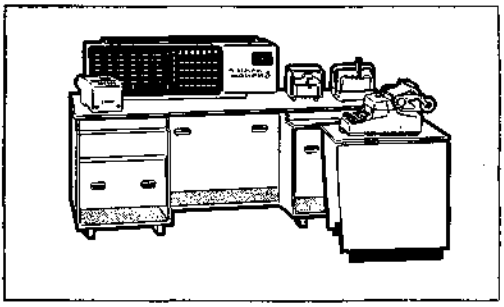
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}.$$

Н. к. м. используют также для прибл. представления заданной ф-ции другими, более простыми ф-циями (см. *Аппроксимация функции среднеквадратичная*).

Н. к. м. был обобщен и применен также к решению операторных ур-ний (см. *Уравнений классификация*). Согласно этому методу, приближенное решение операторного ур-ния $Ax = y$ обычно ищут в виде разложения по заданной системе элементов, принадлежащей тому же простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), что и x, и неизвестные коэфф. этого разложения находят из условия минимума $\|Ax - y\|^2$ — квадрата нормы невязки (см *Операторных уравнений способы решения, Проекционные методы*).

А. И. Березовский.

«НАИРИ» — семейство электронных цифровых вычислительных машин общего назначения с микропрограммным принципом построения и встроенной системой автоматического программирования. Предназначены для решения широкого круга инженерных, научно-тех., а также некоторых типов планово-эконом. и учетно-статистических задач. Разработаны в Ереванском н.-и. ин-те матем. машин. В семейство «Н.» входят машины: «Наири-1» (разработка ее закончена в 1964) и модификации «Наири-М» (1965), «Наири-С» (1967), «Наири-2»



Цифровая вычислительная машина «Наири-3».

(1967) и ее модификации, выполненные на дискретных полупроводниковых элементах; «Наири-3» (см. рис.), разработанная в 1970, с модификацией «Наири-3-1» на интегральных гибридных микросхемах. Указанные модели отличаются элементной базой, объемами оперативного ЗУ (1*К*-16*К* слов), кол-вом и составом внеш. устр-в (ввод — вывод с перфокарт. алфавитно-цифровая печать, внешнее ЗУ, дистанционные пульты).

В ЦВМ семейства «Н.» применены большого объема постоянное ЗУ (ПЗУ) на ферритовых сердечниках для хранения библиотеки подпрограмм и ОЗУ небольшой емкости для запоминания вводимой информации и ее оперативной обработки. Устройство управления создано по микропрограммному принципу с использованием определенной части ПЗУ для хранения микропрограмм, арифм. устройство (АУ) построено на одном универсальном регистре — сумматоре с фиксированными ячейками ОЗУ, служащими в качестве вспомогательных регистров АУ. Принцип параллельного действия и методы построения и организации структуры, заложенные в «Н.», позволяют легко перестраивать машины согласно требованиям, возникающим в процессе эксплуатации, составлять эффективные микропрограммные диагностические тесты, экономно и просто реализовать средства, облегчающие связь человека с машиной (встроенная система автомат. программирования; гибкий и универсальный язык машины, близкий к обычному математическому), хранить в кассетах ПЗУ программы часто встречающихся задач и выполнять их без предварительной подготовки, а также хранить программы новых задач, не входящие в состав матем. обеспечения машины, закоммутированными в дополнительных кассетах ПЗУ, что позволяет расширить библиотеку программ.

«Н.-3» представляет собой новый этап в развитии малых отечественных машин «Н.» с использованием гибридных микросхем. Эта машина построена по агрегатно-блочному принципу. Новый принцип организации микропрограммного управления в ней обеспечил высокую плотность хранения больших массивов микрокоманд (до 120 тыс.), значительное уменьшение времени такта машины, упрощение представления микропрограмм и уменьшение объема необходимой информации для их представления, использование общего ПЗУ для хранения микропрограмм и программ при переменном распределении памяти между ними, возможность хранения микропрограмм в ОЗУ, а также использование микропрограмм в качестве процедур. Конфигурация «Наири-3-1», а также заложенные в структуру «Наири-3» аппаратные средства позволяют осуществить на основе методов микропрограммной эмуляции программную совместимость ее с другими ЦВМ (напр., «Минск-22», «Минск-22М»).

Лит.: Овсепян Г. Е., Эйлезян Х. К., Оганян Г. А. Некоторые особенности микропрограммного принципа, примененного в ЭЦВМ «Наири». «Вопросы радиоэлектроники. Серия 7. Электронная вычислительная техника», 1966, в. 7; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

Х. К. Эйлезян.

НАИСКОРЕЙШЕГО СПУСКА МЕТОД — метод минимизации функции $f(x)$ на всем пространстве E^n. Заключается он в построении последовательности $\{x^k\}$ по ф-ле:

$$x^{k+1} = x^k - t(x^k) \cdot \nabla f(x^k), \qquad (1)$$

где $\nabla f(x^k)$ — *градиент* функции $f(x)$ в точке x^k, а $t(x^k)$ выбирается из условия:

$$\min_t f(x^k - t\nabla f(x^k)) = f(x^k - t(x^k)\nabla f(x^k)). \qquad (2)$$

Метод был впервые предложен франц. математиком О. Коши (1789—1857). Широкое использование этого метода обусловлено тем, что в направлении антиградиента $-\nabla f(x)$ производная ф-ции по направлению достигает наименьшего значения. Если градиент $\nabla f(x)$ непрерывен по x, а $f(x) \to \infty$ при $x \to \infty$, то при любом начальном приближении $\nabla f(x^k) \to 0$ при $k \to \infty$. Если при этом x^* — единственная стационарная точка, то $x^k \to x^*$, где $f(x^*) = \min_x f(x)$. Если же $f(x)$ невыпукла и стационарных точек несколько, то последовательность $\{x^k\}$ может, вообще говоря, не сходиться даже к *экстремуму локальному* ф-ции $f(x)$. Пусть существует *матрица* Гёссе $H(x) = \left\{\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j}\right\}_{i,j=1}^n$, положительно определенная в каждой точке x. Тогда для последовательности (1) $x^k \to x^*$, и, начиная с некоторого номера N, выполняется неравенство

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i^{k+1}-x_i^*)\leqslant q\sum_{i=1}^{n}(x_i^k-x_i^*)^2 \quad \text{при} \quad k\geqslant N,$$

где $q=\dfrac{M(x^*)-m(x^*)}{M(x^*)+m(x^*)}<1$, x_i^k — i-ая координата x^k, $M(x^*)$ и $m(x^*)$ — соответственно наибольшее и наименьшее собственные значения матрицы $H(x^*)$. Имеется модификация метода, когда $t(x^k)=\tau>0$ — const, т. е.

$$x^{k+1}=x^k-\tau\nabla f(x^k). \qquad (3)$$

Если градиент $\nabla f(x)$ удовлетворяет условию Липшица, то для последовательности (3) при выполнении перечисленных предположений справедливы соответствующие свойства последовательности (1). *Р. А. Полак, М. Е. Примак.*

НАЙКВИСТА КРИТЕРИЙ — один из *устойчивости критериев.*

НАКАПЛИВАЮЩИЕ СХЕМЫ — класс схем дискретного действия, использующих т. н. накапливающий принцип переработки информации. При использовании этого принципа общий процесс переработки информации представляется состоящим из последовательности однотипных элементарных циклов. Результат переработки в каждом таком цикле определяется как исходной информацией, так и информацией, которая является результатом выполнения предыдущего цикла. В соответствии с этим принципом, помимо сигналов, представляющих исходную информацию, в качестве входных сигналов Н. с. используются также сигналы, представляющие результат ее преобразования в предыдущем цикле, а значение выходного сигнала, который представляет результат преобразования в данном цикле, запоминается на время выполнения соответствующего преобразования в следующем цикле. Напр., если при последовательном суммировании двух n-разрядных ($n>1$) чисел используют накапливающий принцип, то элементарным циклом является суммирование двух цифр соответствующих разрядов слагаемых с учетом переноса, который возникает в результате сложения предыдущих (младших) разрядов. Н. с. одноразрядного *сумматора* в этом случае имеет три входа, на которые подаются сигналы, представляющие соответствующие разряды слагаемых и перенос из младшего разряда, а сигнал на выходе, представляющий перенос, запоминается на время выполнения следующего элементарного цикла.

Возможность реализации накапливающего принципа переработки информации в схемах дискретного действия обеспечивается использованием запоминающих элементов с цепями *обратной связи,* которые могут быть по отношению к собственно схеме запоминающего элемента или внутренними, или внешними. Простейшим примером Н. с. на основе запоминающего элемента с внутр. цепью обратной связи является пересчетная схема на магнитном сердечнике из материала с прямоугольной петлей гистерезиса, работающем в режиме перемагничивания по частным циклам. Примером Н. с. с внешней цепью обратной связи служит *триггер* на основе логических элементов ЦВМ.

В общем случае в Н. с. наряду с запоминающими могут использоваться лог. элементы. Для надежного функционирования должно выполняться следующее условие правильного обмена информацией между запоминающими и логическими элементами Н. с.: сигнал, по которому информация снимается с выхода запоминающего элемента (триггера), и сигнал, переключающий этот элемент, не должны пересекаться во времени. Поскольку в используемых на практике схемах сигналы съема и переключения образуются, как правило, одновременно, то переключающий сигнал задерживают на время действия сигнала съема с помощью спец. средств, напр., линии задержки либо дополнительного запоминающего элемента.

Особенности тех. реализации дискретных устр-в в классе Н. с. во многом определяются выбором типов запоминающих и логич. элементов, а также системами связей между ними. В частности, при использовании потенциальной системы для синхронизации обмена информацией в схемы вводятся дополнительные триггеры и применяется двухтактная передача информации, что приводит к некоторому их усложнению. При использовании импульсной системы из-за необходимости жесткого временнóго согласования сигналов в устр-вах с многотактным преобразованием информации особенно эффективно строить их именно на основе Н. с. В целом построение дискретных устр-в в классе Н. с. характеризуется тенденцией к снижению затрат оборудования и быстродействия по сравнению с *комбинационными схемами.* См. также *Импульсная элементная структура ЦВМ, Потенциально-импульсная элементная структура ЦВМ, Потенциальная элементная структура ЦВМ.*

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]. *Ю. Л. Иваськив.*

НАКОПИТЕЛЬ, блок хранения информации — часть запоминающего устройства (ЗУ), представляющая собой упорядоченный набор *запоминающих элементов* в виде дискретных устройств или запоминающей среды, состояние которой отображает закодированную информацию. Общее количество информации, хранящейся в Н., определяет емкость ЗУ.

Конструктивно Н. выполняется в виде отдельного блока, однако иногда в нем размещают элементы и других блоков ЗУ. Так бывает в случае, если по принципу работы запоминающие элементы подобны элементам управления (ЗУ на интегральных схемах, последняя ступень адресного *дешифратора* на ферритах в ферритовых ЗУ с линейной выборкой) или требуется уменьшение длины *шин,* передающих малые сигналы (размещение усилителей воспроизведения в Н. на тонких магнитных пленках).

В ряде случаев элементы хранения информации, помимо основной, могут выполнять функцию последней ступени дешифратора ад-

реса, как, напр., в ферритовых ЗУ матричного типа (см. *Матрица ферритовая многоотверстная, Матрица ферритовая слоистая*). Быстродействующие ЗУ строятся почти исключительно из дискретных запоминающих элементов, каждый из которых предназначен для хранения одного двоичного разряда — бита. Совокупность запоминающих элементов, предназначенная для хранения одного *n*-разрядного машинного слова (числа), составляет ячейку Н. Иногда в ячейке хранится несколько машинных слов. С другой стороны, слово может быть разделено на байты. *Ф. Н. Зыков.*

НАКОПИ́ТЕЛЬ НА МАГНИ́ТНОЙ ЛЕ́НТЕ — *запоминающее устройство*, в котором *носителем информации* служит *лента магнитная*.

НАРАБО́ТКА НА ОТКА́З — среднее время работы вычислительной машины между двумя последовательно возникшими отказами. Различают вычисл. машины восстанавливаемые и невосстанавливаемые (в зависимости от тех. возможности и эконом. целесообразности устранения отказа). Н. на о. используют для задания уровня надежности восстанавливаемых вычисл. машин. Для невосстанавливаемой вычисл. машины используют термин «среднее время безотказной работы вычислительной машины», определяемое как матем. ожидание времени от момента начала работы вычисл. машины до момента возникновения отказа. *И. В. Сафонов.*

НАРАБО́ТКА НА СБОЙ — среднее время работы вычислительной машины между двумя последовательно возникшими сбоями (см. *Сбой ЦВМ*). Н. на с. используют для задания уровня *надежности кибернетических систем*, у которых возможна коррекция ошибок, вызванных сбоем. В случае, когда коррекция ошибок невозможна, используют термин «среднее время бесбойной работы вычислительной машины», определяемое как матем. ожидание времени от момента начала работы вычисл. машины до момента возникновения первого сбоя. *И. В. Сафонов.*

НАУ́КА УПРАВЛЕ́НИЯ — межотраслевая наука, включающая в себя систему знаний об управлении как целостном, комплексном социальном явлении и синтезирующая все аспекты, функции и стадии процессов управления. Различают три класса систем управления: управление механизмами, машинами и технологическими процессами; управление процессами, происходящими в живой природе; управление общественными (социальными) процессами. Предметом изучения Н. у. являются системы социального типа. В системе управления социальными процессами в условиях социалистич. общества выделяют три осн. сферы управления: политическую, государственную и экономическую. Потребность изучения проблем управления во всем их многообразии обусловливает необходимость комплексного, интегрального подхода, реализуемого в рамках Н. у. Формирование Н. у. происходит в тесной взаимосвязи с *кибернетикой*, анализом систем, *информации теорией, операций исследованием* и др. Так, кибернетика, исходя из общего понятия управления, формулирует принципы, применимые к любой системе, математически описывает общие для разных систем закономерности управления. Специфика управления социальными процессами требует исследований по экономике, социологии, психологии и правовым вопросам. Для формирования единой Н. у. обобщают различные теор. и эмпирические данные. Особое место в Н. у. занимает проблема «человек в управлении». Создание *сложных систем управления* типа *систем «человек — машина»*, в которых процесс решения происходит в *диалога режиме* между человеком и ЭЦВМ, является наиболее перспективным.

В нашей стране Н. у. руководствуется теор. наследием классиков марксизма-ленинизма, опирается на опыт партийного, государственного, хозяйственного, военного и культурного строительства в СССР, критически изучает практику управления в капиталистических странах и использует теор. работы отечественных и зарубежных ученых в области управления.

В. И. Ленин впервые выдвинул положение о том, что научность управления должна обеспечиваться не только комплексом марксистско-ленинских наук, но и особой наукой — наукой управления, создал целостную систему принципов управления и на ее основе дал образцы решения задач управления. В. И. Ленин разграничивал проблемы управления обществом, государством, экономикой и производством. Неоднократно подчеркивая связь всех проблем управления в обществе, он в то же время отмечал, что эти проблемы находятся прежде всего в сфере экономики. В качестве первоочередной задачи Советской власти В. И. Ленин поставил организацию управления страной на новых, социалистических началах.

Вопросам научного управления обществом в настоящее время уделяется большое внимание. Важность научного управления подчеркнута в Отчетном докладе ЦК КПСС XXIV съезду партии, в Директивах съезда по пятилетнему плану развития народного хозяйства СССР на 1971—1975 гг. Главные направления совершенствования системы управления на нынешнем этапе, намеченные XXIV съездом КПСС, заключаются в повышении научного уровня планирования; в совершенствовании организационной структуры управления; в последовательном проведении ленинского принципа сочетания коллегиального руководства и индивидуальной ответственности; в усилении эконом. стимулов; в более широком участии трудящихся в управлении. В Директивах съезда по девятому пятилетнему плану записано: «Совершенствование системы и методов управления и планирования должно быть направлено прежде всего на обеспечение всесторонней интенсификации общественного производства и повышение его эффективности, являющееся основной линией экономического развития страны как на ближайшие годы, так и на длительную перспективу, важнейшим

условием создания материально-технической базы коммунизма» (Материалы XXIV съезда КПСС. М., 1971, стр. 295) Актуальность вопросов совершенствования управления всеми звеньями народного хозяйства определяется рядом объективных факторов: ростом масштабов произ-ва и качественными сдвигами в экономике; переходом от экстенсивных к интенсивным тенденциям развития экономики; быстрым ускорением научно-тех. прогресса. Современная научно-тех. революция, вызывающая глубокие качественные изменения во всех областях материального произ-ва и общества, требует рационального использования присущих ей потенциальных возможностей, научно обоснованного управления этим процессом. Ряд специфических характеристик научно-тех. прогресса в совр. эпоху обусловливает новые требования к социальному управлению.

Возросшая сложность управляемых систем требует согласованного управления всем комплексом эконом., организационных, информационных и социально-психологических связей и отношений. Масштабность совр. научно-тех. прогресса и его влияние на социальные процессы, протекающие в обществе, требуют, чтобы при управлении все в большей мере руководствовались общесистемными критериями социальной эффективности и народнохозяйственной целесообразности, а не интересами отдельных частей управляемой системы. Ускорившиеся темпы научно-тех прогресса приводят к потребности чаще обновлять состав тех. средств, продуктов произ-ва, профессиональную структуру кадров и другие параметры управляемых систем. Научно-тех. прогресс вызывает к жизни совершенно новые задачи управления. Примером таких задач является задача совместного планирования науч. исследований и практ. использования их результатов на основе широкого применения методов прогнозирования и программного управления развитием экономики.

Научно обоснованное и эффективное управление обществом предполагает наличие соответствующей информационной и тех. базы. В связи с этим Директивами XXIV съезда КПСС по девятому пятилетнему плану поставлена проблема построения Общегосударственной автоматизированной системы сбора и обработки информации для учета, планирования и управления нар. х-вом СССР (ОГАС). ОГАС — это человекомашинная система для решения задач организации и управления всем социалистическим обществом. Одной из главных функций ОГАС будет подготовка возможных вариантов решений (в режиме взаимодействия с высшими органами политического управления) относительно целей и программ развития общества. Собираемая ОГАС информация позволит наряду с задачами управления экономикой более эффективно решать задачи социального, воспитательного, а также идеологического характера.

Становление и развитие Н. у. имеет ярко выраженный классовый характер. Критический анализ практики управления в капиталистических странах свидетельствует о том, что в последние годы в связи с возрастанием масштабов капиталистических корпораций и ростом сферы эконом. операций изменялся механизм и системы органов и методов управления в капиталистическом обществе при сохранении эксплуататорской сущности этого управления. В ряде областей управления буржуазные ученые получили совокупность фактических данных и методов, которые при надлежащем критическом отношении можно использовать в теории и практике управления.

При социализме коренным образом меняется не только форма, но и содержание управления обществом. В. И. Ленин обосновал новые цели управления при социализме, вытекающие из осн. эконом. закона социализма и неразрывно связаны с обеспечением «...полного благосостояния и свободного всестороннего развития всех членов общества» (В. И. Ленин, Полн. собр. соч., т. 6, стр. 232). Существенным фактором управления при социализме является умелое сочетание и использование экономических и моральных стимулов к труду, являющихся источником постоянного повышения трудовой активности, роста производительности труда и общественного богатства, формирования высокого духовного облика члена соц. общества Комплексный характер Н. у. в условиях социализма требует комплексной разработки ее проблем. При этом важно синтезировать принципы и методы, отражающие наиболее общие свойства и элементы управления, его всеобщую сущность. «Совершенствование системы управления — не разовое мероприятие, а динамичный процесс решения проблем, выдвигаемых жизнью,— отмечается в Отчетном докладе ЦК КПСС XXIV съезду партии.— Эти проблемы и впредь должны будут находиться в центре нашего внимания» (Материалы XXIV съезда КПСС. М., 1971, стр. 66).

Лит.: Гвишиани Д. М. Социология бизнеса. М., 1962; Правовые проблемы науки управления. М., 1966; Дейнеко О. А. Наука управления в СССР. М., 1967 [библиогр. с. 63]; Афанасьев В. Г. Научное управление обществом. М., 1968; Попов Г. Х. Проблемы теории управления. М., 1970; Организация управления. М., 1971 [библиогр. с. 208—235]; США: современные методы управления. М., 1971 [библиогр. с. 326—332]; Афанасьев В. Г. XXIV съезд КПСС о научном управлении советским обществом. М., 1972; Старосьцяк Е. Элементы науки управления. Пер. с польс. М., 1965; Ханика Ф. де. Новые идеи в области управления. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 121—124].

Г. М. Добров, А. А. Коренной.

НАУКОВЕДЕНИЕ — научное направление о теоретических основах управления научной деятельностью, разрабатывающее методы повышения эффективности исследований и разработок при помощи средств экономического, организационного, информационно-технологического и социально-психологического воздействия. Объектом исследования Н. является наука как целостная система. Метод Н. — комплексный анализ, экспериментальная проверка и теор. обобщение опыта функционирования социальной орг-ции науки. В центре вни-

мания Н. находится изучение организационных, эконом., информационных и социальных моделей науки, а также интегрированных моделей науч. процесса в целом и науч. деятельности как профессионально самостоятельного рода занятий. Главное внимание исследователей, изучающих науку как целостную систему, сосредоточено на вопросах общих или сопоставимых для большинства различных науч. дисциплин. Такие исследования ученые вели с момента зарождения науки. Многие ученые исследовали различные аспекты развития науки. В конце 30-х гг. 20 в. англ. ученый Дж. Бернал впервые четко указал на необходимость базировать Н. на конкретных материалах интернационального опыта науч.-тех. развития, сочетая при этом качественные и количественные методы исследования, осуществляя естественнонаучный, исторический, эконом. и социологический подходы к изучению проблем науки.

В 60-х годах 20 ст. происходит активный процесс становления Н. Быстро растет к-во публикаций, в которых анализируются различные аспекты организации, экономики и управления в науке. Внимание ученых привлекают проблемы поиска оптим. структуры науч. учреждений и наиболее эффективных методов организации науки, определения скоростей развития и прогнозирования будущих путей науки, анализа тенденций роста численности ученых, затрат на функционирование науч. учреждений и результативность их работы, изучения частоты последующего использования выполненных науч. работ, определения индивидуальной и коллективной продуктивности труда ученых, проблемы планирования и наиболее эффективного управления науч.-тех. прогрессом. В комплексе главнейшие цели Н. можно сформулировать как обеспечение эффективности современной науки и ее потенциала, достаточного для достижения намеченных перспектив науч.-тех. прогресса. Это позволяет выделить три центр. проблемы Н.: анализ эффективности науч. систем, науч. потенциал и науч.-тех. прогнозирование. Решению указанных проблем способствует активное проникновение в Н. количественных и матем. методов исследования, идей *кибернетики*, а также широкое использование современных тех. средств переработки массовых статистических сведений.

В СССР и в ряде зарубежных стран созданы спец. научные учреждения, разрабатывающие проблематику Н. В СССР исследования в области Н. ведутся в Секторе комплексных проблем науковедения Ин-та кибернетики АН УССР, в Ин-те истории естествознания и техники АН СССР и в др. учреждениях.

Лит.: Волков Г. Н. Социология науки. М., 1968; Налимов В. В., Мульченко З. М. Наукометрия. М., 1969 [библиогр. с. 187—192]; Добров Г. М. [и др.]. Потенциал науки. К., 1969 [библиогр. с. 146—151]; Добров Г. М. Наука о науке. К., 1970 [библиогр. с. 303—315]; Наука о науке. Пер. с англ. М., 1966.

Г. М. Добров, В. Н. Клименюк.

НАУЧНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ТРУДА (НОТ) — организация труда, которая основана на достижениях науки и передовом опыте, систематически внедряемых в производство. НОТ позволяет наилучшим образом соединить технику и людей в едином производственном процессе, обеспечивает наиболее эффективное использование материальных и трудовых ресурсов, непрерывное повышение производительности труда, способствует сохранению здоровья человека, постепенному превращению труда в первую жизненную потребность. Этот общий подход справедлив и по отношению к такому специфическому виду труда, как труд в науке. За предыдущие 3—4 десятилетия наука неузнаваемо изменила свой облик. Ныне наука как сфера деятельности человека опережает по темпам увеличения численности занятых в ней людей самые передовые отрасли нар. х-ва. В СССР в сфере науки занято около 4 млн. чел. Наука переросла в «промышленность исследований» с внушительной материально-тех. базой и очень дифференцированным составом сотрудников. Переход к коллективным формам труда и растущие размеры финансовых, материальных и людских ресурсов, вовлекаемых в науку, потребовали более совершенной организации науч. процесса. Эта задача стала особо острой в наши дни в связи с необходимостью повышения эффективности науки, т. к. эконом. могущество любого гос-ва во многом зависит от степени использования в производстве новейших науч. достижений.

Развертывание работ по НОТ в науке требует учета своеобразия науч. творчества. Организацию всей науч. деятельности в НИИ можно именовать как науч. организацию исследований и разработок, которая делится на науч. организацию процесса исследований и разработок (аналогично организации производства в промышленности), науч. организацию управления (сюда отнесено и планирование) и НОТ. Примерное разделение между ними вопросов, составляющих предмет каждого из названных направлений, показано в табл.

Одним из важных направлений НОТ в исследованиях и разработках является совершенствование управления науч.-исслед. работами (НИР), опытно-конструкторскими работами (ОКР) и проектно-конструкторскими работами (ПКР). Первоочередной задачей НОТ является составление схемы управления НИР в науч. учреждении. Часто оказывается, что на схеме некоторые ячейки-подразделения подчиняются сразу нескольким руководителям, а определенные подразделения вообще не имеют непосредственных начальников. Одни руководители управляют непомерно большим, а другие напротив — малым к-вом подразделений. Анализ такой структуры позволяет реорганизовать управление НИР, что должно быть зафиксировано на схеме. При этом классические теории НОТ рекомендуют соблюдать следующие принципы: у каждого подразделения должен быть один непосредственный руководитель; одному руководителю должно подчиняться не более 5—7 структурных подразделений. Структура управления при соблюдении этих принципов приобретает пира-

мидальную или матричную форму и четкую соподчиненность подразделений различного уровня. Однако разработка рациональной структуры не завершена, если не составлены «Положения» для каждого подразделения, определяющие их функциональные обязанности, и не разработаны должностные инструкции для каждого сотрудника НИИ. Только при выполнении этих условий структура обретает окончательную завершенность и ее можно действенно реализовать.

в план науч. работ темы были обеспечены людскими, материальными и финансовыми ресурсами. Несоблюдение этих положений приводит к тому, что разрабатываются малоперспективные темы или срываются крупные важные исследования ввиду недостаточной обеспеченности их ресурсами. Эффективность функционирования любой науч. системы во многом зависит от того, насколько каждое ее структурное звено помогает своими методами, идеями и науч. результатами достижению це-

Структура научной организации исследований и разработок

Научная организация исследований и разработок

Научного процесса	Управления	Труда
Научный процесс в целом		
Определение научной специализации НИИ	Выбор оптимальной организационной структуры управления	Разработка рациональных форм разделения и кооперации труда
Выбор оптимальной производственной структуры НИИ, подразделений (форм их специализации, связей, размера, пространственного размещения и др.)	Осуществление управления на основе применения принципов кибернетики, механизации и автоматизации управленческих операций	Улучшение организации и обслуживания рабочих мест Изучение и распространение передовых приемов и методов труда
Изыскание рациональных форм организации технологических процессов Изучение и анализ структуры научного процесса и характеризующих его параметров	Методы прогнозирования, перспективного, годового планирования и оперативного управления ходом выполнения исследований и разработок	Подготовка кадров и повышение их квалификации
Деление на стадии:		
Основная стадия		
Формирование тематики Выполнение НИР и ПКР		Совершенствование нормирования труда и системы материального стимулирования
Вспомогательная стадия		
Изготовление оснастки для экспериментальных работ, Приобретение и ремонт оборудования, приборов и др., Энергетика, транспорт, строительно-монтажные работы и др.	Оценка уровня НИР (ПКР) и итогов деятельности подразделений НИИ	Всемерное улучшение условий труда, его облегчение и оздоровление Улучшение работы по воспитанию рабочих и служащих в духе сознательного отношения к труду
Обслуживание		
Снабжение Кооперирование Складское хозяйство Вопросы жилищно- и культурно-бытового обслуживания	Правовые вопросы управления	Коренное улучшение организации труда вспомогательных рабочих Всемерное улучшение организации труда ИТР и служащих

Др. аспект проблемы управления — планирование науч. тематики. Текущая и перспективная тематика науч. учреждений должна планироваться с учетом общей направленности исследований. Для этого планирование тематики должно базироваться на данных прогнозных разработок. Важно, чтобы включаемые

лей ряда других звеньев и, тем самым, целям всей системы. В этой связи планирование НИР непременно должно предусматривать комплексирование усилий ученых и всемерно содействовать повышению его уровня Опыт многих НИИ свидетельствует о том, что при комплексной организации работ сокращается

мелкотемность, более полно используются имеющиеся науч. результаты и возможности, повышается результативность работы НИИ даже при неизменной численности персонала.

Проблема разделения и кооперации труда в науке специфична. Помимо науч. работников, в науке сейчас трудится большое к-во инж.-тех. и вспомогательного персонала, причем они составляют порядка 70% общей численности людей в науке.

В сфере науки наблюдается две формы кооперации труда: тематические лаборатории и отделы (стационарные коллективы), имеющие постоянный состав сотрудников преимущественно одной специальности, и проблемные лаборатории и отделы (временные коллективы), которые создаются для решения конкретной проблемы и объединяют ученых разных специальностей. Разделение труда внутри лабораторий производится в соответствии с квалификацией сотрудников, составляющих коллектив. При этом необходимо соблюдать определенные соотношения между численностью осн. и вспомогательного науч. персонала. В области тех. наук оно составляет 1 : 4, а в общественных науках приблизительно 1 : 1,5. При других соотношениях наблюдаются большие потери рабочего времени у высококвалифицированных ученых, которые вынуждены сами выполнять вспомогательные операции науч. процесса. Экономия на вспомогательном и тех. персонале обходится очень дорого — растрачиваются невоспроизводимые ценности: творческая энергия, мысль, идеи ученого. Если учесть, что почти две трети докторов и кандидатов наук ежедневно расходуют на подобную работу от двух до трех часов, то резерв для повышения результативности труда этой категории ученых весьма велик. Естественно, данный аспект не исчерпывает всей проблемы рационального использования бюджета рабочего времени, но и он дает возможность представить ее значимость.

Решение вопросов организации и обслуживания рабочих мест обязательно должно быть увязано с тем, что на постоянных рабочих местах в НИИ трудится около 20% сотрудников (служба информации, опытное производство), а преобладающая часть сотрудников научных отделов использует несколько рабочих мест. Поэтому в плане НОТ наряду с организацией и обслуживанием индивидуальных рабочих мест предусматривается решение этих вопросов и для коллективно используемых средств обслуживания: библиотека, читальный зал, кабинеты службы информации и т. д. Наряду с этим важно и рациональное использование рабочих площадей. Однако при этом следует избегать крайностей, когда «уплотнение» рабочих площадей оборачивается ущербом. Ведь в НИИ используется все более сложное и дорогое оборудование. Коэффициент, характеризующий отношение стоимости оборудования к стоимости рабочих площадей, часто выше единицы и продолжает неуклонно расти. Пренебрежение этим — «экономия» на рабочих площадях — приводит к неудобствам в обслуживании оборудования, а нередко и к простою его. Неотъемлемой частью общей проблемы НОТ в науке является разработка и применение рациональных режимов труда и отдыха на основе психофизиолог. исследований, т. к. в науч. учреждениях на первый план выдвигается не физ., а нервная усталость.

На современном уровне развития науки высокие требования предъявляются к механизации и автоматизации исследовательского труда. На промышленном предприятии необходимо в среднем иметь на одного инж.-тех. и управленческого работника: средств *оргатехники* — на сумму 50—80 руб., средств связи и сигнализации — на сумму 50—70 руб., средств вычисл. и логич. техники — на сумму 100—150 руб. Науч. работники должны оснащаться лучше. Механизация и автоматизация исслед. работ — путь повышения результативности труда ученых в условиях перехода от экстенсивного к интенсивному развитию науки. Внедрение средств оргатехники в НИИ существенно сокращает затраты времени на поиск, обработку и размножение информации. По современным оценкам один час работы портативного диктофона и счетной машинки за восьмичасовой рабочий день в течение 1—2 лет полностью окупает их стоимость. Столь же быстро окупаются и др. средства оргатехники. Высокий эффект достигается при механизации и автоматизации эксперимента. Осн. задача состоит в том, чтобы перейти от механизации записи данных к полной автоматизации эксперимента при моделировании сложных процессов. Соединение систем записи данных с ЭВМ позволяет в 3 и более раз повысить скорость обработки данных при одновременном снижении стоимости работ.

Только при комплексном проведении работ по всем направлениям НОТ в науке можно наиболее полно использовать возможности науки и привести в действие резервы продуктивности труда. По оценке экономистов использование всех имеющихся резервов позволит в 10—15 раз повысить результативность труда ученых, что равноценно притоку в науку огромной армии ученых.

Лит.: Всесоюзное совещание по организации труда (26—29 июня 1967 г.). М., 1967; Планирование научных исследований и разработок. Казань, 1969; Добров Г. М. [и др.]. Организация науки. К., 1970 [библиогр. с. 199—202].

Г. М. Добров, А. А. Савельев.

НАУЧНО-ИНФОРМАЦИОННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ — разновидность научного труда. Н.-и. д. выполняется в целях повышения эффективности исследований и разработок и заключается в сборе, переработке, хранении и поиске закрепленной в документах научной информации, а также в ее предоставлении ученым и специалистам в нужное время и в удобной для них форме.

Процесс общественного разделения труда в современной науке происходит в разных аспектах. По методам исследования науч. труд разделяется на экспериментальную и теор. работу, по функциям — на научно-исследовательскую, научно-информационную и научно-

организационную деятельность. Н.-и. д. охватывает значительную часть сферы научной коммуникации, в которую входят и научно-информационные процессы, выполняемые самими учеными, неформальные способы распространения науч. информации (личное общение, нерегулируемый обмен *документами научными* и т. п.). Граница между собственно исследовательской и Н.-и. д. весьма условна и подвижна; она зависит от степени формализации языка данной отрасли науки в определенную эпоху, сложившихся в этой отрасли традиций и пр.

По мере совершенствования научно-исследовательского, инженерного и научно-организационного труда в различных отраслях науки и техники, по мере формализации специальных языков этих отраслей организационно выделившимся информационным службам передается выполнение все более сложных задач по отбору и переработке науч. информации. Эти задачи можно решать лишь при одновременном использовании достижений как *информатики*, так и теорий и методик этих конкретных отраслей. См. также *Информация документальная, Информация научная.*

Р. С. Гиляревский, А. И. Черный.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ — направление науковедческих исследований по разработке принципов и методов прогнозирования, а также сам процесс разработки научно-технических прогнозов. Научно-тех. прогноз — это вероятностная оценка возможных путей и результатов развития науки и техники, а также требуемых для их достижения ресурсов и организационных мер. Современное Н.-т. п. имеет характер систематического анализа тенденций и периодически уточняемой оценки перспектив. Прогнозисты, совместно со специалистами соответствующей отрасли знания, исходя из познанных объективных закономерностей и тенденций развития, общественных и иных потребностей, а также конкретных условий развития науки и техники стремятся сформулировать возможные альтернативы этого развития и обосновать выбор дальнейших его путей. При этом прогнозирование осуществляется тем успешнее, чем органичнее оно связано с планированием научно-тех. и социально-эконом. развития. Н.-т. п. является социальной стадией предплановой подготовки.

Обобщающей особенностью Н.-т. п. является его системный характер, учитывающий как изменившуюся природу научно-тех. нововведения (разнообразие связей и масштабность следствий), так и быстро обновляющиеся исходные потребности, стимулы и условия развития науки и техники. Ныне известны прогнозы различной направленности: ресурсов, общественных потребностей, промышленного потенциала, развития социальных условий, демографические, комплексные прогнозы развития экономики и другие, имеющие тенденцию формироваться во взаимосвязанную систему представлений. Н.-т. п. непосредственно примыкает к системе прогнозов социально-эконом. процессов и может трактоваться как ее *подсистема;* но при этом Н.-т. п. сохраняет всю свою специфику, обусловленную своеобразием объектов, целей и методов прогнозирования. В основу классификации научно-тех. прогнозов положена идея, вытекающая из принятого определения прогноза как комплекса взаимосвязанных оценок: целей, путей их достижения и потребностей в ресурсах (рис. 1).

Прогноз 1-го типа, опирающийся на познанные потребности, на тенденции и закономерности развития науки и техники, используя опыт, накопленный в конкретных науках, призван выявить и сформулировать новые возможности и перспективные цели (направления) научно-тех. развития. Этот тип прогноза в науч. прогностике назван и с с л е д о в а т е л ь с к и м прогнозом (ИП). Его наиболее трудным и ответственным, чаще всего заключительным этапом является оценка гипотетической результативности или, обобщенно говоря, значимости возможных вариантов целей научно-тех. политики. Полученные так сведения являются существенной частью формируемой с участием науч. прогностики концепции будущего науки и техники.

Научно-тех. прогноз 2-го типа назван программным прогнозом (ПП). Он исходит из познанных общественных потребностей, тенденций и закономерностей научно-тех. развития, а также данных, полученных ИП. Он призван придать этим знаниям прикладной характер: сформулировать программу возможных путей и научно-тех. условий для достижения целей и решения задач развития науки и техники. Сформулировав гипотезу о перспективных для данных условий возможностях взаимного влияния различных факторов, ПП (чаще всего на заключительном своем этапе) стремится дать оценку гипотетических сроков и очередности достижения различных возможных целей. Тем самым ПП развивает начатую на этапе ИП формулировку концепции будущих возможностей науки и техники.

Научно-тех. прогнозом 3-го типа является о р г а н и з а ц и о н н ы й прогноз (ОП), который основывается на знаниях и представлениях об общих закономерностях и тенденциях развития науки, в т. ч. полученных ИП и ПП. Он исходит из представлений о наличных эконом. ресурсах и накопленном науч. потенциале. Задача ОП — формулировать обоснованную гипотезу об эконом. и организационных аспектах ожидаемого прогресса науки и техники, а также дать оценку и сформулировать требование к перспективам роста научного потенциала, необходимого для выполнения в прогнозируемый период программ исследовательских и проектно-конструкторских работ.

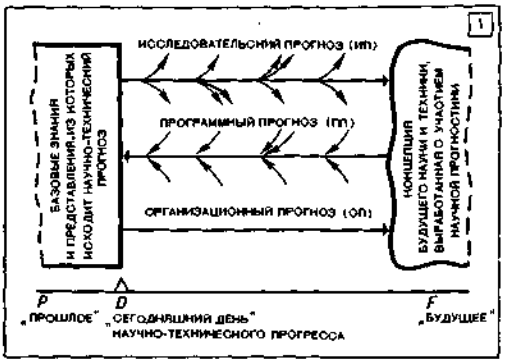
Выступая в комплексе, эти три типа прогнозов взаимно дополняют друг друга, предоставляя в распоряжение принимающих решения особо ценную систему данных. Однако мера «управляемости» ходом реализации прогнозов, возможности непосредственного влия-

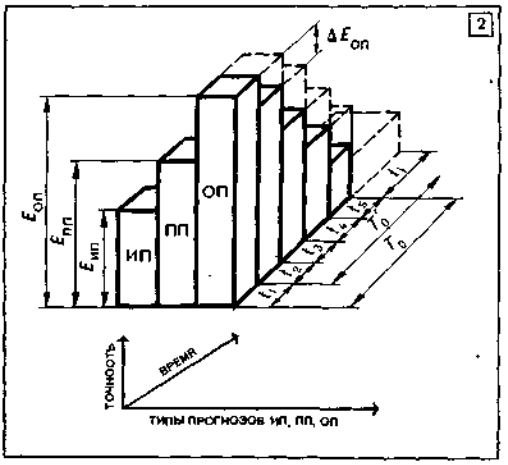
ния на прогнозируемые процессы развития организационных и экономических факторов и соответственно возможности предвидения хода развития существенно различны. В этом отношении ОП > ПП > ИП.

В научно-тех. прогностике можно довольно четко выделить три типичных интервала упреждения («эшелоны прогнозирования»). Прогнозы первого эшелона рассчитаны обычно на срок до 15—20 лет. При современных темпах развития за указанный период происходит одно—два удвоения общей численности выполненных науч. работ, удваивается к-во тех. средств производства, оканчивается срок действия большинства нынешних патентов и т. д. Очень важным обстоятельством является то, что в этот интервал времени укладываются типичные и имеющие тенденцию к сокращению сроки, в течение которых установленные наукой факты, явления и принципы переходят из фундаментальных наук в прикладные, оттуда — к разработчикам и после опытно-промышленной проверки — в стадию массового производственного использования основанных на них тех. средств. Существенно и то обстоятельство, что за этот период на передовую линию научно-тех. прогресса выходит новое поколение специалистов, составляющих к концу периода абсолютное большинство по отношению к тем, кто был участником работ в начале этого периода. За подобный отрезок времени в прошлые годы происходило два удвоения численности ученых и, по крайней мере, три раза удваивалась численность инж.-тех. работников (увеличение численности в 8—10 раз). Прогнозы этого эшелона исходят обычно из вполне определившихся в настоящее время (во всяком случае теоретически) возможностей научно-тех. прогресса. В них содержатся не только качественные суждения, но и, как правило, количественные оценки. В обществе с плановым управлением эти прогнозы непосредственно стыкуют прогнозирование с практикой перспективного планирования.

Прогнозы второго эшелона рассчитаны на срок до 40—45 лет в будущее. Это время упреждения характеризуется удвоением общего объема принятых в современной науке концепций, теорий и методов. За это время произойдет удвоение численности населения мира (≈ 35 лет) и полная смена поколения творцов науч.-тех. прогресса (40—45 лет — оценка длительности периода самостоятельной творческой деятельности человека). В прогнозах, относящихся к этому периоду, количественные оценки все чаще уступают качественным. Видимыми ограничительными пределами подобных прогнозов считаются обычно лишь выкристаллизовавшиеся к настоящему времени фундаментальные законы и принципы естествознания. К тому же ученый, вырабатывающий прогноз такой дальности, уже не может ограничиться представлениями, присущими его конкретной отрасли знания (эти представления будут существенно обновлены), а обязан базироваться на более широкой системе науч. представлений.

Прогнозы третьего эшелона ориентированы на срок до ста лет, а иногда и далее в будущее. Такие прогнозы носят, как правило, чисто гипотетический характер. Учитывая, что творцы научно-тех. прогресса столь отдаленного будущего будут исходить из выработанной ими системы науч. представлений, неизвестной нам пока во многих своих существенных аспектах, современный прогнозист в этом случае полагается скорее на свое мировоззрение и творческую фантазию, чем на определенную систему естественно-научных представлений.





1. Типология прогнозов.
2. Построение системы непрерывного прогнозирования.

Количественные оценки здесь, как правило, отсутствуют, а качественные оценки и предположения ограничиваются лишь рамками наиболее общих законов логики, мировоззрения и естествознания.

Разные области и объекты прогнозирования требуют различной дальности предвидения прогнозирования. Представления мировой прогностики по этому вопросу с учетом последних данных приведены в табл.

Из приведенных в таблице данных видно, что существует значительный разрыв между требуемой и достигаемой ныне глубиной

прогнозирования. Отсюда вытекает актуальность совершенствования методов научно-тех. прогностики.

Учет фактора научно-тех. развития является в настоящее время важнейшим условием повышения эффективности решений, принимаемых в области управления экономикой. Этим определяется потребность в разработке действенных методов научно-тех. прогнозирования, являющихся инструментом, с помощью которого представляется возможным определить пути, результаты и последствия

Области и объекты прогнозирования	Требуемая дальность прогнозных оценок, годы	Обычно достигаемая глубина, годы
Объем доступных природных ресурсов	50 и более	23—35
Нововведения и технические средства с сильно выраженными социальными последствиями (автоматизация, массовые средства связи, транспорт, проекты городов и др.)	30—50	10—15
Ядерная энергия	25	10—12
Космические программы	20—30	10—12
Средства вооружения	20—25	7—10
Национальная экономика	20	5—7
Массовое и крупносерийное производство технических средств (например, в электронике, химии и др.)	10—20	5—7
Производство новых потребительских товаров	5—10	3—5

будущего научно-тех. развития и его влияние на социально-эконом. процессы. Современное Н.-т. п. насчитывает свыше ста различных по уровню обоснованности и эффективности методов и приемов. Такое разнообразие обусловливается, с одной стороны, спецификой различных объектов прогнозирования и разнообразием целей, поставленных перед разработчиками прогнозов, с другой — принципиальной возможностью разных подходов к предстоящему решению задач, что является свойством самого процесса научно-тех. развития. Существуют различные подходы к методике разработки научно-тех. прогнозов. Один из них основан на предположении о сохранении в будущем существующих пропорций и закономерностей научно-тех. развития. В рамках этого подхода разрабатываются методы экстраполяции. Второй подход базируется на предположении о том, что на основе мнений деятелей науки и техники (экспертов) возможно построение модели аргументированных представлений о будущем научно-тех. развития. Метод, развиваемый с позиций этого подхода, получил название *экспертных оценок метода*.

В большинстве случаев экстраполяции в качестве исходной информации используют временные ряды динамики изменения определенных параметров различных тех. средств. Исходной информацией при использовании методов экспертных оценок служат мнения специалистов, занимающихся исследованиями и разработками в прогнозируемой отрасли. Выделяют также методы моделирования, использующие в качестве исходной информации сведения о тенденциях развития прогнозируемых объектов и мнения экспертов о возможных будущих путях и результатах развития прогнозируемой отрасли. Целесообразность выделения методов моделирования в отдельный класс определяется тем, что в отличие от методов экстраполяции и методов экспертных оценок, применение методов моделирования предполагает построение достаточно сложной и логически связной модели будущего функционирования объекта прогнозирования. При этом открываются большие возможности использования мощного формального аппарата *логики математической, графов теории*, матричного анализа и т. д. Известны методы инженерного прогнозирования, основанные на анализе динамики и тематической структуры мирового потока изобретений (патентов). К ним примыкают также используемые в прогнозировании, как вспомогательное средство, методы информационного слежения за потоками публикаций и сообщений, отражающими активность в разработке различных аспектов науч. проблем. Каждый из известных ныне методов прогнозирования имеет свои преимущества, слабые стороны и пределы возможностей. Однако в целом комплекс современных методов науч. прогностики представляет собой новый мощный инструмент формирования научно обоснованной политики в области развития науки и техники. Под влиянием все возрастающих темпов мирового научно-тех. прогресса оптимальная дальность прогнозирования, осуществляемого одним и тем же методом, обычно имеет тенденцию к сокращению. Отсюда вытекает настоятельная потребность в целеустремленном совершенствовании методов современной прогностики.

Особо перспективным является в этих условиях создание системы непрерывного прогнозирования (рис. 2). Разработанный комплексный прогноз (ИП, ПП, ОП) на оптимальную дальность, равную, напр., 10 или 15 годам, подразделен на несколько характерных для каждой конкретной области этапов. За время реализации первого этапа весь комплексный прогноз продлевается на Δt и каждая из его составляющих уточняется на величину ΔE. Далее поступают аналогичным образом. Такого рода система прогнозирования, основанная на использовании современных средств *вычислительной техники*, в состоянии обеспечить оперативное решение таких важных задач, как постоянное информационное слежение за тенденциями научно-тех. разви-

тия, систематическая технико-эконом. оценка уровня действующих и находящихся в процессе исследований и разработок сложных тех. систем, формулирование уточненных вариантов прогнозных гипотез и их текущую переоценку.

Лит.: Гвишиани Д. М., Лисичкин В. А. Прогностика. М., 1968 [библиогр. с. 89]; Глушков В. М. О прогнозировании на основе экспертных оценок. «Кибернетика», 1969, № 2; Добров Г. М., Смирнов Л. П., Ершов Ю. В. Современные методы научно-технической прогностики. В кн., Науковедение и информатика, в. 1. К., 1969; Bekker J. A. Research and development. «Automation», 1966, v. 13, № 7. *В. М. Глушков, Г. М. Добров.*

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ ОБРАБОТКА — см. *Научно-информационная деятельность* и *Поиск информации автоматический.*

НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО КОМПЛЕКСНОЙ ПРОБЛЕМЕ «КИБЕРНЕТИКА» АН СССР — научно-организационный центр, осуществляющий координацию важнейших научно-исследовательских работ институтов АН СССР, академий наук союзных республик, высших учебных заведений, Академии медицинских наук, Академии педагогических наук и др. ведомств по комплексной проблеме «Кибернетика». Создан в 1959. Председателем совета со дня его основания является акад. АН СССР А. И. Берг. Работу по координации исследований проводят следующие секции (в 1973): матем. проблемы кибернетики; вычисл. системы; общие и математические вопросы теории информации; техническая кибернетика; кибернетика энергетических систем; бионика; биологическая и медицинская кибернетика; математическая теория эксперимента; философские проблемы кибернетики; применение кибернетики в психологии; эконом. кибернетика; семиотика; кибернетика и право. Совет рассматривает состояние исследований в области кибернетики в СССР и за рубежом, определяет содержание и осн. направления н.-и. работ по кибернетике и содействует их развитию; осуществляет контроль за ходом выполнения важнейших работ по проблеме и разрабатывает предложения по внедрению завершенных работ в нар. х-во и культуру; организует науч.-тех. информацию о состоянии и результатах работ, координирует международные науч. связи в области кибернетики. Науч. совет проводит работу по организации всесоюзных и международных конференций и симпозиумов, при секциях совета систематически работают научные семинары. Н. с. по к. п. «К.» АН СССР издает сб. «Вопросы кибернетики», «Информационные материалы», а также продолжающиеся издания: «Проблемы кибернетики», «Кибернетику — на службу коммунизму», «Кибернетический сборник». *С. С. Масчан.*

НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРОБЛЕМЕ «КИБЕРНЕТИКА» АН УССР — научно-консультативный совет, осуществляющий координацию исследований в области кибернетики и вычислительной техники на Украине. Создан в 1964. Председателем совета со дня его основания является академик АН СССР В. М. Глушков. Осн. задачи и функции совета: изучение тенденций развития кибернетики и вычислительной техники в республике, определение перспективных направлений и эффективных путей решения проблемы, координация исследований по проблеме и организация обмена научно-технической информацией между учреждениями, входящими в сферу деятельности совета. Научный совет разрабатывает предложения как по указанным вопросам, так и по использованию в нар. х-ве результатов законченных научно-исследовательских работ, по подготовке кадров специалистов и др., и вносит рекомендации в Президиум АН УССР и другие органы планирования и управления наукой и техникой. Совет подразделяется на отдельные секции, координирующие исследования по отдельным направлениям кибернетики. Свою деятельность совет осуществляет, рассматривая вопросы на своих заседаниях, на заседаниях бюро или секций, путем проведения координационных совещаний, конференций и симпозиумов, создавая временные экспертные группы или комиссии для подготовки предложений, связанных с разработкой проблемы и т. п.

Оперативное руководство советом осуществляет бюро, в состав которого входит председатель совета, его заместители, председатели секций и ученый секретарь. Большую работу по координации исследований по отдельным направлениям кибернетики и вычисл. техники в республике проводят секции совета, бюро которых состоят из председателя секции, ученого секретаря и членов — известных ученых данного направления. В 1972 работали следующие секции: теоретической кибернетики; цифровых вычислительных машин и систем; математических проблем управления; системотехники; науковедения, прогнозирования и информатики; технической кибернетики; математического обеспечения ЭЦВМ; математических методов в кибернетической технике; кибернетической техники; биологической и медицинской кибернетики и бионики; конструирования и внедрения новых средств вычисл. техники. По более узким вопросам соответствующих направлений секции организуют научные семинары. Наиболее интересные доклады, обсужденные на семинарах или в целом на секции, публикуются в виде тематических сборников трудов Научного совета. *П. В. Походзило.*

НЕЗАВИСИМОСТЬ в теории вероятностей, статистическая независимость — одно из основных понятий этой теории. Два *случайных события* A и B наз. взаимно независимыми, если *вероятность* их совместного осуществления $P(AB)$ равна произведению вероятностей этих событий: $P(AB) = P(A)\,P(B)$. Для независимых событий A и B *вероятность условная* наступления одного из них при условии, что другое осуществилось, совпадает с безусловной вероятностью этого же события: $P(A/B) = P(A)$; $P(B/A) = P(B)$. События $A_1, A_2, \ldots$ наз. независимыми в совокуп-

ности, если для любого конечного набора событий $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_k}$ $(i_1 \neq i_2 \neq \ldots \neq i_k)$, из исходной совокупности $P(A_{i_1} A_{i_2} \ldots A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \ldots P(A_{i_k})$. Две *случайные величины* ξ_1 и ξ_2 наз. взаимно независимыми, если при любых $x_1 < y_1$, $x_2 < y_2$ независимы события $\{x_1 < \xi_1 < y_1\}$ и $\{x_2 < \xi_2 < y_2\}$. Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — ф-ции распределения соответственно величин ξ_1 и ξ_2, а $F(x, y)$ — их совместная ф-ция распределения, то Н. ξ_1 и ξ_2 означает, что при любых x и y $F(x, y) = F_1(x) \cdot F_2(y)$. Случайные величины $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ наз. независимыми в совокупности, если

$$P\{\xi_1 < x_1, \xi_2 < x_2, \ldots \xi_n < x_n\} = P\{\xi_1 < x_1\} P\{\xi_2 < x_2\} \ldots P\{\xi_n < x_n\}$$

для любых $x_1, x_2, \ldots, x_n$. См. также *Вероятностей теория.* *Н. П. Слободенюк.*

НЕЙРОБИОНИКА — направление в *бионике*, цель которого — изучение и моделирование деятельности центральной нервной системы человека и животных для использования закономерностей их строения при создании новых технических устройств, кибернетических систем, средств *вычислительной техники.*

НЕЙРОКИБЕРНЕТИКА — направление в *кибернетике биологической*, изучающее организацию элементов, отделов анализаторов, анализаторных систем и нервной системы организма в целом. Предмет Н. составляет структурная и функциональная организация нервной системы при восприятии организмом сигналов внеш. среды, их преобразовании и переработке, построении моделей образов внеш. среды, запоминании этих моделей, взаимодействии моделей образов в процессе мышления и выработки ответных целенаправленных действий при динамическом взаимодействии организма со средой. Осн. методом Н. является метод матем. и физ. моделирования (см. *Биологических систем математическое моделирование*), а физиол. эксперимент, направленный на выяснение функциональных связей, является основой для построения матем. и физ. моделей, гомо- или изоморфных изучаемым процессам.

Н. развивается в основном в следующих направлениях: моделирование свойств *нейрона* и нейронных ансамблей; синтез искусственных *нейронных сетей, моделирование сенсорных систем;* моделирование отдельных ф-ций мозга — памяти, распознавания образов, образования понятий, эмоций, принятия решений и т. д.; исследование взаимодействия подсистем мозга при формировании поведения. Нейрофизиол. методы изучения нейрона и простого взаимодействия нейронов между собой и с окружающей их средой стали основой для создания мембранной *возбуждения клетки теории* и разработки соответствующего матем. описания (см. *Модель нервной клетки*). Экспериментальный и теор. анализ работы элемента нервной системы позволил приступить к построению физ. аналогов нейрона, отражающих логические, дискретные, аналоговые, пороговые, частотные и др. его свойства.

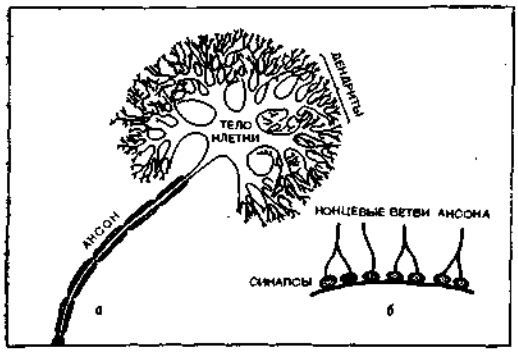
Изучая нейронные сети, используют методы моделирования их работы на цифровых и аналоговых вычисл. машинах, а также на специально создаваемых сетях на физ. моделях нейронов. В результате такого изучения получают модели, отражающие различные стороны обработки информации в биол. прототипе. Матем. и физ. моделирование частично дополняют экспериментальное исследование этих систем. Наиболее полно развито моделирование рецепторного аппарата и относительно простых сетей обработки анализаторов. Моделей сложных подкорковых и корковых отделов анализаторов, взаимосвязи отделов анализаторов и взаимосвязи различных анализаторов (кроме моделей условных рефлексов) практически еще не создано. Наиболее полно изучены зрительный (см. *Модель зрительного анализатора*) и слуховой (см. *Модель слухового анализатора*) анализаторы. Анализаторные системы, содержащие сложные нейронные комплексы, являются базой, на которой строятся классификация и *распознавание образов* внеш. среды, запоминание и обучение, изменения уровня организации при взаимодействии организма с изменяющейся средой. Раскрытие этих закономерностей имеет большое значение для дальнейшего развития теории работы *биологических систем* и *бионики.* Исследования в области Н. тесно связаны с исследованиями по *нейробионике*, которая изучает и моделирует деятельность центр. нервной системы человека и животных и на основе этого осуществляет новый подход к решению тех. задач.

Лит.: Модели структурно-функциональной организации некоторых биологических систем. М., 1966; Брайнес С. Н., Свечинский В. Б. Проблемы нейрокибернетики и нейробионики. М., 1968 [библиогр. с. 224—230]; Концепция информации и биологические системы. Пер. с англ. М., 1966.

Ю. Г. Антомонов, К. А. Иванов-Муромский, С. Я. Заславский.

НЕЙРОН — нервная клетка вместе с ее отростками, структурная и функциональная единица нервной системы. Состоит из тела (сомы), содержащего ядро, и отходящих от него отростков двух типов — коротких, древовидно ветвящихся (дендритов) и длинного, ветвящегося, как правило, лишь на конце (аксона). Протоплазма одного Н. никогда не переходит непосредственно в протоплазму другого Н. Соединение нейронов в нервные цепи происходит при помощи особых контактов — синапсов, в которых поверхностная мембрана разветвлений аксона одного Н. очень близко подходит к поверхностной мембране сомы или дендритов другого Н. и отделяется от нее лишь субмикроскопической щелью диаметром в несколько сотен ангстрем. По расположению и характеру отростков различают несколько типов Н. Сома чувствительных (афферентных) Н. расположена вне мозга — в рецепторах или периферических нервных узлах. Видоизмененные дендриты образуют рецепторные структуры, воспринимающие внешние раздражения, а аксон в составе чувствительных

нервов через задние корешки направляется в мозг. Сома двигательных (эфферентных) Н. располагается в сером веществе ствола головного или спинного мозга, а аксон через передние корешки проходит в состав двигательных нервов и своими концевыми разветвлениями иннервирует исполнительные органы (мышцы, железы). Осн. массу мозга составляют вставочные (промежуточные) Н., отростки которых не выходят за пределы мозга. Вставочные Н. связывают между собой чувствительные и двигательные Н. и образуют различные мозговые центры, в которых происходит переработка поступающей по чувствительным Н. информации и выработка двигательных сигналов.



Схематическое изображение нейрона: *а* — тело клетки; *б* — окончание аксона.

Функционирование Н. осуществляется на основе развивающихся в них осн. нервных процессов — синаптического возбуждения, синаптического торможения и нервных импульсов (см. *Возбуждения клетки теория*). Синаптические процессы развиваются только в области синаптических контактов. Они создаются особыми хим. веществами (медиаторами), которые выделяются концевыми окончаниями аксона одного Н., диффундируют через синаптическую щель и взаимодействуют с прилегающей поверхностью следующего Н. Развитие синаптического возбуждения или торможения определяется типом медиатора и особенностями структуры поверхностной мембраны. Синаптическое возбуждение повышает возбудимость Н. и при достижении определенного критического уровня (порога) переходит в нервный импульс. Нервный импульс обладает способностью к самораспространению и с большой скоростью распространяется по отросткам Н. вплоть до их концевых разветвлений. Синаптическое торможение понижает возбудимость Н. и тем самым затрудняет переход синаптического возбуждения в нервный импульс.

Свойства Н. являются предметом матем. моделирования и используются при создании тех. устройств (см. *Нейронные сети*).

П. Г. Костюк.

НЕЙРО́Н ФОРМА́ЛЬНЫЙ — см. *Нейронные сети.*

НЕЙРО́ННЫЕ СЕ́ТИ — схемы соединений однородных элементов — нейронов. Н. с. называют также матем. и физ. модели биол. прототипов. Физиологические Н. с. состоят из нейронов — осн. структурных элементов. Нейроны в сетях связываются между собой возбуждающими и тормозящими синапсами (контактами). Веса (влияние) синапсов в процессе работы сети могут изменяться в широких пределах. Нейроны, работающие в различных отделах нервной системы, могут иметь различное число синапсов: от 20 до 10 000, т. е. число элементов и число связей между ними является существенно переменной величиной.

Схемы соединения нейронов в Н. с. весьма разнообразны, но все они представляют многослойные пространственные структуры. В однолинейных сетях каждый нейрон верхнего (входного) слоя влияет на один нейрон нижележащего слоя. Примером такой сети является безусловно-рефлекторная дуга, состоящая из последовательно включенных трех нейронов (чувствительного, промежуточного и мотонейрона). Пирамидальная схема соединений Н. с. предполагает влияние нейрона вышележащего слоя обязательно на несколько нейронов последующего слоя и т. д. В такой многослойной структуре можно выделить часть сети, в которой нейрон верхнего (входного) слоя через нейроны нижележащих слоев связан со всеми нейронами нижнего (выходного) слоя. Воронкообразная схема предполагает соединение всех нейронов верхнего слоя с одним нейроном нижнего слоя. Древовидные схемы представляют собой неупорядоченные структуры, сочетающие свойства пирамидальной и воронкообразной схем. Схемы Н. с. могут иметь положительные и отрицательные *обратные связи*, а также образовывать кольцевые структуры. Реальные Н. с. представляют собой сложные сочетания схемы соединений нейронов нескольких или всех типов.

Функциональные задачи физиологических Н. с. отличаются большим разнообразием. Преобразование входных сигналов различной модальности в частотно-импульсный код, оценка амплитуды, длительности и частоты входных сигналов может выполнить одиночный нейрон, в частности чувствительная (рецепторная) клетка, стоящая на входе Н. с. Обычно такие нейроны обладают свойствами отображать неизменные свойства входного сигнала некоторой постоянной частотой на выходе. Пространственную суммацию сигналов также может выполнять одиночный нейрон. Это свойство нейрона можно отождествить с выполнением вычисл. операции интегрирования по времени и пространству. Более сложной и, по-видимому, соответствующей схеме соединений нескольких нейронов, является реакция, когда выходной нейрон отвечает на постоянный входной сигнал сигналами понижающейся частоты. Эта простейшая адаптивная реакция является основой для выполнения операций дифференцирования во времени и используется в моделях Н. с. для вычисления скорости изменения входного сигнала (или входной

частоты). Вырожденный случай реакции такого типа представляет собой реакция сети на включение, выключение и включение—выключение входного сигнала. Н. с. со взаимно перекрещивающимися тормозящими связями (латеральное, или боковое торможение), организованные по однолинейной, пирамидальной или воронкообразной схеме, приобретают свойства усиления контраста входного сигнала (образа) и выделения контура путем многослойной обработки пространственных и (или) временных совокупностей сигналов, соответствующих образу. Орг-цию движения организма в пространстве, требующую координации напряжения и расслабления большого к-ва групп мышц-антагонистов, также выполняют Н. с., использующие свойства латерального (бокового) торможения. Н. с. со сходной структурой могут решать и задачи выделения движущихся объектов, определять направление и величину скорости движения, классифицировать внешние образы по избранному признаку или системе признаков. Как считает ряд авторов Н. с., использующие положительные обратные связи, являются основой ячеек динамической (оперативной) памяти в нервной системе.

Моделирование Н. с. в основном связано с построением физ. моделей и решением задач на ЦВМ. Моделирование элемента сети — нейрона шло по пути расширения набора функциональных свойств и отражения этих свойств в матем. или физ. модели (см. *Модель нервной клетки*). Первичной *моделью математической* элемента сети был формальный нейрон, отображающий свойство наличия или отсутствия импульса на выходе. В сочетании со свойствами порога и синапсов такой формальный нейрон послужил основой для создания многочисленных вариантов вычисл. или логич. схем. Реализованная в виде триггера такая упрощенная функциональная модель нейрона стала основным элементом ЦВМ, использующих двоичную *систему счисления*. Работу сетей из пороговых элементов, в том числе и с использованием свойства абс. рефрактерности, моделировали на ЦВМ и в виде физ. устройств типа *персептронов*. По мере расширения функциональных свойств моделей нейронов растут и возможности моделей сетей. Так, на моделях с переменными порогами (адалин) и переменными порогами и весами связей между элементами (пластический или адаптивный нейрон) были построены алгоритмы и устройства (типа персептронов), позволяющие производить классификацию и распознавание внешних образов, обучение и моделирование некоторых форм эволюции и целенаправленного поведения. Динамич. частотные модели нейрона позволили перейти к построению непрерывных вычисл., управляющих и обучающихся сред с аналоговым типом обработки информации, параллельной обработкой информации и приблизить работу моделей сетей к работе физиологических Н. с. Такие физ. модели сетей преследуют две цели: 1) расширить класс задач, решаемых современными тех. устройствами и упростить процедуру решения уже решаемых задач; 2) восполнить пробел в изучении физиологических Н. с., возникающий вследствие трудностей проведения эксперимента и обработки данных, путем моделирования конкретных актов *адаптации* и обучения биосистем. Задачи, решаемые матем. и физ. моделями сетей, могут быть разнообразными: логические задачи; вычисл. операции в однородных средах; стохастические задачи, позволяющие выполнить вычисл. операции путем исчисления вероятностей; задачи управления, реализуемые с помощью непрерывных однородных управляющих сред; задачи приспособления, классификации и обучения, моделирования окружающей среды и организации реакций с помощью однородных схем, пригодных к изменению функциональной и структурной организации.

Лит.: Гутчин И. Б., Кузичев А. С., Бионика и надежность. М., 1966 [библиогр. с. 280—281]; Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. М., 1969 [библиогр. с. 306—316]; Антомонов Ю. Г. Системы. Сложность. Динамика. К., 1969 [библиогр. с. 125—126]; Карпов Р. Г. Техника частотно-импульсного моделирования. М., 1969 [библиогр. с. 243—245]. *Ю. Г. Антомонов, Л. И. Тушенков.*

НЕКОРРЕ́КТНО ПОСТА́ВЛЕННЫЕ ЗАДА́ЧИ — задачи, не удовлетворяющие требованиям, которые характеризуют класс корректно поставленных задач, определяемый ниже. Задача определения z (решения) по входным данным и $z = R(u)$, где R — некоторый *оператор*, наз. корректно поставленной, если z и u принадлежат многообразиям F и U, для элементов которых определено понятие расстояния (метрика) $\rho_F(z_1, z_2)$ и $\rho_U(u_1, u_2)$, где $z_1, z_2 \in F$; $u_1, u_2 \in U$, т. е. F и U — метрические простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе) и если удовлетворяются требования: а) для всякого элемента $u \in U$ существует решение z из F; б) решение определяется однозначно; в) решение должно непрерывно зависеть от входных данных, т. е. для всякого $\varepsilon > 0$ можно указать такое $\delta(\varepsilon)$, что если $\rho_U(u_1, u_2) \leqslant \delta$ и $z_1 = R(u_1)$, $z_2 = R(u_2)$, то $\rho_F(z_1, z_2) \leqslant \varepsilon$. Последнее свойство наз. также свойством устойчивости задачи.

В матем. литературе в течение длительного времени была широко распространена точка зрения, согласно которой только корректно поставленные матем. задачи могут описывать физ. (или тех.) связи, явления. В частности, если задача неустойчива, то $z_2 = R(u_2)$ не может приближать $z_1 = R(u_1)$, если даже u_2 как угодно точно приближает u_1. Однако эту точку зрения, естественную в применении к некоторым явлениям, нельзя перенести на все зависимости и связи. Приведем примеры некорректно поставленных задач, представляющих как основной математический аппарат, так и приложения, по которым можно судить о широте этого класса задач и о его прикладном значении.

Пример 1. *Интегральное уравнение* Фредгольма 1-го рода со сколь угодно глад-

ким ядром $K(x, y)$ (даже аналитическим)

$$\int_a^b K(x, y)\, z(y)\, dy = u(x). \qquad (1)$$

Решение ищется в классе непрерывных ф-ций F. Уклонение правой части $u(x)$ будем оценивать в метрике L_2, а уклонение $z(y)$ — в метрике C, т. е.

$$\rho_U(u_1, u_2) = \left\{\int_a^b |u_1(x) - u_2(x)|^2\, dx\right\}^{1/2},$$

$$\rho_F(z_1, z_2) = \sup_{y\in[a,b]} |z_1(y) - z_2(y)|.$$

Пусть для некоторой правой части $u = u_1(x)$ ф-ция $z_1(y)$ является решением ур-ния (1). Если вместо ф-ции $u_1(x)$ известно лишь некоторое ее приближение, мало отличающееся (в метрике L_2) от $u_1(x)$, то речь может идти лишь о нахождении приближенного к $z_1(y)$ решения ур-ния (1). При этом правая часть $u(x)$ может и не обладать достаточной гладкостью. Она может быть получена в эксперименте, напр., с помощью самописца, и иметь угловые точки. При такой правой части ур-ние (1) не имеет решения, т. к. ядро $K(x, y)$ является гладкой ф-цией. Следовательно, в качестве приближенного к $z_1(y)$ решения ур-ния (1) нельзя брать точное решение ур-ния (1) с приближенно известной правой частью $u(x) \neq u_1(x)$. В этих условиях не выполняется требование (а) корректности задачи. Возникает принципиальный вопрос: что надо понимать под приближенным решением ур-ния (1) с приближенно известной правой частью? Кроме того, задача (1) не обладает свойством устойчивости, т. е. не выполняется требование (в) корректности задачи. В самом деле, ф-ция $z_2(y) = z_1(y) + B \sin \omega y$ будет решением ур-ния (1) с правой частью

$$u_2(x) = u_1(x) + B\int_a^b K(x, y) \sin \omega y dy.$$

Очевидно, каково бы ни было число $B > 0$, при достаточно больших значениях ω уклонение $\rho_U(u_1, u_2) = B\left\{\int_a^b K^2(x, y) \sin^2 \omega y dy\right\}^{1/2}$ можно сделать сколь угодно малым, в то время как для соответствующих решений $z_1(y)$ и $z_2(y)$

$$\rho_F(z_1, z_2) = \sup_{y\in[a,b]} |B \sin \omega y| = B.$$

Т. о., задача (1) является некорректно поставленной задачей. Описанная в этом примере ситуация является типичной для Н. п. з. К таким ур-ниям приводятся многие задачи физики и техники. Напр., задачи спектроскопии (определение распределения плотности энергии излучения по спектру на основании результатов измерения экспериментального спектра), обратные задачи астрономии и др.

Пример 2. Задача *дифференцирования численного* ф-ции $u(x)$, известной приближенно. Пусть $z_1(x)$ есть производная ф-ции $u(x)$. Ф-ция $u_2(x) = u_1(x) + B \sin \omega x$ в метрике C отличается от $u_1(x)$ на величину $\rho_C(u_1, u_2) = B$ при любых значениях C. Однако производная $z_2(x) = u_2'(x)$ отличается от $z_1(x)$ в метрике C на величину ωB, которая может быть произвольно большой при достаточно больших значениях ω. Т. о., эта задача не обладает свойством устойчивости и, следовательно, является некорректно поставленной.

Н. п. з. являются также такие задачи: решение систем линейных алгебр. ур-ний в условиях равного нулю определителя системы (плохо обусловленные системы); задача Коши для ур-ния Лапласа; задача суммирования рядов Фурье, когда коэфф. известны приближенно в метрике l_2; задача аналитического продолжения ф-ций, заданных на части области аналитичности; некоторые задачи *программирования линейного;* задачи минимизации функционалов, когда из сходимости значений минимизируемого функционала к значению минимума не следует сходимость минимизирующей последовательности; некоторые задачи оптим. управления и многие др.

Широким классом Н. п. з., возникающих в физике и технике, являются т. н. обратные задачи. Пусть изучаемый объект (явление) характеризуется элементом z_T (ф-цией, вектором), принадлежащим многообразию F ($z_T \in F$). Часто z_T недоступен для прямого изучения, и поэтому изучается некоторое его проявление $Az_T = u_T$, $u_T \in AF$, где AF — образ мн-ва F при отображении A. Очевидно, ур-ние $Az = u$ имеет решение только для таких элементов u, которые принадлежат мн-ву AF. Элемент u_T обычно получается путем измерения и потому известен лишь приближенно. Пусть u — это прибл. значение. В этих случаях речь может идти лишь о нахождении приближенного к z_T решения ур-ния

$$Az = u. \qquad (2)$$

При этом u, вообще говоря, не принадлежит мн-ву AF. Оператор A во многих случаях является таким, что обратный ему оператор A^{-1} не является непрерывным (напр., когда A — вполне непрерывный оператор, в частности, интегр. оператор примера 1). В этих условиях нельзя в качестве прибл. решения брать точное решение ур-ния (2) с прибл. правой частью, т. е. нельзя в качестве прибл. решения брать элемент $z = A^{-1}u$, т. к. такого решения может не существовать, поскольку u может не принадлежать мн-ву AF (не выполняется требование (а) корректности; такое решение, если даже оно существует, не будет обладать свойством устойчивости, поскольку обратный оператор A^{-1} не является непрерывным, тогда как условие устойчивости решения задачи (2) обычно является следствием ее физ. детерминированности, и поэтому прибл.

решение должно обладать этим свойством. Т. о., не выполняется требование (в) корректности. Следовательно, задача (2) является некорректно поставленной. Отсутствие устойчивости во многих случаях делает невозможной физ. интерпретацию результатов измерений. Выполнение этого условия необходимо также для использования *численных методов* решения задачи по прибл. входным данным.

Т. о., для Н. п. з. возникает принципиальной важности вопрос: что надо понимать под прибл. решением ур-ния (2)? Возникает также задача нахождения таких *алгоритмов* построения прибл. решений Н. п. з., которые обладают свойством устойчивости к малым изменениям входных данных (см. *Некорректно поставленных задач способы решения*).

В. Я. Арсенин, А. Н. Тихонов.

НЕКОРРЕ́КТНО ПОСТА́ВЛЕННЫХ ЗАДА́Ч СПО́СОБЫ РЕШЕ́НИЯ. В общем виде некорректно поставленную задачу можно записать так:

$$Az = u, \qquad (1)$$

где $z \in F$, $u \in U$; F, U — метрические простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), A — непрерывный *оператор*; при этом предполагается, что у оператора A имеется обратный оператор A^{-1}, но он не является непрерывным. Пусть элементы z_T и u_T связаны соотношением $Az_T = u_T$. Тогда элемент z_T наз. точным решением ур-ния (1) с точной правой частью $u = u_T$. Если элемент u_T известен прибл. (пусть u — это приближение), то речь может идти лишь о нахождении прибл. к z_T решения ур-ния (1). При этом возникает принципиальной важности вопрос: что понимать под прибл. решением ур-ния (1)? Если дан ответ на этот вопрос, то задача состоит в нахождении *алгоритмов* построения прибл. решений ур-ния (1), обладающих свойством устойчивости к малым изменениям входных данных. В частности, нахождение таких алгоритмов имеет большое значение для автоматизации обработки экспериментальных данных.

Прибл. решения многих *некорректно поставленных задач* вида (1) строились давно. Осн. способом построения решений был м е т о д п о д б о р а. Он состоит в том, что вычисляют левую часть ур-ния (1) Az для некоторого подмн-ва (набора) F_1 элементов z, принадлежащих F ($F_1 \subset F$), т. е. решают «прямую» задачу, и в качестве искомого прибл. решения выбирают такой элемент z_1 из F_1, для которого невязка $\rho_U(Az, u)$ миним. на F_1. Обычно в качестве F_1 выбирают семейство элементов z, зависящих от конечного к-ва числовых параметров так, что F_1 является замкнутым мн-вом конечномерного простр. Если, кроме того, известно, что искомое решение $z_T \in F_1$ и $u = u_T$, то в этом случае $\inf\limits_{z \in F_1} \rho_U(Az, u_T) = 0$ и достигается эта нижняя грань на точном решении ур-ния $Az = u_T$. При этом, если $\{z_n\}$ есть последовательность элементов, на которой невязка $\rho_U(Az, u_T) \to 0$ при $n \to \infty$, то неизвестно, будет ли последовательность z_n сходиться к точному решению z_T. Если, кроме того, известно, что каждый параметр изменяется в конечных пределах, то F_1 будет компактным и $z_n \to z_T$, т. е. метод подбора позволяет получить прибл. решение. В других условиях метод подбора, вообще говоря, не пригоден для построения прибл. решений. Выяснить условия применимости метода подбора можно, пользуясь теоремой: если отображение $F \to U$ компактного мн-ва F непрерывно и взаимно однозначно, то обратное отображение $U \to F$ также непрерывно. Поэтому, если подмн-во F_1 является компактным, и отображение $u = Az$ непрерывно и взаимно однозначно, то из $\rho_U(Az_n, u_T) \underset{n\to\infty}{\to} 0$ следует $\rho_F(z_n, z_T) \underset{n\to\infty}{\to} 0$. Т. о., если решение ищется на компактном мн-ве, то метод подбора устойчив и им можно пользоваться для нахождения прибл. решений ур-ния (1).

В 1962 г. сов. математик М. М. Лаврентьев ввел понятие корректности по Тихонову. Задача решения ур-ния (1) наз. корректной по Тихонову, если известно, что для точного значения правой части $u = u_T$ существует единственное решение, принадлежащее заданному компактному мн-ву F (классу корректности). В таких случаях решение, полученное с помощью обратного оператора $z = A^{-1}u$ будет непрерывно зависеть от входных данных u, если последние принадлежат мн-ву AF. В ряде случаев компактные классы ф-ций F можно указать. В таких случаях задача состоит в нахождении условий, обеспечивающих компактность мн-ва F, и прибл. решения строятся по ф-ле $z = A^{-1}u$. Но часто элемент u содержит случайные погрешности (так как его получают путем измерений) и поэтому может не принадлежать мн-ву AF. На таких элементах u обратный оператор A^{-1} не определен и поэтому он не пригоден для построения устойчивых прибл. решений ур-ния (1) по ф-ле $z = A^{-1}u$.

Чтобы преодолеть возникающие при этом трудности (когда $u \notin AF$), применяют т. н. к в а з и р е ш е н и е ур-ния (1). Квазирешением ур-ния (1) наз. элемент $\tilde{z} \in F_1$, минимизирующий функционал $\rho_U(A\tilde{z}, u)$. Очевидно, что $\tilde{z} = z_T$, если $u = u_T \in AF$. Если F — компактное мн-во (короче — компакт), то квазирешение всегда существует. Если F и U — линейные нормированные простр. и F — выпуклый компакт, а U — строго выпукло, то квазирешение единственно и непрерывно зависит от u. Т. о., прибл. решение ур-ния (1) можно свести к нахождению его квазирешения, при этом прибл. решение ищется на заданном компакте.

В ряде случаев мн-во F не является компактным и изменения правой части ур-ния (1), связанные с ее прибл. характером, могут выво-

дить ее из мн-ва AF. Такие задачи наз. существенно некорректными.

В 1963 г. сов. математик А. Н. Тихонов разработал новый подход к решению некорректно поставленных задач, позволяющий строить прибл. решения, устойчивые к малым изменениям входных данных u, для существенно некорректных задач. В основе этого подхода лежит понятие регуляризирующего оператора. Если задача (1) является некорректно поставленной (неустойчива), то очевидно, что прибл. решение z_δ не может быть определено как точное решение ур-ния (1) с прибл. правой частью u_δ. Элемент z_δ можно определить только с помощью оператора, зависящего от параметра, значения которого надо брать согласованными с точностью входных данных u_δ. Оператор $R(u, \alpha)$, зависящий от параметра α, называется регуляризирующим для ур-ния (1), если он обладает такими свойствами: во-первых, он определен для всякого $\alpha > 0$ и любого $u \in U$, во-вторых, если $Az_T = u_T$, то существует такое $\alpha(\delta)$, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta(\varepsilon)$, что если $\rho_U(u_T, u_\delta) \leqslant \delta(\varepsilon)$, то $\rho_F(z_T, z_\alpha) \leqslant \varepsilon$, где $z_\alpha = R(u_\delta, \alpha)$ и $\alpha = \alpha(\delta)$.

В качестве прибл. решения ур-ния (1) надо брать элемент $z_\alpha = R(u_\delta, \alpha)$, полученный с помощью регуляризирующего оператора $R(u, \alpha)$, где $\alpha = \alpha(\delta)$ согласовано с точностью входных данных и $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$. Это решение наз. регуляризованным решением ур-ния (1). Числовой параметр α наз. параметром регуляризации. Очевидно, что всякий регуляризирующий оператор вместе с выбором $\alpha = \alpha(\varepsilon)$ определяет устойчивый метод прибл. построения решений ур-ния (1). Если известно, что $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$, то значение параметра регуляризации $\alpha = \alpha(\delta)$ можно выбрать так, что при $\delta \to 0$ регуляризованное решение $z_{\alpha(\delta)} = R(u_\delta, \alpha(\delta))$ стремится (в метрике F) к искомому точному решению z_T. Это и оправдывает предложение брать в качестве прибл. решения ур-ния (1) регуляризованное решение. Т. о., задача сводится к нахождению регуляризирующих операторов и к оценке параметра регуляризации α по дополнительной информации о задаче, напр., по величине уклонения правой части u_δ от ее точного значения. В матем. литературе описанный метод наз. методом регуляризации.

Известен и способ построения $R(u, \alpha)$. Он основан на вариационном принципе и состоит в следующем. Пусть $\Omega(z)$ — неотрицательный функционал, определенный на подмн-ве F_1 простр. F и такой, что для всякого числа $q > 0$ мн-во элементов z, для которых $\Omega(z) \leqslant q$, компактно в F. Пусть известно, кроме того, что $z_T \in F_1$ и уклонение правой части u_δ от точного значения u_T не превосходит δ, т. е. $\rho_U(u_\delta, u_T) \leqslant \delta$. Тогда прибл. решение надо искать в классе элементов z, для которых $\rho_U(Az, u_\delta) \leqslant \delta$. Но это мн-во не является компактным. Если от прибл. решения потребовать еще, чтобы оно минимизировало функционал $\Omega(z)$ на F_1, то задача сведется к минимизации функционала

$$M^\alpha[u_\delta, z] = \rho_U^2(Az, u_\delta) + \alpha\Omega(z). \qquad (2)$$

Пусть z_α — элемент, на котором M^α достигает минимума. Элемент z_α можно рассматривать как результат применения к правой части u_δ некоторого оператора R_1, зависящего от α, т. е. $z_\alpha = R_1(u_\delta, \alpha)$. Для широкого класса ур-ний показано, что оператор $R_1(u, \alpha)$ является регуляризирующим. Пусть F — простр. непрерывных на $[a, b]$ ф-ций $z(s)$, а F_1 — простр. ф-ций, интегрируемых с квадратом вместе с производными до p-го порядка. Для этого случая в качестве $\Omega(z)$ можно брать

$$\Omega(z) = \int_a^b \sum_{n=0} q_n(s) \left(\frac{d^n z}{ds^n}\right)^2 ds, \qquad (3)$$

где $q_n(s)$ — заданные ф-ции и $q_n(s) \geqslant 0$, $q_p(s) > 0$. Функционалы $\Omega(z)$ наз. стабилизаторами. Стабилизаторы вида (3) наз. тихоновскими стабилизаторами p-го порядка.

Регуляризированное решение, минимизирующее функционал $M^\alpha[u, z]$, можно найти как прямыми методами минимизации функционалов, так и путем решения *краевой задачи* для соответствующего ему ур-ния Эйлера.

Для случая гильбертовых простр. F и U найден способ построения регуляризирующих операторов, основанный на их спектральном представлении с помощью интеграла по спектральной мере оператора.

Для *интегральных уравнений* типа свертки

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(t-\tau)\, z(\tau)\, d\tau = U(t) \qquad (4)$$

с помощью обратного *Фурье преобразования* можно указать широкий класс регуляризирующих операторов вида

$$z_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\omega, \alpha)}{K(\omega)} U(\omega) \exp(-i\omega t)\, d\omega, \qquad (5)$$

где $K(\omega)$ и $U(\omega)$ — преобразования Фурье ф-ций $K(t)$ и $U(t)$, $f(\omega, \alpha)$ — произв. ф-ция, удовлетворяющая некоторым дополнительным условиям. Если $f(\omega, \alpha) \equiv 0$ для $|\omega| > \omega_1$ и равна 1 для $|\omega| \leqslant \omega_1$, то получим известный оператор (метод Котельникова). Если положить

$$f(\omega, \alpha) = \frac{L(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)},$$

где $L(\omega) = K(\omega)\, K(-\omega)$, а $M(\omega)$ — четная неотрицательная ф-ция, такая, что $M(0) \geqslant 0$, $M(\omega) > 0$ для $\omega \neq 0$ и для достаточно больших $|\omega|$ $M(\omega) \geqslant C > 0$, то регуляризованные

решения будут находиться по ф-ле

$$z_\alpha(t) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{K(-\omega)\, u(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)} \exp(-i\omega t)\, d\omega. \qquad (6)$$

Такое решение можно получить и как ф-цию, минимизирующую функционал $M^\alpha[u, z]$, если в качестве $\Omega(z)$ взять

$$\Omega(z) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} M(\omega)\, |z(\omega)|^2\, d\omega, \qquad (7)$$

где $z(\omega)$ — преобразование Фурье ф-ции $z(t)$. Если $M(\omega)$ — четный многочлен степени $2p$, то (7) совпадает с тихоновским стабилизатором p-го порядка с постоянными коэфф. $q_n(s)$. Заметим, что ф-ция $M(\omega)$ может иметь любой порядок роста на бесконечности. Определение значения параметра регуляризации α, согласованного с точностью δ входных данных, производится либо по принципу невязки, т. е. из соотношения $\rho_U(Az_\alpha, u_\delta) = \delta$, либо путем использования другой дополнительной информации.

В тех случаях, когда информация о входных данных и об искомом решении носит вероятностный характер, при построении устойчивых прибл. решений некорректно поставленных задач используют понятия статистики. Напр., такой подход был использован в применении к ур-ниям типа свертки. Здесь используется или интерпретация входных данных и искомых решений как реализаций *стационарных случайных процессов*, или включение входных данных и искомого решения в семейство ф-ций с заданными плотностями вероятностей.

Лит.: Лаврентьев М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск, 1962 [библиогр. с. 90—91]; Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. «Доклады АН СССР», 1963, т. 151, № 3; Тихонов А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач. «Доклады АН СССР», 1963, т. 153, № 1; Иванов В. К. О некорректно поставленных задачах. «Математический сборник. Новая серия», 1963, т. 61, в. 2; Тихонов А. Н. О нелинейных уравнениях первого рода. «Доклады АН СССР», 1965, т. 161, № 5; Бакушинский А. Б. Один общий прием построения регуляризирующих алгоритмов для линейного некорректного уравнения в гильбертовом пространстве. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1967, т. 7, № 3; Арсенин В. Я., Иванов В. В. Об оптимальной регуляризации. «Доклады АН СССР», 1968, т. 182, № 1.

В. Я. Арсенин, А. Н. Тихонов.

НЕЛИНЕЙНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ — система автоматического управления, математическое описание которой не удовлетворяет условиям линейности. Процессы, протекающие в Н. с. у., описываются дифф. ур-ниями

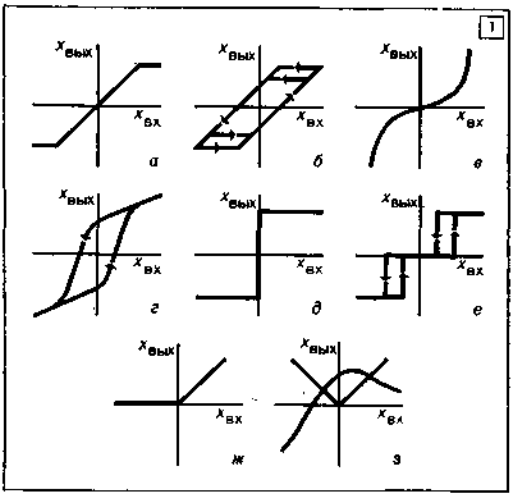
$$\dot{x}_i = f_i(x_1, \ldots, x_n), \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (1)$$

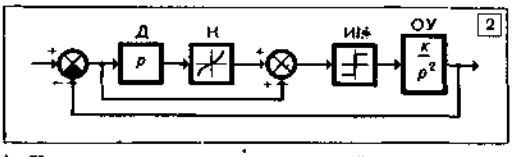
или в матричной форме

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \qquad (2)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ — n-мерный вектор-столбец *фазовых координат* x_i $(i = 1, \ldots, n)$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x}))$ — нелинейная вектор-функция, которая при некоторых значениях $\mathbf{x}$ и некоторых $\alpha \neq 0$ удовлетворяет неравенству $\mathbf{f}(\alpha\mathbf{x}) \neq \alpha\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Нелинейность представляет собой широко распространенное свойство реальных систем управления; большинство реальных систем нелинейны. Характеристики наиболее распространенных нелинейных элементов приведены на рис. 1.





1. Характеристики типовых нелинейных элементов нелинейной системы управления: *а* — усилитель с насыщением; *б* — люфт; *в* — квадратор; *г* — гистерезис; *д* и *е* — реле; *ж* — вентиль; *з* — объекты с экстремальными характеристиками.
2. Структурная схема оптимальной по быстродействию нелинейной системы управления.

В зависимости от характера нелинейности и степени ее влияния на ход процессов, протекающих в системе, различают линеаризуемые и нелинеаризуемые (существенно нелинейные) Н. с. у. К линеаризуемым Н. с. у. относят такие системы, у которых правая часть ур-ния (2) дифференцируема (т. е. допускает линеаризацию). Для линеаризуемых Н. с. у. возможен случай, когда в ограниченной области фазового пространства, соответствующей нормальным режимам работы системы, выполнено условие линейности

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_2), \quad \mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2. \qquad (3)$$

В такой системе в нормальных режимах нелинейность не оказывает существенного влияния на протекание процессов и ею можно пренебречь. Для анализа решений линеаризован-

ных ур-ний и ур-ний, удовлетворяющих условию (3), применяются методы линейной теории. Если в области нормальных режимов равенство (3) не выполняется, то Н. с. у. наз. существенно нелинейной. В такой системе нелинейность оказывает существенное влияние на характер процессов; в частности, система может иметь несколько устойчивых *точек равновесия*, в ней могут возникать *автоколебания* и другие режимы, принципиально неосуществимые в линейных системах. Поэтому для анализа существенно нелинейных систем должны применяться спец. методы (см. *Нелинейных систем автоматического управления анализ*).

В зависимости от природы нелинейностей и характера их влияния на ход процессов, протекающих в системе, различают Н. с. у. с паразитными и преднамеренно введенными (иногда говорят — дополнительными) нелинейностями. Паразитные нелинейности (они могут быть как линеаризуемыми, так и нелинеаризуемыми) неизбежно присутствуют во всякой реальной системе и нередко вызывают появление различных нежелательных эффектов: нелинейные искажения, генерация паразитных колебаний и т. п. Физ. природа таких нелинейностей обычно связана со свойствами материалов, из которых изготовлены элементы системы (гистерезис — рис. 1, *г*), с невозможностью их идеальной обработки (люфт — рис. 1, *б*) и с др. ограничениями тех. характера. Н. с. у. с преднамеренно введенными нелинейными элементами, как правило, являются существенно нелинейными. Примерами таких элементов являются *модуляторы, демодуляторы*, квадраторы (рис. 1, *в*), реле (рис. 1, *д—е*), вентили (рис. 1, *ж*) и др. Использование спец. нелинейных элементов позволяет создавать системы, которые по своим конструктивным (габариты, вес, простота) и эксплуатационным (надежность, быстродействие и т. п.) характеристикам существенно превосходят линейные, напр., релейные системы управления, системы управления с переменной структурой, системы экстремального управления и др. На рис. 2 приведен пример Н. с. у., оптимальной по быстродействию, которая состоит из линейного неустойчивого объекта управления ОУ, дифференциатора Д и двух существенно нелинейных элементов — квадратора К и исполнительного механизма (реле) ИМ.

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования. М., 1955 [библиогр. с. 437—450]; Фельдбаум А. А. Вычислительные устройства в автоматических системах. М., 1959 [библиогр. с. 772—790]; Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [библиогр. с. 775—789]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [библиогр. с. 756—760].

Ю. Н. Чеховой.

НЕЛИНЕ́ЙНЫЙ ЭЛЕМЕ́НТ АВМ — устройство, реализующее заданные нелинейные функции одного или нескольких аргументов. Н. э. выполняются в виде блоков АВМ. Существуют мех., электромех. и электронные Н. э. Наибольшее распространение получили электронные Н. э. АВМ; построены они на основе диодно- и стабилитронно-резистивных схем. При построении Н. э. этого типа для реализации ф-ций одного аргумента применяется ее аппроксимация полиномом

$$f(x) \approx \sum_{i=1}^{n} a_i \max(0,\ x - x_i), \qquad (1)$$

где $|a_i| \leqslant a$, x_i — точки перелома полинома. Т. о., при построении Н. э. всякая ф-ция $f(x)$ аппроксимируется непрерывной однозначной ф-цией с ограниченной производной $\left|\frac{df}{dx}\right| \leqslant a$.

В АВМ применяют универсальные и специализированные Н. э. Универсальные Н. э. реализуют различные ф-ции, вид которых определяется настройкой Н. э.— выбором параметров a_i и x_i полинома (1). Универсальный Н. э. может быть построен для ф-ций, заданных в виде таблицы, графика или матем. формулы. Специализированный Н. э. реализует единственную ф-цию и представляет собой устройство, в котором параметры a_i и x_i неизменны и выбраны в соответствии с реализуемой ф-цией. Специализированные Н. э. строятся для элементарных ф-ций: степенных, показательных, трансцендентных и обратных им, а также для спец. физ. функций: типичных нелинейностей в мех. системах (люфт, сухое трение и др.). Частным случаем специализированных Н. э. являются *множительно-делительные устройства*. Н. э. функций нескольких переменных строятся из Н. э. функций одной переменной, при построении реализуются различные способы аппроксимации ф-ции нескольких переменных (напр., обобщенный ряд Фурье).

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1. М., 1967 [библиогр. с. 453—456].

Г. И. Грездов.

НЕЛИНЕ́ЙНЫХ СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ АНА́ЛИЗ — раздел *автоматического управления теории*, изучающий характер возможных процессов в нелинейных *системах автоматического управления*, а также их различные качественные и количественные характеристики. Задачами анализа являются определение условий существования и устойчивости установившихся режимов (состояний равновесия, периодических и почти периодических движений), оценка величины областей притяжения этих режимов в фазовом пространстве, определение качества *переходных процессов*, характера вынужденных движений при различных внешних воздействиях и т. п.

Особенности поведения нелинейной системы при различных начальных состояниях определяют разбиение фазового пространства на области, внутри которых фазовые траектории

системы имеют одинаковые топологические свойства. Установление структуры этого разбиения является первой основной проблемой Н. с. а. у. а. Для стационарных автономных систем структура фазового пространства в основном определяется типами особых точек, наличием замкнутых траекторий — предельных циклов, сепаратрисными поверхностями, ограничивающими области притяжения устойчивых особых точек и замкнутых траекторий, и т. п. Вторая осн. проблема анализа состоит в исследовании класса нелинейных систем, различающихся лишь численными значениями некоторых параметров, и связана с определением бифуркационных поверхностей. Эти поверхности разбивают пространство параметров на области, для которых фазовое пространство имеет топологически одинаковую структуру.

Методы анализа нелинейных систем можно разделить на аналитические и неаналитические (численные, графические, машинные). В свою очередь, аналитические методы можно разделить на точные и приближенные. В применении к сложным системам ни один метод в отдельности не позволяет исчерпать названные проблемы анализа. Наиболее полные результаты можно получить, используя разные методы исследований.

Ляпунова методы являются строгими методами исследования устойчивости и составляют фундамент теории устойчивости. Теоремы Ляпунова об устойчивости по 1-му приближению сводят вопрос об устойчивости нелинейных систем при малых возмущениях к анализу линейной модели системы. Прямой (2-й) метод Ляпунова позволяет находить достаточные условия устойчивости нелинейных систем при больших возмущениях. Этим методом наиболее полно исследованы системы вида

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_k}{dt} &= \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i + b_k f(\sigma), \\ k &= 1, \ldots, n; \\ \sigma &= \sum_{k=1}^{n} c_k x_k. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Уравнение (1) можно также записать в виде

$$\sigma = W(p)\, y, \quad (2)$$

$$y = f(\sigma). \quad (3)$$

Здесь x_k — фазовые координаты системы, t — независимая переменная (время), a_{ki}, b_k и c_k — постоянные коэффициенты, $f(\sigma)$ — нелинейная функция, $p \equiv d/dt$,

$$W(p) = -\frac{\Delta(p)}{D(p)};$$

$$D(p) = \begin{vmatrix} a_{11} - p & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{1n} & \ldots & a_{nn} - p \end{vmatrix}; \quad (4)$$

$$\Delta(p) = \sum_{k=1}^{n} c_k N_k(p);$$

$$N_k(p) = \sum_{i=1}^{n} b_i D_{ik}(p); \quad (5)$$

$D_{ik}(p)$ — алгебраическое дополнение элемента строки i столбца k определителя $D(p)$; в точках разрыва $f(\sigma)$ и ее производных уравнения (2), (3) доопределяются условиями скачков σ и ее производных. При анализе системы (1) ее можно заменить системой (2), (3), если многочлены $D(p)$ и $\Delta(p)$ не имеют общих нулей.

Метод гармонической линеаризации (гармонического баланса) дает возможность приближенно определять условия существования и устойчивости периодических режимов нелинейных систем, их амплитуды и частоты и основан на следующем допущении. Предположим, что при прохождении сигнала y через линейную часть (2) происходит отфильтровывание высокочастотных составляющих, ввиду чего сигнал σ близок по форме к синусоидальному, т. е. аппроксимируется зависимостью

$$\sigma = a \sin \omega t. \quad (6)$$

Разлагая в ряд Фурье результат подстановки выражения (6) в уравнение (3) и отбрасывая высшие гармоники, получим

$$y = q(a)\,\sigma + \frac{q_1(a)}{\omega}\, p\sigma, \quad (7)$$

где

$$\left.\begin{aligned} q(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} f(a \sin u) \sin u\, du; \\ q_1(a) &= \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} f(a \sin u) \cos u\, du. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Искомое решение (6) определяется вещественными значениям a и ω, удовлетворяющими линейной системе (2), (7) при замене в ней p на $j\omega$. Метод получил дальнейшее развитие для анализа устойчивости равновесия и качества переходных процессов.

Частотный метод Попова позволяет определять достаточные условия устойчивости системы (2), (3) на основе следующего критерия. Пусть $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$, $f(\sigma)$ — однозначная непрерывная функция, удовлетворяющая неравенствам

$$0 \leqslant \frac{f(\sigma)}{\sigma} \leqslant \varkappa, \quad (9)$$

где $\varkappa$ — вещественная постоянная. Тогда для того, чтобы состояние равновесия $\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = \ldots = 0$ системы (2), (3) было асимптотически устойчивым по Ляпунову и областью притяжения для него служило все фазовое пространство, достаточно, чтобы существовало ве-

щественное число q, при котором для всех $\omega \geqslant 0$ соблюдается неравенство

$$U(\omega) - q\omega V(\omega) + \frac{1}{\varkappa} > 0. \qquad (10)$$

Метод сечений пространства параметров, являясь аналитическим и точным, позволяет исследовать фазовые пространства и пространства параметров нелинейных систем, рассматриваемых в условиях специально выбираемых сечений пространства параметров. С помощью преобразования

$$x_k = -\sum_{i=1}^{n} \frac{N_k(\lambda_i)}{D'(\lambda_i)} y_i, \qquad k = 1, \ldots, n \qquad (11)$$

система (1) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i y_i + f(\sigma); \\ &i = 1, \ldots, n; \\ &\sigma = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i y_i. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

где λ_i — корни уравнения $D(p) = 0$, из них s вещественных:

$$\gamma_i = -\frac{1}{D'(\lambda_i)} \sum_{k=1}^{n} c_k N_k(\lambda_i);$$

$$D'(\lambda_i) = \frac{d}{dp} D(p)\Big|_{p=\lambda_i}. \qquad (13)$$

Преобразование (11) неособое, если корни λ_i простые и $\det(B, AB, \ldots, A^{n-1}B) \neq 0$, где B — столбец чисел $b_1, \ldots, b_n$; $A = (a_{ij})$ — матрица $n \times n$. Пусть a_{ki}, b_k — заданные числа, c_k — параметры. В пространстве параметров c_k определим $0{,}5\,[n + s(s-2)]$ сечений — плоскостей размерности 2, каждая из которых описывается уравнениями

$$\sum_{k=1}^{n} c_k N_k(\lambda_i) = \delta_{is} A_s + \delta_{ir} A_r, \qquad (14)$$

$$k = 1, \ldots, n.$$

Здесь A_s, A_r — произвольные постоянные (комплексно сопряженные при λ_s, λ_r — комплексных сопряженных), δ_{ij} $(j = s, r)$ — символ Кронекера. В сечении (14) $\gamma_i = 0$ $(i \neq s, r)$, поэтому система (12) имеет независимую подсистему с переменным y_s, y_r, σ; для типовых $f(\sigma)$ такие подсистемы изучены. При известной $\sigma(t)$ зависимости $y_i(t)$ $(i \neq s, r)$ определяются из выражений

$$y_i(t) = y_i(0)\, e^{\lambda_i t} + e^{\lambda_i t} \int_0^t f(\sigma(t))\, e^{-\lambda_i t} dt.$$

По уравнениям (11) результат переносится на систему (1). Метод позволяет находить сепаратрисные поверхности в фазовом пространстве, пересечения бифуркационных поверхностей с плоскостями сечений в пространстве параметров и т. п.

Метод припасовывания позволяет анализировать кусочно-линейные (и другие кусочно-интегрируемые) системы путем определения изменения координат системы во времени. Пусть $f(\sigma) = k_j\sigma + h_j$ при $\sigma_j^* \leqslant \sigma \leqslant \sigma_{j+1}^*$ $(j = 1, \ldots, q)$, где k_j, h_j, σ_j^*, σ_{j+1}^* — вещественные постоянные. Тогда на каждом интервале $j = 1, \ldots, q$ система (2), (3) линейна и, следовательно, ее можно проинтегрировать. Конечные значения переменных $\sigma^-, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}\sigma}{dt^{n-1}}\right)^-$ на интервале j связаны с начальными значениями $\sigma^+, \ldots, \left(\frac{d^{n-1}\sigma}{dt^{n-1}}\right)^+$ на интервале $j + 1$ условиями

$$\Delta\sigma' = H_1 \Delta f(\sigma);$$

$$\Delta\sigma'' + S_1 \Delta\sigma' = H_1 \Delta f'(\sigma) + H_2 \Delta f(\sigma);$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\Delta\sigma^{(n-1)} + S_1 \Delta\sigma^{(n-2)} + \cdots + S_{n-2}\Delta\sigma' =$$

$$= H_1 \Delta f^{(n-2)}(\sigma) + \cdots + H_{n-1}\Delta f(\sigma).$$

Здесь

$$\Delta\sigma^{(k)} = \left(\frac{d^k\sigma}{dt^k}\right)^+ - \left(\frac{d^k\sigma}{dt^k}\right)^-,$$

$$k = 1, \ldots, n-1;$$

$$\Delta f^{(k)}(\sigma) = f^{(k)}(\sigma^+) - f^{(k)}(\sigma^-),$$

$$k = 0, \ldots, n-2;$$

$$f^{(k)}(\sigma) = \frac{d^k f(\sigma)}{dt^k};$$

т. е. при $k = 0$ $\Delta f(\sigma) = f(\sigma^+) - f(\sigma^-)$; при $k = 1$ $\Delta f^{(1)}(\sigma) = \left(\frac{df}{d\sigma}\right)_{\sigma=\sigma^+} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^+ - \left(\frac{df}{d\sigma}\right)_{\sigma=\sigma^-} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^-$ и т. д. S_k, H_k — коэффициенты многочленов $(-1)^n D(p) = p^n + S_1 p^{n-1} + \cdots + S_n$; $(-1)^{n-1}\Delta(p) = H_1 p^{n-1} + H_2 p^{n-2} + \cdots + H_n$.

Дополнительный анализ позволяет выявить наличие периодических решений, определить их устойчивость. Для Н. с. а. у. а. применяют также метод малого параметра, *фазового пространства методы*, метод точечных отображений и др.

Лит.: Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории

нелинейных колебаний. М., 1958 [библиогр. с. 407—468]; Горская Н. С., Крутова И. Н., Рутковский В. Ю. Динамика нелинейных сервомеханизмов. М., 1959 [библиогр. с. 313—315]; Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [библиогр. с. 775—789]; Беля К. К. Нелинейные колебания в системах автоматического регулирования и управления. М., 1962 [библиогр. с. 257—260]; Нелепин Р. А. Точные аналитические методы в теории нелинейных автоматических систем. Л., 1967 [библиогр. с. 438—447]; Наумов Б. Н. Теория нелинейных автоматических систем. Частотные методы. М., 1972 [библиогр. с. 472—544]; Каннингхэм В. Введение в теорию нелинейных систем. Пер. с англ. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 452—456]; Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 421—427]. *Р. А. Нелепин.*

НЕНАГРУЖЕННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ — способ резервирования элементов, при котором резервные элементы находятся в выключенном состоянии и имеют пренебрежимо малую интенсивность отказа. В теории систем с Н. р. эта интенсивность полагается равной 0. Различают невосстанавливаемые и восстанавливаемые системы с Н. р.

Невосстанавливаемые системы. Пусть система состоит из n основных элементов с плотностью времени безотказной работы $\lambda e^{-\lambda t}$, $t > 0$, и m резервных элементов. Отказ системы наступает в момент, когда число отказавших элементов принимает значение $m+1$. Тогда время безотказной работы системы имеет плотность вероятности $\lambda n \frac{(\lambda n t)^m}{m!} \times e^{-\lambda n t}$; среднее время безотказной работы равно $\frac{m+1}{\lambda n}$; вероятность того, что система не откажет за время t, составляет

$$e^{-\lambda n t} \sum_{k=0}^{m} \frac{(\lambda n t)^k}{k!}.$$

Восстанавливаемые системы. Пусть n, m, λ — те же параметры, что и в невосстанавливаемых системах, и отказавшие элементы восстанавливаются операторами, каждый из которых восстанавливает один элемент в течение случайного времени с плотностью $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$. Обозначим через T_k математическое ожидание времени до отказа системы при условии, что в момент $t = 0$ число неисправных элементов равно k. Тогда T_k определяются решением системы ур-ний

$$T_k = \frac{1}{\lambda n + \mu_k} + \frac{\lambda n}{\lambda n + \mu_k} T_{k+1} + \frac{\mu_k}{\lambda n + \mu_k} T_{k-1}, \qquad k = 0, 1, \ldots, m,$$

где $\mu_k = \mu k$ при $k \leqslant r$; $\mu_k = \mu r$ при $k > r$; $T_{-1} = T_{m+1} = 0$. Если $\lambda \ll \mu$, то приближенное выражение среднего времени между отказами системы имеет вид

$$\mu_1, \ldots, \mu_m/(\lambda n)^{m+1}.$$

Пусть система состоит из одного основного и одного резервного элемента, ξ — случайное время безотказной работы элемента, α — вероятность восстановления резервного элемента за время ξ. Тогда при малых $1 - \alpha$ время безотказной работы системы имеет распределение, близкое к распределению с плотностью $\nu e^{-\nu t}$, $t > 0$, где $\nu = (1 - \alpha)/M\xi$.

И. Н. Коваленко.

НЕОДНОРОДНАЯ СЕТЕВАЯ ЗАДАЧА — см. *Сетевая задача неоднородная.*

НЕОДНОРОДНЫЙ ПОТОК В СЕТИ — см. *Поток в сети неоднородный.*

НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ В УПРАВЛЕНИИ — см. *Принятие решений в условиях неопределенности.*

НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СИНТЕЗ — определение структуры, значений параметров и состава элементов непрерывной *системы автоматического управления* (САУ), при которых система удовлетворяет предъявляемым к ней требованиям. Задачами синтеза являются построение *модели математической* системы (определение структурной схемы и значений параметров) и реализация этой модели на базе тех. средств автоматики. Выбор структурной схемы является специфической задачей синтеза, тогда как определение значений параметров при заданной структуре (параметрический синтез) можно осуществить методами анализа (см. *Нелинейных систем автоматического управления анализ*). Так как обычно объект управления задан, задача синтеза сводится к синтезу управляющей части системы. Нередко заданы и некоторые звенья управляющей части; в таком случае возникают частные задачи синтеза — синтез законов управления, синтез корректирующих звеньев и т. п.

Синтез САУ начинается с изучения управляемого объекта и формулирования требований к системе. В соответствии с постановкой задачи из анализа матем. модели объекта определяют его программные движения (в частности, состояния равновесия). В реальных условиях программные движения абсолютно точно выполнить невозможно. Поэтому следующим этапом является построение матем. модели управляющей системы, обеспечивающей при наличии начальных отклонений и внеш. воздействий выполнение программы с необходимой точностью. Синтезируемая модель должна быть устойчивой и удовлетворять требованиям качества *переходных процессов.* Кроме того, эта модель должна быть физически реализуема с применением элементов, отвечающих требованиям стоимости, надежности, специфическим условиям работы системы и т. п.

Ряд требований, предъявляемых к САУ (напр., точность и стоимость), находятся в противоречии, а некоторые требования (напр., удобство эксплуатации) с трудом поддаются формализации. Поэтому в целом проблема синтеза САУ во многом остается предметом инженерного искусства. В конкретных случаях важную роль играют накопленный опыт,

моделирование на вычисл. машинах и т. п. Однако ряд задач синтеза можно формализовать.

Одно из направлений формализованного синтеза состоит в следующем. Исходя из требований к динамическим качествам системы определяют желаемую (эталонную) матем. модель, напр., *передаточную функцию*, характеризуемую распределением нулей и полюсов, частотные характеристики, характеризуемые своей формой, и т. п. Путем сравнения желаемой модели с моделью неизменяемой части системы подыскивают физически реализуемые модели корректирующих элементов, позволяющие приблизить синтезируемую систему к эталонной. Такие методы наиболее подробно разработаны для линейных, но их применяют и для нелинейных систем. В качестве примера рассмотрим объект, описываемый уравнениями

$$\frac{dx_k}{dt} = \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i + b_k u, \qquad k = 1, \ldots, n, \quad (1)$$

где x_k — фазовые координаты объекта, t — независимая переменная (время), u — управляющее воздействие, a_{ki}, b_k — постоянные коэффициенты. Пусть требуется синтезировать *следящую систему* для управления координатой x_q при заданных основных элементах *обратной связи*. Структурная схема (рис., *а*) соответствует выражениям

$$x_q = W(p)\,u; \quad u = g - \sigma; \quad \sigma = W_{oc}(p)\,x_q, \quad (2)$$

где

$$W(p) = \frac{N_q(p)}{D(p)}\,u; \quad D(p) =$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} - p & \ldots & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{1n} & \ldots & a_{nn} - p \end{vmatrix}; \; N_q(p) = \sum_{i=1}^{n} b_i D_{iq}(p); \quad (3)$$

g — задающее воздействие; σ — сигнал обратной связи; $W_{oc}(p)$ — передаточная функция обратной связи: $D_{iq}(p)$ — алгебраическое дополнение элемента строки i, столбца q определителя $D(p)$; $p \equiv d/dt$. Логарифмическая амплитудная и фазовая частотные характеристики замкнутой системы определяются выражениями

$$\lg R(\omega) = \lg \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)\,W_{oc}(j\omega)} \right|; \quad (4)$$

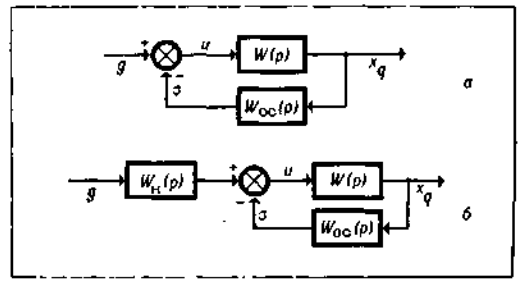
$$\theta(\omega) = \arg \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)\,W_{oc}(j\omega)}. \quad (5)$$

Для приближения их к желаемым характеристикам $R_ж(\omega)$, $\theta_ж(\omega)$ включим последовательное корректирующее устр-во (рис., *б*), частотные характеристики которого $R_к(\omega)$, $\theta_к(\omega)$ должны приближенно удовлетворять равенствам

$$\lg R_к(\omega) = \lg R_ж(\omega) - \lg R(\omega);$$

$$\theta_к(\omega) = \theta_ж(\omega) - \theta(\omega).$$

Другое направление формализованного синтеза состоит в построении систем, оптим. по какому-либо критерию. Теория оптим. фильтрации Колмогорова—Винера позволяет синтезировать системы, обеспечивающие воспроизведение полезного сигнала на фоне шума с наименьшей ошибкой. *Понтрягина принцип*



Упрощенные структурные схемы непрерывных систем автоматического управления: *а* — исходной системы; *б* — системы с корректирующим устройством.

максимума и метод *программирования динамического* позволяют синтезировать системы, оптимальные по быстродействию или расходу энергии, и т. п.

Теория локально-оптимальных систем позволяет синтезировать системы, обеспечивающие достижение экстремума некоторого функционала в каждой точке фазового пространства. Так, для объекта (1) при ограничениях

$$\operatorname{Re}\lambda_i < 0, \qquad i = 1, \ldots, n, \quad |u| \leqslant 1 \quad (6)$$

квадратичная форма

$$V = \sum_{i,j=1}^{n} m_{ij}x_i x_j \quad (7)$$

убывает в каждой точке фазового простр. с макс. скоростью, если система управления описывается ур-ниями

$$u = \begin{cases} +1, \text{ при } \sigma > 0; \\ -1, \text{ при } \sigma < 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i; \quad c_i = 2\sum_{k=1}^{n} m_{ki}b_k. \quad (9)$$

Здесь λ_i — собственные числа матрицы $(a_{ki})_1^n$, m_{ij} — постоянные коэффициенты, удовлетворяющие неравенствам

$$\begin{vmatrix} m_{11} & \ldots & m_{1k} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{k1} & \ldots & m_{kk} \end{vmatrix} > 0, \qquad k = 1, \ldots, n. \quad (10)$$

Метод аналитического конструирования регуляторов

Летова позволяет синтезировать управление из условия минимизации интеграла от квадратичной формы переменных. Так, для объекта (1) функционал

$$I = \int_0^\infty \left(\sum_{i,j=1}^n m_{ij} x_i x_j + cu^2 \right) dt \quad (c = \text{const}) \quad (11)$$

имеет минимум в классе кусочно-непрерывных управлений $u(x_1, \ldots, x_n)$, обеспечивающих ограниченность интеграла (11), если выполняются условия

$$u = \sigma; \quad \sigma = \sum_{i=1}^n c_i x_i; \quad c_i = \frac{1}{c} \sum_{k=1}^n b_k B_{ki}, \quad (12)$$

причем коэффициенты B_{ki} определяются из системы

$$m_{ij} + 2 \sum_{k=1}^n a_{ki} B_{kj} - \frac{1}{c} \sum_{k=1}^n b_k B_{ki} \sum_{k=1}^n b_k B_{kj} = 0,$$
$$i, j = 1, \ldots, n. \quad (13)$$

Другой вариант решения задачи предложил А. А. Красовский. Для объекта (1) при ограничениях

$$\int_0^\infty |u|^p dt = D, \quad \int_0^\infty |\sigma|^q dt = E, \quad (14)$$

где D, E — постоянные, зависящие от начальных условий, интеграл от квадратичной формы

$$J = \int_0^\infty \sum_{i,j=1}^n m_{ij} x_i x_j dt \quad (15)$$

имеет минимум, если выполнены условия

$$\left.\begin{aligned} &|u| = k|\sigma^{q/p}|; \quad k = \text{const} > 0; \\ &\operatorname{sign} u = -\operatorname{sign} \sigma, \\ &\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = 1; \quad q = \text{const} > 0, \\ &p = \text{const} > 1, \quad \sigma = \sum_{i=1}^n c_i x_i, \\ &c_i = 2 \sum_{k=1}^n C_{ki} b_k, \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

и коэффициенты C_{ki} определяются из системы уравнений

$$m_{ki} = -\sum_{p=1}^n (C_{ip} a_{pk} + a_{pi} C_{pk}), \quad (17)$$
$$i, k = 1, \ldots, n.$$

При использовании названных методов осн. проблемой для инженера является выбор весовых коэффициентов m_{ij} минимизируемого функционала. Этот выбор осуществляется по дополнительным критериям качества процессов в системе либо определяется физ. содержанием задачи.

Синтез оптим. систем иногда приводит к трудно реализуемым матем. моделям. В таких случаях строго оптим. система может служить эталоном для оценки близких к ней и легко реализуемых квазиоптимальных систем, однако методы таких оценок разработаны еще недостаточно.

Лит.: Смольников Л. П. Синтез квазиоптимальных систем автоматического управления. Л., 1967 [библиогр. с. 165—166]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Летов А. М. Динамика полета и управление. М., 1969 [библиогр. с. 347—352]; Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М., 1969 [библиогр. с. 235—238]; Траксел Дж. Синтез систем автоматического регулирования. Пер. с англ. М., 1959; Чанг Ш. С. Л. Синтез оптимальных систем автоматического управления. Пер. с англ. М., 1964; Ван-Трис Г. Синтез оптимальных нелинейных систем управления. Пер. с англ. М., 1964.

Р. А. Нелепин.

НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ АКСИОМ, совместимость, корректность — свойство системы аксиом дедуктивной теории, состоящее в том, что из нее нельзя вывести противоречие, т. е. конъюнкцию каких-либо двух предложений, одно из которых является отрицанием другого. Для широкого класса формальных теорий, включающих принципы интуиционистской логики, Н. с. а. равносильна существованию в данной теории хотя бы одного недоказуемого предложения. Поскольку в более слабых дедуктивных системах, основанных на минимальной логике, интуиционистский принцип $A \& \neg A \supset B$ не имеет места, но верен более слабый принцип $A \& \neg A \supset \neg B$, то для них Н. с. а. равносильна существованию неопровержимого предложения. Для еще более слабых систем (различных модификаций положительной логики) все перечисленные формулировки, кроме второй, теряют смысл; ее и принимают в качестве определения непротиворечивости.

Непротиворечивость, необходимая для того, чтобы систему можно было рассматривать как описание некоторой содержательной ситуации, не гарантирует существования такой ситуации. Но поскольку для любой непротиворечивой системы аксиом могут быть указаны модели (теорема Гёделя о полноте *исчисления предикатов узкого*), и притом даже любой бесконечной мощности (теорема Лёвенгейма — Сколема), то для представителей «классических» направлений в основаниях математики и логики Н. с. а. служит и достаточным условием существования совокупностей абстрактных объектов, описываемых аксиомами. Поскольку описываемая теорией ситуация лежит вне самой теории, данное выше понятие внутренней (синтаксической) Н. с. а. тесно связано с т. н. внешней (семантической) Н. с. а., заключающейся в недоказуемости в данной теории никакого утверждения, противоречащего фактам описываемой ею действительности. Несмотря на эту связь, синтаксическая и семантическая Н. с. а. равносильны лишь для таких «бедных» логич. теорий, как, напр., *ис-*

числение высказываний; вообще же внутренняя непротиворечивость теории сильнее внешней. Роль отображаемой какой-либо конкретной теорией «действительности» может играть некоторая другая дедуктивная теория, так что внеш. непротиворечивость исходной теории можно понимать как ее относительную непротиворечивость, а указание системы соответствующих семантических правил перевода понятий, выражений и утверждений из второй теории в первую, дающее интерпретацию (модель) исходной теории, оказывается для нее относительным доказательством непротиворечивости.

В классической математике источником построения моделей для таких доказательств служила *множеств теория*. Однако после обнаружения в теории множеств антиномий (парадоксов, противоречий) возникла потребность в новых, принципиально отличных от метода интерпретаций, методов доказательства Н. с. а. (в некотором смысле абсолютных). Такая же потребность возникает и в силу несовпадения понятий внутренней и внешней Н. с. а. Можно избрать и промежуточный путь, требуя абсолютного доказательства Н. с. а. только для теории множеств (к которой уже можно было бы сводить проблемы Н. с. а. конкретных теорий чисто теоретико-модельными средствами), или хотя бы для *арифметики формальной*, т. к. средствами последней строится теоретико-множественный универсуум осн. разделов классической математики. Такой путь и избрал нем. математик Д. Гильберт (1862—1943), предложивший широкую программу, в ходе выполнения которой обосновываемые теории прежде всего необходимо подвергать формализации, а полученные формальные системы *(исчисления)* исследовать на предмет их синтаксической непротиворечивости т. н. финитными средствами, т. е. содержательными средствами, не использующими сомнительных теоретико-множественных абстракций. Такие абсолютные доказательства составили осн. содержание т. н. метаматематики (см. *Доказательств теория*). Но уже в 1931 австр. математик К. Гёдель доказал принципиальную невыполнимость гильбертовской программы как раз по отношению к арифметике натуральных чисел (и, тем более, к теории множеств). Он показал, что в непротиворечивой арифм. формальной системе непременно найдутся неразрешимые (недоказуемые и неопровержимые) предложения, так что требования Н. с. а. арифметики и ее полноты (см. *Полнота формальной теории*) оказываются несовместимыми. А это свидетельствует не только о неосуществимости гильбертовской программы в полном ее объеме, но и о принципиальной ограниченности самого аксиоматического метода. В связи с этим был предложен ряд расширений первоначальной финитистской концепции, позволивших получить хотя и не финитные, но в определенном смысле конструктивные доказательства непротиворечивости арифметики. Коренной пересмотр самого понятия доказательства и трактовки проблемы непротиворечивости осуществляется в рамках ультраинтуиционистской концепции, средствами которой уже получено, в частности, обоснование наиболее употребительных систем аксиоматической теории множеств.

Ю. А. Гастев.

НЕРАЗРЕШИМЫЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ — массовые проблемы, для которых не существует эффективных методов разрешения. В интуитивном смысле массовая (алгоритмическая) проблема — это бесконечный класс родственных единичных конкретных проблем, каждая из которых требует ответа «да» или «нет», а метод разрешения массовой проблемы — это единый общий метод, дающий правильный ответ для каждой единичной проблемы. Фактически произвольную массовую проблему можно сформулировать как проблему распознавания некоторого свойства E элементов данного бесконечного мн-ва A; при этом единичные проблемы, составляющие эту массовую проблему, связываются с элементами мн-ва A, и каждая из них состоит в том, что требуется узнать, обладает или нет свойством E соответствующий элемент мн-ва A.

Рассматривая массовую проблему, исследователь обычно интересуется эффективными (конструктивными) методами ее разрешения, методами, которые дают решение любой единичной проблемы за конечное число шагов. Мн-во A, для элементов которого формулируется массовая проблема, предполагается конструктивным (допускающим возможность применения алгоритмов). Поэтому задача ставится так: найти *алгоритм*, который применим к любому элементу мн-ва A и для каждого данного $a \in A$ дает «1» или «0» в зависимости от того, обладает или нет элемент a свойством E. Массовая проблема наз. н е р а з р е ш и м о й, если такого алгоритма не существует.

Почти все разделы математики изобилуют массовыми проблемами. В алгебре, напр., возникает следующая массовая проблема: для произвольного целочисленного многочлена от одного неизвестного узнать, имеет ли он целый корень (здесь, очевидно, A — мн-во всех многочленов от одного переменного, коэффициенты которых — целые числа, а E — свойство многочлена иметь целый корень). Существует тривиальный алгоритм решения этой массовой проблемы, основанный на том, что любой целый корень целочисленного многочлена от одного неизвестного является делителем его свободного члена. Известная 10-я проблема Гильберта состояла в отыскании алгоритма разрешения для более широкой массовой проблемы, в которой мн-во целочисленных многочленов от одного неизвестного заменено мн-вом всех целочисленных многочленов от произвольного числа неизвестных. Эта проблема уже оказалась неразрешимой.

В 30-х гг. 20 ст., благодаря работам австр. матем. К. Гёделя (р. 1906) и амер. матем. А. Черча (р. 1903), понятие алгоритм. неразрешимости было уточнено с привлечением понятий нумераций (см. *Нумераций теория*) и

частичной рекурсивности. Впоследствии англ. матем. А. Тьюринг (1912—54) предложил другое уточнение понятия неразрешимости, использовав понятие *Тьюринга машины*. Эти уточнения, как оказалось, приводят к равнообъемным понятиям неразрешимости. Известны и др. уточнения, дающие тот же результат: *нормальные алгорифмы* сов. матем. А. А. Маркова (р. 1903), формальные исчисления амер. матем. Э. Поста (1897—1954) и др.

Впервые доказал существование Н. а. п. А. Черч. В доказательстве Черча использованы идеи Гёделя, оно было тесно связано с его знаменитой теоремой о неполноте (см. *Гёделя теоремы о неполноте*). Из геделевского доказательства неполноты арифметики, по-существу, вытекала неразрешимость проблемы идентификации истинных предложений элементарной арифметики. А. Черч доказал, что для *исчисления предикатов узкого* также не существует алгоритма, распознающего выводимые предложения. Первые примеры Н. а. п. относились к *логике математической* и основаниям математики.

В 1947 независимо друг от друга А. А. Марков и Э. Пост доказали алгоритм. неразрешимость проблемы тождества в полугруппах. Это был первый пример Н. а. п., возникшей вне области матем. логики и оснований математики. Известно, что всякая полугруппа может быть задана с помощью систем образующих и определяющих соотношений. Если полугруппа не является свободной (т. е. существует хотя бы одно соотношение между ее образующими), то представление любого ее элемента через образующие неоднозначно. Поэтому возникает задача: для данных двух выражений, представляющих собой произведения образующих, узнать, равны ли эти произведения между собой. В том случае, когда полугруппа задается конечными системами образующих и определяющих соотношений, нужно найти алгоритм, решающий любую такую задачу. А. А. Марков и Э. Пост построили полугруппы с неразрешимой проблемой тождества. Аналогичная проблема для групп — проблема тождества в группе — занимает важное место в теории групп. Сов. матем. П. С. Новиков (р. 1901) в 1952 доказал ее алгоритм. неразрешимость. За последнее время была доказана алгоритм. неразрешимость ряда проблем в теориях полугрупп, групп, структур, колец, полей и др. алгебр. систем (см. *Элементарные теории*).

Н. а. п. были обнаружены также и в *топологии*. А. А. Марков доказал, что не может быть алгоритма, который по данным двум конечным триангуляциям четырехмерных многообразий определял бы гомеоморфизм этих многообразий (в случае двумерных многообразий такой алгоритм существует).

В теор. кибернетике Н. а. п. часто возникают в задачах анализа преобразователей дискретной информации, в частности, бесконечных автоматов различного типа. Как правило, в каждом естественном классе бесконечных автоматов проблема их эквивалентности алгоритмически неразрешима (линейно-ограниченные автоматы, *автоматы магазинные*, различные варианты машин Тьюринга, *автоматы итеративные* и т. д.). В структурной теории *автоматов конечных* оказалась неразрешимой *полноты проблема*. Неразрешимые проблемы типичны в задачах распознавания различных свойств грамматик в *лингвистике математической* (недвусмысленность контекстно-свободных грамматик, пересечение языков, порождаемых двумя контекстно-свободными грамматиками, эквивалентность контекстно-свободных грамматик и т. д.). Алгоритмически неразрешимы нетривиальные свойства программ - эквивалентность программ, свойство программы попадать в цикл и т. д.

Известны два способа доказательства алгоритм. неразрешимости: прямой, основанный на т. н. «диагональном» методе, и косвенный, использующий сводимость к данной проблеме другой массовой проблемы, неразрешимость которой была доказана раньше. Идею прямого метода доказательства алгоритм. неразрешимости объясним на примере т. н. проблемы остановки машины Тьюринга. Эта проблема заключается в нахождении алгоритма, который позволял бы по любой машине Тьюринга и любой конфигурации ленты узнать, остановится или нет машина, начав работу с этой конфигурации. Выберем к.-л. эффективную нумерацию всех машин Тьюринга и обозначим через M_x ту машину, которая получает номер x. Пронумеруем все конфигурации ленты, причем так, чтобы каждое натуральное число являлось номером некоторой конфигурации. Обозначим через K_x конфигурацию с номером x.

Перейдем теперь к неформальному доказательству того, что не существует алгоритма распознавания остановки произвольной машины Тьюринга для произвольной начальной конфигурации ленты. Предположим, что такой алгоритм есть. Тогда, очевидно, частично рекурсивной будет функция $f(x)$, определенная следующим образом: $f(x)$ не определено, если x не является номером никакой машины; $f(x)$ равно 1 или 0 в зависимости от того, остановится или нет машина M_x, начав работу с конфигурации K_x. Значит, существует машина Тьюринга, вычисляющая ф-цию $f(x)$. Эту машину легко переделать в другую машину, отличающуюся от первой только тем, что когда первая машина в качестве результата вычисления дает 1, вторая попадает в цикл. Пусть y — номер второй машины. Запустим машину M_y с конфигурации K_y. Если машина остановится, то, по самому определению машины M_y, должно быть $f(y) = 0$, и, следовательно, по определению ф-ции f машина M_y не остановится. Если машина M_y не остановится, то, поскольку f определена в y, $f(y) = 1$ и, следовательно, по определению функции f, машина M_y остановится. Полученное противоречие является доказательством Н. а. п. остановки машины Тьюринга.

Косвенный метод доказательства алгоритм. неразрешимости разъясним на примере т. н. m-сводимости. Пусть имеются две массовые проблемы. Первая заключается в распознавании свойства E элементов мн-ва A, вторая — в распознавании свойства F элементов мн-ва B. Говорят, что первая массовая проблема m-сводима ко второй, если существует эффективное отображение φ мн-ва A в мн-во B такое, что для любого $a \in A$ утверждения: «a обладает свойством E» и «φ (a) обладает свойством F» одновременно истинны или ложны. Легко видеть, что, если одна массовая проблема m-сводима к другой и первая проблема алгоритмически неразрешима, то вторая проблема также будет алгоритмически неразрешимой. См. также *Алгоритмов теория*.

Лит.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [библиогр. с. 373—374]; Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М., 1960; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [библиогр. с. 375—381]; Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. «Monatchefte für Mathematik und Physik», 1931, t. 38; Church A. An unsolvable problem of elementary number theory. «American journal of mathematics», 1936, v. 58; Post E. L. Recursively enumerable sets of positive integers and their decision problems. «Bulletin of the American Mathematical Society», 1944, v. 50, № 5.

Г. С. Плесневич.

«НИППОН ЭЛЕКТРИК КОМПАНИ» (Nippon Electric Company, Ltd) — одна из ведущих японских фирм по производству электротехнического и радиоэлектронного оборудования, систем связи, вычислительных машин и периферийных устройств к ним. Создана в 1899, выпуск ЭЦВМ начала в 1958. С 1965 начат выпуск серии машин 3-го поколения — «NEAC-Series 2200». В 1970 выпущена наиболее мощная япон. ЭЦВМ «NEAC-Series 2200 Model 700» — одно- и двухадресная машина, работающая как с фиксированной, так и с плавающей запятой. Фиксированная длина слова — 48 или 96 двоичных разрядов, слова переменной длины — из 6-разрядных символов. Объем главного ЗУ (на магн. сердечниках) — от 128 до 2048 тыс. 6-разрядных символов. Время выполнения арифм. операций при работе с фиксированной запятой (36-разрядные слова): сложение и вычитание — 0,5 *мксек*, умножение — 1,7 *мксек*, деление — 5,6 *мксек*; при работе с плавающей запятой (48-разрядные слова): сложение и вычитание — 0,8 *мксек*, умножение — 1,4 *мксек*, деление — 2,6 *мксек*.

Фирма выпускает и малые ЭЦВМ на интегральных схемах («NEAC-1240»), а также несколько аналоговых вычисл. машин (А-200, А-300 и А-500), обеспечивающих точность вычислений $\pm 0{,}05\%$.

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970.

С. Ф. Козубовский.

«ННБ», набор нелинейных блоков — приставка к моделирующим устройствам, предназначенная для расширения круга нелинейных задач, решаемых на *аналоговых вычислительных машинах* типа «ЛМУ-1», «МПТ-9» и др. «ННБ» позволяет воспроизводить однозначные функциональные зависимости от одной независимой переменной $Y = cf(X)$; воспроизводить обратные ф-ции $X = \frac{1}{c}\psi(Y)$ без настройки, где $Y = cf(X)$ — «набрана» ранее; перемножать две ф-ции по формуле $Z = 0{,}01XY$ и делить две ф-ции по формуле $Z = 10\,Y/X$. Диапазон изменения входных и выходных величин лежит в пределах ± 100 *в* (за исключением операции деления, для которой $10b \leqslant |X| \leqslant 100b$, $|Y| \leqslant 100b$, $|Z| \leqslant 100b$). Одновременно могут выполняться три операции воспроизведения ф-ций и три операции умножения или деления. Воспроизведение нелинейных зависимостей осуществляется посредством диодных элементов, подключенных к *усилителю операционному*, методом кусочно-линейной аппроксимации с наибольшим числом отрезков, равным 20. Диодные элементы могут быть включены на вход усилителя и в обратную связь. Для практических задач относительная, приведенная к 100 *в*, погрешность воспроизведения нелинейных зависимостей составляет 1—2%, погрешность операции умножения — 1%; деления — 5%. Дополнительное использование: выполнение трех операций инвертирования или двух операций масштабных преобразований; точное задание начальных условий и постоянных возмущений.

Основные составные части «ННБ»: базовый блок с двумя усилителями «УПТ-3» и блоком питания (3 шт.); вставка функционального преобразователя (3 шт.); вставка деления-умножения (3 шт.); коммутационная и наладочная аппаратура. Вставка функционального преобразователя реализует кусочно-линейную аппроксимацию заданной функции $Y = F(X) \approx -\left[F(0) + K(X) + \sum_{i=1}^{n} b_i (X - X_{i\,\text{нач}})\right]$. Настройка заключается в установке значений $F(0)$, K, b_i и $X_{i\,\text{нач}}$. Суммирование осуществляется операционным усилителем с 20 входными сопротивлениями. Вставка деления-умножения выполняет умножение двух функций X и Y по формуле

$$Z = 0{,}01XY = 0{,}04\left[\left(\frac{X+Y}{4}\right)^2 - \left(\frac{X-Y}{4}\right)^2\right],$$

для чего используются сумматоры и квадраторы. В качестве квадраторов применяют триты с квадратичной вольт-амперной характеристикой. Для реализации операции деления множительное устройство включается в цепь обратной связи операционного усилителя.

Лит.: Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Аналоговая вычислительная техника. М., 1966.

А. Ф. Верлань.

НО́РМА ВЕ́КТОРА $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — неотрицательное число $\|X\|$, удовлетворяющее следующим требованиям (аксиомам): а) $\|X\| > 0$ при $X \neq 0$ и $\|0\| = 0$; б) $\|CX\| = |C| \times \|X\|$ для любого числа C; в) $\|X + Y\| \leqslant \|X\| + \|Y\|$ (неравенство треугольника).

Н. в. обобщает понятие длины вектора и может служить характеристикой близости векторов. Ее можно вводить различными способами. В различных случаях более удобной оказывается та или иная норма. Наиболее употребительными являются следующие три нормы вектора: 1) первая норма (кубическая) $\|X\|_I = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} |x_i|$; 2) вторая норма (октаэдрическая) $\|X\|_{II} = \sum\limits_{i=1}^{n} |x_i|$; 3) третья норма (сферическая) $\|X\|_{III} = |X| = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} |x_i|^2}$. $\|X\|_{III}$ наз. еще и евклидовой нормой. Она является обычной длиной вектора.

В. Ю. Кудринский.

НО́РМА МА́ТРИЦЫ $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$ — точная нижняя грань постоянных M, удовлетворяющих неравенству $\|AX\| \leqslant M\|X\|$ (для всех $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$). Н. м. A обозначается через $\|A\|$ и характеризуется следующими свойствами: 1) $\|AX\| \leqslant \|A\| \cdot \|X\|$; 2) для любого $\varepsilon > 0$ найдется такой элемент X_ε, что $\|AX_\varepsilon\| \geqslant (\|A\| - \varepsilon)\|X_\varepsilon\|$. На основании свойств 1) и 2) Н. м. можно определить еще и так: $\|A\| = \sup\limits_X \dfrac{\|AX\|}{\|X\|}$: $(\|X\| \neq 0)$ или иначе $\|A\| = \sup\limits_{\|X\|=1} \|AX\|$. Кроме 1) и 2), Н. м. обладает свойствами: а) $\|A\| > 0$, если $A \neq 0$ и $\|0\| = 0$; б) $\|CA\| = |C| \cdot \|A\|$ для любого числа C; в) $\|A + B\| \leqslant \|A\| + \|B\|$ г) $\|A \cdot B\| \leqslant \|A\| \cdot \|B\|$.

Различным способам введения *нормы вектора* соответствуют различные Н. м. Чаще всего употребляются следующие три Н. м.: $\|A\|_I = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} \sum\limits_{k=1}^{n} |a_{ik}|$; $\|A\|_{II} = \max\limits_{1 \leqslant k \leqslant n} \sum\limits_{i=1}^{n} |a_{ik}|$; $\|A\|_{III} = \sqrt{\lambda_{\max}}$, где $\lambda_{\max}$ — наибольшее собственное число *матрицы* A^*A; A^* — матрица, сопряженная A.

В. Ю. Кудринский.

НОРМА́ЛЬНАЯ ФО́РМА МИНИМА́ЛЬНАЯ — дизъюнктивная (или конъюнктивная) нормальная форма, которая содержит наименьшее число букв по сравнению со всеми другими эквивалентными ей дизъюнктивными (или конъюнктивными) нормальными формами.

НОРМА́ЛЬНАЯ ФО́РМА СОВЕРШЕ́ННАЯ — дизъюнктивная (или конъюнктивная) нормальная форма (см. *Логических выражений нормальные формы*), у которой каждая элементарная *конъюнкция* (или *дизъюнкция*) содержит все встречающиеся в данной формуле переменные. Для каждой ф-ции *алгебры логики* совершенная дизъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма определяются однозначно.

НОРМА́ЛЬНАЯ ФО́РМА СОКРАЩЁННАЯ — *дизъюнктивная нормальная форма*, которую можно получить из совершенной дизъюнктивной нормальной формы, если, исходя из элементарных *конъюнкций* последней и пользуясь *склеивания законом* и *поглощения законом*, проводить все склеивания и поглощения до тех пор, пока еще можно применить указанные законы, а затем взять *дизъюнкцию* всех полученных таким образом элементарных конъюнкций.

НОРМА́ЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕ́НИЕ — наиболее важный в *вероятностей теории* закон распределения вероятностей. *Случайная величина* ξ имеет Н. р. P с параметрами a и σ^2, если при любых x_1 и x_2 $(x_1 < x_2)$

$$P\{x_1 < \xi < x_2\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int\limits_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Параметр a представляет собой *математическое ожидание* случайной величины ξ, а σ^2 — *дисперсию* ξ. В силу *центральной предельной теоремы* при весьма общих предположениях распределение суммы большого числа случайных величин близко к Н. р. Этим объясняется особая роль Н. р., которое часто называют также гауссовским распределением.

М. И. Ядренко.

НОРМА́ЛЬНЫЕ АЛГОРИ́ФМЫ, нормальные алгоритмы — класс словарных алгоритмов, т. е. алгоритмов, применимых к словам некоторого алфавита. Ввел их сов. математик А. А. Марков (р. 1903). Всякий Н. а. вполне определяется указанием алфавита, в котором он действует, и схемы Н. а. Алфавитом Н. а. может служить произвольный конечный алфавит A. Формулами подстановок в алфавите A наз. выражения вида $p \to q$ (простая подстановка) или $p \to \cdot q$ (заключительная подстановка), где p и q — некоторые слова в алфавите A, называемые соответственно левой и правой частями ф-лы подстановки (предполагается, что алфавит A не содержит букв $\to$ и $\to\cdot$).

Каждый Н. а. в алфавите A имеет конечное число таких ф-л подстановок. Их записывают в виде списка. Этот список наз. схемой алгоритма.

Применение Н. а. к слову s заключается в следующем. В данном списке ф-л подстановок ищут первую из тех, в которой левая часть входит в слово s. Находят первое вхождение левой части этой ф-лы в s и вместо этого вхождения подставляют правую часть ф-лы. Это дает новое слово s_1. С ним делают то же, что с s, и т. д. Этот процесс может оборваться сам собою на некотором слове, в которое не входит ни одна из левых частей ф-л подстановок, составляющих схему алгоритма. Кроме того, постулируют, что описанный выше процесс обрывается, когда к очередному слову применить одну из заключительных ф-л подстановок, т. е. ф-л вида $p \to \cdot q$.

Если процесс заканчивается, то полученное последнее слово является результатом применения Н. а. к исходному слову s.

Доказано, что относительно осуществляемых ими преобразований, Н. а. совпадают с другими классами алгоритмов, введенными для уточнения интуитивного понятия алгоритма, напр., *Тьюринга машинами*. Аналогом *Черча тезиса* для Н. а. является следующий принцип нормализации А. А. Маркова: всякий алгоритм в алфавите A вполне эквивалентен относительно A некоторому Н. а. над A. Задание алгоритмов в нормальном виде близко к понятию исчисления, и это чрезвычайно удобно в тех случаях, когда в исследуемом разделе математики или кибернетики понятие исчисления широко используют, как это имеет место, напр., в *логике математической* или *лингвистике математической*. Пользуясь понятием Н. а., А. А. Марков и др. доказали неразрешимость целого ряда алгоритм. проблем (см. *Неразрешимые алгоритмические проблемы*).

Лит.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42. *М. И. Кратко.*

НОСИТЕЛЬ ИНФОРМАЦИИ — материал, предназначенный для записывания, хранения и последующего воспроизведения информации. К Н. и. обычно относят сплошные среды типа слоя, пленки, пластины, ленты и т. д., которые способны хранить некоторый объем информации и у которых последовательность элементарных участков, хранящих единицу информации, не связана жестко с геометрией носителя, а может свободно размещаться в его плоскости.

В процессе записи информации элементарные участки носителя изменяют свое физ. состояние. Н. и., для которых осуществимо стирание ранее произведенной записи, пригодны для многократного использования. К носителям многократного использования относятся: магн. пленки и среды (запись в них производится намагничиванием элементарного участка, а стирание — размагничиванием или намагничиванием в противоположном направлении); термопластические и фотопластические пленки (запись осуществляется термической деформацией рабочего слоя при помощи луча, стирание — нагреванием пленки до температуры плавления); диэлектрический слой экрана электроннолучевой трубки ЭЛТ (запись производится путем возбуждения электронным лучем местных элементарных зарядов, а стирание — изменением величины этих зарядов).

К носителям однократного использования относятся: бумага обычная, информацию на которую наносят красящим веществом (процесс печатания, вычерчивания, переноса изображения при электрографическом или феррографическом способе записи и др.); бумага, на которой информация записывается путем пробивки, прожигания отверстий; электрохим. бумага, пропитанная хим. составом, который под действием электр. тока в месте контакта изменяет окраску бумаги; электрохим. спец бумага — слоистая бумага (процесс записи заключается в электр. пробое и последующей электрохим. реакции, приводящей к почернению участка бумаги); фотографическая пленка или бумага (запись производится фотооптическим способом). Как правило, перечисленные Н. и. могут хранить информацию сколь угодно долго, не требуя дополнительной затраты энергии, за исключением диэлектрических экранов ЭЛТ (величину элементарных зарядов которых приходится периодически восстанавливать из-за постепенного растекания зарядов) и фотополупроводниковой пленки в устройствах электрографической записи (где из-за постепенного расплывания невидимого электростатического изображения приходится быстро переносить его на долговременный носитель, напр., бумагу). Одними из перспективных Н. и. являются голографические пластинки и объемные носители — голографические кристаллы.

Лит.: Тимощук Л. Информационные носители, их характеристики и области применения. М., 1967 [библиогр. с. 109—110]; Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Преобразование информации для ЭЦВМ. М., 1968 [библиогр. с. 330—331]; Голенко Г. А., Смирнов Ю. Л. Запись звука и изображения. М., 1970 [библиогр. с. 46]. *Р. Я. Черняк.*

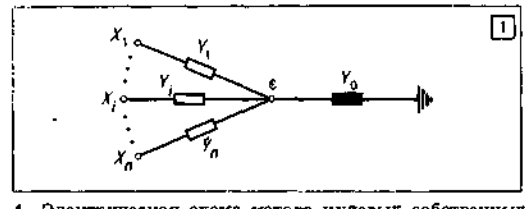
НУЛЕВЫХ СОБСТВЕННЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ УЗЛОВ МЕТОД — метод моделирования уравнений вида

$$a_1x_1 + \cdots + a_nx_n = 0 \qquad (1)$$

при помощи электрических цепей. Напр., схема, приведенная на рис. 1, по методу узловых напряжений описывается ур-нием

$$Y_1x_1 + Y_2x_2 + \cdots + Y_nx_n - (Y_0 + Y_1 + \cdots + Y_n)\varepsilon = 0.$$

При равенстве нулю собственной проводимости узла ε получим ур-ние, подобное (1). Способы выполнения ограничения $Y_0 + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n = 0$ могут быть различными. Для цепей переменного тока (x_i — комплексные амплитуды синусоидальных напряжений фиксированной частоты ω, а Y_i — комплексные проводимости емкости или индук-

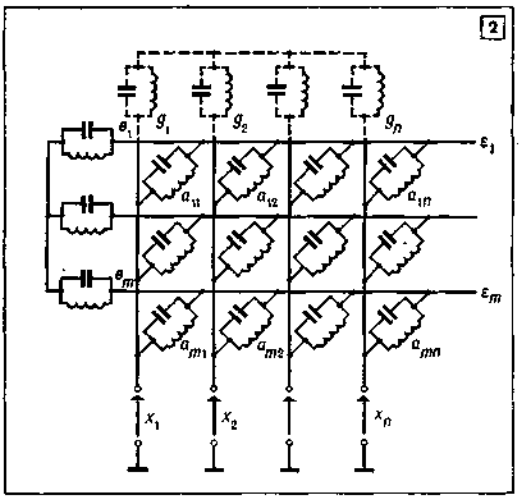


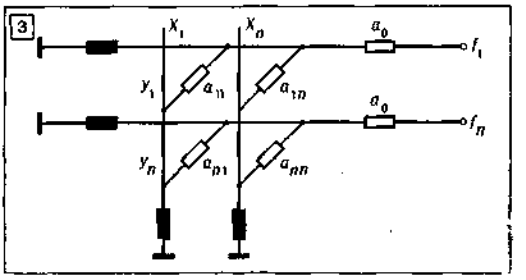
1. Электрическая схема метода нулевых собственных проводимостей.

тивности) в силу того, что комплексные проводимости емкости и индуктивности имеют противоположные знаки, возможно построение моделей ур-ний вида (1) посредством неуравновешиваемых электр. цепей. Собственная проводимость узла в этом случае сводится к нулю

подбором проводимости $Y_0 = -(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n)$. В общем случае может быть сконструирован пассивный многополюсник, состоящий из настроенных подобным образом цепей, для моделирования любых линейных алгебр. объектов. Важным достоинством таких цепей является обратимость. В теории *квазианалогового моделирования* модели, построенные подобным образом, получили наименование лямбда-аналоговых.

Точность воспроизведения матем. операций вида (1) зависит от добротности емкостей и ин-





2. Схема лямбда-аналоговой модели системы алгебраических уравнений.
3. Схема дзета-аналоговой модели системы алгебраических уравнений.

дуктивностей, из которых состоит многополюсник. Но т. к. добротность емкостей часто выше, чем добротность индуктивностей, то можно утверждать, что точность моделирования в основном определяется добротностью индуктивностей. Можно приближенно считать, что погрешность обратно пропорциональна квадрату добротности. Для того, чтобы лямбда-аналоговые модели были более точными, необходимо, чтобы собственные проводимости были нулевыми во всех узлах, где получаются требуемые (x_i) и вспомогательные (ε_i) напряжения. Нулевые значения собственных проводимостей узлов x_i достигаются с помощью добавочных проводимостей $g_1, \ldots, g_n$ (на рис. 2 обозначены пунктиром). Наряду с моделями, которые питаются несимметричным синусоидальным напряжением, можно построить модели, питаемые симметричным напряжением (с заземленной средней точкой). Изменение знака в них удобно достигается перекрещиванием проводников. Такие модели называют иногда моделями на основе резонансных решающих четырехполюсников. Решающими элементами схем могут быть не только обычные индуктивности и емкости, но и отрезки длинных линий, если применить для питания цепи источники достаточно высокой частоты.

Для цепей постоянного тока (x_i — постоянные напряжения, а Y_i — резисторы) возможно построение моделей ур-ний вида (1) с применением активных элементов. Если в качестве Y_0 применить квазиотрицательные резисторы, получим схемы моделей, известных в теории квазианалогового моделирования как дзета-аналоговые модели (рис. 3). Зачерненными двухполюсниками в схеме дзета-аналога условно обозначены квазиотрицательные резисторы. Подобные схемы относятся к уравновешиваемым моделям (см. *Уравновешивания методы*). Практическая реализация уравновешивания схем с нулевыми собственными проводимостями возможна с применением управляемых источников тока (напряжения), *усилителей операционных*, инверторов импеданса или ротаторов. Н. с. п. у. м., являясь весьма удобным для моделирования алгебр. ур-ний, не пригоден для моделирования дифф. ур-ний. Но в сочетании с *потенциально-нулевых точек методом* это возможно, что и реализовано в машине «Аналак», разработанной во Франции. Все же, используя лишь Н. с. п. у. м., можно построить модели для приближенного решения систем обыкновенных дифф. ур-ний (напр., применив метод конечных разностей или точечное исчисление), для решения краевых задач и для дифф. ур-ний в частных производных. В этом случае свойства, присущие обратимым моделям, позволяют легко моделировать граничные условия и накладывать их на искомые ф-ции.

Лит.: Борковский Б. А. Теория квазианалоговых интегрирующих математических машин, основанных на моделировании алгебраических операторов с помощью индуктивностей и емкостей. В кн.: Вопросы теории и применения математического моделирования. М., 1965; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Юффлер Г. Ж. Новый тип универсальной вычислительной машины. В кн.: Труды I Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению. т. 3. М., 1961. *В. К. Белик.*

НУЛЬ-ОРГАН, сравнивающее устройство, компаратор — устройство для сравнения аналоговых сигналов по величине. Название заимствовано из измерительной техники. Обычно из двух сравниваемых сигналов один является неизвестным $A(t)$, а другой — известный эталонный или опорный сигнал $A_{эт}$. Наибольшее использование в устройствах автоматики, цифровых измери-

тельных приборах и аналого-цифровых преобразователях получили Н.-о., работа которых описывается одним из двух соотношений:

$$\operatorname{sign}(A(t) - A_{эт}) = \begin{cases} 1, \text{ при } A(t) - A_{эт} > 0; \\ 0, \text{ при } A(t) - A_{эт} \leqslant 0; \end{cases}$$

или

$$\operatorname{sign}(A(t) - A_{эт}) = \begin{cases} 1, \text{ при } A(t) - A_{эт} > 0; \\ 0, \text{ при } A(t) - A_{эт} = 0; \\ -1, \text{ при } A(t) - A_{эт} < 0. \end{cases}$$

трудно. Поэтому, в зависимости от конкретных условий, любой из параметров может быть улучшен за счет допустимого ухудшения двух других. Для некоторых типов Н.-о. важным параметром является также способность к восприятию перегрузок, которая характеризуется быстротой восстановления Н.-о. чувствительности после воздействия разностного сигнала, величина которого многократно превышает порог его чувствительности. На рис. дана схема Н.-о. для сравнения входных сигналов в диапазоне от 0 до 2,5 *в* с устройством

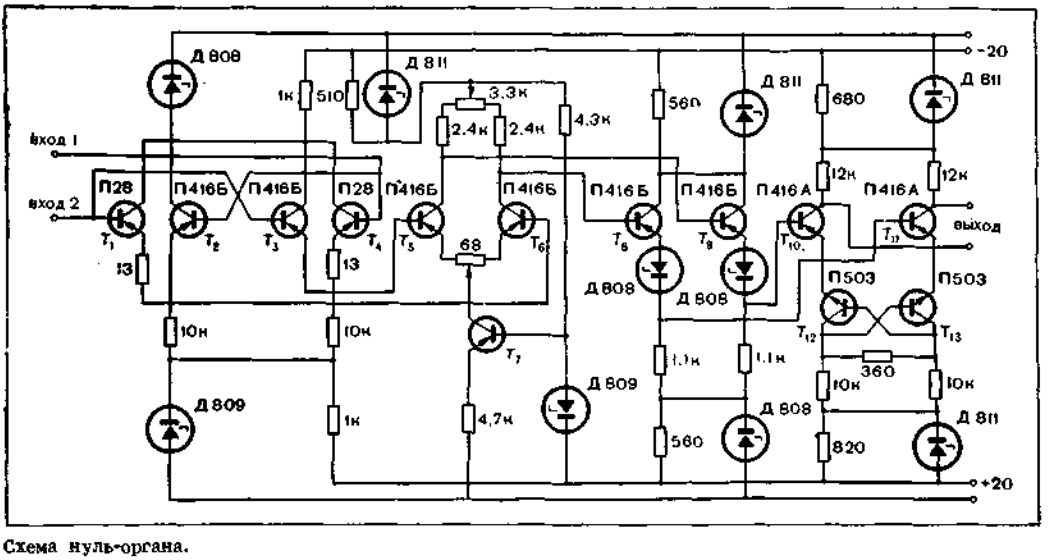


Схема нуль-органа.

В первом случае Н.-о. определяет лишь знак разности между сравниваемыми сигналами, т. е. указывает, какой из двух сигналов больше, но не обнаруживает их равенства, во втором — способен фиксировать и равенство между ними. Многочисленные разновидности схем Н.-о. различают по принципу действия и по используемым в них физическим явлениям. Так, к генераторным Н.-о. относятся диодно-регенеративные (балансного и небалансного типа) и Н.-о. с различными релаксационными устройствами. В момент срабатывания в их выходной цепи возникает колебательный процесс. В пороговых Н.-о. используются элементы с двумя или большим числом устойчивых состояний. В зависимости от величины разности между сравниваемыми сигналами Н.-о. переходит в то или иное, всегда определенное для данной разности, устойчивое состояние. Усилительные Н.-о. строятся на усилителях постоянного тока с модуляцией и демодуляцией разностного сигнала или на дифференциальных усилительных каскадах. В этих Н.-о. выходным сигналом является усиленный разностный сигнал.

Осн. требования к характеристикам Н.-о. — высокие чувствительность, быстродействие и входное сопротивление — совместить весьма ограничения разностного сигнала (транзисторы T_1 — T_4), дифференциальным сравнивающим каскадом (T_5 — T_7), развязывающими по нагрузке каскадами эмиттерных повторителей (T_8 — T_9) и выходным пороговым устройством (T_{10} — T_{13}). Н.-о. обладает порогом чувствительности не ниже 0,1 *мв* при частоте сравнения 1 *Мгц* и входном сопротивлении не менее 100 *ком*.

Лит.: Дроздов Е. А., Пятибратов А. П. Автоматическое преобразование и кодирование информации. М., 1964 [библиогр. с. 539—541]; Кондалев А. И. Преобразователи формы информации. К., 1965 [библиогр. с. 174—175]. *А. И. Кондалев.*

НУМЕРА́ЦИЙ ТЕО́РИЯ — раздел теории алгоритмов, осн. задачей которого является изучение путей и возможностей использования результатов теории частично-рекурсивных функций для нечисловых объектов, выяснение особенностей такого использования. Результаты Н. т. могут иметь большое методологическое значение для выяснения некоторых трудностей, возникающих при эксплуатации современных вычислительных машин. В частности, различные способы программирования можно рассматривать как различные нумерации, и, т. о., проблема трансляции по существу является проблемой *сводимости* этих нумераций.

Осв. понятиями Н. т. являются понятия нумерованного мн-ва и морфизма нумерованных множеств. Если S не более чем счетное мн-во, N — мн-во натуральных чисел, то всякое отображение ν мн-ва N на S наз. нумерацией мн-ва S. Пара $\gamma = (S, \nu)$, где ν — нумерация мн-ва S наз. нумерованным мн-вом. Морфизмом из нумерованного мн-ва $\gamma_0 = (S_0, \nu_0)$ в нумерованное мн-во $\gamma_1 = (S_1, \nu_1)$ наз. всякое отображение μ из S_0 в S_1, для которого существует одноместная общерекурсивная функция f такая, что для всех $n \in N$ $\mu\nu_0(n) = \nu_1 f(n)$. В частном случае, когда $S_0 = S_1$, а μ — тождественное отображение, говорят о сводимости нумерации ν_0 к нумерации ν_1 ($\nu_0 \leqslant \nu_1$).

Иногда рассматривают более широкое понятие нумерованного мн-ва, а именно: нумерация ν отображает не все мн-во натуральных чисел N на S, а некоторое его подмн-во. Во многих важных случаях (вычислимые нумерации, нумерации конечно порожденных алгебр и др.) такое расширение понятия оказывается ненужным, т. к. легко сводится к исходному определению. Некоторая трудность возникает при определении сводимости таких нумераций (возможны несколько естественных, но не эквивалентных определений). Из исследований, в которых именно такое понятие нумерации существенно важно, следует указать работы по различным иерархиям в *алгоритмов теории*, где используют такие нумерации ординалов и исследования по эффективным операциям.

Результаты, полученные в Н. т., разбиваются на три раздела: общая Н. т., вычислимые нумерации, нумерованные алгебры и модели.

Осн. задачей общей Н. т. является выработка и изучение осн. понятий и методов Н. т. Одним из наиболее важных понятий является понятие полно нумерованного мн-ва. Это понятие позволило с единой точки зрения осознать такие важные в теории *рекурсивных функций* результаты, как теорема Майхилла о креативных мн-вах и теорема Роджерса об изоморфизме гёделевских нумераций частично-рекурсивных ф-ций. С каждым нумерованным мн-вом $\gamma = (S, \nu)$ связывается частично-упорядоченное мн-во $L(\gamma)$ классов эквивалентных нумераций, сводящихся к ν, точнее: элементами мн-ва $L(\gamma)$ являются следующие семейства нумераций мн-ва S: если $\nu' \leqslant \nu$, то $[\nu'] = \{\bar{\nu} \mid \bar{\nu}$ — нумерация мн-ва S, $\bar{\nu} \leqslant \nu'$ и $\nu' \leqslant \bar{\nu}\} \in L(\gamma)$. Отношение частичного порядка на $L(\gamma)$ задается так: $[\nu'] \leqslant [\nu_2]$ для $[\nu_1]$, $[\nu_2] \in L(\gamma)$ тогда и только тогда, когда $\nu_1 \leqslant \nu_2$. Оказывается, что $L(\gamma)$ является верхней полурешеткой, т. е. любые два элемента из $L(\gamma)$ имеют точную верхнюю грань; $[\nu]$ есть наибольший элемент $L(\gamma)$. Полурешетка $L(\gamma)$ интересна как некоторая характеристика «сложности» нумерованного мн-ва γ. Определяется и изучается ряд других структур, связанных с самим нумерованным мн-вом и со всем классом (категорией) нумерованных множеств.

Наиболее разработанным разделом Н. т. является раздел вычислимые нумерации. Осн. объектом изучения служат классы рекурсивно-перечислимых множеств или частично-рекурсивных функций, снабженных вычислимой нумерацией. Определим понятие вычислимой нумерации для семейства $R = \{R\}$ рекурсивно-перечислимых множеств. Пусть $\nu : N \to R$ — нумерация, тогда ν — вычислима, если мн-во пар $\{\langle x, y \rangle \mid y \in \nu(x)\}$ рекурсивно-перечислимо. Если ν — такая вычислимая нумерация семейства R, что любая другая вычислимая нумерация R сводится к ν, то ν наз. главной вычислимой нумерацией R. Этот раздел рассматривает вопросы существования у тех или иных семейств различного рода специальных нумераций (однозначных, позитивных, главных и т. п.), изучает полурешетки $L(\gamma)$ для конкретных важных нумерованных множеств. Изучение последних тесно связано с исследованиями m-степеней. Например, если R состоит из двух множеств — пустого и одноэлементного, а ν: $N \to R$ — главная вычислимая нумерация, то полурешетка $L((R, \nu))$ изоморфна полурешетке рекурсивно-перечислимых m-степеней. Сложность строения $L(\gamma)$ для главных вычислимых нумераций семейства рекурсивно-перечислимых множеств является характеристикой сложности этого семейства в целом, в отличие от др. характеристик сложности, которые изучаются в теории алгоритмов и характеризуют только сложность отдельно взятого мн-ва (функции).

Раздел нумерованные алгебры и модели может быть отнесен к применениям Н. т. Осн. объектом изучения служат алгебраические системы (алгебры, модели), снабженные нумерациями. Классические алгоритмические проблемы алгебры находят естественную формулировку на языке нумерованных алгебр. Другие естественные проблемы этого раздела: существование и единственность нумерации алгебры с заданными свойствами, возможность распространения нумерации R подалгебры на всю алгебру, нумерации подалгебр и многие другие.

Понятие нумерации впервые было использовано К. Гёделем при доказательстве знаменитых теорем о неполноте (см. *Гёделя теоремы о неполноте*). По предложению А. Н. Колмогорова было начато систематическое изучение нумерованных множеств. Много сделал для систематизации понятий Н. т. А. И. Мальцев, которому принадлежит, в частности, понятие полно нумерованного мн-ва.

Лит.: Успенский В. А. Лекции о вычислимых функциях. М., 1960 [библиогр. с. 476—481]; Мальцев А. И. Конструктивные алгебры. I. «Успехи математических наук», 1961, т. 16, в. 3; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [библиогр. с. 375—381]; Ершов Ю. Л. Теория нумераций. ч. 1—2. Новосибирск, 1969—73.

Ю. Л. Ершов.

НЬЮТОНА ОБОБЩЁННЫЙ МЕ́ТОД — один из *оптимизации методов.*

НЬЮТОНА ФО́РМУЛЫ ИНТЕРПОЛИ́РОВАНИЯ — см. *Интерполирование функций.*

ОБЛАСТЬ УПРАВЛЕНИЯ — множество значений, которые могут принимать координаты, определяющие состояние того или иного управляемого объекта (см. *Допустимое управление*).

ОБЛЕГЧЁННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ — способ резервирования элементов, при котором резервные элементы находятся в частично нагруженном состоянии и обладают меньшей интенсивностью отказов, чем основные элементы. О. р. используется в радиоэлектронной аппаратуре. Предельными случаями О. р. являются *нагруженное резервирование* и *ненагруженное резервирование*. При исследовании систем с О. р. обычно предполагают, что вероятность отказа за время dt для основного элемента равна $\lambda\, dt$, а для резервного $\lambda_1\, dt$, где $\lambda_1 < \lambda$. Пусть система состоит из n основных и m резервных элементов. Если отказавшие элементы не восстанавливаются, то среднее время до отказа системы, характеризующейся наличием $m+1$ отказавших элементов,

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda n} + \frac{1}{\lambda n + \lambda_1} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n + \lambda_1 m}.$$

Если отказавшие элементы восстанавливаются, причем имеется r операторов, каждый из которых восстанавливает один элемент за случайное время с плотностью $\mu e^{-\mu t}$, $t > 0$, то стационарная *вероятность* безотказной работы системы равна $(\theta_0 + \cdots + \theta_m)/(\theta_0 + \cdots + \theta_{n+m})$, где $\theta_j = (\lambda_0 \ldots \lambda_{j-1})/(\mu_1 + \cdots + \mu_j)$, $\lambda_j = n\lambda + (m-j)\lambda_1$ при $j \leqslant m$, $\lambda_j = (n+m-j)\lambda$ при $j > m$, $\mu_j = j\mu$ при $j \leqslant r$, $\mu_j = r\mu$ при $j > r$. Последняя формула в случае $r \geqslant n+m$ выполняется также при произвольном распределении времени восстановления элемента, если среднее время восстановления равно $1/\mu$. *Математическое ожидание* длины интервала между отказами такой системы равно $(\theta_0 + \theta_1 + \cdots + \theta_{n+m})/(\lambda n \theta_m)$. При $\frac{\lambda}{\mu} \to 0$ распределение этого интервала при соответствующем изменении масштаба времени сходится к экспоненциальному распределению. *И. Н. Коваленко.*

ОБОБЩЁННЫЕ ФУНКЦИИ — линейные непрерывные функционалы, определенные в пространстве K всех вещественных функций $\varphi(x)$, имеющих непрерывные производные всех порядков и обращающихся в нуль вне некоторой ограниченной области (своей для каждой из ф-ций $\varphi(x)$). Пространство K является линейным и называется основным, а принадлежащие ему ф-ции основными. Рассматривают также простр. комплексных ф-ций $\varphi(x)$, удовлетворяющих указанным условиям; в этом случае линейные непрерывные функционалы (см. *Оператор*), принимающие, возможно, и комплексные значения, наз. комплексными О. ф. О. ф. можно рассматривать как функционалы и в других основных простр. Каждая обычная ф-ция $f(x)$, абсолютно интегрируемая в любой конечной n-мерной области простр. R_n (локально-интегрируемая ф-ция), является обобщенной, т. к. она определяет функционал

$$(f, \varphi) = \int_{R_n} f(x)\, \varphi(x)\, dx.$$

Задаваемые такими ф-лами О. ф. наз. регулярными, а все остальные — сингулярными. Регулярная О. ф. f, действующая по ф-ле $(f, \varphi) = C \int_{R_n} \varphi(x)\, dx = \int_{R_n} C\varphi(x)\, dx$, наз. постоянной C.

Поскольку обычные локально-интегрируемые ф-ции являются частью всей совокупности О. ф., то и для О. ф. иногда сохраняют обозначение $f(x)$, однако тогда уже нельзя говорить о значениях О. ф. в отдельных точках. Кроме того, вместо (f, φ) иногда пишут $\int_{R_n} f(x)\, \varphi(x)\, dx$, хотя с точки зрения обычного анализа такая запись, вообще говоря, не имеет смысла.

К О. ф. относится, напр., *дельта-функция* $\delta(x)$ — функционал, который ф-ции $\varphi(x)$ ставит в соответствие число $\varphi(0)$. Т. о., $(\delta(x), \varphi(x)) = \varphi(0)$. Часто встречается также «сдвинутая» дельта-ф-ция — функционал $\delta(x - x_0)$, определяемый равенством $(\delta(x - x_0), \varphi(x)) = \varphi(x_0)$. Построены также О. ф., отвечающие широкому классу ф-ций $f(x)$, имеющих в отдельных точках неинтегрируемые особенности, и совпадающие с $f(x)$ во всех точках их локальной интегрируемости.

О. ф. обладают рядом свойств, которых нет у обычных ф-ций. Напр., всякая О. ф. имеет производные всех порядков, которые также являются О. ф.

О. ф. получили широкое распространение в различных разделах математики. В нестрогой форме О. ф. применяли физики уже давно. Впервые в явной (и теперь общепринятой форме) О. ф. ввел сов. математик С. Л. Соболев в 1936.

Лит.: Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними, в. 1. М., 1958 [библиогр. с. 431—432]. *А. И. Березовский.*

ОБОБЩЁННЫХ ГРАДИЕНТОВ МЕТОД — метод минимизации выпуклых функций, не требующий для своей реализации непрерывности градиента минимизируемой функции. Пусть $f(x)$ — выпуклая ф-ция, определенная в эвклидовом n-мерном простр. E^n (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе). Вектор $g(x_0) \in E^n$ наз. обобщенным градиентом (субградиен-

том) $f(x)$ в точке x_0, если он при всех $x \in E^n$ удовлетворяет неравенству: $f(x) - f(x_0) \geqslant (g(x_0), x - x_0)$. В тех точках, где $f(x)$ дифференцируема (как известно, выпуклая ф-ция почти везде дифференцируема), обобщенный градиент определяется однозначно и совпадает с градиентом в этой точке. В остальных точках обобщенные градиенты определяются неоднозначно и образуют ограниченное замкнутое *выпуклое множество*.

О. г. м. наз. процедура вычисления последовательности $\{x\}_{k=1}^{\infty}$ по ф-лам следующего вида:

$$x_{k+1} = x_k - h_k(x_k)\, g(x_k),$$

где $g(x_k)$ — один из обобщенных градиентов в точке x_k, x_0 — заданное начальное приближение, $h_k(x_k) > 0$. Пусть $f(x)$ достигает своего миним. значения m^* на некотором ограниченном мн-ве S^*. Тогда справедливы следующие утверждения:

а) если

$$h_k(x_k) = \frac{a_k}{\|g(x_k)\|};$$

$$a_k > 0; \quad \lim_{k\to\infty} a_k = 0; \quad \sum_{k=0}^{\infty} a_k = \infty,$$

то $\lim\limits_{k\to\infty} f(x_k) = m^*$; $\lim\limits_{k\to\infty} \min\limits_{x\in S^*} \|x_k - x\| = 0$;

б) если

$$h_k(x_k) = h_k; \quad \|g(x_k)\| \leqslant c;$$

$$c > 0; \quad h_k > 0; \quad k = 0, 1, \ldots;$$

$$\lim_{k\to\infty} h_k = 0; \quad \sum_{k=0}^{\infty} h_k = \infty,$$

то $\lim\limits_{k\to\infty} f(x_k) = m^*$ $\lim\limits_{k\to\infty} \min\limits_{x\in S^*} \|x_k - x\| = 0$;

в) если существует

$$\varphi, \quad \frac{\pi}{4} \leqslant \varphi < \frac{\pi}{2}$$

такое, что для $x \in E^n$

$$(g(x), x - x^*(x)) \geqslant \cos\varphi \|g(x)\| \|x - x^*(x)\|,$$

где $x^*(x) \in S^*$ и такое, что

$$\min_{y\in S^*} \|x - y\| = \|x - x^*(x)\|,$$

$$h_k = \frac{a_k}{\|g(x_k)\|}; \quad a_0 \geqslant \|x_0 - x^*(x)\| \cos\varphi,$$

$$a_{k+1} = a_k \cdot \sin\varphi; \qquad k = 1, 2, \ldots,$$

$$\text{то } \|x_k - x^*(x_k)\| \leqslant \frac{a_k}{\cos\varphi} = \frac{a_k \cdot \sin^k\varphi}{\cos\varphi}.$$

О. г. м. применяется для решения задач минимаксного типа (см. *Минимакс*), для реализации схем декомпозиции в задачах линейного и выпуклого программирования, при использовании метода *штрафных функций*, для решения задач минимизации кусочно-гладких выпуклых ф-ций. Построены ускоренные модификации О. г. м., основанные на использовании операции растяжения простр., а также обобщения О. г. м. на определенные классы невыпуклых почти везде дифференцируемых ф-ций. *Н. З. Шор.*

ОБРАБО́ТКА ДА́ННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ — обработка записей *массива*, при которой *записи* обрабатывают в том порядке, в каком они содержатся в массиве.

ОБРАБО́ТКА ДА́ННЫХ ПРОИЗВО́ЛЬНАЯ — обработка записей *массива*, при которой расположение очередной обрабатываемой *записи* в массиве не зависит от расположения обработанной ранее записи.

ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ В РЕА́ЛЬНОМ МАСШТА́БЕ ВРЕ́МЕНИ—организация работы вычислительной системы (системы реального времени), для которой характерным является то, что вычисления производятся в темпе, обеспечивающем обслуживание некоторого внешнего процесса, независящего от ЦВМ. Необходимость такой обработки возникает при применении ЦВМ в системах контроля и управления технологич. процессами, транспортными средствами, летательными аппаратами и др. Понятие О. и. в р. м. в. применяют и тогда, когда характеризуют систему, работающую в *диалога режиме*.

Моменты синхронизации внеш. процесса с вычислениями определяются внеш. событиями — ситуациями на объекте, контролируемом или управляемом системой, которые требуют реакции (обслуживания) со стороны последней. Необходимая скорость реакции зависит от динамических характеристик объекта или его частей. Информация о внеш. событиях, генерируемая датчиками или другими элементами автоматики, поступает в *систему прерывания ЦВМ*.

Реакцией системы реального времени на внеш. событие является выполнение некоторой ветви программы обслуживания внеш. процесса, возбуждаемой соответствующим сигналом прерывания. Связь ветвей с сигналами прерывания реализуется управляющей программой *операционной системы*. В интервалы времени, когда ЦВМ свободна от обслуживания внеш. процесса, *управляющая программа* обычно организует решение фоновых задач. Время с момента внеш. события до окончания вычислений для соответствующей ветви программы наз. временем ответа системы на данное событие.

В системах реального времени порядок обслуживания программных ветвей центр. *процессором* базируется, как правило, на системе абсолютных *приоритетов*. Рациональное распределение приоритетов на мн-ве допустимых сигналов позволяет достичь оптимального (согласно выбранному критерию) эффективного быстродействия системы реального времени при заданном *быстродействии ЦВМ* и пропускной способности каналов. Более высокие приоритеты присваиваются ветвям, реагирую-

щим на события, требующие срочного обслуживания, и возбуждение их вызывает немедленное приостановление фоновых задач и остальных, менее приоритетных ветвей программы, обслуживающих внеш. процесс. После окончания работы более приоритетной ветви программы работу продолжают выполнять менее приоритетные ветви программы.

При О. и. в р. м. в. предъявляют, как правило, повышенные требования к ЦВМ и управляющей программе, чтобы обеспечить надежность вычислительной системы. Так, ЦВМ должна содержать развитые схемные средства контроля, сигнализирующие о появлении сбоя ЦВМ или отказа в любом устр-ве машины, на основании которых управляющая программа приостанавливает выполнение ветви программы обслуживания внеш. процесса и возбуждает программные тесты для *диагностики неисправностей ЦВМ*.

В некоторых случаях управляющая программа может устранить неисправность автоматически путем включения резервной аппаратуры, в других случаях неисправность устраняет человек. После устранения неисправности (если для этого требовалось мало времени) управляющая программа повторяет выполнение участка приостановленной ветви программы, начиная со специально выбранной точки (точки восстановления). Множество точек восстановления устанавливается таким образом, чтобы обеспечивалось наименьшее ухудшение обслуживания системой внеш. процесса. Возможность восстановления работы системы реального времени в случае сбоев и небольших неисправностей без существенного нарушения обслуживания внеш. процесса характеризуется как повышенная «живучесть» системы. *А. И. Никитин.*

ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ В РЕЖИ́МЕ РАЗДЕЛЕ́НИЯ ВРЕ́МЕНИ — организация вычислительного процесса на цифровой вычислительной машине и вычислительных системах (системах разделения времени), при которой некоторое количество пользователей имеют постоянный и практически одновременный доступ к ЦВМ или вычислительной системе. Как правило, пользователи находятся на значительном расстоянии от ЦВМ и обмен информацией между ними происходит по спец. или обычным *каналам связи*. О. и. в р. р. в. организуется с помощью *управляющих программ*, входящих в состав *операционной системы*. В периоды между обращениями пользователей к системе разделения времени информационные массивы пользователей хранятся во внешней памяти и любая часть массивов может быть вызвана в любое время для обработки.

Реализация О. и. в р. р. в. явилась значительным шагом вперед в развитии *вычислительной техники*, т. к. позволила в некотором смысле приблизить вычислительные средства к рабочему месту ученого или инженера — пользователей ЦВМ. О. и. в р. р. в. является осн. формой организации процесса обработки данных в *автоматизированных системах управления*.

Осн. принцип, позволяющий организовать практически одновременное обслуживание системой многих пользователей, заключается в том, что ввиду высокого быстродействия центр. *процессора* время его делится между пользователями соответственно выбранной дисциплине обслуживания, поэтому у каждого из пользователей создается впечатление единоличного контакта с ЦВМ. Аналогично делится время и на других устройствах ЦВМ.

Простейшей дисциплиной обслуживания задач на устройствах ЦВМ, работающей в *режиме разделения времени*, является циклическая дисциплина, при которой для обслуживания каждой из задач (заявок) периодически выделяется квант времени Δt. Если в течение этого времени обслуживание задачи на данном тех. устройстве полностью завершено, то задача поступает для дальнейшей обработки на других устройствах или (если задача полностью решена) результат ее решения выдается потребителю. Если же за время Δt обслуживание задачи не закончено, то она вновь возвращается в очередь заявок, которые ожидают обслуживания. В зависимости от того, как формируется очередь из потока новых и отложенных заявок, можно выделить две частных разновидности (модели) этой дисциплины обслуживания: модель A, при которой через каждый временно́й интервал Δt в очередь сначала ставятся недообслуженные заявки, а затем к ним добавляются новые заявки, которые поступили за время на вход системы; модель $Б$, при которой сначала в очередь ставятся новые заявки, поступившие за время Δt, затем заявки, которые требуют дообслуживания.

Анализ этих разновидностей циклической дисциплины можно провести аналитически, предполагая, что на входе системы имеется стационарный поток со средней плотностью λ заявок в единицу времени и что длина заявки, т. е. количество проходов задачи через блок при величине кванта Δt, распределена как $S_n = \sigma^{n-1}(1-\sigma)$. Здесь S_n — вероятность того, что время обслуживания заявки равно $n\Delta t$ и $\sigma < 1$ можно трактовать как вероятность того, что заявка остается в системе обслуживания после первого выделенного ей кванта.

Для модели A *математическое ожидание* длины очереди $L(A) = \dfrac{\lambda\Delta t \cdot \sigma}{(1-\sigma)}$, а матем. ожидание времени пребывания в системе заявок

$$T_n = \frac{n\Delta t}{1-\rho} - \frac{\lambda(\Delta t)^2}{1-\rho} \times$$

$$\times \left[1 + \frac{(1-\sigma\cdot\alpha)(1-\alpha^{n-1})}{(1-\sigma)^2(1-\rho)}\right],$$

где $\rho = \dfrac{\lambda\Delta t}{1-\sigma}$, а $\alpha = \sigma + \lambda\Delta t$.

Для модели *Б* соответственно

$$L(Б) = \frac{\rho}{1-\rho}(1-\lambda\Delta t)$$

и

$$T_n = \frac{n\Delta t}{1-\rho} - \rho\Delta t - \frac{\lambda(\Delta t)^2}{1-\rho} \times$$

$$\times \rho\left[1 + \frac{(1-\sigma\alpha)(1-\alpha^{n-1})}{(1-\sigma)^2(1-\rho)}\right].$$

Для систем, которые работают в соответствии с моделями *А* и *Б* короткие заявки в среднем обслуживаются быстрее, чем в системе с естественной очередью: «первый пришел — первый обслуживается до конца», а большие заявки обслуживаются медленнее. На практике реализуют значительно более сложные дисциплины обслуживания, анализ которых, как правило, проводится с помощью дискретного моделирования на ЦВМ. О. и. в р. р. в. является одной из наиболее перспективных форм организации вычисл. процесса на ЦВМ. См. также *Вычислительных работ методы организации*.

Лит.: Coffman E. G. Studying multiprogramming systems. «Datamation», 1967, v. 13, № 6.

Д. А. Поспелов.

ОБРАБОТКИ ДАННЫХ СИСТЕМА — комплекс технических и программных средств для решения задач *автоматической обработки данных*. Осн. ф-циями О. д. с. являются сбор, накопление и хранение больших объемов информации и обработка ее. Ядро вычислительных средств системы составляет, обычно, универсальная *цифровая вычислительная машина* высокой производительности.

Комплекс устр-в сбора и выдачи информации осуществляет связь и общение между О. д. с. и внешней средой — людьми-пользователями, технологич. процессами, другими О. д. с. и т. п. Многообразием видов внешней среды определяются способы представления и методы кодирования информации, поэтому работой комплекса сбора и выдачи информации управляет довольно сложная аппаратура, а в некоторых системах — *специализированная вычислительная машина*. При значительном удалении абонентов О. д. с. от вычислительных машин информация принимается и выдается по телеграфным, телефонным, а также широкополосным (типа телевизионных) *каналам связи*; в других случаях — с перфокарт, перфолент и печатных документов. Комплекс сбора и выдачи информационно связан с внеш. запоминающими устройствами системы, управление которыми также обычно выполняется специализированным устр-вом, распределяющим потоки данных и каналы памяти в соответствии с *приоритетом* источников заявок (Илл. см. между с. 96—97).

Вычисл. комплексы О. д. с. существенно отличаются по структуре и составу в зависимости от назначения системы, принципов ее построения и т. д. В больших О. д. с. комплекс состоит из нескольких вычисл. машин, работающих согласованно (многомашинный комплекс). Различные процессы переработки информации предъявляют существенно различные требования к техническим и матем. средствам. Это обстоятельство вызывает распространение комплексов, состоящих из машин, ориентированных на реализацию различных процессов переработки информации: собственно вычислений, подготовки массивов, сбора информации, *автоматизации программирования*, координации и контроля вычислительного процесса в системе. Специализация машин комплекса и разделение между ними ф-ций по обработке информации позволяет достигнуть высокой эффективности работы системы (см. *Вычислительных центров сети, Комплексирование машин*).

Важное и зачастую определяющее значение для эффективности функционирования О. д. с. имеет ее матем. обеспечение (см. *Математическое обеспечение ЦВМ*). Особую роль в О. д. с. играет библиотека массивов, составляющая ядро информационного обеспечения системы и объединяющая в информационном плане решаемые системой задачи.

Лит.: Глушков В. М. Перспективы использования автоматизированных систем управления в народном хозяйстве. «Механизация и автоматизация управления», 1967, № 2; Вычислительные системы, в. 23. Новосибирск, 1966; Вычислительная система IBM/360. Пер. с англ. М., 1969.

ОБРАЗ, или распознаваемый класс, в кибернетике — совокупность входных сигналов, имеющих некоторые общие свойства. *Распознающая система* должна реагировать на все сигналы этой совокупности одинаковыми ответами. См. также *Распознавание образов*.

ОБРАТИМОСТИ ПРИНЦИП — правило, устанавливающее условия, при которых в физической системе возможно получение процесса, обратного данному. О. п. тесно связан с принципом взаимности для динамических систем, суть которого в случае электр. цепей заключается в следующем: для любой сколь угодно сложной пассивной электр. цепи, содержащей сопротивления, индуктивности, емкости и взаимные индуктивности, эдс *E*, действуя в произвольной ветви «*a*», вызывает в другой ветви «*b*» ток *I*, одинаковый с током ветви «*a*», вызванным той же эдс, включенной в ветви «*b*». Для целого класса динамических объектов понятия обратимости и взаимности совпадают. О. п. в *электронном моделировании* — правило, устанавливающее условия, при которых в электр. модели возможна переработка информации в противоположных направлениях без изменения структуры модели. Обычный *усилитель операционный* — пример необратимого устройства: входное напряжение преобразуется в выходное по закону, определяемому характером *обратных связей*, но выходное напряжение *усилителя* не может быть задано в качестве известной величины. Для обратимых устройств любая величина может выступать в качестве известной (задаваемой) или неизвестной (получаемой), а матем. операцию естественнее записывать в неявной форме. О. п. устанавливает следующие обязательные условия при синтезе обратимых

устройств: 1) полюса *машинных переменных* должны быть топологически равноправны; 2) ни одна из машинных переменных не должна получаться как напряжение источника с нулевым внутр. сопротивлением; 3) при любом непротиворечивом задании ряда машинных переменных должен существовать путь передачи энергии для формирования неизвестных (получаемых) переменных.

Лит.: Милях А. Н., Шидловский А. К. Принцип взаимности и обратимость явлений в электротехнике. К., 1967 [библиогр. с. 307—314]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564].

В. В. Васильев.

ОБРАТИ́МЫЕ ЭЛЕМЕ́НТЫ И МОДЕ́ЛИ — устройства для моделирования математических зависимостей, все внешние полюсы которых являются равноправными (т. е. на каждом из них напряжения можно и задавать и получать). О. э. и м. относятся к классу *квазианалоговых моделей*. Применение обратимых и необратимых решающих устр-в расширяет возможности *аналоговых вычислительных машин*. Принципиальная схема обратимого операционного усилителя приведена на рис. 1. На этой схеме У — *усилитель отрабатывающий*; 1, ..., n—основные (решающие) двухполюсники, внутр. структура и характер элементов которых зависят от моделируемых матем. связей между переменными $x_1, \ldots, x_n$; $\bar{1}, \ldots, \bar{n}$ — вспомогательные двухполюсники, соединяющие выход *усилителя* с внеш. полюсами $1^0, \ldots, n^0$ цепи, ε и Φ — напряжения на входе и выходе усилителя (K— его коэфф. усиления) и $\Phi = K\varepsilon$; I — ток на выходе усилителя. Схема обладает свойством обратимости относительно полюсов $1^0, \ldots, n^0$. Если на любых $n - 1$ полюсах задать какие-то напряжения, то на оставшемся свободном полюсе получается напряжение, зависящее только от внутр. структуры и характера элементов осн. двухполюсников. Усилитель при этом должен обеспечивать отработку достаточно малого напряжения ε на своем входе. Состояние цепи при нулевых начальных условиях описывается следующими ур-ниями:

$$Y_1x_1 + \cdots + Y_nx_n = (Y_1 + \cdots + Y_n)\,\varepsilon(p),$$

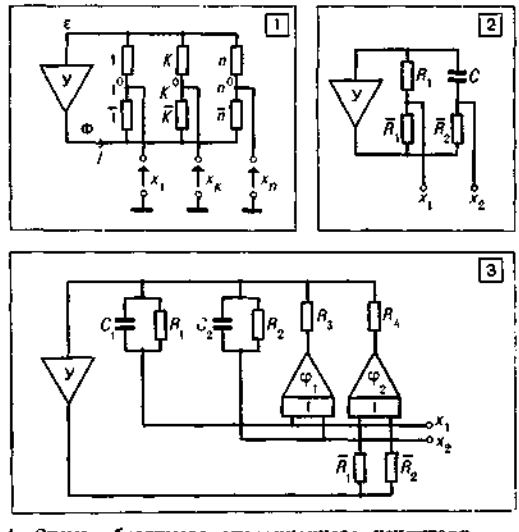
$$\left.\begin{aligned} I_1 &= Y_1(x_1 - \varepsilon(p)) + \bar{Y}_1(x_1 - \Phi(p)) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ I_n &= Y_n(x_n - \varepsilon(p)) + \bar{Y}_n(x_n - \Phi(p)) \end{aligned}\right\},$$

$$I = -\sum_{i=1}^{n} I_i = -(\bar{Y}_1x_1 + \cdots + \bar{Y}_nx_n) + (\bar{Y}_1 + \cdots + \bar{Y}_n)\,\Phi(p),$$

$$\Phi(p) = -K\varepsilon(p),$$

где Y_i — операторные проводимости осн. двухполюсников; $\bar{Y}_i$ — то же для вспомогательных двухполюсников; I_i, x_i — операторные изображения токов и напряжений внеш. полюсов.

При достаточно большом коэфф. усиления K напряжение ε будет практически нулевым. В этом случае можно написать ур-ние $Y_1x_1 + \ldots + Y_nx_n = 0$, определяющее связи между операторными напряжениями внеш. полюсов и проводимостями осн. двухполюсников. Это ур-ние наз. осн. ур-нием обратимого усилителя. Проводимости $\bar{Y}_i$ вспомогательных двухполюсников не входят в это ур-ние. Осн. назначение их — обеспечивать свойства обратимости цепи. Поэтому их можно выбирать в виде простых омических проводимостей. Необходимо, однако, иметь в виду, что характер



1. Схема обратимого операционного усилителя.
2. Схема обратимого интегро-дифференциатора.
3. Схема обратимого нелинейного преобразователя.

и величины проводимостей $\bar{Y}_i$ влияют на устойчивость работы цепи.

Рассмотрим некоторые варианты общей схемы обратимого операционного усилителя. Если в общей схеме проводимости основных и вспомогательных двухполюсников заменить омическими $Y_i = a_i$, $\bar{Y}_i = \bar{a}_i$, то получим обратимый сумматор, осн. ур-ние которого имеет вид $a_1x_1 + \ldots + a_nx_n = 0$, причем $\bar{a}_i = sa_i$, $i = 1, \ldots, n$, где s — некоторая постоянная. Для обеспечения устойчивой работы цепи при соединении между собой обратимых устройств, величины проводимостей вспомогательных двухполюсников в схемах инвертора и сумматора необходимо выбирать так, чтобы они были пропорциональны величинам проводимостей осн. двухполюсников. Схема обратимого интегро-дифференциатора приведена на рис. 2. При $R_1C = 1$ ее осн. ур-ния $x_1 + px_2 = 0$ или $x_1 + \dfrac{dx_2}{dt} = 0$.

В зависимости от полюса, на котором задается напряжение, на свободном полюсе будет получаться или интеграл или производная от задаваемой ф-ции времени. Аналогично можно

построить обратимые цепи типа *преобразователей функциональных*. Предположим, требуется построить обратимую цепь для моделирования зависимости $g_1(x_1)\,x_1 + g_2(x_2)\,x_2 = 0$. Если $g_1(x_1)$ и $g_2(x_2)$ неотрицательны, то, трактуя их как нелинейные омические проводимости осн. двухполюсников, можно получить схему, аналогичную обратимому сумматору, при условии, что постоянные проводимости a_1 и a_2 заменяются нелинейными проводимостями $g_1(x_1)$ и $g_2(x_2)$. Так же поступают, если число слагаемых в ур-нии больше двух. В обратимом операционном усилителе вместо осн. двухполюсников можно применять последовательно соединенные необратимые функциональные преобразователи и омические проводимости. Такой способ построения обратимых функциональных преобразователей более универсален. Его легко распространить на цепи для моделирования более сложных матем. зависимостей. Рассмотрим, напр., зависимость вида

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \frac{dx_i}{dt} + b_i x_i + h_i \varphi_i(x_1, \ldots, x_n) = 0,$$

где a_i, b_i, h_i — некоторые постоянные; $x_1, \ldots, x_n$ — моделируемые переменные, причем получаемой может быть любая из них. На рис. 3 приведена схема цепи при $n = 2$. Осн. ур-ние цепи имеет вид

$$C_1 \frac{dx_1}{dt} + \frac{x_1}{R_1} + C_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{x_2}{R_2} + \frac{\varphi_1(x_1, x_2)}{R_3} + \frac{\varphi_2(x_1, x_2)}{R_n} = 0.$$

Рассмотренные обратимые цепи для моделирования матем. операций относятся к уравновешиваемым цепям. Для моделирования операции вида $a_1x_1 + \ldots + a_nx_n$ можно применять неуравновешиваемые цепи переменного тока на трансформаторах или на реактивных элементах типа индуктивностей и емкостей. Если коэфф. трансформации трансформаторов выбрать равными a_k и пренебречь потерями в обмотках и сердечниках, то зависимость между напряжениями на полюсах схемы будет соответствовать заданной. Ур-ние индуктивно-емкостной модели, написанное по методу узловых напряжений, имеет вид

$$-\left(\omega \sum_{k=0}^{n} C_k - \frac{n}{\omega L} - \frac{1}{\omega L_0}\right)\varepsilon + \sum_{k=1}^{n}\left(\omega C_k - \frac{1}{\omega L}\right)x_k = 0,$$

где ε и x_k — амплитуды соответствующих синусоидальных напряжений. Настраивая C_0 и L_0 так, чтобы собственная проводимость узла, напряжение в котором равно ε, была равна нулю, получим ур-ние

$$\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L}\right)x_1 + \cdots + \left(\omega C_n - \frac{1}{\omega L}\right)x_n = 0,$$

подобное заданному. Применяя рассмотренные О. э. и м., можно строить более сложные моделирующие цепи для исследования динамических процессов в различных сооружениях, машинах, автомат. устр-вах и системах. Математически эта задача часто сводится к решению систем обыкновенных дифф. ур-ний. Если необходимо получить решения дифф. ур-ний относительно различных групп переменных, восстанавливать правые части ур-ний по решениям, полученным в результате эксперимента, или осуществлять некоторые другие преобразования систем ур-ний, для целого ряда задач применяют только обратимые устр-ва.

Лит.: Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Моделирующие математические машины с переменной структурой. К., 1970 [библиогр. с. 243—246]. *Г. Е. Пухов, А. Ф. Катков.*

ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ — воздействие результатов функционирования какой-либо системы (объекта) на характер этого функционирования. Осн. идея О. с. заключается в том, чтобы использовать сами отклонения системы (объекта) от определенного состояния для формирования *управляющего воздействия*. Блок-схема системы с О. с. представлена на рис. 1. Здесь О — действительная (реальная) система (объект), О* — другая (реальная или гипотетическая, часто именуемая эталонной) система, определяющая цель управления, Р — устройство (орган) управления, y, y^*, z — операторы, описывающие функционирование соответствующих элементов системы, L — неконтролируемое *возмущающее воздействие*. Состояние y системы О сравнивается тем или иным образом с состоянием y^* системы О*. В результате О испытывает воздействие $z = z(y, y^*)$.

В отличие от *систем управления разомкнутых*, системы управления, использующие О. с. наз. *системами управления замкнутыми*, при этом связь Р с О наз. прямой (цепь I), а связь О с Р — обратной (цепь II). Иными словами, в системах с О. с. можно выделить замкнутую цепь причинно-следственных явлений. Если под действием О. с. первоначальное отклонение состояния y (выходной, управляемой координаты), вызванное возмущающими воздействиями, уменьшается, то говорят, что имеет место отрицательная О. с., в противном случае говорят о положительной О. с. Обычно положительная О. с. приводит к неустойчивой работе системы в целом. В зависимости от вида операторов, производящих z, различают непрерывную и дискретную (эпизодическую), линейную и нелинейную, статическую и динамическую (гибкую) О. с.

О. с. в системах автоматического управления. Принцип О. с. наи-

более полно разработан в *автоматического управления теории*. Уже первые автомат. регуляторы *стабилизации систем* использовали в качестве управляющего воздействия отклонение выходной величины от заданного значения; в *следящих системах* и *системах программного управления* управляющее воздействие формировалось на основе измерения и преобразования *погрешности* рассогласования — разности между заданным значением управляемой координаты и ее текущим значением на выходе системы, т. е. в таких системах $z = z(y^* - y)$. Значительное число систем автомат. управления было создано и создается на основе этой идеи.

Передаточная функция замкнутой одноконтурной системы $W_з(p)$ (рис. 2) с отрицательной О. с. выражается через передаточные функции прямой цепи управляющего устройства (регулятора) $W_у(p)$ и объекта $W_о(p)$ и цепи О. с. $W_{ос}(p)$ следующим образом:

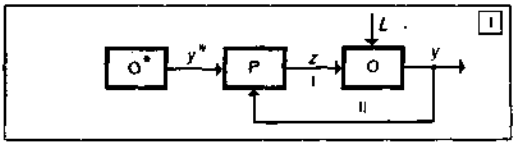
$$W_з(p) = \frac{y(p)}{y^*(p)} = \frac{W_у(p)\,W_{ос}(p)}{1 + W_у(p)\,W_о(p)\,W_{ос}(p)}. \quad (1)$$

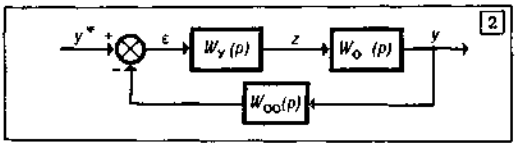
Введение О. с. позволяет усложнить управляющий сигнал в системах. Так, если в разомкнутой системе входная величина y^* является управляющим воздействием, то в замкнутых системах управляющее воздействие z зависит от законов преобразования погрешности $\varepsilon = y^* - y$ системы и для рассмотренного выше случая z определяется как

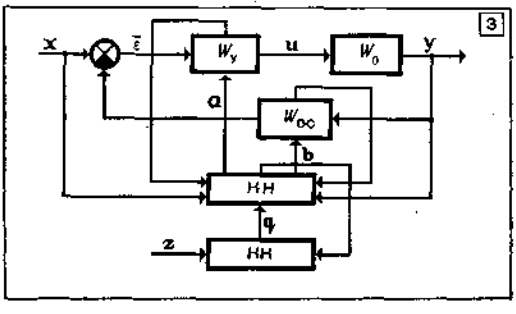
$$z = \frac{W_у(p)}{1 + W_{ос}(p)\,W_у(p)\,W_о(p)}\,y^*(p). \quad (2)$$

В *многоконтурных системах автоматического управления* могут использоваться как местные О. с., охватывающие одно или несколько звеньев, так и общая (главная) О. с., охватывающая всю систему в целом. При управлении многокоординатными объектами (напр., в системах программного управления) используют перекрестные стабилизирующие связи между двумя или несколькими системами управления по отдельным координатам. Сложные многоконтурные цепи О. с. используют для организации систем управления, оптим. по некоторому критерию. Усложнение цепей О. с., связанное с удовлетворением определенному критерию качества управления, часто эквивалентно преобразованию рассогласования, полученного с помощью общей О. с.

О. с. в кибернетических системах. К кибернетическим системам относят системы управления, содержащие несколько различных по уровню иерархии контуров управления, а также системы классификации, распознавания и принятия решений, способные к изменению своей организации в процессе обучения. На рис. 3 представлена трехуровневая *иерархическая система управления*. 1-й уровень (контур) управления строится на использовании непрерывной О. с., преобразовании сигнала в цепи О. с. — $W_{ос}$ и преобразовании сигнала рассогласования — $W_у$. Это уровень непосредственного управления объектом. Конкретные значения параметров **a** передаточной функции $W_у$ и **b** — передаточной функции $W_{ос}$ задает контур настройки (КН). В КН вводятся непрерывно или дискретно значения y (О. с.) и x. По значениям координат объекта и входного сигнала, а так-







1. Блок-схема системы с обратной связью.
2. Блок-схема замкнутой одноконтурной системы с обратной связью.
3. Трехуровневая иерархическая система управления с обратными связями.

же в зависимости от критерия управления **q**, КН вырабатывает и устанавливает в $W_у$ и $W_{ос}$ значения параметров **a** и **b**. Этот уровень иерархии имеет свои специфические О. с. от звеньев $W_у$ и $W_{ос}$ по параметрам **a** и **b**. КН обычно управляет некоторым мн-вом систем управления. 3-й уровень иерархии составляет контур критериев — КК. В зависимости от обстановки, в которой протекает управление (напр., нормальной или аварийной работы объекта, действия *помех*), а также от внешних указаний — z, учитывающих работу смежных систем, или цели оператора, управляющего комплексом систем, КК вырабатывает нужный критерий качества управления из набора критериев **q** и дает сигнал в КН о смене *алгоритма* настройки параметров контура непосредственного управления объектом. Здесь введение векторов y и x связано в основном с целью информировать КК о состоянии выхода и входа системы в некоторые дискретные моменты

времени. О. с., характерная для этого уровня иерархического управления, осуществляется с КН по критерию q. КК управляет некоторым мн-вом контуров настройки. Обычно контур непосредственного управления выполняется на элементах *аналоговых вычислительных машин*, а контур настройки и контур выработки критерия реализуется с помощью ЦВМ.

Важную роль играет О. с. в системах классификации, *распознавания образов* и принятия решений. Положительную О. с. используют при реализации поощрения, напр., в системах типа *персептрона* при самообучении или обучении с помощью учителя. В *системах «человек—машина»* О. с., замыкающуюся через оператора, можно использовать для непосредственной выработки управляющего сигнала, для проверки и выработки критерия управления, а также в качестве информационной связи, позволяющей оператору принять оптим. решение.

О. с. в биологических системах существует от клетки до целостного организма. Обычно она направлена на поддержание постоянного значения выходной величины. Совокупности клеток, образующие органы, обладают способностью к саморегуляции. Так, сердце, напр., имеет спец. автономный нервный регулятор — синусный узел, который управляет последовательным сокращением различных отделов сердца и поддерживает постоянство частоты сокращений сердца. Система управления уровнем сахара в крови решает задачу стабилизации биохимических процессов: распада гликогена тканей с выделением сахара в кровь и синтеза гликогена печенью из свободного сахара в крови. При этом управляющий сигнал, представляющий разность между заданным значением уровня сахара, необходимого для организма в данный момент времени, и текущим значением уровня сахара в крови, вырабатывается за счет отрицательной О. с. Развитый организм обладает большим набором систем регуляции, обеспечивающих относительное постоянство вещественных и энергетических затрат при взаимодействии организма со средой. К параметрам организма, постоянство которых поддерживается в процессе его жизнедеятельности, относятся: температура тела, вес тела, минутный объем крови и дыхания, уровень сахара и гемоглобина и мн. др. Поддержание в нужных пределах каждой из этих величин осуществляется благодаря взаимосвязанной работе многих органов, входящих в конкретную систему регуляции. Характерным для биол. систем управления является сложное преобразование сигналов ошибки и О. с. (рис. 2), а также иерархическое построение с настройкой от нервной системы и выработкой критериев с помощью мозга (рис. 3). В биол. системах управления осуществляется слаженное взаимодействие медленнодействующих систем (систем обмена, гуморальной) и быстродействующих (нервной системы).

В системах управления движениями организма О. с. обычно замыкается через органы чувств. Около 90% систем управления движениями используют визуальную О. с., а остальные 10% — слуховую, осязательную и другие О. с. Контроль над правильностью движения осуществляется также местными О. с. от рецепторов мышц. Контроль над правильностью целого комплекса сложных движений осуществляется при помощи коркового механизма сличения, работающего на основе показаний сложной алгоритмической О. с. Выработка цели комплекса движений организма производится акцептором действия. Она же производит окончательное сравнение заданной программы и результатов действий организма. Работу акцептора действия на основе механизма О. с. (афферентации) описал еще в 30-х годах сов. физиолог П. К. Анохин. Идеи, заложенные в понятии акцептора действия, были, однако, слишком сложны для тогдашнего уровня развития теории автомат. регулирования. Акцептор действия играет важную роль в обучении биосистем, в распознавании образов и принятии решений, замыкая О. с. между организмом и средой на самом высоком уровне иерархического управления по цели комплекса действий, каждое из которых выполняется в соответствии с определенным критерием.

О. с. в экономических и социальных системах. Регулятором ячейки эконом. системы, производящей определенный продукт, напр., является рынок, т. е. потребление данного продукта. Разность между спросом на продукт и выходом эконом. ячейки (наличием продукта в продаже), возникающая в результате О. с., является управляющим сигналом для эконом. ячейки. В этом случае О. с. может быть непрерывной или дискретной, но достаточно частой. Взаимослаженная работа мн-ва эконом. ячеек, представляющего отрасль пром-сти, требует введения координирующего и управляющего органа, работающего на основе дискретных О. с. от эконом. ячеек. О. с. позволяет выработать нужные оптим. настройки для каждой эконом. ячейки (контур непосредственного управления и контур настройки на рис. 3). Для управления пром-стью в целом необходим еще один уровень иерархического управления, вырабатывающий на основании О. с. критерии для отраслей пром-сти (рис. 3). И, наконец, определение цели экономики страны в целом ложится на органы политического управления.

В социальной области О. с. используют для определения политических, моральных и др. тенденций, здесь она осуществляется путем социологических исследований и опроса. Эта О. с. от общества на органы власти необходима для выработки правильной (соответствующей запросам общества) ближайшей и отдаленной политики, осуществляемой затем с помощью законодательства, средств массовой информации (печать, радио, кино, телевидение, лекции, плакаты и др.) и т. п.

Лит.: Антомонов Ю. Г. Автоматическое управление с применением вычислительных машин. Л.,

1962 [библиогр. с. 334–337]; Айзерман М. А. Лекции по теории автоматического регулирования. М., 1957 [библиогр. с. 495–516]; Горовиц А. М. Синтез систем с обратной связью. Пер. с англ. М., 1970 [библиогр. с. 586–590]; Хэммонд П. Теория обратной связи и ее применения. Пер. с англ. М., 1961.

Ю. Г. Антомонов.

ОБРАТНЫХ ОПЕРАТОРОВ МЕТОД — метод управления техническими объектами со многими регулируемыми переменными, основанный на применении в контуре управления обратной модели объекта с целью достижения автономности системы. Идея автомат. управления различными непрерывными многосвязными объектами (линейными и некоторыми нелинейными) с помощью устр-в, синтезированных О. о. м., сравнительно проста. Такие устр-ва осуществляют преобразование вектора измеряемых переменных $\varepsilon(\varepsilon_1(t), \ldots, \varepsilon_n(t))$ (напр., ошибок рассогласования) в вектор управляющих воздействий — $U(u_1(t), \ldots, u_n(t))$, причем оператор такого преобразования $R(D, t)$ является обратным к оператору $H(D, t)$, которым описывается многосвязный объект, т. е.

$$R(D, t) \approx H^{-1}(D, t). \qquad (1)$$

Матем. основой О. о. м. является вычисл. процедура решения систем алгебр. ур-ний, использующая обращение матрицы коэффициентов. Принципиальная схема многосвязной системы управления, синтезированной О. о. м., приведена на рис. 1. При некоторых непринципиальных ограничениях, требующих идентичности исполнительных устр-в ($K_{ii}(D) = K_{jj}(D)$, $i = j$), и отсутствии между ними взаимосвязей (матрица $K(D)$ — диагональная) многосвязная система будет полностью автономной по отношению ко входным воздействиям $X_0(x_{01}(t), \ldots, x_{0n}(t))$. Это следует из того, что операторная матрица

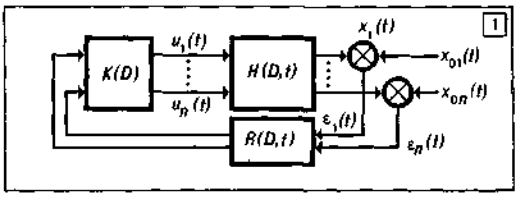
$$S(D, t) = H(D, t)\, K(D)\, R(D, t) \qquad (2)$$

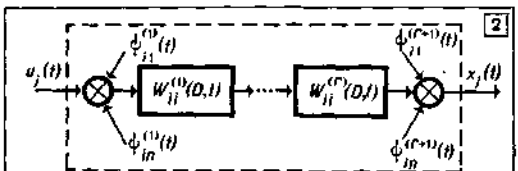
в этом случае будет диагональной.

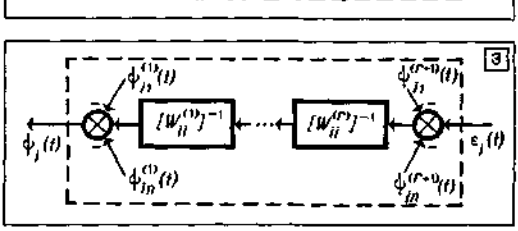
Осн. содержанием О. о. м. в задачах синтеза является формальная процедура определения оператора, удовлетворяющего соотношению (1) в строгом смысле

$$R(D, t) = H^{-1}(D, t).$$

Для равных размерностей векторов $\varepsilon(t)$, $X(t)$ и $U(t)$ правило обращения оператора $H(D, t)$ сформулировано для структурного построения многосвязного объекта и состоит в следующем. Если существуют звенья передачи i-го воздействия $u_i(t)$ на i-й выход $x_i(t)$ и все взаимные влияния со стороны $u_j(t)$ и $x_j(t)$ ($i = 1, 2, \ldots, n$; $j \neq i$) входят в эти звенья (главные связи) аддитивно и при этом существуют однозначные обратные операторы главных связей, то существует и обратный оператор $H^{-1}(D, t)$ объекта. Структура устр-ва, реализующего такой оператор, эквивалентна структуре объекта, где в главных связях направление потоков сигналов и сами операторы изменены на обратные, вся совокупность перекрестных связей воспроизводится без изменений, а во взаимных влияниях, аддитивно входящих в главные связи, знаки сигналов изменены на обратные. На рис. 2 представлена в общем виде структура i-го канала объекта $H(D, t)$, а на рис. 3 — соответствующая ей структура i-го канала обратной модели, построенная изложенным методом. Для многосвязных систем, в которых отсутствует возможность введения непосредственно в объект перекрестных корректирующих связей, диагонализация матрицы $S(t)$ по схеме (2) является единственно возможной. Следовательно, достижение пол-







1. Схема замкнутой многосвязной системы с обратной управляющей моделью $R(D, t)$.
2. Математическая модель i-го канала сложного многосвязного объекта управления с оператором $H(D, t)$.
3. Обратная модель $R(D, t) = H^{-1}(D, t)$ многосвязного объекта, демонстрирующая принцип обращения сложного оператора.

ной автономности согласно схеме рис. 1 в системе с использованием обратной модели $H^{-1}(D, t)$ представляет собой общий случай. Одним из осн. вопросов, возникающих при построении многосвязной системы по О. о. м., является точность, с которой можно осуществить обратные преобразования $W_{ii}^{-1}(t)$ в главных каналах модели (рис. 3). Конструктивные трудности представляет реализация таких преобразований в системе с инерционными объектами, когда необходимо в обратной модели выполнять многократное дифференцирование ошибок рассогласований $\varepsilon_i(t)$. При исследовании степени автономности в таких случаях используют матрицу вариаций обратной модели

$$\lambda H^{-1}(t) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \frac{\partial H^{-1}(t)}{\partial f_{kl}} \lambda f_{kl}, \qquad (3)$$

где f_{kl} — параметры отдельных элементов. В том случае степень абсолютной автономности нарушается, т. к. для (2) с учетом (3) получим вообще недиагональную матрицу ($\lambda \neq 0$) $S^*(D) = K(D) + H(D)\,K(D)\,\lambda H^{-1}(D)$ вместо диагональной $S(D) = K(D)$ при (1). При управлении безынерционными объектами малые вариации параметров объекта и обратной модели равноценны малым изменениям корней характеристического ур-ния системы в силу условий гладкости. Реализация таких систем не вызывает существенных затруднений. С приемлемой для практики точностью реализуются системы, синтезированные О. о. м. для объектов невысокого порядка (в главных связях). Существенное улучшение степени автономности достигается в инерционных системах за счет применения упредителей.

На основе изложенного принципа обращения построен обратимый функциональный преобразователь как решающий элемент. Идея О. о. м. использована для построения итерационного процесса решения краевых задач для обыкновенных дифф. ур-ний (см. «*Итератор*»). В сочетании с методом факторизации спектральных матриц О. о. м. положен в основу решения задачи синтеза оптимальных (в смысле минимума среднеквадратичной ошибки) многосвязных систем. Дальнейшее развитие этого метода позволило успешно решить задачу автономного управления многосвязными объектами с запаздыванием, впервые построить для этих целей многосвязные упредители. Теория О. о. м. послужила основой для синтеза синхронно-автономных систем многосвязного управления, в которых требования автономности дополняются необходимостью удовлетворить условиям

$$x_i(t) = C_j x_j(t); \quad x_i(0) = x_j(0) = 0;$$
$$i = j; \quad i, j = 1, 2, \ldots, n,$$

где C_j — некоторая константа.

В области конечных динамических систем метод получил свое отражение в синтезе обратных и обратимых конечных автоматов, применяемых в информационных задачах предсказания и прогнозирования. Серия *аналоговых вычислительных машин* французской фирмы «Аналак» построена на элементах, обладающих свойством обратимости, идентичным свойству обратимых *преобразователей функциональных*.

Лит.: Жук К. Д. Нелинейные автоматические многосвязные системы с управляющими моделями. В кн.: Математическое моделирование и теория электрических цепей, в. 3. К., 1965; Пухов Г. Е., Жук К. Д. Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. К., 1966 [библиогр. с. 216—218]; Шилейко А. В. Основы аналоговой вычислительной техники. М., 1967; Горский Ю. М., Новорусский В. В. Логический анализ динамики развития как основной этап диагностики и прогнозирования развивающихся систем и процессов. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1969, № 3.

К. Д. Жук.

ОБУСЛОВЛЕННОСТИ ЧИСЛО — число $\mu(A)$ невырожденной матрицы $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$, которое определяют при помощи формулы $\mu(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, где $\|\ \|$ — знак *нормы матрицы*. О. ч. $\mu(A)$ зависит от употребляемой нормы матрицы. Для сферической (евклидовой) нормы матрицы

$$\mu(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| = \sqrt{\lambda_{\max}/\lambda_{\min}} \geqslant 1,$$

где $\lambda_{\max}$ и $\lambda_{\min}$ — соответственно наибольшее и наименьшее собственные числа матрицы A^*A (см. *Собственных значений и собственных векторов матриц способы вычисления*); A^* — матрица, сопряженная A. Т. о., $\mu(A)$ представляет меру макс. деформации единичной сферы при применении линейного преобразования с матрицей A^*A.

Рассмотрим систему линейных ур-ний

$$Ax = b, \tag{1}$$

где b и x — соответственно заданный и искомый векторы. Матрицу A наз. хорошо обусловленной по отношению к задаче решения системы (1), если $\mu(A)$ относительно невелико. В противном случае матрицу A называют плохо обусловленной. Предположим, что исходные данные системы (1) (элементы A и b) заданы с некоторой погрешностью ΔA и Δb, т. е. вместо A и b заданы $A + \Delta A$ и $b + \Delta b$, и требуется оценить, как эта погр. скажется на решении x системы (1). В случае, когда $\Delta A = 0$, $\Delta b \neq 0$, справедлива оценка

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leqslant \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} = \mu(A)\,\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}.$$

Приведенная оценка неулучшаема и означает, что $\mu(A)$ ограничивает сверху отношение относительной погр. решения x к относительной погр. b — правой части системы (1). $\mu(A)$ является очень важной характеристикой и для случая, когда $\Delta A \neq 0$ и $\Delta b = 0$. В этом случае

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x + \Delta x\|} \leqslant \mu(A) \cdot \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|},$$

т. е. норма погр. x, отнесенная к $\|x + \Delta x\|$, ограничена относительной погр. матрицы A, умноженной на $\mu(A)$. Последнее неравенство также нельзя сделать строгим. Для случая, когда и $\Delta A \neq 0$ и $\Delta b \neq 0$ при условии, что $\|A^{-1}\| \cdot \|\Delta A\| < 1$, справедлива оценка

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leqslant \frac{1}{1 - \mu(A)\,\dfrac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \times$$
$$\times \left[\mu(A)\,\frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}\right],$$

позволяющая оценить относительную погр. в определении x через относительные погр. матрицы A и правой части b системы (1). Характерно, что $\mu(A)$ не меняется при умножении матрицы и нормы матрицы на произвольные постоянные.

Следовательно, $\mu(A)$ является глубокой характеристикой матрицы A и позволяет оценить относительную погр. в определении x через

относительные погр. *A* и *b* системы (1). Если О. ч. велико (матрица плохо обусловлена), относительная погр. в решении может быть значительно больше относительных погр. матрицы и правой части системы. *В. Ю. Кудринский.*

ОБУЧА́ЮЩАЯ ВЫБОРКА — совокупность изображений, предъявленных *распознающей системе* в режиме *обучения распознаванию образов* или *самообучения распознаванию образов.* При обучении предъявление каждого изображения сопровождается указанием о классе, которому это изображение принадлежит. При самообучении эти сведения отсутствуют. В промежуточном случае указаниями о принадлежности изображения к тому или иному классу сопровождается лишь часть изображений в обучающей выборке.

ОБУЧА́ЮЩАЯ МАШИ́НА — устройство, предназначенное для реализации обучающих программ. Способы тех. реализации О. м. чрезвычайно разнообразны. Обычно О. м. выполняет следующие ф-ции: 1) предъявляет обучаемому порции учебного материала, контрольные задания, вопросы; 2) требует, чтобы обучаемый ответил на предъявленные вопросы, выполнил задания и ввел ответы в машину; 3) сообщает обучаемому, правильно ли он ответил, а в ряде случаев указывает и тип допущенной ошибки; 4) обеспечивает индивидуальную работу в удобном для обучаемого (либо в контролируемом) темпе, а зачастую — и ту или иную степень *адаптации* к индивидуальным особенностям обучаемого.

Указанные ф-ции (хотя и с различной степенью полноты) выполняют *программированные учебники* и обучающие комплексы, т. е. системы на базе электронных цифровых вычислительных машин (см. *Автоматизированного обучения класс*). В отличие от О. м., другие средства автоматизации уч. процесса выполняют только часть перечисленных ф-ций. Так, информационные устр-ва, или машины-информаторы только предъявляют обучаемому уч. материал. Контролирующие устр-ва (машины-экзаменаторы) обеспечивают гл. о. выполнение 2-й и 3-й из перечисленных ф-ций.

Еще во 2-й пол. 19 ст. делались попытки разработать простейшие тех. устр-ва и применить их в помощь учителю. Более серьезные работы проводили амер. ученые, которые, начиная с 1915, пытались механизировать операции обучения и проверки знаний. В дальнейшем — вплоть до середины 50-х гг. 20 ст. — довольно широко применяли различные тренажеры — специализированные О. м., предназначенные гл. о. для выработки навыков работы со сложной аппаратурой, обслуживания пром. установок и агрегатов, для обучения управлению самолетами и ракетами и так далее. О. м. в современном понимании этого слова появились в 50-х гг. 20 ст. — практически одновременно с *программированным обучением.*

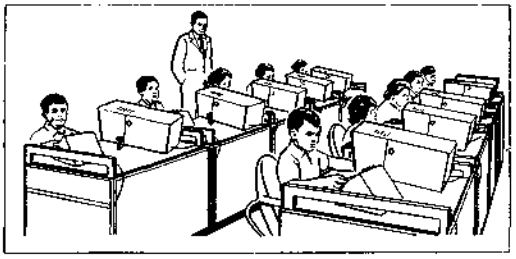
Интерес к О. м. как средствам реализации *обучающих программ* объясняется их преимуществом по сравнению с программированными учебниками. Во-первых, О. м. дают возможность четко регламентировать и контролировать учебную деятельность обучаемых, как правило, лишая обучаемого возможности ознакомиться с материалом не в том порядке, какой предусмотрен обучающей программой, и угадать правильный ответ на задание еще до попытки дать его самостоятельно, и др. Во-вторых, О. м. позволяют предъявлять обучаемому материал в различной форме — печатного текста, иллюстраций, кинофрагментов, диапозитивов, звуковых и световых сигналов и т. п. Ответ обучаемый вводит в машину различными способами — нажимая кнопки и клавиши, графическим путем, записывая текст от руки или печатая его на пишущей машинке, произнося его устно в микрофон и др. В-третьих, эти машины способны обеспечивать регистрацию хода процесса обучения и контроля за ним, облегчая тем самым принятие решений преподавателями и администрацией учебного заведения.

Кроме того, О. м. позволяют обеспечить гибкое управление познавательной деятельностью обучаемых, адаптацию к его индивидуальным особенностям на основе автоматического сбора и обработки данных о ходе процесса его обучения; они позволяют создавать игровые или соревновательные ситуации для повышения уровня мотивации обучаемых, понуждая их приобретать необходимые навыки, чтобы обыграть партнера-машину. В связи с этим одним из перспективных путей повышения эффективности обучения является применение адаптивных (самоприспосабливающихся) О. м.

А д а п т и в н ы м и наз. такие О. м., которые на основе обработки последовательных ответов обучаемого могут изменять способы изложения уч. материала с сохранением качества обучения при произвольных внешних и внутр. условиях обучения. Эти машины обеспечивают более высокую степень индивидуализации обучения по сравнению с традиционными формами группового обучения и с обычными формами программированного обучения. Они позволяют более полно использовать способности каждого обучаемого и открывают новые возможности для сокращения сроков обучения и повышения его качества. По имеющимся данным применение адаптивных О. м. позволяет сократить время обучения в среднем на 30% при сохранении того же качества обучения, что и по разветвленной обучающей программе.

В разработке адаптивных О. м. наметились два осн. направления. Первое из них связано с построением узкоспециализированных тренажеров, предназначенных для формирования навыков работы на цифро- и буквопечатающих аппаратах, навыков быстрого чтения и т. п. Принцип работы таких адаптивных О. м. базируется на том, что темп предъявления, сложность и относительная частота сигналов изменяются в зависимости от того, насколько правильно и быстро реагирует обучаемый на предъявляемые ему сигналы. Эти изменения происходят в машине на основании оценки

нескольких (часто всех) ответов обучаемого, данных им в процессе обучения. Второе направление ставит своей задачей построение адаптивных О. м. широкого назначения, пригодных для обучения разным дисциплинам, для формирования самых различных знаний и умений. Обучающая программа адаптивной О. м. широкого назначения предусматривает несколько вариантов изложения одного и того же учебного материала, иначе говоря, состоит из нескольких обучающих программ обычного типа, но имеющих различные характеристики



Обучающие машины в автоматизированном классе.

(различный размер порций, неодинаковые схему ветвления и число заданий и т. п.). Каждый вариант программы должен предусматривать достаточное к-во пунктов, в которых возможен переход к другим вариантам. На основе оценки последовательности ответов обучаемого, адаптивная О. м. выбирает тот вариант обучающей программы, который позволяет оптимизировать процесс обучения.

Внедрение достаточно гибких и эффективных способов управления познавательной деятельностью обучаемых (в т. ч. адаптивных О. м.) в последние годы идет по пути использования ЭЦВМ в качестве О. м. Это позволяет не только обеспечить высокую степень адаптации к каждому обучаемому, но и обучать методам решения сложных задач. Здесь вычисл. машина может обеспечить такое управление, при котором обучаемый от одной и той же исходной ситуации может двигаться различными путями, из которых одни являются неверными, а другие верными (но при этом не в равной мере рациональными). Кроме того, при таком управлении обучаемому оказывается соразмерная и специфическая помощь, соответствующая избранному пути решения задачи. Все это позволяет организовать обучение, близкое к уровню индивидуальных занятий с опытным педагогом-репетитором.

Перечисленные возможности ЭЦВМ особенно ярко проявляются в тех случаях, когда вычисл. машина является не только средством обучения, но и объектом изучения. Обучаемые-пользователи ЭЦВМ при этом получают возможность обращаться к машине практически на языке изучаемого предмета — *языке программирования*, т. е. применять свободно конструируемую форму ввода своих ответов, оказывающую, в свою очередь, положительное влияние на эффективность обучения.

Использование вычисл. машин в качестве О. м. позволяет решить проблему комплексной автоматизации уч. процесса. При этом *массивы* данных о ходе и результатах обучения различных контингентов обучаемых могут быть использованы в качестве «информационного банка» для справочных и управляющих систем уч. заведений и учреждений, управляющих нар. образованием. См. также *База данных*, *Банк данных*.

Лит.: Программированное обучение и кибернетические обучающие машины. М., 1963; Гребень И. И., Довгялло А. М. Автоматические устройства для обучения. К., 1965 [библиогр. с. 183—194]; Применение ЭВМ в учебном процессе. М., 1969; Применение цифровых вычислительных машин для обучения программированию. К., 1970; Столяров Л. М. Обучение с помощью машин. Пер. с англ. М., 1965; Ричмонд У. К. Учителя и машины. Пер. с англ. М., 1968.

[И. И. Гребень], А. М. Довгялло.

ОБУЧА́ЮЩАЯ ПРОГРА́ММА — учебный материал, в котором описываются подлежащие усвоению знания, умения и навыки, а также (и довольно подробно) способы их формирования. Иными словами, в О. п. описывается не только то, что обучаемый должен знать и уметь после прохождения учебного курса, но и то, ка́к он должен работать в процессе обучения, чтобы усвоить содержание этого курса. Материал, описывающий способы работы обучаемого, зачастую составляет бо́льшую часть всего учебного курса, что во многих случаях может служить основным (внешним) отличием О. п. от обычных учебников. Кроме того, О. п. оформляют в виде совокупности относительно небольших разделов учебного материала, заканчивающихся контрольным вопросом, заданием или указанием обучаемому относительно его дальнейших действий. Эти разделы наз. «порциями учебного материала» (или просто «порциями»). О. п. составляют основу процесса *программированного обучения*. Их можно выполнять в печатной форме — в виде книги (см. *Программированный учебник*), на кинолентах, диапозитивах, магнитофонной ленте. Эти программы размещают и в памяти используемых для обучения *цифровых вычислительных машин* (см. также *Обучающая машина*, *Автоматизированного обучения класс*).

А. М. Довгялло.

ОБУЧЕ́НИЕ РАСПОЗНАВА́НИЮ ОБРА́ЗОВ — процесс изменения алгоритма распознающей системы с целью улучшить или достичь максимального значения определенного заданного критерия, характеризующего качество распознавания. Для решения задачи распознавания образов без обучения необходимо, чтобы в некотором мн-ве X распознаваемых изображений x были заданы подмножества $X_1, X_2, \ldots, X_n$, соответствующие разным образам. Решить задачу распознавания — значит найти такую систему правил — *алгоритм распознавания*, который для любого изображения x указывает номер подмножества, в которое входит это изображение.

Задача О. р. о. возникает в том случае, когда подмножества $X_1, X_2, \ldots, X_n$ заранее не известны и их требуется установить на ос-

новании т. н. *обучающей выборки.* Обучающая выборка представляет собой некоторую совокупность изображений, предъявляемых обучаемой *распознающей системе,* причем предъявление каждого изображения сопровождается указанием о том, какому подмножеству оно принадлежит.

Наибольший интерес представляет тот случай, когда в обучающую выборку входят не все изображения из мн-ва X, а лишь часть их. Т. о., задача обучения заключается в том, чтобы по части подмножества найти все подмножество. Такая задача может быть решена лишь в том случае, когда на подмножества $X_1, X_2, \ldots, X_n$ наложены определенные ограничения. Эти ограничения можно задать в виде зависимости мн-в $\{X_i\}$ от какого-то неизвестного параметра, который подлежит определению. Напр., предполагается, что мн-во X_i представляет собой сферу с неизвестным центром или объединение небольшого числа таких сфер.

В более общем случае каждому образу соответствует не подмножество X_i в мн-ве изображений X, а некоторое условное распределение вероятностей $p\ (x/i)$, заданное на мн-ве X. Задача обучения возникает в том случае, когда распределения $p\ (x/i)$ известны не полностью, а лишь с точностью до неизвестного параметра, значение которого следует оценить на основании известной обучающей выборки. При этом в качестве оценки чаще всего принимают либо наиболее вероятное значение параметра, когда для этого параметра известно априорное распределение, либо наиболее правдоподобное значение, когда априорное распределение неизвестно.

Существует и такая постановка задачи распознавания с обучением (т. н. *Байесовское обучение*), когда целью обучения является не наибольшая точность определения неизвестных параметров образов, а наибольшая надежность последующего распознавания. Результатом обучения в этом случае является не какая-либо оценка неизвестного параметра, а апостериорное распределение его значений. Это апостериорное распределение полностью используется при последующем распознавании.

Как правило, полное задание распределений вероятностей $p\ (x/i)$ или мн-в X_i является избыточным, т. е. содержит информации больше, чем необходимо для нахождения решающей ф-ции. Поэтому довольно часто задачу обучения формулируют не как отыскание ф-ций $p\ (x/i)$ или мн-в X_i, а как непосредственное нахождение решающей ф-ции на основании обучающей выборки. При этом на решающую ф-цию также налагаются ограничения. Предполагают, что решающая функция представима полиномом небольшой степени, напр., что она линейна, либо предполагают, что решающая ф-ция представима суммой нескольких известных ф-ций, умноженных на заранее неизвестные коэффициенты и т. п. Своеобразным видоизменением задачи обучения является задача *самообучения распознаванию образов.*

Лит.: Глушков В. М. Теория алгоритмов. К., 1961 [библиогр. с. 165—166]; Пугачев В. С. Оптимальное обучение автоматических систем в изменяющихся условиях. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 10; Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., 1970 [библиогр. с. 384]. *М. И. Шлезингер.*

ОГРАНИЧЕ́НИЕ ФА́ЗОВЫХ КООРДИНА́Т — одно из понятий *оптимального управления теории.* В ряде задач оптим. управления *фазовые координаты* по реально существующим причинам должны быть ограничены. Математически О. ф. к. обычно задается в виде условия, что некоторая ф-ция от фазовых координат меньше заданной фиксированной величины.

ОГРАНИЧИ́ТЕЛЬ АМПЛИТУ́ДЫ — электронная схема, осуществляющая нелинейное преобразование входного сигнала по следующему закону

$$Y_{\text{вых}} = \begin{cases} C_0 + \alpha\gamma, & \text{если } y_{\text{вх}} \leqslant \gamma, \\ C_0 + \alpha y_{\text{вх}}, & \text{если } \gamma \leqslant y_{\text{вх}} \leqslant \lambda, \\ C_0 + \alpha\lambda, & \text{если } y_{\text{вх}} \geqslant \lambda. \end{cases}$$

Сигналы могут быть заданы в виде величин напряжений и токов. Основой для построения схемы О. а. является нелинейность (вентильный эффект) характеристик элементов (диодов, стабилитронов, электронных ламп и др.). В схемах двустороннего О. а. напряжения на стабилитронах (рис.) оба стабилитрона заперты и выходное напряжение повторяет входное до тех пор, пока входное напряжение лежит в пределах $-U_\gamma \leqslant U_{\text{вх}} \leqslant U_\lambda$. При выходе $U_{\text{вх}}$ за указанные пределы $U_{\text{вых}}$ ограничено на уровне $-U_\gamma$ и U_λ соответственно. О. а. широко применяют в импульсной технике для формирования сигналов заданной формы; в радиотехнике — для амплитудной селекции сигналов и выделения полезного сигнала на фоне импульсных помех; в вычисл. технике — для фиксации сигналов на определенном уровне, для моделирования неравенств и др. целей.

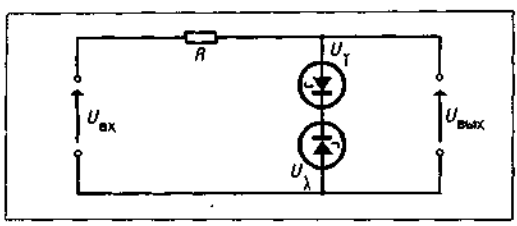


Схема двустороннего ограничителя амплитуды.

Лит.: Меерович Л. А., Зеличенко Л. Г. Импульсная техника. М., 1954 [библиогр. с. 748—751]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. ч. 1—2. Пер. с англ. М., 1967—68 [библиогр. ч. 1. с. 453—456]. *В. В. Васильев.*

ОДНОРО́ДНАЯ СЕТЕВА́Я ЗАДА́ЧА — то же, что и *сетевая задача.*

ОДНОРО́ДНЫЙ ПОТО́К В СЕТИ́ — то же, что и *поток в сети.*

ОДНОТО́ЧЕЧНАЯ КРАЕВА́Я ЗАДА́ЧА — *краевая задача* для одномерного дифференциального или интегро-дифференциального уравнения, у которой одно или несколько краевых условий заданы в одной точке. О. к. з. приводится к задаче Коши.

ОКРУГЛЕ́НИЯ ПОГРЕ́ШНОСТЬ — *погрешность*, возникающая при реализации арифметических операций на ЦВМ с округлением результата до фиксированного к-ва разрядов. Различают два режима работы ЦВМ — с фиксированной запятой (ф. з.) и плавающей запятой (п. з.). При вычислениях с ф. з. каждое число x находится в интервале $-1 \leqslant x \leqslant 1$, к которому исходные числа приводятся путем масштабирования. При вычислениях с п. з. каждое число x представляется в виде $x = 2^b \times a$, где b — целое положительное или отрицательное число, называемое порядком, и a (мантисса) — число, удовлетворяющее одному из неравенств: $-1 \leqslant a \leqslant -\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{2} \leqslant a \leqslant 1$. Предполагается, что вычисл. машины оперируют с числами, имеющими в p-ичном (для простоты ограничимся $p = 2$) представлении τ разрядов после запятой в случае ф. з. и τ разрядов в мантиссе — в случае п. з.; такие числа будем называть стандартными. Равенство вида $z = fl\,(x \overset{+}{\underset{\vdots}{\times}} y)$ означает, что x, y и z — стандартные числа с ф. з. и что z получено из x и y выполнением соответствующей операции с ф. з. В этом случае О. п. будут вызываться только умножением и делением. Предполагается, что процесс округления таков, что

$$z = fl\,(x \overset{\times}{\underset{\vdots}{\times}} y) \equiv x \overset{\times}{\underset{\vdots}{\times}} y + \varepsilon,$$

где $|\varepsilon| \leqslant 2^{-\tau-1}$. Многие ЦВМ в режиме ф. з. позволяют точно вычислять скалярное произведение $x_1 \times y_1 + x_2 \times y_2 + \ldots + x_n \times y_n$ без спец. программирования (если только не происходит переполнение). В общем случае точное представление такой суммы требует 2τ разрядов после двоичной запятой. Запись

$$z = fl_2\,(x_1 \times y_1 + \cdots + x_n \times y_n)$$

означает, что z — число, полученное точным накоплением скалярного произведения и последующим округлением результата, в отличие от записи

$$z = fl_1\,(x_1 \times y_1 + \cdots + x_n \times y_n),$$

означающей округление на каждом шаге. Тогда

$$z = fl_2\,(x_1 y_1 + \cdots + x_n y_n) \equiv \sum_{i=1}^{n} x_i y_i + \varepsilon,$$

где $|\varepsilon| \leqslant 2^{-\tau-1}$ в отличие от округления на каждом шаге, когда $|\varepsilon| \leqslant n \cdot 2^{-\tau-1}$.

В режиме п. з. равенство $z = fl\,(x \overset{+}{\underset{\vdots}{\times}} y)$ означает, что x, y и z — стандартные числа с п. з. и что z получено из x и y выполнением соответствующей операции с п. з. О. п. в этих операциях предполагаются таковыми, что

$$z = fl\,(x \overset{+}{\underset{\vdots}{\times}} y) \equiv (x \overset{+}{\underset{\vdots}{\times}} y)\,(1 + \varepsilon), \qquad (1)$$

где ε — относительная погр. и $|\varepsilon| \leqslant 2^{-\tau}$. Всевозможные результаты, имеющие место в режиме п. з., являются прямым следствием соотношений (1), применение которых приводит к оценкам вида

$$(1 - 2^{-\tau})^r \leqslant 1 + \varepsilon \leqslant (1 + 2^{-\tau})^r,$$

которые можно упростить, предположив, что выполняется условие $r \cdot 2^{-\tau} < 0{,}1$ (это вполне оправдано в практических приложениях для любого приемлемого τ). Тогда

$$(1 + 2^{-\tau})^r < 1 + 1{,}06 \cdot r \cdot 2^{-\tau},$$
$$(1 - 2^{-\tau})^r > 1 - 1{,}06 \cdot r \cdot 2^{-\tau}$$

и

$$1 - 1{,}06 \cdot r \cdot 2^{-\tau} < 1 + \varepsilon < 1 + 1{,}06 \cdot r \cdot 2^{-\tau},$$

откуда $|\varepsilon| < 1{,}06 \cdot r \cdot 2^{-\tau}$. Последнее соотношение используется во всех следующих оценках:

1) $fl\,(x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n) \equiv \prod_{i=1}^{n} x_i\,(1 + \mathrm{E})$,

где $|\mathrm{E}| < (n-1) \cdot 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$;

2) $fl\,(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \equiv x_1\,(1 + \varepsilon_1) + x_2\,(1 + \varepsilon_2) + \cdots + x_n\,(1 + \varepsilon_n)$,

где $|\varepsilon_1| < (n-1) \cdot 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$, $|\varepsilon_r| < (n - r + 1) \cdot 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$, $r = 2, \ldots, n$. Здесь предполагалось, что $S_2 = fl\,(x_1 + x_2)$, $S_r = fl\,(S_{r-1} + x_r)$, $r = 3, \ldots, n$;

3) $fl\,(x_1 \times y_1 + x_2 \times y_2 + \cdots + x_n \times y_n) = x_1 y_1\,(1 + \varepsilon_1) + \cdots + x_n y_n\,(1 + \varepsilon_n)$,

где $|\varepsilon_1| < n \cdot 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$, $|\varepsilon_r| < (n - r + 2) \times 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$, $r = 2, \ldots, n$;

4) $$fl\left(\frac{x_1 \cdot x_2 \ldots x_m}{y_1 \cdot y_2 \ldots y_n}\right) \equiv \frac{x_1 \cdot x_2 \ldots x_m}{y_1 \cdot y_2 \ldots y_n}\,(1 + \mathrm{E}),$$

где $|\mathrm{E}| < (m + n - 1) \cdot 1{,}06 \cdot 2^{-\tau}$.

Для операций сложения и умножения, реализуемых на ЦВМ в режиме п. з., справедливы неравенства

$$|fl\,(\alpha \times x_1) - fl\,(\alpha \times x_2)| \leqslant 2\,|\alpha| \cdot |x_1 - x_2|,$$
$$|fl\,(\alpha + x_1) - fl\,(\alpha + x_2)| \leqslant i\,|x_1 - x_2|.$$

Постоянное l зависит от соотношения порядков слагаемых и способа округления, зафиксированного в машине. Можно подобрать способы записи и округления такие, что $l = 2$. На основании указанных результатов можно получить мажорантные оценки О. п. для многих вычисл. алгоритмов решения прикладных задач (см. *Погрешностей вычислений теория*). *Вычислительные алгоритмы*, реализованные на ЦВМ, наз. р е а л ь н ы м и.

Другой подход к автоматическому анализу и контролю погр. при вычислении на ЦВМ основан на интервальном анализе. Показано, что интервальная арифметика является средством для автомат. определения верхних границ накопленной О. п. при вычислении на любой ЦВМ. Следует отметить, что мажорантные оценки, хотя их широко применяют в практике вычислений, являются характеристикой достаточно грубой, поэтому важным является вопрос асимптотического распределения О. п.

Приведем несколько результатов асимптотического распределения О. п. для преобразования векторов. Пусть в n-мерном вещественном простр. R (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе) задана выпуклая односвязная замкнутая область G, и векторы $z \in G$ — случайные величины, плотность распределения которых есть непрерывная ф-ция $P(z)$, причем $P(z) \geqslant c > 0$. Предположим, что над векторами z совершается последовательность $U_1, U_2, \ldots, U_k, \ldots, k < n$, преобразований, матрицы которых имеют вид $U_r = E - a_r \cdot b_r'$, $r = 1, \ldots, k$, где a_r и b_r' — прямоугольные матрицы размером $n \times 1$ (вектор-столбцы), E — единичная матрица, знак штрих означает транспонирование. Обозначив через z_r вектор, полученный из вектора $z \subset G$ после первых r преобразований, получим $z_r = z_{r-1} - (b_r z_{r-1})\, a_r$. Реально будет вычислен вектор

$$z_r^{(\tau)} = z_{r-1}^{(\tau)} - (b_r^{(\tau)}, z_{r-1}^{(\tau)})\, a_r^{(\tau)} + \varepsilon_{(r)}^{\tau} =$$

$$= U_r^{(\tau)} z_{r-1}^{(\tau)} + \varepsilon_r^{(\tau)} = U_r^{(\tau)} U_{r-1}^{(\tau)} \ldots U_1^{(\tau)} (z + \varepsilon_0^{(\tau)} +$$

$$+ U_1^{(\tau)-1} \varepsilon_1^{(\tau)} + U_1^{(\tau)-1} U_2^{(\tau)-1} \varepsilon_2^{(\tau)} +$$

$$+ \cdots + U_1^{(\tau)-1} U_2^{(\tau)-1} \ldots U_r^{(\tau)-1} \varepsilon_r^{(\tau)}),$$

где $U_r^{(\tau)} = E - a_r^{(\tau)} b_r^{(\tau)'}$, $\varepsilon_0^{(\tau)}$ — погр., полученная от округления компонент вектора z до τ знаков после запятой, $\varepsilon_r^{(\tau)}$ — погр., внесенная на r-ом шаге в результате неточной реализации ф-лы вычисления z_r. Из последней ф-лы следует, что вектор $z_r^{(\tau)}$ можно рассматривать как результат точного преобразования вектора, стоящего в круглых скобках. Этот вектор отличается от вектора z на величину

$$\eta_r^{(\tau)} = \varepsilon_0^{(\tau)} + U_1^{(\tau)-1} \varepsilon_1^{(\tau)} +$$

$$+ \cdots + U_1^{(\tau)-1} U_2^{(\tau)-1} \ldots U_r^{(\tau)-1} \varepsilon_r^{(\tau)},$$

которую наз. эквивалентным возмущением и рассматривают как ф-цию случайного аргумента z. Предположим, что при вычислении $z_r^{(\tau)}$ скалярное произведение вычисляется в режиме накопления. Тогда $\varepsilon_r^{(\tau)} = \delta_r^{(\tau)} a_r^{(\tau)} + \sigma_r^{(\tau)}$, где $\sigma_r^{(\tau)}$ — погр. от округления скалярного произведения $(b_r^{(\tau)}, z_{r-1}^{(\tau)})$, а $\sigma_r^{(\tau)}$ — погр. от округления произведения округленного скалярного произведения на вектор $a_r^{(\tau)}$, и $\eta_r^{(\tau)} = \varkappa_r^{(\tau)} + \nu_r^{(\tau)}$, где

$$\varkappa_r^{(\tau)} = \varepsilon_0^{(\tau)} + U_1^{(\tau)-1} \delta_1^{(\tau)} a_1^{(\tau)} +$$

$$+ \cdots + U_1^{(\tau)-1} U_2^{(\tau)-1} \ldots U_r^{(\tau)-1} \delta_r^{(\tau)} a_r^{(\tau)};$$

$$\nu_r^{(\tau)} = U_1^{(\tau)-1} \sigma_1^{(\tau)} +$$

$$+ \cdots + U_1^{(\tau)-1} U_2^{(\tau)-1} \ldots U_r^{(\tau)-1} \sigma_r^{(\tau)}.$$

Относительно всех погр., возникающих при линейных преобразованиях, справедливо в случае ф. з. следующее утверждение: все погр., возникающие при линейных преобразованиях векторов, асимптотически независимы между собой и распределены равномерно почти для всех матриц преобразования вида $E - ab'$ при любом распределении входных данных, имеющих почти всюду отличную от 0 непрерывную плотность распределения.

Большинство сформулированных результатов переносится на вычисления с п. з., но здесь имеют место и некоторые особенности. Как указано выше, в режиме ф. з. О. п. определяются в основном погрешностью умножения, которая асимптотически распределена равномерно и симметрично относительно 0. Симметрия погр. относительно 0 позволяет получить вероятностные оценки для норм эквивалентного возмущения значительно лучшие, чем мажорантные оценки. Относительно сложения в режиме п. з. имеют место следующие утверждения: при любом закрепленном способе округления, определяемом лишь «отбрасываемыми» разрядами, погр. при сложении случайных чисел в режиме п. з. будет иметь систематическое смещение при любой системе счисления с четным основанием; классический способ округления в любой системе с нечетным основанием асимптотически приводит к несмещенным погр. для сложения в режиме п. з. Следовательно, в вычислениях с п. з. различные системы счисления неравноправны с точки зрения «качества» О. п.

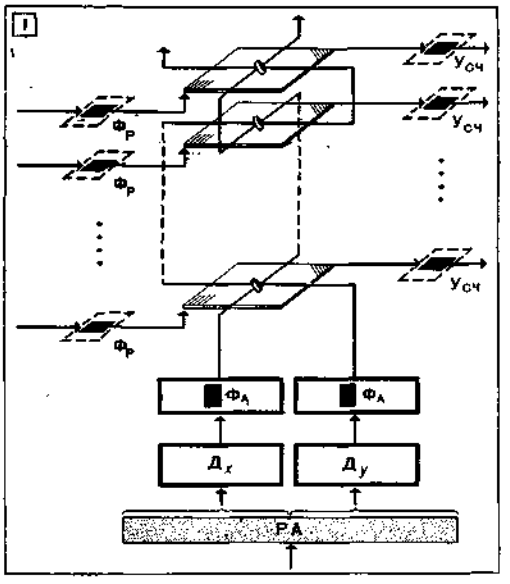
Лит.: В о е в о д и н В. В. Ошибки округления и устойчивость в прямых методах линейной алгебры. М., 1969 [библиогр. с. 148—153]; W i l k i n s o n J. H. Rounding errors in algebraic processes. London, 1963; M o o r e R. E. Interval analysis. Englewood Cliffs — New York, 1966.

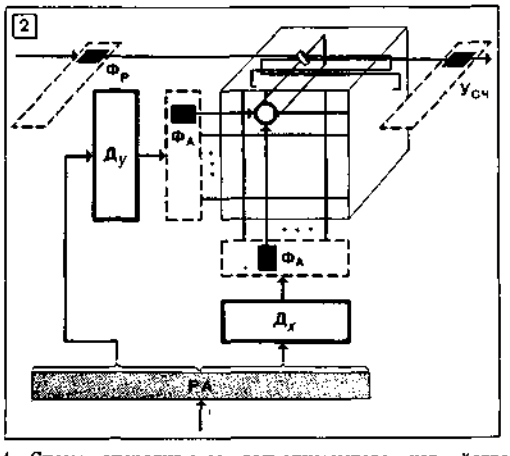
М. Д. Бабич.

ОПЕРАТИВНОЕ ЗАПОМИНАЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО (ОЗУ) — запоминающее устройство (ЗУ) цифровой вычислительной машины (ЦВМ), предназначенное для записи, хранения и выдачи информации, непосредственно участвующей в процессе выполнения операций.

осуществляемых преимущественно *арифметическим устройством* и устройством управления. Запись и считывание информации производится, как правило, в темпе работы машины.

Принципиально ОЗУ может быть реализовано на базе ЗУ с *накопителем* любого типа. Если не учитывать наличия в машине сверхоперативных ЗУ, предназначенных для объединения функций нескольких *регистров* арифм. устройства или устройства управления, а также для кратковременного хранения промежуточных результатов, то в качестве ОЗУ





1. Схема оперативного запоминающего устройства системы $3D$.
2. Схема оперативного запоминающего устройства системы $2D$.

используется самое быстродействующее ЗУ иерархии, имеющейся в машине. При этом скорость ЦВМ в значительной мере определяется скоростью работы ОЗУ. Известны медленнодействующие ЦВМ с ОЗУ на *барабане магнитном* и даже на *ленте магнитной*. Однако, для современных ЦВМ требуются ОЗУ емкостью от единиц до десятков тысяч слов с циклом от единиц до долей микросекунд. Поэтому основные разработки ОЗУ ориентированы на применение *интегральных схем* и МОП-транзисторов (металл — окисел — полупроводниковые транзисторы), а также ферромагнитных материалов (последние получили более широкое распространение). Известны накопители на тонких ферромагн. пленках (плоских и цилиндрических) и ферритовых материалах (сердечники, многоотверстные пластины из этих материалов и др.).

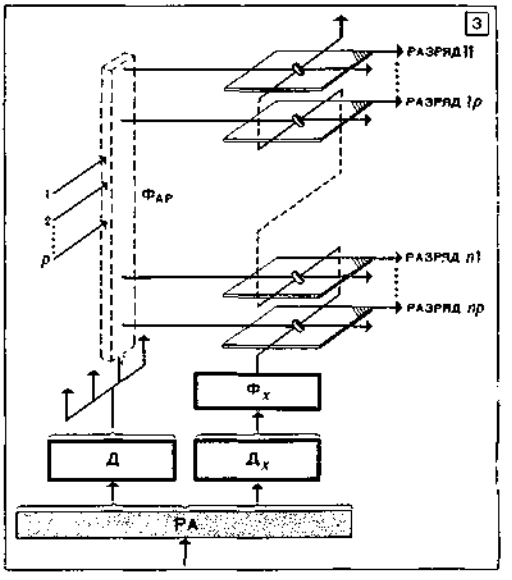
Наиболее распространены ОЗУ на кольцевых ферритовых сердечниках, называемые магнитными (МОЗУ). Использование ферритовых сердечников с прямоугольной петлей гистерезиса для построения МОЗУ основывается на свойстве материала сердечников сохранять одно из двух состояний остаточной намагниченности, соответствующее сигналам «0» или «1», и изменять его при воздействии т. н. полного тока (половина его практически не изменяет намагниченности). Это позволяет управлять сердечником по двум ортогональным проводникам матрицы сердечников совпадающими сигналами (не изменяя состояний остальных). В МОЗУ используются три системы выборки ($3D$, $2D$, $2^1/_2D$).

В системе $3D$ (с выборкой информации по совпадению полутоков) при записи управление производится по трем координатам, а сердечник, помимо хранения информации, выполняет функции вентиля на 2 входа — при чтении и на 3 входа — при записи, т. е. функции последней ступени *дешифратора* МОЗУ. *Матрицы запоминающие* с сердечниками собираются в ферритовый куб (рис. 1), причем количество матриц определяется числом разрядов хранимого слова, а количество сердечников в матрице — количеством слов. Код адреса, поданный на регистр адреса (РА), расшифровывается дешифраторами $Д_x$ и $Д_y$, управляющими адресными формирователями ($Ф_A$) по координатам x и y. Формирователи (по одному в координате), возбуждаясь, выдают двухполярные полутоки. Те из полутоков, которые в определенных узлах матриц совпадают по времени, перемагничивают находящиеся в этих узлах сердечники. Эдс, наводимая в съемных шинах, повышается усилителями считывания ($У_{сч}$), и сигналы кода числа выдаются в машину и на входы разрядных формирователей для восстановления разрушенной информации. Восстановление прежней или запись новой информации производится в такте «запись», когда $Ф_A$ выдают в те же шины полутоки противоположной полярности. В шины запрета разрядов (матриц), где следует записать «0», разрядные формирователи выдают ток запрета.

МОЗУ с непосредственной (линейной или прямой) выборкой информации (система $2D$) характерно тем, что *запоминающие элементы*

в нем при считывании выполняют только функцию хранения информации. Ток выборки направляется по числовым шинам ко всем элементам только выбранного слова. При записи ток выборки взаимодействует с током тех разрядных шин, в разрядах которых следует записать «1». Такое ЗУ является системой в двух измерениях ($2D$) и работает следующим образом (рис. 2). Код адреса, установленный на регистре адреса РА, расшифровывается дешифраторами $Д_x$ и $Д_y$, выходами которых являются соответствующие адресные формирователи $Ф_А$. По каждой координате возбуждается по одному такому формирователю. В точке пересечения шин возбужденных $Ф_А$ в матрице вентилей (количество их равно количеству слов, которые можно запоминать в ЗУ) возбуждается только один вентиль, вырабатывающий ток выборки, достаточный для перемагничивания сердечников. В зависимости от намагниченности сердечников, в разрядной шине считывания, проходящей через все сердечники данного разряда, наводится эдс, повышаемая усилителем считывания $У_{сч}$. В такте записи по числовой шине пропускается ток выборки обратной полярности, недостаточный для перемагничивания сердечников. В тех разрядах, где следует записать «1», к току выборки добавляется ток от разрядных формирователей $Ф_р$, на которые поступают сигналы кода слова для записи из других устройств машины или с $У_{сч}$ при регенерации.

ЗУ системы $3D$ дешевле, т. к. имеют меньше электронной аппаратуры, нежели системы $2D$, однако ЗУ системы $2D$ обладают бо́льшим быстродействием, благодаря способности этой системы перемагничивать сердечники током, значительно превышающим пороговую величину. Попытки создать ЗУ, обладающее достоинствами обеих систем, привели к разработке системы $2^1/_2D$, которая является компромиссным вариантом между указанными системами. Система $2^1/_2D$ отличается от систем с адресными либо разрядными координатами тем, что в ней координата x — адресная, а y — комбинированная (адресно-разрядная). Выборка числа в ней при считывании основана на совпадении полутоков (как в системе $3D$). Запись осуществляется также вследствие совпадения полутоков, но без использования тока запрета (как в системе $2D$). Реализуется эта система таким образом (рис. 3), что шина выборки по координате x проходит через все разрядные матрицы, а шины выборки по 2-й координате — только через одну матрицу, причем количество матриц кратно количеству разрядов. Во время выборки по 2-й координате возбуждаются не все шины выборки, а только обслуживающие одну из групп (в группе — p разрядов), которая определяется кодом адреса. Таким образом, код адреса, установленный на регистре адреса РА, расшифровывается двумя дешифраторами: по координате x — $Д_x$ и по координате y — $Д_y$. По координате x возбуждается один из формирователей ($Ф_x$). В соответствующей ему шине проходит полуток выборки. По 2-й координате в соответствующей группе матриц также возбуждаются полутоки. Их вырабатывают адресно-разрядные формирователи $Ф_{АР}$, которыми управляют сигналы кода слова и кода адреса. При записи возбуждаются не все шины группы, а только те, в разрядах которых следует записать «1». Наиболее важное достоинство системы $2^1/_2D$ связано с отсутствием разрядного тока и соответственно необходимости успокоения разрядных линий после подачи импульса тока в такте записи. Другим



3. Схема оперативного запоминающего устройства системы $2^1/_2$ D.

достоинством является сравнительно небольшое количество сердечников, охватываемых шиной считывания. Это упрощает воспроизведение сигналов. Кроме того, короткие шины выборки позволяют получить малые длительности фронтов импульсов. Все эти качества, наряду с возможностью применения сердечников малых диаметров (поскольку сердечник прошит малым количеством шин), позволяют достигать высокого быстродействия МОЗУ. Так, известны образцы МОЗУ системы $2^1/_2D$ емкостью 16 тыс. слов с циклом обращения 900 *нсек* (с сердечниками диаметром 0,76 *мм*) и 500 *нсек* (диаметр сердечников 0,56 *мм*).

Лит.: Китович В. В. Оперативные запоминающие устройства на ферритовых сердечниках и тонких магнитных пленках. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 233—236]; Запоминающие устройства современных ЭЦВМ. Пер. с англ. М., 1968. *Ф. Н. Зыков.*

ОПЕРАТИ́ВНОЕ РУКОВО́ДСТВО — см. *Диспетчерского управления автоматизация.*

ОПЕРАТИ́ВНО-ПРОИЗВО́ДСТВЕННАЯ ИНФОРМА́ЦИЯ — см. *Автоматизированные системы управления предприятием.*

ОПЕРА́ТОР — 1) в математике — закон (правило), согласно которому каждому

элементу x множества X ставится в соответствие определенный элемент y множества Y, $y = f(x)$. Мн-во X наз. областью определения О. f и обычно обозначается $D(f)$. Мн-во значений Y О. f, как правило, обозначается через $R(f)$. Если значениями О. являются вещественные числа, то О. наз. функционалом.

Пусть X и Y — метрические пространства (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе) с метрикой соответственно ρ_x и ρ_y. О. f наз. непрерывным в точке $x_0 \in D(f)$, $(D(f) \subseteq X)$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, что $\rho_y(f(x), f(x_0)) < \varepsilon$ для всякой точки $x \in D(f)$, удовлетворяющей неравенству $\rho_x(x, x_0) < \delta$. О. A наз. линейным, если: 1) $D(A)$ — линейное пространство; 2) О. аддитивен, т. е. для всех x_1 и x_2 из $D(A)$ $A(x_1 + x_2) = Ax_1 + Ax_2$; 3) О. однороден, т. е. для всех $x \in D(A)$ и любых чисел λ $A(\lambda x) = \lambda A(x)$. Характерным примером линейного О. может быть прямоугольная матрица A, преобразующая вектор x_n размерности n в вектор y_m размерности m.

Пусть теперь X и Y — линейные нормированные пространства. О. A из X в Y наз. ограниченным, если существует такая постоянная c, что $\|Ax\| \leqslant c\|x\|$ для всех $x \in D(A)$. Наименьшая из постоянных c, удовлетворяющих этому условию, наз. нормой оператора A и обозначается $\|A\|$. О. A наз. замкнутым, если из $x_n \to x$ $(x_n \in D(A))$ и $Ax_n \to y$ вытекает, что $x \in D(A)$ и $Ax = y$. Примером линейного замкнутого неограниченного О. может быть оператор дифференцирования: $A = \frac{d}{dx}$. Обозначим через $(X \to Y)$ мн-во всех линейных О., отображающих X в Y. Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ — последовательность линейных О. из $(X \to Y)$. Если существует такой О. $A \in (X \to Y)$, что $\|A_n - A\| \to 0$, $n \to \infty$, то последовательность О. наз. сходящейся по норме к О. A. Если для каждого фиксированного x $\|A_n x - Ax\| \to 0$, $n \to \infty$, то последовательность О. наз. точечно сходящейся к О. A. Точечная сходимость функционалов наз. слабой сходимостью. Если A, $A^{-1} \in (X \to Y)$, причем $A^{-1}Ax = A^{-1}(Ax) = x$ для любого $x \in D(A)$ и $AA^{-1}y = A(A^{-1}y) = y$ для любого $y \in R(A)$, то О. A и A^{-1} наз. взаимно обратными. Если О. A^{-1} удовлетворяет лишь одному из предыдущих условий, то он наз. соответственно левым или правым обратным для О. A. О. I, обладающий свойством $Ix = x$ для любого $x \in X$, наз. тождественным или единичным О.

Мн-во всех линейных функционалов $f(x)$, определенных на линейном нормированном пространстве X, образует банахово пространство X^*, которое наз. пространством, сопряженным с X. Если для любого линейного функционала $f \in X^*$ будет $f(x_n) \to f(x_0)$, $n \to \infty$, то говорят, что последовательность $x_n \in X$ слабо сходится к элементу $x_0 \in X$. Если X — гильбертово пространство, то $X^* = X$ и $f(x) = (f, x)$, где $f \in X$, $(,)$ — знак скалярного произведения в X. Пусть дан О. $A \in (X \to Y)$. В случае гильбертовых пространств X и Y О. $A^* \in (Y \to X)$, удовлетворяющий соотношению $(y, Ax) = (A^*y, x)$ для всех $x \in X$, $y \in Y$, наз. О., сопряженным с О. A. О. A, для которого $R(A)$ — замкнутое мн-во, т. е. $R(A)$ содержит все свои предельные элементы, наз. нормально разрешимым. О. A, отображающий всякое ограниченное мн-во в компактное мн-во, наз. вполне непрерывным.

Проиллюстрируем введенные понятия на примере линейного интегр. О.

$$Ax = \int_0^1 k(t, s)\, x(s)\, ds.$$

Если $k(t, s)$ — непрерывная в квадрате $0 \leqslant t, s \leqslant 1$, то A — линейный ограниченный вполне непрерывный не обязательно нормально разрешимый О., отображающий пространство $C([0, 1])$ в себя, причем $\|A\| = \max_t \int_0^1 |k(t, s)|\, ds$. Если $k(t, s)$ — суммируемая в квадрате $0 \leqslant t, s \leqslant 1$ ф-ция, т. е. $\int_0^1 \int_0^1 |k(t, s)|^2 ds dt < \infty$, то A — линейный ограниченный вполне непрерывный О., отображающий пространство $L_2([0, 1])$ в себя, причем $\|A\|^2 = \int_0^1 \int_0^1 |k(t, s)|^2\, ds dt$. В случае гильбертова пространства $L_2([0, 1])$ сопряженный оператор A^* определяется равенством $A^*x = \int_0^1 \overline{k(s, t)}\, x(s)\, ds$ (черта означает комплексно сопряженную величину).

2) О. в программировании — допустимое в данном *языке программирования* предписание, предназначенное для задания некоторого шага процесса обработки информации на ЦВМ. Типичными в программировании являются: О. присваивания, задающие начальное или новое значение переменным; О. перехода, определяющие порядок выполнения О. программы; О. цикла, определяющие мн-во значений некоторого параметра (управляющей переменной) и предписывающие повторное выполнение некоторой совокупности действий (управляемого О.) при этих значениях параметра; О. *процедуры*; О. ввода — вывода и др.

Лит.: Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М., 1965 [библиогр. с. 512—513]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [библиогр. с. 422—431].

В. В. Иванов, Е. Л. Ющенко.

ОПЕРА́ТОР АВТОМА́ТНЫЙ — оператор, который реализуется в некотором инициальном автомате $A = \langle X, Q, Y, \Phi, \Psi, q_0 \rangle$.

О. а. T является словарным оператором, перерабатывающим слова (конечные или бесконечные) во входном алфавите X в слова в выходном алфавите Y ($y = Tx$; $x = x(1)\ldots$ $\ldots x(n)\ldots$; $y = y(1)\ldots y(n)\ldots$). О. а. определяется рекуррентными соотношениями:

$$q(1) = q_0;$$
$$q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)];$$
$$y(t) = \Phi[q(t), x(t)].$$

Он, очевидно, определен на мн-ве всех слов алфавита X, если автомат A является всюду определенным, и на некотором его подмножестве, если A — *автомат частичный*.

Из определения О. а. видно, что он удовлетворяет следующим условиям: 1) если $y = Tx$, то x и y — слова одинаковой длины; 2) если T определен на словах x, x' и у них начальные отрезки длины n совпадают, т. е. $x(1) = x'(1), \ldots, x(n) = x'(n)$, то в Tx и Tx' также совпадают начальные отрезки длины n; 3) если T определен на слове x, то он определен и на всяком начальном отрезке слова x.

Словарные операторы, для которых выполняются условия 1) — 3), наз. операторами без предвосхищения, детерминированными операторами, или О. а. Последнее название оправдывается тем, что любой оператор без предвосхищения реализуем в подходящем *автомате инициальном*.

Таким образом, изучение О. а. является, по существу, выяснением вопроса, какие вычисления можно осуществить на автоматах. Частными случаями О. а. являются константный оператор, перерабатывающий любую бесконечную последовательность входных букв в некоторую фиксированную последовательность выходных букв, и истинностный оператор, для которого существует отображение $\varphi : X \to Y$ такое, что $y(t) = \varphi(x(t))$ для любого t. Константные и истинностные операторы реализуются, соответственно, *автоматами автономными* и *автоматами без памяти*.

Введем ряд характеристик операторов. В дальнейшем под операторами будем понимать всюду определенные О. а. Оператор T_1 наз. остаточным оператором оператора T_2, соответствующим входному слову p, если T_1 и T_2 связаны следующим образом. Для того, чтобы найти T_1x, составляется слово px и к нему применяется оператор T_2. Из полученного слова $T_2(px)$ отбрасывается начальный отрезок, равный длине слова p, и тогда остаток равен T_1x. Операторы T_1 и T_2 наз. k-различимыми, если найдется такое слово x длины $\leqslant k$, что $T_1x \neq T_2x$, и различимыми, если найдется к.-н. слово x такое, что $T_1x \neq T_2x$.

Весом (памятью) оператора наз. максимальное число его попарно различимых остаточных операторов. Величина веса проявляется, напр., в следующем простом утверждении: оператор с весом k перерабатывает любое бесконечное периодическое слово с периодом ω в (смешанно) периодическое слово с периодом $\omega' \leqslant k \cdot \omega$. Операторы с конечной памятью наз. ограниченно детерминированными, или конечно автоматными операторами. Они и только они реализуются в *автоматах конечных*.

Спектром различимости T наз. функцию $E_T(k)$, равную (для каждого k) макс. числу попарно k-различимых остаточных операторов оператора T. Спектром достижимости T наз. ф-цию $D_T(k)$, равную макс. числу слов длины $\leqslant k$, таких, что соответствующие им остаточные операторы попарно различимы.

Для автоматов имеются родственные понятия — степень различимости $E_A(k)$ и степень достижимости $D_A(k)$ автомата A. Если автомат A реализует оператор T, то для него $D_A(k) \geqslant D_T(k)$ и $E_A(k) \geqslant E_T(k)$. Этот факт можно использовать, напр., для доказательства того, что данный О. а. не реализируем никаким автоматом данного класса автоматов.

Ряд других параметров операторов (и автоматов) — степень различимости, степень достижимости, степень восстановления и др. характеризуют *поведение автоматов*, и они используются при абстрактном синтезе автоматов, минимизации автоматов (см. *Минимизация числа состояний автомата*) и др. задачах *абстрактной теории автоматов*. См. также *Алгебраическая теория автоматов*.

Лит.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы. (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395].

М. И. Кратко.

ОПЕРА́ТОР ЗАДЕ́РЖКИ — оператор, с помощью которого осуществляется временна́я задержка информационных сигналов дискретных устройств на фиксированное время. Включение О. з. в качестве операции в обычную алгебру переключательных функций позволяет получить аппарат для описания схем с запаздываниями. О. з. технически реализуется либо радиотехническими средствами (на линиях задержки), либо с помощью запоминающих элементов, управляемых специальными синхронизирующими сигналами (см. *Временные переключательные функции*, *Элементная структура ЦВМ*). *В. Н. Коваль.*

ОПЕРА́ТОР ПРИСВА́ИВАНИЯ — один из основных *операторов* в *языках программирования*, предназначенный для задания или изменения значений одной или нескольких переменных.

ОПЕРА́ТОР ЭЛЕМЕНТА́РНЫЙ — переключательная функция одного или нескольких аргументов, реализующая одну из операций *алгебры логики*. При синтезе схем дискретных устройств используются функционально полные системы О. э. Примерами широко применяемых систем О. э. являются: «И — ИЛИ — НЕ», «И — НЕ», «ИЛИ — НЕ» и др. Каждой системе О. э. может быть поставлено в соответствие мн-во систем элементных операторов (см. *Элементная структура ЦВМ*).

В. Н. Коваль.

ОПЕРА́ТОР ЭЛЕМЕ́НТНЫЙ — переключательная функция (функция *алгебры логики*) одного или нескольких аргументов, реализуемая элементом ЦВМ. Различают О. э. комбинационные и запоминающие. Комбинационные О. э. представляют собой базисные переключательные функции, применение к которым операций суперпозиции и подстановки позволяет получить произвольную переключательную ф-цию. Запоминающие О. э. представляют собой переключательные ф-ции, реализуемые триггерами (см. *Элементная структура ЦВМ*).

В. Н. Коваль.

ОПЕРА́ТОРНАЯ СХЕ́МА — аналитическая форма представления алгоритма (программы) с помощью операторов, действующих на некоторые элементы информации; причем, для каждого оператора известны объекты, являющиеся его аргументами и результатами, а также операторы, которые могут выполняться вслед за ним. Т. о., О. с. определяется набором операторов, набором элементов информации и двумя типами связей: 1) управляющей, если оператор B может выполняться вслед за оператором A, и 2) информационной, если оператор B воспринимает в качестве своего аргумента результат оператора A. Информационные связи обычно указываются косвенно — с помощью названий переменных величин, принимающих значения результатов и аргументов операторов.

Управляющие связи можно задавать либо в линейной форме — в виде логических схем алгоритмов (программ), т. е. в виде произведений операторов, либо в графовой — с помощью *алгоритмов граф-схемы* (программы), т. е. графа, вершинам которого приписаны операторы, а ребра означают передачи управления. О. с. и в линейной, и в графовой форме используются при *автоматизации программирования* — в программирующих программах и *трансляторах*.

Лит.: Ершов А. П. Об операторных схемах над общей и распределенной памятью. «Кибернетика», 1968, № 4; Ершов А. П., Ляпунов А. А. О формализации понятия программы. «Кибернетика», 1967, № 5.

Г. П. Багриновская.

ОПЕРА́ТОРНЫЕ УРАВНЕ́НИЯ — класс уравнений в математике. См. *Уравнений классификация*.

ОПЕРА́ТОРНЫЙ МЕ́ТОД ПРОГРАММИ́РОВАНИЯ — метод программирования, основанный на представлении алгоритмов в виде *операторных схем*.

Алгоритм решения задачи разбивается на части, каждая из которых представляет собой самостоятельный этап переработки информации. Считают, что каждый такой этап реализуется с помощью некоторого оператора переработки информации. Весь процесс решения задачи состоит из последовательного выполнения таких операторов. При этом некоторые операторы используются многократно при определенном изменении некоторых параметров. О таких операторах говорят, что они зависят от параметров. Порядок выполнения операторов может быть жестко задан в *алгоритме*, а может зависеть и от результатов работы предыдущих операторов или от исходной информации. Условия, на основании которых определяется порядок выполнения операторов, наз. логическими условиями, их изображают в виде логич. переменных или предикатов.

Полная последовательность операторов и логич. условий, определяющая весь процесс решения задачи, наз. схемой счета. Эту схему счета записывают в виде произведения операторов и логич. условий. Операторы в схеме обозначают большими лат. буквами, индексами — зависимость операторов от параметров. Произведение операторов записывается так: $A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n = \prod_{i=1}^{n} A_i$. Логич. условия обозначаются малыми лат. буквами. Предикаты записывают как ф-цию, аргументом которой служит проверяемое условие, напр., $p\ (a < b)$ или $p\ (a \in M)$ и т. п.

Выполнение алгоритма начинается с самого левого сомножителя. Если очередной сомножитель есть оператор, он выполняется, и очередным становится сомножитель, стоящий справа от него. Если это — логич. условие, то оно проверяется. При выполнении условия очередным становится сомножитель, стоящий справа от него. Если же логич. условие не выполнено, то очередным становится сомножитель, указанный стрелкой, начинающейся у данного логич. условия (у начал и концов стрелок ставятся номера, с помощью которых они идентифицируются). Например, порядок выполнения операторов в схеме счета

$$\left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n} B_{ij}p\ (i=j) \overset{1}{\uparrow} C \underset{1}{\downarrow} A\right) \times$$
$$\times\ p\ (a \in M) \overset{2}{\uparrow} D \underset{2}{\downarrow} F \ \ldots$$

счёта следующий:

$$B_{11}CAB_{12}A \ \ldots\ B_{21}AB_{22}CA \ \ldots$$
$$\ldots\ B_{nn}CA \begin{cases} DF & \ldots,\ \text{если } a \in M. \\ F & \ldots,\ \text{если } a \overline{\in} M \end{cases}$$

Для того, чтобы по схеме счёта построить *программу*, осуществляющую решение задачи на ЦВМ, ее надо дополнить специальными операторами управления, которые подготавливают состояние *памяти ЦВМ* к выполнению очередных операторов и к реализации передач управления. Чаще всего операторы управления бывают следующих типов: переадресации, восстановления, формирования, изменения параметра, переноса, засылки, переключения логич. условий, циркуляции и др. Обычно при решении тех или иных классов задач выделяются спец. операторы управления, позволяющие рационально осуществить программную реализацию задач данного класса. Схема счета, дополненная операторами управления, позволяющими представить алгоритм в виде программы,

наз. логической схемой программы. В рамках О. м. п. был построен ряд *языков формальных*, позволяющих производить эквивалентные преобразования схем программ (алгоритмов). Ввел О. м. п. сов. математик А. А. Ляпунов (1911—73).

Лит.: Ляпунов А. А. О логических схемах программ. «Проблемы кибернетики», 1958, в. 1; Фролов Г. Д., Криницкий Н. А., Миронов Г. А. Программирование. М., 1966; Гнеденко Б. В., Королюк В. С., Ющенко Е. Л. Элементы программирования. М., 1963 [библиогр. с. 347—348]. *Г. П. Багриновская.*

ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ. Многие задачи естествознания и техники сводятся к решению различных классов дифференциальных, интегральных, интегро-дифференциальных и др. уравнений. Методы функционального анализа дают возможность рассматривать эти ур-ния как частные случаи операторных ур-ний в функциональных пространствах (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), напр. в банаховых пространствах. Операторное ур-ние можно записать в виде:

$$Ax = y, \qquad (1)$$

где A — некоторый линейный или нелинейный оператор, действующий из банахова пространства X в банахово пространство Y, y — известный элемент пространства Y. Решить ур-ние (1) — это значит найти такой элемент $x^* \in X$, что $\| Ax^* - y \| = 0$. Частными случаями ур-ния (1) являются системы алгебр. и трансцендентных ур-ний, интегр. ур-ния, системы дифф. ур-ний и др. В настоящее время известно много различных методов, позволяющих с определенной степенью точности находить решения операторных ур-ний. К числу наиболее часто применяемых методов относятся итеративные, градиентные, проекционные, проекционно-итеративные и др.

1. Простейшим итеративным методом, который применяется для решения операторных ур-ний вида

$$x = Tx, \qquad (2)$$

где оператор T действует из X в X (ур-ние (2) — частный случай ур-ния (1)), есть обычный метод последовательных приближений. Он заключается в том, что исходя из некоторого начального приближения $x_0 \supset X$, последующие приближения x_1, x_2, ..., x_n, ... определяют по ф-ле

$$x_n = Tx_{n-1}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (3)$$

Если оператор T на некотором замкнутом мн-ве $M \subset X$ является оператором сжатия, т. е. удовлетворяет условию Липшица

$$\| Tu - Tv \| \leqslant q \| u - v \| \qquad (4)$$

с константой $q < 1$ и переводит M в M, то ур-ние (2) имеет в M единственное решение x^*, к которому сходятся последовательные приближения x_n. При этом имеет место оценка *погрешности*

$$\| x^* - x_n \| \leqslant \frac{q^n}{1-q} \| x_1 - x_0 \|. \qquad (5)$$

Если $Tx = f + Bx$, где B — линейный оператор, $f \in X$, то по ф-ле (3) получаем

$$x_n = f + Bf + B^2 f + \cdots + B^{n-1} f + B^n x_0. \qquad (6)$$

В данном случае необходимым и достаточным условием сходимости процесса (6) является условие

$$\rho(B) = \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\| B^n \|} < 1.$$

В качестве q можно взять $\| B \|$, поэтому достаточным условием сходимости является условие $\| B \| < 1$.

Для решения систем операторных ур-ний можно применять метод Зейделя. Пусть задана система операторных ур-ний

$$x_i = T_i(x_1, x_2, \ldots, x_n), \qquad (7)$$
$$i = 1, 2, \ldots, m,$$

где операторы T_i действуют из пространства $X = X_1^* \times X_2^* \times \ldots \times X_m^*$ в X_i (X_i — некоторые банаховы пространства). Последовательные приближения к решению системы (7) определяют по ф-лам

$$x_{i,n} = T_i(x_{1,n}, \ldots, x_{i-1,n}, x_{i,n-1}, \ldots, \ldots, x_{m,n-1}), \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \qquad (8)$$

Если нелинейный оператор A в ур-нии (1) дифференцируем по Фреше, то для нахождения прибл. решения ур-ния (1) можно применять основной и модифицированный методы Ньютона — Канторовича.

Оператор A наз. дифференцируемым по Фреше в точке $x_0 \in M \subset X$, если существует такой линейный оператор L, который может зависеть от x, что выполняется равенство $A(x_0 + h) - A(x_0) = Lh + \omega(x_0, h)$, где $\frac{\| \omega(x_0, h) \|}{\| h \|} \to 0$ при $\| h \| \to 0$. Линейный оператор L наз. производной Фреше оператора A и обозначается $A'(x_0)$. Соответственно последовательные приближения x_{n+1} определяют по ф-лам

$$x_{n+1} = x_n - [A'(x_n)]^{-1} (Ax_n - y), \qquad (9)$$

$$x_{n+1} = x_n - [A'(x_0)]^{-1} (Ax_n - y). \qquad (10)$$

Пусть для некоторого замкнутого шара $S(x_0, r)$ ($\| x - x_0 \| \leqslant r$) производная Фреше удовлетворяет условию $\| A'(u) - A'(v) \| \leqslant L \| u - v \|$ и имеют место оценки погрешности

$$\| [A'(x_0)]^{-1} \| \leqslant B, \quad \| [A'(x_0)]^{-1} (Ax_0 - y) \| \leqslant \eta_0,$$

$$h_0 = BL\eta_0 \leqslant \frac{1}{2}, \quad r = \frac{1 - \sqrt{1 - 2h_0}}{h_0} \eta_0.$$

Тогда последовательные приближения (9) и (10) сходятся к решению $x^* \in S(x_0, r)$ и соответственно справедливы оценки погрешности

$$\| x^* - x_n \| \leqslant \frac{1}{2^{n-1}} (2h_0)^{2^n - 1} \eta_0, \qquad (11)$$

$$\| x^* - x_n \| \leqslant \frac{q^n}{1-q} \eta_0, \quad q = 1 - \sqrt{1 - 2h_0}. \qquad (12)$$

Рассмотрим применение градиентных методов для решения операторных ур-ний. Допустим, что пространство X совпадает с пространством Y и является гильбертовым. Пусть $A0 = 0$ и оператор A имеет производную $A'(x)$, которая является положительно определенным оператором для всех $x \in D(A)$, то есть

$$(A'(x)h, h) \geqslant \gamma^2 \|h\|^2. \qquad (13)$$

Тогда задача нахождения решения ур-ния (1) эквивалентна задаче нахождения минимума функционала

$$F(x) = \int_0^1 (A(tx), x)\,dt - (y, x). \qquad (14)$$

Для нахождения минимума функционала (14) можно применить метод наискорейшего спуска, который заключается в том, что последовательные приближения определяют по ф-ле

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n r_n, \quad r_n = Ax_n - y, \qquad (15)$$

где α_n определяют из условия минимума функционала $F(x_{n+1})$. В случае, если A — линейный положительно определенный ограниченный оператор, параметры α_n определяют по формуле

$$\alpha_n = \frac{(r_n, r_n)}{(Ar_n, r_n)}. \qquad (16)$$

Если m и M — соответственно нижняя и верхняя границы оператора A, то скорость сходимости характеризуется неравенством

$$\|x^* - x_n\| \leqslant \frac{1}{m}\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^n \|r_0\|. \qquad (17)$$

Метод минимальных невязок заключается в том, что последовательные приближения (15) определяют из условия

$$\varepsilon(\alpha_n) = \|Ax_{n+1} - y\| = \min. \qquad (18)$$

Если $\varepsilon(\alpha_n)$ — дифференцируемая ф-ция, то α_n определяют из ур-ния

$$\frac{d\varepsilon(\alpha_n)}{d\alpha_n} = 0. \qquad (19)$$

В случае линейного ур-ния параметры α_n определяют по ф-ле

$$\alpha_n = \frac{(Ar_n, r_n)}{(Ar_n, Ar_n)} \qquad (20)$$

Скорость сходимости характеризуется неравенством (17). Рассмотрим отдельно случай, когда оператор A линейный, и построим итеративный процесс по ф-ле

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n A^* r_n. \qquad (21)$$

где A^* — оператор, сопряженный с A. В этом случае α_n можно определить из условия минимума нормы погрешности $\|x^* - x_n\|$, тогда

$$\alpha_n = \frac{(r_n, r_n)}{(A^*r_n, A^*r_n)}. \qquad (22)$$

Процесс (21—22) сходится со скоростью геом. прогрессии со знаменателем $\frac{\overline{M} - \overline{m}}{\overline{M} + \overline{m}}$, где $\overline{m}$ и $\overline{M}$ — соответственно нижняя и верхняя границы оператора A^*A.

Проекционные методы составляют широкий класс прибл. методов решения операторных ур-ний. Эти методы состоят в том, что прибл. решение ур-ния (1), принадлежащее некоторому подпространству X_n пространства X, определяется из ур-ния

$$P_n(Ax_n - y) = 0, \qquad (23)$$

где P_n — проекционный оператор, проектирующий начальное пространство Y на некоторое его подпространство Y_n. Частным случаем проекционного метода является метод Ритца решения ур-ния (1), в котором оператор A имеет производную, удовлетворяющую условию (13). Заключается он в том, что прибл. решение ищется в виде

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i, \qquad (24)$$

где $\{\varphi_i\}$ — система линейно независимых элементов гильбертова пространства X, а постоянные c_i определяются из условия минимума функционала (14), т. е. из условия

$$F(x_n) = \int_0^1 (A(tx_n), x_n)\,dt - (y, x_n) = \min. \qquad (25)$$

Если $F(x_n)$ — дифференцируемая ф-ция аргументов $c_1, c_2, \ldots, c_n$, то c_i определяются из системы алгебр. или трансцендентных ур-ний

$$\frac{\partial F(x_n)}{\partial c_i} = 0 \qquad (26)$$

В случае, когда оператор A линейный, система (26) — линейна и имеет вид

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A\varphi_j, \varphi_i) = (y, \varphi_i), \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (27)$$

В силу того, что оператор A положительно определенный, определитель системы (27) является определителем Грама, следовательно, система имеет единственное решение.

Более общим, чем метод Ритца, является метод Бубнова — Галеркина. Этот метод можно применять также в случае, когда оператор A не обладает свойством (13). При пользовании методом Бубнова — Галеркина прибл. решение ур-ния (1) ищется в виде (24), а постоянные c_i определяются из условия ортогональности невязки $Ax_n - y$ к элементам $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, т. е. из системы алгебр. или трансцендентных ур-ний

$$(Ax_n - y, \varphi_j) = 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n. \qquad (28)$$

Если A — линейный оператор, система (28) имеет вид (27).

Обобщением метода Бубнова—Галеркина есть метод Галеркина—Петрова, согласно которому постоянные c_i определяют из системы

$$\Phi_i(Ax_n - y) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \quad (29)$$

где Φ_i — некоторая система линейных функционалов. В случае линейного оператора A система (29) принимает вид

$$\sum_{j=1}^{n} c_j \Phi_i(A\varphi_j) = \Phi_i(y), \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \quad (30)$$

По методу наименьших квадратов прибл. решение ур-ния (1), имеющее вид (24), определяют из условия минимума нормы невязки, т. е. из условия

$$\|Ax_n - y\| = \min. \quad (31)$$

Постоянные c_i находим из системы ур-ний

$$\frac{\partial \|Ax_n - y\|}{\partial c_i} = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \quad (32)$$

Если оператор A линейный, то эту систему можно записать так:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A\varphi_j, A\varphi_j) = (y, A\varphi_i), \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \quad (33)$$

Частным случаем метода Галеркина — Петрова является метод моментов, в котором $\Phi_i(u) = (u, \psi_i)$, где $\{\psi_i\}$ — некоторая система линейно независимых элементов. В данном случае c_i определяют из системы

$$(Ax_n - y, \psi_i) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \quad (34)$$

Для линейных ур-ний в гильбертовом пространстве можно применять метод минимальных погрешностей, согласно которому прибл. решение ур-ния вида (1) ищут в виде линейной комбинации

$$x_n = \sum_{i=1}^{n} c_i A^* \varphi_i \quad (35)$$

и постоянные c_i определяют из условия минимума величины $\|x^* - x_n\|$. При этом для нахождения c_i имеем систему линейных алгебр. ур-ний

$$\sum_{j=1}^{n} c_j (A^*\varphi_j, A^*\varphi_i) = (y, \varphi_i), \quad (36)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

Для решения операторных ур-ний применяют также проекционно-итеративные методы, сочетающие в себе идеи как проекционных, так и итеративных методов. Эти методы имеют более широкую область применимости и во многих случаях сходятся значительно быстрее, чем обычные итеративные методы.

Одним из проекционно-итеративных методов есть метод осреднения функциональных поправок Соколова, который состоит в том, что последовательные приближения x_n к решению ур-ния (2) определяются из ур-ний

$$x_n = T(Px_n + Qx_{n-1}), \quad (37)$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots, x_0 \in X,$$

где P — проекционный оператор, проектирующий пространство X на его подпространство $\overline{X}$ конечной или бесконечной размерности, $Q = I - P$ (I — тождественный оператор). Другим вариантом проекционно-итеративного метода осреднения функциональных поправок является метод, по которому x_n определяются как решения ур-ний

$$x_n = PTx_n + QTx_{n-1}, \quad (38)$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots, x_0 \in X.$$

В случае, если X — конечномерное подпространство размерности k, решение ур-ний (37) и (38) на каждом шаге сводится к решению систем алгебр. или трансцендентных ур-ний порядка k. Если $Tx = f + Bx$, где B — линейный оператор, то получающиеся системы — линейны.

Если существует обратный оператор $(I - PB)^{-1}$ (следовательно, и $(I - BP)^{-1}$), то из ур-ний (37) и (38) получаем соответственно

$$x_n = (I - BP)^{-1} f + (I - BP)^{-1} BQx_{n-1}, \quad (37')$$

$$x_n = (I - PB)^{-1} f + (I - PB)^{-1} QBx_{n-1}. \quad (38')$$

Достаточным условием сходимости *алгоритмов* (37′) и (38′) является

$$\|Q(I - BP)^{-1} BQ\| < 1. \quad (39)$$

Условие (39) может выполняться и в случае, когда обычный метод последовательных приближений не сходится. Простейшим достаточным условием сходимости алгоритмов (37) и (38) для ур-ний в банаховом пространстве является условие $p + q < 1$, где p и q — соответственно константы Липшица операторов PT и QT. Если ур-ние задано в гильбертовом пространстве и P — оператор ортогонального проектирования, то простейшим условием сходимости алгоритмов (37) и (38) есть неравенство $l < 1$, где l — константа Липшица оператора T. В этом случае, если $p^2 + q^2 < 1$, скорость сходимости характеризуется геометрической прогрессией со знаменателем $\varepsilon = \min\left\{l, \frac{q}{\sqrt{1 - p^2}}\right\}$.

Существуют и менее ограничительные условия сходимости и оценки погрешности для различных классов операторов и пространств.

Алгоритмы (37) и (38) вкладываются в схему общего итеративного метода, согласно которому прибл. решения x_n к ур-нию $x = F(x, x)$

определяются из ур-ний

$$x_n = F_k(x_n, x_{n-1}), \qquad (40)$$

$$n = 1, 2, 3, \ldots, x_0 \in X,$$

где операторы F_k определяются по рекуррентным ф-лам

$$F_1(x, y) = F(x, y), \quad F_i(x, y) =$$

$$= F[x, F_{i-1}(x, y)], \qquad i = 2, 3, \ldots, k.$$

Если $F(x, y) = PTx + QTy$, $k = 1$, то алгоритм (40) совпадает с (37), а если $F(x, y) = T(Px + Qy)$, $k = 1$, то алгоритм (40) совпадает с алгоритмом (38).

Для операторных ур-ний в частично упорядоченных пространствах часто удается построить две последовательности прибл. решений, которые монотонно (соответственно снизу и сверху) сходятся к искомому решению. Пусть X — частично упорядоченное банахово пространство, а оператор T в ур-нии (2) можно представить в виде $Tx = F(x, x)$, где $F(x, y) \in X$ при $x, y \in X$ и обладает свойством

$$F(x, y) \leqslant F(u, v) \qquad (41)$$

при $x, y, u, v \in [u_0, v_0]$, $x \leqslant u$, $y \geqslant v$.

Если при этом выполняются неравенства

$$u_0 \leqslant F(u_0, v_0), \quad F(v_0, u_0) \leqslant v_0, \qquad (42)$$

то имеют место соотношения

$$u_0 \leqslant u_1 \leqslant u_2 \leqslant \cdots \leqslant u_n \leqslant x^* \leqslant$$

$$\leqslant v_n \leqslant \cdots \leqslant v_2 \leqslant v_1 \leqslant v_0, \qquad (43)$$

где $\{u_n\}$, $\{v_n\}$ определяются по рекуррентным формулам

$$u_n = F(u_{n-1}, v_{n-1}), \quad v_n = F(v_{n-1}, u_{n-1}), \quad (44)$$

x^* — решение ур-ния (2), принадлежащее отрезку $[u_0, v_0]$. Оператор $F(x, y)$ обладает свойством (41), напр., в случае, если $F(x, y) = T_1x + T_2y$, где T_1 — неубывающий, а T_2 — невозрастающий операторы. Элементы u_n и v_n образуют соответственно неубывающую ограниченную сверху ($u_n \leqslant v_0$) и невозрастающую ограниченную снизу ($u_0 \leqslant v_n$) последовательности. Отсюда в некоторых случаях можно сделать вывод о сходимости их соответственно к пределам u и v. Если $u = v = x$ и $F(u, v)$ — непрерывный оператор по u и v, то x — решение ур-ния (2).

Рассмотренные методы широко используются в практике вычислений на ЭВМ.

Лит.: Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., 1959 [библиогр. с. 671—680]; Лучка А. Ю. Теория и применение метода осреднения функциональных поправок. К., 1963 [библиогр. с. 123—126]; Михлин С. Г. Численная реализация вариационных методов. М., 1966 [библиогр. с. 422—428]; Курпель Н. С. Проекционно-итеративные методы решения операторных уравнений. К., 1968 [библиогр. с. 230—241]; Красносельский М. А. [и др.]. Приближенное решение операторных уравнений. М., 1969 [библиогр. с. 437—452]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [библиогр. с. 422—431]. *Н. С. Курпель, А. Ю. Лучка.*

ОПЕРА́ТОРЫ ЛИНЕ́ЙНЫЕ, линейные преобразования — отображения $\mathcal{A}$ линейного пространства V в себя, обладающие свойством линейности, т. е. $(\alpha x + \beta y)\mathcal{A} = \alpha[(x)\mathcal{A}] + \beta[(y)\mathcal{A}]$ для всех $x, y \in V$ и $\alpha, \beta \in K$ (пишем знак отображения A справа: $(x)\mathcal{A}$ — образ вектора x при отображении A). В случае конечномерного пространства V размерности n и при базисе $e_1, e_2, \ldots, e_n$ для V, О. л. однозначно описываются квадратными матрицами порядка n с элементом из поля скаляров. А именно, О. л. $\mathcal{A}$ сопоставляется матрица $A = (\alpha_{ij})$, i-ая строка которой состоит из координат в базисе $e_1, e_2, \ldots, e_n$ образа $(e_i)\mathcal{A}$ i-го базисного вектора e_i: $(e_i)\mathcal{A} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} e_j$. Матрица A наз. матрицей О. л. $\mathcal{A}$ в базисе $e_1, e_2, \ldots, e_n$. В случае бесконечномерных, топологических и функциональных пространств представление О. л. матрицами обобщается введением «бесконечных» матриц различного типа. Примеры О. л.: тождественный оператор $\mathcal{E}$, переводящий всякий вектор x из V в себя: $(x)\mathcal{E} = x$; нулевой оператор $\mathcal{O}$, переводящий все векторы $x \in V$ в нулевой вектор: $(x)\mathcal{O} = 0$. Обобщением этих примеров является понятие скалярного О. л., умножающего все векторы на один и тот же скаляр λ. Такой скалярный О. л. обозначается $\lambda\mathcal{E}$. В произвольном базисе ему соответствует диагональная матрица λE, все диагональные элементы которой равны λ. Другим примером О. л. являются проекции (или проекторы). Под этим понимаются О. л., которые в некотором базисе $e_1, e_2, \ldots, e_n$ переводят некоторые базисные векторы в самих себя, а остальные — в нуль-вектор. Широким и важным классом являются О. л. скалярного типа. Так наз. те операторы, которые в подходящем базисе представляются диагональными матрицами: соответствующие базисы состоят из собственных векторов.

В совокупности всех О. л. рассматриваются и изучаются операции: умножение, сложение и умножение на скаляр. 1) Умножение. Под произведением $\mathcal{A}\mathcal{B}$ операторов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ понимается оператор, получающийся последовательным применением сперва оператора $\mathcal{A}$, затем оператора $\mathcal{B}$. Умножение ассоциативно, вообще говоря, некоммутативно. Произведению О. л. соответствует произведение их матриц. 2) Сложение. Сумма $\mathcal{A} + \mathcal{B}$ операторов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ определяется тождеством $(x)(\mathcal{A} + \mathcal{B}) = (x)\mathcal{A} + (x)\mathcal{B}$. 3) Умножение на скаляр. Если $\mathcal{A}$ — О. л. и $\alpha \in K$, то оператор $\alpha\mathcal{A}$ определяется тождеством $(x)(\alpha\mathcal{A}) = \alpha((x)\mathcal{A})$ для всех $x \in V$. Для операции сложения и умножения на скаляр О. л. сами образуют векторное пространство.

Ядром оператора $\mathcal{A}$ наз. совокупность всех $x \in V$, для которых $(x)\mathcal{A} = 0$. Образом $\mathcal{A}$ наз. совокупность всех $z \in V$, представимых в виде $(y)\mathcal{A} = z$. Ядро и образ являются подпространствами и обозначаются через $\mathrm{Ker}(\mathcal{A})$ и $\mathrm{Im}(\mathcal{A})$ соответственно. Оператор A

наз. невырожденным или регулярным, если $\mathrm{Ker}\,(A) = \{0\}$, $\mathrm{Im}\,(A) = V$ (в конечномерном случае одно из условий достаточно). Регулярный оператор $\mathcal{A}$ обладает обратным оператором $\mathcal{A}^{-1}$, таким, что $\mathcal{A}\mathcal{A}^{-1} = \mathcal{A}^{-1}\mathcal{A} = \mathcal{E}$ и совокупность всех регулярных операторов образует группу для умножения, называемую полной линейной группой пространства. Подгруппы этой группы наз. группами линейных преобразований. В унитарных и эвклидовых векторных пространствах особую роль играют унитарные (соответственно ортогональные) О. л.— это операторы, сохраняющие скалярное произведение. *Л. А. Калужнин.*

ОПЕРАЦИИ МАШИННЫЕ — операции, кодируемые в виде отдельных команд, реализация которых в *цифровой вычислительной машине* осуществляется структурно. Список операций, реализуемых машиной, определяется на основе анализа алгоритмов, выполнение которых возлагается на машину. Программирование задач на входном языке машины (см. *Языки машинные*) позволяет выявить осн. действия, наиболее часто включаемые в *программу* в качестве отдельных операций. Эти операции обычно вводятся в список О. м., образуя т. н. программный уровень внутр. языка (см. *Язык ЦВМ внутренний*), и используются при составлении рабочих программ задач. Алгоритм. универсальность работы машины может быть обеспечена набором операций, включающим операции пересылки содержимого любой ячейки памяти в любую другую ячейку памяти, изменения адреса на ± 1, условного перехода, *останова* машины, ввода — вывода информации и (при наличии внеш. памяти) обмена между ОЗУ и внешними ЗУ. Однако ограниченность такого набора усложняет процесс программирования и удлиняет программы, что приводит к затруднению процесса ввода и загромождению *памяти ЦВМ*. Поэтому обычно выбирается достаточно широкий набор операций, превосходящий минимум необходимых.

О. м. по их функциональному назначению можно разбить на арифм. операции, логич. операции, операции пересылок, операции передачи управления, операции с индекс-регистрами и переадресации, операции обращения к внеш. устр-вам и спец. операции.

С помощью арифметических операций осуществляется непосредственное вычисление различного рода арифм. выражений. К этим операциям относятся собственно арифм. операции (сложение, вычитание, умножение и деление), а также некоторые операции вычисл. назначения типа образования модуля числа, сравнения модулей двух чисел, выделения дробной и целой части числа, операций над порядками двух чисел и др.

Наличие логических операций в наборе О. м. упрощает решение матем. задач и значительно облегчает программирование логич. задач. В качестве примера могут быть названы операции логич. (поразрядного) умножения, реализующего *конъюнкцию* двух чисел; логич. (поразрядного) сложения, реализующего *дизъюнкцию* двух чисел; сравнения, реализующего поразрядное сложение двух чисел по модулю 2, и др. К разновидности логич. операций могут быть отнесены операции, осуществляющие обработку *кодов*, такие, как сдвиг кода, выдача числа единиц в коде, выдача номера старшей единицы в коде, перегруппировка кода числа и др.

С помощью операций пересылок осуществляется обмен информацией непосредственно между ячейками ЗУ и между ними и *регистрами* отд. устр-в машины. Примерами таких операций могут быть операции считывания числа из некоторой ячейки памяти, записи числа в некоторую ячейку памяти и др.

Операции передачи управления являются обязательными в наборе О. м. и используются для управления порядком выполнения команд. К ним относятся операции безусловной передачи управления (безусловный переход) и операции передачи управления по условию (условный переход). Команда безусловного перехода указывает адрес команды, выполняемой после выполнения команды безусловного перехода. Передача управления командой условного перехода производится по значениям признаков перехода. Последние определяются значениями двоичных переменных, соответствующих, например, знаку результата предыдущей операции, нулевому значению результата операции, нулевому содержимому индекс-регистра и др.

Включение операций с индекс-регистрами в состав О. м. обеспечивает непосредственный доступ программиста к схемному оборудованию машины и способствует более эффективному составлению программы. Эти операции включают операции пересылки кода между индекс-регистрами, сложение кодов в индекс-регистрах, установку и выдачу кода из индекс-регистра и др.

Кодирование команд в виде набора цифр значительно расширяет возможности программирования задач, так как позволяет в процессе вычисления на машине производить преобразование команд с помощью операций переадресации. Примерами таких операций могут служить операции изменения команды адресом, состоящие в прибавлении кода адреса данной команды к коду адресной части следующей команды (сложение адресов); изменения команды кодом, когда в качестве приращения к коду адресной части следующей команды служит содержимое ячейки, задаваемой текущей командой, и др.

С помощью операций обращения к внешним устройствам осуществляется обмен информацией между оперативной и внеш. памятью машины. Примерами таких операций могут быть операции ввода в ОЗУ с перфокарт, обмена между барабанами и лентами, выдачи информации на выводные устр-ва и др. Перечисленные выше О. м. могут быть отнесены к классу т. н. базисных операций внутр. языка.

Специальные операции образуют класс встроенных процедур и представляют собой программируемые операции, которые выполняются по *подпрограммам* (или микропрограммам), хранимым в постоянной памяти машины. Такие операции определяют процедуру выполнения некоторых часто встречающихся действий, которые записываются в виде стандартной последовательности О. м., а возможно и микроопераций. Обращение к этим подпрограммам с помощью спец. операций производится автоматически. Характерной особенностью встроенных процедур является то, что в ходе их выполнения может происходить многократное обращение к памяти машины как за элементами программной последовательности, так и за значениями их операндов. Введение спец. операций позволяет расширить операционные возможности машины и способствует упрощению программирования и более эффективному выполнению программ. Примерами таких операций могут быть: вычисление элементарных ф-ций, обращение к *библиотеке стандартных подпрограмм*, матрично-векторные операции, обмен с телеграфными каналами связи и другие операции.

Тенденция приближения программного уровня внутр. языка (см. *Математическое обеспечение ЦВМ внутреннее*) к языкам программирования ведет к расширению состава класса базисных операций и в особенности класса встроенных процедур.

Лит.: Глушков В. М. Теория алгоритмов. К., 1961 [библиогр. с. 165—166]; Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]; Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура цифровых вычислительных машин. Л., 1970.

Л. Я. Картман.

ОПЕРА́ЦИИ НАД МАССИ́ВАМИ — действия над массивами, предназначенные для формирования новых массивов. *Массив* рассматривается как совокупность элементов, называемых *записями*, каждая из которых состоит из конечного набора значений величин. О. н. м. осуществляются путем преобразования заданных в операции величин, записей и массива в целом. При этом под преобразованием понимается как их изменение в массивах, так и перемещение их друг относительно друга. О. н. м. широко используются в различного рода *обработки данных системах* при создании и использовании информационной базы таких систем для решения задач учета, статистических задач и т. п. Состав О. н. м. определяется структурой конкретной системы обработки данных; тем не менее можно выделить ряд операций, имеющих достаточно общее и широкое применение. Рассмотрим некоторые из них. Введем понятие условия в виде набора выражений вида $x \circ a$, где x — наименование некоторой величины, a — значение из области определения x, $\circ$ — символ некоторого отношения. Напр., для числовых величин общеизвестны отношения $<$, $\leqslant$, $\neq$ и др. Говорят, что запись удовлетворяет заданному условию, если для каждого $x \circ a$, входящего в условие, выражение $b \circ a$ — истинно, где b — значение величины x из рассматриваемой записи.

Среди О. н. м. наиболее распространенной является операция выборки данных из массива. Ее суть заключается в том, что из записей, удовлетворяющих заданному условию, извлекаются значения величин, указанных в операции. Часто используемыми О. н. м. являются также операции упорядочения и группировка массивов. Упорядочение массива по возрастанию (убыванию) некоторой величины означает расположение записей в этом массиве в порядке возрастания (убывания) значений заданной величины. Так, упорядочив массив по числовой величине x, для любого i — порядкового номера записи в массиве — имеем $a_i \leqslant a_{i+1}$ ($a_i \geqslant a_{i+1}$), где a_i — значение величины x в записи с номером i. Группировка массива по значениям некоторой величины означает такое расположение записей в массиве, при котором записи, имеющие одинаковые значения этой величины, следуют друг за другом.

Можно определить более общие операции, предполагающие как упорядочение, так и группировку массива. Упорядоченные и сгруппированные массивы используются, в основном, для сокращения времени выполнения операции выборки данных из массива. Характерным для указанных операций является то, что они выполняют действия на уровне записей, не изменяя значений входящих в них величин. К этой группе операций можно отнести и операцию слияния массивов, заключающуюся в построении нового массива, состоящего из всех тех и только тех записей, которые принадлежат хотя бы одному из заданных массивов; при этом результирующий массив может быть построен в соответствии с наперед заданным порядком расположения записей в нем.

Более простыми операциями данной группы считают операции включения записи в массив и исключения из массива записей, удовлетворяющих заданному условию.

К группе операций, выполняемых над величинами, можно отнести разновидность операции корректировки массивов, состоящую в том, что значение заданной в операции величины заменяется другим значением для каждой записи, удовлетворяющей заданному условию.

Операция объединения массивов относится к более сложным операциям этой группы. Она позволяет строить из различных значений записей исходных массивов, удовлетворяющих заданному условию, новые записи результирующего массива. В качестве примеров операций, выполняемых над массивом в целом, можно назвать операции дублирования, пересылки массива и др. *Ф. И. Андон.*

ОПЕРА́ЦИИ НАД СИ́МВОЛАМИ И СТРО́КАМИ — действия, выполняемые на цифровой вычислительной машине, по переработке символов и последовательностей символов (строк), результатами которых являются символы, строки или логические значения. Современные ЦВМ в процессе решения задач по обработке данных — экономических, управле-

ния, планирования и др., оперируют как с числовой, так и с произвольной буквенно-цифровой информацией, при обработке которой и осуществляют О. н. с. и с. Реализация алгоритмов выполнения этих операций обычно осуществляется на разных уровнях. На 1-м — микропрограммном уровне осуществляется обработка символов и строк, не превышающих длины *машинного слова*. Операции на этом уровне производятся с помощью элементарных однотактных действий (микроопераций), таких, как *сдвиг*, передача и др., и для повышения эффективности выполняются с максимальным использованием операционного устройства и его запоминающих регистров без обращения к ОЗУ машины. К операциям 1-го уровня относятся обращение к полю строки, посимвольная обработка строк и операции отношения для строк.

Обращение к полю строки. Поле строки (часть строки, представляющая собой последовательность символов, занимающих смежные позиции) задается номером 1-ой позиции (символа) поля (отсчет символов ведется слева направо) и длиной поля — числом содержащихся на поле позиций. Обращение к полю строки выполняется для считывания символов с поля и для записи на поле новых символов. Операции обращения к полю строки могут выполняться с помощью посимвольных сдвигов и пересылок, наложений масок (соответствующих наборов из последовательностей единиц и нулей) на обрабатываемую строку и др. Напр., для выделения символов поля с использованием посимвольных сдвигов достаточно «стереть» символы, следующие за полем, с помощью линейных сдвигов вправо, сдвинуть поле влево и дописать до конца слова символы «пусто».

При выполнении записи символов на поле строки с использованием масок производится «стирание» поля наложением на обрабатываемую строку маски из последовательностей нулей в месте расположения поля с последующей записью новых символов наложением их на очищенное поле. При «стирании поля» выполняется операция конъюнкции кодов маски и обрабатываемой строки, при записи новых символов — операция дизъюнкции кода строки с очищенным полем и записываемых символов.

Посимвольная обработка строк. Эта операция позволяет осуществлять перемещение и замену символов в пределах строки. К операциям этого класса относятся: безусловная и условная замена символов строки, сравнение символов, объединение и разбивка строки по маске, линейные и циклические посимвольные сдвиги. В процессе выполнения операций замены символов каждый символ строки сравнивается с заданным символом; в зависимости от результата сравнения выполняется замена соответствующего символа или разрешается сравнение следующего символа строки. При условной замене просмотр и замена символов производится не до конца строки, а до обнаружения некоторого заданного символа. Т. о., в случае условной замены каждый символ строки сравнивается не с одним, а с двумя заданными символами.

Операции упаковки и распаковки строки по маске предусматривают выделение отмеченных маской символов строки. При операции упаковки отмеченные символы располагаются в смежных позициях, сдвигаются влево и дополняются до конца слова символами «пусто». При операции распаковки отмеченные символы занимают в слове результата заданные слоговые позиции, а в остальные позиции строки записываются символы «пусто».

Операции линейных и циклических посимвольных сдвигов разрешают смещение влево или вправо всех символов строки на заданное произвольное (в пределах строки) число позиций с потерей или с запоминанием выдвигаемых символов.

Операции отношения для строк предусматривают сравнение двух строк по соответствующим символам, начиная с крайних левых в соответствии с принятым в алфавите старшинством символов. Результатом выполнения операции отношения является логическое значение. Большей считается строка, у которой первый из несовпадающих символов старше. Допускается сравнение строк, содержащих разное к-во символов. В этом случае длина строк выравнивается путем дописывания символов «пусто» к более короткой строке. Приведенный состав операций, вместе с операцией условного перехода, является достаточным для реализации нормальных алгоритмов (алгоритмов Маркова).

К операциям 2-го уровня относятся действия над строками произвольной длины — их посимвольная обработка, операции отношения и обращение к полям. Эти операции строятся в основном из базисных операций 1-го уровня и их микропрограммы фиксируются обычно в запоминающем устройстве. Существенным отличием операций 2-го уровня является обращение в процессе их выполнения к оперативной памяти для извлечения очередных последовательностей символов и для запоминания промежуточных результатов. Приведенные операции позволяют осуществлять эффективную обработку массивов строк — упорядочение, редактирование и др. *И. П. Окулова.*

ОПЕРАЦИИ НАД ЧИСЛАМИ — совокупность действий над упорядоченной последовательностью цифр в соответствии с набором правил, задаваемых алгоритмами выполнения операций, в результате которых образуется новая последовательность цифр. Основными О. н. ч. являются: арифм. операции, операции сравнения, преобразования числа и логические операции.

Арифметические операции. К ним относятся: операции сложения, вычитания, умножения, деления и операция извлечения квадратного корня. Методы выполнения этих операций зависят от применяемой *системы счисления* (позиционная или непозиционная), от выбора о с н о в а н и я системы счисления, от способов кодирования отрицательных чисел. Наи-

более просто арифм. операции реализуются в двоичной позиционной системе счисления.

Сложение и вычитание. Составной частью всех *алгоритмов* выполнения арифметической О. н. ч. является элементарная операция суммирования. Полная операция арифм. сложения отличается от простого суммирования тем, что необходимо учитывать знаки слагаемых, способ кодирования отрицательных чисел, положение запятой при представлении чисел (фиксированная или плавающая) и требование округления результата. Для кодирования отрицательных чисел используются прямой, обратный или дополнительный коды (см. *Код, Коды корректирующие*).

Кодирование отрицательных чисел обратным или дополнительным кодом дает возможность вычитание числовых значений заменить суммированием. При кодировании абсолютного значения числа прямым кодом осуществляется перевод прямого кода отрицательного числа в обратный или дополнительный в процессе выполнения сложения. Если результат суммирования отрицательный, он представлен обратным или дополнительным кодом, в связи с чем осуществляется перевод его в прямой код в конце операции.

Арифм. операция вычитания, как правило, заменяется операцией сложения с операндом, знак которого изменен на противоположный. Алгоритм выполнения сложения для чисел с плавающей запятой отличается от алгоритма сложения с фиксированной запятой тем, что перед непосредственным суммированием выполняется сравнение и выравнивание порядков чисел. Результату суммирования присваивается порядок большего числа, а мантисса приводится к нормализованному виду. Скорость выполнения суммирования в ЦВМ определяется быстродействием *сумматоров*. Применение схем сквозных, одновременных групповых переносов, асинхронных методов определения завершения переносов, сумматоров с «условными суммами», параллельно-параллельных сумматоров (см. *Блоки ЦВМ типовые*) повышает скорость выполнения операций сложения и вычитания.

Выполнение суммирования чисел, представленных в десятичной позиционной системе счисления, осуществляется с помощью десятичных сумматоров, типы которых определяются способом кодирования десятичных цифр. Для получения каждой десятичной цифры суммы при двоичном кодировании используются правила двоичного сложения в каждом разряде сумматора с последующей корректировкой цифры суммы, если она превышает цифру девять. Способы корректировки определяются методом кодирования десятичных цифр. Так, напр., при двоичном кодировании десятичных цифр кодом «8, 4, 2, 1» коррекция результата осуществляется прибавлением 6 (0110); выход за располагаемое число разрядов, полученный при первом или втором сложении, фиксируется как перенос в старший десятичный разряд. Отрицательные десятичные числа, как и двоичные, кодируются путем образования дополнения каждой цифры десятичного числа до «9», и при использовании самодополняющихся двоичных кодов («2, 4, 2, 1») этот код совпадает с обратным. Алгоритм выполнения сложения десятичных чисел имеет ту же последовательность шагов, что и двоичных чисел.

Умножение. Выполнение арифм. операции умножения для чисел с фиксированной запятой состоит из образования знака произведения и перемножения абсолютных значений сомножителей. Знак произведения равен сумме по модулю 2 знаков сомножителей. Для двоичной системы кодирования чисел умножение абсолютных значений сомножителей состоит из прибавлений множимого к частичному произведению и сдвигов при очередной цифре множителя — «1» или из одних сдвигов при очередной цифре множителя — «0». При этом в сумматоре накапливаются частичные произведения. Различают четыре варианта умножения сомножителей: умножение на множитель со стороны младших разрядов со сдвигом частичных произведений вправо (множимое неподвижно); умножение на множитель со стороны младших разрядов со сдвигом множимого влево (частичные произведения неподвижны); умножение на множитель со стороны старших разрядов со сдвигом частичных произведений влево (множимое неподвижно); умножение на множитель со стороны старших разрядов со сдвигом множимого вправо (частичные произведения неподвижны).

При умножении чисел, представленных с плавающей запятой, порядок произведения равен сумме порядков сомножителей, а мантисса произведения — произведению мантисс сомножителей (результат приводится к нормализованному виду с одновременной корректировкой порядка). Умножение отрицательных чисел, представленных обратным или дополнительным кодом, производится путем простого умножения этих кодов и введения поправок в предварительный результат, что осуществляется либо в процессе умножения, либо после него. Так, напр., при отрицательном множителе, представленном дополнительным кодом, и положительным множимым, для получения правильного произведения требуется вычесть удвоенное множимое из произведения, полученного простым умножением. При представлении сомножителей обратным кодом обычно осуществляется перевод их в прямой код и умножение выполняется в прямых кодах с последующим преобразованием произведения в обратный код.

Все способы ускорения умножения сводятся к ускорению собственно операции сложения (вычитания), уменьшению общего к-ва сложений (вычитаний), замене одноразрядных сдвигов многоразрядными, совмещению во времени операций сложения и сдвига. Эти способы могут применяться самостоятельно и в любой комбинации, чем и обусловливается многообразие методов. По дополнительным затратам оборудования, необходимого для ускорения

умножения, все методы можно разделить на логические и аппаратные. При логических методах ускорения сохраняется без изменения к-во числовых регистров арифм. устр-ва, а ускорение достигается за счет усложнения устр-ва управления (к-во дополнительного оборудования N не зависит от к-ва разрядов сомножителей m). Аппаратные методы ускорения требуют введения дополнительного оборудования в регистровую часть *арифметического устройства*, зависящего от к-ва разрядов сомножителей m.

К логическим методам ускорения умножения относятся: метод пропуска тактов суммирования, если очередная цифра множителя нуль, метод группировки разрядов множителя и использование отрицательных весов разрядов для представления его, метод последовательного преобразования цифр множителя, метод совмещения сложения и сдвига.

Различают аппаратные методы ускорения первого порядка (для них характерна линейная зависимость N от m) и аппаратные методы второго порядка (к-во дополнительного оборудования пропорционально m^2). Аппаратные методы ускорения умножения основаны на введении дополнительных цепей сдвига в регистрах для сокращения к-ва сдвигов и на введении дополнительных суммирующих схем для ускорения сложений. К аппаратным методам 1-го порядка относятся: введение многоразрядных сдвигов, дополнительного сдвинутого сумматора, метод одновременного умножения на старшую и младшую половины множителя, метод неполного суммирования; к аппаратным методам 2-го порядка — использование m дополнительных суммирующих схем и инверторов, с помощью которых производится умножение на все разряды множителя параллельно.

Умножение чисел, представленных в десятичной системе счисления, может осуществляться с помощью использования таблиц умножения, которые либо хранятся в *запоминающем устройстве*, либо образуются с помощью набора переключательных цепей. Более простой формой умножения в машинах является умножение с помощью последовательного сложения, при котором умножение на каждую цифру множителя состоит из стольких прибавлений множимого к частичному произведению, сколько единиц содержится в цифре множителя. К-во сложений можно сократить путем использования вычитания множимого из частичных произведений при представлении десятичных цифр множителя от 6 до 9 в виде дополнения до 10 и последующего прибавления 1 к цифре следующего разряда, либо путем использования удвоенного и упятеренного множителя и их комбинации с вычитанием.

Деление и извлечение корня. Т. к. арифм. операции деления и извлечения квадратного корня в программах решения задач встречаются реже, чем остальные арифм. операции, их часто выполняют по *подпрограммам* с помощью итерационного процесса, включающего сложение, вычитание, умножение. Выполнение этих операций по *микропрограммам* в арифм. устр-ве приводит к сокращению времени их выполнения по сравнению с подпрограммой при незначительном увеличении к-ва оборудования в общем объеме машины. Процесс деления абсолютных значений чисел, представленных в двоичной системе счисления с фиксированной запятой, заключается в нахождении цифры частного по знаку очередного остатка: при отрицательном остатке цифра частного соответствует «0», при положительном — «1».

В машинах применяется, как правило, метод деления без восстановления остатка (цифре частного присваивают значение «0», если очередной остаток получился отрицательный, и производят удвоение этого остатка с последующим прибавлением делителя). Знак частного определяется, как и при умножении. При делении чисел, представленных с плавающей запятой, порядок результата соответствует разности порядков делителя и делимого с поправкой на нормализацию мантиссы результата. Деление чисел, представленных в обратном или дополнительном коде, не требует коррекций, как при умножении, а прибавление или вычитание делителя из очередного остатка устанавливают, сравнивая знаки остатка и делителя: если они не совпадают, то осуществляется прибавление делителя, если совпадают — вычитание (сложение и вычитание выполняется с учетом алгебр. знаков). Как и при умножении, ускорение операции деления основывается на сокращении к-ва сложений (вычитаний), на ускорении собственно сложений (вычитаний), введении многоразрядных сдвигов и т. д.

К логическим методам ускорения деления относится метод пропуска тактов вычитаний при нормализованном делителе путем анализа старших цифр остатка и замене вычитаний делителя из остатка сдвигами, если в старших разрядах остатка нули (соответствующие цифры частного равны нулям). Если для ускорения умножения используются аппаратные методы, то это же оборудование используется и для ускорения деления (напр., метод неполного суммирования, использование дополнительных сумматоров). Методы деления чисел, представленных в десятичной системе счисления, аналогичны методам деления в двоичной системе. Очередная цифра частного соответствует к-ву последовательных вычитаний делителя из остатка до получения отрицательного остатка.

Алгоритм выполнения операции извлечения квадратного корня, как самостоятельной операции, заключается в определении цифр корня, как и при делении, по знаку остатка, полученного в результате вычитания из очередной грани подкоренного выражения, начиная со старшей, удвоенного частичного корня (вычитание выполняется в дополнительном коде). Порядок результата, представленного плавающей запятой, равен порядку подкоренного выражения, деленному на 2.

В связи с ограниченным к-вом разрядов для представления абсолютных значений чисел выполнение арифм. операций в ЦВМ может привести, с одной стороны, к появлению погрешности вычислений, которая может быть уменьшена введением округления результата (см. *Цепь округления*). С другой стороны, это может привести к выходу результата за пределы допустимого диапазона представимых чисел, что фиксируется по переполнению либо абсолютного значения результата (для фиксированной запятой), либо по переполнению порядка (для плавающей запятой). Различные модификации арифметической О. н. ч. с плавающей запятой связаны с наличием или отсутствием блокировки округления и нормализации результата.

Сравнение. Выполнение операций сравнения заключается в определении большего или меньшего из двух чисел, либо равенства двух чисел, и сводится к выполнению операции вычитания сравниваемых чисел с последующим анализом результата. Для упрощения выполнения этих операций устр-во должно иметь схему определения равенства числа нулю.

Преобразование числа. Одноместные операции преобразования числа включают операции сдвига числа, замены знака числа, выделения целой части числа, представленного с плавающей запятой, отделения целой части числа от дробной, приведения числа к нормализованному виду, преобразования формы записи целого числа в форму записи действительного числа с плавающей запятой и наоборот, и т. д. Выполнение этих операций осуществляется с помощью элементарной операции сдвига.

Логические операции. Логические операции дизъюнкции, конъюнкции, отрицания, равнозначности, неравнозначности и т. д. определены для булевых переменных. При выполнении этих операций в арифм. устр-вах *машинное слово* рассматривают как набор булевых переменных и операции выполняются поразрядно (напр., выполнение операции дизъюнкции можно свести к поразрядной передаче по раздельному единичному входу *триггера* регистра, в котором хранится 1-й операнд, кода 2-го операнда). Все остальные операции с помощью правил преобразований логических выражений можно привести к операции дизъюнкции.

Выполнение О. н. ч. при позиционной системе кодирования имеет существенный недостаток — наличие межразрядных связей, что ограничивает быстродействие арифм. устройств. Использование непозиционных систем счисления для представления чисел (в частности, системы счисления в остаточных классах) позволяет выполнять операции сложения, вычитания, умножения параллельно над цифрами каждого разряда в отдельности вне связей между разрядами, в результате чего скорость выполнения этих операций не зависит от к-ва разрядов и может быть сведена к длительности машинного такта. Малоразрядность остатков, представляющих число, позволяет использовать табличные методы выполнения этих операций. Однако алгоритмы выполнения операций, требующих знания всего числа в целом (определение знака числа, сравнение чисел по величине, деление с округлением результата, определение выхода числа за пределы диапазона представимых чисел), сложнее, чем для позиционных систем счисления.

В настоящее время разработан ряд эффективных методов для выполнения этих операций в системах остаточных классов. Операции, выполняемые по *подпрограммам стандартным* требуют для реализации неоднократного обращения к запоминающему устройству, где хранятся промежуточные результаты выполнения операций, составляющих этапы стандартной подпрограммы. К этому классу операций относятся, напр., операции возведения в степень, операции преобразования из одной системы счисления в другую, операции над комплексными числами и числами, длина которых превышает длину машинного слова, операции по вычислению тригонометрических функций и нахождению логарифмов.

Лит.: Рабинович З. Л. [и др.]. Анализ методов многотактного умножения и деления в ЦВМ. «Автоматика и приборостроение», 1962, № 2; Паперное А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]; Акушский И. Я., Юдицкий Д. И. Машинная арифметика в остаточных классах. М. 1968 [библиогр. с. 430—433]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575]; Ричардс Р. К. Арифметические операции на цифровых вычислительных машинах. Пер. с англ. М., 1957 [библиогр. с. 412—419].

З. М. Кириченко.

ОПЕРА́ЦИИ ИССЛЕ́ДОВАНИЕ — направление в исследовании и проектировании систем, основанное на математическом моделировании процессов и явлений; более узко — комплекс средств и методов, предназначенных для создания матем. моделей реальных явлений и систем, для формального получения выводов, позволяющих создать или изменить систему в заданном плане. О. и. позволило от наблюдений и умозрительных заключений перейти к строгой проверке представлений о рассматриваемых системах и явлениях на модели, в первую очередь, на матем. моделях, реализация которых с появлением ЭВМ стала быстрой и эффективной.

Под операцией обычно понимают функцию — действие, осуществляемое некоторой организацией согласно определенным условиям и инструкциям, подразумевая под организацией систему, включающую в себя человеческие коллективы в традиционном понимании. Т. о., изменить операцию обозначает изменить организацию, условия и инструкции выполнения действия. Часто операции становятся неэффективными из-за неочевидной подмены целей в организации операции. Поэтому, как правило, работа исследователей операции начинается с анализа критерия эффективности операции. Проблема критерия играет важную роль в соц.-эконом. системах с их изменчивостью, неопределенностью, развиваемостью, возможным противоречием локальных целей отдельных пред-

ставителей организации и задач организации в целом. Приведение в соответствие желаемых и реальных целей обычно приводит к существенным организационным перестройкам и выводит за пределы круга вопросов, рассматриваемых в рамках О. и., т. е. требует проектирования операции как бы заново, используя весь арсенал методов совершенствования организаций, включающих и *системный подход*, и методы *системотехники*, *психологии инженерной*, групповой динамики и др.

На практике часто применяют такую рационализацию операций, которая выражается не в изменении критерия или структуры организации, а в изменении интенсивности и характера использования тех или иных ресурсов, средств, изменения последовательности условий выполнения действий, работ. В этих случаях математизация задачи, построение модели приводит к экстремальной постановке, которую удается решить методами теории оптим. решений или путем имитационного моделирования. Так как методы решения экстрем. задач часто весьма специфичны для тех или иных классов операций, принято соответствующие разделы теории оптим. решений наряду с описанием этих классов задач включать и изучать в рамках О. и. В последние годы построение имитационных моделей систем значительно ускоряется благодаря разработке алгоритм. языков моделирования, структура которых методична уже сама по себе. Имитационное моделирование — универсальное средство решения задач О. и. Быстрее и с бо́льшей точностью удается решить ту или иную экстрем. задачу в О. и., если удается свести ее постановку к хорошо изученным матем. структурам и воспользоваться соответствующими методами теории оптим. решений. Здесь на помощь исследователю операций, в основном, приходит знание теории оптим. решений, опыт, различные вопросники (вида: Что неизвестно? Как конструируются возможные варианты? Каким набором параметров они представляются? Каковы свойства неизвестного? Не встречались ли близкие постановки раньше?... и т. д.), очерчивающие этапы постановки задачи.

Самой сложной процедурой в О. и. является установление степени близости матем. модели и реальной системы. Эти трудности более или менее успешно преодолены для вероятностных моделей операций на основе методов *математической статистики*. Иногда неверно противопоставляют О. и. и системный подход: в О. и. при моделировании всегда применяется системный подход; наряду с этим, системный подход в исследовании, проектировании, планировании систем требует, как правило, применения методов О. и.

Лит.: Вентцель Е. С. Введение в исследование операций. М., 1964 [библиогр. с. 384]; Морз Ф. М., Кимбелл Дж. Е. Методы исследования операций. Пер. с англ. М., 1956 [библиогр. с. 300—301]; Саати Т. Л. Математические методы исследования операций. Пер. с англ. М., 1963; Райветт П., Акофф Р. Л. Исследование операций. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 141—142]; Черчмен У. [и др.]. Введение в исследование операций. Пер. с англ. М., 1968.

В. В. Шкурба.

ОПЕРА́ЦИЙ СИСТЕ́МА — набор операторов внутреннего языка *цифровой вычислительной машины*, доступный программисту для написания программы. О. с. ЦВМ и способы задания адресов операндов образуют *команд систему* ЦВМ. О. с. является одним из осн. факторов, определяющих проблемную ориентацию ЦВМ, т. е. ориентацию ЦВМ на эффективное решение одного или нескольких классов задач.

Развитие О. с. тесно связано с развитием методов управления вычисл. процессом в ЦВМ и структуры ее в целом. Различают следующие типы О. с.: 1) с однопрограммной работой и записью программы на языке простых машинных команд; 2) с мультипрограммной работой и записью программы на языке машинных команд; 3) с однопрограммной работой и записью программы в виде конструкций языка высокого уровня; 4) с мультипрограммной работой и записью программы конструкциями языка высокого уровня.

Первые ЦВМ имели О. с. исключительно 1-го типа. Их О. с. содержали минимально необходимые наборы операций для проведения арифм. вычислений. Примерный состав О. с. этого типа — арифметические операции с фиксированной запятой (иногда и с плавающей запятой), простые логич. операции (*конъюнкция, дизъюнкция*, сложение по модулю 2 и др.), операции управления логич. переходами в *программах*, простейшие операции ввода—вывода, операции *останова*. Наиболее развитые ЦВМ с О. с. 1-го типа имели в своем составе также операции, непосредственно относящиеся к управлению вычисл. процессом — операции прерывания вычислений с передачей управления в заранее определенные ячейки оперативной памяти, операции управления различными типами внеш. устр-в (графикопостроители, алфавитно-цифровой вывод). Примерами ЦВМ с О. с. 1-го типа являются машина «*М-20*» (и однотипные с ней), а также все ЦВМ фирмы ИБМ (США), разработанные до появления «IBM-360» («IBM-709», «IBM-7030»).

О. с. 2-го типа является развитием О. с. 1-го типа в направлении пополнения состава О. с. более мощными арифм. операциями, в частности операциями над короткими и длинными словами, операциями над кодами, символами, операциями упаковки и распаковки кодов в соответствии с заданной маской, разнообразными операциями прерывания, поступающих извне и от устр-в машины, и т. д. В составе О. с. 2-го типа появляются операции, специализированные для общения программы с *операционной системой* или для защиты условной (математической) памяти пользователя. Помимо операций, реализуемых схемно, используются макрооперации (экстракоды), т. е. *подпрограммы*, постоянно хранимые в ЦВМ и не занимающие матем. памяти машины пользователя. Такая О. с. позволяет организовывать обработку операндов, хранимых не только в памяти, но и в адресуемых *регистрах* ЦВМ. Примерами ЦВМ с О. с. 2-го

типа являются «IBM-360» (и все подобные ей), а также «БЭСМ-6».

О. с. 3-го типа связана с разработкой эффективных средств *взаимодействия человека с вычислительной машиной* в процессе решения задачи. Входной язык в таких ЦВМ — язык, близкий к обычному матем. языку, а внутр. язык (а, следовательно, и О. с.) близок к входному языку. Эта близость либо вообще исключает этап трансляции при подготовке и отладке алгоритма решения задачи, либо требует лишь весьма простого транслятора. Примером ЦВМ с таким типом О. с. является машина «*МИР*».

О. с. 4-го типа характеризуется теми же свойствами, что и О. с. 3-го типа, однако ЦВМ с 4-м типом О. с. предназначена для мультипрограммной работы и, следовательно, имеет соответствующие операции в О. с. Напр., ЦВМ «IBM-360» модель 30 с реализацией языка высокого уровня ЭЙЛЕР в качестве внутр. языка.

Важным средством перехода от одной О. с. к другой является эмуляция О. с., заключающаяся в том, что на новой машине моделируется О. с. старой машины (программными или структурными средствами). Введение эмуляции О. с. обуславливается двумя факторами: наличием значительного числа программ для старых ЦВМ, которыми не пользуются, но фонды программ, отлаженных для этих ЦВМ, могут быть использованы и в дальнейшем, и, во-вторых, квалификацией и опытом программистов, которые в этом случае могут составить программу на наиболее удобном им языке (системе операций). Иногда термин «О. с.» заменяют термином «набор операций». См. также *Язык ЦВМ внутренний*.

Лит.: Ляшенко В. Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4, М-220. М., 1967 [библиогр. с. 419]; Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]; Вычислительная система «IBM/360». Пер. с англ. М., 1969; Weber H. A microprogrammed implementation of EULER on IBM system/360 model 30. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1967, v. 10, № 9.

А. А. Якуба.

ОПЕРАЦИО́ННАЯ СИСТЕ́МА — комплекс программ, осуществляющих управление вычислительным процессом и реализующих наиболее общие алгоритмы обработки информации на данной цифровой вычислительной машине. Первые О. с. созданы в 1953—54 в США. В 1955 была разработана уже достаточно развитая О. с. для машины «IBM-704».

При создании первых О. с. стремились сократить время отладки *программ* вручную за пультом машины, и, по возможности, минимизировать время, затрачиваемое оператором для подготовки задачи к решению. С этой целью была создана серия обслуживающих, управляющих и *отладочных программ*, которые поставляли программисту информацию, необходимую для анализа работы программы за письменным столом, а не за пультом машины. С дальнейшим развитием входных языков появилась необходимость автоматизировать процессы вызова соответствующих *трансляторов*, загрузки оттранслированных программ в память и процесс распределения памяти.

Особое значение для развития О. с. имела идея *многопрограммной обработки информации*. Наиболее законченное выражение эта идея получила при разработке О. с. для машины «ATLAS» (Англия). Эту систему следует считать родоначальницей современных О. с., состоящих из десятков и сотен тысяч команд и практически полностью автоматизирующих внеш. и внутр. организацию вычисл. процесса на машине.

Установившейся классификации О. с. пока не существует. Причиной этого является, по-видимому, сложность самих систем, постоянное их развитие и появление все новых разновидностей. Для некоторых частных случаев классификация О. с. возможна и общепринята. Так, напр., выделяют два класса О. с., характеризующихся способом доступа пользователя к ЦВМ: одни О. с. допускают непосредственный доступ пользователя к ЦВМ, а другие предполагают посредников между пользователем и ЦВМ в лице операторов, принимающих задание пользователей и выдающих им решения. О. с., допускающие пользователя к ЦВМ без посредничества оператора, применяют в системах разделения времени (см. *Диалога режим*, *Обработка информации в режиме разделения времени*), а также в *автоматизированных системах управления предприятием*. О. с., которыми можно пользоваться при посредничестве оператора, применяют при *пакетной обработке информации*. Особые О. с. необходимы для вычисл. процесса на ЦВМ, работающих в системах управления тех. и технологическими объектами (см. *Обработка информации в реальном масштабе времени*).

Осн. функциями О. с. являются собственно управление вычисл. процессом, а также реализация алгоритмов обработки информации общего для данной машины и класса задач назначения, напр., трансляция, редактирование, упорядочение, сортировка и т. д. В соответствии с таким разделением ф-ций О. с. программы, входящие в нее, принято делить на *управляющую программу* и обрабатывающие программы (часть обрабатывающих программ, выполняющих чисто вспомогательные функции, наз. обслуживающими программами). Управляющую программу можно рассматривать в качестве своеобразного «программного продолжения» *устройства управления ЦВМ*.

В результате функционирования О. с. пользователь имеет в своем распоряжении некоторую воображаемую (виртуальную) машину, программно имитируемую на реально работающей машине. Внутр. язык виртуальной машины расширен по сравнению с языком реальной машины за счет инструкций, выполняемых управляющей программой (см. *Макрокоманда*). Тех. параметры виртуальной машины несколько ниже, чем реальной, особенно в случае многопрограммной обработки информации. Так, быстродействие виртуального

процессора, с точки зрения пользователя, более низкое, чем реального, т. к. реальный процессор может выполнять параллельно несколько программ.

Осн. ф-циями управляющей программы О. с. является управление заданиями, распределение памяти, управление обменом, *управление данными*, реакция на нерегулярные ситуации, ведение протокола вычисл. процесса, а также управление обрабатывающими программами О. с., напр., трансляторами. Перечисленные ф-ции О. с. взаимосвязаны, поэтому четко разграничить их не всегда возможно. Значимость той или иной ф-ции зависит от внеш. и внутр. организации вычисл. процесса. Программы О. с. в зависимости от частоты обращения к ним и необходимой скорости выполнения их постоянно находятся в оперативной (или долговременной) памяти — т. н. резидентной (или нерезидентной) части О. с.

Осн. единицей работы машины является задание. Характерной чертой заданий является их содержательная цельность (с точки зрения пользователя) и независимость друг от друга. Каждое задание разбивается на ряд пунктов (шагов), выполняемых последовательно в соответствии с управляющими предложениями, задаваемыми пользователем в задании. Управляющая программа, распознав очередной пункт, принимает его к выполнению. При многопрограммной обработке информации отдельные пункты, порожденные разными заданиями, выполняются практически параллельно в соответствии с режимом работы.

Наиболее общие ф-ции управления в О. с. выполняют спец. планирующие программы, анализирующие поток заданий и предварительно распределяющие машинные ресурсы (напр., *устройства ввода — вывода данных ЦВМ*, память на *дисках магнитных* или *барабанах магнитных* и т. д.). Информация о ресурсах, необходимых для задачи, содержится в т. н. паспорте задачи. После расчленения на пункты заданиями начинают управлять программы, объединяемые обычно понятием «супервизор». *Супервизор* ведает текущим обеспечением задач ресурсами, управляет распределением памяти и процессами обмена с накопителями.

Программы, соответствующие отдельным задачам, обычно расчленяются на несколько сегментов, являющихся единицами загрузки в оперативную память. Функциями супервизора является также вызов сегментов с внеш. накопителей для их выполнения, настройка на истинные адреса в оперативной памяти и обеспечение связи между отдельными сегментами (редактирование связей). Часто эти ф-ции реализуют спец. программы — *загрузчики*. Особо важным является загрузка отдельных сегментов некоторой задачи на одно и то же место оперативной памяти (т. н. перекрытие).

Управление данными заключается в организации на *запоминающих устройствах внешних* каталогизированной системы *массивов*, обращение к которым в программах максимально приближено к обращению, принятому в *алгоритмических языках* высокого уровня (напр., в *КОБОЛе*). Управление данными необходимо в О. с., предназначенных для автоматизированных систем управления предприятиями, *информационно-справочных систем* и для других применений, для которых необходима организация архивов информации на внеш. носителях.

В процессе работы машины могут возникать различные нерегулярные ситуации, связанные с неисправностями самой машины (отказы и сбои) или ошибочными действиями оператора и пользователя. При возникновении таких ситуаций управляющая программа реагирует на вырабатываемую информацию (напр., сигналы прерывания), анализирует ситуацию и предпринимает действия к *диагностике неисправностей ЦВМ*, их локализации и, если возможно, автомат. устранению путем включения резервной аппаратуры, отключения неисправной машины или перехода на режимы работы с неполным комплектом аппаратуры. Диагноз и рекомендации к устранению нерегулярной ситуации сообщаются оператору.

В случае, если продолжать решать какую-нибудь задачу невозможно в связи с аварией или ошибками в программе, управляющая программа выдает т. н. «посмертную информацию», помогающую оператору (или пользователю) получить максимум сведений о происшедшем случае и не допустить повторения этой ошибки в дальнейшем. Особенно сложными ф-циями контроля и диагностики обладают управляющие программы многопроцессорных систем, работающих в реальном масштабе времени (взаимная диагностика *процессоров*, обеспечение функционирования системы в случае выхода из строя некоторых из процессоров и т. д.).

Весь ход вычисл. процесса на машине должен автоматически протоколироваться, особенно если машину используют многие потребители, работающие с терминалов (индивидуальных пультов), а также в случае использования машины в системах автоматизированного управления. Протоколирование необходимо для расчета оплаты за эксплуатацию машины и для получения первичной документации при возникновении различных конфликтных ситуаций в отношениях с пользователями. В протокол включаются сведения о затратах машинного времени (отдельно по центр. процессору и внеш. устр-вам для выполнения каждого задания пользователя, о действиях, выполняемых оператором и пользователем в регулярных и нерегулярных ситуациях). Сведения о процессе накапливаются обычно во внеш. памяти машины и могут быть по требованию оператора выведены на устр-во отображения или печатающее устр-во. Некоторые сведения выводятся управляющей программой.

Обрабатывающие программы общего назначения (трансляторы, загрузчики и др.) находятся под непосредственным контролем управляющей программы, осуществляющей их

вызов и обеспечение ресурсами. После окончания работы загрузчика О. с. берет на себя управление загруженной программой. В некоторых случаях связь между управляющей программой и системой программирования, реализуемой транслятором, бывает настолько тесной, что включить в О. с. еще одну систему программирования практически невозможно. Такое взаимное переплетение управляющей программы и системы программирования встречается в основном в системах, ориентированных на режим диалога. В большинстве же случаев в О. с. можно включать произвольное число систем программирования на базе процедурно- либо машинно-ориентированных входных *языков программирования*. В этом случае О. с. наз. открытой относительно систем программирования. Трансляция со всех языков программирования высокого уровня производится обычно на один *язык машинно-ориентированный* (язык макроассемблера), включающий все макрокоманды О. с.

Управляющая программа в процессе функционирования ЦВМ взаимодействует, с одной стороны, с оператором и пользователями, принимая и выполняя их инструкции, а с другой — с выполняемыми программами, расшифровывая поступающие макрокоманды и управляя процессом их выполнения. В соответствии с этими видами взаимодействия различают два вида языков О. с.: язык общения операторов и пользователей с О. с. и язык общения выполняемых программ с О. с. (язык макрокоманд). Язык общения операторов и пользователей с О. с. содержит инструкции, задаваемые системе с осн. (центрального) пульта оператора или с терминалов пользователей, а также сообщения, выдаваемые машиной.

При режиме пакетной обработки информации значительная часть инструкций содержится на т. н. управляющих перфокартах, вводимых вместе с программой и начальными данными задачи. К инструкциям относятся команды о вводе или окончании задания, команды изменения *приоритетов* заданий, команды, устанавливающие или изменяющие порядок выполнения работ по выполнению задания, сообщения оператора о системе конфигурации машины, указание носителей, на которых располагается необходимая информация, и др. Ряд сообщений информационного характера, указаний оператору или пользователю относительно выполнения определенных действий (подготовить носитель информации, обеспечить загрузку устр-в перфокартами, сообщить пароль, принять меры к устранению неисправностей в устр-вах и т. п.) О. с. выдает без спец. запросов со стороны пользователя или операторов.

В язык общения выполняемых программ с О. с. (язык макрокоманд) входят заявки на выполнение отдельных системных процедур, на формирование массивов (файлов), на предоставление программам ресурсов, на ввод и вывод информации и др. Существует и внутр. язык О. с., включающий средства обмена информацией между отдельными модулями О. с., способы описания работ внутри системы, а также требования отдельных процедур системы на выполнение функций, принадлежащих другим процедурам.

О. с. являются одной из наиболее быстро изменяющихся компонент *математического обеспечения ЦВМ*, т. к. для технического или языкового нововведения необходим пересмотр организации вычисл. процесса. Общая тенденция развития О. с. заключается в макс. облегчении *взаимодействия человека с вычислительной машиной* на всех этапах процесса переработки информации, устранении всех промежуточных вспомогательных преобразований информации в процессе этого взаимодействия, в оптим. использовании средств *вычислительной техники*.

Наиболее эффективным развитием О. с. является введение режима диалога. Это стало возможным лишь с распространением развитых терминальных устр-в, включающих в т. ч. устр-ва отображения на базе электроннолучевой трубки (см. *Экранный пульт*). Быстрое усовершенствование этих устр-в, расширение их функциональных возможностей вызовет, несомненно, дальнейшее развитие форм диалога. В перспективе представляется возможным непосредственный обмен с машиной печатной и графической информацией, внедрение устр-в ввода информации с голоса. Важным направлением в развитии О. с. является реализация части ее функций непосредственно аппаратными средствами.

Дальнейшее построение многопроцессорных ЦВМ (см. *Вычислительная система*) ведет к значительному усложнению О. с. Планирующие программы О. с. должны распределять задания или отдельные шаги заданий между процессорами (т. е. распараллеливать вычисл. процесс), синхронизируя их работу, т. к. только в этом случае можно достичь макс. производительности многопроцессорной ЦВМ. Вместе с тем, для обеспечения максимума надежности работы в некоторых случаях О. с. должна организовать дублирование выполнения одного и того же задания на нескольких процессорах с обеспечением взаимного контроля (напр., по мажоритарному принципу). Особенно возрастают и усложняются ф-ции О. с. в ЦВМ 4-го поколения, которые объединят большое число функционально специализированных процессоров. Иногда под термином О. с. понимают всю систему математического обеспечения ЦВМ.

Лит.: Королев Л. Н., Иванников В. П., Томилин А. Н. Функции диспетчера операционной системы БЭСМ-6. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1968, т. 8, № 6; Килбурн Т., Ховарт Д., Пэйн Р. Программа-супервайзер для машины АТЛАС. В кн.: Кибернетический сборник, № 6. М., 1963; Martin J. Programming real time computer systems. New York, 1965; The functional structure of os/360.«IBM systems journal», 1966, v. 5, № 1; Brüggemann F. W. Das Betriebssystem der Grobrechenanlagen der Control Data 6000-Serie.— Martens K. Das Plattenbetriebssystem 4004/15. «Elektronische Datenverarbeitung», 1967, № 3; Бертэн Ж., Риту М., Ружие Ж. Работа ЭВМ с разделением времени. Пер. с франц. М., 1972.

Л. Н. Королев, А. И. Никитин.

ОПЕРА́ЦИЯ НАИМЕ́НЬШЕГО КО́РНЯ — операция, сопоставляющая каждой *рекурсивной функции* от n переменных $g(x_1, \ldots, x_n)$ рекурсивную ф-цию $f(x_1, \ldots, x_{n-1}) = \mu x_n\, g \times (x_1, \ldots, x_n)$ от $n-1$ переменной. Значение $f(x_1, \ldots, x_{n-1})$ равно такому наименьшему числу k, что $g(x_1, \ldots, x_{n-1}, k) = 0$ и для всех $z < k$ ф-ция $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, z)$ определена и не равна нулю. Если для некоторых фиксированных значений $a_1, \ldots, a_{n-1}$ такого k не существует, то $f(a_1, \ldots, a_{n-1})$ считается неопределенной при данных фиксированных значениях.

ОПЕРА́ЦИЯ ПРИМИТИ́ВНОЙ РЕКУ́РСИИ — двуместная операция, широко применяемая в теории *рекурсивных функций*. Каждой такой парой рекурсивных функций, в которой одна функция — функция от $n+2$ переменных $h(x_1, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2})$, а другая — функция от n переменных $g(x_1, \ldots, x_n)$, она сопоставляет функцию от $n+1$ переменных $f(x_1, \ldots, x_{n+1})$ по следующей схеме:

$$f(x_1, \ldots, x_n, 0) = g(x_1, \ldots, x_n)$$

$$f(x_1, \ldots, x_n, n+1) = h(x_1, \ldots, x_n, nf(x_1, \ldots, x_n, n)).$$

ОПИСА́НИЕ ОБЪЕ́КТА РАСПОЗНАВА́НИЯ — точное или приближенное представление наблюдаемого сигнала, характеризующего объект распознавания, в виде некоторой совокупности элементарных эталонных сигналов, взятых из данного конечного набора, с указанием правил объединения этих сигналов. Правила объединения также должны быть взяты из некоторого заданного набора. Эти правила вместе с набором элементарных сигналов являются средством для формального задания мн-ва разнообразных сложных сигналов. Напр., всевозможные изображения букв можно получить, если принять в качестве элементарных сигналов изображение отрезков прямых линий и дуг, а в качестве правил объединения — правила соединения их концов. В этом случае изображение буквы «Г», напр., может быть описано с помощью вертикального и горизонтального отрезков линий допустимой длины, соединенных таким образом, что верхний конец вертикального отрезка совпадает с левым концом горизонтального. Для отыскания О. о. р. следует составить из данных элементарных сигналов по данным правилам такой сложный сигнал, который либо в точности соответствует распознаваемому сигналу, либо является в некотором смысле наилучшим приближением к последнему. В первом случае отыскание О. о. р. сводится к задаче, аналогичной формально-синтаксическому анализу. Второй, более общий случай, отвечающий наличию случайных помех, приводит к более сложной задаче оптимизационного характера. См. *Распознавание образов*.

Т. К. Винцюк, В. А. Ковалевский.

ОПО́РНОЕ НАПРЯЖЕ́НИЕ — напряжение, относительно которого производится отсчет другого напряжения. Такой отсчет используется для сравнения измеряемого напряжения с эталонным, а также как сигнал рассогласования в схемах стабилизации напряжения.

ОПО́РНЫЙ ПЛАН — решение системы линейных ограничений в задаче линейного программирования, которое нельзя представить в виде линейной комбинации никаких других решений.

Система ограничений задачи *программирования линейного* в канонической форме имеет вид

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B; \qquad x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n, \quad (1)$$

где $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$ $(j = 1, \ldots, n)$ — известные векторы, T — знак транспонирования, а $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор переменных. Решение $\bar{X}$ является О. п. тогда и только тогда, если множество векторов A_j, для которых $\bar{x}_j > 0$, линейно независимо. Число положительных компонент О. п. не превышает m. Если число этих компонент равно m, О. п. наз. невырожденным, а множество соответствующих векторов A_j образует базис. Множество $A_{j_1}, \ldots, A_{j_m}$ является базисом задачи линейного программирования с ограничениями (1) тогда и только тогда, если система

$$\sum_{i=1}^{m} A_{j_i} x_{j_i} = B$$

имеет единственное решение и $\bar{x}_{j_i} \geqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$. Разным О. п. соответствуют разные базисы. Обратное утверждение справедливо лишь в случае невырожденности всех О. п. системы (1).

Лит. см. к ст. *Программирование линейное*.

В. А. Трубин.

ОПТИМА́ЛЬНАЯ ТО́ЧКА — такая точка, в которой *целевая функция* достигает наибольшего (наименьшего) значения. См. также *Допустимый вектор*.

ОПТИМА́ЛЬНОГО УПРАВЛЕ́НИЯ ТЕО́РИЯ — математический раздел *автоматического управления теории*, исследующий свойства траекторий динамических систем, являющихся оптимальными по какому-нибудь критерию (быстродействию, минимальному весу, минимуму затрат и т. д.). О. у. т. возникла в середине 50-х гг. 20 ст. на базе задач, изучаемых теорией автомат. регулирования, в основном задач, имеющих дело с управлением движущимися объектами. Задачи оптим. управления (о. у.) возникают всюду, где человек может воздействовать на ход процесса. Так, при управлении автомобилем у водителя имеется, напр., руль для поворотов, переключатель скоростей, с помощью которых он может менять характер движения; в распоряжении пилота самолета и капитана корабля имеются средства, позволяющие им по своему

усмотрению менять процесс управления; управляющие «рычаги» в экономике совсем другие, но с точки зрения специалиста по О. у. т. это не имеет значения. На ход эконом. процессов можно воздействовать с помощью таких управлений, как цены, преимущественное развитие отдельных отраслей промышленности и т. п. При управлении каждым объектом управления ставится определенная задача. Так, напр., ракета должна вывести спутник на заданную высоту, экономика должна достигнуть определенного уровня, корабль должен прийти в порт назначения и т. д. И далеко не безразлично, какими средствами поставленная задача будет решена. На практике всегда имеется определенный критерий качества, характеризующий «цену», которую приходится платить за достижение цели.

Рассмотрение всех перечисленных выше конкретных задач приводит к следующей матем. постановке задачи оптим. управления. Задан объект, координаты которого описываются n-мерным вектором $x = \{x_1, \ldots, x_n\}$. Коорд. объекта меняются во времени согласно системе дифф. ур-ний

$$\dot{x}_i = f_i(x, u), \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad (1)$$

где $f_i(x, u)$ — ф-ции x и r-мерного вектора управления $u = \{u_1, \ldots, u_r\}$. Вектор x, характеризующий положение объекта, наз. **вектором** *фазовых координат*. Если задано начальное состояние объекта x^0 и ф-ция управления $u(t)$, то при некоторых предположениях система (1) однозначно определяет траекторию объекта $x(t)$, которая наз. фазовой траекторией. Как правило, на управление u наложены некоторые ограничения. В общем случае это то, что в каждый момент времени вектор $u(t)$ должен принадлежать некоторому мн-ву U, которое является подмн-вом r-мерного простр. Пусть, кроме того, заданы начальная точка x^0 и конечная точка x^1 фазового простр. Рассмотрим все возможные управления $u(t)$ и моменты времени t_0 и t_1, $u(t) \in U$ для всех $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, такие, что траектория $x(t)$ системы (1), соответствующая начальному положению $x(t_0) = x^0$ и управлению $u(t)$, попадает в момент времени t_1 в точку x^1, т. е. $x(t_1) = x^1$. Среди этих управлений требуется выбрать одно, для которого значение функционала

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t))\, dt \qquad (2)$$

минимально. Управление и траекторию, являющиеся решением этой задачи, наз. соответственно **оптимальным управлением** и **оптимальной траекторией**. Поскольку точки x^0 и x^1 являются фиксированными, сформулированная задача о. у. наз. задачей с фиксированными (закрепленными) концами.

Для того, чтобы поставленная задача имела матем. смысл, обычно делаются следующие предположения: ф-ции $f_i(x, u)$, $i = 1, \ldots, n$, непрерывны по совокупности x и u и непрерывно дифференцируемы по x. Затем необходимо более четко оговорить класс допустимых управлений. Обычно это измеримые и ограниченные ф-ции $u(t)$ такие, что $u(t) \in U$ для всех t, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$. Часто рассматриваются классы кусочно-непрерывных или кусочно-постоянных ф-ций.

Сформулированная выше задача является задачей выбора программного управления, т. к. здесь управление выбирается как ф-ция времени. Задача эта наиболее изучена. Менее изучена задача синтеза оптим. управления, когда требуется выбрать управление как ф-цию фазовых коорд. $u(x)$.

В некоторых случаях физ. соображения заставляют выбирать такое управление, чтобы соответствующая ему фазовая траектория удовлетворяла некоторым ограничениям: напр., $x(t) \in D$ для всех $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, где D — некоторая область в n-мерном простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), или вдоль траектории должно выполняться условие $g(x(t)) \leqslant 0$, где $g(x)$ — заданная ф-ция. Условия типа $x(t) \in D$ или $g(x(t)) \leqslant 0$ носят название **фазовых ограничений**, а соответствующая задача — задачи оптим. управления с фазовыми ограничениями. Траектория системы (1), удовлетворяющая фазовым ограничениям, наз. *траекторией допустимой*. Изучение задач О. у. т. разбивается на три подобласти исследования. Во-первых, это построение необходимых и достаточных условий оптимальности, т. е. таких условий, которые возможно более точно характеризовали бы оптим. траекторию (см. *Оптимальности необходимые условия*). Во-вторых, решение задачи оптим. управления существует не всегда, и поэтому необходимо сформулировать некоторые достаточные условия, при которых можно гарантировать существование решения. Для задачи об оптим. быстродействии, т. е. для случая, когда в выражении (2) $f_0(x, u) \equiv 1$, можно привести следующие условия, гарантирующие существование решения: а) существует такое допустимое управление, что соответствующая ему траектория проходит через точки x^0 и x^1; б) мн-во $f(x, U)$, которое пробегает вектор $f(x, u) = \{f_1(x, u), \ldots, f_n(x, u)\}$, когда вектор u пробегает мн-во U, выпукло; в) для некоторой константы C справедливо неравенство

$$\left| \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(x, u) \right| \leqslant C \left(1 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \right).$$

Третья подобласть исследований в О. у. т.— разработка вычисл. методов для расчета оптим. управления. Уже разработаны достаточно эффективные *алгоритмы* решения широкого круга задач.

Один из подходов к решению задач О. у. т. дает теория *программирования динамического*. Применимость этого подхода в теор. плане ограничена, поскольку обычно не ясно, обладает ли

ф-ция, существование которой требуется при этом подходе, нужными свойствами. Однако в ряде задач этот подход дает полное решение и позволяет решить задачу синтеза оптим. управления. Подход теории динамического программирования к решению задачи оптим. управления основан на том факте, что отрезок каждой оптим. траектории также оптимален среди всех траекторий, соединяющих начальную и конечную точки отрезка. В частности, для задачи оптим. управления по быстродействию это приводит к следующему результату. Пусть точка x^1, в которую переводится объект, зафиксирована и решается семейство задач оптим. управления для различных начальных состояний x. При этом пусть $T(x)$ — оптим. время перехода из точки x в точку x^1. Тогда, если ф-ция $T(x)$ непрерывно дифференцируема по x, то ф-ция $\omega(x) = -T(x)$ удовлетворяет соотношению

$$\max_{u \in U} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \omega(x)}{\partial x_i} f_i(x, u) = 1.$$

Т. о., решение исходной задачи оптим. управления может быть сведено к решению некоторого нелинейного ур-ния в частных производных.

В последние годы О. у. т. находит применение в новых областях. Здесь в первую очередь следует отметить задачи управления объектами с дискретным временем и задачи управления объектами с распределенными параметрами. Объекты с дискретным временем характеризуются тем, что состояние объекта описывается только в фиксированные моменты времени $k = 1, 2, \ldots$ и динамика объекта задается ур-нием $x_i^{k+1} = f_i(x^k, u)$, $i = 1, \ldots, n$, где верхний индекс k означает момент времени. Теория управления объектами в дискретном времени хорошо разработана по сравнению с теорией управления объектами с распределенными параметрами, где поведение объектов описывается ур-ниями в частных производных (здесь получен лишь ряд отдельных результатов, но достаточно стройной теории не существует).

Лит.: Красовский Н. Н. Теория управления движением. М., 1968 [библиогр. с. 443—472]; Понтрягин Л. С. [и др.]. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1969 [библиогр. с. 383—384]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. Пер. с англ. М., 1964. *Б. Н. Пшеничный.*

ОПТИМА́ЛЬНОЕ ЗНАЧЕ́НИЕ ФУ́НКЦИИ — то же, что и *экстремум*. См. также *Оптимизации методы* численные.

ОПТИМА́ЛЬНОСТИ НЕОБХОДИ́МЫЕ УСЛО́ВИЯ — характеристические свойства, которыми обладает оптимальная точка (вектор) в задаче *программирования математического*. Форма О. н. у. определяется формой, в которой задается *допустимое множество*. Впервые общие О. н. у. для экстремальных задач при наличии ограничений в виде равенств сформулировал Лагранж (см. *Лагранжа правило множителей*). В 1951 амер. математики Г. Куп и А. Таккер сформулировали необходимые и достаточные условия оптимальности точки x^* в задаче *программирования выпуклого*, т. е. в задаче отыскания

$$f_0(x^*) \equiv f_0(x_1^*, \ldots, x_n^*) = \max \{f_0(x) : f_j(x) \equiv \equiv f_j(x_1, \ldots, x_n) \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m; \quad x \geqslant 0\}, \tag{1}$$

где ф-ция $f_0(x)$ — вогнута, а все ф-ции $f_j(x)$, $j = 1, \ldots, m$ — выпуклы. Для того, чтобы вектор x^* являлся решением задачи (1), когда допустимое мн-во $\Omega = \{x \geqslant 0 : f_j(x) \leqslant 0, j = 1, \ldots, m\}$ содержит внутр. точки, т. е. $\exists x^0 \geqslant 0 (f_j(x^0) < 0, \ j = 1, \ldots, m)$, необходимо и достаточно, чтобы нашелся неотрицательный вектор u^*, который вместе с вектором x^* является *седловой точкой* ф-ции Лагранжа $F(x, u) = f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x)$, т. е. $F(x, u^*) \leqslant F(x^*, u^*) \leqslant F(x^*, u)$ для всех $x \geqslant 0$, $u \geqslant 0$. Если к тому же ф-ции $f_j(x)$ $(j = 0, 1, \ldots, m)$ дифференцируемы, то для оптимальности вектора x^* необходимо и достаточно, чтобы нашелся неотрицательный вектор u^*, который вместе с вектором x^* удовлетворяет следующей системе ур-ний и неравенств

$$\left.\begin{aligned} &\nabla f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j \nabla f_j(x) \leqslant 0, \\ &x_i \cdot \frac{\partial}{\partial x_i}\left(f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x)\right) = 0, \\ &i = 1, \ldots, n, \\ &f_j(x)\, u_j = 0, \qquad j = 1, \ldots, m, \\ &x \geqslant 0, \quad u \geqslant 0, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n}\right)$.

Если ф-ция $f_0(x)$ и мн-во Ω не являются выпуклыми, то условия (2) являются лишь необходимыми условиями оптимальности вектора x^*. Указанные О. н. у. являются непосредственным обобщением классического правила множителей Лагранжа на задачи отыскания *экстремума* функции при ограничениях в виде неравенств.

Осн. матем. аппаратом, используемым при построении О. н. у. для задач матем. программирования в конечномерном пространстве, являются теоремы отделимости *выпуклых множеств* и теория линейных неравенств. Исследование необходимых условий экстремума для задач матем. программирования в бесконечномерных простр. приобрело особое значение в связи с задачами оптим. управления. Впервые необходимые условия экстремума функционала на мн-ве банахова простр. сформулировал сов. математик Л. В. Канторович в 1940. В середине 50-х годов сов. математик Л. С. Понтрягин сформулировал в форме

принципа максимума необходимые условия экстремума для задач оптим. управления (см. *Понтрягина принцип максимума*). В начале 60-х годов сов. ученые А. Я. Дубовицкий и А. А. Милютин построили общую теорию необходимых условий и развили технику построения таких условий для широкого класса задач матем. программирования. В частности, им удалось осуществить вложение *оптимального управления теории* в общую теорию О.н.у.

Сущность общей теории О. н. у. заключается в следующем. Пусть требуется отыскать

$$f_0(x^*) = \max\{f_0(x) : x \in \Omega_j,$$
$$j = 1, \ldots, m,\ x \in L\}, \qquad (3)$$

где Ω_j — мн-во в банаховом простр. B, а L — некоторое многообразие этого простр. Пусть для каждого Ω_j существует *выпуклый конус* K_j такой, что для каждого $\zeta \in K_j$

$$x(t) = x^* + t\zeta' \in \Omega_j \qquad (4)$$

для достаточно малых t и ζ', для которых $\|\zeta - \zeta'\| \leqslant \varepsilon_\zeta$. Далее будем считать, что существует касательное к L подпростр. Z, т. е. для всякого $\zeta \in Z$ найдется такой вектор $r(t)$, что $x(t) = x^* + t\zeta + r(t) \in L$ для достаточно малых t, причем $\|r(t)\| / t \to 0$ при $t \to 0$. Кроме того, пусть существует выпуклый конус K_0, для любого элемента ζ которого выполняется условие (4) для $\Omega = \{x : f_0(x) > f_0(x^*)\}$. Тогда выполняется следующее утверждение (теорема Дубовицкого — Милютина): для того, чтобы точка x^* являлась решением задачи (3), необходимо, чтобы $K_0 \cap K_1 \cap \ldots \cap K_m \cap Z = \varnothing$.

Пусть

$$K_j^* = \{\varphi \in B^* : \varphi(x) \geqslant 0, \quad \forall\, x \in K_j\};$$
$$Z^* = \{\varphi \in B^* : \varphi(x) = 0, \quad \forall\, x \in Z\},$$

где B^* — простр., сопряженное банаховому простр. B, а $\varnothing$ — пустое мн-во. Чтобы конусы $K_0, K_1, \ldots, K_m$ и Z не пересекались, необходимо и достаточно существование функционалов $\varphi_0 \in K_0^*$, $\varphi_1 \in K_1^*$, ..., $\varphi_m \in K_m$, $\varphi \in Z^*$, среди которых по крайней мере один отличен от 0 и таких, что $\varphi_0 + \varphi_1 + \ldots + \varphi_m + \varphi = 0$ (вторая теорема Дубовицкого—Милютина). На основе этой теоремы удается единообразно получать различные результаты, начиная от классических теорем двойственности в *программировании линейном* и кончая принципом максимума Понтрягина.

Помимо самостоятельного значения, О. н. у. играют важную роль при создании *вычислительных алгоритмов* для эффективного отыскания оптим. точки x^*. На основе теории О. н. у. удалось с новой точки зрения осмыслить некоторые классические результаты теории чебышевских приближений, проблемы моментов и др. *Р. А. Полях, М. Е. Примак.*

ОПТИМА́ЛЬНОСТИ ПРИ́НЦИП — принцип, на котором базируется теория *программирования, динамического*. Согласно О. п., каждая точка оптим. траектории обладает тем свойством, что отрезок траектории, начинающийся из этой точки, тоже оптимален. Другими словами, оптим. поведение обладает тем свойством, что каково бы ни было первоначальное поведение, последующие решения должны быть оптим. относительно уже реализовавшегося состояния.

ОПТИМА́ЛЬНЫЙ ВЕ́КТОР — точка пространства, которая является решением задачи *программирования математического*.

ОПТИМА́ЛЬНЫХ ПАРА́МЕТРОВ СИСТЕ́МЫ ВЫ́БОР — определение значений параметров, которые при существующих ограничениях обеспечивают наилучшие показатели качества системы. Задачи О. п. с. в. очень часто возникают при исследовании эконом., тех. и др. типов систем, в кибернетике — при проектировании *систем автоматического управления* (САУ).

В САУ (рис.) О. п. с. в. тесно связан с задачей синтеза оптим. управляющего устройства УУ. На основе поступающей на него информации о задании $\mathbf{y}^*$, о выходной величине $\mathbf{y}$ объекта управления ОУ и, возможно, о помехе $\mathbf{z}$ УУ вырабатывает и подает на ОУ управляющие воздействия $\mathbf{u}$.

ОУ характеризуется зависимостью его выходной величины $\mathbf{y}$ от входных величин $\mathbf{u}$ и $\mathbf{z}$:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{u}, \mathbf{z}). \qquad (1)$$

В общем случае $\mathbf{y}^*$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$, $\mathbf{u}$ являются векторами, а f представляет собой некоторый оператор, который может быть задан системой алгебр., дифференциальных или интегр. уравнений. Информация от $\mathbf{y}^*$, $\mathbf{y}$ и $\mathbf{z}$ может поступать в УУ по каналам с шумами (напр., погрешности измерений). Обозначим через $\mathbf{x}$ вектор с компонентами $\mathbf{y}^*$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$, а через $\tilde{\mathbf{x}}$ — вектор, компонентами которого являются измеренные значения величин $\mathbf{y}^*$, $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$. Цель оптим. управления состоит в достижении *экстремума* некоторой величины J — критерия оптимальности. J в САУ обычно представляет собой функционал, зависящий от $\mathbf{x}$ и $\mathbf{u}$. Критерий оптимальности может служить оценкой качества переходного или установившегося процесса в САУ и отражать тех. или эконом. показатели системы. В задаче выбора параметров управление формируется в виде:

$$\mathbf{u}(t) = \varphi[\mathbf{c}, \tilde{\mathbf{x}}(\tau)]\ (-\infty < \tau \leqslant t), \qquad (2)$$

где φ — оператор УУ заданной структуры; $\mathbf{c}$ $(c_1, \ldots, c_N)$ — вектор подлежащих определению параметров оператора φ. В результате критерий оптимальности J становится ф-цией многих переменных $(c_1, \ldots, c_N)$ и в общем случае может быть представлен в виде условного *математического ожидания*.

$$J(\mathbf{c}) = M_x\{Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})\} = \int_x Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})\, P(\mathbf{x}, \mathbf{c})\, d\mathbf{x}, \qquad (3)$$

где $Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})$ — функционал вектора параметров $\mathbf{c}$ $(c_1, \ldots, c_N)$ и вектора $\mathbf{x}$, плотность рас-

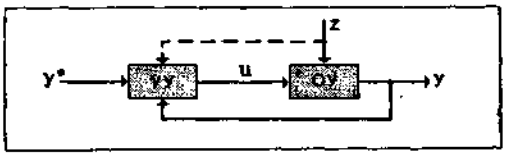
пределения которого может зависеть от вектора **c** и равна $P(\mathbf{x}, \mathbf{c})$; x — пространство векторов **x**. В детерминированном случае $J(\mathbf{c}) = Q(\mathbf{x}, \mathbf{c})$.

Ограничения при таком подходе сводятся к ограничениям, которые должны быть наложены на компоненты вектора **c**. Они выражаются в виде равенств

$$g_i(\mathbf{c}) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_1 \tag{4}$$

и неравенств

$$g_i(\mathbf{c}) \leqslant 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_2. \tag{5}$$



Структурная схема системы автоматического управления.

Используя выражения (3) — (5), задачу О. п. с. в. в общем виде можно сформулировать следующим образом: определить оптим. вектор параметров $\mathbf{c}^* (c_1^*, \ldots, c_N^*)$, который при ограничениях (4) — (5) доставляет экстремум ф-ции $J(\mathbf{c})$. Рассмотрим сначала случай, когда ограничения 2-го рода отсутствуют (ограничения 1-го рода могут быть исключены путем подстановки в функционал). Если ф-ция $J(\mathbf{c})$ допускает дифференцирование, то она достигает экстремума при таких значениях $\mathbf{c}(c_1, \ldots, c_N)$, для которых ее градиент

$$\nabla J(\mathbf{c}) = \left(\frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_1}, \ldots, \frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_N}\right) = 0. \tag{6}$$

Векторы **c**, удовлетворяющие условию (6), наз. стационарными, или особыми. Условие (6) является необходимым условием оптимальности. Достаточные условия экстремума имеют вид неравенств относительно определителей, содержащих частные производные 2-го порядка функционала J по всем компонентам вектора **c**. Решить аналитическим путем нелинейное уравнение (6) для нахождения значений **c** в точках экстремума почти всегда невозможно (за исключением элементарных случаев). В связи с этим широкое развитие и применение получили алгоритм. методы — метод Гаусса — Зайделя, метод градиента, наискорейшего спуска и др. (см. *Оптимизации методы* численные). Напр., алгоритм оптимизации по методу градиента при нахождении минимума функционала $J(\mathbf{c})$ может быть представлен следующим рекуррентным уравнением:

$$\mathbf{c}[n] = \mathbf{c}[n-1] - \gamma \cdot \nabla J(\mathbf{c}[n-1]), \tag{7}$$

где γ — скаляр; n — номер шага.

Большая часть существующих алгоритм. методов предназначена для отыскания *экстремумов локальных*. Нахождение *экстремума глобального* является сложной и в общем случае еще не решенной задачей. Учет ограничений типа равенств (4) заключается в использовании метода множителей Лагранжа. Введем функционал

$$J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) = J(\mathbf{c}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{c}), \tag{8}$$

где $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{m_1})$ — пока неизвестный вектор множителей Лагранжа, T — знак транспонирования, $\mathbf{g}(\mathbf{c}) = (g_1(c), \ldots, g_{m_1}(c))$ — вектор-функция. Тогда отыскание минимума функционала $J(\mathbf{c})$ при ограничениях (4) сводится к нахождению решений следующей системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \nabla_c J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) &= \nabla J(\mathbf{c}) + G(\mathbf{c})\boldsymbol{\lambda} = 0; \\ \nabla_\lambda J(\mathbf{c}, \boldsymbol{\lambda}) &= \mathbf{g}(\mathbf{c}) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где

$$G(\mathbf{c}) = \left\| \frac{\partial g_i(\mathbf{c})}{\partial c_j} \right\| \tag{10}$$

$(i = 1, 2, \ldots, m_1; \quad j = 1, 2, \ldots, N)$ — матрица размера $N \times m_1$.

При наличии ограничений типа неравенств (5) для решения задачи О. п. с. в. необходимо использовать методы *программирования математического*.

Лит.: Фельдбаум А. А. Электрические системы автоматического регулирования. М., 1957; Красовский А. А. Интегральные оценки и критерии качества регулирования. В кн.: Теория автоматического регулирования, т. 1. М., 1967; Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., 1968 (библиогр. с. 347—381). *Д. В. Карасенец.*

ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕОРИЯ — теория построения оптимального изменения во времени регулируемых величин и управляющих воздействий объектов. Главная задача О. п. т. заключается в учете ограничений, накладываемых на входные (управляющие) и выходные величины объекта. Различные задачи, характеризующие отдельные черты проблем, составляющих существо О. п. т., встречались еще в *вариационном исчислении* и механике. К ним относятся вырожденные задачи вариационного исчисления и динамики полета, задачи на одностороннюю вариацию и задачи, содержащие *экстремали* с угловыми точками. Но эти и подобные им задачи рассматривались ранее как исключение (особый случай) общей теории и не исследовались поэтому детально. В лучшем случае до конца доводилось решение лишь некоторых конкретных задач спец. приемами.

Первой, существенно новой задачей О. п. т. явилась задача об оптимальном быстродействии, поставленная практикой автомат. регулирования. Задача об оптимальном быстродействии сыграла большую роль в открытии фундаментального положения О. п. т. — принципа максимума, являющегося одним из осн. методов построения оптим. процессов. Пусть объект управления описывается дифф. уравнением $\dot{x} = f(x, u)$, где $x = \{x_1, \ldots, x_n\}$ — вектор состояния, $u = \{u_1, \ldots, u_r\}$ — вектор управления, t — время. В пространстве состояний заданы две точки x_0 и x_1. Требуется среди кусочно-непрерывных функций, удов-

летворяющих условию $u(t) \in U$, где U — заданное множество r-мерного пространства, найти оптим. процесс $u^0(t)$, при котором оптим. траектория $x^0(t)$ проходит расстояние между x_0 и x_1 за наименьшее время, т. е. $x^0(t_0) = x_0$, $x^0(t_1^0) = x_1$, $t_1^0 - t_0 = \min$. Задача решается с использованием *Понтрягина принципа максимума:* найдется такое ненулевое решение $\Psi^0(t)$ уравнения

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial H(x^0, \Psi, u^0)}{\partial x}, \quad H(x, \Psi, u) = \Psi' f(x, u),$$

что

$$H(x^0(t), \Psi^0(t), u^0(t)) = \max_{u \in U} H(x^0(t), \Psi^0(t), u),$$

$$H(x^0(t_1^0), \Psi^0(t_1^0), u^0(t_1^0)) \geqslant 0,$$

$$H(x^0(t), \Psi^0(t), u^0(t)) \equiv \text{const}, \quad (t_0 \leqslant t \leqslant t_1^0).$$

В отличие от вариационного исчисления, управление $u^0(t)$ сравнивается не только с близкими точками из U, а и со всеми $u \in U$. В этом сила и особенность принципа максимума. Этот принцип с задачи быстродействия был перенесен на задачу с интегральным критерием $J(u) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x, u)\,dt$, а в дальнейшем был развит на *задачи с подвижными концами.*

Если момент t_1 не закреплен, то оптим. значения t_1^0 в задаче с интегральным критерием удовлетворяют равенству

$$H(x^0(t_1^0), \Psi^0(t_1^0), u^0(t_1^0)) = 0,$$

$$H(x, \Psi, u) = \Psi' f(x, u) - \Psi_0 f^0(x, u).$$

Формулировка принципа максимума существенно усложняется для задач с ограничениями на *фазовые координаты* и родственных задач.

Принцип максимума Понтрягина распространен также на задачи оптимизации объектов, описываемых уравнениями с отклоняющимся аргументом, уравнениями в частных производных, интегральными, операторными и другими ур-ми (см. *Терминальное управление*).

Для построения *вычислительных алгоритмов* оптимального управления разработаны различные методы спуска. В большей части они являются обобщением на вариационные задачи методов *программирования математического,* предложенных для конечномерных задач: *градиентного метода,* метода условных градиентов и метода проекции градиента. Вычисление градиента функционала $J(u)$ можно проводить по формуле

$$\operatorname{grad} J(u) = \frac{\partial H(x, (t), \Psi(t), u(t), t)}{\partial u}.$$

При оптимизации линейных систем эффективными оказались методы перехода к конечномерным двойственным задачам. Принцип максимума имеет особенно важное значение при построении программных оптимальных управлений.

Для практики оптимальных систем автомат. управления более приемлемо управление типа *обратной связи* (как функция фазовых координат системы). С помощью принципа максимума в некоторых случаях можно осуществлять синтез оптимальных управлений типа обратной связи. Но наибольший успех в этом направлении сопутствует методу *программирования динамического* Беллмана, основанному на *Беллмана принципе оптимальности,* справедливом, в частности, для приведенных выше критериев. Этот метод приводит к функциональным уравнениям относительно функции Беллмана и оптимальных управлений. Примером удачного применения метода динамического программирования является задача минимизации функционала

$$J(u) = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i^2(t) + cu^2(t) \right\} dt, \quad \alpha_i > 0,$$

на траекториях линейной системы (задача об аналитическом конструировании регуляторов). В этой задаче оптимальное управление является линейной комбинацией фазовых координат системы.

Лит.: Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. «Автоматика и телемеханика», 1960, № 4—6; Дубовицкий А. Я., Милютин А. А. Задачи на экстремум при наличии ограничений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1965, т. 5, № 3; Кирилова Ф. М. Об одном направлении в теории оптимальных процессов. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 11; Красовский Н. Н. Теория управления движением. М., 1968 [библиогр. с. 448—472]; Понтрягин Л. С. [и др.]. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1969 [библиогр. с. 383—384]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960.

Р. Габасов, Ф. М. Кириллова.

ОПТИМИЗА́ТОР АВТОМАТИ́ЧЕСКИЙ — устройство, автоматически отыскивающее и поддерживающее такие значения регулирующих воздействий, при которых некоторая непосредственно измеряемая величина, характеризующая показатель качества работы объекта, максимально приближается к экстремальному значению — минимуму или максимуму. Функции О. а. могут осуществлять как специализированное устр-во (см. *Регулятор экстремальный*), так и специализированная *цифровая вычислительная машина.* В первом случае речь обычно идет об О. а., реализующих простейшие *алгоритмы* поиска, а во втором — об О. а., решающих задачи оптимизации при наличии ограничений, являющихся ф-циями координат объекта. Для решения таких задач с ограничениями необходимо пользоваться методами линейного либо нелинейного программирования. Т. к. на регулирующие воздействия наложены ограничения, то в подавляющем большинстве случаев положения, соответствующего экстремуму, достигнуть не удается, а О. а. отыскивает только режим работы объекта, который более всего приближается к *экстремуму.*

Различают локальный и глобальный О. а. Локальный предназначен для работы с объектом, имеющим характеристику с одним един-

ственным экстремумом, глобальный — для работы с объектом, характеристика которого имеет несколько экстремумов. Назначение глобального О. а.— отыскать наибольший (или наименьший) из всех возможных экстремумов. О. а. применяют для оптимизации работы сложных пром. объектов: ректификационных колонн, установок крекинга нефти, конверторов и т. д.

Лит.: Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 527—528].

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ОПТИМИЗА́ЦИИ МЕ́ТОДЫ численные — методы построения *алгоритмов*, позволяющих отыскивать минимальное (максимальное) значение функции $f(x)$ (где x — элемент некоторого пространства E) и точку x_*, в которой это значение реализуется. Область определения ф-ции $f(x)$ может либо совпадать со всем пространством E, либо же ограничиваться определен. условиями $x \in Q$, где Q — некоторое мн-во из E. В соответствии с этим рассматриваются либо задачи оптимизации без ограничений (отыскание безусловного экстремума), либо задачи с ограничениями (задачи на условный экстремум). Если в допустимой области Q изменения аргумента x имеется несколько точек, реализующих локальные минимумы ф-ции $f(x)$, то можно рассматривать две задачи оптимизации: отыскание локального (относительного) минимума и отыскание глобального (абсолютного) минимума. О. м., используемые для решения различных оптимизационных задач, во многом зависят от свойств минимизируемой ф-ции — непрерывности, выпуклости и т. д.

Рассмотрим методы минимизации выпуклых дифференцируемых ф-ций (в этом случае локальный экстремум является и глобальным). Предположим, что E — гильбертово пространство (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), (x, y) — скалярное произведение элементов $x, y \in E$; $f'(x_k) \equiv f'_k$, $f''(x_k) \equiv f''_k$ — соответственно первая и вторая (сильные) производные ф-ции $f(x)$ в точке x_k.

При решении задач оптимизации без ограничений наиболее употребительными являются методы спуска (релаксационные методы, методы допустимых направлений). В этих методах последовательные приближения к решению строятся по ф-ле

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k, \qquad k = 0, 1, \ldots, \quad (1)$$

где p_k — вектор, удовлетворяющий условию $(f'_k, p_k) < 0$, α_k — скалярный множитель, определяющий величину шага в направлении p_k. Различные способы выбора вектора p_k и параметра α_k, гарантирующие выполнение условия $f'_k \to 0$ при $k \to \infty$, определяют различные алгоритмы оптимизации.

Градиентный метод — исторически первый О. м. Впервые был использован в работах франц. математика О.-Л. Коши (1789—1857). В этом методе в формуле (1) вектор $p_k = -f'_k$, а величина параметра α_k в различных вариантах метода выбирается различными способами: а) на всех итерациях полагается $\alpha_k = \delta$, δ — некоторая константа, зависящая от свойств ф-ции $f(x)$; б) α_k выбирается из условия

$$f(x_k + \alpha_k p_k) = \min_{\alpha \geqslant 0} f(x_k + \alpha p_k);$$

в) начиная с некоторого значения параметра, проверяется выполнение неравенства

$$f(x_{k+1}) - f(x_k) \leqslant \varepsilon \alpha_k (f'_k, p_k),$$

где $0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$ — константа; если при выбранном значении α это неравенство не удовлетворяется, производится дробление параметра до тех пор, пока неравенство выполнится, и полученное значение α_k принимается за искомое. Если ф-ция $f(x)$ дважды дифференцируема и выполняются условия

$$m\|y\|^2 \leqslant (f''(x)y, y) \leqslant M\|y\|^2, \quad m > 0,$$
$$x, y \in E, \qquad (2)$$

то градиентный метод обеспечивает сходимость к решению, начиная с произвольной точки x_0, со скоростью геом. прогрессии (линейная скорость сходимости):

$$\|x_k - x_*\| \leqslant Cq^k, \quad q < 1, \quad C < \infty.$$

В обобщенном методе Ньютона $p_k = -f''^{-1}_k f'_k$, а α_k выбирается, как и в пунктах б) и в) градиентного метода, причем в последнем случае в качестве начального значения α, начиная с которого проверяется неравенство, берется 1. При выполнении условия (2) метод Ньютона сходится к решению с любого начального приближения со сверхлинейной скоростью

$$\|x_{N+i} - x_*\| \leqslant C\lambda_N \lambda_{N+1} \ldots \lambda_{N+i},$$
$$C, N < \infty, \quad \lambda_{N+i} < 1$$

при всех $i \geqslant 0$, $\lambda_k \to 0$ при $k \to \infty$. Если существуют ограниченные третьи производные ф-ции $f(x)$ (либо если вторые производные удовлетворяют условию Липшица), метод Ньютона сходится к решению с квадратичной скоростью:

$$\|x_{N+i} - x^*\| \leqslant C\delta^{2^i}, \quad \delta < 1.$$

В случае, когда x — элемент n-мерного эвклидова пространства E^n, весьма эффективными являются методы сопряженных направлений. Здесь $p_k = -H_k^T f_k$ (индекс «T» означает транспонирование), α_k выбирается, как в пункте б) градиентного метода. Построение *матрицы* H_k (либо самого вектора p_k) осуществляется по рекуррентным формулам таким образом, что при указанном способе выбора α_k в случае,

когда минимизируется квадратичная ф-ция $(Ax, x) + (b, x)$, векторы p_i оказываются сопряженными: $(Ap_i, p_j) = 0$, $0 \leqslant i < j \leqslant n - 1$. Приведем некоторые ф-лы для построения H_k:

$$H_k = H_{k-1} + \frac{r_{k-1} r_{k-1}^T}{(r_{k-1}, l_{k-1})} - \frac{H_{k-1} l_{k-1} l_{k-1}^T H_{k-1}}{(H_{k-1} l_{k-1}, l_{k-1})};$$

$$H_k = H_0 + \frac{H_0 f_k' p_{k-1}^T}{(p_{k-1}, f_{k-1}')}.$$

Здесь $r_k = \alpha_k p_k$, $l_k = f_{k+1}' - f_k'$, в качестве H_0 берется произвольная положительно определенная матрица. Методы сопряженных направлений позволяют отыскивать минимум квадратичной ф-ции не более чем за n шагов. При минимизации неквадратичных ф-ций эти методы сопряженных направлений обычно реализуются с восстановлением матрицы H_k через конечное число шагов $t \geqslant n$, т. е. полагается $H_{\xi t} = H_0$, $\xi = 0, 1, \ldots$. Такие варианты методов сопряженных направлений при выполнении условия (2) сходятся к решению со сверхлинейной скоростью. Можно использовать методы сопряженных направлений и для решения задач в гильбертовом пространстве; при этом, если выполняется условие (2), скорость сходимости методов линейная. Если $x \in E^n$, то для отыскания безусловного экстремума можно пользоваться методами двойственных направлений, в которых $p_k = -H_k f_k'$ при условии $(f_k', H_k \times f_k') < 0$, и $p_k = -f_k'$ при условии $(f_k', H_k f_k') \geqslant 0$, а α_k выбирается так, как и в методе Ньютона. Матрица $H_k = \sum_{i=0}^{n-1} r_{k-i} s_{k-i}^T$, где $r_k, \ldots, r_{k-n+1}$ — произвольная система линейно независимых векторов, таких, что $r_k \to 0$ при $k \to \infty$, $s_k, \ldots, s_{k-n+1}$ — базис, двойственный (биортогональный) к базису $l_k, \ldots, l_{k-n+1}$; $l_k = f'(x_k + r_k) - f_k'$. Начальные итерации процесса ($k < n - 1$) можно осуществлять, как и в градиентном методе. Построение базиса $\bar{s}_{k+1}, \ldots, \bar{s}_{k-n+2}$, двойственного к базису $l_{k+1}, \ldots, l_{k-n+2}$, осуществляется по ф-лам

$$\bar{s}_{k+1} = \frac{s_{k+1-n}}{(s_{k+1-n}, l_{k+1})},$$

$$\bar{s}_{k+1-j} = s_{k+1-j} - (s_{k+1-j}, l_{k+1}) \bar{s}_{k+1},$$
$$j = 1, 2, \ldots, n-1.$$

Условия сходимости методов двойственных направлений аналогичны рассмотренным в методе Ньютона; скорость сходимости сверхлинейная. Существуют и другие способы отыскания безусловного экстремума (см. *Минимизации функций методы*).

Рассмотрим методы оптимизации при наличии ограничений. В методах допустимых направлений последовательные приближения к решению строятся по ф-ле (1); при этом способы выбора вектора p_k и параметра α_k должны гарантировать построение минимизирующей последовательности, то есть выполнение условий $x_k \in Q$ и $\lim_{k \to \infty} f(x_k) = \min_{x \in Q} f(x)$. Пусть Q — замкнутое выпуклое ограниченное мн-во из E. В этом случае для решения задачи оптимизации можно пользоваться методом условного градиента и обобщенным методом Ньютона. В первом методе вектор $p_k = \bar{x}_k - x_k$ выбирается из условия

$$(f_k', p_k) = \min_{x \in Q} (f_k', x - x_k),$$

во втором — точка $\bar{x}_k$ является точкой минимума квадратичной ф-ции

$$(f_k', x - x_k) + \frac{1}{2} (f_k''(x - x_k), x - x_k)$$

на мн-ве Q. Выбор α_k в обоих методах производится, как в пунктах б) или в) градиентного метода с учетом ограничений $0 \leqslant \alpha_k \leqslant 1$. При определенных условиях метод условного градиента сходится с линейной скоростью; метод Ньютона при выполнении условия (2) на мн-ве Q сходится со сверхлинейной скоростью. Если требуется найти минимум ф-ции $f(x, y)$ при ограничениях $x \in Q$, $P(x, y) = 0$, где x и y — элементы различных гильбертовых пространств E_x и E_y (в частности, может быть $Q = E_x$), а P — нелинейный оператор, такой, что ур-ние $P(x, y) = 0$ определяет дифференцируемую ф-цию $y = y(x)$, то можно строить последовательные приближения к решению по ф-лам

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k (\bar{x}_k - x_k), \; y_{k+1} = y(x_{k+1}),$$

где $\bar{x}_k$ — точка минимума ф-ции $(\Phi_k', x - x_k)$ при условиях $x \in Q$, $P_x(x - x_k) + P_y(y - y_k) = 0$. Здесь $\Phi'(x) = f'(x, y(x))$, частные производные P_x, P_y вычисляются в точке x_k, y_k, а $0 \leqslant \alpha_k \leqslant 1$ выбирают как и в пунктах б) и в) градиентного метода, используя ф-цию $\Phi(x)$. Аналогичным образом можно строить алгоритм, использующий для определения точки $\bar{x}_k$ квадратичную *аппроксимацию функций* $f(x, y)$.

Методы штрафных функций применяют для решения общей задачи *программирования математического:* минимизировать $f(x)$, $x \in Q \subset E^n$, $Q = \{x : g_i(x) \leqslant 0, i = \overline{1, r}\}$, g_i — нелинейные ф-ции. В этих методах решение исходной задачи сводится

к решению последовательности задач на безусловный экстремум — минимизации ф-ций

$$F_i(x) = f(x) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{r} N_i\varphi_i^2(x),$$

$$\varphi_i = \max\{0,\ g_i\},\ N_i > 0.$$

Если мн-во Q ограничено и ф-ции f и g_i гладкие, то при $N_i \to \infty$ будет $F_i(x_{i*}) \to \min\limits_{x\in Q} f(x)$, где x_{i*} — точка минимума ф-ции F_i. Методы штрафных ф-ций применяются и при решении задач с ограничениями типа равенств: минимизировать $f(x)$ при условиях $g_i(x) = 0$, $i = \overline{1, m}$, $m < n$. В этом случае

$$F_i(x) = f(x) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} N_i g_i^2(x).$$

Если существует единственное решение x_* задачи с ограничениями, векторы $g_i'(x_*)$, $i = \overline{1,m}$ линейно независимы, а ф-ции f и g_i достаточно гладкие, то при $N_i \to \infty$ $x_{i*} \to x_*$. Эти методы применяются и для оптимизации в бесконечномерных пространствах. Практически получить решение задачи с большой точностью с помощью метода штрафных ф-ций затруднительно.

Методы, использующие множители Лагранжа, также позволяют решать задачи оптимизации с ограничениями типа равенств. В этих методах решение исходной задачи сводится к отысканию стационарной (обычно седловой) точки x_*, v_* функции Лагранжа

$$L(x, v) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} v^i g_i,$$

где $v^1, \ldots, v^m$ — неизвестные множители. Простейший метод отыскания точки x_*, v_* — градиентный: последовательные приближения x_k, v_k строятся по ф-лам

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k L_x(x_k, v_k),$$
$$v_{k+1} = v_k + \alpha_k L_v(x_k, v_k)$$

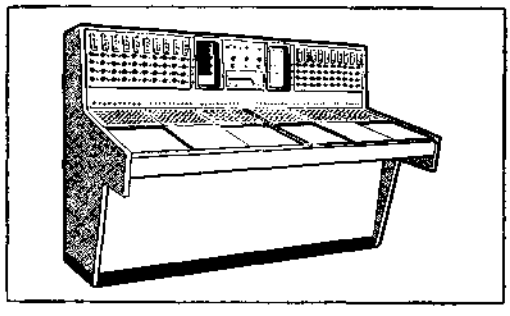
(v изменяется в направлении L_v). При определенных условиях градиентный метод сходится к точке x_*, v_* с линейной скоростью, если начальное приближение выбрано из достаточно малой окрестности этой точки (для получения такого приближения можно использовать, напр., метод штрафных ф-ций). Существуют и другие методы, использующие множители Лагранжа.

Лит.: Левитин Е. С., Поляк Б. Т. Методы минимизации при наличии ограничений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1966, т. 6, № 5; Данилин Ю. М. Методы минимизации, основанные на аппроксимации исходного функционала выпуклым. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1970, т. 10, № 5; Данилин Ю. М., Пшеничный Б. Н. О методах минимизации с ускоренной сходимостью. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1970, т. 10, № 6; Huang H. Y. Unified approach to quadratically convergent algorithms for function minimization. «Journal of optimization theory and applications», 1970, v. 5, № 6.

Ю. М. Данилин.

«ОПТИМУМ» — специализированная аналоговая вычислительная машина, предназначенная для решения задач линейного программирования (связанных с планированием транспортных перевозок), а также задач, сводящихся к транспортной задаче. Разработана в Ин-те кибернетики АН УССР в 1964. Представляет собой электронную аналоговую модель, основанную на использовании диодной аналогии Денниса.

Серийная модификация машины — «Оптимум-2» (рис.) имеет 600 схем-аналогов транс-



Аналоговая вычислительная машина «Оптимум-2».

портных ветвей; максимальные размеры решаемых задач $k \times p$: 10×60, 15×40, 20×30, где k — количество пунктов производства (потребления), p — количество пунктов потребления (производства). Объемы производства (потребления) продуктов моделируются электрическими токами в пределах $0{,}2 \div 30$ *ма*; стоимости перевозок единицы продукта по ветвям (или расстояния между пунктами производства и потребления) моделируются напряжениями постоянного тока в пределах $0 \div 10$ *в*; отклонение решения, полученного на машине, от оптимального по значению стоимости перевозок (для типичных задач) составляет: без уточнения решения — не более 5%, с уточнением решения — не более 2%.

Машина содержит модель транспортной сети, выполненную в виде шести блоков, каждый из которых позволяет моделировать сеть размером 10×10. Аналогами транспортных ветвей в блоках являются схемы, содержащие источники напряжения и диоды. Кроме аналогов ветвей, в блоках размещены элементы измерительной автоматики для измерения напряжений и токов, а также сигнализации «занятых» ветвей. Блок источников тока содержит 20 источников тока для моделирования пунктов производства и 60 источников тока для моделирования пунктов потребления. Выходы всех источников выведены на спец. *наборное поле* и могут в произвольном порядке подключаться к модели транспортной сети.

Процесс решения задачи на машине состоит из следующих операций: установки величин напряжений, моделирующих стоимости перевозок единиц продуктов по ветвям транспортной сети; установки величин токов, моделирующих объемы производства и потребления;

выявления ветвей, «занятых» перевозками в оптимальном варианте (осуществляется машиной автоматически на спец. световом табло); измерения результатов решения в ветвях сети, выбранных блоком измерительной автоматики, и уточнения решения, если необходимо получить повышенную точность. Для решения задач больших размеров (10 × 120, 20 × 60, 15 × 80, 30 × 40) предусмотрена возможность сопряжения двух машин. См. также *Электронное моделирование задач математического программирования.*

Лит.: Васильев В. В., Клепикова А. Н., Тимошенко А. Г. Решение задач оптимального планирования на электронных моделях. К., 1966 [библиогр. с. 161—164]; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181]; Деннис Дж. Б. Математическое программирование и электрические цепи. Пер. с англ. М., 1961 [библиогр. с. 212—214].

В. В. Васильев.

ОПТРО́Н — простейшее оптоэлектронное устройство, состоящее из источника света, фотоприемника и оптической согласующей или управляющей среды, которые могут быть связаны оптически, электрически или обоими видами связи. Наиболее распространены О. с пассивной оптической средой, которая выполняет роль согласующего элемента для получения макс. коэффициента передачи светового сигнала от источника света к фотоприемнику. По структуре и характеру связей обычно выделяют четыре осн. типа О.: с прямой внутренней, обратной положительной, обратной отрицательной и внешней оптической связями. О. этих типов являются элементарными структурными звеньями оптоэлектронных систем для преобразования и отображения оптических и электр. сигналов. В зависимости от используемых элементов их передаточные характеристики могут быть весьма разнообразны: ключевые, линейные, сложные функциональные и др.

О. широко применяют в различных устройствах вычисл. и измерительной техники и автоматики в качестве развязывающих и согласующих трансформаторов, усилителей оптических и электр. сигналов, функциональных преобразователей, запоминающих элементов, генераторов оптических и электр. сигналов и др.

П. Ф. Олексенко.

ОРГАНИЗА́ЦИЯ ИНФОРМАЦИО́ННОГО МАССИ́ВА — способ хранения данных, позволяющий различать их смысловые единицы, а также определять их размещение в *массиве.* Выбор способа О. и. м. существенно сказывается на эффективности идентификации и поиска данных в массиве. Так, в *КОБОЛе* данные хранятся в виде величин, обычно объединяемых в *записи.* Последовательность записей образует массив. Характерным для указанной О. и. м. является то, что размещение величин в записи осуществляется в соответствии с описанием ее, в то время как записи могут быть расположены в произвольном порядке. Поиск записей, удовлетворяющих заданному условию (см. *Операции над массивами*), для таких массивов практически является сложной операцией, требующей просмотра и проверки условия для всех записей массива.

Для повышения эффективности поиска записей в таких массивах организация их часто совершенствуется путем установления некоторого порядка на множестве записей. Для этого используются такие операции над массивами, как упорядочение, группировка и др. (см. *Сортировка данных*). Существуют способы О. и. м., основанные на привязке его элементов (записей) к вершинам двоичного дерева, в которых поиск записи с заданным значением признака состоит в спуске по двоичному дереву от его корня до искомой записи вдоль специально вычисляемой ветки, что в некоторых случаях значительно ускоряет поиск.

К другим способам О. и. м. можно отнести класс методов, связанных с построением т. н. *функции расстановки,* которая для каждого возможного значения величины вырабатывает значение, прямо или косвенно связанное с номером записи, содержащей это значение величины. См. также *Автоматическая обработка данных, Обработки данных система.*

Лит.: Лавров С. С., Гончарова Л. И. Автоматическая обработка данных. Хранение информации в памяти ЭВМ. М., 1971 [библиогр. с. 156—160].

Ф. И. Андон.

ОРГАНИЗА́ЦИЯ УЧЁТА В АВТОМАТИЗИ́РОВАННЫХ СИСТЕ́МАХ УПРАВЛЕ́НИЯ — см. *Автоматизированные системы управления* в народном хозяйстве.

ОРГАТЕ́ХНИКА, организационная техника — комплекс технических средств, используемых для механизации и автоматизации управленческого и инженерно-технического труда. Разработкой теории и практики использования средств О. в науч. исследованиях занимается новая отрасль науки — *науковедение.* Умственный труд наименее механизирован по сравнению с остальными видами человеческой деятельности. В сфере управления за последнее столетие эффективность труда возросла всего в 2 раза, в то время как производительность труда в производстве материальных благ возросла более чем в 15 раз. Высокие темпы научно-тех. прогресса вызвали быстрый рост объема информации. Для четкого управления предприятием, отраслью, нар. х-вом в целом необходимо систематически изучать всю существующую информацию и на основе этого создавать информацию обратных связей, которая должна влиять на работу объектов управления. Это возможно только при значительном повышении производительности труда работников сферы управления. Решающую роль в процессе механизации и автоматизации обработки информации и должна сыграть О.

Тех. средства О. (от карандашей до сложнейших автомат. диспетчерских устр-в и электронных вычислительных машин) составляют материальную основу прогрессивных систем управления и предназначены для сокращения времени на обработку информации. Недостаточное к-во средств О. в сфере управления приводит к росту численности работников и соответственно к снижению эффектив-

ности работы управленческого аппарата, к задержкам при решении оперативных вопросов, что в свою очередь отрицательно влияет на сферу производства. Особое место занимают вопросы, связанные с оборудованием рабочих мест и служебных помещений. Исследования свидетельствуют о том, что продуктивность труда работников всех категорий во многом зависит от правильной организации их рабочего места, от уровня оснащенности этого места средствами О. Существующая классификация средств О. приведена на схеме.

К простейшим средствам О. принадлежат приборы для записи информации, средства хранения и обработки информации: папки, альбомы, картотеки, перфокарты, сортировочное и адресное оборудование, счеты и счетные линейки, оборудование для черчения и др. К простым средствам принадлежат разные графики, маршрутные схемы, диспетчерские и конторские досье и т. п. Указанный набор средств охватывает все этапы управления — от получения информации до ее переработки и использования. В технике управления роль простых средств очень велика, от них во многом зависит продуктивность управленческого труда.

К средствам О. принадлежат средства составления, копирования и размножения документов, которые должны обеспечить быстрое размножение науч. информации, тех. и служебной документации и т. д. Копировально-размножающая техника является осн. частью средств документной техники и применяется практически во всех отраслях инженерного и управленческого труда. Сокращение объема хранимой информации стало важной проблемой современности. Микрофотокопирование решает в некоторой степени эту проблему.

Тех. средства, применяемые для *диспетчерского управления автоматизации*, должны обеспечить высокий уровень сбора первичной производственной информации и преобразование ее в форму, пригодную для восприятия оператором. Осн. элементом диспетчерской техники является пульт, на приборных панелях которого располагаются приборы, регистрирующие необходимую для управления информацию. Создан ряд приборов и машин, с помощью которых механизируют и автоматизируют получение и дистанционное отображение первичной информации. Для осуществления административно-производственных связей широко применяют фототелеграфную аппаратуру связи, дающую возможность передавать на значительное расстояние различные

Схема классификации средств оргатехники

Средства оргатехники						
Средства составления документов	Средства размножения и копирования документов	Средства обработки документов	Средства хранения, поиска и доставки документов	Приспособления для чертежных работ и счетных операций	Мебель и оборудование для служебных помещений	Средства сигнализации и информации
Пишущие машинки Диктофонная техника Авторучки, шариковые ручки, карандаши	Приспособления светокопировки Приспособления фотокопировки Приспособления микрофотокопировки Приспособления электрографической и электростатической копировки Приспособления электронной копировки Приспособления термокопировки Приспособления для офсетной и трафаретной печати Приспособления для гектографической печати	Приспособления для фальцовки Листоподборное оборудование Оборудование для скрепления и склеивания Оборудование для резания Оборудование для нанесения защитных покрытий на документы Оборудование для уничтожения бумаг Номенклатурно-адресное и штемпельное оборудование	Картотеки Средства поиска микрофильмной информации Оборудование для поиска ручных перфокарт Средства доставки документов	Чертежные машины и приборы Оборудование рабочего места чертежника-конструктора Инструменты и приборы для чертежных работ Математические приборы Справочные механические таблицы	Специальная мебель для служебных помещений Специальное оборудование для служебных помещений	Устройства поиска—вызова Информационные устройства

фотографии, чертежи, графические материалы и др. Использование пром. телевидения позволяет осуществлять контроль над сложными технологическими процессами, которые происходят на разных участках производства, в труднодоступных местах, там, где человек по роду производства находиться не может. Пром. телевидение — способ скоростной визуальной передачи информации.

В совершенствовании управления предприятиями, организациями, отдельными отраслями х-ва и нар. х-вом в целом особую роль играет вычислительная техника. Современная вычисл. техника дает возможность обеспечить оперативность, точность, надежность, разносторонность и глубину процесса управления.

Современные средства О.— это не только отдельные механизмы, но и целые системы средств механизации различных отраслей управленческого труда. Комплексное применение средств О. значительно повышает их эффективность и сокращает непродуктивное использование времени всех категорий инженерно-управленческих работников. Создание больших систем управления на базе вычисл. техники и решение с их помощью проблем *научно-технического прогнозирования* и планирования нар. х-ва даст возможность сделать управление экономикой страны действительно оптимальным. Во многих м-вах и ведомствах СССР разрабатываются отраслевые системы планирования и управления, на базе которых будет создана единая государственная *вычислительных центров сеть* и автоматизированная система планирования, учета и управления нар. х-вом.

В Директивах XXIV съезда КПСС отмечено, что современные технические средства будут играть все большую роль в управлении народным хозяйством. Внедрение этой техники в систему управления является важным народнохозяйственным заданием.

Лит.: Клименюк В. Н. Применение перфокарт в научных исследованиях. К., 1969 [библиогр. с. 205—209]; Панюшкин И. Е., Кусов А. Ф., Дроздов И. М. Практика внедрения оргатехники. М., 1970; Бурцев В. В., Каплан Э. Б. Средства оргатехники. Справочник-каталог. М., 1971.

В. Н. Клименюк.

ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ АКАДЕМИИ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР — научно-исследовательское учреждение в г. Киеве. Основан в 1962 на базе Вычислительного центра АН УССР, созданного в 1957 для развертывания работ в области кибернетики и вычисл. техники, начавшихся на Украине в конце 40-х годов. Тематика исследований ин-та охватывает почти все направления современной кибернетики и вычисл. техники. В области теоретической кибернетики проводятся исследования по теории цифровых автоматов и матем. машин, автоматизации проектирования ЦВМ, автоматизации программирования, по разработке алгоритм. языков и распознаванию образов. Результаты этих исследований практически воплощены в ряде средств цифровой вычислительной техники: в институте созданы ЭЦВМ «Киев», «Промінь», «МИР-1», «Днепр», «Київ-67», «Днепр-2», «МИР-2», «Рось». Все машины, кроме первой, выпускаются серийно. Разработанный в ин-те метод квазианалогового моделирования позволил создать серию специализированных (аналоговых и гибридных) вычислительных машин: «ЭМСС-7», «ЭМСС-8», «Итератор», «Оптимум», «Аркус», «АСОР-1», «АСОР-2», «Экстрема». Успехи ученых и конструкторов ин-та способствовали созданию новой отрасли промышленности на Украине — электронного машиностроения.

Разработанные в ин-те основы нового численного метода оптимизации — метода последовательного анализа вариантов — способствовали успешному развитию исследований в области экономической кибернетики: разработка матем. методов планирования и управления нар. х-вом, матем. методы планирования транспорта и размещения производства, автоматизация учета и эконом. анализа. Широко ведутся исследования в области технической кибернетики по созданию систем автомат. управления технологическими процессами и сложными тех. комплексами. В области биологической и медицинской кибернетики проводятся исследования по созданию автоматизированных диагностических систем, биомед. аппаратуры, по нейробионике и гидробионике. Во 2-й пол. 60-х гг. начали успешно проводиться работы в области системотехники по разработке и созданию автоматизированных систем управления. Разработанная типовая автоматизированная система управления предприятием «Львов» внедряется на нескольких предприятиях, ведутся разработки по созданию отраслевых автоматизированных систем управления.

Ин-т имеет большое СКБ и опытный завод. Вычисл. центр ин-та оснащен машинами «БЭСМ-6», «М-220», «Днепр-2», «Минск-32», «МИР-2», «ЕС-1020». При ин-те создан Респ. фонд алгоритмов и программ, один из крупнейших в СССР и по количеству программ и по интенсивности обслуживания других организаций.

Ин-т издает журналы «Кибернетика», «Автоматика» (переиздаются в США) и «Управляющие системы и машины», периодические сборники трудов семинаров Научного совета по проблеме «Кибернетика» АН УССР, сборники программ и алгоритмов и много информационных изданий. При ин-те есть аспирантура, ученый совет с правом приема к защите кандидатских и докторских диссертаций по нескольким специальностям. За успехи в развитии киберн. науки и в подготовке кадров ин-т в 1969 награжден орденом Ленина.

Лит.: Глушков В. М. Інститут кібернетики. В кн.: Історія Академії наук Української РСР, кн. 2. К., 1967.

П. В. Походзило.

ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ (АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ), ИАТ — научно-исследовательское учреждение в Москве. Находится в подчинении Академии наук СССР и Мин-ва приборостроения, средств автоматизации и си-

стем управления СССР. Создан в 1939 в составе Отделения тех. наук АН СССР. В 1964—69 наз. «Ин-т автоматики и телемеханики (технической кибернетики)». Нынешнее название носит с 1969. Осн. направления исследований: фундаментальные вопросы теории автоматического управления; принципы построения элементов, технических средств и устройств автоматического управления; принципы построения комплексных систем управления процессами и техническими объектами; принципы построения информационно-управляющих систем оперативного управления; проблемы бионики и др. Ин-т имеет вычислительный центр и опытное производство. Есть аспирантура и ученый совет с правом защиты докт. и канд. диссертаций. Ин-т осуществляет издание журнала «Автоматика и телемеханика», издает сборники науч. трудов. В 1969 за успехи, достигнутые в области теории и практики автоматического регулирования и в подготовке высококвалифицированных научных кадров, ин-т награжден орденом Ленина.

Лит.: Трапезников В. А. Проблемы технической кибернетики в Институте автоматики и телемеханики (1939—1964 гг.).— Храмой А. В. Очерк истории Института автоматики и телемеханики (1939—1964 гг.). «Автоматика и телемеханика», 1964, № 6.

Д. М. Беркович.

ОСТАНОВ — прекращение работы ЦВМ (счета по программе) с одновременной фиксацией результатов счета. В зависимости от причин, вызвавших О., различают: программный О., определяемый спец. командой в *программе* решения задачи; О. по признаку, задаваемому с пульта; аварийный О.; О. с пульта оператором. В однопрограммных ЦВМ указанные причины вызывают О. ЦВМ, в мультипрограммных — О. программы, с переходом ЦВМ либо к решению следующих задач, либо в режим контроля.

ОСУЩЕСТВИМОСТИ ФИЗИЧЕСКОЙ КРИТЕРИЙ — условие, с помощью которого определяется принципиальная возможность создания некоторой динамической системы или ее элементов. Необходимость применения О. ф. к. возникает, в частности, при *систем автоматического управления синтезе*, синтезе сглаживающих и упреждающих фильтров, решении некоторых задач идентификации, построении инвариантных систем управления и т. д. В результате различных процедур синтеза получают выражения, описывающие весовую функцию системы (звена, фильтра) или ее *передаточную функцию:* $w(t)$ или $W(s)$ (s — комплексная переменная). Для того, чтобы устойчивые синтезируемые устройства могли быть физически осуществимы, необходимо, чтобы $w(t)$ или $W(s)$ удовлетворяли О. ф. к., формулируемому следующим образом: 1) устройство физически осуществимо, если

$$w(t) = 0, \text{ при } t < 0,$$
$$w(t) = 0, \text{ при } t \to \infty, \qquad (1)$$

т. е. выходной сигнал устройства должен быть равен нулю при отсутствии входного сигнала, а реакция его на импульсный входной сигнал должна затухать во времени. Условие (1) является необходимым и достаточным; 2) если известна передаточная функция синтезируемого устройства, то для того, чтобы оно было физически осуществимым, необходимо, чтобы $W(s)$ была аналитической в правой полуплоскости комплексной переменной s, т. е., если $W(s)$ представляет отношение двух полиномов, то все полюсы $W(s)$ должны лежать в левой полуплоскости, а область расположения нулей может быть неограничена. Этот критерий является необходимым и достаточным, если $|W(j\omega)|$ уменьшается со скоростью ω^{-n}, где n — число полюсов; 3) физ. осуществимость можно проверить по $W(j\omega)$ с помощью критерия Пэли — Винера

$$\int_0^\infty \frac{\log|W(j\omega)|}{1+\omega^2}\,d\omega < c, \qquad (2)$$

где c — конечное действительное число, если $W(j\omega)$ есть передаточная функция физически осуществимого устройства. Критерии (1) и (2) эквивалентны. В цифровых и импульсных системах О. ф. к. имеет вид, аналогичный (1), если рассматривают импульсную весовую функцию

$$w^*(iT) = 0, \qquad i < 0, \qquad (3)$$

где $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ — целые числа.

Если задана импульсная передаточная функция

$$W^*(z) = \frac{b_m z^{-m} + b_{m-1} z^{-m+1} + \cdots + b_0}{a_n z^{-n} + a_{n-1} z^{-n+1} + \cdots + a_0}, \qquad (4)$$

то О. ф. к. заключается в том, что $m \leqslant n$. При этом считается, что $a_0 \neq 0$.

Лит.: Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [библиогр. с. 873—878]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963].

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ОСУЩЕСТВИМОСТИ ЦЕЛИ ПРИНЦИП — принцип оптимального поведения, имеющий большое значение в теории *игр бескоалиционных* и состоящий в стремлении игроков к равновесию ситуаций. Для антагонистических игр этот принцип совпадает с *максимина принципом*.

ОТВЕТ РАСПОЗНАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ — решение, принимаемое системой при подаче на ее вход объекта распознавания. В зависимости от решаемой задачи распознавания О. р. с. может быть название (номер, условный код) класса (напр., при распознавании букв или слов речи), описание объекта распознавания (при анализе фотографий следов частиц), способ лечения (медицинская диагностика), характер неисправности (техническая диагностика) и т. д. О. р. с. определяется в результате выполнения алгоритма распознавания, положенного в основу данной *распознающей системы*. См. также *Распознавание образов*.

Т. К. Винцюк.

ОТКА́З ОТ РАСПОЗНАВА́НИЯ — отнесение распознаваемого сигнала к классу неразборчивых сигналов. О. от р. обычно производится тогда, когда по к.-л. причине сигнал невозможно с большой степенью достоверности отнести к одному определенному классу. При О. от р. соответствующий сигнал может быть распознан человеком, что позволяет получить искомое решение. Однако это может привести к снижению средней скорости распознавания. Условия, при которых целесообразен О. от р., часто определяются из статистических соображений, основанных на том, что «потери» от О. от р. значительно меньше, чем «потери», связанные с ошибками. Пример построения статистического *алгоритма распознавания*, в котором предусмотрен О. от р., см. в ст. *Байесовское решающее правило*. *Г. Л. Гимельфарб.*

ОТЛА́ДОЧНЫЕ ПРОГРА́ММЫ — программы, предназначенные для упрощения процесса обнаружения ошибок в заданной программе, допущенных при ее составлении. В О. п. широко используется метод прокрутки, что позволяет получать дополнительную информацию в ходе выполнения заданной программы. В ряде случаев совокупность О. п. организуется в систему, для которой разрабатывается спец. язык. На этом языке О. п. сообщается информация о режиме исполнения программы и интересующих сведениях о процессе обработки. Единицами языка отладки являются операторы, задающие действия, обычно производимые при отладке на машине. К числу таких действий относятся, напр., замена, удаление или вставка отд. фрагментов программы, печатание значений заданных величин, меток, числа повторений заданных циклов и др. Примером системы О. п. может служить альфа-отладчик, входящий в состав *альфа-системы*. *Г. Д. Фролов.*

ОТНОШЕ́НИЕ — одно из основных понятий современной математики. Роль О. особенно возросла в связи с теоретико-множественной реконструкцией всей математики, которая была проведена в 20 ст. Пусть E — мн-во. Любое свойство, которым может обладать элемент $x \in E$, задает в E подмножество A всех элементов, обладающих этим свойством, и наоборот, задание подмножества $A \subset E$ определяет свойство элемента «x принадлежит A». Таким образом, свойство элементов E полностью задается указанием некоторого подмножества A. В свою очередь, A может быть задано характеристической функцией $P(x)$, принимающей на A значение 1 и на $E \setminus A$ — значение 0. Т. к. свойство «$x \in A$» справедливо при $P(x) = 1$ и ложно при $P(x) = 0$, числа 1, 0 часто заменяются символами «истинно» и «ложно», так что область значений $P(x)$ состоит из этих двух «нечисловых» символов. Т. о., логика свойств совпадает с *алгеброй множеств*. Логика отношений связывает разные элементы, устанавливая отношения между ними. Теоретико-множественное понятие О. соответствует понятию *предиката* в *логике математической*. Это соответствие изучается в *моделей теории*.

Пусть задано некоторое О. P, в котором могут находиться (или не находиться) элементы x, y мн-ва E, записанные в указанном порядке. Пары (x, y) считаются упорядоченными, так что (x, y) и (y, x) при $x \neq y$ суть разные пары. Мн-во всех таких упорядоченных пар наз. произведением E на E $(E \times E)$ (см. *Множеств теория*). Рассмотрим подмножество $A \subset (E \times E)$ всех таких пар (x, y), для которых x, y связаны О. P. Тогда задание О. P равносильно заданию A или характеристической ф-ции $P(x, y)$, равной 1, если x и y связаны О. P, и 0 — в противном случае. О. P наз. рефлексивным, если $P(x, x) = 1$, и антирефлексивным, если $P(x, x) = 0$; симметричным, если $P(x, y) = P(y, x)$, и антисимметричным, если $P(x, y) \neq P(y, x)$ при $x \neq y$; транзитивным, если из $P(x, y) = 1$, $P(y, z) = 1$ следует $P(x, z) = 1$. Существует несколько важнейших типов О.

Отношения равенства. В этом случае $P(x, x) = 1$ и $P(x, y) = 0$ при $x \neq y$; т. о., x и y находятся в О. P тогда и только тогда, когда они совпадают. На каждом множестве существует единственное О. равенства, изображаемое обычно в виде $x = y$ (реже $x \equiv y$).

Отношения эквивалентности. Так наз. рефлексивные, симметричные и транзитивные О. (общее обозначение: $x \sim y$, $x \equiv y \pmod P$). На данном мн-ве E таких О. может быть много. Смысл О. эквивалентности обычно состоит в установлении некоторого сходства, родства между элементами по определенному признаку. Примеры О. эквивалентности: (1) $E = Z$ — мн-во целых чисел, $x \sim y$ означает, что $x - y$ делится на $d \in E$ (x, y «сравнимы по модулю d»). Это О. записывается в виде $x \equiv y \pmod d$. (2) $E = R^2$ — плоскость с координатами (ξ, η); для точек $x(\xi', \eta')$, $y(\xi'', \eta'')$ эквивалентность $x \sim y$ означает, что $\xi' - \xi''$, $\eta' - \eta''$ — целые числа. (3) $E = R^3$ — трехмерное пространство, (x) — расстояние точки x от фиксированной точки O; $x \sim y$ означает $|x| = |y|$. (4) Пусть $\mathfrak{A}$ — конечное мн-во, называемое «алфавитом», с элементами a, b, ..., E — мн-во слов из этого алфавита, т. е. конечных последовательностей его «букв» (a, ab, $abca$, ...), включая «пустое слово», не содержащее ни одной буквы. Выделим в E конечное число слов x_k $(k = 1, \ldots, m)$ и будем считать слова $x, y \in E$ эквивалентными, если y получается из x конечным числом «элементарных операций», состоящих в удалении из слова или введении в слово сплошного куска, совпадающего с одним из x_k. О. эквивалентности задает разбиение мн-ва E на классы эквивалентности, определяемые следующим образом. Класс K_x $(x \in E)$ состоит из всех $z \in E$, для которых $x \sim z$. Если $K_x \neq K_y$, то $K_x \cap K_y = \varnothing$, так что разные классы не пересекаются и образуют разбиение E. Всевозможные мн-ва K_x и суть классы эквивалентности для данного О. Мн-во всех таких классов наз. фактор-множеством мн-ва E

по О. P (запись: E/P). Отображение $\varkappa_P : E \to E/P$, ставящее в соответствие элементу $x \in E$ класс $K_x \in E/P$, наз. каноническим отображением для О. P. Часто можно представить фактор-множество удобной «моделью» — мн-вом, находящимся в биективном соответствии с E/P.

В примере (1) такой моделью служит мн-во вершин правильного d-угольника; в (2) — тор, получаемый из квадрата $0 \leqslant x,\ y \leqslant 1$ склеиванием противоположных сторон; в (3) — полупрямая $0 \leqslant r < \infty$, где $r = |x|$, $x \in R^3$. Смысл перехода к фактор-множеству состоит в «огрублении» изучаемого объекта, когда интересуются только некоторыми свойствами элементов мн-ва, отождествляя те элементы, которые этими свойствами не различаются. Так, в примере (1) пренебрегают целыми кратными d; в (2) — отождествляют все точки, переходящие друг в друга при целочисленных сдвигах вдоль осей координат; в (3) — интересуются только расстоянием точки от 0; в (4) — пренебрегают частями слов, входящими в список $\{x_k\}$. О. эквивалентности особенно важны в алгебре (см. *Групп теория*).

Отношение порядка. Так наз. антирефлексивные, транзитивные О. (общее обозначение: $x < y$, $x \prec y$). Если для любой пары (x, y) $(x \neq y)$ либо $x < y$, либо $y < x$, О. порядка наз. линейным. Примеры упорядоченных мн-в: (5) $E = R$; $x < y$ имеет обычный смысл «x меньше y»; (6) E — мн-во всех непрерывных действительных ф-ций на $0 \leqslant t \leqslant 1$; $x < y$ означает $\int_0^1 [y(t) - x(t)] \times dt > 0$; (7) $E = R^m$ — мн-во всех кортежей (упорядоченных последовательностей из m действительных чисел); $x < y$ означает, что $x = (x_1, \ldots, x_m)$ предшествует $y = (y_1, \ldots, y_m)$ в лексикографическом расположении, т. е. для некоторого $k < m$ $x_1 = y_1, \ldots, x_k = y_k$, но $x_{k+1} < y_{k+1}$; (8) $E = R$, $\varphi(x)$ — действительная ф-ция на R; $x < y$ означает, что $\varphi(x) < \varphi(y)$. В примерах (5), (7) О. порядка линейно, а в (6), (8) — нет (иногда нелинейно упорядоченные мн-ва называют частично упорядоченными, см. *Частично упорядоченное множество*).

Пусть E — упорядоченное мн-во, $X \subset E$. Элемент $y \in E$ наз. мажорантой (или минорантой) X, если для всех $x \in X$, $x \leqslant y$ (т. е. $x < y$ или $x = y$, соответственно, $y \leqslant x$). X наз. ограниченным сверху (снизу), если X имеет мажоранту (миноранту); если X ограничено сверху и снизу, X наз. ограниченным. Если во мн-ве мажорант (минорант) есть наименьший (наибольший) элемент z, то он наз. верхней (нижней) гранью X (обозначения: $\sup_E X$ — для верхней и $\inf_E X$ — для нижней грани). Все эти понятия становятся наглядными для $X \subset R$.

Общее понятие отношения. Пусть $E^n = E \times \ldots \times E$ есть произведение n мн-в E, т. е. мн-во всех кортежей $(x_1, \ldots, x_n)$, $x_i \in E$ $(i = 1, \ldots, n)$. Отображение $P : E^n \to \{0, 1\}$ наз. n-местным отношением (предикатом, логич. ф-цией) над E. Мн-во $A \subset E^n$ всех кортежей, для которых $P(x_1, \ldots, x_n) = 1$, определяет «свойство» кортежей: $x_1, \ldots, x_n$ состоят в отношении P тогда и только тогда, когда $(x_1, \ldots, x_n) \in A$. При $n = 1$ приходят к «свойствам элементов» $P(x)$, при $k = 2$ — к двуместным О. $P(x, y)$. В случае $n = 2$ О. наз. бинарными. Теория бинарных О. находит в настоящее время самые широкие приложения. Достаточно сказать, что вся *графов теория* является по существу теорией бинарных О.

Рассмотрим трехместное О. P, удовлетворяющее следующему требованию: для любых $x, y \in E$ существует один и только один $z \in E$ такой, что $P(x, y, z) = 1$. Тогда каждой паре (x, y) ставится в соответствие однозначно определенный элемент $z \in E$, т. е. на E задается бинарная операция. Т. о., обычные алгебр. операции — это частный случай трехместных О., удовлетворяющих, кроме предыдущего условия, еще и другим («аксиомам»). Понятие отображения тоже можно рассматривать как О.: если $\varphi : A \to B$, то φ задается своим графиком K_φ - множеством пар $(x, \varphi(x))$, $x \in A$. График есть подмножество произведения $A \times B$ — мн-ва всех пар (x, y), $x \in A$, $y \in B$. Тем самым, задание φ равносильно указанию «свойства» элементов $A \times B$, т. е. заданию одноместного О. на $A \times B$.

Лит.: Бурбаки Н. Начала математики, ч. 1. Основные структуры анализа, кн. 2. Теория множеств. Пер. с франц. М., 1965; Столл Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. Пер. с англ. М., 1968.

А. В. Гладкий.

ОТНОШЕ́НИЕ АНАЛИТИ́ЧЕСКОЕ — отношение между понятиями, существующее вследствие наличия постоянной связи между соответствующими классами предметов (в противоположность *отношению синтетическому*). Наличие О. а. вытекает из определений сопоставляемых понятий (ср. «монотип — наборная буквоотливная машина», «линотип — наборная строкоотливная машина»). Термин О. а. часто применяется в *информатике* как тождественный понятию *отношения парадигматического*.

ОТНОШЕ́НИЕ БАЗИСНОЕ — то же, что и *отношение парадигматическое*.

ОТНОШЕ́НИЕ ПАРАДИГМАТИ́ЧЕСКОЕ — семантическое отношение, существующее между словами естественного или информационного языка независимо от контекста. О. п. связывает слова, обозначающие предметы, между которыми существует постоянная связь (в противоположность *отношению синтагматическому*). Этим отношением связаны, напр., слова «вода» и «жидкость» (вода — это разновидность жидкости), «жидкость» и «текучесть» (всякая жидкость обладает текучестью). О. п. подразделяются на два вида: отношение подчинения типа «род — вид», что соответствует *приблизительно* отношению класса к подклассу, и ассоциативное отношение,

выражающее все остальные отношения между предметами. Иногда ассоциативное отношение расчленяется на несколько разновидностей: субъектное, объектное, причинно-следственное, пространственное и т. д. О. п. применяется для снижения *потерь информации* при поиске. С этой целью О. п. в *языке информационном* должны быть заданы явно.

Существуют четыре осн. способа задания О. п.: лексикографический, табличный, графический и аналитический. Лексикографический способ заключается в том, что слова информационного языка снабжаются в словаре пометами, указывающими на О. п. между ними. Напр., при *дескрипторе* «жидкость» могут быть пометы: видовые термины (отношение подчинения) — «вода», «нефть»; связанный термин (ассоциативное отношение) — «текучесть». При табличном способе слова информационного языка, связанные О. п. с данным дескриптором, также включаются в словарную статью последнего, но вместо указательных помет вид отношения определяется заранее обусловленным взаимным расположением дескрипторов. Графический способ заключается в построении схем, в которых О. п. между дескрипторами обозначены при помощи соответствующих стрелок. Примером может служить изображение иерархической классификации в виде дерева. При аналитическом способе О. п. выражаются структурой слова информационного языка, которое в этом случае представляет собой производное, сложное образование — *код семантический*.

Э. Ф. Скороходько.

ОТНОШЕ́НИЕ ПРАВДОПОДО́БИЯ — см. *Статистическая проверка гипотез.*

ОТНОШЕ́НИЕ СИГНА́Л/ПОМЕ́ХА — отношение некоторой основной характеристики (обычно средней мощности) полезного сигнала к соответствующей характеристике помехи. О. с./п. является одним из критериев, характеризующих помехоустойчивость устройств управления, связи, контроля и т. д. Особенно широко понятие О. с./п. используется в радиотехнике и связи.

ОТНОШЕ́НИЕ СИНТАГМАТИ́ЧЕСКОЕ — семантическое отношение, возникающее между словами естественного или информационного языка в определенном контексте. О. с. (в противоположность *отношению парадигматическому*) указывает на наличие некоторой ситуации, объединяющей объекты, обозначенные в данном контексте соответствующими словами. О. с. связаны, напр., слова «вода» и «сосуд» (в ситуации «вода находится в сосуде») или «вода» и «очистка» (в ситуации «очистка воды»).

В числе О. с. выделяются субъектное, объектное, пространственные, временные и т. д. Некоторые О. с. содержательно совпадают с парадигматическими, отличаясь от последних лишь тем, что они связывают соответствующие слова лишь в некоторых контекстах. Напр., отношение «быть частью» является парадигматическим для слов «карбюратор» и «двигатель» (любой карбюратор — часть двигателя), но синтагматическим для слов «генератор» и «двигатель» (генератор не всегда входит в состав двигателя). Другие О. с. не совпадают с парадигматическими, находясь с ними во взаимно-однозначном соответствии. Напр., парадигматическому отношению «быть потенциальным субъектом» соответствует О. с. «быть субъектом» (между словами «самолет» и «лететь» существует парадигматическое отношение «быть потенциальным субъектом», в контексте же «самолет летит» между этими словами реализуется соответствующее О. с. «быть субъектом»). О. с. используются главным образом для снижения поискового шума. С этой целью О. с. в *языке информационном* должны быть заданы явно. Чаще всего применяются указатели связи и указатели роли. Первые из них указывают на наличие О. с. между группой дескрипторов *поискового образа документа* или *поискового предписания*, вторые — на разновидность отношения, связывающего данный *дескриптор* с некоторым другим.

ОТНОШЕ́НИЕ СИНТЕТИ́ЧЕСКОЕ — отношение между понятиями, возникающее, когда в определенной ситуации появляется связь между соответствующими классами предметов (в противоположность *отношению аналитическому*). Термин О. с. часто используется в *информатике* вместо термина *отношение синтагматическое.*

ОТНОШЕ́НИЕ ТЕКСТУА́ЛЬНОЕ — то же, что и *отношение синтагматическое.*

ОТРИЦА́НИЕ в алгебре логики — одна из *логических операций*. Соответствует в естественном языке частице «не». В *алгебре логики* О. записывают $\neg A$ (или $\bar{A}$).

ОЧЕРЕДЕ́Й ТЕО́РИЯ — принятое в зарубежной научной литературе, главным образом в американской, название *массового обслуживания теории.*

ОШИ́БКА В ПРИНЯ́ТИИ ГИПО́ТЕЗ — см. *Статистическая проверка гипотез.*

ОШИ́БКИ В СИСТЕ́МАХ АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ — в общем случае это функционалы, характеризующие отклонение показателя качества работы (Ф) системы автоматического управления (САУ) от его заданного или экстремального значения $Ф_0$. Показатель качества определяется техн.-эконом. требованиями к САУ и может представлять либо совокупность заданных (требуемых) значений регулируемых величин системы, напр., в системах автомат. регулирования (САР), либо некоторую функцию от этих величин (напр., в *системах экстремального регулирования* или в самонастраивающихся системах). В качестве меры отклонения обычно принимают разность $\varphi = Ф_0 - Ф$, причем величины, входящие в это выражение, в общем случае векторные. О. в с. а. у. зависят от процесса управления, т. е. являются ф-цией времени $\varphi = \varphi(t)$. Эта зависимость определяет два вида ошибок: динамические (при $0 \leqslant t < \infty$) и установившиеся (при $t \to \infty$). Динамические О. в

с. а. у. могут оцениваться по значениям, взятым в определенные моменты времени (напр., максимум ошибки в процессе управления), либо по интегральным критериям (напр., среднеквадратичная ошибка $\varphi_{ср} = \frac{1}{T}\int_0^T \varphi^2(t)\,dt$, где T — период наблюдения).

О. в с. а. у. зависят прежде всего от структуры систем, а также от возмущений, действующих на объект управления, от ограниченности управляющего воздействия по величине и мощности, погрешностей в измерительных цепях и т. п. В связи с этим в линейных САУ выделяют вынужденную составляющую ошибки, определяемую действием возмущения на объект управления или задания, и свободную составляющую, определяемую начальным отклонением показателя качества работы САУ. Кроме того, рассматривают О. в с. а. у., связанные с действием случайных сигналов на объект управления и соответствующие оценки этих ошибок (например, *математическое ожидание* и *дисперсия*). В следящих САР вынужденная составляющая ошибки определяется изменением задания во времени $x_0 = x_0(t)$. При этом помимо основной ошибки $\varphi = (x_0 - x)$ — разности задания и регулируемой величины, называемой также ошибкой по положению, различают и ее производные по времени 1, 2-го и более высоких порядков, называемые соответственно ошибками по скорости, по ускорению и т. д. Для линейных следящих САР, если задание меняется медленно по сравнению с изменениями импульсной переходной ф-ции системы, вынужденная составляющая ошибки может быть представлена как линейная функция от задания и его производных по времени:

$$\varphi(t) \approx C_0 x_0(t) + C_1 x_0'(t) + \cdots + \frac{C_{m-1}}{(m-1)!} \times x_0^{(m-1)}(t), \qquad (1)$$

где m — порядок той производной задания, которая имеет достаточно малую величину и изменением которой во времени можно пренебречь, а C_i — коэффициенты ошибок, определяемые как

$$C_i \approx \left[\frac{d^{(i)} W_\varepsilon(p)}{dp^i}\right]_{p=0}, \qquad (2)$$

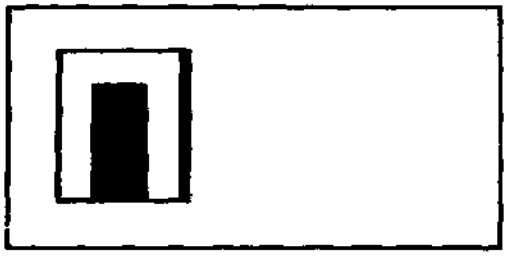
$$i = 0, 1, 2, \ldots, m-1,$$

где $W_\varepsilon(p)$ — *передаточная функция* системы по ошибке. Пользуясь формулами (1) и (2), можно по передаточной ф-ции систем, по ошибке и по виду зависимости $x_0(t)$ определить характер изменения вынужденной составляющей ошибки. Например, в случае задания $x_0 = \text{const}$ и системы с астатизмом 1-го порядка (один нулевой корень передаточной ф-ции) получают $C_0 = 0$, $x_0^{(i)} = 0$, $i = 1, 2, \ldots$, т. е. вынужденная составляющая ошибки равна нулю.

С помощью методов *автоматического управления теории* структура САУ может быть выбрана таким образом, чтобы минимизировать О. в с. а. у. при принятой ее оценке или минимизировать некоторый показатель, связанный с изменением ошибки во времени (напр., время переходного процесса). Путем рационального выбора структуры некоторые виды ошибок САУ могут быть сведены к нулю, напр., установившиеся ошибки в САР при интегральном *регулирования законе* или динамические ошибки, связанные с действием возмущений на объект управления в некоторых случаях инвариантных систем управления. См. также *Астатизм n-го порядка*, *Инвариантность систем автоматического управления*.

Лит.: Современные методы проектирования систем автоматического управления. М., 1967; Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [библиогр. с. 440—442]; Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. 1. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 382—392]. *Л. М. Бойчук.*

ОШИБОК ТЕОРИЯ — неверно иногда употребляемое название теории *погрешностей* (см. *Погрешностей вычислений теория*).



ПАКЕ́ТНАЯ ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ — один из видов организации вычислительного процесса на ЦВМ, при котором некоторое число задач пользователей машины объединяется вместе, образуя входной пакет, обрабатываемый затем последовательно на ЦВМ.

При П. о. и., как правило, подразумевается отсутствие непосредственного доступа пользователей к ЦВМ. Подготовленные задачи сдаются обслуживающему персоналу, который вводит их в ЦВМ и выдает пользователям решения. Пакеты задач могут формироваться либо вручную, напр., накладывая друг на друга несколько колод *перфорационных карт* на устр-ве ввода, либо автоматически, выделяя с помощью *операционной системы* некоторую группу задач, накопленных предварительно на внеш. накопителях. П. о. и. может осуществлять большинство современных операционных систем.

Системы с П. о. и. с точки зрения прохождения задач или их частей внутри пакета могут быть однопрограммными и многопрограммными. Особенно целесообразно производить П. о. и. при *многопрограммной обработке информации*, т. к. в этом случае можно достичь весьма высокой степени совмещения работы центр. *процессора*, внеш. устр-в накопителей. При этом предварительное накопление на устр-ве ввода или на внеш. накопителе пакета задач позволяет значительно интенсифицировать режим работы всех устройств ЦВМ, т. к. задачи (или их части), входящие в пакет, решаются в наиболее выгодном порядке без потери времени на ожидание реакции обслуживающего персонала.

Отличительной чертой П. о. и. является то, что пользователь сравнительно долго (до окончания решения всего пакета) ожидает выдачи решения задачи. Это время колеблется от нескольких десятков минут до многих часов. П. о. и. может применяться в качестве фона в *режиме разделения времени*. В этом случае *вычислительная система* производит П. о. и. в интервалах времени, свободных от обслуживания оперативных заданий пользователей.

Лит.: Супервизоры и операционные системы. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 151—152].

А. И. Никитин, А. Н. Одинцов.

ПА́ЛЬМА ПОТО́К — стационарный ординарный случайный поток с ограниченным последействием. П. п. однозначно характеризуется ф-цией распределения $F(t)$ интервала между последовательными событиями потока, совпадающей с $1 - \varphi_0(t)$, где $\varphi_0(t)$ — ф-ция Пальма (см. *Поток случайный*). $F(t)$ обладает конечным первым моментом $\tau = \int_0^\infty \varphi_0(t)\,dt$. П. п. имеет конечную интенсивность, совпадающую с параметром и равную $1/\tau$. Для П. п. ф-ция распределения интервала от момента $t = 0$ до первого события потока имеет вид $F(t) = \frac{1}{\tau}\int_0^t \varphi_0(x)\,dx$. Единственно возможными П. п. без последействия являются простейшие потоки (см. *Поток без последействия, Пуассона поток*). Пусть X — произвольный поток. Если каждое событие X, независимо от других, оставлять с вероятностью p, то поток оставленных событий также будет П. п. Потоки этого типа широко представлены в *массового обслуживания системах*. Так, поток потерянных требований для системы с потерями при входящем простейшем потоке и показательно распределенном времени обслуживания является П. п.

И. Н. Коваленко.

ПА́МЯТИ ЗАЩИ́ТА — совокупность аппаратных и программных средств ЦВМ, обеспечивающих сохранность данных одной задачи от возможного разрушающего влияния других задач при *многопрограммной обработке информации*.

В основе П. з. лежит принцип, согласно которому информация о ресурсах, и, в первую очередь, об объеме и месте памяти, выделенных некоторой задаче управляющей программой *операционной системы*, хранится в течение всего периода решения задачи в спец. таблицах. В интервалы времени, когда задачу обслуживает центр. *процессор*, эта информация вызывается на спец. *регистры*. При выполнении каждой команды, содержащейся в задаче, производится проверка допустимости обращения к *адресу математическому*, содержащемуся в команде, и если этот адрес выходит за пределы виртуальной памяти, выделенной задаче, вырабатывается сигнал прерывания, информирующий управляющую программу о необходимости вмешаться в процесс решения.

В некоторых случаях управляющая программа временно защищает участки осн. памяти и от обращения со стороны задачи, для которой они выделены, напр., во время *записи* на данный участок информации с внеш. носителя. В машинах, работающих с абсолютными адресами, защищены могут быть только фиксированные области осн. памяти, напр., содержащие управляющую программу. С П. з. связан также вопрос о защите наборов данных (см. *Управление данными*), находящихся на внеш. носителях, от порчи или нежелательного копирования потребителями машины, не допущенными к данному набору. В этом случае защита базируется, как правило, на программных методах, напр., на указании пароля.

А. И. Никитин.

ПА́МЯТИ РАСПРЕДЕЛЕ́НИЕ — выделение мест в памяти ЦВМ, в которых локализуются

(находятся или должны находиться) информационные объекты, участвующие в вычислительном процессе, а также само соответствие между этими объектами и местами, отведенными для них в памяти.

П. р. представляет собой конечную последовательность отображений $(I \to F)_t$, $t = 1, 2, \ldots$ множества I самих информационных объектов или их наименований в множество F физ. *адресов* распределяемой памяти для дискретных моментов t вычислительного процесса. П. р., в котором последовательность $(I \to F)_t$ выбрана до выполнения вычислительного процесса, наз. статическим. Динамическим наз. такое П. р., при котором каждое $(I \to F)_t$ выбирается непосредственно в ходе вычислительного процесса в момент t, исходя из $(I \to F)_{t-1}$, описания информационных объектов и фактического обращения к ним в предшествующие моменты времени. При наличии виртуальной (математической) нумерации ячеек памяти (см. *Память ЦВМ*) П. р. задается посредством двух последовательностей отображений: $(I \to M)_t$ и $(M \to F)_t$, где M — множество виртуальных адресов распределяемой памяти.

Осн. задачами, решаемыми посредством выбора П. р., являются: а) сокращение задержки вычислительного процесса при обращении к памяти и б) сокращение числа ячеек, называемое экономией памяти. Задержка вычислительного процесса возникает как при обращении к памяти, так и при пересылке информации между ступенями памяти в связи с изменением текущего П. р. Сокращение этой задержки достигается путем размещения интенсивно используемой информации преимущественно в быстродействующих ступенях памяти при ограниченной пересылке информации между ступенями. Экономия памяти достигается в результате локализации некоторых информационных объектов в одних и тех же ячейках памяти.

Ограничения на выбор П. р. связаны, гл. образом, со способом задания адресов слов, составляющих в совокупности информационный объект (прямоугольный массив, *список* и т. п.). Наиболее характерным является требование локализации прямоугольных массивов в ячейках памяти с последовательными адресами, поскольку адрес произвольного элемента массива вычисляется по абсолютному адресу первого элемента массива и его порядковому номеру относительно этого элемента. Динамическое П. р. может достигаться путем изменения как отображения $(I \to M)_t$ идентификаторов информационных объектов на виртуальные адреса памяти, так и отображения $(M \to F)_t$ виртуальных адресов памяти на физ. адреса ячеек. Динамическое П. р. с изменением отображения $(I \to M)_t$ применяется для размещения информации в памяти в связи с вычислительными процессами, для которых ход выполнения или размеры используемых массивов не известны до их выполнения. Основными формами такого динамического П. р. являются: переадресация, основанная на использовании индекс-регистров; адресация данных при блочной структуре *языка программирования* (напр., *АЛГОЛ-60*) и адресация при списочной организации данных. Динамическое П. р. с изменением отображения $(M \to F)_t$, т. е. на основе виртуальной нумерации ячеек, применяется при размещении информации в ступенчатой памяти или памяти с изменяющимся составом *запоминающих устройств* (ЗУ). Наиболее применяемой формой осуществления такого П. р. является *память страничная*. Поскольку отображения $(I \to M)_t$ и $(M \to F)_t$ при динамическом П. р. выбираются различными средствами, число виртуальных и физ. адресов памяти являются двумя независимо расходуемыми ресурсами ЦВМ. Вначале за информационными объектами закрепляются виртуальные адреса, а затем их сопоставляют с физ. адресами. Динамическое П. р. на основе виртуальной нумерации может охватывать части ЗУ, составляющих память ЦВМ, в частности, такие группы ЗУ как ферритный куб, *барабан магнитный, диски магнитные*; ферритный куб в качестве основной памяти и ЗУ на триггерных регистрах в качестве сверхбыстродействующей оперативной памяти.

Лит.: Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]; Ершов А. П. Сведение задачи распределения памяти при составлении программ к задаче раскраски вершин графов. «Доклады АН СССР», 1962, т. 142, № 4; Никитин А. С. Оптимальное распределение и выбор числа регистров в ЭЦВМ с помощью целочисленного линейного программирования. В кн.: Вопросы теоретической кибернетики. К., 1965; Belady L. A. A study of replacement algorithms for a virtual-storage computer. «IBM systems journal», 1966, v. 5, № 2.

С. Д. Михновский.

ПА́МЯТЬ МАГАЗИ́ННАЯ — память, состоящая из групп ячеек, связанных между собой и расположенных в колонку, в которой только верхняя ячейка имеет связь с остальной системой. При передаче данных из памяти или в память содержимое ее передвигается вниз (вверх) по колонке, освобождая или заполняя ячейки (см. *Запоминающее устройство магазинное*).

ПА́МЯТЬ СТРАНИ́ЧНАЯ — *память ЦВМ* с динамической нумерацией ячеек, выполненной на основе задания соответствия между равновеликими группами из 2^k (где k—некоторое целое число) последовательных виртуальных и физических адресов ячеек памяти, называемых страницами виртуальных адресов и страницами памяти. Страницы виртуальных адресов и страницы памяти начинаются с *адресов*, в двоичных *кодах* которых младшие k разрядов — нули. В зависимости от значения k двоичный код физ. адреса любой ячейки памяти разбивается на две части, из которых группа старших разрядов, от $k + 1$ и выше, представляет номер страницы памяти, а группа младших разрядов от 1 до k — относитель-

ный адрес $\alpha = 1 \div 2^k$ ячейки в этой странице. Аналогично, двоичный код виртуального адреса состоит из номера страницы A и относительного адреса α. Физ. адрес ячейки получают из виртуального адреса не арифм. операцией, а путем составления его двоичного кода.

Расчленение множества виртуальных адресов на группы страниц — сегменты связано с расчленением двоичного кода номера страницы на группы последовательных разрядов. Если, напр., $A = A_3, A_2, A_1$, где A_1, A_2, A_3 — числа, образованные группами из n_1, n_2, n_3 последовательных разрядов двоичного кода A, то A_1 — номер страницы в сегменте первого ранга, составленного из 2^{n_1} страниц, A_2 — номер сегмента первого ранга в сегменте второго ранга, составленного из 2^{n_2} сегментов первого ранга, и т. д. Сегменты представляют собой подмножества виртуальных адресов, закрепляемые за группами информационных объектов (массивов, задач и т. п.) для локализации их в памяти независимо друг от друга.

Соответствие между страницами адресов и страницами памяти задается посредством таблицы, которая может иметь ступенчатую организацию, соответствующую делению множества виртуальных адресов на сегменты. Таблица самого высокого, напр. третьего, ранга, может содержать 2^{n_3} адресов таблиц второго ранга; таблица второго ранга — 2^{n_2} адресов таблиц первого ранга, и, наконец, таблица первого ранга — 2^{n_1} адресов страниц памяти, составляющих в совокупности сегмент первого ранга.

Достоинство П. с. состоит в том, что используемый способ деления памяти на равные страницы очень упрощает технику размещения информации и определения физ. адресов ячеек при *памяти распределении*.

Лит.: Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]. *С. Д. Михновский.*

ПА́МЯТЬ ЦВМ — часть цифровой вычислительной машины для хранения информации в виде последовательности символов ее структурного алфавита. П. ЦВМ образуется на основе нескольких типов *запоминающих устройств* (ЗУ), существенно различных по быстродействию, емкости и стоимости. Последовательность ЗУ, составляющих П. ЦВМ, упорядоченная по времени обращения к ним, наз. иерархией ЗУ. По функциональным и конструктивным признакам П. ЦВМ обычно расчленяется на области, называемые ступенями, которые отличаются по виду и структуре хранимой в них информации, времени выборки и частотой обращения к ней, способу адресации и т. п.

Различают следующие ступени П. ЦВМ. Основная П. охватывает ЗУ, в которых должна храниться выполняемая программа и осн. часть относящихся к ней данных. Вся информация в основной П. адресуется в определенных единицах (обычно в словах), которые могут восприниматься процессором как операнды. Рабочая П. — область основной П., предназначенная для хранения промежуточных результатов вычисления, а не для хранения *программ*. Кроме того, основная П. может подразделяться на ступени (напр., оперативную, сверхоперативную), предназначенные для хранения информации с разной интенсивностью использования. Разновидностью рабочей П. является П. магазинная. Вспомогательная П. охватывает более медленные, но вместе с тем более емкие ЗУ, информация из которых становится доступной для преобразования в центр. процессоре лишь после того, как она переписана в основную П. Адресуемыми единицами информации во вспомогательной П. являются *массивы* слов. Области П. спец. назначения выделяются для запоминания информации о состоянии системы в момент прерывания программы, для промежуточного накопления информации при пересылке ее между ступенями П. (буферные области П.), для хранения программы подготовки ЦВМ к работе и т. п.

По характеру связи с процессором различают внутреннюю и внешнюю П. Внутренняя П. составляет неотъемлемую физ. часть машины, и все данные, хранящиеся в такой П., автоматически доступны этой машине. Внешняя П. хранит информацию в форме, принятой для данной машины, но, в отличие от внутренней, может быть отделена от машины. Основная П. всегда является внутренней П. машины. Вспомогательная П. может быть внешней и внутренней. Вспомогательная П. для хранения большого к-ва информации, снабженная средствами автомат. размещения массивов, внесения изменений в массивы и защиты их от к.-л. непредусмотренных действий над ними наз. массовой П. Термин «массовая П.» применяется также к наиболее емкой ступени П.

Для удобства и эффективности использования П. в ЦВМ нумерация ячеек ЗУ может быть изменена. Наряду с номером ячейки как элемента ЗУ — физическим адресом — ей присваивается номер, под которым она участвует в вычисл. процессе, — виртуальный, или математический адрес. Нумерация ячеек П. может быть статическая, если соответствие «виртуальный адрес — физический адрес» невозможно изменить в ходе вычисл. процесса, или динамическая, если такое изменение возможно. Примером статической нумерации может быть сквозная нумерация П., состоящей из нескольких ЗУ, при которой номер ячейки памяти составляется из ее номера в ЗУ и номера ЗУ так, что ячейки П. с последовательными номерами принадлежат различным ЗУ.

Динамическая нумерация ячеек применяется в связи с динамическим распределением П. (см. *Памяти распределение*). Примером П. с динамической нумерацией ячеек может быть *память страничная*. П. ЦВМ с такой динамической нумерацией, при которой виртуальные

адреса (группы последовательных виртуальных адресов) могут быть отображены на любые ячейки (группы последовательных ячеек П.) наз. виртуальной П., поскольку фактическое размещение информации в ЗУ скрыто и не управляемо на уровне программы задачи. Для программиста или *транслятора* виртуальная П. представляется лишь множеством доступных виртуальных адресов. Виртуальная П. на основе разнотипных ЗУ наз. также П. одного уровня. П. ЦВМ, состоящую из нескольких ступеней, существенно различающихся по емкости и быстродействию, наз. ступенчатой.

Лит.: Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 (библиогр. с. 254—257); Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis — New York, 1966.

С. Д. Михновский.

ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ. Простейшим примером ур-ния параболического типа является ур-ние теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \qquad (1)$$

описывающее распространение тепла на прямой. Здесь $u = u(x, t)$ — температура, $f(x, t)$ — плотность тепловых источников. Рассмотрим ур-ние (1) при $0 < t \leqslant T$ на отрезке $0 < x < l$ с дополнительными условиями — начальным условием

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad 0 < x < l, \qquad (2)$$

и краевыми условиями 1,2 или 3-го рода

а) $u(0, t) = \nu_1(t), \quad u(l, t) = \nu_2(t);$

б) $\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \nu_1(t), \quad -\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = \nu_2(t); \qquad (3)$

в) $$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) - \beta_1 u(0, t) = \nu_1(t),$$
$$-\frac{\partial u}{\partial x}(l, t) - \beta_2 u(l, t) = \nu_2(t).$$

Для решения задач (1) — (3) используют *конечноразностные методы* (к.-р. м.), позволяющие находить решение линейных и нелинейных ур-ний параболического типа с краевыми условиями 1, 2 или 3-го рода. Для этого введем равномерную сетку узлов по пространственной и временной координате с шагами соотв. h и τ:

$$x_i \in \omega_h = \{x_i = ih, \quad i = 0, 1, \ldots, N, \quad h = l/N\},$$
$$t_j \in \omega_\tau = \{t_j = j\tau, \quad j = 0, 1, \ldots, j_0, \quad \tau = T/j_0\}.$$

Производные $\frac{\partial u}{\partial t}(x_i, t_j)$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_i, t_j)$ заменим соотв. разностными выражениями

$$y^j_{\bar{t},i} = (y^j_i - y^{j-1}_i)/\tau,$$
$$y^j_{\bar{x},x,i} = (y^j_{i+1} - 2y^j_i + y^j_{i-1})/h^2.$$

Поставим в соответствие ур-нию (1) разностное ур-ние

$$y^j_{\bar{t},i} = \sigma y^j_{\bar{x},x,i} + (1-\sigma)\, y^{j-1}_{\bar{x},x,i} + \varphi^{j-1/2}_i \qquad (4)$$

при $i = 1, 2, \ldots, N-1$, $j = 1, 2, \ldots, j_0$. Здесь σ — весовой множитель, $\varphi^{j-1/2}_i$ — сеточный аналог ф-ции $f(x_i, t_j - 0{,}5\tau)$. Выбор параметра σ определяет устойчивость (см. *Устойчивость разностных схем*) и вместе с правой частью $\varphi^{j-1/2}_i$ — точность схемы. Напр., схема (4) с однородными краевыми условиями $y^j_0 = y^j_N = 0$, $(\nu_1 = \nu_2 = 0)$ при $\varphi^{j-1/2}_i = 0$ $(f = 0)$ устойчива по начальным данным в сеточной норме $L_2(\omega_h)$ при $\sigma \geqslant 0{,}5 - h^2/4\tau$. Схема (4) с краевым условием 1-го рода $y^j_0 = \nu_1(t_j)$, $y^j_N = \nu_2(t_j)$, $j = 0, 1, \ldots, j_0$, и начальным условием $y^0_i = u_0(x_i)$, $i = 0, 1, \ldots, N$ при $\sigma = 0$, $\sigma = 1$, $\varphi^{j-1/2}_j = f(x_i, t_j - 0{,}5\tau)$, имеет аппроксимацию и точность $O(\tau + h^2)$, при $\sigma = 0{,}5 - O(\tau^2 + h^2)$, при $\sigma = 0{,}5 - h^2/12\tau$ и соответствующем выборе ф-ции $\varphi^{j-1/2}_i - O(\tau^2 + h^4)$. Краевые условия 3-го рода аппроксимируются следующими разностными ур-ниями:

$$\sigma(y^j_{x,0} - (\beta_1 y^j_0 + \nu^j_1)) + (1-\sigma)(y^{j-1}_{x,0} - (\beta_1 y^{j-1}_0 + \nu^{j-1}_1)) = 0{,}5h(y^j_{\bar{t},0} - \varphi^{j-1/2}_0);$$

$$\sigma(-y^j_{\bar{x},N} - (\beta_2 y^j_N + \nu^j_2)) + (1-\sigma)(-y^{j-1}_{\bar{x},N} - (\beta_2 y^{j-1}_N + \nu^{j-1}_2)) = 0{,}5h(y^j_{\bar{t},N} - \varphi^{j-1/2}_N).$$

Здесь $y_{xi} = (y_{i+1} - y_i)/h$, $y_{\bar{x},i} = (y_i - y_{i-1})/h$.

Рассмотрим схемы для ур-ния теплопроводности с переменными и разрывными коэфф.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(x, t)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + f(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t \leqslant T. \qquad (5)$$

В точке $x = \xi$ разрыва коэфф. k, f ставятся дополнительные условия сопряжения — условия непрерывности т-ры и теплового потока

$$u(\xi - 0, t) = u(\xi + 0, t), \quad k(\xi - 0, t)\frac{\partial u}{\partial x}(\xi - 0, t) = k(\xi + 0, t)\frac{\partial u}{\partial x}(\xi + 0, t). \qquad (6)$$

Для решения ур-ния (5) с условиями (6) строятся однородные разностные схемы. Коэфф. схемы, являющиеся аналогами коэфф. k, f,

во всех узлах схемы вычисляются по одному и тому же правилу. Для ур-ния (5) рассматриваются схемы вида

$$y^j_{\bar t,i} = (a^{j-1/2}(\sigma y^j_{\bar x} + (1-\sigma)\, y^{j-1}_{\bar x}))_{x,i} + \varphi_i^{j-1/2}. \tag{7}$$

Если точка $x = \xi$ разрыва коэфф. k, f совпадает с узлом сетки ω_h, то полагают

$$\left.\begin{aligned} a_i^{j-1/2} &= k\,(x_i - 0{,}5h,\ t_j - 0{,}5\tau),\\ \varphi_i^{j-1/2} &= 0{,}5\,(f\,(x_i - 0,\ t_j - 0{,}5\tau) +\\ &\quad + f\,(x_i + 0,\ t_j + 0{,}5\tau)). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Схема (7), (8) при соответствующем задании краевых и начальных условий имеет в сеточной норме C точность $O\,(\tau + h^2)$ при $\sigma = 0$, $\sigma = 1$, точность $O\,(\tau^2 + h^2)$ при $\sigma = 0{,}5$. Однородные схемы вида (7) получают из ур-ния теплового баланса. Для этого интегрируют, учитывая (6), ур-ние (5) от

$$x_{i-0,5} = x_i - 0{,}5h \quad \text{до} \quad x_{i+0,5} = x_i + 0{,}5h$$

$$\int\limits_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \frac{\partial u}{\partial t}\, dx = k\,\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=x_{i+1/2}} - k\,\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=x_{i-1/2}} + \int\limits_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} f dx$$

и заменяют дифф. выражения разностными аналогами. Для уравнения теплопроводности в цилиндрических и сферических координатах

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r^n}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n\,\frac{\partial u}{\partial r}\right), \quad 0 < r < R,$$

$$n = 1,\ 2$$

вводят соотв. сетки

$$\omega_h^{(n)} = \left\{ r_i = \left(i + \frac{n}{2}\right) h,\right.$$

$$\left. i = 0,\ 1,\ \ldots,\ N,\ h = \frac{R}{N + \frac{n}{2}} \right\}, \quad n = 1,\ 2$$

и рассматривают ур-ния

$$y_{\bar t}^j = \Lambda_r^{(n)}\,(\sigma y^j + (1-\sigma)\, y^{j-1}),$$

где

$$(\Lambda_r^{(n)} y)_0 = \frac{1}{r_0^n h}\,(\bar r_1^n y_{\bar r,1}),$$

$$(\Lambda_r^{(n)} y)_i = \frac{1}{r_i^n h}\,(\bar r^n y_{\bar r})_{r,i},$$

$$i = 1,\ 2,\ \ldots,\ N-1,\ \ \bar r_i = 0{,}5\,(r_i + r_{i-1})$$

при $n = 1$, $\bar r_i = \sqrt{r_i r_{i-1}}$ при $n = 2$, $i = 1$, $2,\ \ldots,\ N-1$.

К.р.м. являются практически единственным методом решения квазилинейных ур-ний теплопроводности. Рассмотрим, напр., ур-ние

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\,(u)\,\frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Для его решения используют схемы

$$y^j_{\bar t,i} = (a\,(y^{j-1})\, y^j_{\bar x})_{x,i}, \tag{9}$$

$$y^j_{\bar t,i} = (a\,(y^j)\, y^j_{\bar x})_{x,i}, \tag{10}$$

где $a\,(y_i) = k\left(\dfrac{y_i + y_{i-1}}{2}\right)$. Решение уравнения (9), как и всех предыдущих разностных ур-ний, осуществляется *факторизации методом*, ур-ния (10) — с помощью итерационного процесса (см. *Итерационные методы*)

$$\frac{\overset{(s+1)}{y_i^j} - y_i^{j-1}}{\tau} = (a\,(\overset{(s)}{y^j})\, \overset{(s+1)}{y^j_{\bar x}})_{x,i}, \tag{11}$$

где в качестве начальной итерации берется значение $\overset{(0)}{y_i^j} = y_i^{j-1}$.

В случае многомерных задач для ур-ния теплопроводности используют т. н. экономичные схемы, в которых к-во арифм. операций, необходимых для вычисления сеточной ф-ции на временно́м слое t_j по значению ф-ции на слое t_{j-1} — порядка к-ва узлов пространственной сетки.

Рассмотрим две экономичные двухслойные абсолютно устойчивые схемы для ур-ния теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + f\,(x_1,\ x_2,\ t), \tag{12}$$

$$(x_1,\ x_2) \in G, \quad 0 < t \leqslant T,$$

где $G = \{0 < x_\alpha < l_\alpha, \quad \alpha = 1{,}2\}$ — прямоугольник, на границе которого задано краевое условие 1-го рода

$$u\,|_\Gamma = \nu\,(x_1,\ x_2,\ t), \quad (x_1,\ x_2) \in \Gamma, \quad 0 < t \leqslant T. \tag{13}$$

Пусть

$$u\,|_{t=0} = u_0\,(x_1,\ x_2), \quad (x_1,\ x_2) \in G. \tag{14}$$

Введем в $\bar G = G \cup \Gamma$ сетку ω_h узлов

$$x_{i_1,i_2} = (x_1^{(i_1)},\ x_2^{(i_2)}), \quad x_\alpha^{(i_\alpha)} = i_\alpha h_\alpha,$$

$$i_\alpha = 0,\ 1,\ \ldots,\ N_\alpha,\ h_\alpha = \frac{l_\alpha}{N_\alpha}, \quad \alpha = 1,\ 2$$

и сетку ω_τ по времени

$$\omega_\tau = \{t_j = j\tau, \quad t_{j+1/2} = (j + 1/2)\,\tau,$$

$$j = 0,\ 1,\ \ldots,\ j_0, \quad \tau = T/j_0\}.$$

Опустив индексы i_1, i_2, запишем схему переменных направлений

$$\frac{y^{j-1/2}-y^{j-1}}{0{,}5\tau}=y^{j-1/2}_{\bar{x}_1x_1}+y^{j-1}_{\bar{x}_2x_2}+$$
$$+f(x_1,x_2,t_{j-1/2});$$
$$\frac{y^{j}-y^{j-1/2}}{0{,}5\tau}=y^{j-1/2}_{\bar{x}_1x_1}+y^{j}_{\bar{x}_2x_2}+$$
$$+f(x_1,x_2,t_{j-1/2}); \qquad (15)$$
$$y^{j-\alpha/2}\big|_\Gamma=\nu(x_1,x_2,t_{j-\alpha/2}),$$
$$\alpha=1,0,\quad j=1,2,\ldots,j_0;$$
$$y^0=u_0(x_1,x_2),\quad (x_1,x_2)\in\omega_h.$$

Показано, что схема (15) в сеточной норме $L_2(\omega_h)$ имеет точность $O(h_1^2+h_2^2+\tau)$. Для решения задачи (12—14) используют также локально-одномерную схему

$$\frac{y^{j-1/2}-y^{j-1}}{\tau}=y^{j-1/2}_{\bar{x}_1x_1}+\frac{f^j}{2},$$
$$\frac{y^{j}-y^{j-1/2}}{\tau}=y^{j}_{\bar{x}_2x_2}+\frac{f^j}{2},$$
$$y^{j-\alpha/2}\big|_\Gamma=\nu(x_1,x_2,t_{j-\alpha/2}); \qquad (16)$$
$$\alpha=1,0,\quad j=1,2,\ldots,j_0$$
$$y^0=u_0(x_1,x_2),\quad (x_1,x_2)\in\omega_h.$$

Схема (16) имеет точность $O(h_1^2+h_2^2+\tau)$ в сеточной норме C.

Уравнения (15) и (16) также решаются методом факторизации. Кроме рассмотренных, существует и много других схем для решения различных параболических задач.

Лит.: Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [библиогр. с. 538—550].

А. А. Самарский, И. В. Фрязинов.

ПАРАЛЛЕ́ЛЬНЫЙ АЛГОРИ́ТМ — *см. Распараллеливание алгоритма.*

ПАРА́МЕТР ФАКТИ́ЧЕСКИЙ — параметр, используемый в обращении к *процедуре*. П. ф. в различных *языках программирования* могут быть выражения, строки, *идентификаторы* переменных, массивов, переключателей, процедур и т. д. При выполнении процедуры П. ф. или его значение подставляют в тело процедуры вместо соответствующего *параметра формального*. Количество, порядок следования, типы и классы формальных параметров и П. ф. обычно должны соответствовать друг другу.

А. И. Халилов.

ПАРА́МЕТР ФОРМА́ЛЬНЫЙ — параметр, используемый при описании *процедуры* (подпрограммы, функции). П. ф. представляет собой *идентификатор* или спец. символ *языка программирования*. В описании процедуры могут быть указаны некоторые характеристики ее параметров (типы и классы величин, способ использования *параметров фактических*). Тело процедуры задает совокупность действий над параметрами. При выполнении процедуры вместо П. ф. подставляют соответствующий фактический параметр или его значение. Тип, количество и порядок следования П. ф. и фактических параметров обычно должны соответствовать друг другу.

А. И. Халилов.

ПАРАМЕТРО́Н — радиотехническая схема, представляющая собой электромагнитный колебательный контур с нелинейной индуктивностью или емкостью, в котором возбуждаются параметрические колебания с двумя устойчивыми состояниями фаз, зависящими от фазы входного сигнала. Для возбуждения парамет-

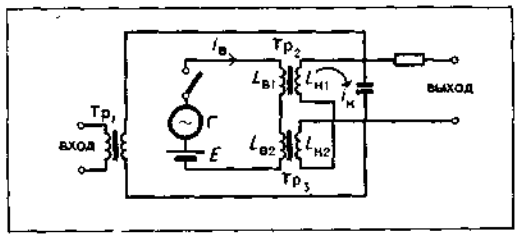


Схема параметрона индуктивного типа: $i_в$ — ток возбуждения; $i_к$ — ток контура; $L_{в1}$ и $L_{в2}$ — индуктивности обмоток возбуждения; $L_{к1}$ и $L_{к2}$ — индуктивности контура.

рических электромагн. колебаний контуру задают сравнительно небольшие начальные колебания с частотой, равной резонансной частоте контура. Если затем периодически изменять один из реактивных параметров контура П. (индуктивность или емкость), в каждом полупериоде контуру будет сообщаться дополнительная порция электромагн. энергии. Вследствие этого амплитуда колебаний напряжения (тока) в контуре будет возрастать. С увеличением амплитуды колебаний в контуре увеличиваются и активные потери. Когда потери становятся равными вносимой дополнительной энергии, амплитуда колебаний в контуре стабилизируется. Установившиеся колебания в контуре П. могут иметь две возможные фазы, отличающиеся одна от другой на 180°.

Существование двух устойчивых состояний, характеризуемых фазой электромагнитных колебаний в П., используется в *вычислительной технике* для двоичного представления информации. Для изменения зафиксированной в П. информации, т. е. для изменения фазы установившихся колебаний в его контуре, необходимо прервать сигнал возбуждения, после чего на вход П., как правило, через трансформатор ($Тр_1$ на рис.) подается управляющий сигнал противоположной фазы и вновь включается источник возбуждения. При определенных условиях П. может находиться в третьем устойчивом состоянии, когда напряжение даже очень большой амплитуды не может возбудить параметрических колебаний. Такой П. наз. трехстабильным. Он может быть использован для операций с информацией, представленной в троичном коде. Периодическое изменение нелинейной индуктивности или емкости

достигается путем подачи в цепь возбуждения контура П. переменного напряжения (тока) достаточно большой амплитуды. Для параметрического возбуждения колебаний в П. наиболее благоприятным соотношением частот изменения параметра и собственной резонансной частоты контура является 2 : 1. Все сказанное в равной мере относится ко всем П. независимо от того, что является переменным параметром — емкость или индуктивность. В качестве индуктивности контура П. обычно применяют катушки с ферритовыми сердечниками с нелинейной характеристикой намагничивания. Нелинейные конденсаторы изготавливают из сегнетоэлектрических материалов либо используют барьерную емкость полупроводниковых p — n переходов. В практических схемах П. необходимо предусматривать меры для предотвращения передачи энергии от источника возбуждения непосредственно в колебательный контур. С этой целью, напр., в П. индуктивного типа (рис.) сигнал возбуждения подают на сбалансированную пару трансформаторов ($Тр_2$, $Тр_3$), вторичные обмотки которых намотаны в противоположном направлении. В П. емкостного типа нежелательная электр. связь между входом и колебательным контуром П. устраняется с помощью мостовой схемы включения пары нелинейных конденсаторов и индуктивности контура. Рабочий режим нелинейной индуктивности (емкости) колебательного контура П. задается с помощью постоянной составляющей сигнала возбуждения, которая может подаваться от отдельного источника либо с помощью импульса напряжения вместе с переменной составляющей. В применяемых П. величина постоянного тока возбуждения составляет 0,4 ÷ 0,7 *а*, частота возбуждения равна 5 ÷ 6 *Мгц*, а тактовая частота работы — 100 ÷ 200 *кгц*.

П. применяют в качестве *запоминающих элементов*. Их также используют как усилители и линии задержки. Осн. недостаток схем на П. заключается в том, что для них требуется мощный высокочастотный источник энергии (30 ÷ 120 *мвт* на один П.). Недостатком П. является также наличие в схеме нетехнологических элементов-трансформаторов.

В. М. Корсунский.

ПАРЕ́ТО ОПТИ́МУМ — вектор из данного множества векторов-решений, не доминируемый в определенном смысле никаким другим вектором из того же множества. Если решение описывается вектором $x \in X$, причем имеется набор *целевых функций* $f_1(x), \ldots, f_p(x)$, которые желательно максимизировать, то П.о. (максимум) x^* характеризуется тем, что не существует такого вектора x', для которого $f_i(x') \geqslant f_i(x^*)$, $i = 1, \ldots, p$, причем $f_i(x') > f_i(x^*)$ хотя бы для одного i. Если рассматриваемый оптимум является минимумом, то знаки неравенства в приведенном определении следует заменить на обратные. Понятие «П.о.» является одним из обобщений понятия оптимума на случай, когда оптимизируется одновременно несколько целевых ф-ций. Это понятие находит применение в *игр теории*, в задачах многокритериальной оптимизации, в некоторых экономических задачах и т. п.

А. А. Корбут.

ПА́ЧКА ОШИ́БОК, пакет ошибок — искажение кодового вектора, при котором искаженные компоненты располагаются в пределах некоторого отрезка его. Длину этого отрезка наз. длиной П. о. П. о. наиболее характерны для магнитных носителей информации, устройств записи, а также для сбоев в др. устройствах под воздействием помех. Для исправления П. о. длины b требуется меньшая избыточность, чем для исправления произвольных ошибок кратности b. В частности, для исправления всех П. о. длины b или меньше линейный код должен иметь по крайней мере $2b$ проверочных символов, а для исправления всех П. о. длины b или меньше и одновременного обнаружения всех П. о. длины $d \geqslant b$ или меньше линейный код должен содержать по крайней мере $b + d$ проверочных символов.

И. В. Сафонов.

ПЕРЕВО́Д АВТОМАТИ́ЧЕСКИЙ — то же, что и *машинный перевод*.

ПЕРЕДА́ТОЧНАЯ ФУ́НКЦИЯ — функция, представляющая собой отношение преобразования Лапласа выходной координаты линейной системы к преобразованию входной координаты при нулевых начальных условиях. П. ф. линейной системы с постоянными параметрами является дробно-рациональной функцией параметра преобразования Лапласа p, а П. ф. соединений отдельных звеньев удовлетворяют условиям: 1) П. ф. последовательного соединения n звеньев равна произведению П. ф. отдельных звеньев: $W(p) = W_1(p) \times \ldots \times W_n(p)$; 2) П. ф. параллельного соединения n звеньев равна сумме П. ф. отдельных звеньев: $W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$; 3) П. ф. соединения двух звеньев с *обратной связью* определяется как дробь $W(p) = \dfrac{W_п(p)}{1 \pm W_{ос}(p)\, W_п(p)}$, в числителе которой стоит П. ф. прямой связи $W_п(p)$, а в знаменателе — сумма (или разность) единицы и произведения П. ф. прямой связи и обратной связи $W_{ос}(p)$, причем знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а «—» — положительной.

В *системах управления замкнутых* различают П. ф. разомкнутой и замкнутой систем. П. ф. разомкнутой системы определяется как П. ф. последовательного соединения (причем в качестве отдельных звеньев могут рассматриваться и вышеуказанные соединения звеньев), не зависящая от места размыкания системы. П. ф. замкнутой системы зависит от того, что рассматривается в качестве входа и выхода системы, в связи с чем различают: 1) П. ф. по задающему воздействию, которая определяется как П. ф. соединения с обратной связью, причем $W_п(p)$ — звено или совокупность

звеньев, заключенных между точкой приложения задающего воздействия и регулируемой координатой; 2) П. ф. по ошибке $W_e(p) = \frac{1}{1 + W_{oc}(p) W_п(p)}$ (здесь в качестве входа принимается задающее воздействие, а в качестве выхода — ошибка системы); 3) П. ф. по возмущению, когда входом считается возмущение, действующее на объект, а выходом — регулируемая координата

$$W_f(p) = \frac{W_{fy}(p)}{1 + W_{oc}(p) W_п(p)}$$

(здесь под $W_{fy}(p)$ понимается П. ф. звена, заключенного между точкой приложения возмущения и регулируемой координатой y). Все три П. ф. замкнутых систем имеют общий знаменатель $1 + W_{oc}(p) W_п(p)$. Приравняв его к нулю, получим характеристическое уравнение замкнутой системы, корни которого определяют динамические характеристики системы, если она полностью управляема и наблюдаема. Использование аппарата разностных уравнений и *Лапласа дискретного преобразования* аналогичным образом приводит к определению П. ф. импульсных систем управления. *А. А. Туник.*

ПЕРЕДА́ЧИ ИНФОРМА́ЦИИ СКО́РОСТЬ — величина, характеризующая *информации количество*, содержащееся в сигнале на выходе *канала связи* относительно сигнала на его входе. Если $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)$ и $\tilde{\eta} = (\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \ldots)$ — случайные последовательности, образующие соответственно сигналы на входе и выходе некоторого канала связи с дискретным временем, то П. и. с. по такому каналу будет величина

$$R = \bar{I}(\eta, \tilde{\eta}) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} I((\eta_1, \ldots, \eta_n), (\tilde{\eta}_1, \ldots, \tilde{\eta}_n)), \quad (1)$$

где $I(.,.)$ — к-во информации, содержащееся в n-мерной *случайной величине* $(\tilde{\eta}_1, \ldots, \tilde{\eta}_n)$ относительно n-мерной случайной величины $(\eta_1, \ldots, \eta_n)$, если этот предел существует. Аналогично этому, для каналов с непрерывным временем П. и. с. наз. величина

$$R = \bar{I}(\eta, \tilde{\eta}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} I(\eta_0^T, \tilde{\eta}_0^T), \quad (2)$$

если этот предел существует. Здесь η_0^T и $\tilde{\eta}_0^T$ — отрезки $[0, T)$ сигналов $\eta(t)$ и $\tilde{\eta}(t)$ на входе и выходе канала соответственно. Существование пределов в ф-лах (1) и (2) доказано для достаточно широкого класса каналов, в которых сигналы на входе и выходе являются стационарными и образуют стационарно связанную пару случайных последовательностей (или процессов). Для стационарных каналов без памяти П. и. с. равна к-ву информации $R = I(\tilde{\eta}_t, \eta_t)$, содержащейся в сигнале на выходе $\tilde{\eta}_t$ в некоторый момент t относительно сигнала на входе η_t в тот же момент. Явное вычисление П. и. с. оказывается возможным, напр., для гауссовских каналов. Если сигналы на входе и выходе канала $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)$ и $\tilde{\eta} = (\tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2, \ldots)$ являются регулярными гауссовскими стационарными и стационарно связанными последовательностями со *спектральными плотностями* $f_\eta(\lambda)$, $f_{\tilde{\eta}}(\lambda)$ соответственно и $f_{\eta\tilde{\eta}}(\lambda)$ — взаимная спектральная плотность пары $(\eta, \tilde{\eta})$, то П. и.с.

$$R = -\frac{1}{2} \int\limits_{f_\eta(\lambda) > 0} \log\left(1 - \frac{|f_{\eta\tilde{\eta}}(\lambda)|^2}{f_\eta(\lambda) f_{\tilde{\eta}}(\lambda)}\right) d\lambda,$$

где интегрирование ведется по тем λ из интервала $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, для которых $f_\eta(\lambda) > 0$. *Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.*

ПЕРЕКЛЮЧА́ТЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ — функции, осуществляющие однозначное отображение множества наборов $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$, в которых аргументы x_i принимают значение из множеств $\{0, 1, \ldots, k_i\}$, в множество $Y = \{0, 1, \ldots, k_{n+1}\}$.

Чаще всего рассматривают П. ф., в которых все аргументы принимают значение из одного и того же множества $\{0, 1, \ldots, k\}$ и для которых множество значений Y совпадает с этим множеством. Если $k = 1$, то П. ф. наз. ф у н к ц и е й а л г е б р ы л о г и к и (ф. а. л.) или *булевой функцией*. В общем случае число различных наборов, на которых определена П. ф., $N = x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}$ (для ф. а. л. $N = 2^n$), а число различных П. ф. равно $K^{x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_n^{k_n}} = K^N$ (для ф. а. л. $N = 2^{2^n}$).

Т. о., каждая П. ф. может быть задана конечной таблицей, содержащей N строк. В левой части этой таблицы перечисляются все возможные наборы аргументов заданной П. ф., а в правой — ее значения на этих наборах. С ростом к-ва аргументов или при больших мощностях множеств X_i значение N быстро увеличивается, и табличное задание П. ф. становится неэффективным. Кроме табличного задания, П. ф. всегда можно представить в аналитической форме. Наиболее распространенными являются аналитические представления П. ф., использующие характеристические функции. Характеристическая функция χ_j должна обладать следующим свойством: на наборе с номером j она принимает некоторое фиксированное значение α, а на всех остальных наборах принимает отличное от этого значения, но одинаковое для всех наборов другое значение β. Пусть, напр., $\chi_j = \alpha$ для набора с номером j и равна β для наборов с номерами,

отличными от j (α, $\beta \in X$). Определим две спец. операции $*$ и O со следующими свойствами: $\beta Oy_j = \beta$, $\alpha Oy = y_i$ и $\gamma * \beta = \gamma$, где $\gamma \in X$, а y_i есть значение П. ф. на наборе с номером y_i. Тогда П. ф. y может быть записана в стандартной форме:

$$y = (\chi_0 Oy_0) * (\chi_1 Oy_1) * \cdots * (\chi_{N-1} Oy_{N-1}).$$

Для ф. а. л. аналогом аналитических выражений П. ф. являются *дизъюнктивная нормальная форма* и конъюнктивная нормальная форма.

Одной из центральных проблем в теории П. ф. является *полноты проблема*, сущность которой сводится к следующему: требуется определить, можно ли построить любую П. ф., применяя к заданной системе П. ф. операции суперпозиции (подстановки). Необходимые и достаточные условия проверки полноты системы функций получены лишь для ф. а. л. и П. ф. с совпадающими множествами X и Y при $k = 2$. Второй крупной проблемой в теории П. ф. является проблема минимизации аналитического описания П. ф. Даже для случая ф. а. л. эта проблема представляет значительные трудности, связанные с большим перебором, неизбежным при поиске миним. аналитических выражений. Еще большие трудности возникают при минимизации П. ф. с $k > 1$.

Д. А. Поспелов.

ПЕРЕМЕ́ННЫХ НАПРАВЛЕ́НИЙ МЕ́ТОД — один из методов решения дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа. См. *Эллиптического типа дифференциальных уравнений в частных производных способы решения.*

ПЕРЕРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ В ЦВМ — иерархический процесс получения искомых результатов путем выполнения задаваемых посредством программ (прямо или косвенно) действий над исходными данными и над промежуточными результатами. Иерархичность процесса заключается в том, что каждый его уровень по отношению к нижнему уровню (кроме самого нижнего) характеризуется следующими осн. особенностями: единицы информации представляют собой упорядоченные совокупности единиц информации нижнего уровня; операции над этими единицами информации представляют собой системы операций нижнего уровня; структурные компоненты, где реализуются эти операции, представляют собой композиции структурных компонент нижнего уровня. Совокупность этих характеристик для каждого из уровней процесса П. и. в ЦВМ приведены в табл., характеризующей этот процесс в целом. В табл. представлены лишь основные, определяющие уровни процесса в некотором обобщенном виде, что не исключает возможности разбиения их, в свою очередь, на промежуточные уровни. Рассмотрим эту таблицу с 1-го уровня.

Операции над цифрами являются *операторами элементными* либо их стандартными суперпозициями (примером такой суперпозиции может служить элементный оператор, реализующий функцию *триггера*, выполненного в виде композиции комбинационных элементов). Эти операции не имеют, как правило, обозначений в *языке ЦВМ внутреннем.*

К операции 2-го уровня относятся т. н. типовые *элементарные операции над словами* (как совокупностями цифр), выполняемые в *блоках ЦВМ типовых*, и операции в *автоматах управляющих*, представляющие собой некоторые их суперпозиции. Указанные операции, как правило, являются однотактными; их можно рассматривать как микрооперации, имеющие обозначения во внутр. языке ЦВМ, но при этом непосредственного программного доступа к ним нет. Эти два уровня переработки информации охватываются общим понятием — *элементная структура ЦВМ.* Для описания операций нижнего уровня используют алгебр. языки (напр., *булевы алгебры*), для операций 2-го уровня — автоматные языки (напр., совместно применяемые *алгебры событий*, таблицы переходов и выходов и систему *булевых функций*). Оба эти уровня охватываются языками *временны́х переключательных функций*, причем в последнем случае временные соотношения, характеризующие процесс работы автомата, учитываются аналитически.

Операции над словами (см. *Операции над символами и строками*), относящиеся к 3-му уровню процесса переработки информации, рассматриваются как системы элементарных операций над словами, т. е. как составные операции над словами.

Операции 4-го уровня рассматриваются как системы составных операций, т. н. машинные базисные операции, а также как простые встроенные процедуры (напр., типа элементарных ф-ций), выполняемые над отдельными операндами (а не массивами) в течение либо одного элементарного цикла (для базисных операций), либо нескольких таких циклов работы машины или процессора (для встроенных процедур). Первые из них реализуются автономными устр-вами (типа управляющих, запоминающих, обрабатывающих, операционных и т. п. устройств), а вторые — собственно машиной или каждым из ее процессоров — в случае многопроцессорного построения машины (см. *Многопрограммная обработка информации*).

Операции указанных уровней процесса П. и. в ЦВМ обозначаются на программном уровне внутр. языка в явном и неявном видах (в последнем случае — преимущественно служебные операции). При этом операции 3-го уровня определяются соответствующими операционными и адресными частями команд, а операции 4-го уровня — командами в целом. Операции обоих последних уровней управляются обычно *микропрограммами*, реализуемыми аппаратными средствами (см. *Математическое обеспечение ЦВМ внутреннее*). При этом микропрограмма операций 4-го уровня представляет собой систему соответствующих микропрограмм операций 3-го уровня, каждая из которых представляет собой определенную

последовательность микрокоманд операций 2-го уровня.

Для описания операций 3 и 4-го уровней используют языки микропрограммных алгебр (см. *Алгебра алгоритмов*) и логических схем алгоритмов, а для описания соответствующих структурных компонент последующих уровней — языки описания устройств ЦВМ. Все верхние уровни процесса П. и. в ЦВМ, начиная с 3-го, охватываются общим понятием *алгоритмической структуры ЦВМ*, внутри которого выделяют, кроме того, понятие архитектуры машины, охватывающее все уровни, следующие за 4-м уровнем.

Иерархическая структура процесса переработки информации

Уровни процессов	Операции и объекты	Структурные единицы	Обобщенные категории
6	Операции над совокупностями массивов и над потоками задач	ЦВМ с операционной системой	Архитектура машины
5	Операции над массивами и задачами	Функциональные структурные группы (композиции процессоров и устройств с компонентами операционной системы)	
4	Стандартные процедуры и машинные операции над словами	Функциональные процессоры (композиции устройств с математическим обеспечением)	Алгоритмическая структура машины
3	Составные операции над словами	Устройства (композиции автоматов)	
2	Элементарные операции над словами (как совокупностями цифр)	Управляющие автоматы, типовые блоки	Элементная структура машины
1	Операции над цифрами	Триггеры, комбинационные элементы	

На 5-м уровне процесса П. и. в ЦВМ рассматриваются *операции над массивами* слов, включая такие операции, как ввод, вывод и пересылка массивов, их обработка (напр., различные стандартные операции матрично-векторного типа), операции трансляции программ, операции собственно решения задач, операции организации вычисл. процесса. Эти операции выполняет либо машина в целом, совместно со своей *операционной системой*, либо функциональные группы ее процессоров и устройств (при мультипроцессорной обработке). В зависимости от степени автомат. организации вычисл. процесса средствами операционной системы на 5-м уровне более явственно, чем на предыдущих уровнях, могут быть намечены различные подуровни. Наиболее высокий подуровень 5-го уровня соответствует мультипрограммной организации вычисл. процесса в режиме коллективного пользования (см. *Обработка информации в режиме разделения времени*).

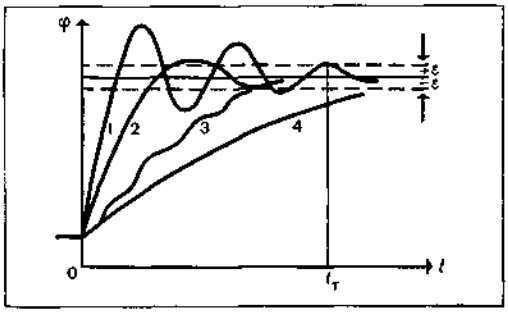
Последний — 6-ой уровень (в применении к машинам, а не к *вычислительным системам*, состоящим из отдельных машин) — охватывает т. н. мультипроцессорную обработку информации (поскольку она является обработкой, выполняемой более чем одним осн. обрабатывающим процессором). Если операции предыдущего уровня рассматривать как отдельные задания, то на 6-м уровне операциями являются потоки заданий, а единицами информации, над которыми они совершаются,— совокупности массивов и потоки задач. Как видно из приведенной схемы процесса П. и. в ЦВМ, дальнейшая автоматизация матем. эксплуатации машин и увеличение их эффективности связаны с наращиванием уровней процесса и развитием средств *математического обеспечения ЦВМ*. Эту схему в целом можно рассматривать как абстрактную и наиболее общую, но вместе с тем и достаточно типичную структуру процесса переработки информации в ЦВМ.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр.

с. 299—301]; Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]; Поспелов Д. А. Введение в теорию вычислительных систем. М., 1972 [библиогр. с. 258—274].

З. Л. Рабинович.

ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕ́СС — процесс изменения во времени координат динамической системы, возникающий при переходе из одного установившегося режима работы в другой. В динамической системе П. п. возникает под влиянием *возмущающих воздействий*, изменяющих ее состояние, структуру или параметры, а также вследствие ненулевых начальных условий. Широкое применение нашло экспериментальное и аналитическое определение и построение П. п. для наиболее неблагоприятных условий работы динамической системы при внешних возмущениях типа *дельта-функции*, ступенчатом и синусоидальных воздействиях и т. д.



Виды переходных процессов.

В линейных непрерывных динамических системах принято рассматривать П. п., вызванный единичным ступенчатым возмущением. Установившееся значение достигается за бесконечно большое время. Если ограничить точность достижения установившегося значения некоторой величиной ε, то тогда длительность П. п. $t_т$ будет конечной величиной (рис.). При этом длительность П. п. в системе характеризует ее быстродействие (см. *Быстродействие в системах автоматического управления*), а его характер определяет качество системы.

Поскольку характер изменения во времени координат системы зависит в общем случае от начального состояния системы, ее свойств, вида и интенсивности действующих возмущений и т. д., в ряде случаев можно выбрать структуру и параметры динамической системы так, что П. п., вызываемый действиями определенных возмущений, будет иметь минимальную длительность либо его не будет вообще (см. *Автономность*, *Инвариантность систем автоматического управления*). В зависимости от характера различают П. п. (рис.): колебательные (1), слабоколебательные (2) и неколебательные (4). Кроме того, различают монотонные колебательные (3) и немонотонные колебательные (1) П. п.

В линейных импульсных системах управления при соответствующем выборе параметров системы П. п. может совершаться за конечное число периодов регулирования — длительность П. п. конечна.

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ПЕРИО́Д ЗА́НЯТОСТИ в системах массового обслуживания — промежуток времени от момента перехода обслуживающего механизма из свободного состояния в занятое до первого следующего за этим моментом перехода в свободное состояние. П. з. — *случайная величина*. П. з. — важный показатель работы обслуживающего механизма. По нему можно судить о продолжительности бесперебойной работы, на которую должен быть рассчитан прибор. П. з. характеризуется вероятностным распределением или моментом этого распределения.

Для однолинейной системы обслуживания с пуассоновским входящим потоком параметра λ (см. *Пуассона поток*) и произвольным распределением $G(z)$ времени обслуживания при $\lambda\mu < 1$ преобразование Лапласа—Стильтьеса $\Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-sz} dG(z)$ распределения $G(z)$ П. з. имеет вид

$$\Gamma(s) = \frac{1 + \mu(s+\lambda) \pm \sqrt{[1+\mu(s+\lambda)]^2 - 4\lambda\mu}}{2\lambda\mu},$$

где при вещественных s следует брать знак «—». См. также *Массового обслуживания система*.

Н. В. Яровицкий.

ПЕРИФЕРИ́ЙНОЕ ОБОРУ́ДОВАНИЕ — оборудование, с помощью которого осуществляется ввод, вывод и хранение информации для центрального *процессора*, и связанное с ним функционально в соответствии со структурой вычислительной машины или системы. См. также *Внешние устройства*, *Устройства ввода — вывода данных ЦВМ*.

ПЕРСЕПТРО́Н (от англ. to percept — воспринимать) — обучаемая *распознающая система*, реализующая корректируемое линейное *решающее правило* в пространстве фиксированных случайно выбранных признаков входных сигналов. Обычно признаки являются линейными пороговыми функциями от входных сигналов. Обучение П. заключается в последовательной коррекции положения разделяющей гиперплоскости по текущим результатам распознавания входных сигналов; методы коррекции по своей идее близки к градиентным методам оптимизации и обычно сводятся к изменению положения разделяющей гиперплоскости при каждой ошибке распознавания таким образом, чтобы нормаль к этой плоскости смещалась в направлении ошибочно распознанного вектора признаков.

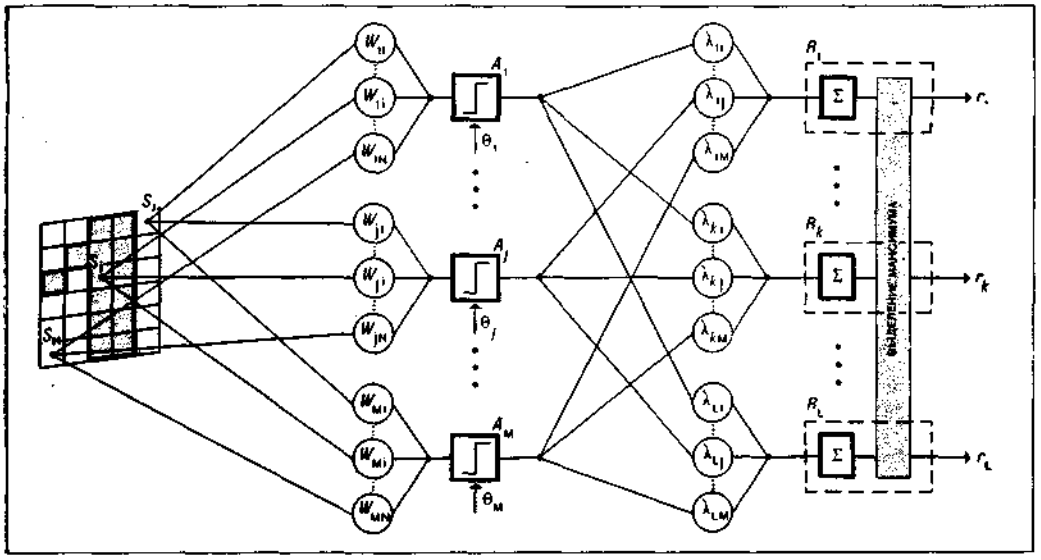
П. предложил в 1957 амер. ученый Ф. Розенблатт в качестве простейшей модели мозга. Чаще всего рассматриваются П., осуществляющие распознавание оптических изображений. В простейшем случае схемы таких П.

подобны изображенной на рисунке. Распознаваемое изображение проектируется на *сетчатку* из светочувствительных элементов (S-элементов). Выходные сигналы s_i последних соответствуют зачерненностям отдельных участков изображения. Выходы S-элементов связываются со входами т. н. ассоциативных элементов (A-элементов). Каждая связь S_i — — A_j характеризуется некоторым числом (весом связи) w_{ji}, на которое умножается передаваемый сигнал s_i. Ассоциативные A-элементы представляют собой многовходовые пороговые элементы. Выходной сигнал a_j такого элемента принимает одно из двух возможных значений (напр., «1» или «0») в зависимости от того, превышает или нет алгебр. сумма его входных сигналов заданный порог θ_j : $a_j = 1$, если $\sum w_{ji} s_i > \theta_j$, и $a_j = 0$ в противном случае.

Структура связей A-элементов с сетчаткой выбирается случайным образом в соответствии с заданным распределением вероятностей. Выходные сигналы A-элементов также умножаются на некоторые веса λ_{kj} и подаются на входы решающих элементов (R-элементов). Их выходные сигналы r_k формируют код решения П. Обычно каждому из классов изображений (образов), которые должен различать П., ставится в соответствие один из решающих элементов R_k, и для любого распознаваемого изображения отличен от нуля выход только одного R-элемента, напр. того, для которого алгебр. сумма входных сигналов максимальна. *Алгоритм распознавания*, реализуемый этим П., осуществляет линейное разделение классов (образов) в пространстве выходных сигналов A-элементов, выступающих в роли некоторых признаков входных изображений. Обучение такого простейшего П. (называемого трехслойным, или $S - A - R$ П.) заключается в изменении по определенным правилам значений весов связей λ_{kj} между A- и R-элементами.

Различают режим обучения и режим самообучения П. При обучении класс распознаваемого изображения указывается извне, напр. человеком-«учителем». Наиболее часто встречается т. н. обучение с коррекцией ошибок, при котором изменение весов производится только в случае ошибочного решения П. (в простейшем случае, если изображение класса k ошибочно отнесено к классу l, то веса λ_{kj} заменяются на $\lambda_{kj} + a_j$, а веса λ_{lj} на $\lambda_{lj} - a_j$). В режиме самообучения указание о классе поступает с выхода самого П. и изменение весов производится непрерывно. При некоторых ограничивающих условиях доказаны теоремы о сходимости определенных алгоритмов обучения П. Сходимость означает, что обучение потребует конечного числа коррекций весов. Условия, при которых справедливы эти теоремы, равносильны требованию линейной разделимости классов изображений в пространстве выходных сигналов A-элементов.

Экспериментальные исследования П. как путем моделирования на ЦВМ, так и путем создания специализированных устр-в (напр., амер. макеты «Марк 1» и «Конфлекс 1»), показали, что в тех случаях, когда изображения одного класса «накрывают» в основном одни и те же группы S-элементов, после



Структурная схема трехслойного персептрона.

достаточно продолжительного обучения может быть достигнута вероятность правильного распознавания, значительно превышающая вероятность случайного отгадывания (70 ÷ 90% при распознавании графических изображений типа букв, «вписанных» в поле зрения сетчатки).

Практическое значение трехслойных П., несмотря на относительную простоту их теоретического и экспериментального изучения, весьма незначительно. Экстраполяционные возможности таких П., т. е. умение правильно распознавать изображения, не участвовавшие в обучении, полностью определяются структурой связей S- и A-элементов. Поскольку эти связи являются случайными, то характер экстраполяции, осуществляемой П., лишь случайно может совпасть с требуемым. Серьезные трудности вызывает также режим самообучения. Поскольку фактически не определено, какой именно классификации должен «самообучиться» П., результирующая классификация, как правило, не имеет ничего общего с ожидаемой (напр., объединение всех входных изображений в один класс).

Теория трехслойных П. получила значительное развитие в работах амер. кибернетиков М. Минского и С. Пейперта. Они строго доказали, что трехслойные П. в принципе не могут решать многие из задач *распознавания образов*. К таким задачам, в частности, относится распознавание симметрии или подобия геом. фигур, обнаружение известной фигуры на фоне других фигур, выявление связности фигуры и т. п. Даже при сравнительно малом числе элементов сетчатки для решения подобных задач с помощью трехслойных П. требуются физически нереализуемые объемы аппаратуры (по числу необходимых A-элементов и значениям весов связей) и длительности обучения (по числу отдельных коррекций весов).

Во многих работах были попытки улучшить рабочие характеристики П. путем усложнения его структуры (напр., переходом к многослойным схемам, в которых сигналы от сетчатки последовательно передаются через несколько «слоев» A-элементов и лишь затем поступают на входы R-элементов) или путем усложнения процедуры обучения (напр., коррекцией весов других связей, кроме связей A- и R-элементов, и т. п.). При подобных усовершенствованиях теряются такие привлекательные стороны трехслойных П., как простота и ясность схемной организации и процедуры обучения. Полноценный теоретический анализ столь сложных схем и алгоритмов обучения П. становится несравненно более трудной (и почти неразработанной) задачей. Вопрос о возможностях многослойных П. в настоящее время остается открытым. Известны лишь отдельные более или менее удачные результаты экспериментальных исследований некоторых вариантов таких схем (напр., четырехслойного $S - A - A - R$ П. «ПАПА» итал. ученого А. Гамба). Хотя успехи в теории и практике П. еще невелики, схема П. исторически сыграла большую роль, поскольку привлекла внимание многих исследователей к необходимости строгой формулировки и подробного теоретического анализа вопросов моделирования разумного поведения и, в частности, вопросов обучения и самообучения кибернетических устройств.

Лит.: Глушков В. М. Введение в кибернетику. К., 1964 [библиогр. с. 319—322]; Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Пер. с англ. М., 1965 [библиогр. с. 468—473]; Минский М., Пейперт С. Персептроны. Пер. с англ. М., 1971 [библиогр. с. 245—252]. *Г. Л. Гимельфарб.*

«ПЕРТ» — одна из первых систем сетевого планирования и управления. «П.» создана в 1958 в США группой специалистов Управления специальными проектами ВМФ с участием представителей фирмы Локхид. Система руководства разработками по методу «П.» позволила перспективно планировать проект в целом, следить за выполнением каждой отдельной задачи и анализировать причины задержек, угрожающих выполнению в срок всего проекта. «П.» применяют при руководстве разработками крупных военных систем, а также в промышленности и строительстве. См. *Сетевые методы планирования и управления.*

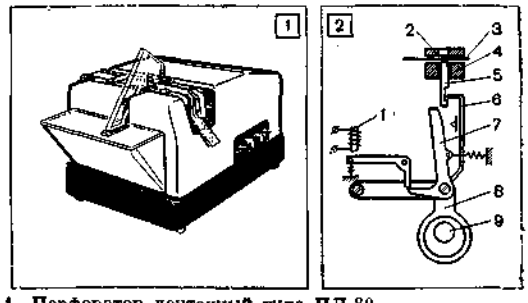
ПЕРФОРА́ТОР — устройство для регистрации информации посредством пробивки отверстий (перфорации) в носителях информации, обычно в *перфорационных картах* или *перфорационных лентах*. П. нашли широкое применение с развитием телеграфии и с конца 19 ст. вошли в комплект счетно-перфорационных машин, а с середины 20 ст.— в качестве *внешних устройств* в состав ЭЦВМ. Существует много типов П.: по виду носителя информации различают П. ленточные (рис. 1) и карточные; по способу ввода информации — с вводом от клавиатуры и с автоматическим вводом (от ЦВМ или другого устройства); по назначению П. делят на входные (на которых подготавливается исходная информация, подлежащая обработке) и выходные (служащие для вывода результатов из вычисл. устройств), а также дублирующие (реперфораторы, репродукторы), изготавливающие дубликаты перфорированных носителей, П., переносящие информацию с одного вида перфоносителя на другой, и П., переносящие информацию с магнитной ленты на перфоносители, П. считывающие (автоматически считывающие карандашные отметки, нанесенные на перфокартах по спец. сетке, и перфорирующие эти же или др. карты), П., переписывающие информацию с нестандартных носителей (графиков, рисунков) или измерительных приборов на перфоносители, и т. п. Обычно для различных спец. назначений применяются выходные П., оснащенные надлежащей схемой управления. Лишь входные П. имеют ввод информации от клавиатуры, все остальные П.— автоматический ввод.

В зависимости от порядка пробивки перфокарты различают П. карточные — с поколонной перфорацией, в которых символы записываются в колонках карты, движущейся

узкой стороной вперед, и П. позиционные, записывающие информацию по позициям карты, перемещающейся широкой стороной вперед. По характеру записываемой информации П. делятся на цифровые и алфавитно-цифровые. В цифровых информация записывается по колонкам, в виде одиночных отверстий в соответствующих позициях колонок. Применяются они гл. обр. в комплектах счетно-перфорационных машин. В алфавитно-цифровых П. обычно записываются символы рус. и лат. алфавитов, цифры, матем. знаки и др. спец. знаки в виде двоичного кода по колонкам или по позициям. Применяются преимущественно в ЭВМ в качестве входных и выходных П., реже — в комплектах счетно-перфорационных машин и др. спец. установках.

По принципу работы карточные П. делятся на однопериодные и двухпериодные. В первых пробивка символа производится одновременно с нажатием на соответствующую клавишу (или поступлением управляющего сигнала от какого-либо устройства). В двухпериодных П. пробивка производится лишь после набора всей карты или всей строки. Они значительно сложнее однопериодных, т. к. имеют систему запоминания вводимых символов (обычно на электромагнитных реле) и более громоздкий пробивной механизм. Однако ввиду ряда преимуществ (возможность исправления ошибок, замеченных в процессе набора на клавиатуре, фиксации постоянных признаков и др.) они более удобны в эксплуатации и более производительны.

По конструкции ленточные и карточные П. существенно различаются между собой, однако общая их структура едина. В П. имеется магазин для носителя информации, механизмы набора кода, пробивки и транспортировки носителя, приемный механизм (для перфокарт — укладочный, для перфоленты — подмоточный), схема управления и электр. привод. Механизмы набора кода, пробивки и транспортировки носителя являются осн. узлами П., определяющими его надежность и быстродействие. Отверстия пробивает пуансон с матрицей (рис. 2). При поступлении сигнала на кодовый электромагнит пружина притягивает толкатель до упора и устанавливает его соосно с пуансоном. Эксцентриковый вал посылает через шатун и толкатель пуансон, и он, входя в отверстие матрицы, пробивает носитель. В исходное положение пуансон устанавливает возвратная рамка. При отсутствии сигнала на кодовом электромагните толкатель занимает положение, показанное на рис. 2, и при вращении эксцентрикового вала проходит мимо пуансона. В ленточных и карточных П. с поколонной перфорацией каждой позиции колонки соответствует свой пуансон и механизм управления им. В карточных позиционных П. к-во пуансонов равно к-ву колонок перфокарты (80 или 45 пуансонов в отечественных П.). Механизм транспортировки в карточных П. осуществляет стартстопное движение перфокарты через пробивное устройство и подает ее после пробивки в приемный механизм. Карта остается неподвижной в момент пробивки, а в промежутки времени между пробивками перемещается на расстояние, равное расстоянию между колонками (или между позициями в позиционных П.). В ленточных П. транспортировка ленты обычно осуществляется в стартстопном режиме. Известны конструкции ленточных П. и с непрерывно движущейся лентой. Пробивной механизм таких П. совершает возвратно-поступательное движение, т. е. движется вместе с лентой в моменты пробивки, а в промежутки



1. Перфоратор ленточный типа ПЛ-80.
2. Механизм набора кода и пробивки ленточного перфоратора: 1 — кодовый электромагнит; 2 — матрица; 3 — перфолента; 4 — направляющая; 5 — пуансон; 6 — возвратная рамка; 7 — толкатель; 8 — шатун; 9 — эксцентриковый вал.

времени между пробивками возвращается в исходное положение.

В П. спец. назначения, кроме указанных выше механизмов, есть и дополнительные устройства для выполнения функций, требуемых конкретным назначением их. Напр., в дублирующем П. есть два синхронно работающих тракта для перфоносителя — тракт пробивки и репродукционный (отличающийся от тракта пробивки тем, что в нем вместо механизмов набора кода и пробивки имеется механизм индикации отверстий, обычно щеточный или фотоэлектрический). Перфоноситель — оригинал, подлежащий дублированию, пропускается через репродукционный тракт. Механизм набора кода тракта пробивки получает управление от механизма индикации отверстий репродукционного тракта и изготавливает дубликат оригинала. Считывающий П. снабжен узлом индикации карандашных отметок перфокарты, управляющим пробивным механизмом и т. п. Ленточные П. имеют лишь от 5 до 8 пуансонов с механизмами набора кода (в отличие от карточных П., имеющих до 80 этих узлов), механизмы транспортировки носителя и приемный у ленточных П. конструктивно проще и надежнее, а поэтому размеры и вес их значительно меньше, чем у карточных. Совершенствование П. направлено на повышение скорости перфорации, повышение надежности и оснащение их устройством контроля правильности перфорации.

Лит.: Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [библиогр. с. 480]; Королева Е. П. Счетно-перфорационные машины. М., 1965.

И. Т. Пархоменко.

ПЕРФОРАЦИО́ННАЯ КА́РТА, перфокарта — прямоугольник стандартных размеров из тонкого эластичного картона, предназначенный для записи информации путем пробивки отверстий. На лицевой стороне перфокарты (рис.) нанесена цифровая сетка, разделяющая ее на вертикальные колонки и горизонтальные ряды — строки, определяющие положение пробивок (отверстий).

Запись информации производится оператором при помощи электромех. устройства — *перфоратора*. Наличие отверстия означает код 1, а его отсутствие — код 0. Считывание — автоматическое, в процессе перемещения перфокарты в устройстве считывания информации. П. к. удобно использовать при формировании массивов информации, испорченные П. к. легко заменить, но плотность записи в них мала, и они сравнительно недолговечны. В ЦВМ П. к. применяют для ввода и вывода информации. Перфокарты используют в счетно-аналитических машинах, в системах управления поточными линиями и станками и др. областях.

В *информационно-поисковых системах* для ручной обработки массивов распространены П. к. с краевой перфорацией, щелевые и суперпозиционные. Характеристики (признаки), по которым кодируется (и отыскивается) П. к., зависят от выполнения прорезей: у П. к. с краевой перфорацией она расположена по периметру карты, у щелевой — между отверстиями кодового поля, суперпозиционная кодируется системой отверстий, координаты которых соответствуют данным признакам. Осн. информация, записываемая на П. к., располагается на свободном от перфораций поле.

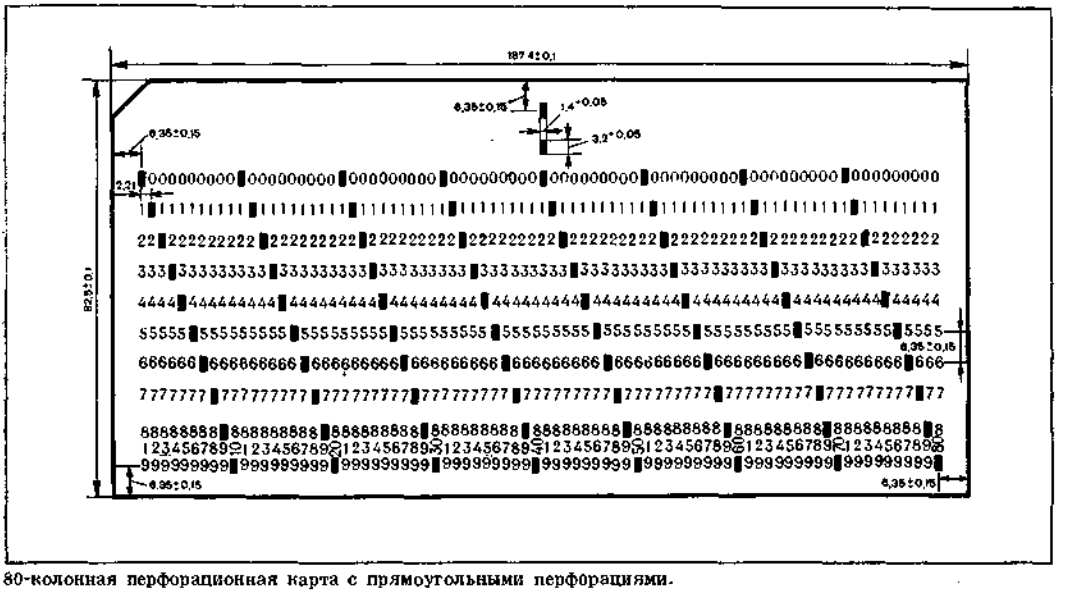
См. также *Информационно-поисковое устройство.*

Р. Я. Чернях.

ПЕРФОРАЦИО́ННАЯ ЛЕ́НТА, перфолента — носитель информации в виде длинной, обычно бумажной, ленты, запись на которую осуществляется пробивкой (перфорацией) отверстий в определенной кодовой комбинации. Отверстия располагаются в поперечном направлении ленты колонками, последовательность которых образует дорожки вдоль ленты. При записи информации отверстия колонки пробиваются одновременно, а при считывании воспринимаются параллельно. П. л. начали применять в 1-й половине 19 ст. для управления работой ткацких станков, во 2-й половине 19 ст. она распространилась в связи с развитием телеграфии. П. л. широко используют и в цифровых вычисл. машинах для ввода и вывода информации, а также в устройствах программного управления станками и технологическими процессами, когда на П. л. записывают команды в нужной последовательности и с требуемыми интервалами (после считывания сигналы расшифровываются и направляются соответствующим исполнительным механизмам, обычно оснащенным шаговыми двигателями). В СССР выпускают бумажную П. л. на 5, 6, 7 и 8 дорожек. Размеры П. л. и кодирование информации на ней установлены в соответствии с международным стандартом (напр., П. л. на 6, 7 и 8 дорожек имеет ширину 25,4 *мм*). П. л. спец. назначения производят из др. материалов (напр., пластмассовых) и др. размеров. Устройства для работы с П. л. проще и дешевле соответствующих устройств для перфокарт, но исправление и сортировка информации, записанной на П. л., более трудны.

Лит.: Седлачек Я., Штетка К. Перфолента. Пер. с чеш. М., 1964.

И. Т. Пархоменко.

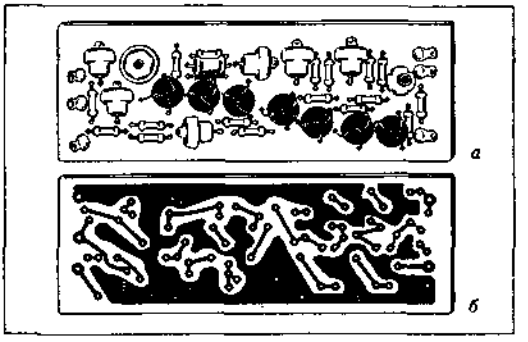


80-колонная перфорационная карта с прямоугольными перфорациями.

ПЕЧА́ТНАЯ СХЕ́МА — монтажный узел электронной аппаратуры, в котором соединения между элементами схемы выполнены в виде плоских проводников, нанесенных на изоляционное основание. Печатным способом изготавливают конденсаторы, сопротивления, индуктивности, контакты переключателей, но чаще всего — электрические соединения между элементами схемы, а сами элементы устанавливают на платах (см. рис.), пропуская их выводы в отверстия, просверленные в точках соединения или накладывая планарные выводы элементов на контактные площадки плат. Идеи создания П. с. высказывались в России еще в 1904, однако их практическое осуществление стало возможным после того, как были созданы новые материалы, малогабаритные детали и разработана специальная технология таких схем.

Известно более 40 различных технологических методов изготовления П. с.: травление, гальванический, переноса, вакуумное напыление и др. Все эти способы можно разбить на *два класса: в первом — сплошной металлический слой* наносят на изоляционное основание, затем те места, в которых должны остаться проводники, покрывают защитным слоем, а остальную металлическую пленку удаляют; во втором — металл наносят только на те области изоляционного основания, которые должны стать проводниками. При изготовлении П. с. способом травления исходным материалом служат фольгированные диэлектрич. пластины. Те участки металлической фольги, которые должны выполнять роль проводников, покрывают химически стойким слоем, незащищенные участки удаляют в травильной ванне. При гальваническом методе исходным материалом является изоляционная плата с отверстиями, вся поверхность которой покрыта тонким химически осажденным проводящим слоем. Участки платы, где не должно быть проводников, покрывают защитной маской, на участки, соответствующие будущим проводникам, в гальванической ванне наращивают металлический слой, затем тонкий первоначальный слой проводника вытравливают. При изготовлении П. с. методом переноса проводники получают на отполированной металлической поверхности осаждением в электролитической ванне, затем их переносят на изоляционное основание. Для нанесения рисунка используют метод шелкографии, фотометод, офсетный, электроннолучевой литографии, напыления через трафарет и др. Фотоспособ обеспечивает точное воспроизведение рисунка схемы и применяется в мелкосерийном производстве. Для массового производства применяют шелкографию — нанесение защитного слоя с помощью эластичной лопаточки через отверстия мелкой шелковой или металлической сетки на участки, подлежащие защите. Перспективной является электронно- и светолучевая технология получения рисунка печатного монтажа с использованием электронных управляющих вычислительных машин. В качестве токопроводящих материалов применяют медную, никелевую или алюминиевую фольгу. Материал основания должен иметь хорошие изоляционные свойства, малую диэлектрическую проницаемость, хорошую влагостойкость и достаточную термостойкость. Этим требованиям отвечают гетинакс, полиэтилен, фторопласт, лавсан и др.

Навесные детали устанавливают на печатную плату вручную или на автоматической линии. Печатные платы позволяют автоматизировать процесс пайки, если все навесные детали расположены с одной стороны, а выводы — с другой. Групповую пайку выполняют несколькими методами: погружением в расплавленный припой, избирательной пайкой через фильеры, волной припоя, которая образуется с помощью электромагнитного нагнетателя, и др. В случае пайки волной припоя на поверхности припоя отсутствует окисная пленка, он постоянно перемешивается и хорошо смачивает места пайки. Припой выбирают с температурой плавления, позволяющей производить групповую пайку без отслаивания проводников и нарушения структуры изоляционного основания. Возможность автоматической сборки П. с. предусматривается при разработке печатного монтажа. Детали располагают во взаимно перпендикулярных направлениях, выводы деталей помещают в узлах координатной сетки, шаг которой выбирается в зависимости от шага автоматической линии. Толщину и ширину печатных проводников и расстояния между ними выбирают в зависимости от материала, плотности тока, допустимых падения напряжения, паразитной емкости и индуктивности, требуемой механической прочности соединения с изоляционным основанием и технологией нанесения проводников. За счет хорошего теплоотвода плоские печатные проводники допускают бо́льшую плотность тока, чем круглые того же сечения. Для уменьшения паразитных емкостей используют плоские печатные экраны. В зависимости от ширины плоского экрана, расстояния от экрана до проводников и ширины проводников паразитная емкость уменьшается в 2—10 раз, что существенно в высокочастотных схемах. Проводники, находящиеся под



Печатная схема: *а* — вид со стороны навесных деталей; *б* — вид со стороны печатного монтажа.

потенциалом «земли», выполняют широкими для уменьшения паразитных связей за счет уравнительных токов. Для предотвращения вспучивания и отслаивания проводников при групповой пайке на участках фольги шириной более 4 *мм* делают щелевидные разрывы или окна.

Применение *интегральных схем* выдвигает ряд новых требований к печатному монтажу. Корпусы элементов занимают значительно меньшую площадь, чем требуется для размещения печатных проводников при обычном методе одно- или двухслойного монтажа, поэтому соединительные проводники получаются длинными, растут распределенные индуктивности и емкости. Применение многослойного печатного монтажа позволяет значительно укоротить проводники, т. к. монтаж становится объемным. В результате лучше используется пространство, значительно облегчается конструирование схемы, повышается общая надежность устройства. При изготовлении многослойных печатных плат основными являются методы послойного наращивания, сквозной металлизации и «открытых контактных площадок».

П. с. имеют ряд существенных достоинств перед схемами с навесным монтажом: повышается механическая прочность блоков (т. к. элементы схемы прочно связаны с изоляционным основанием), степень стабильности и идентичности паразитных электр. параметров монтажа, упрощается настройка и регулировка, уменьшаются габариты блоков.

Методы машинного проектирования П. с. позволяют автоматизировать их проектирование и производство.

Лит.: Майоров С. А. Технология производства вычислительных машин. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 406—408]; Фадеев Н. И. Технология производства узлов электронных вычислительных машин. М., 1967 [библиогр. с 305—306]. *И. В. Медведев.*

ПИРСА СТРЕЛКА, функция Вебба, отрицание дизъюнкции — *булева функция* двух аргументов. Обозначают ее знаком ↓ и задают следующей таблицей истинности:

X	Y	X↓Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

П. с. коммутативна, но не ассоциативна и не дистрибутивна по отношению к *дизъюнкции* и *конъюнкции,* поэтому преобразовывать логич. выражения с П. с. достаточно трудно. Однако она является функционально полной и вследствие этого логич. переключательные элементы, реализующие данную ф-цию, находят широкое применение в ЦВМ.

В. Н. Коваль.

ПЛ-1 — многоцелевой универсальный *язык программирования.* Разработан в 1963—66 амер. фирмой ИБМ. Язык ПЛ-1 в значительной мере объединил в себе фундаментальные понятия и средства таких более ранних языков, как *ФОРТРАН, АЛГОЛ-60, КОБОЛ, адресный язык.* Существенной его особенностью является ориентация на совр. *операционные системы,* что значительно повышает эффективность применения его. В то же время с ПЛ-1 связано много новых идей и понятий, он обладает рядом новых свойств.

Большинство языков программирования являются в той или иной степени специализированными. Каждый из них предназначен для записи *алгоритмов* решения задач из вполне определенной области. Использование для решения задачи языка, не предназначенного для нее, как правило, сопряжено с большими затратами труда и времени и малоэффективно.

ПЛ-1 — универсальный машинно-независимый язык программирования достаточно высокого уровня. Он обладает широким набором средств для эффективного описания вычисл. процессов, задач обработки данных, обработки символьной информации, процессов моделирования, решения логич. задач, исследования логич. схем, решения задач в *реальном масштабе времени* и даже для разработки систем матем. обеспечения. Важной особенностью языка является его модульность — возможность образовывать специализированные (для конкретной области применения) подмножества языка различной сложности путем отбрасывания ненужных для данных приложений средств. Указанная особенность облегчает обучение языку и его использование и существенно сказывается на структуре и эффективности работы соответствующих трансляторов.

Операторы *программы* на ПЛ-1 объединяются в т. н. блоки. Программа может состоять из одного или нескольких блоков, которые могут быть вложены один в другой. Блоки определяют область действия переменных и других имен, так что одно и то же имя может использоваться в разных блоках для различных целей; кроме того, понятие блока позволяет отводить память под переменные только на время выполнения данного блока и освобождать ее для использования в других целях по прекращении работы блока.

Памяти распределение для данных можно выполнять либо статически, до начала выполнения программы, либо динамически — в некоторый момент ее выполнения. Динамическое распределение памяти осуществляется либо автоматически, в момент входа в блок, либо управляется программистом с помощью спец. операторов и аппарата т. н. указателей, выступающих в роли *фиксаторов* места памяти, в которое помещается данное. Если при размещении в памяти некоторого данного используется указатель, то такая переменная наз. базированной. В памяти возможно хранение и использование нескольких «поколений» данных; распределением памяти между ними управляет программист.

В качестве объектов обработки в языке могут использоваться скалярные величины, *n*-мерные упорядоченные совокупности элементов с одинаковыми свойствами, иерархически

упорядоченные совокупности элементов, называемые структурами, фиксаторы, отмечающие адреса данных и называемые указателями, а также *массивы* данных. Структуры данных описываются с помощью аппарата уровней, заимствованного из КОБОЛа.

По типам различают рабочие данные и данные, управляющие выполнением программы. К рабочим данным относятся числовые величины (вещественные и комплексные числа), строки символов, строки *битов*. Управляющие данные служат для организации передач управления в программе, параллельного выполнения отдельных ветвей программы, прерывания программы при наступлении некоторого события и организации динамического распределения памяти. Каждое данное описывается в программе с помощью т. н. объявления, в котором указываются приписываемые ему свойства. В качестве свойств рабочих данных могут фигурировать особенности формы их представления (основание *системы счисления*, разрядность, представление с фиксированной или плавающей запятой), размер, шаблон, аналогичный шаблону в КОБОЛе, его класс (вещественные или комплексные числа), особенности способа размещения и хранения в *памяти ЦВМ* и области действия, а также начальные значения данных. При объявлении свойств в языке последовательно проведена концепция т. н. умолчания: если некоторое свойство явно не указано и имеется несколько альтернативных возможностей, одна из них, определяемая языком, приписывается автоматически, причем в тех случаях, когда выбор свойств можно сделать неоднозначно, он осуществляется по контексту объявления. Всякое объявление имеет в программе определенную область действия, определяемую блочной структурой программы.

Операторы языка позволяют производить следующие действия: вычислять арифм. выражения над действительными и комплексными числами (в т. ч. над упорядоченными последовательностями данных и над структурами); выполнять логич. операции «И», «ИЛИ», «НЕ» над строками битов, «склеивать» строки; выполнять операции сравнения для различных типов данных; осуществлять передачу значений между данными с необходимыми преобразованиями формы представления; осуществлять ввод — вывод данных, в т. ч. обмен информацией с массивами, хранящимися на *лентах магнитных* и *дисках магнитных*, *редактирование данных* и т. д.; динамически управлять выполнением программы; обрабатывать *списковые структуры*; выполнять отдельные *операторы* в процессе трансляции; управлять распределением памяти; обращаться к т. н. встроенным функциям — стандартным *подпрограммам*, предусмотренным в самом языке.

При управлении выполнением программы, помимо операторов условного и безусловного переходов, циклов и возможности обращения к подпрограмме, имеются средства для параллельного выполнения отдельных участков программы и прерывания ее. Для реализации этих средств вводится понятие ветви. Под ветвью понимают выполнение некоторой совокупности операторов. Программа в языке ПЛ-1 всегда содержит главную ветвь; если некоторый участок программы желательно выполнять параллельно, асинхронно с главной ветвью, то при вызове в работу его можно объявить ветвью, чем разрешается асинхронное выполнение его. Завершение выполнения ветви рассматривается как свершение некоторого события. Выполнение ветви может быть приостановлено и задержано до тех пор, пока не будет достигнута некоторая точка при выполнении другой ветви — с этой целью программист указывает специальный оператор, предписывающий ждать событие, связанное с ветвью. Т. о. достигается синхронизация ветвей. При образовании ветви указывается *приоритет* ее выполнения.

В языке ПЛ-1 имеется возможность управлять прерыванием, а именно: блокировать стандартные реакции системы на прерывание; определять особые действия для той или иной ситуации прерывания; заказывать особые причины прерывания, не предусмотренные стандартными действиями системы. Последняя возможность представляет мощные средства отладки программ; так, программист может оговорить возникновение ситуации прерывания при каждом изменении значения некоторого данного или при каждом выполнении некоторого помеченного оператора и в качестве реакции на прерывание заказать выдачу некоторого сообщения; ситуацией прерывания может быть выход за объявленные границы диапазона индексов.

Наконец, ситуацией прерывания может служить свершение некоторого события, при этом имеется возможность имитировать его свершение в любой точке программы. Ряд операторов языка выполняется во время трансляции. Эти операторы преобразуют текст исходной программы на языке программирования ПЛ-1 в рабочую программу. Имеется возможность, в частности, производить вставки, исправлять текст исходной программы (напр., при ее отладке), видоизменять программу для получения более эффективной рабочей программы и др. Особенности языка ПЛ-1 позволяют повысить эффективность работы *трансляторов* и изготовляемых ими рабочих программ и более рационально использовать имеющееся оборудование ЭВМ.

Лит.: Универсальный язык программирования PL/1. Пер. с англ. М., 1968; Джермейн К. Программирование на IBM/360. Пер. с англ. М., 1971 [библиогр. с. 852]. *Л. П. Бабенко.*

ПЛАВАЮЩАЯ ЗАПЯТАЯ — см. *Арифметика с плавающей запятой.*

ПЛАН-ГРАФИК — см. *Календарное планирование.*

ПЛАТЁЖНАЯ МАТРИЦА — то же, что и *выигрышей матрица.*

ПЛАТЁЖНАЯ ФУНКЦИЯ — то же, что и *выигрыша функция.*

ПЛЁНКА МАГНИТНАЯ — слой ферромагнитного вещества, нанесенный на прочную немагнитную подложку (основу), служащий для

записи информации, осуществляемой путем перемагничивания участков слоя. П. м. изготовляются в основном двумя способами: напылением в вакууме и электролитическим осаждением. Получили применение два вида пленок — плоские (с разомкнутой магн. системой) и цилиндрические (с замкнутой магн. системой). П. м. широко используются для изготовления быстродействующих элементов ЭВМ, в первую очередь для создания быстродействующих *запоминающих устройств* (ЗУ). Наиболее распространены оперативные ЗУ на тонких плоских и на цилиндрических пленках, твисторы и др. Толщина П. м. — в пределах от единиц до десятых долей *мкм*. Пленку, толщина которой порядка 0,1 *мкм*, наз. тонкой. Осн. ее преимущество — быстродействие (время перемагничивания пленки — от единиц до десятков *нсек*). *Р. Я. Черняк.*

ПНЕВМОНИКА, струйная пневмоавтоматика — направление в создании средств автоматики и вычислительных устройств, характерной чертой которого является использование элементов с взаимодействием потоков воздуха. Эти элементы не содержат механических подвижных частей. Узлы приборов — модули и целые приборы — изготавливаются прессовкой. В струйных элементах П. используют различные аэродинамические процессы: отрыв потока от стенки, непосредственное взаимодействие струй и др. В струйном реле (рис., *а*) при непрерывном увеличении давления $p_{вх}$, при некотором его значении, поток, вытекающий из канала питания, к которому он подводится с давлением p_0, отрывается от стенки; при этом скачком изменяются давления и расходы на выходе: исчезают в канале 2 и возникают в канале 1. Те же функции выполняет и струйный элемент, имеющий два канала управления (рис., *б*), если сигналы управления передаются лишь по одному из них и элемент имеет только одно устойчивое рабочее состояние. При соответствующем выборе параметров (относительные размеры, режимы течения) данный элемент имеет два устойчивых состояния: при создании давления в канале 3 поток, вытекающий из канала питания, направляется в канал 1 и примыкает к верхней его стенке, причем это направление течения сохраняется и после снятия давления в канале 3; при создании давления в канале 4 поток переключается в канал 2 и примыкает к нижней его стенке, это направление течения сохраняется и после снятия давления в канале 4. Сохранение одного и другого состояния элемента в отсутствие управляющих воздействий достигается благодаря свойствам пристеночных течений. Работающий таким образом струйный элемент выполняет функции ячейки запоминания сигналов. Эти же функции выполняет и струйный элемент, в котором основная струя удерживается в отклоненном положении струей, вытекающей из канала обратной связи (рис., *в*).

Струйные элементы служат для выполнения различных логич. операций, таких, как конъюнкция (рис., *г*, где 1 и 2 — входные каналы, 3 — выходной канал), равнозначность (рис., *д*; где 1 и 2 — входные каналы, 4 — выходной), неравнозначность (рис., *д*; при объединении выходных каналов 3 и 5), импликация (рис. *д*; при объединении выходных каналов 3 и 4) и др. В аэродинамическом генераторе колебаний (рис., *е*), имеющем профильную вставку 1 и камеру 5, при постоянном давлении питания в канале 2 в выходных каналах 4 и 3 давление колеблется с частотой, зависящей от объема камеры 5, причем колебания давления в канале 4 — пилообразной формы, а в канале 3 — прямоугольные.

Для выполнения указанных операций используют и др. аэродинамические эффекты: релейные характеристики получаются в струйном элементе при турбулизации струи, вытекающей из капиллярного канала 1, под действием струи, поступающей из канала управления 2 (рис., *ж*); используется эффект взаимодействия встречных коаксиальных струй (рис., *з*) и др. Наряду со струйными элементами в устройствах П. применяются ламинарные (рис., *и*) и турбулентные (рис., *к*) дроссели и пневматические камеры (емкости) с дросселями различных типов. Функции дросселей переменного сопротивления выполняют вихревые струйные элементы, в которых потери мех. энергии потока, следующего из канала 1 в выходной канал 2, зависят от степени завихренности потока, определяемой величиной давления в канале управления 3 (рис., *л*). Примеры узлов цифровых систем П. — струйная ячейка сдвигающего регистра, струйное устройство сравнения по модулю двух двоичных чисел.

В струйной ячейке сдвигающего регистра (рис., *о*) имеются два элемента запоминания сигналов I и II. В отсутствие тактовых команд на выходах элементов удерживаются сигналы, соответствующие ранее поданным входным сигналам. По каналам 1 и 2 элемента I передаются сигналы от предшествующей ячейки сдвигающего регистра. Выходные каналы 3 и 4 ячейки являются вместе с тем входными каналами для следующей ячейки регистра. По каналам 5, 6, 7 и 8 подводятся давления, соответствующие тактовым командам. По каждой из них в данную ячейку сдвигающего регистра поступают сигналы из предыдущей ячейки, а сигналы, которые ранее в ней удерживались, передаются в следующую по цепи воздействий ячейку. В струйном устройстве сравнения по модулю двух двоичных чисел (на рис., *п* показаны ячейки сравнения трех разрядов числа) при равенстве в обоих сравниваемых числах цифр высшего разряда струя, вытекающая из канала питания, поступает в соответствующем элементе в средний приемный канал, являющийся перепускным (проходным), и операция сравнения далее выполняется в следующем, более младшем разряде. Цифрами старших разрядов сравниваемых чисел A и B являются a_3 и b_3. При $A = B$ струи, вытекающие из всех каналов питания струйных элементов, кроме крайнего справа, направляются в перепускные каналы, а струя, вытекающая из

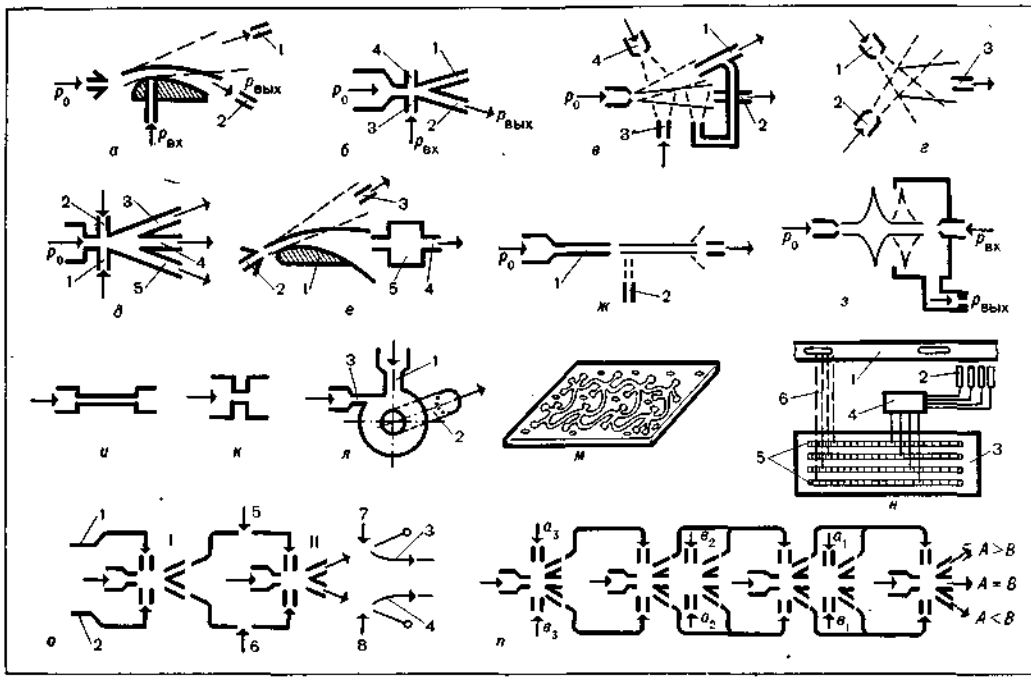
крайнего справа канала питания, направляется в центр. выходной канал устройства. Возникновение давления воздуха в этом канале и указывает на то, что $A = B$. Если же $a_3 > b_3$ (т. е. $a_3 = 1$, $b_3 = 0$) или $a_3 < b_3$, то переключением струи, вытекающей из следующего канала питания, на один из наклонных приемных каналов соответствующего струйного элемента отключается питание системы сравнения сигналов a_2 и b_2. Затем происходит отключение и системы сравнения сигналов a_1 и b_1, и на выходах цепи струйных элементов в соответствующем из крайних справа наклонном канале создается давление, что указывает соответственно на то, что $A > B$ или $A < B$.

На струйных элементах и пневматических камерах строятся также решающие усилители, линейные и нелинейные преобразователи, интеграторы и др. вычислительные устройства непрерывного действия.

Изготовление приборов П. способом печатных схем основано на том, что на пластинке из пластмассы или из др. материала с помощью штампа получают углубления, образующие осн. элементы и коммуникации (рис., *м*). При перекрытии такой пластинки плоской крышкой получается готовый узел прибора или целый прибор. Приборы П. изготовляют и способом фотохим. травления, при котором на пластинах из светочувствительного материала с негатива делают отпечатки и при проявлении протравливают их на заданную глубину. Используют также прецизионное литье и др. технологические приемы. Все перечисленные способы построения элементов позволяют повысить надежность приборов и систем, разрабатываемых на их основе, а также упростить их эксплуатацию.

Для элементов П. характерны малые затраты мощности, т. к. они могут работать при очень малых избыточных давлениях питания (порядка 100—200 *мм вод. ст.*). Хотя скорость выполнения операций в элементах П. (предельная частота порядка *кгц*) значительно меньше, чем в электронных элементах, но она на несколько порядков больше той, которая ранее считалась предельно достижимой для устройств пневмоавтоматики. Стоимость изготовления приборов П. много ниже, чем приборов др. типов. Приборы П., как и др. устройства пневмоавтоматики, пожаро- и взрывобезопасны; при изготовлении их из соответствующих материалов они могут работать и при очень высоких т-рах окружающей среды, при радиационных воздействиях и в др. спец. условиях эксплуатации, когда не работоспособны приборы иных типов.

Наряду с ранее известной широкой областью применения пневмоавтоматики П. используют и там, где ранее считалось возможным применение лишь электроники,— например при построении цифровых управляющих и информационных устройств. Элементы и приборы П. применяют в машиностроении, энергетике, авиац. и ракетной технике, при создании новых типов мед. аппаратов, при измерениях различных физ. величин и в моделирующих установках.



Элементы пневмоники.

Примером систем автомат. управления, строящихся на элементах П., служит система управления конвейером (рис., *н*). Деталь движется с лентой конвейера 1. На входы 5 группы сдвигающих регистров 3 подаются сигналы «0» и «1», составляющие в совокупности двоичное число, которым шифруется программа обработки детали. По каждой из тактовых команд, связанных с движением ленты конвейера, это двоичное число смещается, переходя из одного вертикального ряда ячеек группы сдвигающих регистров в соседний ряд. При совпадении двоичного числа, которым зашифрована программа, с заданным для соответствующей позиции конвейера двоичным числом устройство сравнения 4 выдает команду на перестановку исполнительных органов 2. Программу можно корректировать в связи с поступлением по каналам 6 сигналов от датчиков измерительных устройств.

Наряду с самостоятельным применением струйные элементы П. находят применение и в комбинированных пневматических системах (используются вместе с мембранными элементами *универсальной системы элементов промышленной пневмоавтоматики*). Разработки устройств П. ведутся как в СССР, так и за рубежом.

Лит.: Новое в пневмонике. М., 1969; Залманзон Л. А. Теория элементов пневмоники. М., 1969 [библиогр. с. 485—502]; Залманзон Л. А. Пневмоника и модели. М., 1970; Пневматическая струйная техника. Пер. с польс. М., 1969. *Л. А. Залманзон.*

ПОВЕДЕНИЕ АВТОМАТОВ. В *автоматов теории* употребляются различные понятия, уточняющие интуитивное представление о поведении и вычислительных возможностях автоматов. В этих понятиях, наряду с правилами функционирования *автомата*, отражены и некоторые специфические правила интерпретации, зависящие от того, как намерены использовать автомат в качестве вычисл. средства.

Правила функционирования автомата $\mathfrak{M}$ определяют его работу в дискретные моменты времени $t = 1, 2, 3, \ldots$; пусть $x(t)$, $q(t)$, $y(t)$ — соответственно входной символ, внутр. состояние и выходной символ в момент t. Тем самым автомат можно рассматривать как динамическую систему, в которой текущая точка траектории имеет координаты $[x(t), q(t), y(t)]$ (для определенности здесь и ниже рассматривается общий случай; в более частных случаях — автомата без выхода, без входа и т. п. фигурирует лишь часть этих координат).

Если $\mathfrak{M}$ — *автомат детерминированный* или *автомат недетерминированный*, то координаты текущей точки должны удовлетворять рекуррентным соотношениям

$$q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)],$$
$$y(t) = \Phi[q(t), x(t)], \qquad (1)$$

где Ψ — ф-ция переходов, Φ — ф-ция выходов (для недетерминированного автомата эти ф-ции не однозначны). В случае же автомата вероятностного на мн-ве всех траекторий определена вероятностная мера, индуцируемая матрицами переходных и выходных вероятностей. В динамич. системах указанного типа воплощается вся информация о П. а., содержащаяся в правилах его функционирования.

Дальнейшие уточнения концепции П. а. зависят уже от употребляемых правил интерпретации, среди которых можно условно выделить правила кодирования и правила настройки. Правила кодирования интерпретируют траекторию (конечную или бесконечную)

$$[x(1), q(1), y(1)], \quad [x(2), q(2), y(2)], \ldots,$$
$$\ldots, [x(t), q(t), y(t)], \ldots, \qquad (2)$$

как вычислительный процесс одного из трех типов (ниже x, y могут быть конечными и бесконечными словами): преобразующий процесс, в котором происходит преобразование некоторого слова x в слово $y = Tx$; распознающий процесс, в котором для некоторого слова x выясняется, обладает ли оно предъявляемым признаком, который распознается автоматом, иначе говоря, принимается ли слово x автоматом; порождающий процесс, в котором строится некоторое слово x.

В соответствии с этим возможна такая классификация концепций поведения: реализация оператора в автомате — с автоматом ассоциируется словарный оператор $y = Tx$; представление (распознавание) мн-ва — с автоматом ассоциируется мн-во M, элементы которого он принимает; порождение (перечисление) мн-ва — с автоматом ассоциируется мн-во M, элементы которого он порождает. Другой признак, по которому различаются концепции поведения: являются ли аргумент и значение оператора T (элементы мн-ва M) конечными или бесконечными словами. Соответственно говорят о конечном или бесконечном П. а.

Правила кодирования, постулированные для некоторого класса K автоматов, еще не позволяют однозначно сопоставлять с каждым автоматом из K реализуемый им оператор (представляемое им мн-во). Такая однозначность достигается обычно за счет дополнительных правил (правил настройки), фиксирующих некоторые начальные или граничные условия и параметры. Напр., некоторые состояния объявляются начальными, другие — заключительными, а в случае вероятностного автомата фиксируется спец. числовой параметр $0 < c < 1$, содержательно интерпретируемый как приемлемый уровень надежности, и т. д. Поэтому, обычно, когда говорят о П. а., имеют в виду поведение объекта типа ⟨автомат + настройка⟩, иначе говоря, поведение настроенного автомата. Два настроенных автомата считаются эквивалентными, если у них одинаковое поведение, т. е. если они реализуют один и тот же оператор, или представляют одно и то же мн-во.

Поведение детерминированных автоматов. Рассмотрим сначала некоторые варианты реализации оператора в детерминированном автомате $\mathfrak{M} = \langle Q, X, Y, \Psi, \Phi \rangle$ при фиксированном начальном состоянии $q_0 \in Q$ (в автомате инициальном $\langle \mathfrak{M}, q_0 \rangle$).

а) Реализация в реальное время (конечное поведение). Оператор $T(\mathfrak{M}, q_0)$ определяется так. Пусть x — произвольная конечная последовательность входных символов $x = x(1)\ x(2) \ldots x(r)$. Тогда рекуррентные соотношения (1), дополненные начальным условием $q(1) = q_0$ однозначно определяют процесс $[x(1), q(1), y(1)], [x(2), q(2), y(2)], \ldots, [x(r), q(r), y(r)]$ и тем самым и слово $y = y(1) \ldots y(r)$, которое и *принимается* за результат применения оператора T к слову x. Употребление термина «реализация в реальное время» оправдано тем, что при такой интерпретации автомат тратит на получение результата y ровно столько времени, сколько необходимо для «прочтения» входного слова x.

а') Реализация в реальное время (бесконечное поведение) определяется вполне аналогично. Оператор $T(\mathfrak{M}, q_0)$ перерабатывает каждое бесконечное слово $x = x(1)\ x(2) \ldots x(t) \ldots$ в то бесконечное слово $y = y(1)\ y(2) \ldots y(t) \ldots$, которое однозначно определяется рекуррентными соотношениями (2) и начальным условием $q(1) = q_0$.

б)—б') Реализация с растяжением s ($s = 1, 2, \ldots$) — в обоих вариантах конечного и бесконечного поведения — является обобщением концепций а) — а'). Во входном алфавите X выделен спец. символ Λ («пустой» символ). Процесс переработки слова $x = x(1)\ x(2) \ldots$ в алфавите $X - \{\Lambda\}$ заключается в следующем. Рассматриваются слова $x' = x(1)\ \underbrace{\Lambda \ldots \Lambda}_{(s-1)}\ x(2) \underbrace{\Lambda \ldots}_{(s-1)}$, где за каждой буквой слова x вставлено $s - 1$ символов Λ, и процесс, перерабатывающий в реальное время (см. а) —а')) слово x' в некоторое слово $y' = y(1)\ y(2)\ y(3) \ldots$. Результатом применения оператора к слову $x = x(1)\ x(2) \ldots x(r)$ считают слово $y = y(s)\ y(2s) \ldots y(rs)$. При $s = 1$ реализация с растяжением s есть реализация в реальное время.

в) Реализация оператора T с неограниченной временно́й задержкой содержательно означает, что после того, как слово x воспринято автоматом, он продолжает еще работать столько времени, сколько может понадобиться для получения результата $y = Tx$; о начале и конце считывания готового результата автомат сигнализирует с помощью спец. символа V.

В предыдущих определениях структурные особенности автомата $\mathfrak{M}$ нисколько не учитывались; такой подход характерен для *абстрактной теории автоматов*, в которой Q, X, Y рассматриваются лишь как некие абстрактные алфавиты при полном отвлечении от природы их элементов. При этом аргументы и значения оператора T оказывались соответственно словами во входном в выходном алфавите автомата.

г) Реализация оператора T на одноленточной машине Тьюринга $\mathfrak{M}$. С точки зрения абстрактной теории автоматов $\mathfrak{M}$ является автоматом без входа и без выхода, обладающим бесконечным мн-вом состояний Q; соответственно конечные процессы (траектории) в машине $\mathfrak{M}$ имеют вид

$$q(1),\ q(2),\ \ldots,\ q(t),\ \ldots,\ q(\nu). \qquad (3)$$

Пусть $P = \{p_0, p_1, \ldots, p_k\}$ — мн-во состояний головки, а $S = \{s_0, s_1, \ldots, s_m\}$ — алфавит ленты.

Структурно каждое состояние $q \in Q$ есть *конфигурация, определяемая тремя объектами*: записью на ленте, состоянием головки и обозреваемой ячейкой. Настройка автомата $\mathfrak{M}$ заключается в следующем: фиксируются состояния головки p_1 (начальное) и p_0 (остановочное) и, соответственно, начальным (заключительным) состоянием машины $\mathfrak{M}$ объявляется всякая конфигурация, в которой состояние головки есть p_1 (p_0); кроме того, фиксируется символ s_0 — объявляемый «пустым» символом.

Говорят, что на ленте записано некоторое слово $z = z(1) \ldots z(r)$ в алфавите $S - \{s_0\}$, если в r ячейках, следующих одна за другой слева направо без пропусков, записано это слово, а в остальных ячейках — символ s_0. Для слова x в алфавите $S - \{s_0\}$ процесс вычисления слова $y = Tx$ (если только оператор T определен для этого значения аргумента) заключается в следующем. В качестве $q(1)$ берется такая начальная конфигурация, в которой на ленте записано слово x, начиная с обозреваемой головки ячейки. Процесс (3) продолжается до первого появления заключительной конфигурации $q(\nu)$; если при этом окажется, что на ленте записано некоторое слово y в алфавите $S - \{s_0\}$, то по определению $y = Tx$.

Каждая концепция реализации операторов естественным образом может быть модифицирована в концепцию представления множеств. Напр., представление языков или событий (т. е. множеств из конечных слов) осуществимо путем следующей дополнительной настройки. Фиксируем некоторое мн-во букв Z и считаем, что автомат принимает слово x, т. е. включает его в представляемое мн-во, если Tx оканчивается буквой из Z. Наряду с этим широко употребляются и приводимые ниже концепции представления для детерминированного автомата без выхода $\mathfrak{M} = \langle Q, X, \Psi \rangle$.

д) Представление языка M в реальное время. Настройка: фиксируются начальное состояние q_0 и мн-во заключительных состояний $Q' \subseteq Q$. Для каждого слова $x(1) \ldots x(r)$ в алфавите X рекуррентное соотношение $q(t+1) = \Psi[q(t), x(t)]$, дополненное начальным условием $q(1) = q_0$, однозначно определяет состояние $q(r+1)$. Слово x считается принятым, если $q(r+1) \in Q'$, и отвергнутым в противном случае. Мн-во M, представляемое при такой настройке, состоит из всех принимаемых слов.

е) Представление в реальное время мн-ва M бесконечных слов. Настройка: фиксируется начальное состояние q_0 и система Z подмножеств мн-ва Q. Каждому бесконечному слову $x = x(1)\ x(2) \ldots$ в алфавите X соответствует

единственный процесс $[x(1), q(1)], [x(2), q(2)], \ldots, [x(t), q(t)]$, где $q(1) = q_0$. Пусть H — мн-во всех тех состояний, каждое из которых встречается бесчисленное мн-во раз в этом процессе; тогда автомат принимает слово x, если $H \in Z$, и отвергает в противном случае.

Поведение вероятностных и недетерминированных автоматов. Для поведения детерминированных автоматов характерно то, что каждому слову x соответствует не более одного процесса, в котором происходит его обработка (преобразование, принятие или отвержение). В случае *автоматов вероятностных* или недетерминированных таких процессов может оказаться много, причем с различными результатами; поэтому необходимы дополнительные правила интерпретации. Для вероятностных автоматов дополнительная настройка заключается в фиксации параметра $0 < c < 1$. Считают, что $Tx = y$, если с вероятностью, большей c, в процессе обработки слова x будет выработан результат y (это определение корректно для $c \geqslant \frac{1}{2}$, иначе могли бы существовать несколько y, удовлетворяющих этому условию). Это соглашение позволяет перенести на вероятностные автоматы концепции типа а) — г). Аналогично адаптируются концепции представления д) — е); именно слово x считается принятым, если с вероятностью, большей c, для соответствующего процесса выполнено условие $q(r+1) \in Q'$ $(H \in Z)$. Для недетерминированных автоматов рассмотрены аналоги концепций д) и е). Слово x считается принятым, если хотя бы для одного из допустимых процессов его обработки выполнены условия $q(r+1) \in Q'$ $(H \in Z)$.

Параметры, спектры, классы операторов. Для исследования П. а. удобно определить некоторые спец. классы операторов и множеств (операторы без предвосхищения, константные, истинностные, ограниченно-детерминированные и др.), а также параметры и спектры поведения. Число состояний автомата (быть может, бесконечное) является важнейшим параметром, характеризующим объем его памяти; с ним связаны и др. параметры (степень различимости, степень достижимости, диаметр автомата и т. д.).

Более детальная характеристика памяти и ее доступности в процессе вычисления достигается посредством спектров, т. е. последовательностей числовых параметров. Определим, напр., спектр различимости $E_{\mathfrak{M}}(k)$ детерминированного автомата $\mathfrak{M} = \langle Q, X, Y, \Psi, \Phi \rangle$. Состояния q_1, q_2 автомата $\mathfrak{M}$ наз. k-различимыми, если существует слово длины k, которое инициальные автоматы $\langle \mathfrak{M}, q_1 \rangle$ и $\langle \mathfrak{M}, q_2 \rangle$ в реальное время преобразуют в различные слова.

Спектр $E_{\mathfrak{M}}(k)$ равен максимальному числу попарно k-различимых состояний автомата $\mathfrak{M}$ $(k = 1, 2, 3, \ldots)$. Аналогичный спектр вводится и для операторов без предвосхищения.

Исследование поведения автоматов сосредоточено на следующих направлениях.

I. Пусть зафиксированы класс K автоматов и концепция поведения Π. Нужно по возможности более четко очертить соответствующий класс (K, Π) реализуемых операторов (представляемых множеств). Обычно этого достигают путем выявления каких-то внутр. свойств этих операторов (множеств), или обнаружением замкнутости класса (K, Π) относительно каких-то операций. Характерные результаты: 1) оператор, реализуемый в смысле а′) на *автомате конечном*, преобразует всякое периодическое слово $x(1)\, x(2)$ в периодическое слово $y(1)\, y(2) \ldots$; 2) операторы, реализуемые на *Тьюринга машинах*, эффективны (рекурсивны); 3) всякий оператор, реализуемый в реальное время, есть оператор без предвосхищения; 4) класс множеств, представимых в смысле д) или в смысле е) на конечных автоматах, замкнут относительно теоретико-множественных операций суммы, пересечения, дополнения, а также относительно ряда операций, определяемых в терминах конкатенации (сочленения слов), причем для варианта е) последнее утверждение весьма нетривиально. Заметим, что проблему анализа автомата также можно отнести к этому направлению. В этом случае класс K состоит из единственного автомата, поведение которого и анализируется.

II. Исследование вычисл. средств, пригодных для решения задач заданного типа. Задан некоторый класс операторов (множеств) и нужно выяснить, автоматами какого типа и при какой концепции возможна их реализация (возможно представление). Некоторые результаты: 1) для реализации всех эффективных (рекурсивных) операторов достаточно привлечь машины Тьюринга с тремя состояниями головки или машину Тьюринга с некоторыми жесткими ограничениями на допустимые замены символов на ленте; 2) для реализации оператора без предвосхищения T в реальное время необходимо, чтобы спектр различимости автомата был не меньше спектра этого оператора. В частности, оператор, спектр которого имеет рост порядка c^{c^k} $(k = 1, 2, 3, \ldots)$, не реализуем ни в какой машине Тьюринга или автомате Неймана со входом и выходом. Проблему синтеза автомата также можно отнести к этому направлению.

III. Сравнение вычисл. силы автоматов различных типов сводится к сравнению соответствующих классов реализуемых операторов (представимых множеств). Это позволяет выяснить в ряде случаев, какие факторы существенны для расширения вычисл. возможностей автоматов и какие — нет.

Некоторые результаты: 1) в классе конечных автоматов сравним поведение детерминированных, недетерминированных и вероятностных автоматов, в смысле концепций д) — е). Поскольку детерминированный автомат можно рассматривать как частный случай недетерминированного, а также вероятностного

автомата, то априори отказ от детерминированности может привести к расширению класса представимых множеств. Оказывается, что в самом деле существуют мн-ва, представимые в вероятностных автоматах, но не представимые в детерминированных автоматах, однако любое мн-во, представимое в недетерминированном автомате, представимо и в детерминированном автомате. Более того, существует алгоритм (детерминизации), который по недетерминированному автомату строит эквивалентный ему детерминированный автомат; 2) в связи с предыдущим пунктом интересно выяснить условия, при которых привлечение механизма случайного выбора все же не расширяет возможностей автомата (по сравнению с родственным типом детерминированного автомата). Такие критерии найдены для конечных автоматов.

Рассмотрим еще вероятностную машину Тьюринга $\mathfrak{M}$, в которой головка функционирует как вероятностный конечный автомат. Если переходные вероятности для головки являются эффективными (рекурсивными) действительными числами, то оператор, реализуемый машиной $\mathfrak{M}$, является эффективным, а, следовательно, может быть реализован и на обычной детерминированной машине Тьюринга; 3) в некоторых ситуациях интересно рассматривать для данного фиксированного автомата $\mathfrak{M}_0$ серию T различных, но содержательно однотипных концепций поведения (напр., реализацию операторов с растяжением s при различных s и при различных фиксациях начального состояния).

Пусть для каждого автомата $\mathfrak{M}$ из некоторого класса K и при фиксированной концепции поведения для этого класса можно подобрать такую концепцию поведения из Π, при которой $\mathfrak{M}_0$ эквивалентен $\mathfrak{M}$. В этом смысле $\mathfrak{M}_0$ является универсальным автоматом в классе K. Установление критериев универсальности представляют большой теор. интерес. Уже сравнительно давно известно, что в классе автоматов Тьюринга существуют универсальные автоматы. Это верно для автоматов Неймана, а также для класса обобщенных *автоматов растущих*.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395]; Бухараев Р. Г. Вероятностные автоматы. Казань, 1970; Автоматы. Пер. с англ. М., 1956.

Б. А. Трахтенброт.

ПОВЕДЕНИЕ АВТОМАТОВ В СЛУЧАЙНЫХ СРЕДАХ. Исследование поведения конечных и стохастических автоматов в случайных средах как самостоятельный раздел теоретической кибернетики получило широкое развитие лишь в начале 60-х гг. 20 ст., начиная с работ сов. математика М. Л. Цетлина (1924—66). Он ввел осн. понятия, сформулировал и решил ряд задач для случая стационарных и составных (состоящих из стационарных) сред при дискретном времени. В качестве иллюстрации был предложен автомат с линейной тактикой, обладающий при определенных условиях асимптотически оптим. поведением в стационарной среде и оптим. емкостью памяти в составной.

Впоследствии другие исследователи предложили конструкции асимптотически оптим. автоматов и изучали различные их свойства. В начальный период развития этого направления появились работы, посвященные исследованию поведения в случайных средах автоматов с переменной структурой и обучению автоматов. Имеются работы и для случая непрерывного времени. Значительное к-во результатов дал подход, использующий аппарат теории восстановления и теории *полумарковских случайных процессов*. Были исследованы автоматы со случайным временем реакции. Применение новых теоретико-вероятностных результатов оказалось плодотворным и для случая составных сред. В подавляющем большинстве работ рассматриваются двухвходовые автоматы. Имеются результаты исследования оптим. поведения в стационарных случайных средах автоматов со многими входами.

Особенно интенсивно исследуется коллективное П. а. в с. с. Стохастический автомат A определяют как систему, имеющую конечное число входов $s_0, s_1, s_2, \ldots, s_r$ и конечное число внутр. состояний $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$. Число n считают емкостью (объемом) памяти автомата. Для каждого значения входной переменной s задана своя матрица переходов состояний автомата $A(s) = \| a_{ij}(s) \|$.

Следует заметить, что автомат с линейной тактикой и его обобщение на случай K действий — $L_{kn,k}$, обладает асимптотически оптим. поведением лишь в тех средах, где $p_{\min} \leqslant \frac{1}{2}$, т. е. имеется возможность получить неотрицательный средний выигрыш хотя бы за одно какое-либо действие. Были предложены и исследованы также стохастические автоматы, не имеющие этого свойства. Кроме того, A имеет выходную переменную, которая может принимать m значений $f_1, f_2, \ldots, f_m$ ($m \leqslant n$), однозначно определяемых состоянием. Обозначив через $\varphi(t)$, $s(t)$ и $f(t)$ соответственно состояние автомата, значение его входной и выходной переменных в момент t ($t = 0, 1, 2, 3, \ldots$), можно полностью определить функционирование стохастического автомата соотношениями

$$\varphi(t) = \Phi(\varphi(t-1), s(t)), \quad f(t) = F(\varphi(t)).$$

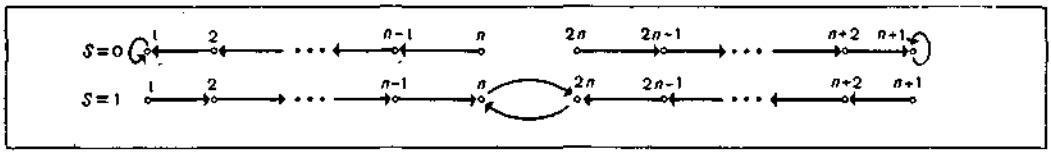
Считают, что входная переменная s может принимать лишь два значения: $s = 0$ и $s = 1$, которые рассматривают соответственно как нештраф и штраф.

Под функционированием A в случайной среде $C = C(p_1, p_2, \ldots, p_m)$ понимают следующее: если в момент t автомат находится в состоянии φ_i, которому соответствует действие f_α, то в момент $t+1$ на вход автомата поступит штраф ($s = 1$) с вероятностью p_α и нештраф ($s = 0$) с вероятностью $q_\alpha = 1 - p_\alpha$. Среда именуется стационарной, если ее

вероятностные характеристики $p_1, \ldots, p_m$ не меняются во времени.

Нетрудно показать, что функционирование стохастического автомата в стационарной случайной среде описывается конечной однородной *Маркова цепью*. Естественно предположить у этой цепи наличие предельных вероятностей состояний: $r_1, r_2, \ldots, r_n$. Для вычисления *математического ожидания* штрафа автомата A в среде C используют ф-лу $M(A, C) = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot p_{\alpha_i}$, где α_i таково, что $F(\varphi_i) = f_{\alpha_i}$.

При исследовании П. а. в с. с. непрерывность во времени можно рассматривать поразному. Назовем автоматом со случайным временем реакции такой стохастический автомат, для которого время пребывания в состоянии φ_i является некоторой положительной *случайной величиной* ξ_i с произвольной ф-цией распределения $p_i(t)$. Функционирование такого автомата в случайной среде описывается некоторым полумарковским процессом. Можно рассматривать автоматы, у которых время реакции зависит только от входного сигнала



Графы состояний автомата $L_{2n,2}$.

Говорят, что стохастический автомат обладает целесообразным поведением в случайной среде, если $M(A, C) \leqslant \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_m}{m}$. Автомат A наз. асимптотически оптимальным в среде C, если $\lim_{n\to\infty} M(A, C) = \min(p_1, p_2, \ldots, p_m)$.

Задача оптимизации поведения автомата A в случайной среде C заключается в таком варьировании переменных параметров автомата, при котором минимизируется величина $M(A, C)$. В качестве примера целесообразного и асимптотически оптимального $\left(\text{при } p_{\min} \leqslant \frac{1}{2}\right)$ автомата рассмотрим конечный автомат $L_{2n,2}$, названный автоматом с линейной тактикой. Этот автомат имеет $2n$ состояний и может производить два действия, причем

$$F(\varphi_1) = F(\varphi_2) = \cdots = F(\varphi_n) = f_1,$$

$$F(\varphi_{n+1}) = F(\varphi_{n+1}) = \cdots = F(\varphi_{2n}) = f_2.$$

Графы состояний автомата $L_{2n,2}$ приведены на рис. Здесь величины $a_{ij}(s)$ обозначают вероятность перехода автомата из состояния φ_i в состояние φ_j под воздействием входного сигнала s. В частном случае, если у стохастических матриц $A(s)$ в каждой строке стоит одна единица, а все остальные элементы строки — нули, то соответствующий автомат A наз. детерминированным конечным автоматом.

В качестве важной характеристики поведения автомата можно рассматривать и функцию штрафов $s(T)$, определяющую средний штраф, выплачиваемый автоматом за время T. При рассмотрении поведения в стационарных средах автоматов более сложных конструкций, чем $L_{2n,2}$, часто исследуют скорость сходимости величины $M(A, C)$ к ее минимуму, или от предыдущего состояния и т. д. Используя наличие у полумарковских процессов стационарного распределения и применяя метод стохастических уравнений, можно успешно решать задачи о среднем штрафе, выплачиваемом за время t, о времени пребывания автомата в некотором подмножестве его состояний и другие. Наличие у таких автоматов новых параметров $a_i = M\xi_i$ — средних времен реакции — открывает новые возможности для решения задач оптимизации.

Отдельно рассмотрим задачу о поведении стохастических автоматов в составных случайных средах при дискретном времени. Составной наз. среда $K = K(C_1, C_2, \ldots, C_\nu; \Delta)$, состоящая из нескольких стационарных случайных сред $C_1, C_2, \ldots, C_\nu$, переключение которых осуществляется цепью Маркова Δ с ν состояниями. В простейшем случае $K = K(C_1, C_2; \delta)$, а $\Delta = \begin{pmatrix} 1-\delta & \delta \\ \delta & 1-\delta \end{pmatrix}$, где $\delta < \frac{1}{2}$. Автомат A функционирует в простейшей составной среде K, если в каждый дискретный момент времени он функционирует в среде C_1 или C_2 (в том смысле, как говорилось выше). При этом, если в момент t автомат находится в среде C_α ($\alpha = 1, 2$), то в момент $t+1$ он будет с вероятностью $1-\delta$ функционировать в той же среде в с вероятностью δ — в другой. В этом случае

$$M(A, K) = \sum_{i=1}^{n} (r_i^{(1)} \cdot p_{\alpha i}^{(1)} + r_i^{(2)} \cdot p_{\alpha_i}^{(2)}).$$

Здесь $r_i^{(1)}$ — предельные вероятности марковской цепи, описывающей поведение автомата в стационарной среде C_1, а $p_{\alpha i}^{(1)}$ — вероятностные параметры среды C_1. Аналогично $r_i^{(2)}$ и $p_{\alpha_i}^{(2)}$ для среды C_2. В простейшем случае (среды C_1 и C_2 симметричные) для автомата $L_{2n,2}$ доказано, что величина $M(L_{2n,2}, K)$ достигает своего

минимума при некотором фиксированном значении n, т. е. существует некоторое оптим. значение емкости памяти автомата с линейной тактикой при его функционировании в простейшей составной случайной среде.

Лит.: Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. М., 1969 [библиогр. с. 306—316]. *В. Я. Валах.*

ПОГЛОЩЕ́НИЯ ЗАКО́Н — положение, согласно которому в *алгебре логики* формула вида $(\mathfrak{A} \,\&\, \mathfrak{B}) \vee \mathfrak{B}$ эквивалентна формуле $\mathfrak{B}$. В этом случае говорят, что формула $\mathfrak{B}$ поглощает формулу $\mathfrak{A} \,\&\, \mathfrak{B}$.

ПОГРЕ́ШНОСТЕЙ ВЫЧИСЛЕ́НИЙ ТЕО́РИЯ — раздел *вычислительной математики*, изучающий причины возникновения и способы оценки погрешностей решения задач прикладной математики.

Причины возникновения всевозможных *погрешностей* (п.) нетрудно проследить, исходя из следующей характерной «технологической цепочки» прикладной математики. Для исследования любого реального процесса составляется его *модель математическая* (м. м.), которая лишь приближенно отражает исследуемый процесс. Причиной возникновения погрешности м. м. является идеализация (упрощение) действительных свойств процесса, неполная адекватность математ. абстракций отображаемым свойствам реальности, невозможность точного вычисления, измерения или наблюдения параметров выбранной м. м. Чтобы проверить меру адекватности м. м. и процесса, наблюдаются конкретные реализации процесса и результаты наблюдений сравниваются с соответствующими реализациями м. м. Последние реализации получаются, если применить *численные методы* (ч. м.), которые обычно аппроксимируют исходную м. м. и делают ее пригодной для расчета. П. этой аппроксимации (п. числ. методов), а также п. реализаций числ. методов и п. наблюдения или измерения реализаций исследуемого процесса должны быть учтены при определении погрешности м. м. или меры адекватности м. м. и процесса. На этом заканчивается этап анализа процесса. Качество анализа определяется тем, насколько вывод о степени адекватности м. м. и процесса, сделанный на основании сравнения отдельных реализаций м. м. и процесса, переносится на их всевозможные реализации. На этапе синтеза процесса с заданной целью, кроме м. м. процесса, вводится м. м. этой цели и м. м. ограничений, при которых синтез возможен и целесообразен. Синтез процесса также требует применения числ. методов, которые обычно аппроксимируют указанные м. м. и приводят задачи синтеза к тем или иным задачам *программирования математического*. Оценка погрешности м. м. может быть получена путем сравнения данной м. м. с заведомо более точной. П. исходной м. м. должна учитываться при формулировке требований к точности решения различных задач, основывающихся на этой модели.

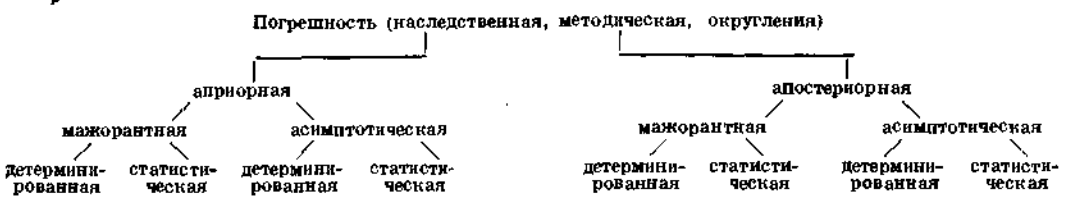
Общая схема оценки полной абсолютной п. решения задач на ВМ в рамках заданной м. м. и осн. понятия П. в. т. могут быть описаны следующим образом. Пусть известны мн-ва $I(\alpha)$ и $R(\alpha)$ соответственно возможных исходных данных и результатов решения задач P класса α. Каждому элементу $I \in I(\alpha)$ соответствует элемент $R \in R(\alpha)$, который является результатом решения задачи $P(I)$ с исходными данными I. Этот факт можно записать как $R = O(I)\,I$ и считать, что всякая задача $P(I)$ сводится к определению результата некоторой операции $O(I)$. При числ. решении задачи $P(I)$ вместо I и R обычно оперируют некоторыми конечномерными числовыми векторами $I_p(i_1, i_2, \ldots, i_p)$ и $R_q(r_1, r_2, \ldots, r_q)$, $R_q(X) = A(X)\,I_p$, где A — *вычислительный алгоритм* (в. а.) решения данной задачи, X — вектор формальных параметров в. а. A. При этом I_p является некоторым приближением к вектору $\bar{I}_p = (\bar{i}_1, \bar{i}_2, \ldots, \bar{i}_p)$, связанному с I, а R_q является приближением к вектору $\bar{R}_q$, связанному с R. Предположим, что $|\bar{i}_k - i_k| \leqslant \varepsilon_k$, $\varepsilon_k \geqslant 0$, $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_p)$. В стохастических задачах последняя оценка известна лишь с определенной *вероятностью*. Будем считать, что векторам вида I_p и R_q поставлены в соответствие элементы вида $\varphi I_p \in I(\alpha)$ и $\psi R_q \in R(\alpha)$. *Операторы* φ и ψ естественно назвать интерпретаторами соответственно I_p и R_q. Положим $R_{\varepsilon,\,p} = O(I)\varphi I_p$. Как показывает исследование *некорректно поставленных задач*, $R_{\varepsilon,\,p}$ не обязательно стремится к R, когда $\varphi I_p \to I$. Введем $R_{\varepsilon,\,p,\,h} = O_h \varphi I_p$, $R_{\varepsilon,\,p,\,h} \in R(\alpha)$, где h — конечномерный числовой вектор, операция O_h определена на $I(\alpha)$. Если существуют такие зависимости $h = h(\varepsilon)$ и $p = p(\varepsilon)$, что $R_{\varepsilon,\,p(\varepsilon),\,h(\varepsilon)} \to R$, когда $\varepsilon \to 0$, то операция O_h регуляризует операцию O. Свойства $\varphi I_{p(\varepsilon)}$ и $R_{\varepsilon,\,p(\varepsilon),\,h(\varepsilon)}$, проявляющиеся при изменении ε, позволяют выявить свойства I и R и уточнить операцию O. На практике нередко необходимые свойства I и R известны наперед из физ. соображений (совокупность числовых характеристик этих свойств тогда является частью вектора I_p). Допустим, что на $R(\alpha)$ определена некоторая метрика ρ. Величина $\Delta_1 = \rho(R, R_{\varepsilon,\,p,\,h})$ наз. н а с л е д с т в е н н о й (н е у с т р а н и м о й) п. решения задачи или п. за счет неточности исходных данных. Величина $\Delta_2 = \rho(R, \psi A(x)\,\bar{I}_p)$ наз. погрешностью ч. м. или п. вычисл. алгоритма $A(X)$. В тех. литературе Δ_1 и Δ_2 наз. соответственно п е р е х о д н о й (т р а н с ф о р м и р о в а н н о й) и п р и н ц и п и а л ь н о й (м е т о д и ч е с к о й) п. Если при стремлении p, q, X к предельным значениям $\Delta_2 \to 0$, то в. а. $A(X)$ наз. с х о д я щ и м с я. В практике вычислений обычно нужна величина $\delta = \rho(R, \psi A(X)\,I_p)$ и обычная схема ее оценки $\delta \leqslant \rho(R, R_{\varepsilon,\,p,\,h}) +$

$+ \rho(R_{\varepsilon, p, h}, \psi A(X) I_p) \leqslant \Delta_1 + \Delta_2'$. Т. о., важно, чтобы в. а. $A(X)$ обеспечивали сходимость $\psi A(X) I_p$ к $R_{\varepsilon, p, h}$. При реализации в. а. на вычисл. машине ВМ(Y), где Y — вектор параметров, характеризующих ВМ, матем. операции заменяются псевдооперациями или машинными операциями, вектор исходных данных аппроксимируется допустимым для записи в ВМ вектором. В итоге в. а. $A(X)$ превращается в в. а. или *программу* на ВМ — $A(X, Y)$, а вектор I_p — в вектор $\tilde{I}_p = \tilde{I}_p(Y)$. Величина $\Delta_3 = \rho(\psi R_q, \psi A(X, Y) \tilde{I}_p)$ наз. п. реализации в. а. $A(X)$ на ВМ Y. В технической литературе эта величина наз. инструментальной (приборной) п. В случае цифровой ВМ (ЦВМ) эта величина наз. также п. округления. В этом случае можно положить $Y \equiv \tau$ — к-ву разрядов машинного представления чисел. Сходящаяся последовательность в. а. $A(X_k, Y)$ наз. устойчивой, если $\Delta_3 \to \Delta$ при $\tau \to \infty$ равномерно по k. Полная абсолютная п. решения задачи $P(I)$ на ВМ (Y) при помощи в. а. $A(X)$ равна $\Delta(X, Y, I) = \rho(R, \psi A(X, Y) \tilde{I}_p) \leqslant \Delta_1 + \Delta_2' + \Delta_3$.

Детальной оценке разных видов погрешностей посвящено большое к-во работ (см. *Приближенных методов общая теория, Некорректно поставленных задач способы решения* и *Округления погрешность*). Поэтому рассмотрим лишь общую характеристику оценок п. и способов их получения.

Наиболее просто получаются мажорантные оценки вида $\Delta(X, Y, I) \leqslant d(X, Y, I)$ или $\max_{I \in I(\alpha)} \Delta(X, Y, I) \leqslant d(X, Y)$, где Δ — одна из возможных мер п. Если для некоторого I^* $\Delta(X, Y, I^*) = d(X, Y, I^*)$ или $\Delta(X, Y, I^*) = d(X, Y)$, то мажорантные оценки наз. неулучшаемыми. Мажорантная даже неулучшаемая оценка п. может быть сильно завышенной в том смысле, что задачи, для которых $\Delta \approx d$, могут иметь экзотический характер и практически никогда не встречаться. Поэтому имеет смысл находить также статистические оценки п.: оценки *математического ожидания* $M_I(\Delta)$, *дисперсии* $D_I(\Delta)$ и др. вероятностных характеристик Δ, полагая I *случайной величиной*. Важное значение имеет получение т. н. асимптотических оценок п., которые находятся сравнительно просто за счет учета малых величин главных порядков и которые вблизи предельных значений варьируемых параметров оказываются близкими к реальным п. Если оценка п. достаточно просто выражается через исходные данные X, Y, I, то она наз. априорной. Если оценка использует приближенное решение задачи или некоторые др. величины, достаточно сложно вычислимые по исх. данным, она наз. апостериорной. Апостериорные оценки обычно получаются более точными, чем априорные. Однако выигрыш в точности получается, как правило, в результате дополнительных, иногда весьма громоздких, вычислений.

Т. о., анализ погрешности целесообразно вести по следующей схеме:



Методы получения различных оценок п. целесообразно разбить на след. четыре группы: аналитические, алгоритмические, или программные, статистического моделирования и комбинированные методы. При аналитическом способе путем проведения аналитических оценок с применением определенных априорных сведений о свойствах решений задачи находятся априорные оценки п. Качество оценок здесь определяется искусством исследователя и к-вом априорных сведений. Вместе с тем задачи получения требуемых оценок п. правомерно решать при помощи соответствующей библиотеки стандартных программ на ВМ. Разработка и применение таких программ составляют суть алгоритмического, или программного, метода. В сложных случаях для получения статистических оценок п. целесообразно пользоваться методом статистического моделирования и для набора статистики применять числовой эксперимент. Наиболее эффективным оказывается комбинированный метод, когда весь алгоритм решения задачи расчленяется на части, для каждой из которых может быть с успехом применен один из названных четырех методов.

Лит.: Иванов В. В. Вопросы точности и эффективности вычислительных алгоритмов. В кн.: Обзор достижений в области кибернетики и вычислительной техники, в. 2. К., 1969; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [библиогр. с. 422—431].

В. В. *Иванов.*

ПОГРЕ́ШНОСТЬ — величина, характеризующая степень близости точных и приближенных значений рассматриваемых величин. Абсолютной П. приближенного числа x наз. величина $\Delta x = x^* - x$, где x^* — точное число. Относительная П. числа x — $\delta x = \frac{\Delta x}{|x|}$, $x \neq 0$. Обычно Δx и δx неизвестны, т. к. неизвестно x^*. Поэтому на практике аб-

солютной и относительной П. наз. известные оценки соответственно $|\Delta x|$ и $|\delta x|$. Если x — *случайное число* и $x_1, x_2, \ldots, x_r$ — его возможные значения, принимаемые с соответствующими *вероятностями* $p_1, p_2, \ldots, p_r$, то $\sigma_x = (\sum_{i=1}^{r} p_i (x^* - x_i)^2)^{1/2}$ наз. среднеквадратичной (среднеквадратической) П. x. Если случайное число x принимает непрерывное мн-во значений с плотностью $p(x)$, то среднеквадратичная П. $\sigma_x = (\int_D (x^* - x)^2 p(x)\, dx)^{1/2}$. Относительная среднеквадратичная П. — $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{|x|}$. Мерой П. приближенного числа x наз. $\mu_x = \Delta x$, если $|x| < 1$, и $\mu_x = |\delta x|$, если $|x| \geqslant 1$.

Указанные характеристики приближенных чисел обобщаются на приближенные векторы, ф-ции и элементы многих *пространств абстрактных*. Характеристикой точности приближенного вектора $X(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ могут быть и векторы $\overline{\Delta X}, \overline{\delta X}, \overline{\sigma_X}, \overline{\varepsilon_X}, \overline{\mu_X}$, составленные из соответствующих величин для каждой компоненты x_i, и любые нормы $\| \ \|$ этих векторов. За относительную П. вектора X, приближающего вектор X^*, может быть принято также число $\delta x = \| X^* - X \| / \| X \| = \| \overline{\Delta X} \| : \| X \|, \| X \| \neq 0$. Если вектор X случаен и D — мн-во его возможных значений с плотностью $p(X)$, то среднеквадратичная П. $\sigma_X = (\int_D \| X^* - X \|^2 p(X)\, dX)^{1/2}$, относительная среднеквадратичная П. — $\varepsilon_X = \frac{\sigma_X}{\| X \|}$. Мерой П. вектора X может быть $\mu_X = \| \overline{\Delta X} \|$, если $\| X \| < 1$, и $\mu_X = \delta X$, если $\| X \| \geqslant 1$.

В случае приближенной ф-ции $x(t)$ характеристиками ее точности могут быть и ф-ции $\Delta x(t) = x^*(t) - x(t)$, где $x^*(t)$ — приближаемая ф-ция; $\delta x(t) = \Delta x(t) / |x(t)|$, $x(t) \neq 0$; $\sigma_x(t) = (\int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x^*(t) - x(t))^2\, dx)^{1/2}$; $\mu_x(t) = |\Delta x(t)|$, если $|x(t)| < 1$ и $\mu_x(t) = |\delta x(t)|$, если $|x(t)| \geqslant 1$, и всевозможные нормы этих ф-ций, и всевозможные вероятностные характеристики этих ф-ций, если ф-ции случайны. Важной и весьма общей характеристикой близости случайной ф-ции $x(t)$ к оцениваемой случайной ф-ции $x^*(t)$ является средний риск $\rho(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(x, x^*) \times p(x, x^*)\, dx\, dx^*$, где $p(x, x^*)$ — плотность распределения x, x^*, а $w(x, x^*)$ — т. н. ф-ция потерь, или ф-ция цены П. При соответствующем выборе $w(x, x^*)$ средний риск может совпадать с заданной ф-цией от *математического ожидания* и *дисперсии* П. $e = x - x^*$ или с вероятностью того, что П. не выйдет из заданных пределов, и т. п. В случае, когда x приближает x^* в абстрактном метрическом простр. X, за абсолютную П. x принимается расстояние $\rho(x^*, x)$, а за относительную П. — $\rho(x^*, x) / \rho(0, x)$.

Понятие среднеквадратичной П. также обобщается на произвольное метрическое простр. Нужно лишь определить вероятностную меру $\mu(x)$ на X $\left(\int_X \mu(dx) = 1\right)$, после чего можно положить $\sigma_x = \left(\int_X \rho^2(x^*, x)\mu(dx)\right)^{1/2}$.

По причинам возникновения различают следующие осн. виды П. П. численного метода или выч. алгоритма возникает из-за того, что многие задачи прикладной математики могут быть решены при помощи численных методов лишь приближенно. Эта П. в тех. литературе обычно наз. принципиальной или методической. П. за счет реализации численного метода на вычисл. машине наз. инструментальной, или приборной. При надежной работе ЦВМ эта П. наз. также П. округления. П., получающаяся за счет неточности исходных данных, в матем. литературе наз. неустранимой, или наследственной, а в технической — трансформированной, или переходной. Более подробно об указанных видах П. и способах их оценок см. *Погрешностей вычислений теория*. *В. В. Иванов.*

ПОГРЕ́ШНОСТЬ РЕША́ЮЩЕГО ЭЛЕМЕ́НТА — количественная мера точности решающего элемента, т. е. свойства, характеризующего степень близости приближенно вычисленной им математической величины $y_в$ к истинному ее значению y. Истинное значение вычисленной величины в общем случае можно представить выражением

$$y(t) = f[x_i(t), q_j, t], \tag{1}$$

где f — реализуемая операция (алгоритм); $x_i(t)$ — входные величины ($i = 1, 2, \ldots, n$); q_j — параметры (внутренние) решающего элемента ($j = 1, 2, \ldots, m$), t — время. Зависимость (1) упрощается, если входные величины постоянны, а решающий элемент является статическим (безынерционным). В таком случае точная вычисляемая величина

$$y = f[x_i, q_j]. \tag{2}$$

Реальная вычисляемая величина определяется выражением

$$y_в(t) = f^*[x_i(t) + \Delta x_i(t), q_j + \Delta q_j, t] \tag{3}$$

или в статическом случае

$$y_в = f^*[x_i + \Delta x_i, q_j + \Delta q_j], \tag{4}$$

где f^* — фактически реализуемая операция, аппроксимирующая точную операцию f; Δx_i —

погрешности входных величин; Δq_j — погрешности параметров решающего элемента.

Динамические свойства решающего элемента, определяемые формулами (1) и (3), свидетельствуют о необходимости анализа динамической погрешности выходной величины, представляющей собой в общем случае ф-цию времени. Это утверждение остается верным и при анализе погрешностей статических решающих элементов с учетом динамических свойств, вызванных наличием инерционных паразитных параметров. Статические погрешности соответствуют установившимся режимам решающих элементов или имеют место в статических решающих элементах, если пренебречь паразитными инерционными параметрами. Чаще на практике погрешности представляют числами, т. к. удобнее рассматривать погрешности ф-ции при фиксированных значениях аргумента, оценки этих значений, предельные величины и т. д., что позволяет далее пользоваться выражениями (2) и (4).

Полная абсолютная погрешность (выходная, суммарная, эксплуатационная погрешность результата) $\Delta = y_в - y(t) = f^*[x_i + \Delta x_i, q_j + \Delta q_j] - f[x_i, q_j]$ и относительная погрешность $\delta = \frac{y_в - y}{y} = \frac{\Delta}{y} \approx \frac{\Delta}{y_в}$ в детерминированном виде применяются лишь при известных y, т. е. практически при решении контрольных задач. В практике применяются оценки абсолютной и относительной погрешностей

$$\Delta y \geqslant |y_в - y|;$$

$$\delta y \geqslant \frac{|y_в - y|}{|y|} \approx \frac{|y_в - y|}{|y_в|},$$

связанные соотношением

$$\Delta y = |y_в| \delta y.$$

При случайном характере факторов, влияющих на величину погрешности, используют понятие предельной погрешности ($\Delta y_{пр}$, $\delta y_{пр}$) как макс. значения погрешности по совокупности реализаций вычисл. процесса или по совокупности различных вычисл. устр-в.

Часто используется оценка приведенной относительной погрешности

$$\delta y \geqslant \frac{\Delta y}{|y_{в\,max}|} \quad \text{или} \quad \delta y \geqslant \frac{\Delta y}{|y_{в\,max}|} \times 100\%,$$

где $y_{в\,max}$ — наибольшее значение реальной вычисленной величины. Полную погрешность удобно представить в виде суммы составляющих погрешностей: методической, наследственной и приборной.

Методическая погрешность $\Delta_м$ (принципиальная, погрешность метода) обусловлена допускаемым приближением в реализуемой решающим элементом формуле (алгоритме). Эта составляющая встречается в *преобразователях функциональных*, дифференциаторах и множительных устр-вах. Для вполне определенных входных воздействий методическую погрешность можно оценить по выражению

$$\Delta y_м \geqslant |f^*[x_i, q_j] - f[x_i, q_j]|$$

или даже определить (если имеет место знак равенства). Тогда составляющая является систематической погрешностью и ее можно компенсировать.

Наследственная (неустранимая, трансформированная, переходная) погрешность $\Delta_н$ обусловлена первичными погрешностями входных величин. Поскольку первичные погрешности являются, как правило, случайными величинами, то наследственная погрешность представляет собой также случайную величину, для которой расчетами можно получить либо оценку, либо вероятностные характеристики: закон (функцию) распределения, плотность вероятности, *математическое ожидание, дисперсию* и, при необходимости, моменты более высокого порядка. При этом исходной является зависимость

$$\Delta_н = f[x_i + \Delta x_i, q_j] - f[x_i, q_j],$$

которая в случае линейности (или линеаризации) и малости первичных погрешностей разложением в ряд Тейлора позволяет получить расчетное выражение

$$\Delta_н \cong \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \Delta x_i \cong \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial y_в}{\partial x_i}\right) \Delta x_i.$$

Если матем. ожидания $M[\Delta x_i]$ и дисперсии $D[\Delta x_i]$ известны и входные погрешности некоррелированы, то для определения матем. ожидания и дисперсии наследственной погрешности используют выражения

$$M[\Delta_н] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) M[\Delta x_i];$$

$$D[\Delta_н] = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 D[\Delta x_i].$$

Частные производные в приведенных выражениях можно определить аналитически, экспериментально или численными (машинными) методами. Если закон распределения $\Delta_н$ является нормальным, то его можно построить по $M[\Delta_н]$ и $D[\Delta_н]$, а в качестве предельной погрешности можно принять величину $\Delta y_{н\,пр} = 3\sqrt{D[\Delta_н]}$ с вероятностью 0,997.

Приборная (инструментальная, вычислительная) погрешность $\Delta_п$ вызвана несовершенством решающего элемента, т. е. существованием первичных погрешностей параметров q_j, мн-во которых определяется каждой составной частью решающего элемента. Осн. источниками приборных погрешностей являются усилители, потенциометры, диоды, электронные ключи, реле.

В *усилителе* постоянного тока (УПТ) приборные погрешности обусловлены конечностью коэфф. усиления, входного и выходного сопротивлений; смещением и *дрейфом нулевого уровня*, влиянием нагрузки, нелинейными искажениями; отличием фактического сопротивления от номинального (расчетного) в *обратной связи* и на входе, паразитными индуктивностями и емкостями, температурной нестабильностью, конденсаторами, т. е. отличием их емкости от номинальной, благодаря абсорбции в диэлектрике, утечкой в нем, температурной и временно́й нестабильностью. В потенциометрах приборная погрешность обусловлена неточностью установки передаточного (масштабного) коэффициента, паразитными емкостями и индуктивностями, ограниченностью разрешающей способности (наличие витков), температурной нестабильностью (нагрев и самонагрев). В диодах, особенно полупроводниковых, ее вызывает температурная нестабильность вольт-амперной характеристики, конечные значения прямого и обратного сопротивлений. В электронных ключах причиной приборной погрешности является конечность прямого и обратного сопротивлений, температурная и временна́я нестабильность, ограничение углового коэффициента характеристик. В реле погрешность вызывается ограниченным быстродействием, неодновременностью срабатывания, сопротивлением утечки изоляции, паразитными емкостями.

Если погрешности параметров точно известны и лишь технологически не могут быть устранены, то они вызывают систематические приборные погрешности, которые можно достаточно точно определить и компенсировать. Т. к. большинство погрешностей параметров — случайные величины либо случайные функции, то необходим вероятностный анализ для оценки приборной погрешности, аналогичный анализу для наследственной погрешности (при тех же условиях):

$$\Delta_{\text{п}} = f[x_i,\ q_j + \Delta q_j] - f[x_i,\ q_j];$$

$$\Delta_{\text{п}} \cong \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right) D[\Delta q_j] \cong \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial y_{\text{в}}}{\partial q_j}\right)^2 D[\Delta q_j];$$

$$M[\Delta_{\text{п}}] = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right) M[\Delta q_j],$$

$$D[\Delta_{\text{п}}] = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\right)^2 D[\Delta q_j].$$

Расчет и суммирование систематических и случайных составляющих погрешности позволяют определить оценку приборной погрешности $\Delta y_{\text{п}}$ или ее предельное значение.

Характеристики точности решающих элементов некоторых АВМ

Решающий элемент		Тип АВМ. Погрешность, %			
		МН-7, %	МН-14, %	МН-17М, %	ЭМУ-10, %
В статическом режиме	Сумматор	0,5	0,3	0,3	0,1—0,25
	Множительное устройство	1,5	0,3	0,3	тиратронное — 1; электромеханическое 0,1—0,2
	Функциональный преобразователь	1—2	1—2	1—2	электрический блок — 1; электромеханический блок — 4
Интегратор (за 100 *сек* при постоянной времени 1 *сек* и постоянном входном напряжении)		0,5	0,3	0,3	0,2
Дрейф усилителя постоянного тока		5 *мв*/10 *мин*	—	—	30 *мкв*/8ч

Оценки для полных погрешностей решающего элемента обычно определяются в виде

$$\Delta y_{\text{в}} = \Delta y_{\text{м}} + \Delta y_{\text{н}} + \Delta y_{\text{п}};$$

$$\delta y_{\text{в}} = \delta y_{\text{м}} + \delta y_{\text{н}} + \delta y_{\text{п}}.$$

В таблице приведены некоторые характеристики точности для решающих элементов наиболее распространенных *аналоговых вычислительных машин* (эти значения являются предельными для приведенной относительной погрешности).

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Вруевич Н. Г., Доступов В. Г. Основы теории счетно-решающих устройств. М., 1964; Проектирование и расчет вычислительных машин непрерывного действия. М., 1966 [библиогр. с. 334]; Верлань А. Ф., Годлевский В. С., Ефимов И. Е. О влиянии паразитных параметров на точность блоков АВМ. «Вопросы радиоэлектроники. Серия электронная вычислительная техника», 1969, в. 4; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1. М., 1967 [библиогр. с. 453—456].

И. И. Безуглый, А. Ф. Верлань.

ПОДАВТОМА́Т — понятие *алгебраической теории автоматов*, аналогичное понятию подалгебры в алгебре (см. *Алгебры универсальные*). В *автоматов теории* автомат $A = \langle \mathfrak{A}, X, Y, \delta, \lambda \rangle$ наз. подавтоматом автомата $A_1 = \langle \mathfrak{A}_1, X_1, Y_1, \delta_1, \lambda_1 \rangle$, если $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{A}_1$, $X \subseteq X_1$, $Y \subseteq Y_1$ и $\delta(a, x) = \delta_1(a, x)$, $\lambda(a, x) = \lambda_1(a, x)$ для всех $a \in \mathfrak{A}$, $x \in X$.

ПОДО́БИЯ ТЕО́РИЯ — 1) научная основа моделирования как метода научного познания и исследования различных объектов; 2) научная

база аналоговой вычислительной техники. Основным в П. т. является понятие *аналогии* — сходства объектов по некоторым признакам. Сходные объекты наз. аналогами. Объекты могут оказаться аналогами и по качественным, и по количественным признакам. Наиболее важным видом количественной аналогии является математическая — сходство по количественным признакам, имеющим матем. выражение в виде некоторых ур-ний. Матем. аналоги — объекты, описываемые сходственными ур-ниями. Сходственные ур-ния получаются приравниванием нулю сходственных ф-ций. Сходственные ф-ции — ф-ции одинакового вида, отличающиеся только аргументами и отличными от нуля постоянными коэфф., напр., $z_1 = a_{10}\, x_{11} \sin a_{11} x_{12}$ и $z_2 = a_{20}\, x_{21} \sin a_{21} x_{22}$, но не $z_2 = a_{20} x_{21} \sin (a_{21} x_{22} + a_{22})$. Сходственные переменные — переменные, входящие под знаки сходственных ф-ций одинаковым образом (z_1 и z_2, x_{11} и x_{21}, x_{12} и x_{22}).

Два объекта подобны, если, во-первых, они имеют сходственные матем. описания в форме ур-ний вида

$$F(z, x_i, a_j, t_s, D_s) = 0, \qquad (1)$$

$i = 1, 2, \ldots, \quad j = 1, 2, \ldots, \quad s = 1, 2, \ldots,$

где $D_s = \dfrac{d}{dt_s}$ и, во-вторых, сходственные переменные (z_1 и z_2; x_{1i} и x_{2i}; t_{1s} и t_{2s}) связаны постоянными коэфф. пропорциональности — константами подобия

$$C_z = \frac{z_1}{z_2}, \quad C_{x_i} = \frac{x_{1i}}{x_{2i}},$$

$$C_{t_s} = \frac{t_{1s}}{t_{2s}} = \frac{D_{2s}}{D_{1s}}. \qquad (2)$$

Неизменная пропорциональность (в т. ч. и при граничных условиях) иногда подчеркивается обозначением $C = \mathrm{idem}$ (idem — неизменно). При условиях (2) соответствующие сходственные ур-ния, ф-ции и переменные наз. подобными. Благодаря константам (2) результаты, полученные для одного объекта, могут быть трансформированы в соответствующие результаты для подобного объекта. Необходимое условие подобия — совместность уравнений (1) и (2). Константы подобия (2) связаны определенными ур-ниями констант. Для их вывода сходственные ур-ния (1) приводятся к безразмерной форме

$$\Phi(z, x_i, a_j, t_s, D_s) \pm 1 = 0 \qquad (3)$$

и произведения степеней z, x_i, a_j, t_s, D_s объединяются в безразмерные степенные комплексы вида

$$\pi_r = a_j z^{\alpha_r} x_i^{\beta_{ir}} t_s^{\gamma_{sr}} D_s^{\delta_{sr}}, \qquad (4)$$

называемые критериями подобия. В результате безразмерные ф-ции Φ представляются безразмерными критериальными ф-циями $\varphi(\pi_r) = \Phi(z, x_i, a_j, t_s, D_s)$, а безразмерная форма ур-ния (3) — критериальным ур-нием

$$\varphi(\pi_r) \pm 1 = 0. \qquad (5)$$

В случае подобия сходственные критерии равны

$$\pi_{1r} = \pi_{2r}, \qquad (6)$$

что записывается символически в виде $\pi_r = \mathrm{idem}$.

Ур-ния констант подобия имеют вид

$$\frac{\pi_{1r}}{\pi_{2r}} = \frac{a_{1j}}{a_{2j}} C_z^{\alpha_r} C_{x_i}^{\beta_{ir}} C_{t_s}^{\delta_{sr} - \gamma_{sr}} = 1. \qquad (7)$$

Ур-ния системы (7) должны быть совместны и независимы. Если они не совместны — подобие невозможно ни при каких значениях констант. Зависимые ур-ния из системы (7) необходимо исключить. Число независимых ур-ний равно числу m независимых критериев подобия π_r, которое определяет основная в П. т. π-теорема. Зависимость, связывающая $n = k + m$ переменных и постоянных размерных величин, среди которых k величин обладают независимыми размерностями, может быть преобразована в зависимость между $m = n - k$ независимыми безразмерными степенными комплексами n величин.

Пример. Если объекты описываются ур-ниями

$$D_1 z_1 + a_{11} z_1 - a_{12} x_1 = 0;$$
$$D_2 z_2 + a_{21} z_2 - a_{22} x_2 = 0,$$

где $D_1 = \dfrac{d}{dt_1}$, $D_2 = \dfrac{d}{dt_2}$, то приведя их к безразмерной форме, напр., вида

$$\frac{D_1 z_1}{a_{12} x_1} + \frac{a_{11} z_1}{a_{12} x_1} - 1 = 0;$$

$$\frac{D_2 z_2}{a_{22} x_2} + \frac{a_{21} z_2}{a_{22} x_2} - 1 = 0,$$

получаем критериальные ур-ния

$$\pi_{11} + \pi_{12} - 1 = 0, \quad \pi_{21} + \pi_{22} - 1 = 0,$$

причем

$$\pi_{11} = \frac{D_1 z_1}{t_1 a_{12} x_1}, \quad \pi_{12} = \frac{a_{11} z_1}{a_{12} x_1},$$

$$\pi_{21} = \frac{D_2 z_2}{t_2 a_{22} x_2}, \quad \pi_{22} = \frac{a_{21} z_2}{a_{22} x_2}$$

и ур-ния констант

$$\frac{\pi_{11}}{\pi_{21}} = \frac{a_{22} C_z}{a_{12} C_x C_t} = 1,$$

$$\frac{\pi_{12}}{\pi_{22}} = \frac{a_{11} a_{22} C_z}{a_{21} a_{12} C_x} = 1. \qquad (8)$$

где

$$C_z = \frac{z_1}{z_2}, \quad C_x = \frac{x_1}{x_2}.$$

$$C_t = \frac{t_1}{t_2} = \frac{D_2}{D_1}.$$

Одна из констант может быть выбрана произвольно, две другие однозначно определяются из ур-ний (8).

Частными случаями матем. подобия являются геометрическое (подобие геом. образов), временно́е (подобие ф-ций времени, при котором временная константа показывает, в каком отношении находятся такие параметры ф-ций, как период, временная задержка и т. п.) и физическое (подобие при наличии физ. аналогии; при этом все константы подобия — безразмерные величины). В случае физ. подобия критерии подобия могут быть получены без матем. описания объектов, на основании анализа размерностей и π-теоремы. П. т. является также основой *моделирования физического*, которое широко применяется в строительной механике, самолетостроении, при построении моделей прямой аналогии и т. п.

Лит.: Алабужев П. М. [и др.]. Теории подобия и размерностей. Моделирование. М., 1968 [библиогр. с. 199—204]; Веников В. А. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., 1966 [библиогр. с. 478—482]; Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., 1972. *Л. Н. Лебедев.*

ПОДПРОГРА́ММА — часть программы, реализующая определенный алгоритм и допускающая обращение к ней из различных мест общей программы. П. широко используется с целью сокращения записи программ в тех задачах, в процессе решения которых требуется выполнить несколько раз один и тот же *алгоритм* при различных значениях параметров. Операторы, реализующие соответствующую П., выписывают один раз, а в нужных местах пишут операторы передачи управления на эту П. Набор наиболее часто используемых П. образует *библиотеку стандартных подпрограмм.* *В. Ф. Ляшенко.*

ПОДПРОГРА́ММА ЗА́МКНУТАЯ — см. *Процедура* в программировании.

ПОДПРОГРА́ММА ОТКРЫ́ТАЯ — см. *Процедура* в программировании.

ПОДПРОГРА́ММА СТАНДА́РТНАЯ — подпрограмма, составленная таким образом, что ее можно использовать при решении ряда задач, и удовлетворяющая определенным условиям, обеспечивающим ее включение в основную программу. Одинаковые по содержанию части ряда *программ* обычно оформляют в виде П. с. При составлении новых программ П. с. включаются в них, как нечто готовое. П. с. объединяются в *библиотеки стандартных подпрограмм.* В библиотеку включается также спец. интерпретирующая программа, обеспечивающая включение П. с. в конкретную программу и организующая ее связь с осн. программой. Достаточно полная библиотека П. с. существенно облегчает труд программиста, ускоряет программирование и отладку задач, снижает требования к знанию вычислительных методов. См. также *Библиотечных подпрограмм метод.* *В. Ф. Ляшенко.*

ПОДСИСТЕ́МА — совокупность элементов (алгоритмов), объединенных единым процессом функционирования, которые, взаимодействуя, реализуют определенную операцию (программу), необходимую для достижения цели, поставленной перед системой в целом. Примером энергетической П. является ядерная установка атомохода (ледокола). Процессы решения задач системного, логического и тех. этапов проектирования являются П. комплексной разработки и создания образцов новой техники.

С возрастанием сложности функционирования тех. систем существенно затрудняется их проектирование. Основой *системного подхода* является расчленение сложной проблемы на разрешимые задачи и рассмотрение их во взаимодействии. Помимо расчленения сложной системы на чисто функциональные П. (в энергетике, механике движения и т. п.) в задачах системного анализа конструируются многокачественные модели, П. которых являются локальные модели для исследования технологии процесса $M_{тп}$, динамики производства продукции $M_{дп}$, и стоимости-эффективности производства $M_{сэп}$. Выделение П. означает задание функциональных связей внутри совокупности взаимодействующих частей (алгоритмов), а также структуры системы в виде связей, объединяющих П. в единое целое. Всякая система состоит из П., являясь, в свою очередь, П., охватывающей ее системы.

Понятие П. обладает свойством функциональной полноты, т. к. ему присущи все свойства системы, представляемые формально категориями входа, выхода и состояния. Из всего мн-ва выходов и состояний в задачах декомпозиции выделяют подмножество доминирующих пар, определяющих функциональную сущность объединяемых П. Расчленение системы в смысле оптимизации связано с критериями качества функционирования П. Декомпозиция систем на П. и методы исследования П. занимают важное место в теории и практике построения *сложных систем управления.*

Лит.: Жук К. Д. Некоторые структурные построения информационно-управляющих систем. В кн.: Информационно-управляющие системы. Семинар, в. 2—3. К., 1967; Оптнер С. Л. Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. Пер. с англ. М., 1969; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970. *К. Д. Жук.*

ПОИСК ИНФОРМА́ЦИИ АВТОМАТИ́ЧЕСКИЙ — последовательность формализованных операций, выполняемых с целью отыскания документов (статей, книг, научно-тех. отчетов, описаний к авторским свидетельствам и патентам и т. п.), содержащих необходимую информацию (с последующей выдачей самих документов или их копий) или с целью выдачи фактических данных, представляющих собой ответ на запрос. П. и. а. осуществляется при помощи *информационно-поисковых систем.*

Существуют два принципиально разных подхода к решению проблемы П. и. а.— эмпирический и семантический. В основе первого подхода, господствовавшего преимущественно в начальный период развития П. и. а.— в 50-х и начале 60-годов,— лежит предположение о том, что поиск информации по своей сущности является простым процессом, моделирование и автоматизация которого требуют решения лишь задач, имеющих преимущественно тех. характер, а именно: создания соответствующих устройств для хранения и поиска информации и составления словаря терминов по соответствующей отрасли знания (словаря дескрипторов). При этом имеется в виду, что первичная обработка документов и информационных запросов (запись их содержания при помощи словаря дескрипторов) осуществляется вручную. В основе второго подхода, получающего все большее признание, лежит представление о том, что поиск информации — сложный творческий процесс, объектом которого является смысловое содержание документов. В соответствии с этим подходом П. и. а. предполагает моделирование интеллектуальной деятельности человека, связанной с пониманием смысла текстов, что становится возможным на основе результатов соответствующих лингвистических и логических исследований (использующих методы структурной лингвистики и логической семантики).

Различают две разновидности П. и. а.— документальный (или документографический) и фактографический. При документальном П. и. а. в ответ на запрос, в котором сформулированы требования к искомой информации (напр., перечислены характеристики определенного узла или устр-ва, интересующего потребителя), информационно-поисковая система указывает документы, содержащие нужную информацию,— описание узла или устр-ва. При фактографическом П. и. а. система выдает потребителю непосредственно искомую информацию, содержащуюся в документах и извлеченную из них,— тех. данные узла или устр-ва и т. п.

Различают также избирательное (или дифференцированное) распределение информации и справочный (или ретроспективный) поиск. При избирательном распределении информации каждый очередной сеанс документального или фактографического П. и. а. проводится в новом массиве документов, поступивших в информационно-поисковую систему за определенный промежуток времени, по одним и тем же запросам, которые отражают относительно устойчивый круг интересов абонентов системы — их «профиль». Целью избирательного распределения информации является оперативное оповещение абонентов системы о новых документах по их тематике. При справочном поиске, напротив, каждый очередной сеанс П. и. а. проводится во всем информационном массиве документов по разовым запросам. Целью справочного поиска является отбор информации по возникшему запросу во всем массиве накопленных документов. Разумеется, и перечень запросов при избирательном распределении информации, и массив документов при справочном поиске могут постепенно изменяться за счет поступления новых запросов и документов и удаления устаревших.

П. и. а. состоит из двух осн. операций — индексирования и установления семантического соответствия между запросами и документами. Индексирование состоит в том, что содержание документа или запроса формулируется в терминах *языка информационно-поискового* в виде *поискового образа документа* или, соответственно, *поискового предписания*. Индексирование запроса сводится к его переводу с естественного языка на информационно-поисковый язык. Индексирование документа включает два этапа — сжатое изложение осн. содержания документа на естественном языке (реферирование) и перевод полученного реферата на информационно-поисковый язык. Индексирование при П. и. а. часто осуществляется вручную (что дает основание некоторым авторам не относить эту операцию к П. и. а.).

Установление семантического соответствия заключается в определении степени семантической близости между поисковым предписанием и поисковым образом документа. Чаще всего критерий семантического соответствия формулируется как функция от множества дескрипторов, имеющихся одновременно в поисковом предписании и в поисковом образе документа. Предполагается, что, чем больше общих дескрипторов имеют поисковое предписание и поисковый образ документа, тем выше степень смысловой близости между ними.

Лит.: Информационнопоисковая система «БИТ». К., 1968 [библиогр. с. 215—217]; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [библиогр. с. 728—735]; Мидоу Ч. Анализ информационно-поисковых систем. Введение для программистов. Пер. с англ. М., 1970.

Э. Ф. Скороходько.

ПОИСКА ЭКСТРЕ́МУМА ФУ́НКЦИЙ МЕ́ТОДЫ — см. *Минимизации функций методы, Оптимизации методы* численные.

ПОИСКО́ВОЕ ПРЕДПИСА́НИЕ — текст на информационно-поисковом языке, являющийся результатом перевода информационного запроса с естественного языка и отражающий признаки документов (или фактов), которые должны быть отобраны *информационно-поисковой системой* в ответ на данный запрос. В П. п. могут указываться как тематические, так и библиографические характеристики искомых документов. Содержание и структура П. п. определяются типом информационно-поисковой системы и, в частности, *языка информационно-поискового*. См. также *Поисковый образ документа.* *Э. Ф. Скороходько.*

ПОИСКО́ВЫЙ МАССИ́В — то же, что и *массив информационный.*

ПОИСКО́ВЫЙ О́БРАЗ ДОКУМЕ́НТА — текст на информационно-поисковом языке, поставленный в однозначное соответствие документу и отражающий признаки документа, необходимые для поиска его по запросу в информационно-поисковой системе. Кроме признаков, раскрывающих тему документа, П. о. д.

обычно содержит также некоторые дополнительные сведения (библиографическое описание, выходные данные, тип документа и т. д.). Содержание и структура П. о. д. определяются типом *информационно-поисковой системы* и, в частности, *языка информационно-поискового*. См. также *Поисковое предписание*.

Э. Ф. Скороходько.

ПОИСКОВЫЙ ОБРАЗ ЗАПРОСА — то же, что и *поисковое предписание*.

ПОКАЗАТЕЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ, экспоненциальное распределение — распределение вероятностей, играющее важную роль в теории надежности. Случайная величина ξ имеет П. р. с параметром λ, если ее плотность вероятности равна $\lambda e^{-\lambda x}$ при положительных x и равна нулю при отрицательных x. Допустим, что ξ — время безотказной работы некоторого прибора — удовлетворяет следующим предположениям: *вероятность* того, что прибор, начавший работать при $t = 0$, выйдет из строя в интервале времени $(t, t + \Delta t)$, равна $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$, где $o(\Delta t)$ — бесконечно малая величина более высокого порядка малости, чем Δt; события, связанные с выходом прибора из строя в непересекающихся интервалах времени, независимы. Тогда ξ имеет П. р. с параметром λ. *Математическое ожидание* случайной величины ξ равно $\frac{1}{\lambda}$.

М. И. Ядренко.

ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ФОРМУЛА — формула $P(A) = \sum_k P(B_k) P(A/B_k)$, где P — символ *вероятности* события, $P(A/B_k)$ — условная вероятность события A при условии, что произошло событие B_k. П. в. ф. справедлива в предположении, что B_k — попарно несовместимые события, причем, если произошло событие A, то обязательно происходит одно из событий B_k.

П. в. ф. обычно используется для вычисления вероятности события, которое может произойти только при осуществлении одной из попарно несовместимых гипотез. Предполагаются известными вероятности гипотез и вероятности события при каждой из гипотез.

Н. П. Слободенюк.

ПОЛНОТА ФОРМАЛЬНОЙ ТЕОРИИ — свойство теории, состоящее в том, что в ней выводимы все формулы, «верные» в некотором смысле. Формальная теория $\mathfrak{T}$ наз. полной относительно непустого класса $\mathfrak{M}$ моделей этой теории, если любая формула теории $\mathfrak{T}$, истинная в каждой модели класса $\mathfrak{M}$, выводима в $\mathfrak{T}$. Это позитивная форма полноты. Полноту относительно класса всех моделей данной теории иногда наз. семантической.

Формальная теория $\mathfrak{T}$ наз. полной в негативном смысле, если после присоединения к аксиомам теории любой невыводимой ф-лы теория перестает быть непротиворечивой (см. *Непротиворечивость системы аксиом*). Такая форма полноты наз. негативной. Пусть среди символов теории $\mathfrak{T}$ имеется символ отрицания. Пусть $\mathfrak{B}$ — разрешимое подмножество мн-ва правильно построенных формул теории $\mathfrak{T}$, такое, что если некоторая ф-ла принадлежит $\mathfrak{B}$, то и ее отрицание принадлежит $\mathfrak{B}$. Формальная теория $\mathfrak{T}$ наз. полной относительно $\mathfrak{B}$, если $\mathfrak{B}$ содержится в объединении мн-ва всех выводимых ф-л теории $\mathfrak{T}$ и мн-ва всех формул, отрицание которых выводимо. Если формальная теория не содержит свободных предикатных переменных и в качестве $\mathfrak{B}$ взято мн-во всех замкнутых ф-л, то теория, полная относительно такого $\mathfrak{B}$, наз. просто полной. Непротиворечивая и полная в негативном смысле теория является и просто полной. Просто полная непротиворечивая теория является полной относительно любого класса ее моделей. Любая непротиворечивая теория, основанная на *исчислении предикатов узком*, полна относительно класса всех ее моделей. Но она может оказаться неполной относительно других классов моделей, просто неполной или неполной в негативном смысле. Если непротиворечивая теория просто неполна, то она является неполной относительно некоторого класса ее моделей (быть может, состоящего только из одной модели). Непротиворечивая просто полная теория, мн-во нелогических аксиом которой перечислимо, является разрешимой.

Примеры. 1. Классическое *исчисление высказываний* полно относительно объединения мн-ва всех тождественно истинных и мн-ва всех тождественно ложных ф-л, полно в негативном смысле и полно относительно любого класса моделей.

2. Классическое узкое исчисление предикатов полно относительно класса всех его моделей (теорема Гёделя о полноте), но является неполным в негативном смысле и просто неполным.

3. Классическая *арифметика формальная*, если считать ее непротиворечивой, полна относительно класса всех ее моделей (поскольку она основана на узком исчислении предикатов), но является неполной относительно «естественной модели» — натурального ряда с обычными арифм. операциями и равенством, просто неполной и, тем более, неполной в негативном смысле (см. *Гёделя теоремы о неполноте*).

Лит.: Успенский В. А. Теорема Гёделя и теория алгоритмов. «Доклады АН СССР», 1953, т. 91, № 4; Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. Пер. с англ. М., 1948; Henkin L. The completeness of the first-order functional calculus. «The Journal of symbolic logic», 1949, v. 14, № 3.

К. П. Вершинин.

ПОЛНОТЫ ПРОБЛЕМА в теории автоматов — нахождение критериев полноты для множеств автоматов. При исследовании П. п. для задания автоматов обычно используют язык *сетей логических*. Множество автоматов $\mathfrak{A}$ наз. полным для данного класса автоматов $\mathfrak{M}$ и данного набора операций над автоматами, если любой автомат из $\mathfrak{M}$ может быть получен из автоматов множеств $\mathfrak{A}$ при помощи указанных операций. Если говорят о полном множестве, не указывая класса

автоматов и операций, то обычно подразумевают, что мн-во $\mathfrak{A}$ состоит из конечных автоматов и что любой *автомат конечный* может быть получен из автоматов мн-ва $\mathfrak{A}$ при помощи операций суперпозиции и обратной связи. Систему указанных автоматов и операций обозначим через P.

Изучены различные системы автоматов и операций. Сюда относятся *автоматы без памяти* с операциями суперпозиции, автоматы, реализующие ф-ции *алгебры логики* с временным сдвигом (ф-ции с задержками), с операциями синхронной суперпозиции, система P и т. д. П. п. для автоматов без памяти является, по существу, П. п. для ф-ций k-значной логики, она сравнительно хорошо изучена. Значительно продвинулось вперед и изучение аналогичной П. п. для ф-ций с задержками. Из найденных в этих случаях критериев полноты вытекает существование алгоритма, устанавливающего для любой конечной системы автоматов ее полноту или неполноту. Критерии полноты даются обычно в терминах предполных классов. Этот подход успешно применен в ряде задач о полноте. Принципиально его можно применять и при рассмотрении системы P, поскольку мн-во автоматов является полным тогда и только тогда, когда оно не является подмножеством ни для одного предполного класса в P. Однако семейство предполных классов в P континуально, что исключает получение эффективных критериев полноты в указанных терминах.

В связи с поисками эффективных критериев полноты возникает задача об отыскании алгоритма, устанавливающего полноту или неполноту любой конечной системы автоматов. Эта проблема может быть обобщена: для данного автомата A и конечного множества автоматов $\mathfrak{B}$ требуется определить, может ли A быть получен из автоматов мн-ва $\mathfrak{B}$ при помощи заданного набора операций. Т. о. приходят к изучению предиката $P(X, Y)$ — «автомат X реализуется множеством Y». Установлено, что проблема распознавания «реализуемости» алгоритмически неразрешима при любом фиксированном A, т. е. одноместный предикат $P(A, Y)$ имеет нерекурсивное мн-во истинности. С другой стороны, при некоторых значениях $\mathfrak{B}$ параметра Y предикат $P(X, Y)$ имеет как рекурсивные, так и нерекурсивные множества истинности.

В связи с алгоритмической неразрешимостью П. п. для автоматов возникает задача об отыскании классов множеств, для которых указанная проблема имеет эффективное решение. В частности, существует алгоритм для распознавания полноты систем, состоящих только из *Мура автоматов* и всех автоматов без памяти. С П. п. связана задача нахождения конкретных полных множеств автоматов с заданными свойствами. Установлено, что для любого натурального n существует полная система автоматов, никакая собственная подсистема которой не является полной, а таких систем при заданном n бесконечно много.

Существует также в некотором смысле простейший автомат с двумя состояниями, двумя входными и одним выходным каналами, который образует полную систему. П. п. рассматривается также для различных обобщений системы P. Эти обобщения получают заменой классов конечных автоматов и заменой операций, выполняемых над ними. Дальнейшие обобщения связаны с введением различных отношений эквивалентности на мн-ве автоматов.

Лит.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Летичевский А. А. Условия полноты в классе автоматов Мура. В кн.: Теория автоматов, Семинар, в. 2. К., 1963; Кратко М. И. О существовании нерекурсивных базисов конечных автоматов. «Алгебра и логика», 1964, т. 3, № 2; Кудрявцев В. Б. О мощностях множеств предполных множеств некоторых функциональных систем, связанных с автоматами. «Проблемы кибернетики», 1965, в. 13.

М. И. Кратко, В. Б. Кудрявцев.

ПОЛОС МЕТОД — один из приближенных методов решения интегральных линейных уравнений. См. *Интегральных линейных уравнений способы решения.*

ПОЛУГРУППА, ассоциативная система — множество S, в котором определена операция (обычно ее записывают как умножение), ставящая в соответствие каждой паре элементов x и y из S, расположенных в данном порядке, элемент $z = xy$ из S — их «произведение». При этом в S предполагается выполнение ассоциативного закона: $(xy)z = x(yz)$ для любых элементов x, y и z из S. Если $xy = yx$ для любых элементов x и y из S, то такая П. наз. коммутативной (иногда — абелевой). В П. S может содержаться «единица» e или «нуль» 0 — такие элементы, что $xe = ex = x$, $x0 = 0x = 0$ для любого x из S. Однако в отличие от *группы* (см. *Групп теория*), наличие в П. единицы (а тем более — обратных элементов) не обязательно. Если какое-либо подмножество T П. S само является П. относительно действия, определенного в S (т. е., T содержит произведение любых двух своих элементов), то T наз. подполугруппой П. S. T наз. идеалом П. S, если tx и xt содержатся в T, каковы бы ни были элементы t из T, x из S.

Отдельные результаты, относящиеся к П., появились еще в начале 20 ст. Серьезное изучение П. началось в 20-х годах в работах сов. алгебраиста А. К. Сушкевича (1889—1961). П. S наз. П. с сокращением, если для любых ее элементов x, y и z из $xz = yz$ или $zx = zy$ следует $x = y$. Всякая группа и всякая подполугруппа группы является П. с сокращением. Всякую коммутативную П. с сокращением можно погрузить в некоторую абелеву группу. Существуют некоммутативные П. с сокращением, не вложимые в группу. Группы являются важным и наиболее изученным классом П.

Теория П. развивалась вначале как обобщение теории групп. Однако со временем теория П. выделилась в самостоятельную ветвь общей алгебры, имеющую собственные задачи, методы и приложения. Обозначим через $S(A)$ мн-во всех преобразований (отображений в се-

бя) какого-либо мн-ва A. $S(A)$ является П. относительно операции суперпозиции преобразований $f = f_1 f_2$ (f_1, f_2, $f \in S(A)$), если $f(a) = f_1[f_2(a)]$ для любого элемента a из A. С более общей ситуацией мы сталкиваемся при изучении операции умножения бинарных отношений. Бинарное отношение ρ на мн-ве A — это подмн-во декартова квадрата $A \times A$ (см. *Отношение*). Произведение $\omega = \rho \cdot \sigma$ двух бинарных отношений ρ и σ на A определяется как множество таких пар $(a, b) \in A \times A$, что $(a, c) \in \rho$, а $(c, b) \in \sigma$ для некоторого $c \in A$. Совокупность всех бинарных отношений на мн-ве A образует для так определенного умножения П. Обозначим через $pr_1\rho$ и $pr_2\rho$ мн-ва всех элементов c и соответственно b из A, для которых существует такой элемент a, что $(c, a) \in \rho$ и $(a, b) \in \rho$. Каждое бинарное отношение ρ между элементами мн-ва A можно рассматривать как отображение (вообще говоря, многозначное) мн-ва $pr_2\rho$ на $pr_1\rho$, ставящее в соответствие каждому элементу $a \in pr_2\rho$ некоторое подмн-во $\rho\langle a\rangle \subseteq pr_1\rho : c \in \rho\langle a\rangle$ тогда и только тогда, когда $(c, a) \in \rho$; обычно ρ наз. многозначным частичным преобразованием мн-ва A. Если $pr_2\rho = A$, то преобразование ρ наз. полным. Для полных однозначных преобразований умножение бинарных отношений сводится к операции суперпозиции преобразований. Гомоморфизм (в частности, изоморфизм) φ П. S на какую-нибудь подполугруппу $\varphi S = S'$ П. $S(A)$ всех преобразований некоторого мн-ва A наз. представлением П. S преобразованиями. Для каждой П. S существует изоморфное представление φ преобразованиями некоторого мн-ва A. В то же время П. $S(A)$ всех преобразований мн-ва A является подполугруппой П. $P(A)$ всех бинарных отношений между элементами мн-ва A (т. е. многозначных частичных преобразований мн-ва A). Поэтому теорию П. можно трактовать как абстрактное учение о суперпозиции самых общих преобразований — не обязательно обратимых, не обязательно однозначных и даже не всюду определенных.

Элемент s П. S наз. идемпотентом, если $s^2 = s$. В частности, если П. S содержит единицу e или нуль 0, то они являются идемпотентами. П. S наз. регулярной, если для всякого ее элемента x существует такой элемент y, что $xyx = x$, $yxy = y$. Регулярная П. S наз. инверсной, если $e_1e_2 = e_2e_1$ для любых ее идемпотентов e_1 и e_2. Инверсные П. и только они изоморфны П. обратимых (взаимно однозначных) частичных преобразований множеств. Как и для произвольных *алгебраических структур*, всякий гомоморфизм П. связан с некоторым отношением конгруэнтности. В отличие от групп, конгруэнтность П. не определяется каким-то одним ее классом. Идеалы П. и только они являются полными прообразами нуля при ее гомоморфизмах φ (если П. φS содержит нуль). Пусть M — подмн-во П. S; $[M]$ — наименьшая подполугруппа П. S, содержащая M; если $[M] = S$, то M наз. порождающим мн-вом S. П. S, содержащая порождающее множество, состоящее из одного элемента, наз. моногенной (циклической). Всякая бесконечная моногенная П. изоморфна П. всех целых положительных чисел относительно сложения. Если все моногенные подполугруппы П. S конечны, то такая П. S наз. периодической. Если $a_1, a_2, \ldots, a_n$, $b_1, b_2, \ldots, b_m$ — элементы порождающего мн-ва П. S, то равенство $a_1 a_2 \ldots a_n = b_1 b_2 \ldots b_m$ наз. определяющим соотношением П. S. Если П. S с порождающим мн-вом M обладает лишь такими определяющими соотношениями, в которых $m = n$ и $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, ..., $a_n = b_m$, то $S = M^*$ наз. свободной П. над M. П., в которых имеется конечное порождающее мн-во, являются, в частности, объектами изучения *алгоритмов теории*.

С каждым абстрактным автоматом A связывают, как известно, свободные П. над мн-вом $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ и $\mathfrak{A}$ его входов, выходов и состояний. Кроме того, с автоматом A сопоставляется представление φ свободной П. $\mathfrak{X}^*$ преобразованиями мн-ва $\mathfrak{A}$ П. преобразований $S_A = \varphi(\mathfrak{X}^*)$ наз. П. автомата A. Если S_A — П. многозначных преобразований (бинарных отношений), получается недетерминированный автомат; если S_A — П. однозначных преобразований, автомат A — детерминированный. Если S_A — П. полных (соответственно, частичных) преобразований, то автомат A — полный (соответственно, частичный или неполный). Для любых подмн-в A и B произвольной П. S обозначим через AB мн-во всех произведений ab, где $a \in A$ и $b \in B$. Относительно определенной таким образом операции мн-во $\mathfrak{P}(S)$ всех подмн-в П. S образует П.; $\mathfrak{P}(S)$ наз. глобальной П. для П. S. Если X^* — свободная П. над X, то элементы глобальной П. $\mathfrak{P}(X^*)$ в теории автоматов наз. событиями, в *лингвистике математической* — языками, а в абстрактной теории кодирования — *кодами* (более подробно о применении П. в теории автоматов см. в ст. *Алгебраическая теория автоматов*).

В различных приложениях встречаются упорядоченные и топологические П. Упорядоченная П. — это П. S с отношением частичной упорядоченности $\leqslant$ таким, что для любых $a, b, c \in S$ из $a \leqslant b$ следует $ac \leqslant bc$ и $ca \leqslant cb$. П. S наз. топологической, если она является топологическим пространством и ф-ция $f(x, y) = xy$ (где $x, y \in S$) непрерывна.

Лит.: Ляпин Е. С. Полугруппы. М., 1960 [библиогр. с. 565—589]; Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [библиогр. с. 373—374]; История отечественной математики. 1917—1967, т. 3. К., 1968 [библиогр. с. 618—700]; Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп. Пер. с англ., т. 1—2. М., 1972 [библиогр. т. 1, с. 270—278; т. 2, с. 407—414].

Л. М. Глускин.

ПОЛУМА́РКОВСКИЙ СЛУЧА́ЙНЫЙ ПРОЦЕ́СС — случайный процесс с конечным или счетным множеством состояний, у которого, в отличие от марковского процесса, вероятность перехода из одного состояния в другое

зависит от времени, которое он уже провел в первом состоянии. Математически П. с. п. определяется следующим образом. Пусть задано множество состояний процесса $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, процесс определен на $[0, \infty)$, $x(t)$ — его состояние в момент t. Предположим, что в начальный момент процесс находится в некотором состоянии x_i, обозначим через τ момент выхода процесса из этого состояния, $x(\tau + 0)$ — состояние его сразу после выхода из состояния x_i. Определим набор ф-ций, определяющих П. с. п.

$$F_{ij}(t) = P\{x(\tau + 0) = x_j, \tau < t / x(0) = x_i\}, \qquad (i \neq j).$$

Предполагается, что после перехода в состояние x_j процесс ведет себя в дальнейшем точно так, как будто он в x_j находился в начальный момент, и для его дальнейшей эволюции не имеет значения, каким образом он попал в состояние x_j. П. с. п. можно превратить в *марковский процесс*, если добавить еще одну компоненту ξ_t, обозначающую время, проведенное процессом в состоянии $x(t)$ с момента попадания в это состояние. Т. о., пара $\{x(t), \xi_t\}$ образует марковский процесс, фазовым пространством которого служит множество пар $\{x_i, s\}$, где $x_i \in X$, $s \in [0, \infty)$. Числа $F_{ij}(\infty)$ дают *вероятность* того, что П. с. п. перейдет из состояния x_i в состояние x_j. Если рассмотреть последовательность τ_1, τ_2, ... моментов, когда система совершает переходы из состояния в состояние, то последовательность $x(0)$, $x(\tau_1 + 0)$, ..., $x(\tau_n + 0)$ будет однородной цепью Маркова с вероятностями перехода

$$P\{x(\tau_n + 0) = x_j / x(\tau_{n-1} + 0) = x_i\} = F_{ij}(\infty).$$

Эта марковская цепь наз. **вложенной марковской цепью** для П. с. п. Ее свойства существенно влияют на эргодические свойства П. с. п.

Важной задачей теории П. с. п. является определение вероятностей $P_{ij}(t)$ того, что П. с. п. в момент t будет находиться в состоянии x_j, если в начальный момент времени он находился в состоянии x_i. Для вывода соотношений удобно пользоваться *Лапласа преобразованиями* ф-ций $P_{ij}(t)$: если положить

$$\text{для } \lambda > 0 \quad L_{ij}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} P_{ij}(t)\, dt; \quad a_{ij}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} d_t F_{ij}(t); \; b_i(\lambda) = \int_0^\infty \left[1 - \sum_j F_{ij}(t)\right] e^{-\lambda t} dt,$$

то удовлетворяется система ур-ний

$$L_{ij}(\lambda) = b_i(\lambda)\, \delta_{ij} + \sum_k a_{ik}(\lambda)\, L_{kj}(\lambda),$$

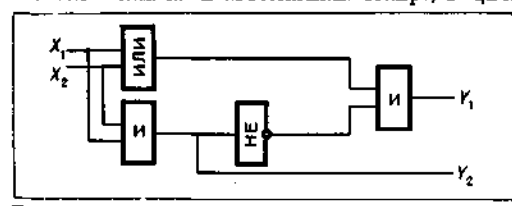
из которой в случае конечного множества состояний однозначно определяются ф-ции $L_{ij}(\lambda)$, а по ним вероятности $P_{ij}(t)$. Для П. с. п. в предположении эргодичности вложенной цепи устанавливаются эргодические теоремы о существовании предела $\lim\limits_{t\to\infty} P_{ij}(t)$ и существовании с вероятностью 1 предела средних во времени: $\lim\limits_{t\to\infty} \frac{1}{t} \int_0^t g(x(s))\, ds$, где $g(x)$ — некоторая ограниченная ф-ция на состояниях процесса. См. также *Эргодическая теория*.

А. В. Скороход.

ПОЛУСУММА́ТОР — устройство, вырабатывающее по двум одноразрядным слагаемым цифру суммы и перенос в следующий старший разряд. Схема П. (рис.) состоит из логических элементов «И», «ИЛИ» и «НЕ», выполняющих функции: Y_1 (сумма) $= \overline{X_1 X_2}\,(X_1 \vee X_2)$ и Y_2 (перенос) $= X_1 X_2$. Значения логич. ф-ций Y_1 и Y_2, соответствующие всем возможным сочетаниям X_1 и X_2, даны в табл.:

Аргумент		Функция	
X_1	X_2	Y_1	Y_2
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Если слагаемые X_1 и X_2 поступают неодновременно (вследствие свойств датчиков), то в схему П. вводятся дополнительные элементы памяти (*триггеры*, линии задержки и т. п.). Осн. параметры П. — время установления суммы ($T_{ус}$) и время переноса ($T_п$) определяются временем переключения конкретных *логических элементов ЦВМ*, составляющих схему П. Два П. и одна схема «ИЛИ» образуют полную схему *сумматора одноразрядного*, кроме того, П. может применяться как устр-во сравнения кодов двух чисел или как компонент других, более сложных цифровых устр-в кибернетики, вычисл. техники и автоматики. Напр., в ЦВМ



Блок-схема полусумматора.

«*Стрела*» цепочка П. используется для прибавления к сумме единицы кругового переноса, а также участвует в образовании знаков произведения и частного.

Лит.: Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965.

Н. И. Пелипенко.

ПОЛЬСКАЯ ЗА́ПИСЬ — то же, что и *запись бесскобочная*.

ПОМЕ́ХИ — сигналы или воздействия, искажающие полезный сигнал, который несет основную информацию (в устройствах измерения, телеизмерения, связи и т. д.) или определяет поведение различных устройств (систем автоматического регулирования, телеуправления, цифровых и вычислительных устройств и т. д.). Влияние П. в ряде случаев может привести к значительным ошибкам систем измерения, нарушению функционирования систем управления, а в ряде случаев — к катастрофическим последствиям. П. по своей природе могут быть детерминированными и случайными. Пример детерминированной П.— фон от источников питания переменного тока. С помощью спец. конструктивных мер влияние детерминированных П. может быть устранено. Влияние детерминированных П. на результаты измерения учитывается как систематическая *погрешность*.

Источниками случайных П. являются тепловые шумы полупроводниковых приборов, сопротивлений и электронных ламп, погрешности, возникающие при преобразованиях сигналов (в датчиках, преобразователях аналого-цифровых и цифро-аналоговых, кодирующих устройствах и т. д.). Случайная П. может быть описана как некоторая случайная функция времени. Широко распространено представление П. в виде случайной функции типа «белого шума», не коррелированной с осн. сигналом. Наиболее распространенными являются две схемы, с помощью которых учитывают влияние П.: 1) П. суммируется с осн. сигналом (аддитивная П.); 2) П. умножается на осн. сигнал (мультипликативная П.). Примеры аддитивных П.— погрешности измерения и округления, мультипликативной — процесс замирания радиосигнала (фединг). Влияние П. (и при большом числе источников их) может быть исследовано иногда с помощью одной т. н. эквивалентной, П., действие которой идентично действию всех реальных помех.

Свойство устройств противостоять вредному влиянию помех наз. п о м е х о у с т о й ч и в о с т ь ю. Наиболее широкое практическое применение нашли следующие способы борьбы с П., повышающие помехоустойчивость: 1) спец. конструктивные решения узлов и систем в целом, исключающие возможность появления П.; 2) представление полезных сигналов в таком виде, при котором действие П. минимально (кодирование); 3) создание спец. корректирующих устройств, устраняющих или уменьшающих действие П. (фильтрация, накопление информации и т. д.).

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ПОМЕХОУСТО́ЙЧИВОСТЬ СИСТЕ́М УПРАВЛЕ́НИЯ — свойство систем автоматического управления (САУ) противостоять действию *помех*. Под помехами, или шумами, в САУ понимают обычно *возмущающие воздействия*, искажающие действительные значения выходных сигналов системы. П. с. у.— важное свойство системы, которое можно оценивать, напр., процентом приращения величины среднеквадратичной погрешности или величиной условной вероятности появления определенного значения выходного сигнала системы при действии статистически заданной помехи и т. д.

П. с. у. можно повышать как проведением соответствующих мер, предусмотренных при ее конструировании, так и рациональным выбором параметров уже сконструированной системы. Конструктивными мерами являются в первую очередь выбор наиболее эффективного вида передачи сигналов (системы с непрерывными, дискретными сигналами, сигналами на переменном токе, кодирование сигналов и т. д.), использование всевозможных интеграторов, накопителей и др. Эти меры увеличивают *отношение сигнал/помеха*. Повышение помехоустойчивости связано с усложнением системы, увеличением ее стоимости, что в ряде случаев может привести к уменьшению надежности. Решить задачу макс. повышения П. с. у. можно, напр., при синтезе структуры системы управления из условия минимизации показателя качества ее работы либо путем соответствующего выбора параметров системы с заданной структурой.

Особо остро вопросы П. с. у. стоят при создании и настройке самонастраивающихся, экстремальных, самообучающихся и т. п. систем. Помехи в этих случаях могут не только резко ухудшить качество работы систем, но и привести к полной потере ими работоспособности.

Лит.: Ф е л ь д б а у м А. А. [и др.]. Теоретические основы связи и управления. М., 1963; Х а р к е в и ч А. А. Борьба с помехами. М., 1963 [библиогр. с. 273—275].

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ПОНТРЯ́ГИНА ПРИ́НЦИП МА́КСИМУМА — необходимое условие оптимальности в задачах *оптимального управления теории*.

Рассмотрим задачу оптим. управления с закрепленными концами; при этом начальная и конечная точка оптим. траектории $x(t)$ фиксированы. Заданный объект описывается системой дифф. ур-ний

$$\dot{x} = f(x, u), \qquad (1)$$

где x — n-мерный вектор фазовых координат $x_1, \ldots, x_n$, u — r-мерный вектор управления $u_1, u_2, \ldots, u_r$, точка над x обозначает дифференцирование по времени t, $f(x, u)$ — непрерывная вектор-функция своих аргументов, непрерывно дифференцируемая по x, с компонентами $f_i(x, u)$, $i = 1, \ldots, n$. Требуется выбрать такую измеримую ограниченную ф-цию управления $u(t)$ и такие моменты времени t_0 и t_1, что $u(t) \in U$ для $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$, где U — заданное множество в r-мерном пространстве. Траектория $x(t)$ системы (1), соответствующая начальному положению x^0 и управлению $u(t)$, в момент времени t_1 попадает в точку x^1, и значение функционала

$$I = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x(t), u(t))\, dt -$$

минимально. Пусть ф-ция $u^0(t)$ — оптим. управление, решающее поставленную задачу, а

$x^0(t)$ — соответствующая траектория. Тогда П. п. м. утверждает, что существуют такие абсолютно непрерывные ф-ции $\psi_0(t), \psi_1(t), \ldots, \psi_n(t)$, что выполняются следующие условия:

а) почти для всех t, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$,

$$\dot{\psi}_i(t) = \sum_{j=0}^{n} \frac{\partial f_j(x^0(t), u^0(t))}{\partial x_i} \psi_j(t),$$

$$i = 1, \ldots, n,$$

$$\dot{\psi}_0(t) = 0;$$

б) почти для всех t, $t_0 \leqslant t \leqslant t_1$,

$$H(\psi(t), \quad x^0(t), \quad u^0(t)) = M(\psi(t), \quad x^0(t)),$$

где

$$H(\psi, x, u) = \sum_{i=0}^{n} \psi_i f_i(x, u),$$

$$M(\psi, x) = \sup_{u \in U} H(\psi, x, u);$$

в) в конечный момент времени t_1 ($\psi_0(t_1) \leqslant 0$),

$$M(\psi(t_1), \quad x^0(t_1)) = 0.$$

Более того, ф-ции $\psi_0(t)$ и $M(\psi(t), x^0(t))$ являются постоянными, так что проверку условий (в) можно производить в любой момент t.

В некоторых задачах оптим. управления концы траектории не фиксированы, а должны лишь удовлетворять соотношениям

$$a_k(x^0(t_0)) = 0, \qquad k = 1, \ldots, p,$$

$$b_k(x^0(t_1)) = 0. \qquad k = 1, \ldots, q.$$

В этом случае выполняются все приведенные выше условия, но, кроме того, должны существовать такие постоянные λ_k, $k = 1, \ldots, p$ и γ_k, $k = 1, \ldots, q$, что выполняются *условия трансверсальности*

$$\psi_i(t_0) = \sum_{k=1}^{p} \lambda_k \frac{\partial a_k(x^0(t_0))}{\partial x_i}$$

$$i = 1, \ldots, n,$$

$$\psi_i(t_1) = \sum_{k=1}^{q} \gamma_k \frac{\partial b_k(x^0(t_1))}{\partial x_i}$$

$$i = 1, \ldots, n.$$

Б. Н. Пшеничный.

ПО́ПОВА КРИТЕ́РИЙ — один из *устойчивости критериев.*

ПОРО́Г ЧУВСТВИ́ТЕЛЬНОСТИ — параметр, характеризующий качество линейной части характеристики радиоприемника, усилителя или чувствительного элемента *системы автоматического управления,* их способность принимать, усиливать или измерять слабые сигналы на фоне помех. Пороговая (удельная) чувствительность этих элементов определяется номинальной мощностью входного сигнала, при которой отношение полезного сигнала к шуму (помехе) на выходе равно единице.

А. Г. Шевелев.

ПОРО́ГОВЫЙ ЭЛЕМЕ́НТ — см. *Ло́гика пороговая.*

ПОСЛЕ́ДОВАТЕЛЬНЫЙ АНА́ЛИЗ — метод статистических исследований, основанный на последовательном (пошаговом) принятии статистических решений. Классическая постановка таких задач принятия статистических решений, как различение статистических гипотез (см. *Статистическая проверка гипотез*) и нахождение точечных и интервальных оценок неизвестных параметров (см. *Статистические оценки*), предполагала заранее фиксированное число наблюдений (фиксированный объем выборки). В то же время вполне возможен и последовательный подход к решению этих задач, при котором число наблюдений (объем выборки) заранее не фиксируется, а определяется в процессе испытаний. Впервые последовательный подход был использован в задаче приемочного статистического контроля в 1929 г. Во время 2-й мировой войны амер. математик А. Вальд построил теорию П. а. применительно к вопросу различения статистических гипотез и сформулировал общую задачу последовательного оценивания. Осн. идея последовательного оценивания неизвестного параметра состоит в том, чтобы производить наблюдение до тех пор, пока не станет возможным получить оценку с заданной степенью точности, не зависящей от неизвестного значения оцениваемого параметра. Позднее результаты по последовательному различению статистических гипотез и последовательному оцениванию получили дальнейшее развитие. Выяснилось, что во многих статистических задачах применение П. а. дает существенную экономию в числе наблюдений (иногда до 50% и более) по сравнению с классическими методами.

Последовательный подход можно проиллюстрировать на примере последовательного критерия отношения правдоподобия для различения двух простых гипотез относительно *случайной величины* с дискретным распределением. Рассмотрим случайную величину ξ с дискретным *распределением вероятностей* $p(x, \theta)$. Неизвестный параметр θ может принимать два значения — θ_0 и θ_1. Пусть H_0 является гипотезой о том, что $\theta = \theta_0$, а H_1 — гипотезой о том, что $\theta = \theta_1$. Обозначим последовательные (независимые) наблюдения случайной величины ξ через $\xi_1, \xi_2, \ldots$. Для любого положительного целого числа m *вероятность* получения выборки $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ определяется выражением

$$P_m^{(0)} = p(\xi_1, \theta_0) \cdot p(\xi_2, \theta_0) \ldots p(\xi_m, \theta_0),$$

когда справедлива гипотеза H_0, и выражением

$$P_m^{(1)} = p(\xi_1, \theta_1) \cdot p(\xi_2, \theta_1) \ldots p(\xi_m, \theta_1),$$

когда справедлива гипотеза H_1. Отношение правдоподобия, основанное на первых m на-

блюдениях, имеет вид

$$R_m = \frac{p_m^{(1)}}{p_m^{(0)}} = \frac{p(\xi_1, \theta_1) \cdot p(\xi_2, \theta_1) \ \ldots \ p(\xi_m, \theta_1)}{p(\xi_1, \theta_0) \cdot p(\xi_2, \theta_0) \ \ldots \ p(\xi_m, \theta_0)} .$$

Последовательный критерий отношения правдоподобия для различения H_0 и H_1 определяется следующим образом. Выбираются две постоянные A и B такие, что $0 < B < 1 < A < \infty$. Производится последовательная выборка (ξ_1, ξ_2, ...). На каждом шаге вычисляется отношение правдоподобия, его значение сравнивается с числами A и B и выбирается одно из трех решений: принять гипотезу H_0, принять гипотезу H_1 или продолжить наблюдения. Напр., на m-м шаге: а) если $R_m \leqslant B$, то наблюдения прекращают и принимают гипотезу H_0; б) если $R_m \geqslant A$, то наблюдения прекращают и принимают гипотезу H_1; в) если $B < R_m < A$, то производят следующее, $m + 1$-е наблюдение. Постоянные A и B наз. граничными точками последовательного критерия отношения правдоподобия. На практике более удобно вычислять $\log R_m$, нежели R_m, т. к. $\log R_m$ можно представить в виде суммы m слагаемых

$$\log R_m = \sum_{i=1}^{m} \log \frac{p(\xi_i, \theta_1)}{p(\xi_i, \theta_0)} .$$

Обозначим

$$\zeta_i = \log \frac{p(\xi_i, \theta_1)}{p(\xi_i, \theta_0)} , \quad S_m = \sum_{i=1}^{m} \zeta_i .$$

Теперь на каждом шаге вычисляем S_m. Если $S_m \leqslant \log B = b$, то наблюдения прекращают и принимают гипотезу H_0; если $S_m \geqslant \log A = a$, то наблюдения прекращают и принимают гипотезу H_1; если $b < S_m < a$, то производят следующее, $m + 1$-е наблюдение. Пусть n — число наблюдений до принятия одной из гипотез (n — случайная величина). Возникает вопрос о том, при каких условиях описанная выше процедура оканчивается за конечное число шагов с вероятностью 1. Если $P(|\zeta_i| > 0) > 0$ при обеих гипотезах H_0 и H_1, то последовательный критерий отношения правдоподобия оканчивается с вероятностью 1 за конечное число шагов ($P(n < \infty) = 1$) как при H_0, так и при H_1. При этом $M(n/H_i) < \infty$ ($i = 0, 1$), где $M(\cdot/H_i)$ — символ *математического ожидания*, вычисленного в предположении, что справедлива гипотеза H_i. Величина $M(n/H_i)$ наз. средним объемом выборки последовательного критерия отношения правдоподобия при условии, что справедлива гипотеза H_i ($i = 0, 1$). При последовательном подходе к решению задачи, как и при различении гипотез по выборкам фиксированного объема, возникают ошибки двух видов. Пусть α — вероятность того, что гипотеза H_0 будет отвергнута, когда она верна, а β — вероятность принятия гипотезы H_0, когда верна гипотеза H_1. Пара (α, β) наз. силой последовательного критерия. Требуется по заданным вероятностям ошибок α и β определить граничные точки последовательного критерия отношения правдоподобия $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$, обеспечивающие критерию силу (α, β). Определение точных значений $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$, как правило, сопряжено с большими трудностями. Однако, справедливы неравенства, связывающие величины α, β, $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$ и позволяющие находить прибл. значения граничных точек: 1) если последовательный критерий отношения правдоподобия с граничными точками A и B имеет силу (α, β), то

$$A \leqslant \frac{1-\beta}{\alpha} , \quad B \geqslant \frac{\beta}{1-\alpha} ; \qquad (1)$$

2) если при выборе $A = \frac{1-\beta}{\alpha}$, $B = \frac{\beta}{1-\alpha}$ последовательный критерий отношения правдоподобия имеет силу (α', β'), то

$$\alpha' \leqslant \frac{\alpha}{1-\beta} , \quad \beta' \leqslant \frac{\beta}{1-\alpha} ,$$

$$\alpha' + \beta' \leqslant \alpha + \beta . \qquad (2)$$

Из неравенств (1) видно, что величина $\frac{1-\beta}{\alpha}$ является верхней границей для $A(\alpha, \beta)$, а величина $\frac{\beta}{1-\alpha}$ — нижней границей для $B(\alpha, \beta)$. Из (1) можно получить неравенства

$$\alpha \leqslant \frac{1}{A(\alpha, \beta)} , \quad \beta \leqslant B(\alpha, \beta) ,$$

из которых видно, что при заданных граничных точках последовательного критерия отношения правдоподобия A и B вероятности ошибок α и β не превосходят величин $1/A$ и B соответственно. Из неравенств (2) следует, что в случае малых α и β (на практике, как правило, α и β выбираются в диапазоне $0{,}01 \div 0{,}05$), применяя последовательный критерий отношения правдоподобия с граничными точками $\frac{1-\beta}{\alpha}$ и $\frac{\beta}{1-\alpha}$ вместо $A(\alpha, \beta)$ и $B(\alpha, \beta)$ соответственно, получаем вероятности ошибок α' и β', весьма близкие к α и β. При этом справедливо по крайней мере одно из неравенств $\alpha' \leqslant \alpha$, $\beta' \leqslant \beta$. Можно доказать, что последовательный критерий отношения правдоподобия лучше критерия с фиксированным объемом выборки в том смысле, что средний объем выборки для первого из них меньше, чем фиксированный объем для второго при условии, что оба критерия имеют одну и ту же силу (α, β). Более того, по сравнению с любой другой последовательной процедурой с заданной силой (α, β) последовательный

критерий отношения правдоподобия имеет наименьший средний объем выборки.

В наст. время П. а. как метод статистических исследований получил широкое распространение. Идеи его оказали значительное влияние на формирование новых матем. методов и теорий, таких, как теория статистических решений, *управления случайными процессами теория, последовательный анализ вариантов*, существенный вклад в развитие которых внесли сов. математики А. Н. Колмогоров, В. С. Михалевич, А. Н. Ширяев и др.

Лит.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Ширяев А. Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки. М., 1969 [библиогр. 227—231]; Вальд А. Последовательный анализ. Пер. с англ. М., 1960; Вальд А. Статистические решающие функции. В кн.: Позиционные игры. М., 1967.

Э. С. Штатланд.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАНТОВ — метод решения задач оптимизации, основанный на последовательном построении, сравнении, анализе и отборе вариантов. С точки зрения методологии П. а. в. является естественным обобщением идей последовательного принятия решений (см. *Последовательный анализ*). С другой стороны, П. а. в. тесно связан с *программированием динамическим*. *Алгоритм* динамического программирования можно рассматривать как частный случай П. а. в., когда в основе правил отбора вариантов лежит *Беллмана принцип оптимальности*. В схеме П. а. в. условие задачи представляется в виде описания мн-ва вариантов и совокупности «контрольных опытов», с исходами которых связаны правила отбора вариантов. Процесс решения представляется в виде многоступенчатой структуры, напоминающей структуру сложного опыта. Каждая ступень связана с проверкой наличия у подмн-в вариантов тех или иных свойств (что сводится к получению исходов опытов) и ведет либо к непосредственному сокращению исходного мн-ва вариантов, либо подготавливает возможность такого сокращения в будущем. Ниже описана схема П. а. в. (на теоретико-множественном языке).

Пусть имеется три мн-ва: $W = \{w\}$ — мн-во вариантов, $\Pi = \{\pi_\alpha\}$ — мн-во опытов, $\mathfrak{M} = \{\alpha\}$ — мн-во индексов опытов. Во мн-ве $\mathfrak{M}$ выделено подмн-во $\mathfrak{M}^*$, называемое контрольным. Далее имеется мн-во $I = \{\omega\}$, которое наз. мн-вом исходов. Для каждого опыта π_α в мн-ве I определено подмн-во $I_\alpha = \{\omega_\alpha^1, \omega_\alpha^2, \ldots\}$, каждый элемент которого наз. исходом опыта π_α. Во мн-ве I выделено подмн-во $\Omega \subseteq I$, на котором определен оператор сужения $S(\omega)$, ставящий в соответствие каждому $\omega \in \Omega$ некоторое подмн-во $W_\omega = S(\omega) \times W \subseteq W$. Это соответствие распространяется на подмн-ва U мн-ва W следующим образом:

$$S(\omega)\, U = U \cap W_\omega = U \setminus V_\omega,$$

где $V\omega = W \setminus W\omega$. На мн-ве опытов П определен оператор реализации P, ставящий в соответствие каждому $\pi_\alpha \in \Pi$ некоторый элемент из I_α : $P\pi_\alpha = \omega_\alpha^*$, называемый реализацией опыта π_α. Задача состоит в определении такого макс. подмн-ва $W^* \subseteq W$, которое является инвариантным относительно любого π_α (где элемент α — из контрольного мн-ва $\mathfrak{M}^*$). $S(P\pi_\alpha)\, W^* = W^*$ для каждого $\alpha \in \mathfrak{M}^*$.

Введем несколько определений. Схемой R решения задачи наз. последовательность ф-ций $\alpha_1, \alpha_2(\omega_1), \alpha_3(\omega_1, \omega_2), \ldots$ со значениями из $\mathfrak{M}$, где $\alpha_{k+1}(\omega_1, \ldots, \omega_k)$ определена на прямом произведения $I \times I \times \ldots \times I$ (k раз). Процедурой $Q[R]$, соответствующей схеме решения $R = \{\alpha_1, \alpha_2(\omega_1), \alpha_3(\omega_1, \omega_2), \ldots\}$, наз. последовательность реализаций опытов $\pi_{\alpha_1}, \pi_{\alpha_2}, \ldots, \pi_{\alpha_N}, \ldots$, где $\alpha_{k+1} = \alpha_{k+1}(P\pi_{\alpha_1}, \ldots, P\pi_{\alpha_k})$. Процедура наз. конечной, если для нее существует некоторое i, для которого $P\pi_{\alpha_i} = l$, где l — элемент, принадлежащий мн-ву исходов I, появление которого ведет к остановке процедуры решения. Концом процедуры является π_{α_N}, где $N = \min\{i \mid P\pi_{\alpha_i} = l\}$. Если же такого i не существует, то процедура наз. бесконечной. Решением задачи, соответствующим схеме R, наз. мн-во W_R, являющееся сужением мн-ва W в соответствии с процедурой $Q[R]$: $W_R = \bigwedge_j S(\omega_{\alpha_j}) W$, где индекс j пробегает все мн-во значений, для которых исходные ω_{α_j}, получающиеся в результате реализации процедуры $Q[R]$, входят в Ω. Говорят, что схема R дает полное и точное решение данной задачи, если для любого $\alpha \in \mathfrak{M}^*$ $S(P\pi_\alpha) \times W_R = W_R$ и не существует другого, отличного от W_R мн-ва, удовлетворяющего этому условию и не входящего в W_R. Поясним значение приведенной схемы. Решение многовариантной задачи является массовой проблемой в том смысле, что заранее неизвестно, где находится искомое подмн-во W^* во мн-ве W. Известны лишь общие свойства вариантов всех $w \in W^*$, в совокупности выделяющих это подмн-во в W. Но проверка каждого из этих свойств и есть некоторый вычисл. процесс, называемый опытом. Эти опыты соответствуют мн-ву $\mathfrak{M}^*$. Исходы опытов позволяют судить о том, где находится W^* в W (напр., отбрасывать некоторые подмн-ва, не имеющих общих частей с W^*) и о том, целесообразно ли ставить последующие опыты, уточняющие его местонахождение. Часто полезно делать опыты, для которых $\alpha \overline{\in} \mathfrak{M}^*$, но которые также сужают W или подготавливают благоприятные условия для проведения опытов, соответствующих контрольному мн-ву $\mathfrak{M}^*$. В большинстве приложений правила отбора вариантов соответствуют обобщенному принципу оптимальности. Пусть задано некоторое осн. мн-во X. Обозначим мн-во конечных по-

следовательностей вида

$$p = (x_1, \ldots, x_{k_p}); \quad x_i \in X; \quad 1 \leqslant i \leqslant k_p \quad (1)$$

через $P(X)$. В этом мн-ве выделено некоторое подмн-во допустимых последовательностей $W(X) \subseteq P(X)$. В свою очередь во мн-ве $W(X)$ выделено подмн-во полных допустимых последовательностей $\overline{W}(X) \subseteq W(X)$. Пусть задана последовательность вида (1). l-м начальным отрезком этой последовательности будет последовательность вида

$$p_l = (x_1, \ldots, x_l); \quad 1 \leqslant l \leqslant k_p \quad (2)$$

и q-м конечным отрезком — последовательность вида

$$p^{(q)} = (x_q, x_{q+1}, \ldots, x_{k_p}); \quad 1 < q \leqslant k_p. \quad (3)$$

Если $q = l + 1$, то соответствующие части p наз. сопряженными. Рассмотрим две допустимые последовательности p_1 и p_2. В p_1 выделены l-й начальный отрезок p_{1l_1} и $(l_1 + 1)$-й конечный отрезок $p_1^{(l_1+1)}$; в p_2 — l_2-й начальный отрезок p_{2l_2} и $(l_2 + 1)$-й конечный отрезок $p_2^{(l_2+1)}$. Если функционал Φ, определенный на мн-ве $W(X)$, обладает тем свойством, что из $p_{1_{l_1}} \in W(X)$; $p_{2_{l_2}} \in W(X)$; $p_1^{(l_1+1)} \equiv p_2^{(l_2+1)}$; $\Phi(p_{1_{l_1}}) > \Phi(p_{2_{l_2}})$ следует $\Phi(p_1) < \Phi(p_2)$, то он называется монотонно рекурсивным.

Пусть $\sup\limits_{p \in \overline{W}(X)} \Phi(p) = a$. Последовательность $p^* \in \overline{W}(X)$ наз. максимальной, если $\Phi(p^*) = a$. Пусть задана допустимая последовательность p. p-родовым мн-вом будет подмн-во $\sigma(p) \subseteq \overline{W}$, состоящее из элементов, у которых p является начальным отрезком. Мн-вом продолжений $P(p)$ наз. совокупность всех конечных отрезков элементов p-родового мн-ва, сопряженных с p. Теперь можно сформулировать обобщенный принцип оптимальности. Если задан монотоннорекурсивный функционал Φ и две допустимые последовательности p_1 и p_2, причем

$$\Phi(p_1) < \Phi(p_2); \quad P(p_1) \subseteq P(p_2),$$

то элементы мн-ва $\sigma(p_1)$ не могут быть максимальными.

Обобщенный принцип оптимальности лежит в основе построения оператора сужения во многих задачах опт-ции, в которых варианты допустимых решений строятся в виде последовательности векторов и в которых на начальных отрезках этих последовательностей определен функционал, обладающий свойством монотонной рекурсивности.

В качестве примера применения схемы П. а. в. рассмотрим задачу унификации изделий. Пусть при выполнении некоторого проекта требуется применить N видов изделий, причем изделие i-го вида в к-ве a_i единиц ($i = 1, \ldots, N$). Стоимость выпуска партии изделий i-го вида объема x_i выражается ф-цией

$$f_i(x_i) = \begin{cases} c_i + b_i x_i, & \text{если } x_i > 0; \\ 0, & \text{если } x_i = 0, \end{cases}$$

причем $c_i, b_i > 0$, $c_{i_1} \leqslant c_{i_2}$, $b_{i_1} \leqslant b_{i_2}$ при $i_1 < i_2$. Известно, что изделия k-го вида могут применяться вместо изделий видов $\{m_i^{(k)}\}$ из подмн-ва M_k, причем для любого $l \leqslant k$ из того, что $l \in M_k$, следует, что $M_l \subseteq M_k$. Требуется определить, какие изделия и в каком к-ве надо выпускать, чтобы обеспечить выполнение проекта, по критерию минимума общих затрат на выпуск изделий.

Назовем частичным вариантом длины k последовательность $\sigma_1, \ldots, \sigma_k$, где σ_i принимает значение 0 или 1. $\sigma_i = 0$ соответствует тому, что изделия i-го типа не выпускаются, $\sigma_i = 1$ — тому, что изделия i-го типа выпускаются. Для произвольного мн-ва M введем обозначение:

$$\sigma M = \begin{cases} M, & \text{если } \sigma = 1; \\ \varnothing, & \text{если } \sigma = 0. \end{cases}$$

Назовем частичный вариант завершенным, если $\bigcup\limits_{i=1}^{k} \sigma_i M_i$ содержит все индексы от 1 до k. Полный вариант — это завершенный вариант длины N. При решении описанной задачи оператор сужения строится на основе исходов сравнения оценок двух завершенных частичных вариантов длины k. Под оценкой варианта $\Sigma_k^{(k)} = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_k\}$ понимают величину

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} \sigma_i c_i + \sum_{i=1}^{k} a_i b_{k_i},$$

где

$$k_i = \min_{\{l \mid i \in M_l;\ l \leqslant k;\ \sigma_l = 1\}} l.$$

Если $s_k^{(1)}$, $s_k^{(2)}$ — оценки двух завершенных вариантов $\Sigma_1^{(k)}$ и $\Sigma_2^{(k)}$ длины k и $S_1^{(k)} < S_2^{(k)}$, то мн-во полных вариантов, являющееся продолжением $\Sigma_2^{(k)}$, отбрасывается. Приведенное правило отбора вариантов, если его применяют систематически, дает точное и полное решение задачи. На основе применения этого правила можно построить эффективный алгоритм решения задачи унификации.

Схема П. а. в. с успехом применяется для решения большого к-ва задач оптим. планирования и проектирования. Особенно полезным метод П. а. в. оказывается при построении алгоритмов решения дискретных, комбинаторных задач: задачи анализа *транспортных сетей* и размещения предприятий, задачи проектирования протяженных объектов (трубопроводов, дорог), задачи диагностики неисправностей, задачи теории расписаний и т. п. *Ветвей и границ метод*, широко применяемый для решения дискретных задач, можно рассматривать как разновидность П. а. в. со специфическими правилами развития и отбора

вариантов. П. а. в. разработан в 1960 в Вычисл. центре АН УССР (теперь Ин-т кибернетики АН УССР).

Лит.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2. *В. С. Михалевич, Н. З. Шор.*

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ МЕТОД — один из итеративных методов решения математических задач. См. *Операторных уравнений способы решения, Приближенных методов общая теория.*

ПОСТА ИСЧИСЛЕНИЯ — класс *исчислений*, предложенных амер. математиком Э. Л. Постом (1897—1954). П. и. можно рассматривать как математическое уточнение интуитивного понятия *алгоритма*. В этом смысле они эквивалентны другим уточнениям (см. *Тьюринга машина, Нормальные алгорифмы*).

П. и. наз. четверка вида $\mathfrak{N} = \langle A, \mathfrak{A}, P, \pi \rangle$, где A — алфавит исчисления, $\mathfrak{A}$ — список слов в алфавите A, называемый аксиомами, P — алфавит переменных, причем $A \cap P = \varnothing$, π — список правил вывода, имеющих вид

$$\begin{array}{c} G_{1,1}p_{1,1}G_{1,2}p_{1,2} \ldots G_{1,n_1}p_{1,n_1}G_{1,n_1+1} \\ G_{2,1}p_{2,1}G_{2,2}p_{2,2} \ldots G_{2,n_2}p_{2,n_2}G_{2,n_2+1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{G_{m,1}p_{m,1}G_{m,2}p_{m,2} \ldots G_{m,n_m}p_{m,n_m}G_{m,n_m+1}}{G_1p_1G_2p_2 \ldots G_np_nG_{n+1}}. \end{array} \quad (1)$$

где $G_{i,j}$ $(1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n_i + 1)$, G_k $(1 \leqslant k \leqslant n + 1)$ — некоторые конкретные слова в алфавите A, а $p_{i,j}$ $(1 \leqslant i \leqslant m,\ 1 \leqslant j \leqslant n)$, p_k $(1 \leqslant k \leqslant n)$ — некоторые (не обязательно различные между собой) буквы алфавита P.

Слово Q наз. выводимым из слов $Q_1, \ldots, Q_m$ по правилу (1), если для каждой переменной $p_{i,j}$ и p_k найдется такое слово в алфавите A, что, если подставить все эти слова на все места вхождения соответствующих переменных в правило (1), то получим выражение вида

$$\begin{array}{c} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ \hline Q \end{array}.$$

Список слов наз. выводом в исчислении $\mathfrak{N}$, если каждое его слово является либо аксиомой, либо выводимо из предыдущих слов по одному из правил вывода. Слово D наз. выводимым в исчислении $\mathfrak{N}$, если существует вывод, последним словом которого является слово D. Доказано, что любое рекурсивно-перечисленное мн-во слов в алфавите A можно получить как мн-во всех выводимых слов в подходящем П. и., имеющем только конечное число аксиом и правил вывода. Э. Пост доказал, что этот же результат справедлив для более узкого класса исчислений, т. н. нормальных канонических исчислений, все правила вывода которых имеют вид Q_p/pQ_1.

Вместе с тем, П. и., у которых правила вывода имеют вид $\dfrac{Qp}{Q_1p}$, порождают только *события регулярные* в теории автоматов.

П. и. оказались очень удобными для сведения их к различным алгоритмическим проблемам дискретной математики и теоретической кибернетики. Тем самым была доказана алгоритмическая неразрешимость целого ряда проблем, напр., проблема тождества слов в полугруппах, проблема распознавания полноты для конечных автоматов и др. См. *Полноты проблема* в теории автоматов.

Лит.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [библиогр. с. 373—374]; Post E. L. Formal reductions of the general combinatorial decision problem. «American journal of mathematics», 1943, v. 65, № 2. *М. И. Кратко.*

ПОСТА КОМБИНАТОРНАЯ ПРОБЛЕМА — массовая проблема, заключающая в распознавании свойства сочетаемости списков. П. к. п. сформулировал и доказал ее алгоритм. неразрешимость амер. математик Э. Пост (1897—1954). Списком наз. любой конечный упорядоченный набор конечных слов в некотором алфавите. Два списка: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ и $B_1, B_2, \ldots, B_n$, состоящие из одинакового числа слов, наз. сочетаемыми, если найдется хотя бы одна последовательность индексов $i, j \ldots l$ $(1 \leqslant i, j, \ldots, l \leqslant n)$, для которой совпадают слова $A_iA_j \ldots A_l$ и $B_iB_j \ldots B_l$, полученные приписыванием друг к другу соответствующих слов.

П. к. п. является примером *неразрешимой алгоритмической проблемы*, если алфавит содержит более одной буквы, т. е. не существует алгоритма, позволяющего для любой пары списков узнать, сочетаемы или нет эти списки. Оказывается неразрешимой даже более узкая массовая проблема, заключающаяся в распознавании сочетаемости списков, содержащих фиксированное число слов (напр., если только это число не меньше 88). Алгоритм. неразрешимость многих массовых проблем в *автоматов теории*, в *лингвистике математической* и в некоторых др. разделах теоретической *кибернетики* была доказана методом сведения П. к. п. к этим массовым проблемам.

Лит.: Марков А. А. Теория алгорифмов. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1954, т. 42 [библиогр. с. 373—374]; Post E. L. A variant of a recursively unsolvable problem. «Bulletin of the American Mathematical Society», 1946, v. 52, № 4. *Г. С. Плесневич.*

ПОСТА МАШИНА — разновидность *Тьюринга машины*, названная так по имени Э. Поста.

ПОТЕНЦИАЛОВ МЕТОД — один из методов решения *транспортной задачи.*

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ СТРУКТУРА ЦВМ — элементная структура, обеспечивающая выполнение логических преобразований над информационными потенциальными сигналами. Эти сигналы могут быть представлены не только уровнями потенциала, а и значениями тока, при этом обязательным является внеш. управление спадом сигналов.

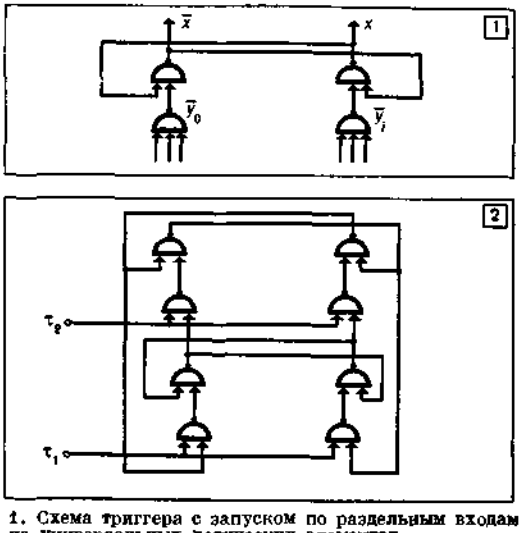
Использование потенциальных сигналов обеспечивает простую реализацию логич. операций *конъюнкции* и *дизъюнкции*, поскольку для элементов соответствующих *комбинационных схем* не требуется синхронизации передачи информации, а необходимо лишь, чтобы длительность входных сигналов была достаточной для окончания переходных процессов и съема информации. Операция инверсии при потенциальных сигналах достаточно просто реализуется на основе активного элемента усилителя-инвертора или на основе *триггера*, который, кроме выполнения своих осн. функций, играет роль и восстанавливающего элемента соответствующих уровней сигнала.

В связи с тенденцией уравнивания стоимости пассивных *логических элементов ЦВМ* и активных элементов, а также в связи с выгодами от унификации элементов на практике широко применяются устр-ва, содержащие пассивный элемент, реализующий операцию дизъюнкции или конъюнкции, и активный элемент, реализующий операцию инверсии. Результатом такого совмещения является потенциальный универсальный логич. элемент, реализующий функции типа $\overline{x \vee y}$ или $\overline{x \cdot y}$, каждая из которых удовлетворяет условию функциональной полноты.

Для П. э. с. ЦВМ с использованием универсального элемента триггер состоит из универсальных элементов. При этом оператор триггера имеет вид: $\bar{x}y_0 \vee y_1 = \overline{\overline{x \cdot \bar{y}_0} \cdot \bar{y}_1}$, где y_0 и y_1 — входные сигналы по двум раздельным входам, x — выход триггера. Для получения инвертных значений аргументов y_0 и y_1, кроме двух универсальных элементов, на реализацию собственно триггера требуются еще два универсальных элемента, которые могут также реализовывать конъюнкции входных переменных (рис. 1). В приведенных обозначениях универсального элемента стрелки, направленные к сегменту, соответствуют логич. входам совпадения, а точка на сегменте обозначает выполнение инверсии. Комплексы элементов потенциальной структуры выполняются, как правило, функционально избыточными с целью обеспечения достаточной гибкости при синтезе схем из этих элементов. Так, кроме элементов с одной ступенью комбинационной логики, перед инвертором часто используют элементы с двумя такими ступенями (тип $\overline{x_1 \cdot y_1 \vee x_2 \cdot y_2}$), расширяют набор триггерных элементов и т. д.

Информационные потенциальные сигналы обусловили для данной элементной структуры применение системы прямых гальванических (потенциальных) связей между элементами, благодаря которым обеспечивается непрерывность преобразуемых сигналов. В условиях потенциальных связей почти не применяются спец. *элементы задержки*, смещающие сигналы во времени. Для предотвращения зависимости входных сигналов триггеров от их состояния для П. э. с. ЦВМ обычно используют в накапливающих схемах двухтактную систему обмена информацией (см. *Логический задерживающий элемент*). Одна из тактирующих серий управляет съемом выходной информации с триггеров накапливающей схемы, называемых основными, и обеспечивает передачу информации и одновременно ее логич. преобразование во вспомогательные триггеры, а другая серия сигналов обеспечивает передачу со вспомогательных триггеров на основные.

Часто функциональные преобразования информации во время действия одной и другой серий являются идентичными. Простым примером двухтактной схемы служит реализация счетного каскада из двух триггеров с раздельными входами (рис. 2). Сигналы обоих тактовых серий τ_1 и τ_2 выбираются с длительностью, соответствующей, в большинстве случаев, времени переключения одного триггера (включая время прохождения сигнала запуска триггера через его комбинационные логич. схемы). Кроме того, сигналы τ_1 и τ_2 необходимо сдвинуть на полпериода, чтобы между ними не было временнóго перекрытия.

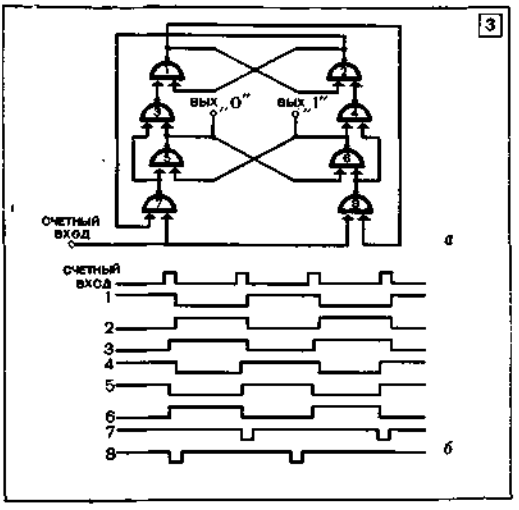


1. Схема триггера с запуском по раздельным входам на универсальных логических элементах.
2. Двухтактная схема счетного каскада с двумя шинами запуска.

Практически в П. э. с. ЦВМ используется несколько разновидностей двухтактной синхронизации. Среди них варианты с раздельной, т. е. двухпроводной подачей двух тактовых серий, причем полярность тактовых сигналов обеих серий чаще всего одинакова. В последнее время получили распространение варианты схем П. э. с. ЦВМ с однопроводной подачей тактовых сигналов, при этом также реализуется двухтактный режим, поскольку часть переключений в схеме реализуется при подаче тактового сигнала, остальная часть переключений выполняется лишь после прекращения тактового сигнала.

Как пример, на рис. 3 приведена схема счетного каскада с однопроводной подачей тактовых

сигналов (*а*), использующая, как и схема на рис. 2, два триггера с раздельным запуском, и временна́я последовательность процессов схемы (*б*), причем универсальные элементы схемы и соответствующие им эпюры выходных сигналов обозначены одинаковыми цифрами. Однопроводный вариант двухтактной синхронизации из-за невозможности избыточного разнесения во времени двух различных тактов предъявляет более жесткие требования к разбросу времени переключения элементов, однако выгоды однопроводного за-



3. Схема счетного каскада с однопроводной подачей тактовых сигналов (*а*) и временна́я диаграмма процессов (*б*).

пуска схемы для ее интегрального исполнения часто являются доминирующим фактором. Получили практическое распространение также схемы П. э. с. ЦВМ, имеющие многотактную синхронизацию. В частности, применение многотактной синхронизации целесообразно для случаев, когда рабочая частота логич. узла существенно ниже, чем рабочая частота используемых элементов. Распространение схем П. э. с. ЦВМ с однотактной синхронизацией (без применения дополнительных триггеров) и с использованием явления кратковременного запоминания информации носит весьма ограниченный характер из-за трудностей обеспечения требуемой надежности и низкой технологичности производства реактивных элементов.

Развитие и применение вариантов схем П. э. с. ЦВМ связано с переходом на технологию микроэлектронных *интегральных схем*, позволяющую получать в едином производственном цикле все радиодетали, полупроводниковые приборы, соединительные провода, используемые для построения логич. узла. Именно П. э. с. ЦВМ обеспечивает развитие интегральных микроэлектронных схем. Здесь просто реализуется схема универсального элемента для построения осн. логических узлов. П. э. с. ЦВМ можно реализовать без емкостей, индуктивностей, микроминиатюризировать которые очень сложно. П. э. с. ЦВМ очень удобна и тем, что для ее реализации можно использовать для элементов миним. число различных компонентов (можно ограничиться транзисторами и сопротивлениями).

На современном этапе развития вычислительной техники П. э. с. ЦВМ, по сравнению с *импульсной элементной структурой ЦВМ*, *потенциально-импульсной элементной структурой ЦВМ*, имеет следующие недостатки: повышенный расход аппаратуры на реализацию схем с памятью, повышенное потребление мощности, трудности формирования сигналов по длительности, которые проявляются в значительно меньшей степени, чем ее преимущества. См. также *Элементная структура ЦВМ*. *Э. И. Комухаев.*

ПОТЕНЦИА́ЛЬНО-ИМПУЛЬСНАЯ ЭЛЕМЕ́НТНАЯ СТРУКТУ́РА ЦВМ — структура, содержащая триггеры с импульсным запуском и потенциальными выходами — прямым и инверсным, потенциальные и импульсно-потенциальные вентили, а также потенциальные инверторы и формирующие элементы. В основе работы структуры лежит использование *триггеров статических*, переключаемых импульсными сигналами. На входах триггеров широко применяются импульсно-потенциальные вентили, управляемые триггерами (в т. ч. и тем триггером, входом которого является данный импульсно-потенциальный вентиль) или потенциальными инверторами по потенциальному входу. Наличие разрешающего потенциала на вентиле обуславливает прохождение импульса, поступающего на его вход. При этом импульсно-потенциальный вентиль служит не только для преобразования информации, но и для преобразования вида информационного сигнала: потенциальный сигнал преобразуется в импульсный, чтобы информация, выраженная им, запоминалась затем на триггере.

Применяя в П.-и. э. с. ЦВМ различные виды сигналов, удобно строить и комбинационные, и накапливающие схемы, причем для этих схем тут не требуется спец. синхронизации, которая необходима соответственно в чисто импульсных и чисто потенциальных схемах (см. *Импульсная элементная структура ЦВМ*, *Потенциальная элементная структура ЦВМ*). Поскольку аргументы ф-ций передаются с выходов триггеров с помощью потенциальных сигналов, импульсные сигналы, как носители информации, образуются при помощи генераторов единиц обычно в виде двух управляющих серий импульсов — кодовых и сдвиговых. Примеры диодных потенциальных вентилей совпадения и разделения приведены на рис. 1. Ф-ции этих вентилей зависят от выбора соответствия между логич. и физич. значениями сигналов, причем при изменении соответствия на обратное вентиль совпадения становится вентилем разделения, а вентиль разделения — вентилем совпадения.

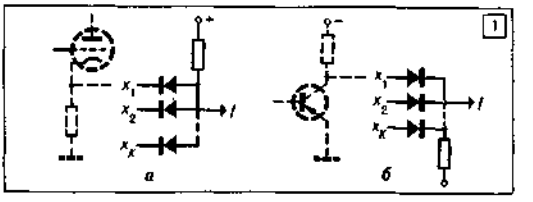
Реализация ф-ций от большого числа аргументов на указанных вентилях имеет значи-

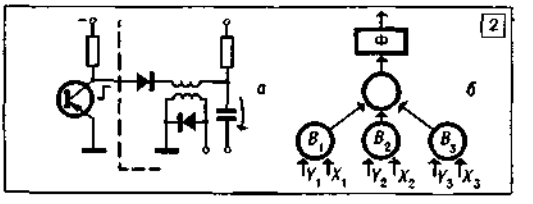
тельные достоинства в смысле удобства и экономии аппаратуры при синтезе схем. Импульсно-потенциальные вентили служат для реализации конъюнкции двух аргументов, выраженных потенциальным и импульсным сигналами, и для преобразования потенциального сигнала в импульсный. Они являются связывающими звеньями между потенциальными *логическими элементами ЦВМ* и триггерами, а также передают информацию с одних триггеров на другие в процессе ее переработки.

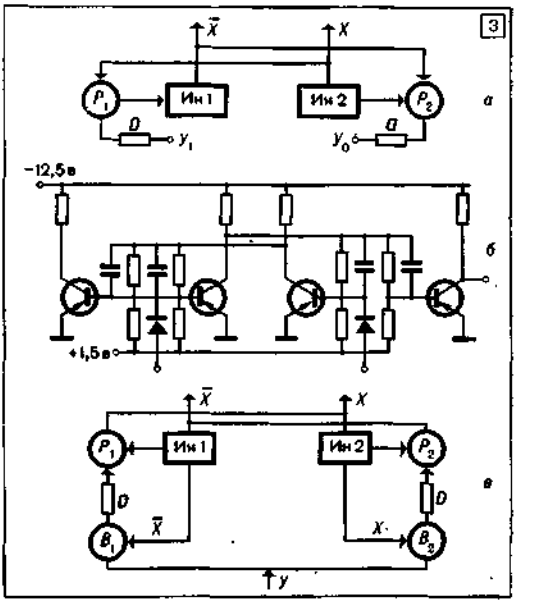
Чаще всего импульсно-потенциальный вентиль (рис. 2, *а*) состоит из цепи диода и трансформатора с ударным возбуждением, по которому проходит ток лишь в момент поступления импульса при разрешающем значении потенциала, соответствующем логич. значению «1». Выбор разрешающего значения потенциала определяется условием прохождения тока вентиля через переменное сопротивление источника потенциала. Так, при использовании в машине полупроводниковых усилителей потенциал можно снимать непосредственно с коллектора. При этом удобно реализовать логич. ф-ции прямо на входах триггеров, а сами ф-ции могут иметь вид: $\varphi = X_1Y_1 \vee X_2Y_2 \vee X_3Y_3$, где X_i и Y_i — соотв. потенциальные и импульсные сигналы (рис. 2, *б*). Некоторые из сигналов X_i и Y_i могут быть константами. При $X_1 = X_2 = X_3 = 1$ данный вентиль выполняет ф-цию $\varphi = Y_1 \vee Y_2 \vee Y_3$, т. е. является устройством разделения импульсных сигналов. Конструктивно он представляет собой трансформатор с несколькими первичными и одной вторичной обмотками, на которых осуществляются операции *конъюнкции* и *дизъюнкции* соответственно.

Инверсия логич. величин, представленных импульсными сигналами в рассматриваемой П.-и. э. с. ЦВМ, непосредственно не реализуется (т. к. нет необходимого для этого устр-ва, реагирующего на одновременное поступление двух импульсных сигналов); инверсия логич. переменных, представленных потенциальными сигналами, выполняется непосредственно с помощью инвертора либо косвенно — с помощью триггеров. Триггер в П.-и. э. с. ЦВМ имеет два выходных сигнала — прямой X и инверсный $\overline{X}$ (рис. 3, *а*), каждый из которых снимается с соответствующего выходного элемента триггера в зависимости от выбора кодирования «1» и «0». Функционирование триггера в П.-и. э. с. ЦВМ можно описать следующими логическими выражениями: для триггера с раздельными входами $X = \overline{\overline{X} \vee \underset{\to \delta u}{Y_1} \vee \underset{\to \delta u}{Y_0}}$, для триггера со счетным входом $X = \overline{X} \vee \underset{\to \delta u}{\overline{X}Y} \vee \underset{\to \delta u}{XY}$. Здесь X — прямой выходной сигнал триггера, Y_1 и Y_0 — входные импульсные сигналы, поступающие соответственно на единичный и нулевой входы триггера с раздельными входами; Y — импульсный сигнал, поступающий на счетный вход триггера со счетным входом; $\to \delta u$ — задержка на единицу дискретного времени. Иногда для повышения мощности выходных сигналов и предотвращения влияния реакции нагрузки (которая может привести к ложным переключениям), на выходах триггера устанавливаются катодные либо эмиттерные повторители или усилители (рис. 3, *б*).

На входах триггера устанавливаются вентили, выполняющие определенные логич. ф-ции и преобразующие потенциальные входные сигналы в импульсные, от которых срабатывает триггер. Съем информации с выходного элемента триггера и ввод на его входной







1. Потенциальные схемы: *а* — совпадения; *б* — разделения.
2. Потенциально-импульсные вентили: *а* — принципиальная схема с входным потенциальным сигналом от усилителя на транзисторе; *б* — блок-схема группы вентилей с выходным формирователем Ф.
3. Схемы триггера: *а* — блок-схема; *б* — принципиальная схема на полупроводниках с выходным усилителем; *в* — блок-схема триггера в счетном режиме.

элемент новой информации в данной П.-и. э. с. ЦВМ выполняется однотактным способом. Условие обмена информацией в триггере можно выразить следующим образом: сигнал, снимающий информацию с триггера, и сигнал, переключающий триггер, не должны пересекаться во времени. Т. к. обычно сигнал съема и переключающий сигнал образуются одновременно, последний задерживают на время действия сигнала съема. Эта задержка, как правило, осуществляется радиотех. средствами (*D* на рис. 3, *в*). Несоблюдение этого условия приводит к ошибкам. Введение задержки на входе триггера, в частности, позволяет организовать более экономичную, чем в др. элементных структурах, схему триггера со счетным входом.

Для надежной работы триггера величина задержки должна обеспечивать временно́е смещение сигнала, равное длительности рабочего импульса. Макс. частота переключения триггера при этом определяется соответствующим выбором миним. времени между окончанием переключающего сигнала на входе триггера (т. е. на входе его задержки) и началом сигнала, снимающего новую информацию с триггера и поступающего на вход вентиля, управляемого триггером. Это время наз. разрешающей способностью триггера. Во избежание ее уменьшения задержка на входе триггера не должна смещать входной сигнал более, чем на величину длительности сигнала. Для управления триггерами предусматриваются две смещенные синхронизирующие серии импульсных сигналов. Длительность этих сигналов выбирают в зависимости от времени переключения триггера с целью достижения необходимой его надежности, причем стремятся к тому, чтобы эта длительность была минимальной. Это способствует уменьшению требуемых величин задержек на входах триггеров и достижению лучших скоростных и конструктивных характеристик П.-и. э. с. ЦВМ. Период следования управляемых сигналов и смещение между их сериями во времени зависит от полного времени переключения триггера, и выбирается таким образом, чтобы на импульсно-потенциальных вентилях к моменту поступления импульса успевал устанавливаться разрешающий потенциал.

К несомненным достоинствам П.-и. э. с. ЦВМ следует отнести небольшой расход аппаратуры при построении вычисл. устр-в. По расходу мощности П.-и. э. с. ЦВМ уступает импульсной структуре, но превосходит потенциальные. Недостатком П.-и. э. с. ЦВМ следует считать чувствительность к импульсным помехам, а также наличие в ее составе реактивных элементов, что затрудняет микроминиатюризацию и исполнение элементов в интегральном варианте. См. также *Элементная структура ЦВМ*.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301].

Г. И. Корниенко.

ПОТЕНЦИА́ЛЬНО-НУЛЕВАЯ ТО́ЧКА — узел электронной цепи, потенциал которого пренебрежимо мал по сравнению с потенциалами других узлов при произвольных установившихся режимах работы цепи. Получение П.-н. т. является важной задачей при построении электронных моделей. Решают ее, как правило, используя электронные следящие системы. Типичным примером П.-н. т. является суммирующая точка *усилителя операционного*. Получение П.-н. т. используется при синтезе *квазианалоговых моделей*. См. также *Потенциально-нулевых точек метод*.

ПОТЕНЦИА́ЛЬНО-НУЛЕВЫХ ТО́ЧЕК МЕ́ТОД — один из способов синтеза электронных *квазианалоговых моделей* различных объектов. Сущность метода заключается в том, что в электронной цепи — квазианалоге решаемой задачи или моделируемого объекта — определяется ряд узлов, обращение в нуль потенциалов которых приводит к тому, что потенциалы остальных узлов оказываются пропорциональными искомым неизвестным величинам. Чаще всего в качестве ур-ний квазианалога в этом случае используются ур-ния метода узловых напряжений. В схему квазианалоговой модели вводятся регулируемые источники напряжения или тока так, чтобы они могли изменять потенциалы выбранных узлов. При решении задачи на квазианалоговой модели величины напряжений или токов этих источников изменяют (вручную или автоматически, с помощью электронных следящих систем) так, чтобы обеспечить обращение в нуль всех потенциалов выбранных узлов. Различают параллельный (одновременный) и последовательный (поочередный) варианты П.-н. т. м. При параллельном методе *потенциально-нулевые точки* получают путем использования электронных следящих систем по одной на каждую точку. Уменьшить число следящих систем позволяет последовательный вариант П.-н. т. м. Использование его приводит к *динамического моделирования методу*. Способ изменения величин напряжений или токов регулируемых источников (уравновешивания электронной цепи) должен обеспечить сходимость этого процесса (см. *Устойчивость модели*).

Обобщением П.-н. т. м. является метод эквипотенциальных точек, особенностью которого является то, что для обеспечения эквивалентности модели и объекта в отношении получаемых результатов необходимо обеспечить равенство потенциалов в ряде выбранных пар узлов. Наиболее характерным примером применения П.-н. т. м. является построение схемы *усилителя операционного*. Напряжение, действующее во входной цепи такого усилителя, практически близко к нулю, и это обеспечивает выполнение матем. операций над входными напряжениями без существенных погрешностей. Усилитель постоянного тока с большим отрицательным коэфф. усиления выполняет здесь ф-ции электронной следящей системы. Другим примером применения П.-н. т. м. может служить построение уравновешиваемых квазианалоговых моделей систем линейных алгебр. ур-ний и алгебр. объектов, т. н. «альфа», «ро», «сигма» и др. аналогов. При синтезе схем квазиотрицательных сопротивлений и

дельта-аналоговых моделей алгебраических объектов применяется метод эквипотенциальных точек.

Лит.: Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564].

В. В. Васильев.

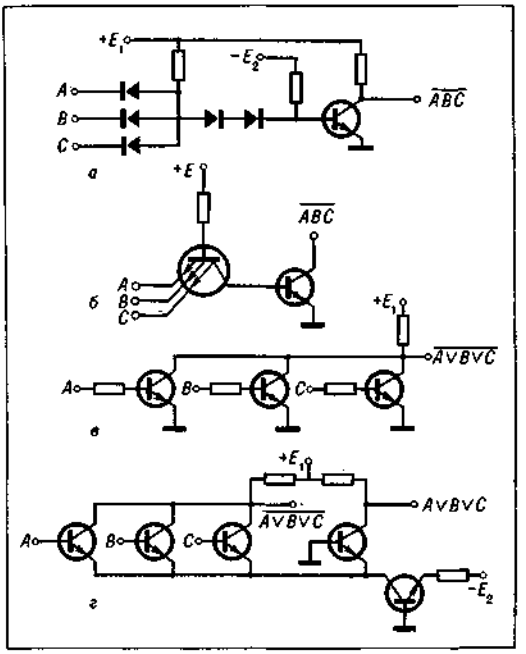
ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ — логические элементы, предназначенные для преобразования информационных сигналов потенциального вида. Сигналы этого вида характеризуются наличием логического управления их длительностью. П. л. э. имеют только непосредственные гальванические связи, передающие и переходные, и установившиеся значения сигналов. П. л. э. классифицируют по их назначению и по характерным их компонентам, из которых они построены. Кроме того, П. л. э. различают по некоторым особенностям их функционирования, напр., по режиму работы транзисторов (схемы с насыщением или без него), по размещению источника переключаемого тока и т. д.

Осн. функциональными типами П. л. э. являются схемы совпадения (схемы «И»), схемы разделения (схемы «ИЛИ») и инверторы (схемы «НЕ») потенциальных сигналов. Эти схемы выполняются в виде отдельных элементов и в виде типовых сочетаний. Широко распространенными сочетаниями служат схемы с активным выходом «И—НЕ», «ИЛИ—НЕ», «И—ИЛИ—НЕ», каждая из которых реализует универсальный *логический элемент ЦВМ* (см. *Дискретных элементов система*).

Классификационный перечень П. л. э. по типу компонентов весьма разнообразен. Обычно в интегральном исполнении чаще всего используются П. л. э. диодно-транзисторной логики (схемы ДТЛ), транзисторно-транзисторной логики (схемы ТТЛ), резисторно-транзисторной логики (схемы РТЛ; их вариант, приведенный на рис., наз. также схемами МТЛНС, т. е. модифицированной транзисторной логики с непосредственными связями) и транзисторной логики с эмиттерными связями (схемы ТЛЭС). На рис. приведены характерные примеры этих схем, выполняющих логические функции $\overline{A \cdot B \cdot C}$, $\overline{A \vee B \vee C}$. Наиболее просты в изготовлении схемы РТЛ, они позволяют получить сравнительно высокое быстродействие (время задержки распространения сигнала порядка 40 *нсек*) при небольшом потреблении мощности (около 5 *мвт*).

Недостатком схем РТЛ являются низкие значения коэфф. разветвления и помехоустойчивости. Схемы ДТЛ труднее изготовить, но они позволяют достичь хорошего компромисса между такими параметрами, как задержка распространения сигнала, нагрузочная способность, помехоустойчивость и потребляемая мощность. Схемы ТТЛ являются развитием схем ДТЛ в том смысле, что для них входная цепь «И» выполнена в виде многоэмиттерного транзистора, и этим достигается уменьшение паразитной емкости входной цепи. Схемы ТТЛ более быстродействующие, чем схемы ДТЛ. Недостаток их — меньший коэфф. разветвления по входу. Еще большее быстродействие схем ТЛЭС, в которых транзисторы не входят в насыщение, в отличие от рассмотренных выше схем, где возникают задержки из-за насыщения транзисторов. В схемах ТЛЭС используют принцип переключения токов при малых изменениях входных напряжений. Недостаток ТЛЭС — повышенная потребляемость мощности и низкая помехоустойчивость.

Характерными отечественными комплексами П. л. э. из числа получивших наибольшее



Схемы потенциальных логических элементов: *а* — диодно-транзисторной логики; *б* — транзисторно-транзисторной логики; *в* — резисторно-транзисторной логики; *г* — транзисторной логики с эмиттерными связями.

внедрение являются системы: «Урал-10», «МИР-1» (обе на основе схем ДТЛ), элементы «БЭСМ-6» (на основе схем ТЛЭС), «Тропа» (на основе схем РТЛ) и некоторые другие. Комплекс «Урал-10» (как и «МИР-1») включает осн. универсальный логический элемент «И—НЕ»—модули А, Б и Г (их время переключения составляет соответственно 0,25, 0,63 и 6,3 *мксек*) и модули трех других типов. Элементы «БЭСМ-6» за счет эффекта токового переключения обеспечивают время переключения осн. элемента около 30 *нсек*, причем при нагрузке 6—8 модулей это время не превышает 50 *нсек*. Кроме осн. элемента, которым является быстродействующий усилитель—переключатель тока с диодной логикой на входе, в данной системе есть и отдельные диодные логические схемы, спец. усилитель для работы на высокочастотный кабель и ячейка световой индикации. Для уменьшения длины связей использу-

ют платы с двусторонним монтажом. Комплекс П. л. э. «Тропа» составлен из шести *интегральных схем* типа универсального логического элемента с возможностями подключения дополнительно не более шести входов для образования логических функций «И» либо «ИЛИ». Для данных П. л. э. задержка составляет величину порядка 40 *нсек*, мощность рассеивания 11—26 *мвт*, нагрузочная способность 2—8.

Интенсивно развиваются П. л. э. на основе интегральных схем ТТЛ, позволяющие значительно улучшить большинство тех. параметров. Дальнейшие перспективы улучшения рабочих параметров П. л. э. и снижение стоимости реализации во многом связаны с повышением уровня их интеграции. См. также *Потенциальная элементная структура ЦВМ*.

Лит.: Петров В. П. Проектирование цифровых систем контроля и управления. М., 1967; Шигин А. Г. Цифровые вычислительные машины (элементы и узлы). М., 1971 [библиогр. с. 315—317].

Э. И. Комухаев.

ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОД — метод обучения распознаванию образов, основанный на аппроксимации решающей функции с помощью разложения ее в ряд по известной системе функций (см. *Распознавание образов*, *Обучение распознаванию образов*). При реализации П. ф. м. предполагается, что *решающее правило* может быть представлено в виде

$$d = \operatorname{sign} \sum_{i=1}^{n} c_i \varphi_i (x), \qquad (1)$$

где x — распознаваемый сигнал, d — ответ *распознающей системы* о принадлежности сигнала x к тому или иному классу, $\varphi_i(x)$ — заранее известные ф-ции от сигнала, c_i — заранее неизвестные коэффициенты, подлежащие определению в процессе обучения. При этом $N \leqslant \infty$. В случае, если $N=\infty$, коэффициенты c_i должны удовлетворять определенному условию, а именно: ряд c_i^2/λ_i^2 должен быть сходящимся при некоторых λ_i^2, которые также образуют сходящийся ряд. При конечном N совокупность ф-ций $\varphi_i(x)$ можно рассматривать как оператор, отображающий мн-во сигналов x в N-мерное пространство признаков. Поскольку справедливо предположение (1), в N-мерном пространстве признаков мн-ва, соответствующие различным классам, линейно разделимы, в силу чего это пространство наз. спрямляющим пространством. Т. о., задача обучения заключается в отыскании гиперплоскости в спрямляющем пространстве, разделяющей два мн-ва, соответствующие разным классам.

Процесс обучения заключается в последовательном изменении вектора $c = \{c_1, c_2, \ldots, c_N\}$ по следующему алгоритму. Пусть после предъявления сигналов $x^1, x^2, \ldots, x^{t-1}$ в процессе обучения был получен вектор c^{t-1}. Пусть предъявлен сигнал x^t, которому в спрямляющем пространстве соответствует вектор $\varphi^t = \{\varphi_1(x^t), \varphi_2(x^t), \ldots, \varphi_N(x^t)\}$. Одновременно с предъявлением этого сигнала указывается величина d^t — его принадлежность к тому или иному классу. В результате предъявления сигнала x^t вектор c^{t-1} заменяется вектором c^t, вычисляемым по ф-ле

$$c^t = c^{t-1} + \alpha (c^{t-1}, \varphi^t, d^{*t}) \varphi^t, \qquad (2)$$

где величина $\alpha(c^{t-1}, \varphi^t, d^{*t}) = d^{*t} - \operatorname{sign} \times (c^{t-1}, \varphi^t)$. Ф-ла (2) означает, что изменение вектора c происходит лишь в том случае, когда отнесение сигнала x распознающей системой к тому или иному классу не соответствует действительной принадлежности этого сигнала.

В случае, когда размерность спрямляющего пространства велика, пользуются видоизменением алгоритма (2). Для этой цели вводится ф-ция $K(x, y) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(x) \varphi_i(y)$, называемая потенциальной ф-цией. Значение ф-ции $K(x, y)$ при некоторых x, y наз. потенциалом, наведенным в точке x наличием сигнала в точке y. Для любого распознаваемого сигнала вычисляется сумма потенциалов, наведенных в этой точке сигналами из некоторого мн-ва X^+, соответствующего одному классу, и аналогичная сумма для мн-ва X^-, в которое входят некоторые сигналы другого класса. Сигнал относится к тому или другому классу в зависимости от того, какая из этих сумм больше.

Видоизменение описанного выше алгоритма (2) заключается в формировании мн-в X^+ и X^-. Пусть после предъявления $t-1$ сигнала были сформированы мн-ва X_{t-1}^+ и X_{t-1}^-. Пусть предъявлен очередной сигнал x_t и указан требуемый ответ d_t^*. Если ответ распознающей системы, вычисляемый по формуле

$$d = \operatorname{sign}\left[\sum_{x \in X_{t-1}^+} K(x^t, x) - \sum_{x \in X_{t-1}^-} K(x^t, x)\right], \qquad (3)$$

совпадает с требуемым ответом, то мн-ва X^+ и X^- не изменяются. В противном случае сигнал x^t включается во мн-во X^+, если $d_t^* = +1$ или во мн-во X^-, если $d_t^* = -1$. Обе описанные реализации П. ф. м. полностью эквивалентны друг другу. В этом можно убедиться, подставив в ф-лу (3) приведенное выше выражение для $K(x, y)$. П. ф. м. является обобщением алгоритмов *персептрона*.

Лит.: Айзерман М. А., Браверман Э. М., Розоноэр Л. И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М., 1970 [библиогр. с. 384].

М. И. Шлезингер.

ПОТЕ́РИ ИНФОРМА́ЦИИ при поиске — невыдача *информационно-поисковой системой* документов, релевантных данному запросу.

Коэффициент П. н. при поиске Q связан с *коэффициентом полноты поиска* R соотношением $Q = 1 - R$. См. *Релевантность документа, Эффективность информационного поиска* техническая.

ПОТОК БЕЗ ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ — *поток случайный*, обладающий тем свойством, что числа событий в непересекающихся интервалах времени — независимые случайные величины. Пусть $X(t)$ — число событий П. б. п. в интервале $(0, t)$, $Y(t)$ — число различных моментов событий П. б. п. в том же интервале, $t_1, \ldots, t_{Y(t)}$ — эти моменты. Тогда $X(t) = \nu(t_1) + \ldots + \nu(t_{Y(t)})$, где $\nu(t)$ — независимые при различных t *случайные величины*, совокупность которых не зависит от траектории процесса $Y(t)$. Если $MY(t) < \infty$, то $Y(t) = Y_1(t) + Y_2(t)$, где $Y_1(t)$ и $Y_2(t)$ — независимые *случайные процессы*, причем $Y_1(t)$ — число событий некоторого *Пуассона потока* в интервале $(0, t)$, $Y_2(t)$ — число событий в интервале $(0, t)$ некоторого ординарного сингулярного потока. Эти события независимы в совокупности и могут происходить лишь в моменты разрыва ф-ции $MY(t)$. П. б. п. однозначно в вероятностном смысле характеризуется ф-цией $M(t) = MY(t)$, условной вероятностью $p_k(t)$ того, что произойдет k событий потока в момент t при условии, что хотя бы одно такое событие произошло, и вероятностями $q(\tau_i)$ того, что произойдет хотя бы одно событие в каждый из моментов τ_i разрыва ф-ции $M(t)$. См. также *Свойство отсутствия последействия*. *И. Н. Коваленко.*

ПОТОК В СЕТИ — *модель математическая* однородных физических потоков, например, потоков однопродуктовых грузов по *транспортной сети*, потоков однотипной информации в сетях связи, потоков жидкости в трубопроводе и т. п.

Граф Бержа (I, U) определяет следующую сеть. Каждой дуге $(i, j) \in U$ поставлено в соответствие неотрицательное число r_{ij} — ее пропускная способность. Каждой вершине $i \in I$ поставлено в соответствие действительное число d_i — ее интенсивность, причем $\sum_{i \in I} d_i = 0$. Тогда П. в. с. наз. ф-ция x_{ij}, определенная на мн-ве U и удовлетворяющая следующим условиям:

$$\sum_{j \in I_i^+} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-} x_{ji} = d_i, \qquad i \in I \qquad (1)$$

$$0 \leqslant x_{ij} \leqslant r_{ij}, \qquad (i, j) \in U, \qquad (2)$$

где $I_i^+ = \{i \mid (i, j) \in U\}$, $I_i^- = \{j \mid (j, i) \in U\}$.

Значение x_{ij} наз. величиной потока по дуге (i, j). Ур-ния (1) являются ур-ниями сохранения или непрерывности. Они отражают тот факт, что для любой вершины разность между величиной вытекающего потока и величиной втекающего потока должна равняться ее интенсивности. Неравенства (2) указывают на то, что величина потока по дуге не должна превышать пропускной способности этой дуги. *И. М. Мельник.*

ПОТОК В СЕТИ НЕОДНОРОДНЫЙ — *модель математическая* многопродуктовых грузопотоков по *транспортной сети*.

В отличие от *потока в сети* в П. в с. н. каждой вершине $i \in I$ поставлен в соответствие p-мерный вектор интенсивностей $(d_i^1, \ldots, d_i^k, \ldots, d_i^p)$, где d_i^k — k-я интенсивность этой вершины, причем $\sum_{i \in I} d_i^k = 0$ для $k = 1, 2, \ldots, p$. Тогда П. в с. н. наз. вектор-ф-ция $x_{ij} = (x_{ij}^1, \ldots, x_{ij}^k, \ldots, x_{ij}^p)$, определенная на мн-ве U и удовлетворяющая следующим условиям:

$$\sum_{j \in I_i^+} x_{ij}^k - \sum_{j \in I_i^-} x_{ji}^k = d_i^k; \qquad (1)$$

$$i \in I, \qquad k = 1, \ldots, p;$$

$$\sum_{k=1}^{p} x_{ij}^k \leqslant r_{ij}; \qquad (i, j) \in U; \qquad (2)$$

$$x_{ij}^k \geqslant 0; \quad (i, j) \in U; \qquad k = 1, \ldots, p.$$

Ф-ция x_{ij}^k $(k = 1, 2, \ldots, p)$, определенная на U, наз. k-м потоком. Значение x_{ij}^k наз. величиной k-го потока по дуге (i, j). Ур-ния (1) являются ур-ниями сохранения или непрерывности. Они отражают тот факт, что для любой вершины разность между величиной вытекающего k-го потока и величиной втекающего k-го потока должна равняться ее k-й интенсивности. Согласно условию (2), суммарная величина всех k-х потоков по каждой дуге не должна превышать ее пропускной способности *И. М. Мельник.*

ПОТОК ВЫХОДЯЩИЙ — *поток случайный*, образованный моментами окончания обслуживания требований в *массового обслуживания системе*. Изучение П. в. имеет важное значение, так как П. в. одних систем могут служить входящими потоками других систем. Известно, что П. в. n-линейной системы массового обслуживания с ожиданием при простейшем входящем потоке (см. *Пуассона поток*) с параметром λ и экспоненциальном распределении времени обслуживания с параметром μ является простейшим потоком с параметром $\lambda' = \min\{\lambda, n\mu\}$. На основании этого построена теория сложных систем массового обслуживания, состоящих из многих приборов и таких, что требования, обслуженные одним прибором, могут поступать для последующего обслуживания на другие приборы. Как правило, П. в. имеет более сложную вероятностную природу, чем входящий поток. Наблюдение П. в. может быть использовано для оценки распределений, связанных с функционированием системы массового обслуживания. *И. Н. Коваленко.*

ПОТОК ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ — *поток случайный* событий, которые могут происходить только в моменты времени вида $a + nh$, где a, h — постоянные числа, n — целые

числа из некоторого интервала (обычно $[0, \infty)$ или $(-\infty, \infty)$), характеризующийся тем, что в любой момент событие потока указанного вида может произойти с вероятностью p независимо от того, произойдут ли другие события. Реализацию П. г. можно представить последовательностью нулей и единиц, n-й символ которой является 1, если в момент $a + nh$ произошло событие потока, и 0 — в противном случае. Длина ξ серии единиц и длина η серии нулей в данной последовательности имеют геометрическое распределение

$$p\{\xi = k\} = (1-p)p^{k-1}, \quad p\{\eta = k\} = p(1-p)^{k-1}, \quad k \geqslant 1,$$

откуда и происходит название П. г. Если $h \to 0$, $p \to 0$ таким образом, что p/h стремится к конечному числу λ, то П. г. в пределе переходит в простейший поток (см. *Пуассона поток*) с интенсивностью λ. П. г. используется при исследовании случайных явлений в устройствах дискретного действия типа цифровых автоматов. *И. Н. Коваленко.*

ПОТО́К ИНФОРМАЦИО́ННЫЙ ЗА́МКНУТЫЙ — см. *Информационные потоки науки.*

ПОТО́К НЕСТАЦИОНА́РНЫЙ — *поток случайный*, для которого нарушается условие стационарности — неизменность распределений случайных векторов $\{\mu(\Delta_1), \ldots, \mu(\Delta_n)\}$, где $\mu(\Delta)$ — число событий потока в интервале Δ — при одновременном сдвиге всех Δ на любой отрезок. Обычно на практике П. н. можно рассматривать как стационарный на протяжении достаточно малого интервала времени (напр., поток телефонных вызовов в течение часа приближенно стационарен, в то время как в течение суток этот поток явно нестационарен). Иногда П. н. сводится к стационарному преобразованием времени (см. *Пуассона поток*). Во многих случаях П. н. являются асимптотически стационарными, т. е., если $x(t)$—число событий П. н. в интервале $(0, t)$, то при $\tau \to \infty$ случайный процесс $X(t+\tau) - X(\tau)$ сходится в смысле сходимости всех конечномерных распределений к числу событий в интервале $(0, t)$ стационарного потока. Модель П. н. используется при изучении систем, имеющих временные колебания в загрузке (напр., загрузка телефонной сети на протяжении суток). *И. Н. Коваленко.*

ПОТО́К ПРОСТЕ́ЙШИЙ — стационарный, с постоянной интенсивностью, *Пуассона поток.*

ПОТО́К РЕГУЛЯ́РНЫЙ — *поток случайный* на прямой, для которого вероятность происшествия событий в любой фиксированный момент времени равна 0. Пусть z_n — момент n-го события потока. Поток регулярен в том и только в том случае, если все z_n имеют непрерывные ф-ции распределения. Если поток является финитным, т. е. *математическое ожидание* $\Lambda(t)$ числа его событий в интервале $(0, t)$ (ведущая ф-ция) конечно при любом t, то необходимым и достаточным условием регулярности потока является непрерывность $\Lambda(t)$. Пусть матем. ожидание числа различных моментов событий потока в интервале $(0, t)$ — $M(t)$ (вообще говоря, $M(t)$ может быть меньше $\Lambda(t)$, т. к. в один и тот же момент возможно два или несколько событий потока). Если $M(t) < \infty$, то для регулярности потока необходима и достаточна непрерывность $M(t)$. Это утверждение справедливо также для потоков в n-мерном пространстве. *Поток с ограниченным последействием* есть П. р. в том и только том случае, если момент первого события потока после момента $t = 0$ имеет непрерывную ф-цию распределения. Стационарный случайный поток на прямой, число событий которого счетно,— всегда регулярен. Как показал советский математик А. Я. Хинчин, все финитные ординарные П. р. без последействия являются *Пуассона потоками.*

Любой П. р. без последействия X с конечным $M(t)$ имеет следующее строение. Существует поток Пуассона Y, для которого $M(t)$ является ведущей ф-цией; если в момент t происходит событие потока Y, то в этот же момент происходит ξ_t событий потока X. При этом ξ_t независимы в совокупности и имеют распределения, зависящие от t.

Регулярным иногда также называют случайный поток, который представляет собой последовательность событий, следующих через равные промежутки времени. *И. Н. Коваленко.*

ПОТО́К С ОГРАНИ́ЧЕННЫМ ПОСЛЕДЕ́ЙСТВИЕМ — *поток случайный* на полупрямой $t \geqslant 0$, который характеризуется следующим свойством: если $z_1, z_2, \ldots, z_n, \ldots$ — моменты событий потока, расположенные в порядке возрастания, то *случайные величины* $z_1, z_2 - z_1, \ldots, z_{n+1} - z_n, \ldots$ — независимы в совокупности. Наибольшее распространение получил частный класс П. с. о. п.— рекуррентные потоки, для которых все $z_{n+1} - z_n$ имеют одинаковые распределения при $n \geqslant 1$ и которые, следовательно, характеризуются распределением двух случайных величин z_1 и $z_2 - z_1$. В случае, если эти распределения экспоненциальны с одним и тем же параметром, П. с о. п. сводится к простейшему потоку (см. *Пуассона поток*). *И. Н. Коваленко.*

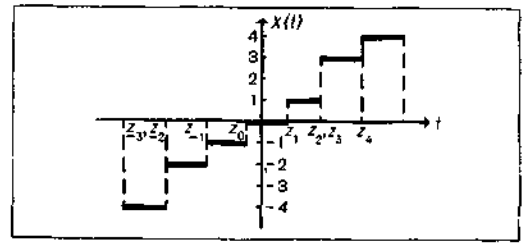
ПОТО́К СЛУЧА́ЙНЫЙ — зависящее от случая множество точек на прямой или в пространстве R произвольной природы. Понятие П. с. возникло в математике как отражение различных физ. явлений (потока вызовов в телефонии, потока транспортных единиц, потока клиентов на предприятиях массового обслуживания, скопление звезд и др.). Наиболее развита теория П. с. для случая, когда R — числовая прямая $\{-\infty < t < \infty\}$ или полупрямая $\{t \geqslant 0\}$.

Если точки числовой прямой или полупрямой интерпретировать как моменты времени, то точки, принадлежащие П. с., можно рассматривать как моменты времени, в которые происходят события П. с. Поэтому П. с. на прямой наз. также потоками однородных событий. Поток однородных событий задается случайным процессом $X(t)$, где $X(t)$ — число событий потока в полуинтервале $[0, t)$ при

$t \geqslant 0$; — $X(t)$ — число событий потока в полуинтервале $[t, 0)$ при $t < 0$. Поток однородных событий может быть задан и совокупностью конечномерных распределений $p_n(t_1, \ldots, t_n; k_1 \ldots, k_n) = P\{X(t_1) = k_1, \ldots, X(t_n) = k_n\}$, где n — любое натуральное число, $t_1, \ldots, t_n$ — любые моменты времени, $k_1, \ldots, k_n$ — любые целые числа ($k_i \geqslant 0$ при $t_i \geqslant 0$, $k_i \leqslant 0$ при $t_i \leqslant 0$). Такая совокупность конечномерных распределений эквивалентна совокупности конечномерных распределений *случайных величин* $\{Z_n\}$, $-\infty < n < \infty$, где Z_n однозначно определяется тем, что $X(t) < n$ при $t < Z_n$ и $X(t) \geqslant n$ при $t \geqslant Z_n$. При $n \geqslant 1$ Z_n — момент наступления n-го события П. с. (после нулевого момента). Пример случайного процесса $X(t)$ и случайных величин Z_n показан на рис. В общем случае несколько событий П. с. могут происходить и одновременно. В соответствии с этим, $X(t)$ может возрастать скачками, большими 1, а случайное мн-во, определяющее П. с., содержать повторяющиеся элементы. П. с., для которого процесс $X(t)$ с вероятностью 1 не имеет скачков, больших 1, наз. ординарным.

П. с. на прямой наз. стационарным, если при любом τ случайный процесс $Y_\tau(t) = X(t+\tau) - X(\tau)$ имеет такие же конечномерные распределения, как и процесс $X(t)$. П. с. в n-мерном пространстве наз. пространственно однородным, если для любого m и любых ограниченных борелевских мн-в $\Delta_1, \ldots, \Delta_m$ совместное распределение числа точек потока во мн-вах $\Delta_1, \ldots \Delta_m$ инвариантно относительно одновременного сдвига мн-в $\Delta_1, \ldots, \Delta_m$ на произвольный вектор n-мерного пространства. Каждый такой поток обладает интенсивностью μ и параметром λ. Интенсивность стационарного П. с. μ есть *математическое ожидание* числа событий потока на отрезке единичной длины. Параметр потока $\lambda = \lim\limits_{t \to 0} \frac{\omega(t)}{t}$, где $\omega(t)$ — *вероятность* того, что в фиксированном интервале длины t произойдет хотя бы одно событие потока. Для стационарного П. с. всегда справедливо неравенство $\lambda \leqslant \mu$, причем обе эти величины могут быть бесконечными. Для нестационарных П. с. также можно ввести характеристики, аналогичные параметру и интенсивности стационарного П. с.: мгновенная интенсивность $\mu(t) = \frac{d}{dt} M[X(t)]$, мгновенный параметр $\lambda(t) = \lim\limits_{\tau \to 0} \frac{\omega(t, \tau)}{\tau}$.

Для стационарных потоков однородных событий свойство ординарности потока эквивалентно тому, что вероятность происшествия двух или большего числа событий потока в интервале $(0, t)$ есть величина порядка $o(t)$ при $t \to 0$. Для стационарных ординарных П. с. $\lambda = \mu$ (теорема Королюка). Важными характеристиками стационарных П. с., помимо интенсивности и параметра, являются ф-ции Пальма-Хинчина. Если обозначить через $h_k(\tau, t)$ вероятность того, что в интервале $(0, \tau)$ произошло хотя бы одно событие П. с., а в интервале $(\tau, \tau + t)$ — k событий, предел $\varphi_k(t)$ отношения $h_k(\tau, t)$ к определенной выше вероятности $\omega(\tau)$ при $\tau \to 0$ будет k-й ф-цией Пальма-Хинчина. Любой стационарный П. с. с конечной интенсивностью обладает ф-циями Пальма-Хинчина. Ф-цию $\varphi_k(t)$ можно интер-



претировать как *вероятность условную* происшествия k событий П. с. в интервале длины t, следующим за событием П. с. Обозначим через $v_k(t)$ вероятность происшествия k событий стационарного П. с. в интервале длины t. Между ф-циями $v_k(t)$ и ф-циями Пальма-Хинчина существует взаимно однозначное соответствие, а именно:

$$v_0(t) = 1 - \lambda \int_0^t \varphi(u)\, du;$$

$$v_k(t) = \lambda \int_0^t [\varphi_{k-1}(u) - \varphi_k(u)]\, du, \quad k > 0.$$

Ф-ции $\varphi_k(t)$ могут быть определены равенствами

$$V_0'(t) = -\lambda\varphi_0(t); \quad V_k'(t) = -\lambda\varphi_k(t), \quad k > 0,$$

где $V_k(t) = v_0(t) + \ldots + v_k(t)$.

Наибольшее применение в теоретических исследованиях и практических задачах получили П. с., которые можно охарактеризовать достаточно простой системой параметров или функций. К таким П. с. относятся *поток с ограниченным последействием, Пальма поток, поток регулярный, поток без последействия, Пуассона поток* и *поток геометрический*.

Значительная часть теории П. с. связана с выяснением условий сходимости потоков сложной структуры, отражающих различные физ. процессы, к П. с. простой структуры. Так, при суммировании большого числа малоинтенсивных П. с. результирующий П. с. при весьма широких условиях будет близок к потоку Пуассона.

П. с. Пуассона появляется также в качестве предельного потока в схеме разрежения П. с. Пусть имеется последовательность П. с. в пространстве R произвольной размерности.

Обозначим через $\mu_n(\Delta)$ число точек n-го потока во мн-ве Δ, $\Delta \subset R$. Предположим, что для любой сферы Δ пространства R и некоторой последовательности $\psi_n \to \infty$ выполняется соотношение

$$P\left\{\left|\mu_n(\Delta)\left[\psi_n \int\limits_{\Delta} \lambda(x)\,dx\right]^{-1} - 1\right| < \varepsilon\right\} \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$$

при любом $\varepsilon > 0$, где $\lambda(x)$ — некоторая интегрируемая ф-ция. Пусть событие n-го П. с. остается в точке x с вероятностью $p(x)\psi_n^{-1}$, независимо от остальных событий, где $p(x) \times \times \lambda(x)$ — интегрируемая ф-ция. Тогда поток оставленных точек n-го потока при $n \to \infty$ сходится к П. с. Пуассона с пространственной плотностью $p(x)\lambda(x)$.

Рассмотрим П. с. с ограниченным последействием. Пусть $F(x)$ — ф-ция распределения интервала между событиями этого П. с.,

$$\varphi(s) = \int\limits_0^\infty e^{-sx} dF(x).$$

Если каждое событие П. с. оставлять с вероятностью ε и обозначить через γ/δ интервал между событиями П. с., которые были оставлены, то

$$M[e^{-s\gamma}] = \varepsilon\varphi(\delta s)\,[1 - (1-\varepsilon)\,\varphi(\delta s)]^{-1}.$$

Возможными пределами этого выражения при $\varepsilon \to 0$, $\delta \to 0$ могут быть лишь ф-ции вида

$$\varphi_0(s) = \frac{1}{1 + cs^\beta},$$

где $c > 0$, $0 < \beta \leqslant 1$. Случай $\beta = 1$ соответствует сходимости разреженного П. с. в измененном масштабе времени к П. с. Пуассона.

Большую роль играют П. с. при исследовании случайных процессов. Это потоки различного рода событий, связанных с поведением процесса: П. с. пересечений уровня, максимумов, точек перегиба и т. п. Во многих случаях имеет место близость П. с. такого рода к П. с. Пуассона. Пусть имеется стационарный гауссовский процесс с корреляционной ф-цией $\rho(s)$. Поток выходов такого процесса за неограниченно увеличивающийся уровень при соответствующем изменении масштаба времени сходится к П. с. Пуассона, если

$$\int\limits_0^b \frac{1}{s}\,[\rho''(s) - \rho''(0)]\,ds < \infty,$$

$$b > 0; \quad \rho(t) = O\left(\frac{1}{\ln t}\right),$$

$$\rho'(t) = O\left(\frac{1}{\sqrt{\ln t}}\right), \quad t \to \infty.$$

Многочисленные практические задачи привели к необходимости перенесения теории П. с. на пространства произвольной природы. В общем случае П. с. определяется следующим образом. Пусть Ω — пространство элементарных событий ω, $\mathfrak{A}$ — σ-алгебра событий, $P(A)$ — вероятностная мера, определенная при всех A из $\mathfrak{A}$. Тогда П. с. есть отображение пространства Ω в класс точечных мн-в заданного пространства R (напр., прямой). Обычно принимается предположение, согласно которому с вероятностью 1 в любой ограниченной части пространства (компакте) имеется лишь конечное мн-во точек П. с. При таком предположении П. с. можно задать случайной целочисленной мерой $\mu(\Delta, \omega)$, где Δ — любые ограниченные борелевские мн-ва пространства R, ω — точки пространства Ω, $\mu(\Delta, \omega)$ — число точек П. с., принадлежащих мн-ву Δ. Т. к. вследствие принятого условия мн-во точек пространства R, образующее П. с., конечно или счетно, то П. с. можно задать также последовательностью этих точек $\{x_n\}$, где $x_n = x_n(\omega)$.

Для потоков в пространстве произвольной размерности, заданных случайной мерой $\mu(\Delta, \omega)$, понятие ординарности определяется следующим образом. П. с. наз. ординарным, если с вероятностью 1 пространство R можно покрыть системой непересекающихся борелевских мн-в Δ_n, где Δ_n могут зависеть от ω так, что $\mu(\Delta_n\omega) \leqslant 1$ для всех n.

В последнее время исследованы ведущая мера и параметрическая мера П. с., заданного на произвольном измеримом пространстве (в частности, таковым является n-мерное пространство). Пусть П. с. задается случайной мерой $\mu(\Delta) = \mu(\Delta, \omega)$, где Δ — мн-ва заданного пространства, ω — элементарные события. Тогда **ведущей** мерой П. с. наз. ф-ция мн-ва Δ, равная матем. ожиданию $\mu(\Delta)$. **Параметрической мерой** П. с. наз. ф-ция мн-ва Δ вида

$$\lambda(\Delta) = \sup_{\{\Delta_\alpha\}} \sum_\alpha P\{\mu(\Delta_\alpha) > 0\},$$

где Δ_α — подмножества мн-ва Δ, образующие разбиение этого мн-ва и такие, что вероятности, фигурирующие в указанной сумме, имеют смысл. В довольно общих условиях на нестационарные потоки в измеримых пространствах переносится теорема Королюка в терминах ведущей меры и параметрической меры П. с. См. также *Поток нестационарный.*

Лит.: Хинчин А. Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М., 1963 [библиогр. с. 234—235]; Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [библиогр. с. 421—428]; Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 379—388].

И. Н. Коваленко.

ПРАГМА́ТИКА — раздел *семиотики,* изучающий отношение использующего знаковую систему (интерпретатора) к самой знаковой системе. П. изучает восприятие осмысленных выражений знаковой системы в соответствии с разрешающими способностями воспринимающего. Осн. идеи П. изложил амер. ученый Ч. Пирс (1839—1914), сформулировавший проблематику ее как семиотической дисциплины. Впоследствии П. получила развитие

в работах амер. матем. А. Чёрча (р. 1903) и др. авторов.

Теоретическая П. складывается как естественнонаучная теория. В П. принимаются некоторые гипотезы о свойствах и строении интеллекта, формулируемые на основе данных нейрофизиологии, экспериментальной психологии, *бионики*, теории *персептронов* и др. Накапливаемые в «памяти» интеллекта наблюдения могут служить исходными данными для обучения интеллекта, приводить к его самоорганизации и, следовательно, изменять его реакции при восприятии семантической системы (некоторый формальный интерпретированный язык). Проблематика теоретической П. примыкает к возникшей в последнее время области исследования — *программированию эвристическому*, изучающему правдоподобные рассуждения; результаты эвристического программирования необходимо учитывать при построении *искусственного разума*. Это обстоятельство является одним из стимулов к разработке *исчислений* с недедуктивными правилами вывода.

В настоящее время большое распространение получили и работы в области прикладной П. В частности, ряд исследований, проводимых в СССР, США и др. странах, посвящен эмпирическому анализу понимания людьми различных языковых выражений, изучению ритмики и стихосложения, а также разработке *информационно-поисковых систем* (одной из наиболее важных проблем П., относящейся к информационно-поисковым системам, является проблема сравнения и оценки различных информационных систем в зависимости от точек зрения потребителей). Эти работы играют роль в разработке таких проблем, как автомат. *распознавание образов*, *машинный перевод* и т. п. Областью прикладной П. является т. н. роботика — теория построения искусственных интеллектов (роботов). Существует также связь между П. и проблемами космических коммуникаций. Т. о., исследования по моделированию умственной и творческой деятельности человека тесно связаны с проблематикой П. Прагматический подход к проблемам логики оказывается весьма интересным и в исследованиях по основаниям математики.

Лит.: Martin R. M. Toward a systematic pragmatics. Amsterdam, 1959; Карнап Р. Значение и необходимость. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 357—360]; Greniewski H. Cybernetics without mathematics. Oxford — London — New York — Paris — Warszawa, 1960; Harrah D. Communication: a logical model. Cambridge. 1963 [библиогр. с. 107—111].

В. К. Финн.

ПРЕДИКАТ — одно из фундаментальных понятий *логики математической*, условие, сформулированное в терминах некоторого точного логико-математического или неформального языка. П. содержит обозначения для произвольных объектов некоторого класса (переменные). При замещении переменных именами объектов данного класса П. задает точно определенное высказывание. Примерами П. могут служить выражения $(x > 2)$, $(x + 3) = y$, $(x > 3$ и $y < x)$. При замещении x на 2 и y на 5 второй из приведенных П. определяет истинное высказывание, а остальные два — ложные. Возможны и другие варианты определения П. Так, иногда производят естественное отождествление, считая, что семейство равносильных условий задает один и тот же П. Высказывание можно рассматривать как частный случай П. с «фиктивными» переменными и т. п.

А. Г. Драгалин.

ПРЕДИКАТИВНОСТЬ — особенность, связанная со способами определения множеств в *множеств теории*. Пусть множество M определяется как совокупность всех элементов x, удовлетворяющих условию $\mathfrak{A}(x)$. Если при этом формулировка условия $\mathfrak{A}(x)$ такова, что для ее понимания требуется привлечь класс множеств G, такой, что $M \in G$, то говорят, что определение множества M непредикативно. Непредикативные определения часто встречаются в обычных формулировках теории множеств (напр., в системе ZF Цермело—Френкеля), где в условиях $\mathfrak{A}(x)$ фигурируют неограниченные кванторы по всем множествам и в качестве G можно взять универсуум всех множеств.

Давно замечено, что все парадоксы теории множеств содержат непредикативные определения, и это может служить основанием для того, чтобы считать именно непредикативные определения причиной парадоксов. Простейший способ ограничения непредикативности осуществляется в простой теории типов Уайтхеда и Рассела, где все множества делятся на типы и само множество имеет более высокий тип, чем его элементы. Но при этом определяющие условия $\mathfrak{A}(x)$ все же могут содержать кванторы того же типа, что и тип x, и даже более высоких типов. Более радикально непредикативность устраняется в разветвленной теории типов, фрагментом которой является т. н. предикативный анализ. В этих теориях каждое множество x определяется уже в строгом смысле предикативно. К сожалению, предикативные теории накладывают заметные ограничения на свободу обращения с множествами и поэтому развитие в рамках этих теорий содержательной математики затруднительно. С другой стороны, для предикативных теорий часто можно построить конструктивное доказательство их непротиворечивости.

Лит.: Клини С. К. Математическая логика. Пер. с англ. М., 1973 [библиогр. 451—465]; Fraenkel A. A., Bar-Hillel Y. Foundations of set theory. Amsterdam, 1958.

А. Г. Драгалин.

ПРЕДСКАЗАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕОРИЯ — раздел *случайных процессов теории*, в котором по наблюдениям одного процесса изучаются методы предсказания течения некоторого другого процесса, статистически связанного с наблюдаемым. Предположим, что *случайный процесс* $\xi(t)$ наблюдается на некотором мн-ве E. Требуется на основе наблюдений предсказать наилучшим образом значение *случайной величины* ζ, статистически связанной с $\xi(t)$, т. е. нужно найти случайную величину $\hat{\zeta}$, зависящую от результатов наблюдения, которую можно с наибольшим основанием приравнять ζ. Пусть для каждой пары

случайных величин η_1 и η_2 определено расстояние $\rho(\eta_1, \eta_2)$ между этими величинами; тогда $\rho(\zeta, \hat{\zeta})$ характеризует погрешность, возникающую от замены ζ на $\hat{\zeta}$. Основную задачу П. с. п. т. можно сформулировать так: необходимо найти такой функционал $\hat{\zeta} = f\{\xi(t), t \in E\}$ от наблюдаемых величин $\xi(t)$, $t \in E$, для которого $\rho(\zeta, \hat{\zeta})$ принимает наименьшее значение. В качестве возможных способов выбора расстояния (метрики) между η_1 и η_2 можно рассматривать $\rho(\eta_1, \eta_2) = P\{|\eta_1 - \eta_2| > \varepsilon\}$ при некотором $\varepsilon > 0$,

$$\rho(\eta_1, \eta_2) = M|\eta_1 - \eta_2|,$$

$$\rho(\eta_1, \eta_2) = M\frac{|\eta_1 - \eta_2|}{1 + |\eta_1 - \eta_2|},$$

где M — символ *математического ожидания*. П. с. п. т. наиболее разработана для случая среднеквадратичной метрики

$$\rho(\eta_1, \eta_2) = \{M[\eta_1 - \eta_2]^2\}^{1/2}.$$

Эту метрику мы и будем рассматривать в дальнейшем. Общая задача включает в себя в качестве частных случаев задачу *экстраполирования случайного процесса* (наблюдается $\xi(t)$ на E, нужно оценить $\zeta = \xi(t_0)$, $t_0 \overline{\in} E$), *фильтрации случайного процесса* (наблюдается на E $\xi(t) = x(t) + \eta(t)$, где $x(t)$ — полезный сигнал, $\eta(t)$ — шум, а нужно предсказать $\zeta = x(t_0)$), *интерполирования случайного процесса* (наблюдается $\xi(t)$ на $(-\infty, 0) \cup [T, +\infty)$, нужно предсказать $\zeta = \xi(\tau)$, $0 < \tau < T$). Оценка $\hat{\zeta}$ величины ζ с наименьшей среднеквадратичной погрешностью имеет вид

$$\hat{\zeta} = M\{\zeta/\xi(t), t \in E\}. \qquad (1)$$

Ф-ла (1) определяет условное матем. ожидание случайной величины $\hat{\zeta}$ при известных $\xi(t)$, $t \in E$. Использовать равенство (1) для получения ф-л, явно выражающих $\hat{\zeta}$ через $\xi(t)$, можно лишь в некоторых спец. случаях (напр., если имеются достаточно простые явные формулы условного распределения ζ при известных $\xi(t)$, $t \in E$).

Пример. Пусть на интервале $E = [0, T]$ наблюдается случайный процесс $\xi(t) = \nu \times g(t) + \eta(t)$, где $g(t)$ — известная ф-ция, $\eta(t)$ — гауссовский случайный процесс с известной *корреляционной функцией* $R_\eta(t, s)$ и $M\eta(t) = 0$, ν — случайная величина с известной плотностью распределения $h(x)$. Предположим также, что $\eta(t)$ и ν независимы. Требуется найти оценку $\hat{\nu}$ величины ν с наименьшей среднеквадратичной погрешностью. Оптим. оценку

$$\hat{\nu} = M\{\nu/\xi(t), t \in E\}$$

можно подсчитать, если дополнительно предположить, что интегр. уравнение

$$\int_0^T R_\eta(t, s)\, p(s)\, ds = g(t)$$

имеет решение $p_0(s)$, интегрируемое с квадратом на отрезке $[0, T]$. Тогда

$$\hat{\nu} = M\{\nu/\xi(t), 0 \leqslant t \leqslant T\} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} xh(x) \exp\left\{x\int_0^T \xi(t)\, p(t)\, dt - \frac{x^2}{2}\int_0^T g(t)\, p(t)\, dt\right\} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \exp\left\{x\int_0^T \xi(t)\, p(t)\, dt - \frac{x^2}{2}\int_0^T g(t)\, p(t)\, dt\right\} dx}.$$

В частности, если ν имеет нормальное распределение и $M\nu = 0$, $M\nu^2 = \sigma^2$, то

$$\hat{\nu} = \frac{\sigma^2 \int_0^T p(t)\, \xi(t)\, dt}{1 + \sigma^2 \int_0^T p(t)\, g(t)\, dt}$$

линейно выражается через результаты наблюдения $\xi(t)$.

Ограничение класса рассматриваемых функционалов только линейными или полиномиальными приводит к увеличению среднеквадратичной погрешности, но зато дает возможность в большем числе случаев получить явное решение, удобное для практического использования.

Задача линейного предсказания состоит в отыскании случайной величины $\tilde{\zeta}$, линейно выражающейся через $\xi(t)$, $t \in E$ и минимизирующей среднеквадратичную погрешность $M[\zeta - \tilde{\zeta}]^2$. Задачу линейного предсказания для случайных процессов впервые рассматривал А. Н. Колмогоров. По Колмогорову, эту задачу можно сформулировать геометрически так. Мн-во H всех случайных величин с конечной *дисперсией* можно рассматривать как гильбертово пространство (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), если под скалярным произведением двух случайных величин η_1 и η_2 понимать $(\eta_1, \eta_2) = M\eta_1\eta_2$. При таком выборе скалярного произведения $\{M[\eta_1 - \eta_2]^2\}^{1/2}$ — расстояние между η_1 и η_2. Пусть H_E — совокупность всевозможных комбинаций случайных величин $\xi(t)$, $t \in E$ и их пределов в смысле среднеквадратичной сходимости; H_E — подпространство в H. Всякий линейный функционал $\tilde{\zeta}$ от результатов наблюдения представляет собой случайную величину на H_E. Т. о., задача линейного предсказания может быть интерпретирована как задача отыскания в H_E случайной величины $\tilde{\zeta}$, наиболее близкой к ζ.

Такая случайная величина однозначно определяется соотношением

$$M[\zeta - \tilde{\zeta}]\,\xi(t) = 0 \qquad (2)$$

при всех $t \in E$.

Равенство (2) означает, что $\tilde{\zeta}$ есть проекция ζ на H_E, а $\zeta - \tilde{\zeta}$ — перпендикуляр из точки ζ на H_E. Погрешность предсказания $\sigma = \sqrt{M[\zeta - \tilde{\zeta}]^2}$ равна длине этого перпендикуляра. Соотношение (2) показывает, что осн. характеристиками, знание которых необходимо для решения задачи линейного предсказания, являются корреляционная ф-ция $B(t, s) = M\xi(t)\xi(s)$ процесса $\xi(t)$ и ф-ция $B_{\zeta\xi}(t) = M_{\zeta\xi}(t)$. Возможность ограничиться этими сравнительно простыми характеристиками является существенным достоинством линейной теории. В широком классе случаев (напр., когда все конечномерные распределения системы случайных величин $\{\zeta, \xi(t), t \in E\}$ — гауссовские) решение линейной задачи совпадает с оптим. предсказанием, вычисленным по ф-ле (1). Ур-ние (2) для определения $\tilde{\zeta}$ является основным в теории линейного предсказания и в различных конкретных задачах принимает спец. вид. Рассмотрим некоторые примеры.

Пример 1 (экстраполирование по конечному числу наблюдений). Предположим, что процесс $\xi(t)$ с известной корреляционной ф-цией $B_\xi(t, s) = M\xi(t)\xi(s)$ наблюдается в конечном числе точек $t_1, \ldots, t_n$. Пусть также известна ф-ция $B_{\zeta\xi}(t) = M\zeta\xi(t)$. Линейный функционал от наблюдаемых величин в данном случае можно записать в виде

$$\tilde{\zeta} = \sum_{k=1}^{n} c_k \xi(t_k),$$

где c_k необходимо найти из условия (2), которое превращается в систему линейных ур-ний

$$\sum_{k=1}^{n} c_k B_\xi(t_k, t_i) = B_{\zeta\xi}(t_i), \qquad (3)$$

$$i = 1, \ldots, n.$$

Пример 2. Предположим, что процесс $\xi(t)$ с известной корреляционной ф-цией $B_\xi(t, s)$ наблюдается на интервале $E = [0, T]$. Пусть λ_k и $\varphi_k^{(t)}$ — последовательности собственных значений и собственных функций интегр. ур-ния $\varphi(t) = \lambda \int_0^T B_\xi(t, s)\varphi(s)\,ds$.

Тогда на интервале $[0, T]$ процесс $\xi(t)$ может быть представлен в виде

$$\xi(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \frac{\varphi_k(t)}{\sqrt{\lambda_k}}, \qquad (4)$$

где $M\xi_k\xi_r = 0$, если $k \neq r$, $M\xi_k^2 = 1$. Из (4) следует, что $\tilde{\zeta}$ надо искать в виде $\sum_{k=1}^{\infty} c_k\xi_k$, а используя (2), получим

$$c_k = \sqrt{\lambda_k} \int_0^T B_{\zeta\xi}(t)\varphi_k(t)\,dt.$$

Пример 3. Пусть $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ — случайные процессы с известными ф-циями $B_{\xi\xi}(t, s)$ и $B_{\zeta\xi}(t, s) = M\zeta(t)\xi(s)$. Процесс $\xi(t)$ наблюдается на мн-ве E. Если наилучшую линейную оценку $\tilde{\zeta}(t_0)$ величины $\zeta(t_0)$ искать в виде

$$\int_E c(t, t_0)\,\xi(t)\,m(dt),$$

где $c(t, t_0)$ — неизвестная *весовая функция*, а $m(\cdot)$ известная мера на E, то из соотношения (2) получаем интегр. ур-ние для ф-ции $c(t, t_0)$

$$\int_E c(t, t_0)\,B_\xi(t, s)\,m(dt) = B_{\zeta\xi}(t_0, s), \qquad (5)$$

$$(s \in E),$$

являющееся интегр. ур-нием Фредгольма 1-го рода. Известны аналитические трудности, связанные с решением этого уравнения. Если

$$B_{\xi\xi}(t, s) = \sum_{j=1}^{n} \varphi_j(t)\,\Psi_j(s), \qquad t < s,$$

$$B_{\zeta\xi}(t, s) = \sum_{j=1}^{n} \chi_j(t)\,\Psi_j(s), \qquad t > s,$$

где $\varphi_j(t)$, $\Psi_j(t)$, $\chi_j(t)$ — некоторые известные ф-ции, $E = [0, T]$, $m(\cdot)$ — мера Лебега на отрезке $[0, T]$, то имеется метод, сводящий решение ур-нения (5) к решению системы линейных алгебр. ур-ний. Если процессы $\xi(t)$ и $\zeta(t)$ — стационарны и стационарно связаны, процесс $\xi(t)$ наблюдается на $E = (-\infty, s)$ и наилучшая оценка $\zeta(s + T)$ ищется в виде

$$\int_{-\infty}^{s} c(\tau)\,\xi(s - \tau)\,d\tau,$$

то ур-ние (5) принимает вид

$$\int_0^\infty c(\tau)\,B_\xi(v - \tau)\,d\tau = B_{\zeta\xi}(T + v), \qquad v \geqslant 0. \quad (6)$$

Ур-ние (6) наз. ур-нием Винера—Хопфа. Амер. математик Н. Винер (1894—1964), впервые рассматривавший задачи предсказания для случайных процессов с непрерывным временем, разработал метод решения этого ур-ния. В том случае, когда $B_\xi(u)$ и $B_{\zeta\xi}(u)$ являются преобразованиями Фурье дробно-рациональных ф-ций, для $c(\tau)$ можно получить явные выражения.

Если отказаться от требования линейности *алгоритма* обработки наблюдаемой реализа-

ции, то можно получить оценки, которые имеют меньшую среднеквадратичную погрешность, чем линейные оценки. В частности, если рассматривать для ξ оценки вида

$$c+\sum_{n=1}^{N}\int_0^T \ldots \int_0^T c_n(t_1, \ldots, t_n)\,\xi(t_1)\ldots$$
$$\ldots\,\xi(t_n)\,dt_1\ldots dt_n,$$

где $c_n(t_1, \ldots, t_n)$ — неизвестные весовые ф-ции, то из условия минимума среднеквадратичной погрешности можно получить для весовых ф-ций систему линейных ур-ний. Построение таких оценок требует знания моментных ф-ций рассматриваемых процессов включительно до порядка $2N$.

П. с. п. т. широко используется в *автоматического управления теории, распознавания образов*, радиотехнике, метеорологии.

Лит.: Яглом А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций. «Успехи математических наук», 1952, т. 7, в. 5; Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. М., 1960; Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., 1965 [библиогр. с. 648—654]; Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М., 1968 [библиогр. с. 458—460]; Миддлтон Д. Очерки теории связи. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 142—145].

М. И. Ядренко.

ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИЙ ФИЛЬТР — устройство, обрабатывающее некоторый входной сигнал таким образом, чтобы в каждый текущий момент времени на выходе этого устройства получать наиболее вероятное в смысле принятого критерия будущее значение этого входного сигнала. См. также *Винера—Хопфа уравнение* первого рода, *Фильтр*.

ПРЕДСТАВЛЕ́НИЙ ГРУПП ТЕО́РИЯ — раздел *групп теории*, в котором изучаются гомоморфные отображения абстрактной *группы* на группу *операторов линейных*. Пусть G — конечная группа с элементами $g_1, \ldots, g_m$; T — группа линейных операторов $\hat{T}_{g_i}$ в некотором пространстве R, гомоморфная группе G. Тогда группа T образует представление группы G. Если пространство R есть n-мерное векторное пространство, то любой его элемент $\vec{x}$ может быть разложен по n ортам $\vec{e}_k$, образующим базис этого пространства: $\vec{x} = x_1\vec{e}_1 + \ldots + x_n\vec{e}_n$. Определим оператор $\hat{T}_{g_i}$, полагая $\hat{T}_{g_i}\vec{e}_k = \sum_r T_{rk}(g_i)\,\vec{e}_r \quad (g_i \in G)$.

Таким образом, каждому элементу g_i группы G ставят в соответствие матрицу $T(g_i) = \|T_{rk}(g_i)\|_{r,k=1}^{n}$; совокупность матриц $T(g_i)$, когда элемент g_i пробегает всю группу G, также образует представление, называемое **матричным представлением** порядка n группы G. При переходе к новому базису $\vec{e}_i = \sum_k v_{ik}\vec{e}_k$ матрицы представления $T(g_i)$ испытывают преобразование подобия; представление группы G матрицами $V^{-1} \times T(g_i)\,V\,(g_i \in G)$ наз. **эквивалентным** по отношению к представлению матрицами $T(g_i)$. В теории линейных представлений групп (т. л. п. г.) обычно рассматривают унитарные представления как один из представителей класса эквивалентных представлений. Если группа матриц $T(g_i)$ $(g_i \in G)$ изоморфна группе G, то говорят, что эти матрицы дают точное представление группы G. Напр., циклическая группа третьего порядка состоит из трех элементов: $g_1 = a$, $g_2 = a^2$, $g_3 = a^3 = I$ — единичный элемент; эта группа изоморфна группе поворотов равностороннего треугольника на углы 120°, 240°, 0° или 360° вокруг оси, проходящей через центр треугольника перпендикулярно его плоскости или группе трех матриц:

$$T(g_1) = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T(g_2) = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix},$$

$$T(g_3) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Возможно также, что в пространстве R_n, в котором определена группа T, существует подпространство R_k $(k < n)$, инвариантное относительно всех операторов группы T, т. е. для каждого $\vec{x} \in R_k$ вектор $\hat{T}(g_i)\,\vec{x} \in R_k$; такое представление наз. **приводимым**. Выбрав в качестве первых k ортов в пространстве R_n орты подпространства R_k, все матрицы операторов группы T в этом случае можно представить в блочно-треугольной форме

$$T(g_i) = \left\| \begin{array}{c:c} T_1(g_i) & T_{12}(g_i) \\ \hdashline 0 & T_2(g_i) \end{array} \right\|.$$

Если в пространстве R_n не существует нетривиального инвариантного подпространства, то представление наз. **неприводимым**. Если пространство R_n можно разложить на инвариантные подпространства, в каждом из которых реализуется неприводимое представление, то говорят о **полной приводимости** или распаде представления T; при соответствующем выборе базиса матрицы этого представления имеют квазидиагональный вид

$$T(g_i) = \left\| \begin{matrix} \blacksquare & & & \\ & \blacksquare & & \\ & & \blacksquare & \\ & & & \blacksquare \end{matrix} \right\|.$$

Базис пространства R_n, в котором имеет место распад приводимого представления, наз. каноническим.

Аппарат т. л. п. г. широко используется в физике и химии при изучении симметричных

многоатомных молекул, кристаллов и различных симметричных квантовомеханических систем, в частности, в теории элементарных частиц. При этом под симметрией системы подразумевается инвариантность ее матем. или физ. модели относительно определенной группы линейных преобразований. Методы т. л. п. г. применяют также и в *автоматического управления теории*. В системах автомат. управления симметрия встречается в структуре системы и в периодичности ее функционирования. Симметрия обнаруживается также в элементах коррекции автомат. устр-в (цепочки, мосты, скрещенные схемы и др.), в подвижных объектах управления, состоящих из большого числа однотипных упругих элементов, в распределенных системах управления типа управляющих сред с волокнистой структурой, в системах управления производством и при анализе др. типов сложных систем управления с пространственно-временной симметрией. О представлениях непрерывных групп см. *Группы непрерывные*.

Лит.: Любарский Г. Я. Теория групп и ее применение в физике. М., 1958 [библиогр. с. 345—349]; Ленг С. Алгебра. Пер. с англ. М., 1968.

В. В. Удилов.

ПРЕОБРАЗОВА́НИЕ ПЕРИОДИ́ЧЕСКИ-ОПРЕДЕЛЁННОЕ — специальный тип преобразования на бесконечном в обе стороны k-позиционном регистре $X = (\ldots, x_1, x_0, x_{-1}, \ldots)$, т. е. таком регистре, что каждое x_i принимает значение из мн-ва $E_k = (0, 1, \ldots, k-1)$, $(-\infty < i < \infty)$. Под состоянием регистра X понимается бесконечная в обе стороны последовательность из элементов мн-ва E_k: $\tilde{\alpha} = (\ldots, \alpha_1, \alpha_0, \alpha_{-1}, \ldots)$, где α_i — состояние (значение) i-го элемента регистра. Пусть k — некоторое целое число, а $f(\tau_1, \ldots, \tau_n)$ — ф-ция k-значной логики (см. *Логика многозначная*), где аргументы $\tau_1, \ldots, \tau_n$ — нефиктивные. П. п.-о. $F_{k,f}$ регистра X, находящегося в состоянии $\tilde{\alpha} = (\ldots, \alpha_1, \alpha_0, \alpha_{-1}, \ldots)$, переводит этот регистр в новое состояние $\tilde{\beta} = (\ldots, \beta_1, \beta_0, \beta_{-1}, \ldots)$, которое определяется по формуле $\beta_i = f(\alpha_{i+k}, \alpha_{i+k+1}, \ldots, \alpha_{i+k+n-1})$, $(-\infty < i < \infty)$.

Число k наз. коэфф. преобразования $F_{k,f}$, а ф-ция f — базовой, или порождающей, ф-цией данного преобразования. Примером П. п.-о. является сдвиг $C_{k,f}$ на регистре X, где $f(\tau_1) = \tau_1$, коэфф. k указывает направление и число, на которое сдвигаются элементы регистра; при сдвиге вправо $k > 0$, влево — $k < 0$. Если регистр X является двухпозиционным ($E_2 = \{0, 1\}$), П. п.-о. $I_{k,f}$ при $k = 0$, $f(\tau_1) = \bar{\tau}_1$ реализует инверсию на регистре X. Обобщениями однорегистровых П. п.-о. являются П. п.-о. со вспомогательными переменными, а также многорегистровые П. п.-о., к которым относятся, напр., известные поразрядные логич. операции: *конъюнкции, дизъюнкции*, суммы (mod 2) и др. П. п.-о. на регистре и их обобщения предложил сов. математик В. М. Глушков (р. 1923) в связи с формализацией этапа блочного проектирования ЦВМ и для ряда др. задач. В частности, с помощью П. п.-о. можно осуществлять синтез микропрограмм арифм. и логич. операций, таких как сложение, умножение, сравнение и др., а также представлять операторы и некоторые синтаксические преобразования в алгоритм. языках программирования. См. также *Автомат регистровый*.

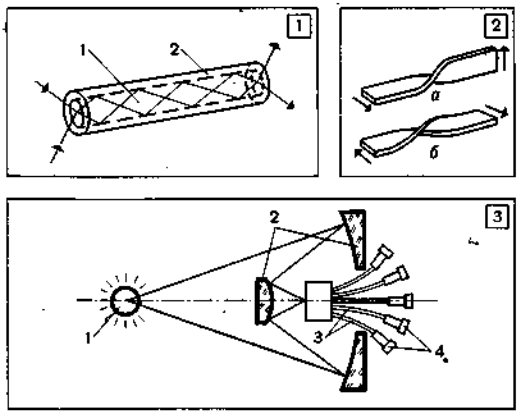
Лит.: Глушков В. М. Теория автоматов и вопросы проектирования структур цифровых машин. «Кибернетика», 1965, № 1; Ющенко Е. Л., Цейтлин Г. Е. Об алгебре многорегистровых операторов. «Кибернетика», 1971, № 2.

Г. Е. Цейтлин.

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛИ ВОЛОКО́ННЫЕ — оптические устройства, состоящие из системы тонких стеклянных волокон и служащие для преобразования формы кадра, увеличения освещенности, изменения размеров изображения и его ориентации, а также для решения других задач.

Каждое волокно (рис. 1) состоит из цилиндрической стеклянной сердцевины (1) малого диаметра (обычно от 1 *мкм* до десятых долей миллиметра), окруженной оболочкой (2) из стекла с меньшим показателем преломления. В результате луч, попавший на один из торцов волокна и претерпевший многочисленные полные внутренние отражения на границе раздела сердцевина — оболочка, выйдет на втором торце, передав соответствующую информацию о яркости элемента поверхности, соприкасающегося с входным торцом волокна.

Преобразователи формы кадра и поворотники изображения обычно формируются из волокон постоянного по всей длине диаметра. В преобразователях формы кадра входные торцы спекаются так, чтобы их сечение имело форму первичного изображения (напр., правильного круга, соответствующего диску пла-



1. Отдельное волокно: *1* — сердцевина; *2* — оболочка.
2. Поворотники изображения: *а* — на 90°; *б* — на 180°.
3. Схема волоконного дисектора изображения: 1 — источник света; 2 — выпуклое и вогнутое зеркала; 3 — элементы волоконного жгута; 4 — приемники изображения.

неты), а сечение выходных торцов образовывало другую фигуру (напр., полоску, размеры которой соответствуют входной щели спектрального прибора). Это позволяет максимально использовать световой поток, а следовательно значительно повысить разрешающую способность оптической системы. Поворотники изображения осуществляют поворот изображения на любой угол без изменения формы и размеров первичного изображения (рис. 2).

Преобразователями размеров кадра без изменения его формы являются фоконы. Они состоят из конических волокон, толстые и тонкие торцы которых уложены в таком же определенном порядке, как и в большинстве других преобразователей. Увеличение или уменьшение изображения определяется отношением диаметров входного и выходного торцов отдельного волокна и его длиной. Фокон может выполнять роль конического концентратора световой энергии, повышающего освещённость в области меньшего торца и увеличивающего отношение сигнал/помеха, что имеет большое значение для систем, работающих в инфракрасной области спектра. Фоконы применяют в *оптронах*. Здесь их роль чаще всего сводится к установлению наиболее эффективной оптической связи различных по размерам активной поверхности источника и приемника излучения, для размножения каналов оптической связи или решения обратной задачи.

К П. в. относятся также корректоры дисторсии и выравниватели поля изображения, преобразующие неплоское изображение в плоское, повышая тем самым разрешающую способность линзовых оптических систем. В некоторых сканирующих фотометрических и спектрофотометрических устр-вах применяют волоконные дисекторы изображения для перераспределения света в изображении источника с целью передачи его на несколько приемников излучения. Фокусировка лучей на входном торце П. в. осуществляется двухкомпонентной отражательной системой (рис. 3). Его выходной торец расчленен на несколько жгутов, каждый из которых посылает часть светового потока на отдельный приемник. Такая система позволяет регистрировать временные изменения свечения движущегося объекта. Благодаря использованию П. в. возможна разработка оптических вычислительных машин со значительно бо́льшей, чем в существующих ЭВМ, скоростью передачи сигналов между отдельными элементами и узлами.

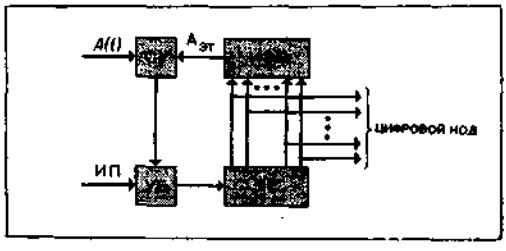
Лит.: Лисица М. П., Бережинский Л. И., Валах М. Я. Волоконная оптика. К., 1968 [библиогр. с. 270—276]; Свечников С. В. Элементы оптоэлектроники. М., 1971 [библиогр. с. 257—266]; Капани Н. С. Волоконная оптика. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 451—461].

М. П. Лисица.

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛИ ДВУХ И БО́ЛЕЕ ПЕРЕМЕ́ННЫХ — см. *Преобразователь функциональный.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛИ КОД-АНА́ЛОГ — то же, что и *цифро-аналоговые преобразователи.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛИ С ПОРАЗРЯ́ДНЫМ КОДИ́РОВАНИЕМ — аналого-цифровые преобразователи, основанные на использовании принципа потактного сравнения входной аналоговой величины с формируемой в процессе кодирования эталонной величиной, при котором в каждом такте отрабатывается по одному разряду *кода*. П. с п. к. служит в основном для преобразования напряжений. Для него характерно наличие источника эталонных величин (ИЭВ), сравнивающего устройства (СУ), числового регистра (ЧР) и управляющего блока (УБ) (см. рис.). Существует три основных разновидности этих преобразователей, отличающихся наборами входящих в них эталонных источников, сравнивающих устройств и управлением: в первой используется один *нуль-орган* (НО) и набор взвешенных эталонов по числу разрядов в коде; во второй разновидности (со сравнением и вычитанием) — набор взвешенных эталонов по числу разрядов и такое же количество вычитающих усилителей; в третьей разновидности (с удвоением разности) — один источник *эталонного напряжения*, набор вычитающих усилителей по числу разрядов и столько же усилителей (удвоителей разностного сигнала). Напр., в одном из П. с п. к. первой разновидности для кодирования электрических напряжений $U(t)$ основными узлами являются: нуль-орган, осуществляющий сравнение напряжения $U(t)$ с эталонным напряжением $U_{эт}$; блок эталонных напряжений (БЭН), вырабатывающий $U_{эт}$, эквивалентное коду в блоке регистра числа (БРЧ); блок управления преобразованием (БУП) и генератор тактирующих импульсов (ГИ). Каждый цикл однократного преобразования в П. с п. к. начинается с пускового импульса (ИП). БУП производит потактную выработку $U_{эт}$, сравнивает его с $U(t)$ и формирует в БРЧ, в зависимости от результатов сравнения, числовой код. Число тактов равно числу разрядов кода. Если кодирование в преобразователе осуществляется двоичным числовым кодом, в первом такте в старший по номеру n-й разряд БРЧ записывается «1». В БЭН формируется $U_{эт1} = \frac{1}{2}\alpha_n 2^n \Delta U$, где α_n — двоичная цифра («0» или «1») n-го разряда кода; ΔU — эталонное напряжение, эквивалентное единице младшего разряда. При $U(t) \geqslant U_{эт1}$ в n-м разряде остается «1», т. е. $\alpha_n = 1$; при $U(t) < U_{эт1}$ — единица стирается и вместо



Блок-схема аналого-цифрового преобразователя с поразрядным кодированием.

нее записывается «0», т. е. $\alpha_n = 0$. Во втором такте записывается «1» в следующий $(n-1)$-й разряд. В БЭН формируется $U_{эт2} = \frac{1}{2}(\alpha_n \times \times 2^n + \alpha_{n-1} 2^{n-1}) \Delta U$. Если $U(t) \geqslant U_{эт2}$, то $\alpha_{n-1} = 1$, если $U(t) < U_{эт2}$, то $\alpha_{n-1} = 0$ и т. д. В последнем n-м такте $U(t)$ сравнивается с $U_{этn} = \frac{1}{2}(\alpha_n 2^n + \alpha_{n-1} 2^{n-1} + \ldots + + \alpha_1 2) \Delta U$ и вырабатывается окончательное значение числового кода $N = \alpha_n 2^{n-1} + + \alpha_{n-1} 2^{n-2} + \ldots + \alpha_1 2^0$. *А. И. Кондалев.*

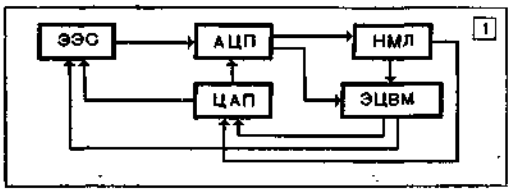
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ФОРМЫ ИНФОРМАЦИИ — специализированные устройства для связи и обмена информацией между объектами с различной формой представления величин. Помимо осн. операций — аналого-цифрового и цифро-аналогового преобразования — П. ф. и. выполняют ряд операций по первичной обработке преобразуемых величин: масштабирование, сглаживание, запоминание, аппроксимацию, сжатие и др., а также взаимоуправляющие операции по отношению к источникам и приемникам информации. Таким образом, П. ф. и. являются системными устройствами, конкретный состав выполняемых ими операций определяется информационными свойствами автомат. систем. П. ф. и. входят в такие системы: управления производственными процессами, управления подвижными объектами, автоматизации сложных экспериментов, в информационно-измерительные системы для централизованного сбора, регистрации и контроля информации и в аналого-цифровые моделирующие системы. Некоторые из перечисленных систем должны всегда работать в истинном масштабе времени, другие, в зависимости от характера решаемых задач,— либо в истинном, либо в трансформированном. П. ф. и. должны обеспечивать возможность осуществления указанных режимов.

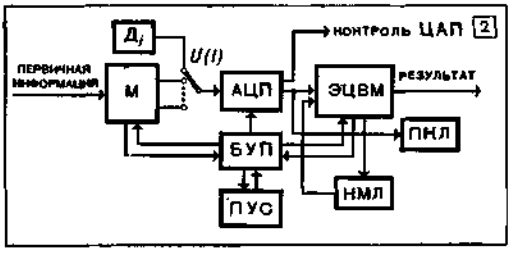
Системы управления характеризуются большим разнообразием свойств и параметров. Это приводит к необходимости изучения каждой системы в отдельности для определения и конкретных, и общих свойств, которыми обуславливаются тех., метролог. и эксплуатационные требования к П. ф. и. Осн. различия между П. ф. и. для систем управления технолог. процессами и П. ф. и. для исследовательских систем состоят в том, что первые являются составной частью управляющих машин, а вторые строятся как самостоятельные устройства, ориентированные на универсальные электронные цифровые вычисл. машины (ЭЦВМ). Показательна также большая широта и разнообразие тех. и метролог. параметров, которыми должны обладать П. ф. и. для научных исследований, а главное, их надо конструировать с определенным запасом различных свойств, обеспечивающих эффективное выполнение ими своих ф-ций в условиях требований, изменяющихся от эксперимента к эксперименту, от задачи к задаче. Эти осн. предпосылки следует принимать во внимание при разработках и исследованиях П. ф. и. К осн. параметрам П. ф. и. относятся: физ. природа сигналов на входе *аналого-цифровых преобразователей* (АЦП) и на выходе *цифро-аналоговых преобразователей* (ЦАП); число входных и выходных каналов; допустимые уровни и диапазон изменения аналоговых сигналов на входе и выходе; допустимая частота (скорость) изменения аналоговых сигналов на входе; система счисления и разрядность кодов на входе и выходе; погрешность преобразования; скорость преобразования; надежность (достоверность) результатов преобразования; входное сопротивление АЦП и выходное сопротивление ЦАП; типы вычисл. машин и внешних устройств, на сопряжения с которыми рассчитаны П. ф. и.; логич. и управляющие операции, выполняемые ими в системе; физ. компоненты, на которых реализуются счетно-логич. и функциональные узлы П. ф. и.; требования к эксплуатационным условиям; источники питания; стоимость.

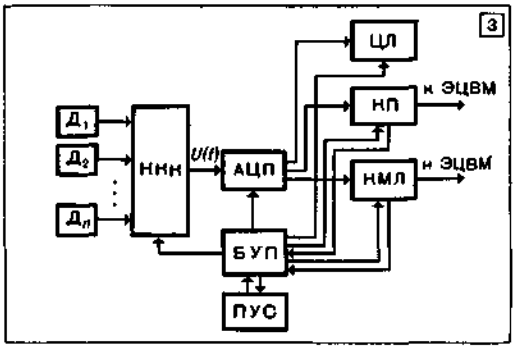
Во второй половине 60-х гг. 20 ст. создан ряд образцов П. ф. и. различного назначения. К числу наиболее ранних отечественных разработок относятся семейства устройств для контроля и регистрации технолог. параметров типа МАРС-100, МАРС-200, МАРС-300 и ЭЛРУ-1, ЭЛРУ-2. Все эти устройства работают в режиме обегающего контроля осн. параметров регулируемого процесса. С помощью АЦП значения измеряемых величин и контролируемых параметров преобразуются в числовую форму. Фактические значения контролируемых параметров сравниваются с заданными установками. В случае отклонения их на величину, превышающую допустимое значение, включаются регулирующие блоки, приводится в действие сигнализация, производится регистрация отклонившихся параметров. Был разработан ряд других устройств для автомат. регистрации, сигнализации и регулирования параметров различных технолог. процессов, наиболее универсальными из которых являются МАРС-УБ, ЭЛРУ-2М, ЭЛРУ-3, «Зенит-2», «Зенит-3», МППИ-1, ИВ-500 и др. П. ф. и. входят в состав устройств всех отечественных управляющих машин. Машина «Днепр-1» снабжена аналого-цифровым *преобразователем время-импульсным* с коммутатором входных каналов. В машине «Днепр-2» возможности преобразователей существенно расширены. В управляющей машине «ВНИИЭМ-1» имеется многоканальное универсальное устр-во преобразования аналоговых сигналов в цифровые и цифровых — в аналоговые. Управляющая машина «УМ-1-НХ» содержит 8-канальный АЦП напряжения в двоичный код. Для целей сопряжения аналоговых и цифровых машин в аналого-цифровых моделирующих системах в СССР был создан и выпускается серийно универсальный преобразователь «УП-1», состоящий из 8-канальных АЦП и ЦАП. Для научно-исследовательских целей разработан ряд системных П. ф. и.

Комплексный преобразователь для кодирования и регистрации

биоэлектрических импульсов (рис. 1) состоит из АЦП, ЦАП и накопителя информации на магнитной ленте (НМЛ). Числовые коды регистрируются в НМЛ или вводятся в ЭЦВМ для обработки. ЦАП в ходе эксперимента осуществляет обратное преобразование числовых кодов в аналоговые сигналы. Система допускает обработку информации в истинном масштабе времени с автомат. управлением ходом эксперимента с помощью вычисл. машины. Кодирование осуществляется с частотой 25 *кгц*. Погрешность АЦП — 2%, ЦАП — 10%.







1. Блок-схема комплексного преобразователя для кодирования и регистрации биоэлектрических импульсов.
2. Быстродействующий аналого-цифровой преобразователь «Блок».
3. Блок-схема многоканального аналого-цифрового преобразователя для научных целей.

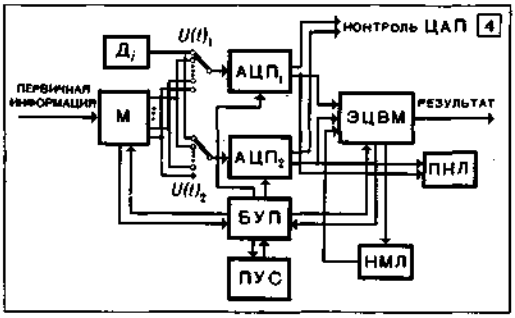
Быстродействующий АЦП «Блок» (рис. 2) предназначен для кодирования электр. сигналов частотой до 10 *кгц*, снимаемых с измерительных магнитофонов (М) и др. датчиков ($Д_i$). *Коды* вводятся в ЭЦВМ или регистрируются на НМЛ, перфокартах и перфолентах (ПКЛ). Преобразователь автоматически маркирует ленту измерительного магнитофона и осуществляет ввод с нее информации массивами в ЭЦВМ или в НМЛ. Наличие взаимоуправляющих ф-ций АЦП по отношению к источникам информации и ЭЦВМ дает возможность вести обработку информации в истинном и в измененном масштабе времени. С пульта управления и сигнализации (ПУС) задают режимы и осуществляют контроль работы АЦП. Преобразователь обладает самым высоким быстродействием по сравнению со всеми другими отечественными преобразователями. Он может работать на частотах выдачи кодов от сотых долей *гц* до сотен *кгц*. Точность преобразования с учетом динамической погрешности — 0,4%. Может стыковаться с отечественными ЭЦВМ различных типов. Используется для решения исследовательских задач в электроакустике, механике, геофизике и др. областях науки.

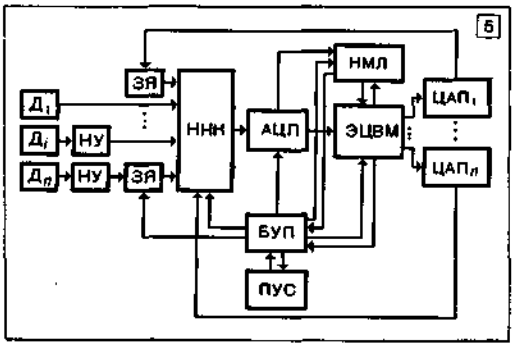
Многоканальный АЦП для научных целей (рис. 3) является системным измерительно-кодирующим устройством высокой точности. Предназначен для работы в условиях, когда невозможен непосредственный ввод информации в ЭЦВМ, а ее запись должна осуществляться на носители универсальных ЭЦВМ. Погрешность преобразования — 0,1%, каналов — 8. Может работать одновременно с двумя 80-колонными карточными перфораторами (КП) или с накопителем на магнитной ленте типа НМЛ-1, производя запись числовой информации по системе, принятой в ЭЦВМ. Работа предусмотрена в трех режимах: программного управления (совместно с ЭЦВМ); автономном (совместно с накопителями) и в режиме цифрового измерительного устройства с фиксацией результатов на цифровых лампах ЦЛ. Преобразователь сопрягается с датчиками D_i многих типов, используемыми в различных областях науки и техники.

АЦП для одновременного кодирования двух быстроменяющихся аналоговых величин (рис. 4). В ряде случаев при проведении сложных экспериментов необходимо одновременно производить измерения нескольких величин. Данный преобразователь позволяет одновременно кодировать и вводить в ЭЦВМ или НМЛ, на перфоленты и перфокарты ПКЛ две непрерывных величины. Если нет необходимости в одновременном кодировании двух величин, то используется любой из двух каналов. По возможной скорости, точности преобразования и принципам сопряжения с ЭЦВМ этот АЦП идентичен преобразователю «Блок».

Комплексный преобразователь формы информации (рис. 5). Обработка на ЭЦВМ информации, получаемой от разнообразных датчиков и научных приборов, особенно в истинном масштабе времени при проведении сложных экспериментов на живых объектах, невозможна без быстродействующих П. ф. и. В одном эксперименте можно использовать десятки и сотни датчиков и приборов, которые необходимо опрашивать в различных сочетаниях, в зависимости от условий проведения эксперимента. Перечисленным требованиям удовлетворяет комплексный П. ф. и. В нем применено нормирование входных сигналов по амплитуде с по-

мощью нормирующих усилителей (НУ). Имеются цепи для отбора и запоминания аналоговых сигналов — запоминающие ячейки (ЗЯ) с целью исключения динамических погрешностей и получения числовых отсчетов для нескольких датчиков одновременно. С помощью блока управления преобразователем (БУП) осуществляется автомат. выборка и задание времени опроса требуемых групп датчиков. Максим. число датчиков в группе — 64. Коммутация каналов осуществляется коммутатором КНК. П. ф. и. может работать совместно





4. Блок-схема аналого-цифрового преобразователя для одновременного кодирования двух быстроменяющихся аналоговых величин.
5. Блок-схема комплексного преобразователя для биомедицинской информационной системы.

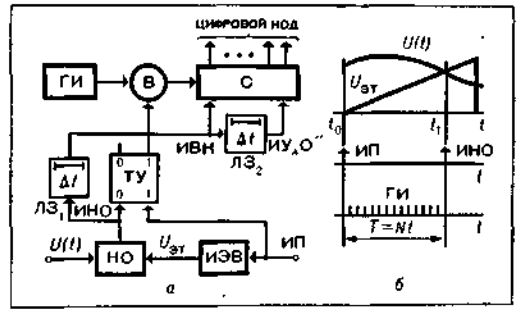
с ЭЦВМ, а также с различными накопителями информации — НМЛ, ПКЛ. В комплекс входят также 8 ЦАП, что позволяет автоматически управлять экспериментом в реальном масштабе времени. Имеется устройство для контроля и проверки работоспособности элементов и узлов П. ф. и., а также пульт управления и сигнализации. Диапазон входных сигналов — $0 \div 1$ *в* и ± 100 *в*; частотный спектр сигналов — $0 \div 100$ *гц*, $0 \div 500$ *гц* и $0 \div 2000$ *гц*; шкала входных сигналов после нормирования — $0 \div 5$ *в* и 2,5 *в*; число достоверных двоичных разрядов — 10.

Для обработки информации при проведении сложных исследований разработан агрегатированный комплекс преобразователей информации АКПИК-1, представляющий собой ряд кодирующих и декодирующих преобразователей с программным устройством, устройством первичной обработки и связи с источниками информации и средствами вычислений и управления. Каждое устройство можно использовать и самостоятельно, и в сочетании с др. устройствами. Осн. задачами в области теор. и прикладных работ являются исследования оптим. алгоритмов и структур системных П. ф. и. и разработки новых физ. компонентов для их реализации.

Лит.: Гитис Э. И. Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М.— Л., 1961 [библиогр. с. 366—373]; Дроздов Е. А., Пятибратов А. П. Автоматическое преобразование и кодирование информации. М., 1964 [библиогр. с. 539—541]; Кондалев А. И. Преобразователи формы информации. К., 1965 [библиогр. с. 174—175]; Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи напряжения. Л., 1967 [библиогр. с. 308—310].

А. И. Кондалев.

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ВРЕМЯ-ИМПУЛЬСНЫЙ — аналого-цифровой преобразователь последовательного счета, в котором в качестве промежуточной величины преобразования используется временной интервал. Различают П. в.-и. развертывающего и интегрирующего типа. Развертывающие П. в.-и. (рис. 1, *а*) содержат источник эталонной величины (ИЭВ), изменяющийся по линейному или линейно-ступенчатому закону $U_{эт}$, *нуль-орган* (НО), генератор импульсов стабильной частоты (ГИ), управляемый вентиль (В) и счетчик импульсов (С). В начале каждого цикла однократного преобразования пусковым импульсом (ИП) запускается ИЭВ и открывается В. Импульсы с ГИ начинают поступать в С. Эталонная величина $U_{эт}$ (рис. 1, *б*), равномерно возрастая, в некоторый момент времени t_1 становится равной $U(t)$. В этот момент времени срабатывает НО и своим импульсом (ИНО) закрывает В. Зафиксированный в С код N является дискретным эквивалентом интервала времени T, в те-



Время-импульсный развертывающий аналого-цифровой преобразователь: *а* — блок-схема; *б* — временная диаграмма работы.

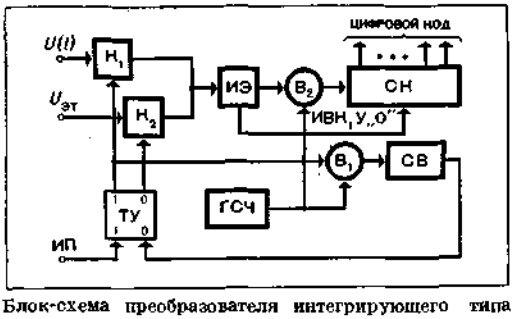
чение которого в счетчик поступали импульсы с частотой $f = \frac{1}{T}$ (T — период прохождения импульсов ГИ), а, следовательно, и эквивалентом входной аналоговой величины $U(t)$, которая в момент равенства эталонной вели-

чине $U_{эт}$ оказывается пропорциональной интервалу времени T.

В интегрирующих П. в.-и. (см. *Преобразователь интегрирующего типа*) входная аналоговая величина подключается на определенное время к интегрирующему элементу, который вырабатывает на своем выходе прямоугольный импульс, пропорциональный по длительности интегралу входного аналогового сигнала за время интегрирования. Своим передним фронтом этот импульс открывает вентиль, через который в счетчик поступают импульсы от генератора стабильной частоты. Задним фронтом прямоугольного импульса вентиль закрывается. Т. о., в счетчике в каждом цикле кодирования фиксируется код, представляющий собой числовой эквивалент длительности прямоугольного импульса, а, следовательно, и усредненного значения за время интегрирования входного аналогового сигнала. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ИНТЕГРИРУЮЩЕГО ТИПА — аналого-цифровой преобразователь (АЦП) последовательного счета, в котором цифровой эквивалент входной аналоговой величины на выходе преобразователя представляется в виде усредненного значения этой величины за время цикла кодирования. Принцип интегрирования используется в АЦП с промежуточным преобразованием аналогового сигнала в частотный (см. *Преобразователь частотно-импульсный*) и в некоторых разновидностях преобразователей время-импульсных и фазо-импульсных.

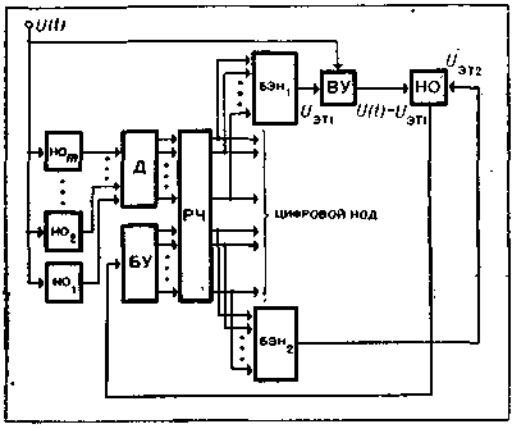
Общим для всех П. и. т. является интегрирование входного сигнала. В *преобразователях время-импульсных* интегрирование происходит в каждом цикле преобразования на протяжении постоянного промежутка времени, после чего осуществляется компенсация полученного интеграла с помощью эталонной величины с одновременным кодированием времени, затрачиваемого на компенсацию. Полученный код является числовым эквивалентом входного сигнала. В преобразователях частотно-импульсных интегрирование производится периодически, с частотой, пропорциональной величине входного сигнала. Кодирование осуществляется путем подсчета числа срабатываний интегратора под воздействием входного сигнала за некоторый постоянный промежуток времени, равный по длительности циклу однократного преобразования. На рис. представлена блок-схема П. и. т. для кодирования электр. напряжений $U(t)$. Входным узлом П. и. т. является интегрирующий элемент ИЭ. Пусковым импульсом ИП триггер управления ТУ переводится в положение «1». При этом сигналом с его единичного выхода открываются ключевой элемент $К_1$ и вентиль $В_1$. Через $К_1$ к ИЭ подключается кодируемое напряжение $U(t)$, а через $В_1$ в счетчик времени СВ начинают поступать импульсы с генератора стабильной частоты ГСЧ. СВ задает постоянный интервал времени интегрирования $T_и$, в течение которого в ИЭ накапливается величина, пропорциональная интегралу $\int_0^{T_и} U(t)\,dt$. Вентиль $В_2$ в это время остается закрытым. По истечении времени $T_и$ СВ вырабатывает импульс, переводящий ТУ в состояние «0». Закрываются $К_1$ и $В_1$, но открываются $К_2$ (сигналом от ТУ) и $В_2$ (сигналом из ИЭ). Происходит это почти одновременно. Через $К_2$ к ИЭ подключается *эталонное напряжение* $U_{эт}$. Оно постоянно по величине и противоположно по знаку напряжению $U(t)$ и при подключении к ИЭ вызывает на его выходе сигнал, открывающий $В_2$. Импульсы с ГСЧ устремляются в счетчик кода СК. Под действием $U_{эт}$ происходит компенсационное интегрирование и в момент наступления равенства $\int_0^{T_и} U(t)dt = U_{эт}T_к$ ($T_к$ — время компенсации) на выходе ИЭ исчезает сигнал, и вентиль $В_2$ закрывается. В СК остается код N, равный по значению $N = T_к f_T$, где f_T — частота импульсов ГСЧ. С учетом предыдущего соотношения можно записать $N = K\int_0^{T_и} U(t)dt$, где $K = \frac{f_T}{U_{эт}}$ — величина постоянная. Это показывает, что коды на выходе П. и. т. пропорциональны, с одной стороны, интегралу аналогового сигнала, с другой — времени компенсации (кодирования). *А. И. Кондалев.*



Блок-схема преобразователя интегрирующего типа

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ КОМБИНИРОВАННЫЙ — аналого-цифровой преобразователь, который в зависимости от величины или скорости изменения входного аналогового сигнала производит кодирование по одному из нескольких принципов, заложенных в его структуру. Появление и развитие П. к. обусловлено стремлением решить задачу оптимизации характеристик аналого-цифровых преобразователей структурными методами. При проектировании П. к. из всего комплекса тех. метрологических, экон. и эксплуатационных требований выделяются главные и в комбинированную структуру включаются такие преобразователи и выбираются такие связи между ними, а также обеспечивается такая последовательность их работы в процессе кодирования, при которых удается наиболее полно удовлетво-

рить осн. требованиям с учетом их важности. Известно много конкретных схем П. к., в состав которых входят преобразователи с различным алгоритмом функционирования или с одинаковым алгоритмом, но с разными *системами счисления* или шагом квантования. Чаще всего комбинируются *преобразователи последовательного счета* с *преобразователями с поразрядным кодированием*, последовательного счета и непосредственного отсчета, поразрядного кодирования и непосредственного отсчета. В результате такие П. к. при изменении,



Блок-схема комбинированного преобразователя.

напр., скорости аналоговой величины способны изменять время кодирования в пределах от T до 2^nT, где T — период следования тактовых импульсов, n — число разрядов *кода* в двоичной системе счисления. На рис. представлена блок-схема П. к. для кодирования электр. напряжений $U(t)$, представляющего собой сочетание *преобразователя с непосредственным отсчетом* с преобразователем с поразрядным кодированием.

Первый преобразователь разбивает шкалу входных сигналов на равные части и определяет, к какой из них принадлежит кодируемое напряжение $U(t)$. При двоичной системе счисления число частей берется кратным 2^m, где m — к-во старших разрядов, определяемых с помощью преобразователя с непосредственным отсчетом. Для этого используют $2^m - 1$ пороговых *нуль-органов* $НО_1 - НО_m$. Сигналы с НО с помощью дешифратора Д преобразуются в двоичный код, который записывается в m старших разрядах регистра числа РЧ. Блок эталонного напряжения $БЭН_1$, управляемый этими разрядами, вырабатывает эталонное напряжение $U_{эт1}$, эквивалентное записанному в них коду. В вычитающем устройстве ВУ из $U(t)$ вычитается $U_{эт1}$ и остаток подается на вход второго преобразователя, который производит поразрядное кодирование этого остатка. Соответствующий ему код запоминается в $(n - m)$ младших разрядах РЧ (n — полное число двоичных разрядов П. к.). Потактное сравнение остатка $U(t) - U_{эт1}$ с эталонным напряжением $U_{эт2}$ производит НО'. Блок эталонного напряжения $БЭН_2$ вырабатывает $U_{эт2}$, а блок управления БУ осуществляет тактировку. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЛИНЕЙНЫЙ — устройство для превращения одной системы физических величин в другую, связанную с первой линейной зависимостью вида $y = A(x)$. Здесь $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — вектор известных (заданных) величин любой физ. природы, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_m)$ — вектор неизвестных (получаемых) величин физ. природы, отличной, в общем случае, от x, A — известный линейный оператор. По виду оператора A различают П. л. алгебр., интегро-дифф. и др., по физ. представлению величин — электронные, мех., электромех., фотоэлектр. и т. п. В частности, если вектор x содержит одну компоненту, A — число, а y — величина электр. характера, П. л. превращается в известный датчик — преобразователь неэлектр. величины x в электр. ток, напряжение или др. величину y электр. природы с линейным законом преобразования.

В *электронном моделировании* П. л. — устройство для линейного преобразования системы электр. величин. Электронные П. л. широко применяются в моделях систем линейных алгебр. ур-ний и неравенств, в моделях задач *программирования линейного* и других линейных объектов. Известны резистивно-омические, реактивные, трансформаторные и собственно электронные П. л. В качестве реактивных П. л. могут выступать линейные цепи переменного тока, содержащие дополнительно линейные реактивные элементы: индуктивности, емкости, взаимные индуктивности. Трансформаторные П. л. содержат систему многообмоточных трансформаторов, к-во, параметры обмоток и взаимные соединения которых определяют вид

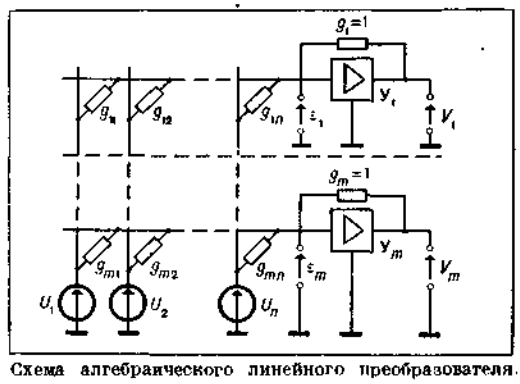


Схема алгебраического линейного преобразователя.

оператора преобразования. Резистивно-омические и трансформаторные П. л. относятся к алгебр. П. л. Сюда же можно отнести и реактивные П. л. в том случае, если используют установившиеся периодические режимы их работы.

На рис. приведена схема алгебр. П. л., построенного с использованием электронных усилителей постоянного тока и осуществляющего линейное преобразование:

$$V_1 = g_{11}U_1 + g_{12}U_2 + \cdots + g_{1n}U_n,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$
$$V_m = g_{m1}U_1 + g_{m2}U_2 + \cdots + g_{mn}U_n.$$

В этой схеме задание величин источников напряжений $U_1, U_2, \ldots, U_n$ приводит к появлению на выходных полюсах усилителей $У_1, \ldots, У_m$ напряжений $V_1, V_2, \ldots, V_m$, связанных с U зависимостью (1). Для точной работы устройства необходимо образование *потенциально-нулевых точек* $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_m$. Этого достигают, применяя усилители с большим отрицательным коэфф. усиления.

Интегро-дифф. П. л. получают при использовании переходных режимов в цепях с реактивными элементами или на базе электронных П. л. с применением индуктивных и емкостных обратных связей в электронных усилителях. *В. В. Васильев.*

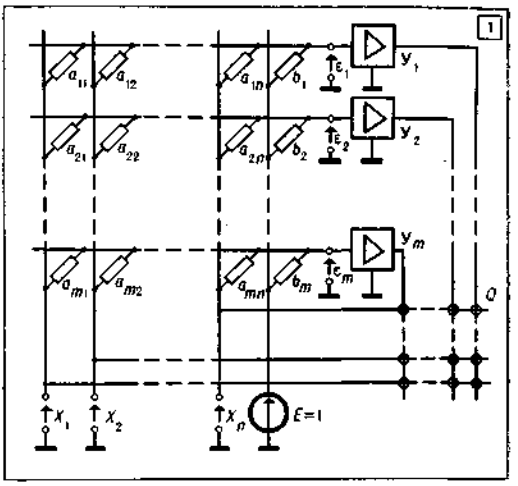
ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ЛИНЕ́ЙНЫЙ КВАЗИОБРАТИ́МЫЙ — разновидность квазиобратимой модели объекта, описываемого недоопределенной системой линейных алгебраических уравнений. Использование П. л. к. приводит к более простым моделям, чем обратимые. Дополнительным преимуществом его является то, что максимальные значения *машинных переменных* равны допустимому напряжению усилителей постоянного тока. На рис. 1 дана схема П. л. к. для системы

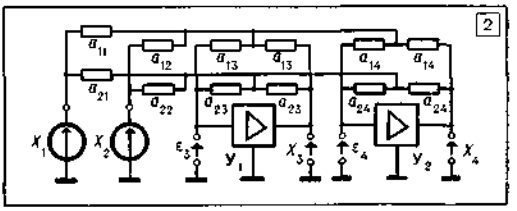
$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n + b_1 = 0; \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n + b_2 = 0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \cdots + a_{mn}X_n + b_n = 0. \end{cases}$$

П. л. к. позволяет определить любые m неизвестных из общего числа n, если остальные $n - m$ величин будут задаваться путем подключения источников напряжения. Какие именно неизвестные будут получаться в схеме П. л. к., определяется состоянием т. н. ключевой матрицы Q, которая осуществляет переключение выходов *усилителей* $У_1, \ldots, У_m$ к различным m полюсам из числа $X_1, X_2, \ldots, X_n$. В каждом столбце матрицы Q всегда должен быть включен только один ключ, а в каждой строке — не более одного. В приведенном примере П. л. к. настроен на получение величин $X_1, X_2, \ldots, X_{m-1}, X_n$. Величины $X_m, \ldots, X_{n-1}$ считаются известными и должны быть заданы путем подключения к соответствующим полюсам источников напряжения. В описанном случае П. л. к. будет работоспособен не при любых величинах коэфф. a_{ij}, стоящих перед получаемыми неизвестными, в частности, он будет работать устойчиво, если квадратная матрица этих коэфф. будет неособенной, симметричной и положительно определенной (см. *Устойчивость модели*). Устойчивость П. л. к. может быть обеспечена путем использования сигма-аналогового метода. На рис. 2 приведен пример схемы сигма-аналогового преобразователя системы ур-ний

$$\begin{cases} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{14}X_4 = 0, \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{24}X_4 = 0 \end{cases}$$

для случая, когда переменные X_1, X_2 задаются. Преобразование переменных X_1, X_2 в перемен-





1. Схема линейного квазиобратимого преобразователя.
2. Схема сигма-аналогового преобразователя.

ные X_3, X_4 будет осуществляться устойчиво при любой неособенной матрице $\begin{pmatrix} a_{13}a_{14} \\ a_{23}a_{24} \end{pmatrix}$. Ключевые элементы на рис. не показаны. П. л. к. предназначен для использования в составе моделей задач *программирования линейного*, устр-в предварительной обработки данных, преобразователей координат и т. д.

Лит.: Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564].

В. В. Васильев.

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ЛИНЕ́ЙНЫЙ ОБРАТИ́МЫЙ — разновидность квазианалогового моделирующего устройства. Предназначен для определения решений недоопределенных систем линейных алгебр. ур-ний вида

$$Ax = 0, \quad (1)$$

где x — n-мерный вектор неизвестных, A — $m \times n$ ($m \leqslant n$) прямоугольная матрица. В более широком смысле П. л. о.— устройство для нахождения системы линейно зависимых величин, подчиненных зависимости

$$A(x) = 0, \qquad (2)$$

где A — линейный оператор. П. л. о. применяются при моделировании задач *программирования линейного*, в устройствах предварительной обработки данных, для построения моделей участков линейных объектов при моделировании по методу участков и т. п. Схема ро-аналогового П. л. о. приведена на рис., где ε_m — напряжения на входах, Φ_m — напряжения на выходах усилителей постоянного тока ($У_1, \ldots, У_m$); g_{ij} — проводимости, пропорциональные коэфф. системы (1), U_n — напряжения, пропорциональные неизвестным системы (1). Этот преобразователь позволяет находить напряжения $U_1, U_2, \ldots, U_n$, связанные зависимостями

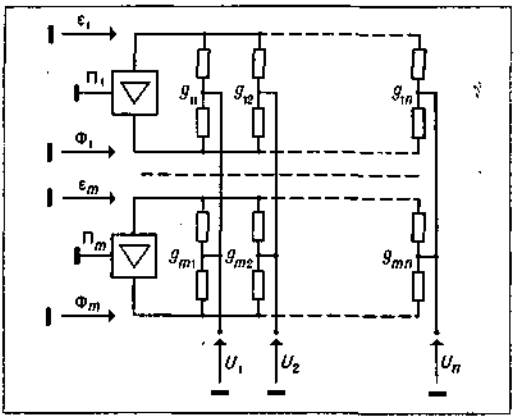


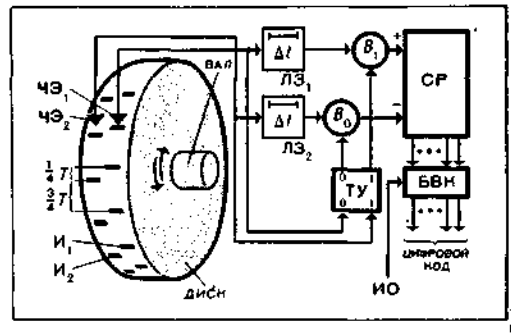
Схема ро-аналогового линейного обратимого преобразователя.

$$\begin{aligned} g_{11}U_1 + g_{12}U_2 + \cdots + g_{1n}U_n &= 0; \\ g_{21}U_1 + g_{22}U_2 + \cdots + g_{2n}U_n &= 0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ g_{n1}U_1 + g_{n2}U_2 + \cdots + g_{nn}U_n &= 0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Для того, чтобы на указанном П. л. о. получить нетривиальное решение системы (3), часть напряжений должна быть задана подключением к полюсам $U_1, U_2, \ldots, U_n$ источников напряжения или устройства, обеспечивающего определенную связь этих напряжений между собой. В первом случае число таких источников не должно превышать $n - m$, во втором — дополнительные ограничения не должны противоречить системе (3). При $m = 1$ П. л. о. обращается в обратимый сумматор, при $m = n$ — в *квазианалоговую модель* системы линейных алгебр. ур-ний. П. л. о. строят, используя *обратимости принцип*. Достоинствами его является высокая устойчивость работы электронной схемы и возможность преобразования без изменения структуры схемы при произвольном подразделении напряжений $U_1, U_2, \ldots, U_n$ на задаваемые и получаемые. Недостатками П. л. о. являются аппаратурная сложность и низкий уровень рабочих напряжений по сравнению со шкалой электронных усилителей. Стремление избежать этих недостатков приводит к построению *преобразователей линейных квазиобратимых*. *В. В. Васильев.*

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАКАПЛИВАЮЩИЙ — разновидность аналого-цифрового преобразователя, в основу которого положен принцип кодирования аналоговых величин по методу последовательного накопления приращений. П. н. получил применение главным образом для точной оценки угловых величин и числа оборотов вращающихся валов. В простейшем случае П. н. состоит из насаженного на вал диска, размеченного на равные части, чувствительного элемента, который в ответ на каждое единичное приращение угловой величины формирует импульс, и накапливающего счетчика импульсов. Общее число сосчитанных импульсов в каждый момент времени эквивалентно углу поворота вала. Если вал имеет двухстороннее вращение, то необходим реверсивный счетчик: при вращении в одном направлении производится суммирование числа поступающих импульсов, при вращении в обратном — вычитание их.

Существует много разновидностей конструктивного исполнения дисков и чувствительных элементов — индукционные, магнитные, фотоэлектрические, емкостные и др. На рис. показана блок-схема П. н. для кодирования углового перемещения вала с реверсивным вращением. Вдоль периметра диска записаны (показаны в виде меток) две последовательности импульсов $И_1$ и $И_2$. Импульсы $И_2$ сдвинуты относительно импульсов $И_1$. Величина сдвига



Блок-схема накапливающего преобразователя.

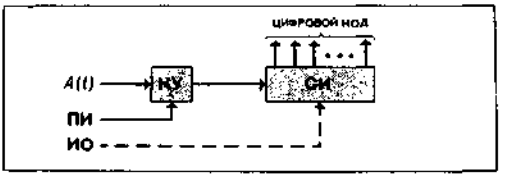
зависит от направления вращения: при вращении по часовой стрелке сдвиг равен $\frac{1}{4}T$, при вращении против часовой стрелки — $\frac{3}{4}T$, где T — период следования импульсов. Им-

пульсы $И_1$ считываются чувствительным элементом $ЧЭ_1$, импульсы $И_2$ — $ЧЭ_2$. Управление суммированием или вычитанием импульсов, в зависимости от направления вращения, производится схемой, состоящей из триггера управления (ТУ), двух линий задержки $ЛЗ_1$ (для импульсов $И_1$) и $ЛЗ_2$ (для импульсов $И_2$) и двух вентилей $В_0$ и $В_1$. По величине задержки равны $\frac{1}{2}T$. Импульсы $И_1$ поданы на вход «0». Импульсы $И_2$ — на вход «1» триггера ТУ. Задержанные импульсы $И_1$ поданы на вентиль $В_1$, задержанные импульсы $И_2$ — на вентиль $В_0$. Если триггер ТУ устанавливается в состояние «0», он открывает вентиль $В_0$, если устанавливается в состояние «1» — открывает вентиль $В_1$. При вращении вала в положительном направлении (по часовой стрелке) через вентиль $В_1$ по шине «+» (суммирование) в реверсивный счетчик (СР) проходят задержанные импульсы $И_1$, при вращении вала в обратном направлении через вентиль $В_0$ по шине «—» (вычитание) проходят задержанные импульсы $И_2$. Съем данных осуществляется подачей импульсов опроса (ИО) в блок выдачи кода (БВК).

Описанный преобразователь работает без ошибок при постоянстве скорости вращения в обе стороны и правильном выборе времен сдвига и задержек между импульсами. Для исключения ошибок, вызванных непостоянством скорости вращения, вместо линий задержек $ЛЗ_1$ и $ЛЗ_2$ можно применить запись в диске еще двух последовательностей импульсов, сдвинутых на $\frac{1}{2}T$ относительно $И_1$ и $И_2$. Недостатком всех П. н. является накопление возникающих ошибок. *А. И. Кондалев.*

положен принцип последовательного счета импульсов, единичных приращений или периодов колебания. Применяется для кодирования угловых величин, временных интервалов, напряжений, фазовых сдвигов и частоты.

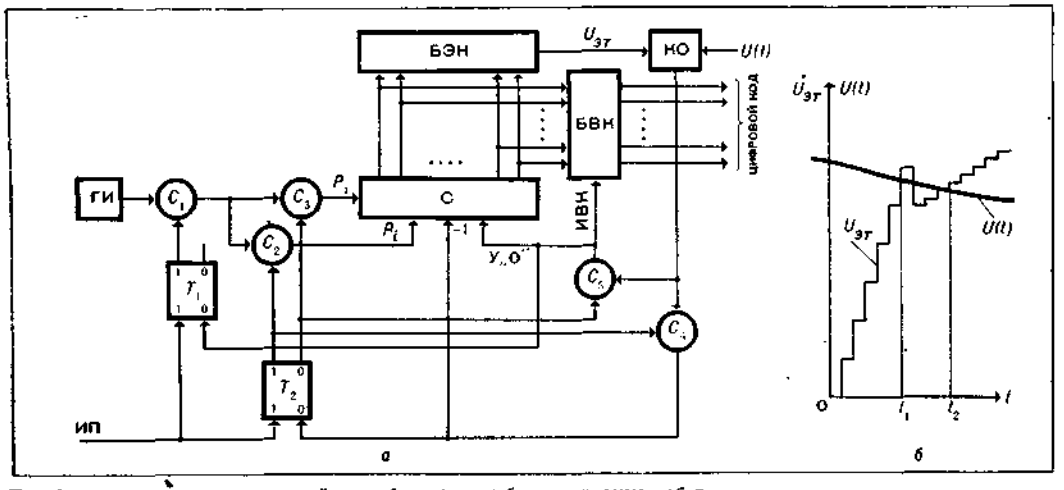
К П. п. с. относятся *преобразователи время-импульсные, преобразователи фазо-импульсные, преобразователи частотно-импульсные, преобразователи следящие* и *преобразователи накапливающие*. Для П. п. с. (см. рис.) характерно наличие квантующего устройства КУ, вырабатывающего при каждом единичном измене-



Блок-схема аналого-цифрового преобразователя последовательного счета.

нии аналогового сигнала $A(t)$ по одному импульсу, и счетчика импульсов СИ, в котором формируется числовой эквивалент аналоговой величины. Во время-импульсных, фазо-импульсных и частотно-импульсных АЦП, которые являются циклическими, съем кода осуществляется после подачи пускового импульса ПИ по окончании цикла кодирования, в следящих и накапливающих АЦП — непосредственно после подачи импульса опроса ИО. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ РАЗВЕ́РТЫВАЮЩИЙ — аналого-цифровой преобразователь последовательного счета, в котором в каждом цикле кодирования осуществляется сравнение



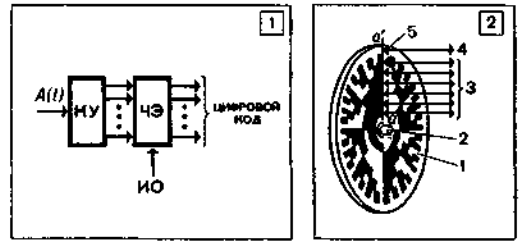
Преобразователь развертывающий: *а* — блок-схема; *б* — диаграмма работы.

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ПОСЛЕ́ДОВАТЕЛЬНОГО СЧЕ́ТА — аналого-цифровой преобразователь (АЦП), в котором в основу преобразования аналоговых величин в цифровой *код* входной аналоговой величины с эталонной величиной, изменяющейся по закону линейной развертки (см. *Преобразователь время-импульсный*) или по какому-нибудь другому закону.

В результате эталонная величина, постепенно приближаясь к аналоговой, в некоторый момент времени становится равной ей, что свидетельствует об окончании цикла кодирования. Развертка может быть равномерной и неравномерной. В первом случае эталонная величина представляет собой линейно-ступенчатую функцию с шагом ступеньки, равным одному кванту. Во втором случае, для повышения быстродействия П. р., на начальном этапе шаг изменения развертывающей величины может составлять несколько квантов, а с приближением к кодируемой величине — уменьшаться до одного кванта. На рис. представлена блок-схема П. р. подобного типа (*а*) и диаграмма его работы (*б*). Каждый цикл однократного преобразования начинается пусковым импульсом (ИП), который устанавливает триггеры T_1 и T_2 в состояние «1». При этом открываются вентили C_1 и C_2, через которые импульсы с генератора импульсов (ГИ) начинают поступать на вход *i*-го разряда P_i счетчика (С). Управляемый от С блок эталонных напряжений (БЭН) начинает формировать ступенчатую ф-цию $U_{эт}$ с величиной ступеньки, равной 2^i квантов. В момент времени t_1, когда $U_{эт}$ достигает величины $U(t)$, срабатывает *нуль-орган* (НО). Импульс с его выхода проходит через открытый вентиль C_4 на нулевой вход T_2, устанавливая его в «0». Этот же импульс вычитает единицу из *i*-го разряда С, уменьшая $U_{эт}$ на одну (большую) ступень. Перейдя в состояние «0», T_2 закрывает C_2 и открывает C_3, перекрывая доступ импульсам с ГИ в *i*-й разряд и открывая в первый разряд P_1. БЭН с этого момента формирует ступеньки $U_{эт}$ величиной в один квант. В момент времени t_2, когда $U_{эт}$ становится равным $U(t)$, НО вырабатывает второй импульс, который, пройдя через открытый вентиль C_5, устанавливает в состояние «0» T_1 и С. Из блока выдачи кода (БВК) выводится числовой эквивалент $U(t)$, а вентиль C_1 перекрывает доступ импульсам ГИ в С до начала следующего цикла.

А. И. Кондалев.

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ С НЕПОСРЕ́ДСТВЕННЫМ ОТСЧЁТОМ — аналого-цифровой преобразователь (АЦП), съем данных в котором осуществляется методом прямого считывания. Применяется для кодирования угловых величин и электр. напряжений. Для П. с н. о. (рис. 1) характерно наличие кодирующего устройства КУ (в виде кодовых дисков, масок и сеток), осуществляющего непосредственную оценку аналоговой величины $A(t)$, и чувствительных элементов ЧЭ, осуществляющих считывание *кода* с КУ при подаче импульса опроса ИО. В П. с н. о. для кодирования угловых величин используются диски, а для напряжений — кодовые маски на экранах электронолучевых трубок. Кодовые диски выполняются для различных способов съема цифровой информации: электромех. (контактного), фотоэлектр., индуктивного, трансформаторного и емкостного. В П. с н. о. высокой точности может быть несколько дисков, соединенных редукторами с передаточным отношением, кратным основанию системы счисления. Если в КУ применяются обычные двоичные коды (рис. 2), то при небольшой неточности в расположении чувствительных элементов в момент съема кодов могут возникать значительные погрешности. Для их исключения в КУ применяют спец. коды, напр., двоично-циклический код (код Грея) или один из двоично-сдвинутых: «двойную щетку» или «V-развертку» (код Баркера). Благодаря этому погреш-



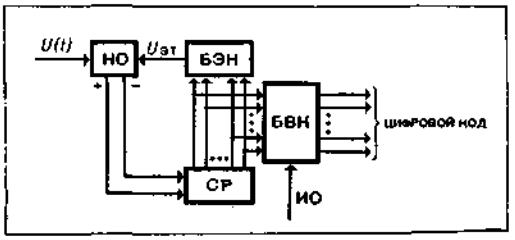
1. Блок-схема аналого-цифрового преобразователя с непосредственным отсчетом.
2. Аналого-цифровой преобразователь с непосредственным отсчетом: 1 — кодовый диск; 2 — вал; 3 — выход цифрового кода; 4 — сигнал опроса; 5 — чувствительный элемент; *aa'* — линия установки чувствительных элементов.

ность считывания не превышает единицы младшего разряда.

К П. с н. о. относятся также преобразователи без кодовых масок, но с отсчетом кода в один такт. Последние строятся по принципу параллельной (одновременной) отработки всех разрядов числового эквивалента аналоговой величины. В таких преобразователях используются спец. кодирующие сетки из нелинейных элементов или наборы пороговых сравнивающих устройств по числу градаций дискретной шкалы. В каждый фиксированный момент времени состояние пороговых сравнивающих устройств является дискретным отображением входного аналогового сигнала. При опросе П. с н. о. время затрачивается лишь для считывания готового кода. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ СЛЕДЯ́ЩИЙ — аналого-цифровой преобразователь, работающий по принципу дискретного слежения за непрерывно изменяющейся аналоговой величиной. По способу кодирования П. с. относится к группе *преобразователей последовательного счета*, по способу съема кодов — к группе *преобразователей с непосредственным отсчетом*. П. с. имеет цепь обратной связи. Поэтому следящее уравновешивание аналоговой величины $U(t)$ эталонной величиной $U_{эт}$ происходит без накопления случайно возникающих погрешностей. На рис. представлена блок-схема П. с. для кодирования электрических напряжений. Входной аналоговый сигнал $U(t)$ и эталонное напряжение $U_{эт}$ подаются на входы двухканального *нуль-органа* (НО) генераторного типа. НО может находиться в одном из трех состояний в зависимости от

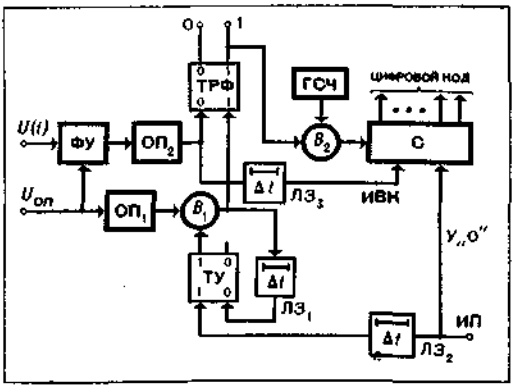
знака разности между сравниваемыми напряжениями $U(t)$ и $U_{эт}$. При $U(t) > U_{эт} + \varepsilon$ (где ε — порог чувствительности НО) НО генерирует импульсы постоянной частоты в канале «+», которые поступают на суммирующий вход реверсивного счетчика (СР). При $U(t) < U_{эт} - \varepsilon$ — генерируются точно такие же импульсы в канале «—», поступающие на вычитающий вход СР. При $U(t) = U_{эт} \pm \varepsilon$ — генерация импульсов прекращается. СР управляет блоком эталонных напряжений



Блок-схема аналого-цифрового преобразователя следящего типа.

(БЭН), вырабатывающим на своем выходе эталонное напряжение $U_{эт}$, эквивалентное числовому коду в СР. До тех пор, пока существует рассогласование между $U(t)$ и $U_{эт}$, НО генерирует импульсы, которые, поступая в СР, изменяют в нем код, приближая $U_{эт}$ к $U(t)$. Когда наступает равенство $U_{эт} = U(t)$, НО прекращает генерацию. При нарушении равенства на величину, превышающую $|\varepsilon|$, генерация возобновляется. Таким образом, происходит непрерывное дискретно-ступенчатое слежение за изменением $U(t)$. Если частота импульсов НО выбрана так, что при изменении $U(t)$ напряжение $U_{эт}$ не отстает от него, то код в СР всегда является дискретным эквивалентом $U(t)$. Считывание кода может производиться в любой момент времени подачей импульса опроса (ИО) в блок выдачи кода (БВК). *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ФА́ЗО-ИМПУЛЬСНЫЙ — аналого-цифровой преобразователь последовательного счета, в основу которого положен принцип предварительного преобразования аналогового сигнала в промежуточный параметр — фазовый сдвиг и фазового сдвига — в числовой *код*. Осн. элементом П. ф.-и. является фазовращающее устройство, преобразующее аналоговый сигнал в эквивалентный сдвиг фазы. На рис. приведена блок-схема П. ф.-и. для кодирования напряжений. На фазовращающее устройство ФУ подается *опорное напряжение* синусоидальной формы $U_{оп}$ и входной аналоговый сигнал $U(t)$. С выхода ФУ снимается синусоидальное напряжение, сдвинутое по фазе относительно $U_{оп}$ на угол, пропорциональный по величине $U(t)$. Фазовый сдвиг определяется с помощью определителей перехода через нуль $ОП_1$ и $ОП_2$, выходные сигналы которых управляют *триггером* рассогласований фаз ТРФ. Последний открывает вентиль $В_2$ на время, пропорциональное фазовому сдвигу, и счетчик С фиксирует число импульсов от генератора стабильной частоты ГСЧ, эквивалентное аналоговой величине. Неправильную работу П. ф.-и. вследствие временного рассогласования между импульсом пуска ИП и импульсом с выхода определителя перехода $ОП_1$ предотвращают триггер управления ТУ и линии задержки $ЛЗ_1$ и $ЛЗ_2$.



Блок-схема фазо-импульсного преобразователя.

П. ф.-и. применяют, в основном, для кодирования угловых величин и электр. напряжений. Разработаны высокочувствительные фазовращающие устройства, позволяющие строить на их основе П. ф.-и. для кодирования сигналов низкого уровня, снимаемых с термопар, термометров сопротивления и тензодатчиков, широко применяемых на практике. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ФУНКЦИОНА́ЛЬНЫЙ — устройство для образования заданных функций одного или нескольких аргументов. По характеру физ. величин, изображающих аргументы и ф-цию, различают П. ф. мех., гидравлические, электронные, фотоэлектронные и т. п. По способу представления величин П. ф. подразделяются на цифровые и аналоговые, по возможности перестройки с одной ф-ции на другую — на универсальные и специализированные. Наибольшее распространение получили электронные П. ф. ф-ций одного аргумента, в которых в качестве нелинейных элементов используют диоды или стабилитроны (см. *Диод полупроводниковый*). Реализуемые ф-ции чаще всего воспроизводятся методом кусочно-линейной аппроксимации:

$$y = y_0 + ax + \sum_{i=1}^{n} b_i (x - x_i^0), \qquad (1)$$

причем $b_i = 0$, если $x \leqslant x_i^0$. Первое слагаемое (1) образуется с помощью источника напряжения или тока, пропорциональных y_0, второе — с помощью делителя напряжения

или тока. Для реализации суммы используется комбинация диодных или стабилитронных ячеек. Два типа таких ячеек приведены на рис. 1. Изменяя знаки входного и смещающего напряжений и полярность включения нелинейных элементов, можно получить кусочно-линейные составляющие реализуемой ф-ции, расположенные в любом из четырех координатных квадрантов. Так, напр., для ячейки (рис. 1, *а*) при $U^0 \geqslant 0$ и действии на входе напряжения $+U_x$ получим

$$I_y = \begin{cases} 0, & \text{если } U_x < -\dfrac{R_1}{R_2}U^0, \\ \dfrac{U_x}{R_1} + \dfrac{U_0}{R_2}, & \text{если } U_x \geqslant -\dfrac{R_1}{R_2}U^0, \end{cases} \qquad (2)$$

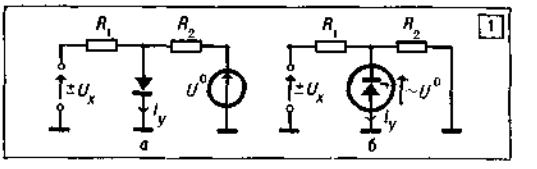
и реализуемая ячейкой ф-ция расположена во втором квадранте. Для получения стандартного по уровню и по мощности сигнала на выходе П. ф. обычно ставят усилитель постоянного тока. Схема построенного на диодно-резисторных элементах (см. рис. 1, *б*) П. ф. для четных ф-ций типа параболы показана на рис. 2. Диоды, включенные на входе, обеспечивают четность реализуемой ф-ции. Путем включения диодного П. ф. в схему *преобразователя линейного обратимого* можно получить обратимый П. ф. На рис. 3 показана схема обратимого П. ф. для реализации зависимости $y = x^3 = 0$. При подаче входного напряжения U_x для суммирующей точки усилителя ε будет справедливо выражение $\alpha U_x^3 + U_y R_1^{-1} = 0$, откуда

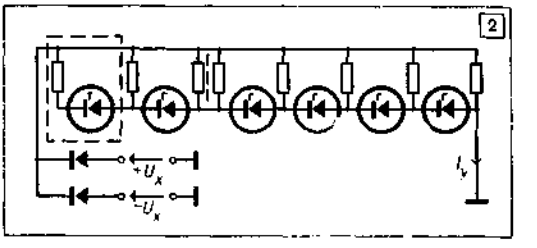
$$U_y = -R_1 \alpha U_x^3. \qquad (3)$$

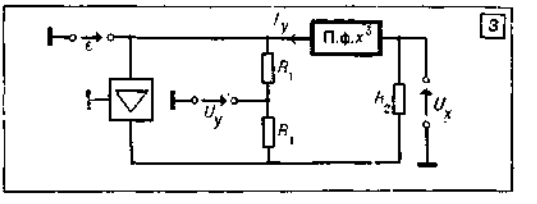
Если в качестве входного сигнала использовать напряжение U_y, то

$$U_x = -\sqrt[3]{\frac{U_y}{\alpha R_1}}. \qquad (4)$$

В электроннолучевых П. ф. также применяется несколько способов реализации функциональных зависимостей. Один из них предполагает использование непрозрачного шаблона по виду ф-ции, который накладывается на экран электроннолучевой трубки. Напряжение горизонтальной развертки устанавливают пропорциональным аргументу ф-ции. Напряжение вертикальной развертки формируется спец. фотоэлектронной следящей системой таким образом, чтобы световое пятно оставалось на границе шаблона. Это напряжение пропорционально высоте шаблона и, следовательно, изображает реализуемую ф-цию. При втором способе используется непрозрачная маска с прорезью по форме реализуемой ф-ции. Напряжение горизонтальной развертки пропорционально аргументу ф-ции. На вертикальные отклоняющие пластины подается пилообразное напряжение. Временна́я задержка импульса фотоэлектронной системы относительно момента начала развертки будет пропорциональна ординате реализуемой ф-ции. Выходной сигнал может быть получен в цифровой или аналоговой форме после соответствующего преобразования временного интервала в цифровой код или напряжение. Реализация ф-ций нескольких независимых переменных с помощью П. ф. связана со значительными затруднениями. Наибольшее распространение получили П. ф. двух переменных. В электроннолучевых П. ф. двух переменных используются полупрозрачные фотошаблоны, оптическая плотность которых соответствуют ординатам реализуемой ф-ции. Напряжения го-







1. Типы диодных ячеек.
2. Схема функционального преобразователя для четных функций типа параболы.
3. Схема обратимого функционального преобразователя.

ризонтальной и вертикальной разверток устанавливаются пропорциональными аргументам ф-ции. Выходным сигналом П. ф. является напряжение усилителя фотоэлектронной системы.

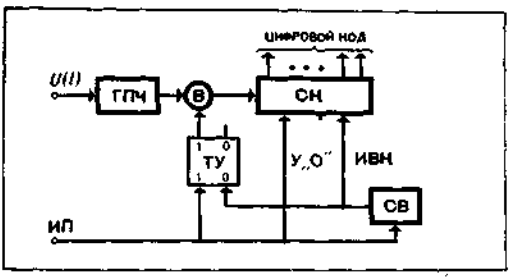
Погрешности большинства П. ф. лежат в пределах от десятых долей до единиц процентов. Повышение точности П. ф., увеличение гибкости перестройки, автоматизация ввода и вывода информации осуществляются при помощи цифровых П. ф. Включением *сопротивлений цифровых управляемых* в схемы диодных П. ф. можно превратить эти схемы в цифровые управляемые П. ф. Другие типы цифровых П. ф. основаны на использовании запоминающих устройств для хранения опорных ординат ф-ций и интерполяционных устр-в для вычисления значений ф-ций в интервалах между опорными ординатами. П. ф. широко применяют в схемах *аналоговых вычислительных машин, гибридных вычислительных*

машин, в *системах автоматического управления* и регулирования, в устройствах предварительной обработки информации и т. д.

Лит.: Кобринский Н. Е. Математические машины непрерывного действия. М., 1954 (библиогр. с. 444—447); Смолов В. Б. Диодные функциональные преобразователи. Л., 1967 (библиогр. с. 133—134); Гинзбург С. А. Математическая непрерывная логика и изображение функций. М., 1968 (библиогр. с. 132—134); Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1—2. М., 1967—68 (библиогр. ч. 1, с. 453—456). *В. В. Васильев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ЦИКЛИ́ЧЕСКИЙ — аналого-цифровой преобразователь с выраженным началом и концом однократного преобразования. У П. ц. каждый новый цикл однократного преобразования начинается с одного и того же исходного состояния его элементов. Циклическими являются все типы аналого-цифровых преобразователей, входящие в группы *преобразователей с непосредственным отсчетом* и *преобразователей с поразрядным кодированием*, а также большинство *преобразователей последовательного счета*, за исключением *преобразователей накапливающих* и *преобразователей следящих*. *А. И. Кондалев.*

ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛЬ ЧАСТО́ТНО-ИМПУЛЬСНЫЙ — аналого-цифровой преобразователь последовательного счета, в основу которого положен принцип предварительного преобразования аналогового сигнала в частотный сигнал и частотного — в числовой код. Основным элементом П. ч.-и. является промежуточный преобразователь аналоговой величины в пропорциональную ей частоту электрических или механических колебаний. На рис. показана блок-схема П. ч.-и. для кодирования электрических напряжений. Входной аналоговый сигнал $U(t)$ подключен к генератору пропорциональной частоты (ГПЧ), который генерирует колебания с частотой, пропорциональной величине аналогового сигнала. Пусковым импульсом (ИП) в каждом цикле однократного преобразования запускается триггер управления (ТУ) и счетчик времени (СВ). ТУ открывает вентиль В, и импульсы с ГПЧ поступают в счетчик кода (СК) в течение постоянного интервала



Блок-схема частотно-импульсного преобразователя.

времени интегрирования $T_и$, отсчитываемого СВ. По окончании этого интервала триггер ТУ закрывает вентиль В. Зафиксированный в СК код является числовым эквивалентом среднего значения величины $U(t)$ за время $T_и$. П. ч.-и. относится к группе преобразователей интегрирующего типа и не реагирует на кратковременные помехи, длительность которых существенно меньше $T_и$, что является важным достоинством П. ч.-и. Однако, как и все преобразователи последовательного счета, П. ч.-и. обладает сравнительно невысоким быстродействием. *А. И. Кондалев.*

ПРЕСЛЕ́ДОВАНИЯ ЗАДА́ЧА — специальная задача *игр дифференциальных*, в которой имеется два игрока (преследователь и преследуемый). Целью первого является поимка второго, соответственно второй стремится избежать поимки. Математически задача формулируется в следующем виде. Поведение преследователя P описывается системой дифф. ур-ний

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u), \qquad (1)$$

где x — n-мерный вектор, $f(x, u)$ — n-мерная ф-ция с компонентами $f_1(x, u), \ldots, f_n(x, u)$, u — r-мерный вектор, меняющийся в области U, t — время. Аналогично описывается поведение преследуемого E:

$$\frac{dy}{dt} = g(y, v). \qquad (2)$$

где v — s-мерный вектор, меняющийся в области V. Говорят, что игрок P догнал игрока E, если в некоторый момент времени $x = y$. Иногда для поимки требуется совпадение только части координат $x_i = y_i$, $i = 1, \ldots, k \leqslant n$. При выборе своего управления игроки P и E могут пользоваться лишь моментальной информацией, т. е. знанием *фазовых координат* $x(t)$ и $y(t)$ в текущий момент времени. Поэтому свои управления они должны выбирать как ф-ции координат x и y, т. е. $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$. Требуется выяснить, из каких начальных состояний x^0, y^0 игрок P может закончить преследование за конечное время и какие управления $u(x, y)$ он должен использовать при этом.

П. з. хорошо исследована, в основном, для линейных систем дифф. ур-ний, т. е. когда

$$f(x, u) = Ax + Bu;$$

$$g(y, v) = Dy + Cv,$$

где A и D — *матрицы* размеров $n \times n$, а B и C — матрицы размеров $n \times r$ и $n \times s$ соответственно. Для этого случая сформулирован ряд достаточных условий того, что из некоторой точки (x^0, y^0) игрок P может закончить преследование за конечное время. Имеются также условия, при которых игрок E гарантирует себе, что он не будет пойман.

Одно из наиболее просто проверяемых условий того, что игрок P догонит игрока E, можно (несколько нестрого) описать в следующих терминах. Пусть $M(x, T)$ — множество точек, которые может достигнуть игрок P в момент времени T, используя всевозможные *допустимые управления*, т. е. такие ф-ции $u(t)$, которые ограничены, измеримы и $u(t) \in$

$\in U$ при всех t, $0 \leqslant t \leqslant T$. Мн-во $M(x, t)$ наз. множеством достижимости игрока P. Аналогично определяют мн-во достижимости игрока E $N(y, T)$. Моментом поглощения $T(x, y)$ наз. такой первый момент $T \geqslant 0$, для которого $N(y, T) \subset M(x, T)$. Пусть теперь мн-ва $M(x, T)$ и $N(y, T)$ гладкие и в момент $T(x, y)$ имеют единственную точку касания. Предполагается, что эти условия выполнены для всех x, y, для которых $T(x, y) < +\infty$. Тогда игрок P может поймать игрока E из любой точки (x_0, y_0), для которой $T(x_0, y_0) < +\infty$.

Лит. см. к ст. *Игры дифференциальные.*

В. Н. Пшеничный.

ПРИБЛИЖЁННЫХ МЕТОДОВ ОБЩАЯ ТЕОРИЯ — раздел вычислительной математики, предметом исследования которого являются методы построения и решения приближенных уравнений, аппроксимирующих исходные «точные» ур-ния, а также взаимосвязи между точными и соответствующими приближенными уравнениями. П. м. о. т. возникла на основе применения аппарата функционального анализа к решению различных проблем *вычислительной математики*. Широкий класс задач вычисл. математики может быть приведен к решению операторных ур-ний вида

$$Ax = y, \tag{1}$$

где A — матем. *оператор* с областью определения $D(A)$ и областью значений $R(A)$, y — заданный элемент ($y \in R(A)$), x — искомый элемент ($x \in D(A)$). Обычно $D(A)$ и $R(A)$ принадлежат некоторым *пространствам абстрактным* (метрическим, линейным нормированным или гильбертовым) соотв. x и y. Приближенный метод ставит в соответствие ур-нию (1) приближенное ур-ние

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{y}, \tag{2}$$

где $\tilde{A}$ — приближенный оператор с областью определения $D(\tilde{A}) \subset X$ и областью значений $R(\tilde{A}) \subset Y$, $\tilde{y}$ — заданный, а $\tilde{x}$ — искомый элемент. Случай, когда $D(\tilde{A})$ и $R(\tilde{A})$ не принадлежит X и Y, обычно легко приводится к рассматриваемому. Как правило, $\tilde{A}$ и $\tilde{y}$ зависят от параметров, изменение которых дает последовательность приближенных ур-ний (2). Осн. задачи П. м. о. т.: на основании данных о точном ур-нии (1) установить разрешимость приближенного ур-ния (2) и близость приближенного решения к точному, и, наоборот, на основании результатов приближенного решения установить разрешимость точного ур-ния и близость обоих решений. При определении близости решений в порядке возрастающей точности и трудности возникают следующие три вопроса: установление сходимости приближенного метода; исследование быстроты сходимости; эффективная оценка погрешности. Рассмотрим указанные задачи и вопросы применительно к линейным операторным ур-ниям и к некоторым нелинейным ур-ниям.

В случае линейных ур-ний 2-го рода

$$Ax \equiv x - \lambda Tx = y \tag{1'}$$

и

$$\tilde{A}\tilde{x} \equiv \tilde{x} - \tilde{\lambda}\tilde{T}\tilde{x} = \tilde{y}, \tag{2'}$$

где λ, $\tilde{\lambda}$—параметры, T и $\tilde{T}$—вполне непрерывные линейные операторы, $D(A) = R(A) = X$, $D(\tilde{A}) = R(\tilde{A}) = \tilde{X} \subset X$, X — линейное нормированное пространство. Предположим, что существует линейная операция P, проектирующая пространство X на $\tilde{X}$: $Px = \tilde{x}$, $P^2 = P$, и положим $\tilde{y} = Py$. Пусть, напр., $X = C$ — пространство непрерывных ф-ций, а $\tilde{X}$ — совокупность многочленов степени не выше $n - 1$. Операция P сопоставляет непрерывной ф-ции $x \in C$ ее интерполяционный многочлен (см. *Интерполирование функций*), построенный по заранее заданной системе n узлов. Пространства X и $\tilde{X}$ и операторы T и $\tilde{T}$ в дальнейшем будем связывать следующими тремя условиями.

1. Условие близости операторов T и $\tilde{T}$: для любого $\tilde{x} \in \tilde{X}$ $\| PT\tilde{x} - \tilde{T}\tilde{x} \| \leqslant \eta \| \tilde{x} \|$. 2. Условие хорошей аппроксимации элементов вида Tx элементами из $\tilde{X}$: для всякого $x \in X$ найдется $\tilde{x} \in \tilde{X}$ такое, что $\| Tx - \tilde{x} \| \leqslant \eta_1 \| x \|$. 3. Условие хорошей аппроксимации свободного члена точного ур-ния: существует элемент $\tilde{y} \in \tilde{X}$ такой, что $\| y - \tilde{y} \| \leqslant \eta_2 \| y \|$, где η_2 в отличие от предыдущих условий зависит от y. Тогда, если оператор A имеет обратный оператор A^{-1} и $q = |\lambda| [\eta (1 + |\lambda| \eta_1 + \eta_2 \times \| PA \|] \| A^{-1} \| \leqslant 1$, то ур-ние (2) имеет единственное решение $\tilde{x}$ при любой правой части $\tilde{y} \in \tilde{X}$, т. е. оператор $\tilde{A}$ имеет обратный оператор $\tilde{A}^{-1}$, причем *погрешность* $\| \tilde{x} - x \| \leqslant p \| x \|$, где $p = 2 |\lambda| \eta \| \tilde{A}^{-1} + (\eta_1 |\lambda + \eta_2 \| A \|) (1 + \| \tilde{A}^{-1} PA \|)$, $\| \tilde{A}^{-1} \| \leqslant \frac{(1 + |\lambda| \eta_1) \| A^{-1} \|}{1 - q}$; если, кроме того, $p < 1$, то $\| \tilde{x} - x \| \leqslant \frac{p}{1 - p} \| \tilde{x} \|$ (прямая теорема). Обратная теорема утверждает, что если оператор $\tilde{A}$ имеет обратный оператор и $r = |\lambda| \eta (1 + |\lambda| \eta_1) \| \tilde{A}^{-1} \| + |\lambda| \eta_1 (1 + \| \tilde{A}^{-1} PA \|) < 1$, то оператор A имеет обратный оператор A^{-1},

$$\| A^{-1} \| \leqslant \frac{1 + \| \tilde{A}^{-1} P \| + |\lambda| \eta_1 \| \tilde{A}^{-1} \| + \| \tilde{A}^{-1} PA \|}{1 - r}.$$

причем $\|\tilde{x} - x\| \leqslant p' \|x\|$, где

$$p' = |\lambda| [\eta_1 (1 + \|\tilde{A}^{-1} PA\|) + \\ + |\lambda| \eta \|A^{-1}\| (\|T\| + \eta_1)];$$

если, кроме того, $p' < 1$, то $\|\tilde{x} - x\| \leqslant \frac{p'}{1 - p'} \|\tilde{x}\|$.

Часто приближенное ур-ние (2′) строится специальным образом, а именно: в качестве оператора $\tilde{T}$ рассматривается оператор PT. Условие 1 при таком выборе, очевидно, выполняется с $\eta = 0$ и формулировки теорем соответственно упрощаются. При стремлении η, $\eta_1 \|P\|$ и $\eta_2 \|P\|$ к нулю характеристические значения $\tilde{\lambda}$ могут сходиться лишь к характеристическим значениям λ. Вместе с тем каждое из характеристических значений λ является пределом характеристических значений $\tilde{\lambda}$. Конкретным примером ур-ний (1′) и (2′) могут быть интегральные ур-ния Фредгольма 2-го рода.

Для гильбертовых пространств $X = \tilde{X}$ и $Y = \tilde{Y}$ и линейных операторных ур-ний, отличных от (1′), различают след. четыре все более общих случая:

а) A и $\tilde{A}$ — положительно определенные ограниченные операторы, т. е. $m(x, x) \leqslant (Ax, x) \leqslant M(x, x)$ и $\tilde{m}(x, x) \leqslant (\tilde{A}x, x) \leqslant \tilde{M}(x, x)$, где (,) — знак скалярного произведения; б) A и $\tilde{A}$ — т. н. нормально разрешимые ограниченные операторы, у которых области значений $R(A)$ и $R(\tilde{A})$ замкнуты; в) A и $\tilde{A}$ — ограниченные операторы; г) A и $\tilde{A}$ — замкнутые операторы (оператор A наз. замкнутым, если из $x_n \to x$, $x_n \in D(A)$ и $Ax_n \to y$ вытекает, что $x \in D(A)$ и $Ax = y$). Линейные ур-ния с замкнутыми операторами охватывают линейные дифф., интегральные и интегро-дифф. ур-ния (см. *Уравнений классификация*), т. е. все наиболее важные классы линейных ур-ний.

В 1-м случае предполагается, что

$$\|Ax - \tilde{A}x\| \leqslant \eta_1(x) \tag{3}$$

и

$$\|y - \tilde{y}\| \leqslant \eta_2(y), \tag{4}$$

где $\eta_1(x)$ и $\eta_2(y)$ стремятся к нулю для последовательности приближенных ур-ний при фиксированных x, y, а $\|\tilde{A}\|$ остается равномерно ограниченной. Этому условию удовлетворяют практически любые приближенные методы. Пользуясь явным представлением обратных операторов

$$A^{-1} = P_m(A) + \Delta(A),$$

$$\tilde{A}^{-1} = P_m(\tilde{A}) + \Delta(\tilde{A}), \tag{5}$$

где

$$P_m(\lambda) = \frac{1}{\lambda_1} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \frac{(\lambda - \lambda_1)^k}{\lambda_1^k},$$

$$\Delta(\lambda) = \frac{1}{\lambda_1} \sum_{k=m+1}^{\infty} (-1)^k \frac{(\lambda - \lambda_1)^k}{\lambda_1^k}, \tag{6}$$

$$\lambda_1 > \max\left(\frac{M}{2}, \frac{\tilde{M}}{2}\right),$$

представим погрешность в виде $x - \tilde{x} = A^{-1}y - \tilde{A}^{-1}\tilde{y} = [P_m(A) - P_m(\tilde{A})]\, y + P_m(\tilde{A})(y - \tilde{y}) + \Delta(A)y - \Delta(\tilde{A})\tilde{y}$. За счет выбора m, η_1 и η_2 норму погрешности $\|x - \tilde{x}\|$ можно сделать сколь угодно малой, т. е. в данном случае приближенные методы будут всегда сходящимися. На основании (5) и (6) можно также получить эффективную оценку погрешности метода.

Во 2-м случае предполагается наряду с (4) более сильное, чем (3), условие

$$\|Ax - \tilde{A}x\| \leqslant \eta_1 \|x\|, \tag{7}$$

где η_1 не зависит от x. Это условие справедливо далеко не для всех приближенных методов и его доказательство обычно сопряжено с большими трудностями. Но если (7) доказано, то имеют место след. результаты. Пусть $L(A)$ — пространство нулей оператора A, $X \dot{-} L(A)$ — ортогональное дополнение к $L(A)$ и A^{-1} — оператор, отображающий $R(A) = y$ на $X \dot{-} L(A)$ и обратный к оператору A (с областью определения $X \dot{-} L(A)$). Если $\eta_1 \|A^{-1}\| < 1$, то оператор $\tilde{A}^{-1} = A^{-1} + A^{-1}(A - \tilde{A})A^{-1} + A^{-1}[(A - \tilde{A})A^{-1}]^2 + \cdots$ обратен к $\tilde{A}$ (с областью определения $X \dot{-} L(A)$), причем погрешность

$$\|x - \tilde{x}\| \leqslant \|A^{-1}\| \frac{\eta_1 (1 + \|A^{-1}\| \|y\|)}{1 - \eta_1 \|A^{-1}\|}.$$

Если $\tilde{A}^{-1}$ существует и $\eta_1 \|\tilde{A}^{-1}\| < 1$, то A^{-1} также существует, причем

$$A^{-1} = \tilde{A}^{-1} + \tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)\tilde{A}^{-1} + \\ + \tilde{A}^{-1}[(\tilde{A} - A)\tilde{A}^{-1}]^2 + \cdots$$

и

$$\|x - \tilde{x}\| \leqslant \|\tilde{A}^{-1}\| \frac{\eta_1 (1 + \|\tilde{A}^{-1}\| \|y\|)}{1 - \eta_1 \|\tilde{A}^{-1}\|}.$$

В 3-м случае оператор A^{-1} из $R(A)$ в $D(A) \dot{-} L(A)$, вообще говоря, не будет ограниченным и предыдущие результаты не будут справедливы. Один из подходов к приближенному решению ур-ния (1) с таким оператором состоит в предварительной регуляризации задачи (см. *Некорректно поставленные задачи* и *Некорректно поставленных задач способы ре-*

шения). Введем ур-ние

$$(\alpha I + A^*A)\,x = A^*y, \tag{8}$$

где A^* — оператор, сопряженный A: $(Ax, y) = (x, A^*y)$ для любых $x \in D(A)$ и $y \in R(A)$; $\alpha > 0$, I — единичный оператор. Обозначим решение ур-ния (8) через $x^{(\alpha)}$ и решение ур-ния (1), ортогональное ко всем нулям оператора A, — через x^*. Тогда $\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \frac{\delta_R}{2} + \sqrt{\left(\frac{\delta_R}{2}\right)^2 + \frac{\alpha R^2}{4}}$, где $\delta_R = \inf\limits_{\|w\| \leqslant R} \|x^* - A^*w\| \to 0$, когда $R \to \infty$. В частности, если $x^* \equiv A^*w^*$, то $\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \frac{\sqrt{\alpha}}{2}\|w^*\|$. Точнее, $\|x^* - x^{(\alpha)}\| = \alpha\|w^{(\alpha)}\|$, где $\alpha w^{(\alpha)} + A^*Aw^{(\alpha)} \equiv x^*$. Поэтому, если $x^* \equiv A^*Av^*$, то

$$\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \alpha \frac{\|A^*A\|}{\alpha + \|A^*A\|}\|v^*\| < \alpha\|v^*\|.$$

Введем теперь ур-ние $(\alpha I + \tilde{A}^*\tilde{A})\ \tilde{x} = \tilde{A}^*y$, решение которого обозначим через $\tilde{x}^{(\alpha)}$. Наряду с условиями (3) и (4) допустим еще, что

$$\|A^*y - \tilde{A}^*y\| \leqslant \eta_3(y), \tag{9}$$

где $\eta_3 \to 0$ для последовательности приближенных ур-ний при фиксированном y. Тогда в силу положительной определенности операторов $\alpha I + A^*A$ и $\alpha I + \tilde{A}^*\tilde{A}$ величина $\|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| \to 0$, когда $\eta_1 \to 0$, $\eta_2 \to 0$, $\eta_3 \to 0$ и α — фиксировано. Поэтому, обозначив через $\tilde{x}^*$ решение приближенного ур-ния (2), ортогональное ко всем нулям оператора A, получим, что погрешность

$$\|x^* - \tilde{x}^*\| \leqslant \|x^* - x^{(\alpha)}\| + \|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| + \|\tilde{x}^{(\alpha)} - \tilde{x}^*\|$$

может быть сделана сколь угодно малой, если $\tilde{\delta}_R = \inf\limits_{\|w\| \leqslant R} \|\tilde{x}^* - \tilde{A}^*w\| \to 0$, когда $R \to \infty$ равномерно относительно η_1, η_2, η_3.

В 4-м случае y может не принадлежать области определения $R(A^*)$ оператора A^*. Вместо ур-ния (8) введем ур-ние $(\alpha I + AA^*) \times u^{(\alpha)} = y$ и положим $x^{(\alpha)} = A^*u^{(\alpha)}$. Для сходимости $x^{(\alpha)}$ к x^* необходимо и достаточно, чтобы x^* можно было сколь угодно близко аппроксимировать элементами из $R(A^*)$. Кроме того

$$\|x^* - x^{(\alpha)}\| \leqslant \frac{\delta_R}{2} + \sqrt{\left(\frac{\delta_R}{2}\right)^2 + \frac{\alpha R^2}{4}},$$

где $\delta_R = \inf\|x^* - A^*w\|$. Вводя ур-ние $(\alpha I + \tilde{A}\tilde{A}^*)\,\tilde{u}^{(\alpha)} = \tilde{y}$, полагая $\tilde{x}^{(\alpha)} = \tilde{A}^*\tilde{u}^{(\alpha)}$ и применяя оценку $\|x^* - \tilde{x}^*\| \leqslant \|x^* - x^{(\alpha)}\| + \|x^{(\alpha)} - \tilde{x}^{(\alpha)}\| + \|\tilde{x}^{(\alpha)} - \tilde{x}^*\|$, получим, что в условиях (3), (4) и (9) приближенный метод будет сходящимся, если $\tilde{\delta}_R = \inf\|\tilde{x}^* - \tilde{A}^*w\| \to 0$, когда $R \to \infty$ равномерно относительно η_1, η_2, η_3.

Конкретными примерами операторных ур-ний рассматриваемых типов могут быть линейные сингулярные интегральные ур-ния, интегральные ур-ния Фредгольма 1-го рода и линейные интегро-дифф. ур-ния. Конкретные приближенные методы для этих ур-ний см. в ст. *Интегральных линейных уравнений способы решения*, *Интегральных линейных сингулярных уравнений способы решения* и *Операторных уравнений способы решения*.

Каким бы приближенным методом ни решалось ур-ние (1), для получения приближенного решения с высокой точностью и для экономии числа необходимых операций целесообразно применять следующие вычисл. схемы итерационного уточнения приближенного решения. Нетрудно видеть, что

$$x - \tilde{x} = \tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)(x - \tilde{x}) + \tilde{A}^{-1}(y - A\tilde{x}). \tag{10}$$

Ур-ние (10) решают методом простой итерации:

$$(x - \tilde{x})^{(r+1)} = \tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)(x - \tilde{x})^{(r)} + \tilde{A}^{-1}(y - A\tilde{x}), \tag{11}$$

$$r = 0, 1, 2, \ldots, \quad (x - \tilde{x})^{(0)} \text{ задано.}$$

Достаточное условие сходимости этого метода $\|\tilde{A}^{-1}(\tilde{A} - A)\| \leqslant q < 1$. Вычислительную схему (11) можно переписать так, что значение оператора $\tilde{A}^{-1}$ в явном виде не потребуется. Действительно

$$(x - \tilde{x})^{(r+1)} = y^{(r)} + (x - \tilde{x})^{(1)},$$

где

$$\tilde{A}y^{(r)} = (\tilde{A} - A)(x - \tilde{x})^{(r)}$$

и

$$\tilde{A}(x - \tilde{x})^{(1)} = y - A\tilde{x}.$$

Другой способ итерационного уточнения состоит в многократном применении исходного приближенного метода к последовательности ур-ний

$$A\Delta x^{(r+1)} = y - A\left(\tilde{x} + \sum_{s=1}^{r} \Delta\tilde{x}^{(s)}\right),$$

$$r = 0, 1, 2, \ldots.$$

При этом $\tilde{A}\,\Delta\tilde{x}^{(r+1)} = \tilde{v}^{(r)}$, где $\tilde{v}^{(r)} = y - A\left(\tilde{x} + \sum\limits_{s=1}^{r} \Delta\tilde{x}^{(s)}\right)$ следует вычислять с возрастающей точностью.

Рассмотрим основные вопросы П. м. о. т. по отношению к нелинейным операторным ур-ниям вида (1) и (2) в условиях применимости метода простой итерации. Пусть операторы φ и $\tilde{\varphi}$ отображают взаимно однозначно пространство X в Y: $\varphi x, \tilde{\varphi}\tilde{x} \in Y$, $\varphi^{-1}y, \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{y} \in$

$\in X$, причем $\theta \in D(A)$, θ — нуль-элемент пространства X. Представим ур-ние (1) в виде

$$x = Dx + v, \qquad (12)$$

а ур-ние (2) — в виде

$$\tilde{x} = \tilde{D}\tilde{x} + \tilde{v}, \qquad (13)$$

где $Dx = \varphi^{-1}Ax + x - \varphi^{-1}A\theta$, $v = -\varphi^{-1}y + \varphi^{-1}A\theta$, $\tilde{D}\tilde{x} = \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\tilde{x} + \tilde{x} - \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\theta$, $\tilde{v} = -\tilde{\varphi}^{-1}\tilde{y} + \tilde{\varphi}^{-1}\tilde{A}\theta$. При этих условиях $D\theta = \tilde{D}\theta = \theta$. Будем считать операторы $\tilde{D}$ и D продолженными на все пространство Y. Если выполнены условия $\|Dx_1 - Dx_2\| \leqslant C(\rho)\|x_1 - x_2\|$, $\|x_i\| < \rho$, $i = 1, 2$; $\gamma = C(\rho) < 1$, $\|v\| \leqslant (1-\gamma)\rho$, обеспечивающие существование единственного решения x^* ур-ния (12) в шаре $\|x\| \leqslant \rho$, которое может быть найдено методом простой итерации:

$$x^{(k)} = Dx^{(k-1)} + v, \; x^{(0)} = v,$$

$$\|x^* - x^{(k)}\| \leqslant \frac{\gamma^{k+1}}{1-\gamma}\|v\|,$$

и если, кроме того, $\|Dx - \tilde{D}x\| \leqslant \eta_1(x)$, $\|v - \tilde{v}\| \leqslant \eta_2$; $\|\tilde{D}x_1 - \tilde{D}x_2\| \leqslant \tilde{C}(\tilde{\rho})\|x_1 - x_2\|$, $\|x_i\| \leqslant \tilde{\rho}$, $i = 1, 2$; $\tilde{\gamma} = \tilde{C}(\tilde{\rho}) < 1$, где $\tilde{\rho} = \dfrac{(1-\tilde{\gamma})\rho + \eta_2}{1-\tilde{\gamma}}$, то ур-ние (13) имеет единственное решение $\tilde{x}^*$ в шаре $\|x\| \leqslant \tilde{\rho}$, которое может быть найдено методом простой итерации: $\tilde{x}^{(k)} = \tilde{D}\tilde{x}^{(k-1)} + \tilde{v}$, $\tilde{x}^{(0)} = \tilde{v}$, причем

$$\|x^* - \tilde{x}^{(k)}\| \leqslant \frac{\eta_1(x^*) + \eta_2}{1-\tilde{\gamma}} + \frac{\tilde{\gamma}^{k+1}}{1-\tilde{\gamma}}\|\tilde{v}\|.$$

При $\delta = (1-\gamma)\rho - \|v\| > 0$ аналогичное утверждение имеет место с $\tilde{\rho} = \rho$. Справедливы также определенные обратные заключения, позволяющие делать вывод о разрешимости ур-ния (12) на основании свойств ур-ния (13). В частности, если для ур-ния (13) выполнены указанные выше условия применимости метода простой итерации, и, кроме того, $\tilde{\delta} = (1-\tilde{\gamma})\tilde{\rho} - \|\tilde{v}\| > 0$, то при $|\gamma - \tilde{\gamma}| < 1 - \tilde{\gamma}$ и $\rho|\gamma - \tilde{\gamma}| + \eta_2 < \tilde{\delta}$ ур-ние (12) будет иметь в шаре $\|x\| \leqslant \rho = \tilde{\rho}$ единственное решение x^*, причем

$$\|x^* - \tilde{x}^{(k)}\| \leqslant \frac{\eta_1(x^*) + \eta_2}{1-\tilde{\gamma}-|\gamma-\tilde{\gamma}|} + \frac{\tilde{\gamma}^{k+1}}{1-\tilde{\gamma}}\|\tilde{v}\|.$$

Важное значение на практике имеют двусторонние приближенные методы, когда наряду с ур-нием (1) рассматриваются два приближенных ур-ния: $\tilde{A}_1\tilde{x}_1 = \tilde{y}_1$, $\tilde{A}_2\tilde{x}_2 = \tilde{y}_2$ и доказывается, что

$$\tilde{x}_1 \leqslant x \leqslant \tilde{x}_2. \qquad (14)$$

При этом любое неравенство вида $u \leqslant v$ в абстрактном линейном пространстве X означает, что $v - u \in K_x$ — конусу в X (конусом K_x наз. замкнутое выпуклое множество элементов, которое вместе с любым элементом $w \in K_x$ содержит луч λw, $\lambda \geqslant 0$ и, кроме того, из w, $-w \in K_x$ вытекает, что $w = \theta$). Примерами конусов могут служить совокупности неотрицательных ф-ций и совокупности векторов с неотрицательными координатами. Оператор A наз. монотонным, если из $x_1 \leqslant x_2$ следует $Ax_1 \leqslant Ax_2$; A наз. оператором монотонного вида, если из $Ax_1 \leqslant Ax_2$ следует $x_1 \leqslant x_2$. Соотношение (14) будет выполнено при условии, что A является оператором монотонного вида, $A\tilde{x}_1 - y \leqslant \tilde{A}_1\tilde{x}_1 - \tilde{y}_1 = \theta$ и $A\tilde{x}_2 - y \geqslant \tilde{A}_2\tilde{x}_2 - \tilde{y}_2 = \theta$. Операторы $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_2$ и элементы $\tilde{y}_1$, $\tilde{y}_2$ получаются обычно на основе представлений $A = A_1 - A_2$ и $y = y_1 - y_2$, где A_i — монотонные операторы и $y_i \in K_y$ — конусу в Y, $i = 1, 2$, а также на основе построения мажорант $A_ix \leqslant B_ix$, $x \in K_x$; $y_i \leqslant v_i$ и минорант $A_ix \geqslant C_ix$, $x \in K_x$; $y_i \geqslant w_i$ монотонных операторов и элементов конуса K_y. Конкретные приближенные методы решения нелинейных операторных ур-ний см. в ст. *Интегральных нелинейных уравнений способы решения.*

Все предыдущие построения остаются справедливыми, если под операторами $\tilde{A}$ и элементами $\tilde{y}$ подразумевать произвольные приближения соответственно к A и y, возникшие не только за счет применения приближенных методов. Приближения $\tilde{A}$ и $\tilde{y}$ могут возникнуть за счет неточности исходных данных и тогда П. м. о. т. будет давать ответы о влиянии наследственной погрешности решения ур-ния (1). Оценку погрешности округления нередко приводят к оценке эквивалентного возмущения оператора A и элемента y, после чего П. м. о. т. также вступает в силу.

Лит.: Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. М., 1959 [библиогр. с. 671—680]; Иванов В. В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. К., 1968 [библиогр. с. 281—285]; Красносельский М. А. [и др.]. Приближенное решение операторных уравнений. М., 1969 [библиогр. с. 437—452]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [библиогр. с. 422—431].

В. В. Иванов.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ — задача, возникающая при необходимости действовать в ситуации, известной не полностью. Формулируют ее

обычно как задачу поиска единственного наилучшего (в каком-нибудь смысле) решения на заранее заданном мн-ве допустимых решений. Осн. трудность состоит в том, что последствия, связанные с принятием того или иного решения, зависят от неизвестной ситуации. Степень неприемлемости этих последствий принято измерять в условных единицах — потерях, которые, по предположению, может понести активное лицо, т. е. тот, кто принимает решение. Осн. исходной информацией, необходимой для решения задачи, является ф-ция потерь, представляющая собой зависимость потерь от двух аргументов: решения и ситуации. Осн. шаг при решении задачи состоит в преобразовании ф-ции потерь в ф-цию риска, отражающую зависимость степени риска, на который идет активное лицо, уже только от одного аргумента — от принимаемого решения. Способ такого преобразования неоднозначен и зависит от выбранного активным лицом критерия риска. От этого же критерия зависит и смысл выражения «наилучшее решение»: наилучшим наз. решение, минимизирующее риск. Применимость различных критериев риска зависит от характера неопределенности ситуации. Подробно изучены два типа таких неопределенностей: неопределенность состояния природы и неопределенность целенаправленного противодействия. Задачи, связанные с неопределенностями 1-го и 2-го типов, изучают соответственно теория статистических решений и *игр теория*. Неопределенность состояния природы имеет, в свою очередь, две осн. разновидности: когда о фактическом состоянии природы не известно ничего, кроме мн-ва, из которого оно может быть выбрано; когда известно *распределение вероятностей* (или ф-ция плотности вероятности) на мн-ве возможных состояний природы.

Формально задача ставится следующим образом. Пусть A — мн-во допустимых решений, Θ — мн-во возможных ситуаций, φ — функция потерь, т. е. числовая ф-ция, определенная на мн-ве $A \times \Theta$ всех пар вида (a, θ), где $a \in A$ — решение, $\theta \in \Theta$ — ситуация (число $\varphi(a, \theta)$ наз. потерей, сопутствующей решению a при ситуации θ). Зафиксировав некоторое решение $a \in A$ из двуаргументной ф-ции φ, получим новую (одноаргументную) ф-цию $\theta \to \varphi(a, \theta)$, определенную на мн-ве Θ и отражающую зависимость потери от ситуации при заданном и фиксированном решении a. Обозначим эту новую ф-цию через $\varphi(a, \cdot)$. Тогда всякое преобразование ф-ции потерь φ в ф-цию риска ρ может быть осуществлено применением к всевозможным ф-циям вида $\varphi(a, \cdot)$ (где a пробегает мн-во A) некоторого функционала Σ. Результат $\rho(a) = \Sigma\varphi(a, \cdot)$ применения функционала Σ к ф-ции $\varphi(a, \cdot)$ представляет собой число и наз. р и с к о м, связанным с решением a. Наилучшим решением, если оно существует, наз. такое $a^* \in A$, которое минимизирует риск во мн-ве решений A, т. е. удовлетворяет требованию $\rho(a^*) = \inf\limits_{a \in A} \rho(a)$. Если мн-во A конечно, для него может быть определено понятие рандомизированного решения (в таких случаях решения из A наз. детерминированными). Рандомизированным решением, заданным на мн-ве A, наз. всякую неотрицательную числовую ф-цию q, определенную на мн-ве A и удовлетворяющую требованию $\sum\limits_{a \in A} q(a) = 1$ (если множество A непрерывно, сумма заменяется интегралом). Число $q(a)$ наз. тогда *вероятностью* детерминированного решения a относительно рандомизированного решения q. Практическое применение всякого рандомизированного решения состоит в том, что бросают жребий, определяющий, какое детерминированное решение из A следует в данном случае принять, причем применение рандомизированного решения q требует такой организации бросания жребия, чтобы детерминированное решение a в нем выпадало с вероятностью $q(a)$. Обозначим мн-во всех рандомизированных решений, заданных на мн-ве A, через $\tilde{A}$. Очевидно, для каждого $a \in A$ найдется такое эквивалентное ему рандомизированное решение $q_a \in \tilde{A}$, относительно которого вероятность $q_a(a)$ детерминированного решения a равна 1. Поэтому мн-во $\tilde{A}$ можно рассматривать как результат пополнения мн-ва A, а, следовательно, имеет смысл поставить задачу поиска наилучшего решения уже во мн-ве $\tilde{A}$. Для этого необходимо продолжить ф-цию потерь φ с мн-ва $A \times \Theta$ пар вида (a, θ) на мн-во $\tilde{A} \times \Theta$ пар вида (q, θ). Ср. потерей, сопутствующей решению $q \in \tilde{A}$ при ситуации $\theta \in \Theta$, наз. число $\tilde{\varphi}(q, \theta) = \sum\limits_{a \in A} q(a) \cdot \varphi(a, \theta)$. Справедливость соотношения $\tilde{\varphi}(q_a, \theta) = \varphi(a, \theta)$ для любой пары (a, θ) показывает, что ф-ция ср. потерь $\tilde{\varphi}$ является продолжением ф-ции потерь φ. Если для детерминированных решений уже был выбран критерий риска, а, следовательно, и функционал Σ, то с помощью этого же функционала Σ для рандомизированных решений может быть определена ф-ция ср. рисков $\tilde{\rho}$. Ср. риском, связанным с рандомизированным решением $q \in \tilde{A}$, наз. число $\tilde{\rho}(q) = \Sigma\tilde{\varphi}(q, \cdot)$. Наилучшее рандомизированное решение определяется как решение, минимизирующее ср. риск.

Важный общий вывод, касающийся любых критериев риска, состоит в следующем: каким бы ни был функционал Σ, имеет место соотношение $\inf\limits_{q \in \tilde{A}} \Sigma\tilde{\varphi}(q, \cdot) \leqslant \inf\limits_{a \in A} \Sigma\varphi(a, \cdot)$. Т. о., пополнение множества A не может повредить при решении задачи. Однако ответ на вопрос, принесет ли пополнение реальную пользу (т. е. можно ли знак $\leqslant$ заменить знаком $<$), зависит уже от используемого критерия риска. Наибольшее распростра-

нение получили два таких критерия риска: критерий минимакса и критерий Байеса. Использование критерия минимакса не требует никакой информации о ситуации (за исключением указания мн-на возможных ситуаций). Поэтому этот критерий может применяться при любой рассмотренной неопределенной ситуации (а для неопределенности противодействия он является даже единственным приемлемым критерием из известных). Функционал Σ для него имеет вид $\sup\limits_{\theta}$, а риск $\rho(a)$, связанный с решением $a \in A$, определяется соотношением $\rho(a) = \sup\limits_{\theta \in \Theta} \varphi(a, \theta)$. Во многих практически важных случаях (напр., когда мн-ва A и Θ конечны) наилучшее детерминированное решение a^* удовлетворяет условию $\rho(a^*) = \min\limits_{a \in A} \max\limits_{\theta \in \Theta} \varphi(a, \theta)$. Для критерия минимакса пополнение мн-ва A оказывается существенным, т. е. позволяет, как правило, получать более выгодные решения. Критерий Байеса может быть использован только при такой неопределенности ситуации, когда известно распределение вероятностей (или ф-ция плотности вероятности) на мн-ве Θ всех возможных ситуаций. Пусть для всякого $\theta \in \Theta$ $p(\theta)$ — вероятность ситуации θ. Тогда функционал Σ имеет вид M_p (читается «*математическое ожидание* по распределению p»), а риск $\rho(a)$ определяется по ф-ле $\rho(a) = \sum\limits_{\theta \in \Theta} p(\theta) \cdot \varphi(a, \theta)$. В отличие от критерия минимакса, критерий Байеса безразличен к пополнению мн-ва A, т. е. введение рандомизированных решений не дает никакого выигрыша.

Рассмотренная задача принятия решений является одновременно самой простой и самой важной. Наз. ее осн. задачей. Изучались всевозможные обобщения и усложнения этой задачи. Один из вариантов усложнения связан с использованием при выборе наилучшего решения результатов каких-нибудь наблюдений. При такой постановке задачи нужно искать уже не наилучшее решение (осн. задача), а наилучшую стратегию (или *решающее правило*), представляющую собой зависимость наилучшего решения от результатов наблюдения (стратегическая задача). Пусть Z — мн-во возможных результатов наблюдения и пусть известны *вероятности условные* (или плотности вероятностей) $p(z/\theta)$ для всех $z \in Z$ и $\theta \in \Theta$. Детерминированной (смешанной) стратегией наз. всякое отображение s мн-ва Z во мн-во детерминированных решений A (соответственно — во мн-во рандомизированных решений $\tilde{A}$). Мн-во $\tilde{S}$ всех смешанных стратегий можно рассматривать как результат пополнения мн-ва S всех детерминированных стратегий (для $s \in S$, $\tilde{s} \in \tilde{S}$ и $z \in Z$ $s(z)$ — детерминированное, а $s(z)$ — рандомизированное решение). Стратегическая задача (поиск наилучшей стратегии во мн-ве S или во мн-ве $\tilde{S}$) может быть сведена к осн. задаче. Роль решений в этой осн. задаче играют стратегии из мн-ва S, а роль ф-ции потерь играет ф-ция f, определяемая из условия: для каждой пары (s, θ) $f(s, \theta) = \sum\limits_{z \in Z} p(z/\theta) \cdot \varphi(s(z), \theta)$, где s — стратегия, θ — ситуация, φ — исходная ф-ция потерь. Критерий Байеса дает еще один способ сведения стратегической задачи к основной. Пусть для всех $\theta \in \Theta$ и $z \in Z$ известны вероятности $p(\theta)$ и $p(z/\theta)$. Тогда, если полученный результат наблюдения есть $z \in Z$, то, рассматривая вероятности $p(\theta)$ как априорные, можно получить апостериорные вероятности $\tilde{p}(\theta/z)$ для всех $\theta \in \Theta$ по ф-ле Байеса (отсюда и название — «критерий Байеса»)

$$\tilde{p}(\theta/z) = \frac{p(\theta) \cdot p(z/\theta)}{\sum\limits_{\theta' \in \Theta} p(\theta') \cdot p(z/\theta')}.$$

После этого для каждого результата наблюдения $z \in Z$ решают его основную задачу: на мн-ве A ищут наилучшее решение a_z (под вероятностью ситуации $\theta \in \Theta$ при этом принимается апостериорная вероятность $\tilde{p}(\theta/z)$. Этим способом можно получить наилучшую стратегию (это будет ф-ция $z \to a_z$, ставящая в соответствие каждому результату наблюдения z наилучшее решение a_z), причем она будет совпадать с наилучшей стратегией, найденной первым способом. При условии, что риск в данный момент времени зависит от последствий, обусловленных решением в предыдущие моменты времени, и критерий оценки качества принимаемых решений представляет собой некоторый функционал, определенный на всем интервале принятия решений, возникает многошаговая задача принятия решений. Если решения определяют выбор *управляющего воздействия* и принимаются в условиях неопределенности или неполноты информации, то соответствующую многошаговую задачу наз. задачей управления в условиях неопределенности (см. *Дуальное управление* и *Управление с адаптацией*). Задачи принятия решений в условиях неопределенности возникают в самых различных областях человеческой деятельности: в экономике, биологии, технике, медицине и т. д.

Лит.: Блекуэлл Д., Гиршик М. А. Теория игр и статистических решений. Пер. с англ. М., 1958 [библиогр. с. 351—359]; Вильямс Дж. Д. Совершенный стратег или Букварь по теории стратегических игр. Пер. с англ. М., 1960 [библиогр. с. 265—266]; Льюс Р. Д., Раиффа Х. Игры и решения. Пер. с англ. М., 1961 [библиогр. с. 608—625]; Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. Пер. с англ. М., 1962.

Н. М. Дидук, В. И. Иваненко.

ПРИОРИТЕ́Т — величина, характеризующая значимость некоторого процесса (выполняемой программы) по отношению к др. аналогичным процессам, между которыми возможна конфликтная ситуация. П. в общем случае устанавливается на основе априорных данных о важности программы. П. может быть поставлен и в зависимость от конкретной ситуации в вычислительном про-

цессе на машине. Значением П. является целое положительное число (меньшее число соответствует большему П.). Понятие П. используется, напр., при орг-ции многопрограммной работы в ситуациях, в которых необходимо решить, какой из нескольких программ предоставить право использования устр-ва (напр., центрального *процессора*) в данный момент. П. в этих ситуациях может учитываться в различной степени в зависимости от общих требований к вычислительному процессу. Пусть, напр., в машине выполняются независимо три программы *A*, *B* и *C* с приоритетами 1, 2 и 3, соответственно. Программа *C* в данный момент владеет центральным процессором, *A* — устр-вом вывода на печать, программа *B* — устр-вом ввода с перфокарт. Возможен следующий порядок (дисциплина) обслуживания программ центральным процессором; в случае, если программа *A* или *B* в некоторый момент заканчивает использование внешнего устр-ва и требует обслуживания со стороны центрального процессора, это право предоставляется ей в тот же момент. При этом программа *C* временно откладывается (прерывается). Такой порядок обслуживания наз. дисциплиной с приоритетным прерыванием (или абсолютным П.). Она используется, напр., в том случае, если программы *A* и *B* работают в *реальном масштабе времени*, а программа *C* реализует решение обычной, разовой задачи. Возможна и другая дисциплина обслуживания, при которой роль П. более ограничена (дисциплина с относительным П.). Напр., в предыдущей ситуации программа *C* использует процессор до того момента, пока она не обратится к к.-л. из внешних устр-в, и тогда вопрос о том, какой из двух программ (*A* или *B*) предоставить процессор, решается в пользу *A* на основании ее более высокого П. Такая дисциплина обслуживания характерна для процесса *пакетной обработки информации*.

Значение П. программы часто ставится в зависимость от времени, напр., если программа ждет обслуживания некоторым устр-вом, то П. ее растет по определенному закону, а затем при захвате этого устр-ва падает до первоначального уровня. Понятие П. в некоторых случаях может также использоваться как величина, характеризующая относительную значимость пользователя вычислительной системы для решения конкретных конфликтных ситуаций между несколькими пользователями.

А. И. Никитин.

ПРИОРИТЕТОВ СИСТЕМА — набор правил, устанавливающих приоритет каждого из множества функционирующих на машине процессов в любой конфликтной ситуации. Реализация П. с. базируется как на схемных средствах (система прерывания), так и на программах, входящих в *операционную систему* машины. Обычно наиболее приоритетными являются процессы реакции на различные нерегулярные (напр., аварийные) ситуации на машине. Высокий *приоритет* присваивается также процессам реакции на сигналы от внешних объектов, функционирующих в реальном масштабе времени, а также от внешних устр-в машины. Наиболее низкий приоритет присваивается процессам, связанным с решением обычных задач, составляющим фоновый вычислительный процесс. Приоритеты, устанавливаемые согласно П. с. отд. процессам, могут быть постоянными, но могут и изменяться во времени. Так, напр., приоритет задачи, которая должна быть решена в системе автоматизации производства к определенному времени дня, быстро растет с приближением к этому моменту времени. Часто приоритет некоторого процесса ставят в зависимость от времени ожидания этого процесса, чтобы не допустить слишком долгого его простоя. *А. И. Никитин.*

ПРОБЛЕМА «ЧЕЛОВЕК—МАШИНА» — комплекс вопросов, рассматривающих взаимодействие человека с машиной или автоматом в единой системе. Основные из них: исследование возможностей *человека-оператора* как звена *системы «человек—машина»* (СЧМ), оптим. распределение ф-ций между человеком и машиной, синтез глобального критерия оценки качества СЧМ, инженерно-психологические исследования СЧМ и др.

Первый вопрос включает определение рабочих характеристик человека-оператора, представляющих собой матем. описание (матем. модель) его поведения, границы применимости полученной модели и т. д. При этом исследованию подвергаются все возможные каналы приема и передачи информации человеком — зрение, слух, речь, осязание и т. д. На основе рабочих характеристик определяются требования к информационной модели машины со стороны человека и исследуются потоки информации от СЧМ. «Машина» в данном случае означает совокупность технических устройств, сложность которых определяется конкретной задачей, «человек» — одного человека-оператора, либо группу операторов, взаимодействующих в едином комплексе с тех. устройством. Функции человека-оператора в СЧМ заключаются в приеме и обработке получаемой от машины информации и передаче (в виде управления) командной информации машине. Рабочие характеристики СЧМ обычно получают экспериментально при участии большого количества обученных операторов с последующим усреднением полученных результатов. Они зависят от многих факторов. Возможность обучения человека-оператора, сами процессы обучения и тренировки, *адаптация* к изменению условий работы представляют самостоятельные направления исследований.

СЧМ можно классифицировать: по форме участия человека-оператора в производственном процессе — на системы без его непосредственного участия в выполнении машиной своей задачи (лишь с ф-циями контроля, поиска неисправностей и т. д.) и с его непосредственным участием в управлении машиной (напр., для слежения, управления автомобилем, самолетом и т. д.); по виду связи человека с машиной — на СЧМ с непосредственной и с дистанционной связью; по времени участия

человека-оператора в процессе управления — на СЧМ с непрерывным функционированием оператора и с дискретным (когда, не нарушая работы системы в целом, он может отвлекаться на некоторое время от управления машиной); по числу операторов, участвующих в работе системы (если их больше одного, возникают дополнительные качественные свойства, получившие наименование эффект группы, и может потребоваться учет психологической совместимости операторов) и т. д.

Получение характеристик и матем. модели человека, описывающих его поведение,— решение только части П. «ч.—м.», другая часть проблемы состоит в поиске критериев для организации оптим. производственной деятельности человека и машины, как единого целого.

СЧМ по своему существу является *сложной системой управления,* характеризуемой различными показателями качества, которые, вступая между собой в определенные функциональные соотношения, образуют составной, комбинированный критерий качества. Часто можно без большой погрешности воспользоваться аддитивной формой представления составного критерия, напр., в виде

$$J = \int_0^T \sum_{i=1}^{q} \alpha_i x_i^2 dt + \sum_{j=1}^{p} \beta_j y_j,$$

где T — отрезок времени, на котором определяется интегр. показатель качества при отработке возмущения заданного вида, α_i — вес i-го интегр. показателя качества, x_i — i-я координата системы, по которой определяется интегр. показатель качества, β_j — вес j-го неинтегрального показателя качества, y_j — j-й неинтегральный показатель качества. В интегр. показатели качества обычно включают координаты, характеризующие свойства системы,— ошибку системы, ее производные, управляющие воздействия и т. п., в неинтегральные — стоимость, надежность, вероятность выполнения задания, напряженность работы человека-оператора в системе управления, необходимую квалификацию человека-оператора, а также терминальные критерии и минимаксные показатели качества.

Оценку качества системы управления производит человек или группа людей, следовательно, формирование оптимизирующего функционала есть проблема, принципиально связанная с человеком, и подходить к ее решению необходимо с учетом специфики человеческих факторов. Определение весовых коэфф. критерия может осуществляться *экспертных оценок методом* в его различных модификациях.

Наличие критерия качества СЧМ позволяет на науч. основе сравнивать между собой различные системы этого класса, а также осуществлять различные задачи синтеза — оптим. распределение ф-ций между человеком и устр-вами сопряжения (элементами управляющих устройств), сопряжение человека и машины в единое функциональное целое, параметрическую оптимизацию СЧМ.

При распределении ф-ций между человеком и автомат. устройствами необходимо иметь различного уровня сведения о рабочих характеристиках человека применительно к данной конкретной задаче (без таких сведений задача синтеза СЧМ должна рассматриваться как некорректная). Предпочтительно использовать достаточно полное описание динамических свойств человека, его ограничений, статистико-вероятностных показателей и т. д. Однако в ряде случаев можно воспользоваться и миним. сведениями о возможностях человека-оператора (напр., модальными характеристиками, дающими ответ на вопрос о том, может ли вообще человек выполнить данную операцию или нет).

В зависимости от доступного исследователю уровня информации о рабочих характеристиках человека-оператора производится распределение ф-ций между человеком и автомат. устройствами с целью реализации закона управления, полученного на основе имеющегося критерия качества. В результате определяется либо единственная структура (при достаточно полном описании), либо ограниченное число структур СЧМ (при наличии только модальных характеристик). После этого на основании критерия качества осуществляется этап параметрического синтеза, на котором оптимизация системы производится в рамках единственной структуры. Т. к. СЧМ — сложная система, отличающаяся разнообразием динамических свойств, а также учитывая трудность расчета систем с комбинированным оптимизирующим функционалом, рекомендуется исследовать СЧМ теоретико-экспериментальным методом — с макс. использованием реальной аппаратуры и оборудования, с возможно более полным сохранением особенностей динамики. Путем моделирования имитируются наиболее характерные для данной системы возмущения, включая начальные условия, и в течение определенного времени T человек-оператор экспериментально осуществляет требуемый процесс. Варьируя оптимизируемые переменные, добиваются минимизации критерия качества. В теор. смысле задача сводится к поиску *экстремума глобального* ф-ции многих переменных в статистическо-вероятностном аспекте.

Таким образом, П. «ч.—м.» является комплексной, объединяющей исследования в различных областях знаний *(систем общей теории, автоматического управления теории, психологии инженерной,* медицине, технике и др.). См. также *Взаимодействие человека с вычислительной машиной, Моделирование системы «человек—машина», Эргатическая система.* *А. Н. Воронин, А. М. Мелешев, В. В. Павлов.*

ПРОГО́НКИ МЕ́ТОД — то же, что и *факторизации метод.*

ПРОГРА́ММ СЕГМЕНТА́ЦИЯ — расчленение программ на отдельные части (сегменты) с целью размещения их в имеющихся объемах памяти. П. с. должна производиться с учетом принятой для данной *цифровой вычислительной машины* системы распределения памяти. Отдельные сегменты программ размещаются

в различных ступенях *памяти ЦВМ;* по мере выполнения *программы* происходит пересылка очередного выполняемого сегмента из внешней памяти в оперативную. П. с. вызывает увеличения времени исполнения программы, которое тем больше, чем чаще приходится заменять очередной выполняемый сегмент. П. с. производится либо на основе априорного анализа структуры программы и частоты обращения к отдельным ее участкам, либо на основе моделирования этих программ. См. также *Памяти распределение.* *В. Ф. Ляшенко.*

ПРОГРА́ММА в ы ч и с л и т е л ь н о й м а ш и н ы — описание алгоритма решения задачи, заданное на языке вычислительной машины. Это описание представляет собой задаваемую вычисл. машине инструкцию, указывающую, в какой последовательности, над какими данными и какие операции должна выполнить машина и в какой форме выдать результат. П. в языке *вычислительной машины* представляет собой последовательность числовых кодов, и ее составляют вручную или при помощи *транслятоpов,* для которых *алгоритм* задачи записывается на соответствующем *языке программирования.* При применении средств автоматизации программирования П. на языке вычисл. машины часто оказывается внутренним элементом вычисл. процесса, основанного на непосредственном решении задачи после трансляции. К П. предъявляются противоречивые требования: экономное расходование памяти и обеспечение быстроты решения, в связи с чем при составлении П. приходится идти на компромисс, часто определяемый тех. возможностями конкретной цифровой вычислительной машины. *В. Ф. Ляшенко.*

ПРОГРА́ММА ДИАГНОСТИ́ЧЕСКАЯ — программа, реализующая алгоритм поиска неисправностей и позволяющая с некоторой вероятностью обнаружить местонахождение неисправности в цифровой вычислительной машине. Является частью испытательной программы (см. *Диагностика неисправностей ЦВМ).* При создании П. д. составляется список неисправностей, которые могут возникнуть в контролируемом устройстве или узле машины. Для каждой неисправности, входящей в список, составляется программа ее обнаружения. При этом предполагается, что в контролируемом устройстве или узле машины возникла одна из неисправностей, входящих в список, а других неисправностей нет. Составление программы заключается в подборе такой последовательности команд, которая обеспечивает подачу на контролируемое устройство или узел машины определенных наборов входных сигналов и анализ его выходных сигналов с целью обнаружения данной неисправности. В связи с тем, что почти всякая программа, предназначенная для обнаружения какой-либо неисправности, реагирует и на другие неисправности, производится анализ реакции каждой из составленных программ на каждую неисправность, входящую в список. Результаты анализа сводятся в таблицу, в верхней строке которой записываются условные номера неисправностей, в левом столбце — номера составленных программ. Если некоторая программа с номером j выполняется правильно при наличии неисправностей с номером i, то в клетку таблицы, находящуюся на пересечении j-й строки и i-го столбца, записывается 0, в противном случае в эту клетку записывается 1. Составленная таким образом таблица наз. д и а г н о с т и ч е с к о й, а совокупность составленных программ обнаружения неисправностей представляет собой П. д. для данного устройства или узла ЦВМ. При выполнении П. д. получают т. н. результат диагностики, представляющий собой двоичный *код,* образованный по следующему правилу: j-й разряд этого кода равен 0, если j-я программа выполнилась правильно, в противном случае он равен 1. Столбцы диагностической таблицы рассматриваются также как двоичные коды, читаемые сверху вниз. Результат диагностики сравнивается с кодами, образованными столбцами диагностической таблицы. Если результат диагностики совпадает с кодом какого-либо столбца таблицы, считают, что в контролируемом устройстве имеется неисправность, номер которой соответствует номеру этого столбца. Характер неисправности определяется по списку.

Лит.: М и р о н о в Г. А. Испытательные программы для контроля электронных цифровых машин. М., 1964 [библиогр. с. 266—267]; Диагностика неисправностей вычислительных машин. М., 1965; В о л к о в А. Ф., В е д е ш е н к о в В. А., З е н к и н В. Д. Автоматический поиск неисправностей в ЦВМ. М., 1968 [библиогр. с. 144—146].

Л. А. Корытная.

ПРОГРА́ММА ИСПЫТА́ТЕЛЬНАЯ — программа, с помощью которой осуществляется *диагностика неисправностей ЦВМ.*

ПРОГРА́ММА КОМПИЛИ́РУЮЩАЯ — см. *Транслятор.*

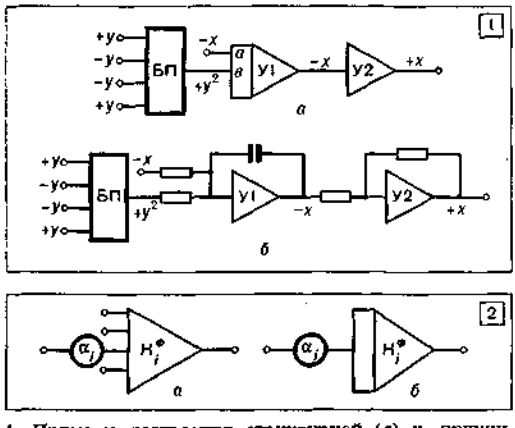
ПРОГРА́ММА УПРАВЛЯ́ЮЩАЯ — см. *Управляющая программа.*

ПРОГРА́ММА-ДИСПЕ́ТЧЕР — одно из названий управляющей программы *операционной системы* или ее части, которая управляет прохождением заданий в ЦВМ.

ПРОГРАММИ́РОВАНИЕ АВМ — процесс подготовки задачи к решению ее на машине. Он включает в себя математическую формулировку поставленной задачи, выбор метода решения, преобразование системы уравнений к виду, удобному для ее решения, и этапы подготовки всех исходных данных для ввода в машину и для «отладки программы». Этапы матем. формулировки поставленной задачи и выбора метода решения не формализуются и выполняются, как правило, специалистами, ставящими задачу, совместно со специалистами по применению средств аналоговой вычислительной техники.

П р е о б р а з о в а н и е с и с т е м ы у р а в н е н и й, полученной на этапах матем. формулировки и выбора метода решения, к виду, удобному для ее решения, включает в себя преобразования для улучшения качества работы схемы, имеющие целью упрощение вида ур-ний, увеличение точности и надежности, уменьшение объема оборудования, облегчение процесса исследований и преобразо-

вание к канонической форме. Преобразования, улучшающие качество работы схемы и облегчающие процесс исследований, дополняют этап матем. формулировки задачи и могут включать преобразования к структурному виду, преобразования, выполнение которых основывается на тщательном изучении исследуемого явления и формально матем. преобразования. Преобразование к структурному виду выполняется для облегчения процесса исследования и ставит своей задачей построение такой системы ур-ний, при маш. реализации



1. Примеры построения структурной (*а*) и принципиальной (*б*) схем решения уравнения $\frac{dx}{dt} = -ax + by^2$.
2. Схема суммирующего (*а*) и интегрирующего (*б*) усилителей с последовательно включенным потенциометром.

которой обеспечивается независимая аппаратная реализация каждого физ. элемента или узла исследуемой системы. Тщательное дополнительное изучение исследуемого явления, производимое как до постановки задачи на АВМ, так и в процессе постановки, во многих случаях дает возможность упростить систему ур-ний за счет, напр., полной или частичной линеаризации, преобразования отдельных членов и использования логич. операций, дающих возможность в предельном случае заменить сложную систему ур-ний семейством более простых ур-ний с орг-цией операций выбора решений по логич. признакам, что повышает точность и надежность. К числу формально матем. преобразований относятся нелинейные преобразования переменных и параметрические преобразования. Нелинейные преобразования переменных сводятся к подстановке вида $z_i = R(y_i)$ и используются для уменьшения числа нелинейных операций. Преобразование к каноническому виду включает в себя операции понижения порядка системы ур-ний и выделения производной.

К этапам подготовки исходных данных относятся составление структурной или принципиальной схемы электр. моделирования, определение масштабов переменных, расчет коэфф. передачи суммирующих и интегрирующих усилителей, аппроксимация графиков нелинейных зависимостей и переменных коэфф., составление таблиц для настройки блоков и подготовка исходных данных для контроля. В структурной схеме электр. моделирования должны быть определены все участвующие в решении задачи операционные блоки машины и все связи между ними; структурная схема является осн. рабочим документом и может быть при необходимости дополнена фрагментами принципиальных схем. Принципиальные схемы характеризуются макс. детализацией, в них указываются все осн. вычисл. элементы, в том числе элементы входных цепей и цепей обратной связи *усилителей операционных*. Построение таких схем целесообразно для машин, в которых возможна дополнительная коммутация на уровне элементов. На рис. 1 дано построение структурной и принципиальной схем решения ур-ния $\frac{dx}{dt} = -ax + by^2$. Связь между переменными, действующими в АВМ, и действительными физ. переменными устанавливается с помощью масштабных соотношений (масштабов). Масштабом M_x, или масштабным коэфф. физ. переменной x, наз. некоторая постоянная, определяемая как отношение $M_x = \frac{U_x}{x} = \frac{\text{знач. маш. перем.}}{\text{знач. физ. перем.}}$. Масштабы переменных используются при расчетах коэфф. передачи линейных блоков следующим образом. Коэфф. передачи суммирующего усилителя по i-му входу равен $K_i = a_i \frac{M_{\text{суммы}}}{M_{\text{слагаемого}}}$, где a_i — постоянный коэфф., стоящий в ур-нии перед соответствующим слагаемым. Коэфф. передачи интегрирующего усилителя по i-му входу $K_i = \frac{1}{R_i C} = \frac{M_{\text{интеграла}}}{M_{\text{слагаемого подынтегр. выраж.}}} \cdot a_i$. В тех случаях, когда постоянные коэфф. задаются с помощью последовательно включенного потенциометра с коэфф. передачи α_i и усилителя с фиксированным коэфф. передачи K_i^{Φ}, как показано на рис. 2, распределение общего коэфф. передачи K_i производится по ф-ле $K_i = \alpha_i K_i^{\Phi}$, причем величина K_i^{Φ} выбирается так, чтобы значение α_i было возможно ближе к единице, но не более единицы. При выполнении операций нелинейного преобразования масштабы переменных используются для графического построения кривых, подлежащих воспроизведению в машине. При выполнении операции перемножения x и y связь между масштабами, постоянным коэфф. a при произведении в ур-нии и коэфф. b, характеризующим схему, имеет вид $M_{xy} = \frac{bM_xM_y}{a}$. Применение масштаба времени дает возможность изменить

время решения задачи τ на машине в требуемую сторону относительно реального времени t; масштаб времени определяется по ф-ле $M_t = \frac{\tau}{t}$ и вводится соответствующим изменением постоянных времени интегрируюших усилителей $(RC)_\tau = M_t (RC)_t$.

Подготовка исходных данных для статического контроля сводится к выбору напряжений, поступающих при контроле на входы схемы или ее отдельных частей, и расчету напряжений на выходах всех операционных блоков схемы. Процесс подготовки исходных данных достаточно хорошо формализуется и может быть поручен ЦВМ; при этом в дальнейшем возможна полная автоматизация подготовки исходных данных и их ввода в АВМ.

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963; Левин Л. Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин. М., 1966 [библиогр. с. 405—410]; Витенберг И. М. Программирование аналоговых вычислительных машин. М., 1972 [библиогр. с. 402—405]. *И. М. Витенберг.*

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ВЫПУКЛОЕ — раздел *программирования математического*, изучающий задачи минимизации, в которых минимизируемая функция выпукла, а ограничения задаются также *выпуклыми функциями*. В общей форме задача П. в. может быть записана так: минимизировать ф-цию $g_0(x)$ при ограничениях

$$g_i(x) \leqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{1}$$

где x — n-мерный вектор, а $g_i(x)$, $i = 0, 1, \ldots, m$ — выпуклые ф-ции. Задачи П. в. встречаются в *математической экономике, электрических цепей теории;* задачи аппроксимации ф-ций также представляют собой задачи П. в. В частности, в задачах аппроксимации ф-ций появляются такие выпуклые ф-ции, которые не являются дифференцируемыми, они требуют спец. изучения.

Пусть $f(x)$ — выпуклая ф-ция, определенная при всех x. Обозначим через $\partial f(x)$ мн-во таких векторов c, для которых при всех y выполняется неравенство: $f(y) - f(x) \geqslant (c, y - x)$, где (x, y) — скалярное произведение. Мн-во $\partial f(x)$ непусто, выпукло, замкнуто и ограничено. В случае, если $f(x)$ — дифференцируемая ф-ция в точке x, мн-во $\partial f(x)$ состоит из единственного вектора c, совпадающего с *градиентом* ф-ции $f(x)$:

$$c = \left\{ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\}.$$

Характеристика точки минимума в задаче П. в. дается теоремой Куна — Таккера: если x^0 — решение задачи П. в., то найдутся такие неотрицательные, не все равные нулю числа $\lambda_0^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_n^0$, что

$$\sum_{i=0}^{m} \lambda_i^0 g_i(x^0) \leqslant \sum_{i=0}^{m} \lambda_i^0 g_i(x).$$

При этом, если $\lambda_0^0 > 0$, то условия являются и достаточными. Существует ряд условий, при которых можно гарантировать, что $\lambda_0^0 > 0$. Простейшее из них: если существует точка x^1 такая, что $g_i(x^1) < 0$, $i = 1, \ldots, m$, то можно положить $\lambda_0^0 = 1$. В этом случае теорема Куна — Таккера может быть переформулирована в следующем эквивалентном виде. Положим

$$\varphi(x, \lambda) = g_0(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x).$$

Тогда для того, чтобы точка x^0 была решением задачи П. в., необходимо и достаточно существование таких чисел $\lambda_1^0, \ldots, \lambda_m^0 \geqslant 0$, что

$$\varphi(x^0, \lambda) \leqslant \varphi(x^0, \lambda^0) \leqslant \varphi(x, \lambda^0), \tag{2}$$

причем неравенство выполняется для всех x и для всех $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m \geqslant 0$. Если выполняются неравенства (2), то говорят, что точка x^0, λ^0 есть *седловая точка* ф-ции $\varphi(x, \lambda)$.

Приведенные необходимые условия экстремума записаны в глобальной форме. Однако им можно придать и дифф. форму. А именно: для того, чтобы точка x^0 была решением задачи П. в., необходимо, чтобы нашлись такие числа $\lambda_0^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_m^0$, не все равные нулю, и такие векторы $c^i \in \partial g_i(x^0)$, $i = 0, 1, \ldots, m$, что $\sum_{i=0}^{m} \lambda_i^0 c^i = 0$, $\lambda_i^0 g_i(x^0) = 0$, $i = 1, \ldots, m$. Если $\lambda_0^0 > 0$, то условия являются достаточными.

Следующие ф-лы для вычисления множеств $\partial f(x)$ позволяют эффективно записывать необходимое условие экстремума в дифф. форме: если $f(x) = \gamma_1 f_1(x) + \gamma_2 f_2(x)$, $\gamma_1, \gamma_2 \geqslant 0$, то $\partial f(x) = \gamma_1 \partial f_1(x) + \gamma_2 \partial f_2(x)$; если $f(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant k} f_i(x)$, то для любого $c \in \partial f(x)$ найдутся такие числа λ_i и векторы $c^i \in \partial f_i(x)$, $i \in I(x)$, что $c = \sum_{i \in I(x)} \lambda_i c^i$, $\sum_{i \in I(x)} \lambda_i = 1$, $\lambda_i \geqslant 0$, $i \in I(x)$. Здесь $I(x)$ — мн-во тех индексов i, для которых $f(x) = f_i(x)$. Эти ф-лы позволяют строить мн-ва $\partial f(x)$ для выпуклых ф-ций, образованных в результате суперпозиции других выпуклых ф-ций.

В некоторых случаях задача П. в. может ставиться в другой форме, в которой ограничения на переменные заданы не в виде системы неравенств. Пусть требуется минимизировать выпуклую ф-цию $f(x)$ при условии, что x принадлежит выпуклому множеству X. Пусть точка x^0 — решение задачи. Определим *выпуклый конус* $K(x^0)$ как множество всех элементов y, представимых в виде $y = \lambda(x - x^0)$, где $\lambda > 0$, $x \in X$. Сопряженный или двойственный относительно $K(x^0)$ конус (обозначается $K^*(x^0)$) определяется, как мн-во всех векторов c, удовлетворяющих неравенству $(c, y) \geqslant 0$ для всех $y \in K(x^0)$. Тогда для того,

чтобы точка x^0 была решением поставленной задачи, необходимо и достаточно, чтобы существовал такой вектор c^0, что $c^0 \in \partial f(x^0)$ и $c^0 \in K^*(x^0)$. Для эффективного построения конуса $K^*(x^0)$ можно воспользоваться следующим результатом: если $g(x)$ — выпуклая ф-ция и существует такая точка x^1, что $g(x^1) < 0$, то конус $K(x^0)$ для области X, состоящей из точек x таких, что $g(x) \leqslant 0$, состоит из единственной точки 0, если $g(x^0) < 0$, и из векторов c, представимых в виде $c = \gamma c^0$, $\gamma \leqslant 0$, $c^0 \in \partial g(x^0)$, если $g(x^0) = 0$.

Для численного решения задачи П. в. разработан ряд эффективных алгоритмов (см. *Возможных направлений метод, Гиперплоскости отсекающей метод, Обобщенных градиентов метод*).

Лит.: Пшеничный Б. Н. Необходимые условия экстремума. М., 1969 [библиогр. с. 148—151]; Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. М., 1967; Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 171—174].

Б. Н. Пшеничный.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ — раздел *программирования математического,* изучающий многошаговые процессы поиска решения. В различных областях теор. и практической деятельности целесообразно искать решение не сразу, а последовательно, шаг за шагом, т. е. поиск решения рассматривается не как единичный акт, а как процесс, состоящий из нескольких этапов. Различные задачи многошаговых процессов поиска решения могут быть описаны некоторым единообразным матем. аппаратом. Таким аппаратом является теория П. д., созданная в течение 50-х годов 20 ст. амер. математиком Р. Беллманом и его учениками. В задачах, решаемых методами П. д., имеется физ. система, характеризуемая на любом шаге параметрами состояния; на каждом шаге принимается одно из допустимого мн-ва решений, результатом чего является преобразование параметров состояния; предыстория системы не имеет никакого значения при определении будущих действий. Любое правило для поиска решения, которое дает допустимую последовательность решений, наз. поведением (политикой). Целью процесса является опт-ция некоторой ф-ции параметров состояния и политики — ф-ции критерия (дохода). Поведение, оптимизирующее ф-цию критерия, наз. оптимальным поведением.

В основе теории П. д. лежит *Беллмана принцип оптимальности.* Матем. формулировка этого принципа приводит к ур-ниям, решение которых определяет оптим. поведение и оптим. доход. Пусть имеется детерминированный дискретный процесс поиска решения, характеризуемый вектором состояния p, которое определено для конечного числа шагов N и принадлежит мн-ву D. Далее, $T = \{T_q\}$, где q — элемент некоторого мн-ва $S(p)$, представляет собой мн-во преобразований, обладающее тем свойством, что, если $p \in D$, то $T_q(p) \in D$ для всех $q \in S(p)$. Для конечного процесса каждое поведение состоит в выборе N преобразований $T_{q_1}, T_{q_2}, \ldots, T_{q_N}$, дающих одно за другим последовательность состояний

$$p_1 = T_{q_1}(p), \quad p_2 = T_{q_2}(p_1), \ \ldots, \quad p_N = T_{q_N}(p_{N-1}).$$

Эти преобразования должны быть выбраны так, чтобы максимизировать ф-цию $\sum_{j=0}^{N-1} g_j(p_j, q_{j+1})$, $p_0 = p$. Обозначим через $f_i(p)$ макс. значение ф-ции критерия, если начальное состояние процесса описывается вектором p и до окончания процесса осталось i шагов, т. е.

$$f_i(p) = \max_{q_{N-i+1}, \ldots, q_N} \sum_{j=N-i}^{N-1} g_j(p_j, q_{j+1}),$$
$$p_{N-i} = p.$$

Для получения рекуррентного соотношения, связывающего члены последовательности $\{f_i(p)\}$, воспользуемся принципом оптимальности Беллмана. Пусть на $(N-i+1)$-м шаге в качестве решения выбирают некоторое преобразование T_q, так что в результате получают новый вектор состояния $T_q(p)$. Доход, получаемый после осуществления $(N-i+1)$-го шага процесса, равен $g_{N-i}(p, q)$. Макс. доход, получаемый после осуществления оставшихся $i-1$ шагов процесса, равен по определению $f_{i-1}(T_q(p))$. Поэтому для максимизации полного дохода от осуществления всех i шагов процесса q следует выбрать так, чтобы максимизировать сумму $g_{N-i}(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))$. Т. о., получают рекуррентные соотношения:

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_{N-i}(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}, \quad (1)$$
$$i = 2, \ldots, N;$$
$$f_1(p) = \max_{q \in S(p)} g_{N-1}(p, q). \quad (2)$$

Имея конкретные значения N и p, с помощью этих соотношений можно находить оптим. поведение и оптим. доход, а именно: из соотношения (2) находят политику $q_N(p)$, при которой достигается максимум правой части, и соответствующий доход $f_1(p)$. Далее, зная $f_1(p)$, из соотношения

$$f_2(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_{N-2}(p, q) + f_1(T_q(p))\}$$

находят $q_{N-1}(p)$ и $f_2(p)$ и т. д. Наконец, зная $f_{N-1}(p)$, из соотношения

$$f_N(p) = \max_{q \in S(p)} \{g_0(p, q) + f_{N-1}(T_q(p))\}$$

находят $q_1(p)$ и оптим. доход $f_N(p)$. Тогда оптим. поведение на первом шаге N-шагового процесса будет $\bar{q}_1 = q_1(p)$, а оптим. состояние — $\bar{p}_1 = T_{\bar{q}_1}(p)$. На втором шаге оптим. поведение и состояние будет соответственно $\bar{q}_2 = q_2(\bar{p}_1)$ и $\bar{p}_2 = T_{\bar{q}_2}(\bar{p}_1)$ и т. д. На N-ом

шаге они будут соответственно $\bar{q}_N = q_N(\bar{p}_{N-1})$ и $\bar{p}_N = T\bar{q}_N(\bar{p}_{N-1})$. В случае неограниченно продолжающегося процесса ($N \to \infty$), являющегося однородным ($g_i = g$), соотношения (1) — (2) заменяются функциональным уравнением

$$f(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f(T_q(p))\}. \quad (3)$$

Для решения ур-ний такого рода применяют метод последовательных приближений в простр. доходов, состоящий в выборе начальной ф-ции $f_0(p) = 0$ и последующем определении последовательности ф-ций

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}, \quad (4)$$
$$i = 1, 2, \ldots.$$

Другой метод — метод приближения в пространстве поведений, состоящий в том, что в качестве начального приближения выбирают некоторое $q_0 = q_0(p) \in S(p)$ и из функционального ур-ния $f_0(p) = g(p, q_0) + f_0(T_{q_0}(p))$ определяют доход, соответствующий этому поведению. Далее, как в обычном методе последовательных приближений, полагают

$$f_i(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{i-1}(T_q(p))\}.$$

При этом последовательность $\{f_i(p)\}$ является неубывающей.

Метод П. д. применяют для решения задач оптим. управления. Пусть ур-ние движения управляемого объекта имеет вид

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x^0, \quad (5)$$

где $x(t) = \{x_1(t), \ldots, x_n(t)\}$ — вектор состояния, а $u(t) = \{u_1(t), \ldots, u_r(t)\} \in \Omega(t)$ — вектор управления (поведение) в момент t. Здесь $\Omega(t)$ — замкнутая область r-мерного евклидового простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе). Требуется минимизировать интеграл

$$Q = \int_{t_0}^{T} G(x(t), u(t), t)\, dt. \quad (6)$$

Обозначим через $S(x, t)$ миним. значение интеграла (6) при условии, что объект стартует из точки (x, t) фазового простр., т. е.

$$S(x, t) = \min_{u(\tau) \in \Omega(\tau),\ t \leqslant \tau \leqslant T} \left\{ \int_t^T G(x(\tau), u(\tau), \tau)\, d\tau \right\}. \quad (7)$$

Тогда при условии существования частных производных S_x и S_t получается *Беллмана уравнение* для ф-ции S:

$$-S_t(x, t) = \min_{u \in \Omega(t)} \{G(x, u, t) + \operatorname{grad} S(x, t), f(x, u, t)\}, \quad (8)$$
$$S(x; T) = 0.$$

Минимума правая часть ур-ния (8) достигает на некоторой ф-ции $u = \bar{d}(x, t, S_x(x, t))$, так что, решив это ур-ние, получим оптим. управление как ф-цию фазовых координат $u = \bar{u}(x, t)$. Однако решить ур-ние (8) для общего случая трудно. Кроме того, трудно обосновать справедливость этого ур-ния, поскольку ф-ция $S(x, t)$, как правило, не является всюду дифференцируемой для большинства практических задач. Поэтому при реализации этого метода на ЭЦВМ дискретизируют исходную задачу (5—6) и решают получаемые при этом рекуррентные соотношения. Метод П. д. применяют также для решения задач стохастических управляемых процессов, многошаговых игр и др.

В начале 60-х годов 20 ст. в Ин-те кибернетики АН УССР был разработан весьма эффективный *численный метод* решения задач П. д.— метод *последовательного анализа вариантов*, состоящий в последовательном поэтапном конструировании конкурентоспособных вариантов.

Лит.: Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960; Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Пер. с англ. М., 1965.

В. П. Гуленко, В. С. Михалевич.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНОЕ — то же, что и *программирование целочисленное*.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ДЛЯ ЦВМ — составление программ решения различных задач на цифровых вычислительных машинах; наука, занимающаяся разработкой методов и средств получения *программ* для ЦВМ. П. д. ЦВМ в широком смысле слова является прикладным разделом *алгоритмов теории*, изучающим возможности и пути выполнения с помощью ЦВМ различных видов умственной работы человека на основе формализации процессов обработки информации и представления ее в виде алгоритмов и программ для ЦВМ. Различают три основных раздела П. д. ЦВМ: ручное, автоматическое, системное.

Ручное П. д. ЦВМ заключается в составлении человеком программ на машинном языке конкретной машины. Машинный язык — это язык команд конкретной машины, на которой будет решаться данная задача. Каждая команда задает машине информацию об одной операции: указывает вид операции (напр., сложение, умножение и т. д.), адреса исходных чисел и результата операции. Адресами являются номера ячеек памяти, в которых хранятся эти числа. Последовательность команд наз. *программой*. Команды выполняются машиной в том порядке, как они написаны в программе, за исключением т. н. команд перехода. Эти команды указывают номер команды в программе, к которой нужно перейти после их выполнения.

Перед написанием программы на языке машины (см. *Языки машинные*) составляют алгоритм задачи, определяющий общий ход вычислительного процесса, а также *памяти распределение* для данных (исходных, промежуточных

и окончательных) в *запоминающих устройствах* машины. Обычно алгоритм записывают графически в виде *блок-схемы программы*. Основными приемами П. д. ЦВМ являются построение циклов, *подпрограмм* и модификация команд. Модификация команд — это изменение адресов в команде, обеспечивающее применение данной команды для операции над величинами, находящимися в других ячейках памяти. В *команд системе* каждой машины имеются спец. команды для ввода и вывода информации.

Важным вопросом П. д. ЦВМ является контроль над вычислениями, осуществляемый с помощью контрольных подсчетов (проверок). Для часто встречающихся типовых задач или их отдельных частей составляют *подпрограммы стандартные*. Из них составляют *библиотеку стандартных подпрограмм*, которую используют при программировании новых задач. Ответственным этапом программирования является т. н. отладка программ, заключающаяся в пробном решении на машине задач с готовыми результатами. Составляется план отладки и готовятся исходные данные, по которым заранее рассчитываются (обычно ручным способом) ожидаемые результаты и некоторые промежуточные данные. Эти данные позволяют проверять правильность работы составленной программы как по частям, так и в целом. Для выяснения ошибок в программе отдельные ее участки могут выполняться на машине в режиме диалога (при наличии соответствующего языка отладки в *операционной системе* машины).

После выполнения очередной команды (или группы команд) вычисления прекращаются, и программист может прочитать на индивидуальном пульте результат ее выполнения. Отладка программ существенно облегчается и ускоряется при использовании т. н. *отладочных программ*, которые обеспечивают фиксацию информации о работе каждой отдельной команды отлаживаемой программы. При этом программист получает для анализа не только окончательные и промежуточные данные расчетов, но и сведения о последовательности работы команд, порядке заполнения ячеек памяти и др. данные. Сначала ведется автономная отладка отдельных частей программы, а затем комплексная отладка всей программы в целом. С появлением мощных ЦВМ, обладающих возможностью одновременно выполнять несколько задач, т. е. работать в т. н. мультипрограммном режиме, возникла необходимость в *распараллеливании алгоритма* задач обработки данных и использовании системы прерывания ЦВМ для управления последовательностью выполнения нескольких программ, в частности, для одновременного выполнения операций обработки данных и операций обмена информацией.

В связи с большой трудоемкостью ручного программирования и отладки задач широкое применение получила *автоматизация программирования*. При этом алгоритм записывается не на машинном языке, а на более удобном и наглядном символическом языке; машинная программа задачи получается путем автоматического перевода с этого языка на машинный, осуществляемого самой машиной по специальной программе, называемой *транслятором*.

Символические языки, используемые при автоматической обработке информации делят на два типа: *автокоды* и *языки программирования*. Автокоды по своему составу ближе к машинным языкам. Языки программирования делят на универсальные, машинно-ориентированные, проблемно-ориентированные и процедурно-ориентированные. В зависимости от сферы применения различают языки для матем. вычислений, языки символьной обработки, языки моделирования, языки проектирования и др. Преимуществами языков программирования являются независимость записи алгоритмов от конкретных машин, компактность и наглядность записи, а также возможность отражения специфики определенного класса задач в составе средств *алгоритмического языка*.

Для пояснения сущности программирования и различий, существующих между тремя упомянутыми способами П., рассмотрим пример записи расчета по формуле $x = (a + b)(c + d)$. При непосредственном машинном программировании необходимо, во-первых, составить таблицу распределения величин в ячейках памяти машины. Пусть величина a находится в ячейке с адресом 0100, величина b — в ячейке с адресом 0101, величины c и d — в ячейках с адресами соответственно 0102 и 0103. Для размещения величины x отведем ячейку с адресом 0104. Пусть команда сложения имеет код 01, а команда умножения — код 02. Тогда, используя трехадресные команды, напишем следующий участок машинной программы:

0010/	01	0100	0101	0100
0011/	01	0102	0103	0102
0012/	02	0100	0102	0104.

Команды программы, как и числа, сами размещаются в ячейках памяти машины: слева указаны адреса трех соседних ячеек памяти (0010, 0011, 0012), в которых размещены три команды. Первая команда показывает, что нужно взять одно число из ячейки с адресом 0100, другое из ячейки с адресом 0101, сложить их (код операции 01) и послать в ячейку с адресом 0100 (третий адрес в команде совпадает в данном случае с первым адресом; это означает, что после выполнения команды в ячейке с адресом 0100 будет находиться уже не величина a, а сумма величин $a + b$). Посылка к.-л. величины в определенную ячейку приводит к замещению прежнего содержимого ячейки новым значением. Вторая команда имеет аналогичный смысл. Третья команда выполняет умножение (код операции 02) двух промежуточных величин, находящихся в ячейках с адресами 0100 и 0102, и посылку результата в ячейку с адресом 0104.

В приведенном примере все команды работают так, что результаты операций посылаются по третьему адресу. Тот же пример в случае

записи программы на автокоде будет выглядеть так:

СЛ	a	b	e
СЛ	c	d	f
УМ	e	f	x.

Здесь вместо кодов операций фигурируют условные буквенные обозначения этих операций (СЛ — сложение, УМ — умножение), а вместо адресов ячеек — буквенные обозначения величин, причем для записи промежуточных результатов введены две новые величины e и f. На языке программирования *АЛГОЛ-60* этот пример будет записан одной строкой: $x := (a + b) \times (c + d)$. Здесь символ «:=» означает присваивание величине x значения правой части формулы; умножение обозначается знаком $\times$, сложение знаком $+$; для указания порядка действий используются круглые скобки; конец расчетов по данной формуле обозначается точкой с запятой. Из приведенного примера видно, что запись на языке программирования является наиболее удобной.

Важным разделом П. д. ЦВМ является т. н. *системное программирование*. Оно заключается в разработке комплексов программ для автоматизированных систем управления (АСУ), имеющих в своем составе ЦВМ. Эти комплексы программ наз. системой *математического обеспечения ЦВМ* (МО) АСУ. МО делится на две части: общее и специальное МО. Общее МО обеспечивает функционирование АСУ (т. е. работу ЦВМ) как универсальной системы сбора и переработки информации.

Осн. частями общего МО являются система автоматизации программирования и операционная система, управляющая последовательностью решения задач, осуществляющая ввод — вывод данных и обмен информацией между ЦВМ и операторами. В общее МО входит также набор тест-программ, служащих для проверки работы ЦВМ и др. аппаратуры, входящей в АСУ, и локализации неисправностей, и ряд вспомогательных программ. Общее МО разрабатывают предприятия, выпускающие ЦВМ. Специальное МО представляет собой набор программ для решения тех конкретных задач, для которых создается данная АСУ (управление заводом, электростанцией, крупным аэропортом или др. объектом). Специальное МО разрабатывается при участии того предприятия, для которого создается данная АСУ.

Для каждой системы МО составляют инструкции, определяющие порядок использования его средств, а также правила организации и ведения *фонда алгоритмов и программ*, включаемых в него с тем, чтобы ими в дальнейшем могли пользоваться все те, у кого возникнет необходимость в таких программах. Для этого включаемые в фонд программы должны тщательно отрабатываться и оформляться в соответствии с определенными правилами, обеспечивающими возможность их эффективного использования как автономно, так и в составе других, более сложных программ.

Лит.: Гнеденко Б. В., Королюк В. С., Ющенко Е. Л. Элементы программирования. М., 1963 [библиогр. с. 347—348]; Криницкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д. Программирование. М., 1966 [библиогр. с. 596—599]; Жоголев Е. А., Трифонов Н. П. Курс программирования. М., 1967 [библиогр. с. 404—405]; Китов А. И. Программирование экономических и управленческих задач. М., 1971 [библиогр. с. 365]; Леди Р. С. Программирование и использование цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 628—630].

А. И. Китов.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ КВАДРАТИЧНОЕ — раздел *программирования математического*, рассматривающий специальный класс задач, в которых минимизируемая функция квадратична, а ограничения линейны. В общем виде задача П. к. может быть сформулирована так: пусть C — симметричная *матрица* размера $n \times n$, A — матрица размера $r \times n$, x — n-мерный вектор, b — n-мерный вектор, c — r-мерный вектор; требуется минимизировать ф-цию $f(x) = \frac{1}{2}(x, Cx) - (b, x)$ при ограничениях $Ax \leqslant c$. Здесь (x, y) — скалярное произведение векторов x и y, а неравенство $x \leqslant y$ означает, что каждая компонента вектора x меньше или равна соответствующей компоненте вектора y.

В задаче П. к. обычно предполагается, что матрица C полуположительно определена, т. е. $(x, Cx) \geqslant 0$ для всех x. В этом случае ф-ция $f(x)$ является выпуклой. Если точка x^0 — решение задачи П. к., то выполняются следующие необходимые и достаточные условия: существует такой r-мерный вектор u^0, что $Cx^0 - b + A^*u^0 = 0$ и $(u^0, Ax^0 - c) = 0$, $u^0 \geqslant 0$. Здесь A^* — матрица, транспонированная к A.

В случае, когда матрица C строго положительно определена, т. е. $(x, Cx) > 0$ для всех $x \neq 0$, для задачи П. к. может быть сформулирована двойственная задача: максимизировать

$$\varphi(u) = -\frac{1}{2}(Gu, u) + (a, u) - \frac{1}{2}(C^{-1}b, b)$$

при условии $u \geqslant 0$. Здесь $G = AC^{-1}A^*$, $a = AC^{-1}b - c$, C^{-1} — матрица, обратная к C. При этом справедливо следующее утверждение: если x^0 — решение задачи П. к., а u^0 — решение двойственной задачи, то $f(x^0) = \varphi(u^0)$, $(u^0, Ax^0 - c) = 0$. Кроме того, вектор u^0, фигурирующий в необходимых условиях *экстремума*, является одновременно решением двойственной задачи.

Для численного решения задачи П. к. применимы все методы, пригодные для решения общей задачи *программирования выпуклого*. Существует ряд методов, дающих возможность решать задачу П. к. за конечное число шагов.

Лит.: Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 171—174]; Кюнди Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование. Пер. с нем. М., 1965 [библиогр. с. 286—293].

Б. Н. Пшеничный.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЕ — раздел *программирования математического*, изучающий задачу отыскания минимума (максимума) выпуклой (вогнутой — в случае максимума) кусочно-линейной функции на выпуклом *многогранном множестве*.

Задача П. к.-л. является частным случаем задачи *программирования выпуклого*. С другой стороны, П. к.-л. является обобщением *программирования линейного*.

Выпуклой кусочно-линейной ф-цией n переменных наз. ф-ция $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = F(X)$, которую можно представить в виде

$$F(X) = \max_{r=1, 2, \ldots, s} \{L_r(X)\},$$

где $L_r(X) = \sum_{j=1}^{n} d_{rj}x_j - l_r$, $r = 1, 2, \ldots, s$ — линейные ф-ции. Общую задачу П. к.-л. можно сформулировать в виде: найти минимум ф-ции $F(X)$ при ограничениях

$$\left.\begin{aligned} &g_i(X) \leqslant 0, && i = 1, 2, \ldots, m_1; \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i, && i = m_1 + 1, \ldots, m, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n,$$

где $F(X)$, $g_i(X)$, $i = 1, 2, \ldots, m_1$ — заданные выпукл. кусочно-линейные ф-ции, $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор переменных задачи. *Матрица* $A = (a_{ij})$, $i = m_1 + 1, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$ и вектор $b = (b_{m_1+1}, \ldots, b_m)^T$ — заданные величины. Система (1) определяет выпуклое многогранное мн-во возможных решений (планов) задачи.

К задачам П. к.-л. сводится ряд тех. и эконом. задач, напр., некоторые задачи *календарного планирования* произ-ва, некоторые *транспортные задачи*, задачи автомат. регулирования и т. д. Часто задачи линейного программирования с большим к-вом переменных и ограничений имеют специфические особенности, позволяющие переформулировать эти задачи в терминах П. к.-л. с уменьшением к-ва переменных и ограничений. Эта переформулировка обычно позволяет сократить время решения задачи и используемый объем запоминающего устройства ЭЦВМ, т. к. трудоемкость отдельной итерации для решения кусочно-линейной задачи, как правило, меньше, чем для решения соответствующей линейной задачи. Наконец, любую задачу выпуклого программирования можно точно или прибл. привести к задаче П. к.-л. Иногда такое приведение может быть достаточно эффективным.

Методы решения задач П. к.-л. являются, как правило, естественными обобщениями соответствующих методов линейного программирования: все осн. определения и свойства задач линейного программирования обобщаются на случай П. к.-л. Наиболее важными из них являются перечисленные ниже. 1) Пусть $g_i(X) = \max_{k=1, 2, \ldots, q_i} \{g_{ik}(X)\}$. Вектор X^0 наз. опорным планом задачи (1), если он является планом и удовлетворяет линейно-независимой системе n ур-ний из следующего мн-ва:

$$L_j(X) = L_p(X), \quad j \neq p; \quad j, p = 1, 2, \ldots, s;$$

$$g_{ik}(X) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_1,$$

$$k = 1, 2, \ldots, q_i;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_i = b_i, \qquad i = m_1 + 1, \ldots, m;$$

$$x_j = 0, \; j = 1, 2, \ldots, n,$$

т. е. точка X^0 принадлежит не менее, чем n гиперплоскостям из указанного мн-ва. 2) Опорный план наз. невырожденным, если точка X^0 принадлежит точно n гиперплоскостям. 3) План, на котором достигается минимум $F(X)$ при условиях (1), наз. оптимальным планом, или решением задачи. 4) Решение задачи П. к.-л. достигается (если оно существует) на опорном плане. 5) План X^* задачи (1) является ее решением в том и только в том случае, если существует m-мерный вектор $U = (U_1, U_2)$, $U_1 = (u_1, u_2, \ldots, u_{m_1})$, $U_2 = (u_{m_1+1}, \ldots, u_m)$ такой, что а) функция $\varphi(X, U) = F(X) + \sum_{i=1}^{m_1} u_i g_i(X) + \sum_{i=m_1+1}^{m} u_1 \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right)$ достигает в точке X^* минимума по X среди $X \geqslant 0$ и б) $u_i g_i(X) = 0$, $u_i \geqslant 0$, $i = 1, 2, \ldots, m_1$ (это свойство наз. критерием оптимальности).

Общая схема конечных методов для задач П. к.-л. состоит, как правило, из той же последовательности действий, что и соответствующие схемы для задач линейного программирования. Так, напр., схема обобщения *симплекс-метода* включает в себя следующую последовательность операций: проверка текущего опорного плана на оптимальность с помощью критерия оптимальности и, если план не оптим., переход к новому опорному плану с меньшим значением *целевой функции* или выяснение неограниченности снизу значений целевой ф-ции. С вычисл. точки зрения опорный план, правила перехода к новому опорному плану и значение целевой ф-ции определяются заданием матрицы системы линейных ур-ний и вектора правых частей и их преобразований от шага к шагу в процессе действия *алгоритма*.

Кроме конечных методов, для решения задач П. к.-л. используются *итерационные методы*, в частности, для многих практических задач эффективны *обобщенных градиентов методы*. При этом предварительно задачу П. к.-л. с помощью ф-ций штрафа обычно сводят к задаче минимизации выпуклой кусочно-линейной ф-ции без ограничений.

Лит.: Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [библиогр. с. 516—520].

В. А. *Трубин*.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЕ — раздел математического программирования, изучающий задачу отыскания максимума (минимума) линейной функции при линейных ограничениях в виде равенств или неравенств. Общая задача П. л. формулируется так: требуется

найти максимум линейной ф-ции n переменных $x_1, \ldots, x_n$

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant b_i, \qquad i = 1, \ldots, m_1, \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \qquad i = m_1 + 1, \ldots, m, \qquad (3)$$

$$x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n_1, \qquad (4)$$

где c_j $(j = 1, \ldots, n)$, a_{ij} $(i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n)$, b_i $(i = 1, \ldots, m)$ — заданные числа. Задача минимизации ф-ции (1) сводится к задаче максимизации путем замены знаков всех коэфф. c_j на противоположные. П. л. является наиболее развитой и законченной областью *программирования математического*. Общая постановка задачи П. л. и один из подходов к ее решению (идея разрешающих множителей или двойственных оценок) впервые приведены в работе советского ученого Л. В. Канторовича в 1939. В этой же работе намечен один из методов решения задачи — метод последовательного сокращения невязок.

В работе советских ученых Л. В. Канторовича и М. К. Гавурина, выполненной в 1940 применительно к *транспортной задаче*, разработан еще один метод решения задачи П. л., получивший название метода потенциалов. Бурное развитие П. л. тесно связано с появлением ЭЦВМ и их использованием для решения экном. задач. Началом этого развития послужила разработка в 1949 амер. математиком Дж.-Б. Данцигом эффективного метода решения задачи П. л., получившего название *симплекс-метода*. Этот метод является обобщением метода потенциалов на общую задачу П. л., но разработан независимо от него. Позднее был описан еще один — *двойственный симплекс-метод*, который по существу является симплекс-методом для решения двойственной задачи П. л., но формулируется в терминах исходной задачи. Все отмеченные методы являются конечными. Кроме них, для решения задачи П. л. используются итеративные методы, дающие за конечное число шагов лишь приближенное (с заданной степенью точности) решение. Тесная связь между П. л. и *игр теорией* позволяет использовать для решения задач П. л. численные методы теории игр.

Другая группа итеративных методов характеризуется заменой исходной задачи на эквивалентную ей выпуклую экстрем. задачу без ограничений, для решения которой используются различные *градиентные методы*.

Для решения задач П. л. с большим числом переменных и ограничений разработаны *декомпозиции методы*, позволяющие вместо исходной задачи решать последовательность задач меньшего объема. Эти методы дают возможность обойти трудности, возникающие в связи с ограниченной емкостью оперативной памяти ЭЦВМ. Методы П. л. недостаточны при решении задач с дополнительными ограничениями на целочисленность значений переменных; изучением таких задач занимается *программирование целочисленное* (дискретное). Экономные методы решения задач П. л., коэфф. которых зависят от параметров, разрабатываются в параметрическом программировании. Наряду с общей задачей изучаются различные частные задачи П. л., такие как транспортные, распределительные задачи, задачи теории расписаний, выбора и др. Некоторые идеи П. л. используются в теории наилучших приближений, теории моментов и других разделах математики.

В виде задачи П. л. формулируются с достаточной степенью точности многочисленные задачи перспективного и оперативного планирования в различных отраслях нар. х-ва, управления разнообразными производственными и технологическими процессами, орг-ции бесперебойной и целенаправленной работы комплексов оборудования.

Наиболее распространенным примером задачи П. л. является задача планирования работы предприятия, выпускающего некоторый однородный продукт. Эта задача ставится следующим образом: имеется n различных технологий и m ресурсов (рабочая сила, сырье, энергия, транспорт и т. д.) произ-ва. Известны: c_j — к-во единиц продукта, которое можно получить при использовании j-й технологии в единицу времени $(j = 1, \ldots, n)$, a_{ij} — расход i-го ресурса при использовании j-й технологии $(i = 1, \ldots, m;\ j = 1, \ldots, n)$, b_i — общий запас i-го ресурса $(i = 1, \ldots, m)$, x_j — время, в течение которого произ-во ведется по j-й технологии. Требуется отыскать план $X = (x_1, \ldots, x_n)$, при котором из имеющихся запасов выпускалось бы макс. к-во продукта. Математически эта задача формулируется в виде (1), (2), (4) при $m_1 = m$, $n_1 = n$. Каждой задаче П. л. соответствует двойственная задача, переменные и ограничения которой также имеют экономическую интерпретацию (см. *Двойственности теория* в программировании линейном).

Любую задачу П. л. можно представить в каноническом виде

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \Rightarrow \max. \qquad (5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \qquad i = 1, \ldots, m, \qquad (6)$$

$$x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n. \qquad (7)$$

Ограничения (6) часто записывают в векторной форме:

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B, \qquad (6')$$

где $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$,

$j = 1, \ldots, n$. Функцию (5) наз. линейной формой (ф-цией цели) задачи, *матрицу* $A = (A_1, \ldots, A_n)$ коэффициентов при переменных в (6′) — матрицей условий, вектор A_j $(j = 1, \ldots, n)$ — вектором условий, B — вектором ограничений.

Вектор $X = (x_1, \ldots, x_n)$, удовлетворяющий уравнениям (6) и (7), наз. планом задачи. План, на котором линейная форма принимает макс. значение, наз. оптимальным планом (или решением) задачи. Если задача П. л. имеет хотя бы один план, мн-во всех ее планов определяет в n-мерном пространстве переменных выпуклое многогранное мн-во. *Опорным планом* наз. план, соответствующий вершине этого мн-ва. Опорный план невырожден, если ему соответствует вершина, в которой ровно m (для задачи (5—7)) переменных принимают положительные значения; мн-во векторов условий, соответствующих этим m переменных, образуют базис.

Задача П. л. наз. разрешимой, если существует хотя бы один оптим. план $\overline{X}$, для которого все $\overline{x}_j < \infty$, и ограниченной, если мн-во ее планов ограничено, т. е. является *выпуклым многогранником*. Если задача и разрешима и ограничена, среди ее оптим. планов имеется хотя бы один опорный. Число опорных планов конечно. Оптим. план можно искать только среди опорных планов. Это свойство так или иначе использовано во всех конечных методах П. л. В симплекс-методе и его модификациях оптим. план достигается при движении по опорным планам исходной задачи. Процесс начинается с анализа некоторого опорного плана. Если этот план не оптимален, осуществляется переход к новому опорному плану с бо́льшим значением линейной формы. В двойственном симплекс-методе процесс начинается с опорного плана двойственной задачи (псевдоплана исходной задачи). При переходе от одного псевдоплана к следующему значение линейной формы уменьшается. Процесс решения заканчивается, как только псевдоплан становится планом. В методе последовательного сокращения невязок процесс решения начинается с некоторого (не обязательно опорного) плана двойственной задачи, которому в соответствие ставится вектор $X \geqslant 0$ исходной задачи (не являющийся, вообще говоря, планом). Правила перехода от одного вектора $X \geqslant 0$ к другому неотрицательному вектору обеспечивают сокращение разностей (невязок) между правыми и левыми частями условий (6). Вектор, для которого все невязки обращаются в нуль, является оптим. планом задачи.

Лит.: Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. Л., 1939; Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., 1960; Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. М., 1969 [библиогр. с. 418—421]; Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 564—589].

В. А. Трубин.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ — раздел прикладной математики, занимающийся изучением задач отыскания экстремума функций на некотором множестве и разработкой методов решения этих задач. Первыми исследованиями по П. м. следует считать работы франц. математика Ж. Л. Лагранжа (1736—1813), посвященные отысканию условного *экстремума* ф-ции, т. е. отысканию экстремума ф-ции $f(x) \equiv f(x_1, \ldots, x_n)$ на мн-ве $\Omega = \{x : g_i(x) \equiv g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0,\ i = 1, \ldots, m,\ m < n\}$. Лагранж сформулировал условия (см. *Лагранжа правило множителей*), которым должна удовлетворять точка, доставляющая экстремум ф-ции $f(x)$ на мн-ве Ω. Эти условия являются исторически первыми характеристическими свойствами относительного экстремума ф-ции. Хотя первые работы по П. м. появились более двухсот лет назад, своими современными достижениями П. м. обязано исследованиям, выполненным в течение нескольких последних десятилетий. Особенно бурное развитие теории экстремальных задач и методов их решения произошло в 60-х гг. 20 ст.

Под общей задачей П. м. понимают задачу отыскания экстремума (максимума либо минимума) ф-ции $f_0(x)$ при условиях

$$f_j(x) \leqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m; \quad x \in Q, \qquad (1)$$

где Q — некоторое мн-во в пространстве векторов x. Пространство это может быть как конечномерным, так и бесконечномерным (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе). Функция $f_0(x)$ наз. целевой, а мн-во $\Omega = \{x \in Q;\ f_i(x) \leqslant 0,\ j = 1, \ldots, m\}$ — допустимым множеством. Задача (1) принципиально отличается от классической задачи отыскания условного экстремума тем, что в ней имеются ограничения в виде неравенств. Но, как правило, экстремум в задаче (1) достигается на границе, поэтому для использования при ее решении метода множителей Лагранжа необходимо знать, каким граничным поверхностям мн-ва принадлежит экстремум. Но определение этих поверхностей, по существу, эквивалентно решению опять-таки исходной задачи (1). Так что воспользоваться классическимв методами для решения задачи (1) практически невозможно. Поэтому для исследования задач типа (1) созданы самостоятельные теории и методы. Отыскание характеристических свойств экстремума в задаче (1) и является главным в П. м. Эти свойства экстремума и численные методы решения задач П. м. определяются свойствами задач, которые в свою очередь зависят от свойств ф-ций $f_j(x)$, $j = 0, 1, \ldots, m$, и мн-ва Q.

Раздел П. м., получивший название *программирование линейное*, изучает задачи типа (1), когда $x \in E^n$, все функции $f_j(x)$ — линейны, а мн-во Q состоит из точек (векторов) с неотрицательными компонентами, т. е. задачу отыскания экстремума ф-ции

$$z^* = (c, x^*) = \max\{z = (c, x):\ Ax \leqslant b,\ x \geqslant 0\}, \qquad (2)$$

где $c \in E^n$, $b \in E^m$, (c, x) — скалярное произведение элементов c и x, а *матрица* A имеет m строк и n столбцов. Эту задачу, названную общей задачей линейного программирования, впервые поставил и изучил в 30-х гг. сов. математик Л. В. Канторович. Широкое применение теории и методов линейного программирования началось в конце 40-х и начале 50-х гг., после того как амер. математик Дж. Данциг открыл *симплекс-метод* для решения задачи (2).

Теоремы двойственности (см. *Двойственности теория* в программировании линейном) устанавливают связь между решением задачи (2) и решением другой, т. н. двойственной к (2) задачи. Кроме симплекс-метода, для решения задачи линейного программирования построен *двойственный симплекс-метод*, а также метод для одновременного решения прямой и двойственной задачи линейного программирования.

Большое место в теории линейного программирования занимают конкретные задачи, среди которых особенно важными для приложений являются задачи транспортного типа (см. *Транспортная задача*). Для решения этих задач созданы спец. вычисл. методы, учитывающие специфическую структуру их ограничений.

Методы решения задач блочного типа позволяют получить эффективные *вычислительные схемы* решения задач линейного программирования большой размерности. В начале 50-х гг. амер. математики Дж. Нейман и Дж. Данциг обнаружили связь пары двойственных задач линейного программирования с матричной игрой двух лиц, что позволило применять для решения *игр матричных* методы линейного программирования. Впоследствии для решения задачи линейного программирования начали применять методы *игр теории*.

Особое место в линейном программировании занимают задачи линейного *программирования целочисленного*, в которых на допустимую точку (вектор) накладывается дополнительное требование целочисленности всех или части его компонент. Требование целочисленности компонент оптим. вектора вытекает из физ. смысла многих практических задач. Иногда структура матрицы A такова, что при решении задачи (2) каким-либо общим методом линейного программирования удается получить целочисленное решение, но для большинства задач линейного программирования получение целочисленного решения невозможно без процедуры поиска. Впервые общий метод решения задач целочисленного программирования построил амер. математик Р. Гомори (см. *Гомори метод*). Важным классом задач целочисленного программирования являются задачи, в которых или часть, или все переменные принимают лишь два значения: «0» либо «1». К задачам целочисленного программирования такого типа сводятся весьма сложные комбинаторные *задачи о коммивояжере*, задачи теории расписаний, размещения производства, раскраски графа, задачи об ортогональных латинских квадратах и многие др. Для решения указанного класса задач целочисленного программирования используются *алгоритмы*, основанные на методе упорядоченного перебора, *ветвей и границ методе* и др.

Раздел П. м., получивший название *программирования квадратичного*, изучает задачу типа (1), в которой ф-ция $f_0(x) = \frac{1}{2}(x, Bx) + (c, x)$, где B — неположительно (неотрицательно) определенная квадратная матрица, x, $c \in E^n$, ф-ции $f_j(x)$ — линейны, а $Q = E^n_+$. В случае, когда $f_0(x)$ вогнута (выпукла), а все ф-ции $f_j(x)$ выпуклы (см. *Выпуклая функция*), а также выпукло мн-во Q, задача (1) наз. задачей *программирования выпуклого*. Задача линейного и квадратичного программирования является частным случаем задачи выпуклого программирования. Осн. особенностью этой задачи является ее одноэкстремальность, т. е. отсутствие *экстремумов локальных*.

В 1951 амер. математики Г. Кун и А. Таккер установили связь задачи выпуклого программирования с задачей отыскания *седловой точки* ф-ции Лагранжа. Эту связь устанавливает следующая теорема. Пусть $f_0(x)$ вогнута, а все $f_j(x)$ $(j = 1, \ldots, n)$ выпуклы и мн-во $\Omega = \{x \in Q : f_j(x) \leqslant 0,\ j = 1, \ldots, m\}$ содержит внутр. точки (Ω удовлетворяет условию Слейтера). В таком случае для того, чтобы вектор x^* был решением задачи выпуклого программирования, необходимо и достаточно, чтобы нашелся такой неотрицательный вектор u^*, который вместе с вектором x^* является седловой точкой ф-ции

$$F(x, u) = f_0(x) - \sum_{j=1}^{m} u_j f_j(x),$$

т. е. имеют место следующие неравенства:

$$F(x, u^*) \leqslant F(x^*, u^*) \leqslant F(x^*, u^*) \ \forall\ (x \in Q,\ u \geqslant 0).$$

Общие численные методы (см. *Оптимизации методы* численные) нахождения решения x^* в задаче выпуклого программирования появились относительно недавно. Эти методы основаны на различных характеристических свойствах вектора x^* (см. *Оптимальности необходимые условия*). Наиболее широкое распространение получил *возможных направлений метод*, открытый в начале 60-х гг. Этот метод является обобщением классического метода наискорейшего спуска на случай минимизации ф-ции при наличии ограничений. Оказалось, что многие методы линейного, квадратичного и выпуклого программирования являются конкретными формами метода возможных направлений.

В случае, когда функции $f_0(x)$, $f_1(x)$, ..., $f_m(x)$ и мн-во Q произвольны, задача (1) наз. задачей нелинейного программирования. Для этой задачи характерно наличие локальных экстремумов. Для отыскания локального экстремума задачи нелинейного программирования

могут быть использованы методы выпуклого программирования. Частным случаем задачи нелинейного программирования является задача геометрического программирования. В этом случае ф-ции $f_0(x)$, $f_1(x)$, ..., $f_m(x)$ представляются в виде сумм с положительными коэфф. произведений степенных ф-ций переменных x_1, ..., x_n, а мн-во Q состоит из точек с неотрицательными компонентами. Задача геом. программирования, как и задача выпуклого программирования, не имеет локальных экстремумов, поэтому для отыскания ее глобального экстремума пригодны методы выпуклого программирования. В настоящее время для задачи геом. программирования построена теория двойственности, близкая к теории двойственности выпуклого программирования.

Раздел П. м., изучающий методы решения задач управления и планирования в условиях риска или неопределенности, получил название *программирования стохастического.* Простейшей задачей стохастического программирования является задача линейного стохастического программирования, заключающаяся в отыскании точки x^*, для которой *математическое ожидание* $M(c, x)$ достигает максимума при вероятностных ограничениях $P(Ax \leqslant b) \geqslant p$. Существует ряд приемов сведения задач стохастического программирования к детерминированным задачам П. м., что и позволило построить методы решения задач стохастического программирования.

Большое место в П. м. занимают многошаговые процессы принятия решений. По существу, решение любой задачи П. м. можно рассматривать как некоторый многошаговый процесс принятия решений, т. к. поиск вектора x^* в задаче (1) можно осуществлять, отыскивая последовательно значение каждой его компоненты. Иногда вектор x^* наз. *траекторией оптимальной* процесса, а любой набор последовательных компонент вектора x^* — отрезком траектории.

Амер. математик Р. Беллман систематически изучал широкий класс задач, трактуя решение каждой из них как многошаговый процесс принятия решений. Методы анализа и решения задач указанного типа получили название *программирования динамического.* Осн. принципом динамического программирования является сформулированный Р. Беллманом в 50-х гг. *Беллмана принцип оптимальности,* заключающийся в том, что любой отрезок оптим. траектории оптимален. Применительно к задаче (1) этот принцип заключается в следующем. Если зафиксировать оптим. значения некоторых компонент вектора x^*, то решением задачи, получаемой из задачи (1) путем фиксации этих компонент, будет часть вектора x^*, состоящая из тех его компонент, которые оказались незафиксированными. Преимуществом метода динамического программирования является то, что на каждом шаге процесса принятия решений решается экстрем. задача в пространстве малой размерности (как правило, одномерная). Принцип оптимальности Беллмана обычно реализуется в виде функционального ур-ния. Решение этого ур-ния позволяет получить решение исходной задачи. Пользуясь принципом оптимальности Беллмана, можно по-новому подойти к решению задач *вариационного исчисления.* Классические задачи вариационного исчисления являются первыми примерами экстрем. задач в бесконечномерных пространствах, а классические ур-ния Эйлера — первыми необходимыми условиями минимума функционалов в бесконечномерном пространстве.

В последние годы значительно возрос интерес к неклассическим задачам вариационного исчисления, к которым приводят часто встречающиеся на практике задачи оптим. управления. Задачи оптим. управления отличаются от классических задач вариационного исчисления тем, что управление объекта может выбираться не на всем пространстве, а на некотором мн-ве, называемом мн-вом допустимых управлений. Необходимые условия, которым должно удовлетворять оптим. управление, сформулированы сов. математиком Л. С. Понтрягиным и его учениками в виде *Понтрягина принципа максимума.*

В середине 60-х гг. были сформулированы общие необходимые условия экстремума для задачи (1) в функциональных пространствах. Эти результаты позволяют осуществить вложение *оптимального управления теории* в общую теорию необходимых условий.

Лит.: Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. Линейное и выпуклое программирование. М., 1967; Юдин Д. Б., Гольштейн Е. Г. Линейное программирование. М., 1969 [библиогр. с. 418—421]; Пшеничный Б. Н. Необходимые условия экстремума. М., 1969 [библиогр. с. 148—151]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960; Эрроу К. Дж., Гурвиц Л., Удзава Х. Исследование по линейному и нелинейному программированию. Пер. с англ. М., 1962; Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 564—589]. *Р. А. Полак, М. Е. Примак.*

ПРОГРАММИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЕ — раздел *программирования математического,* в котором изучаются методы решения и характер *экстремума* в задачах оптимизации с нелинейной целевой функцией или множеством, определяемым нелинейными ограничениями.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ — раздел *программирования математического,* изучающий модели выбора оптимальных решений в ситуациях, характеризуемых *случайными величинами.* Отличительные особенности задач П. с. по сравнению с внешне напоминающими их задачами нелинейного программирования состоят в следующем. Задачи нелинейного программирования возникают в тех случаях, когда искомое решение можно охарактеризовать конечным набором чисел $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и с каждым x связать конечное число показателей $f^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$ так, чтобы цель принимающего решение сводилась к нахождению

$$\min_{\substack{f^i(x) \leqslant 0,\ i=1,\ldots,m \\ x \in X}} f^0(x), \qquad (1)$$

где $f^0(x)$ — целевая функция, X — некоторое мн-во n-мерного простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), напр., $X = \{(x_1, \ldots, x_n): x_1 \geqslant 0, \ldots, x_n \geqslant 0\}$. При этом предполагается, что ф-ции $f^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$, однозначные, что имеется возможность вычислять точные значения этих ф-ций и их производных, а также установить принадлежность решения x мн-ву X. Такое положение характерно для выбора решений в ситуациях с определенностью, когда каждое действие приводит к однозначному исходу.

Задачи П. с. возникают в условиях неточной информации, неопределенности и риска, когда с каждым решением можно связать числовые параметры $f^\nu(x, \omega)$ ($\nu = 0, 1, \ldots, m$), зависящие от решения x и состояния природы (случайных параметров) ω. В этом случае *экстремум* целевой ф-ции и справедливость ограничений в задаче (1) зависят от ω, и эту задачу можно понимать только в некотором вероятностном смысле, напр., как нахождение

$$\min_{\substack{F^i(x) \leqslant 0,\ i=1,2,\ldots,m. \\ x \in X}} F^0(x), \qquad (2)$$

где $F^0(x) = Mf^0(x, \omega)$ — *математическое ожидание* целевой ф-ции, а $F^i(x)$ — матем. ожидания ф-ций $f^i(x, \omega)$, или нахождение

$$\min_{\substack{G^i(x) \geqslant 0,\ i=1,2,\ldots,m. \\ x \in X}} G^0(x), \qquad (3)$$

где $G^0 = P\{f^0(x, \omega) \geqslant a\}$, а $G^i(x) = P\{f^i(x, \omega) \leqslant 0\} - p_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$, $x \in X$. Здесь p_i — некоторые числа (уровни), $0 \leqslant p_i \leqslant 1$.

Задачи (2) и (3) — типичные задачи П. с., причем задача (3) легко сводится к задаче (2). По внеш. виду эти задачи напоминают задачу нелинейного программирования (1) при $f^\nu(x) = F^\nu(x)$ или $f^\nu(x) = G^\nu(x)$, $\nu = 0, 1, \ldots, m$, но это только чисто внеш. сходство, поскольку в задачах (2) и (3), как правило, не выполняется осн. предпосылка теории нелинейного программирования: при каждом x невозможно вычислить точные значения ф-ций $F^\nu(x)$ и их производных. В тех случаях, когда $F^\nu(x)$, $G^\nu(x)$ вычисляются точно, задачи (2) и (3) решают обычными методами нелинейного программирования. В общем случае эти задачи решают *стохастической аппроксимации методом, стохастических квазиградиентов методом* на основе информации о случайных величинах $f(x, \omega)$.

Приложения П. с. включают вопросы надежности, контроля неисправных элементов, складирования и управления запасами и перспективного (долгосрочного) планирования.

Рассмотрим два важных примера. 1) На складе, вместимость которого равна b, требуется создать запас изделий $j = 1, 2, \ldots, n$ в расчете на случайный спрос $\omega = (\omega_1, \ldots, \omega_n)$ с ф-цией распределения $H(y_1, \ldots, y_n)$. Если x_j — величина запаса изделий j-го вида, то затраты, связанные с планом (решением) $x = (x_1, \ldots, x_n)$, отражаются ф-цией

$$f(x, \omega) = \begin{cases} \alpha\left(\sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j x_j - \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j \omega_j\right), \\ \text{если } \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j x_j \geqslant \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j \omega_j; \\ \beta\left(\sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j x_j - \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j \omega_j\right), \\ \text{если } \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j x_j < \sum\limits_{j=1}^{n} \gamma_j \omega_j, \end{cases} \qquad (4)$$

где γ_j — коэфф. заменяемости j-го изделия некоторым универсальным изделием, α — затраты на хранение универсального изделия, β — затраты, связанные с дефицитом универсального изделия. Требуется найти такое решение $x = (x_1, \ldots, x_n)$, при котором ожидаемые общие затраты $F(x) = Mf(x, \omega)$ при ограничениях $\sum\limits_{j=1}^{n} x_j < b$, $x_j \geqslant 0$, $j = 1, \ldots, n$ минимальны. Полученная задача является частным случаем задачи (2). При этом вычисление ф-ции $F(x)$ связано с вычислением многомерного интеграла, определяемого ф-цией распределения $H(y)$.

2. Долгосрочное планирование осуществляется в условиях неточной информации о ресурсах и затратах, поэтому при внедрении перспективного плана возникают невязки, ликвидация которых требует определенных затрат. Учет ожидаемых затрат на коррекцию может существенно изменить долгосрочные планы. В двухэтапных задачах П. с. учитываются как затраты на реализацию долгосрочного плана, так и ожидаемые затраты на его коррекцию. Постановка этих задач такова. Пусть принимаемый на перспективу план $x = (x_1, \ldots, x_n)$ удовлетворяет ограничениям

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\omega) x_j + \sum_{l=1}^{r} b_{il}(\omega) y_l = b_i(\omega), \\ &i = 1, 2, \ldots, m, \quad x_j \geqslant 0, \quad y_l \geqslant 0, \\ &j = 1, \ldots, n, \quad l = 1, \ldots, r. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

План x принимается перед тем, как станет известным состояние природы ω. После того, как ω становится известным, невязки в ур-ниях ликвидируются выбором вектора коррекции $y = (y_1, \ldots, y_r)$ из (5) при данном x и ω. Пусть затраты на реализацию плана равны $\sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j$, а затраты на коррекцию

$$\sum_{l=1}^{r} d_l(\omega) y_l, \qquad (6)$$

Если x принят, а ω стало известным, то вектор коррекции лучше всего выбрать из условия минимума (6) при условиях (5) и известных x, ω. Обозначим через $y(x, \omega)$ получаемый при этом вектор оптим. коррекции. Тогда ожидаемые затраты на реализацию x и его коррекцию

$$F(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + M \sum_{l=1}^{r} d_l(\omega) y_l(x, \omega). \quad (7)$$

Задача состоит в выборе такого плана x, который минимизирует общие затраты при условии $x \geqslant 0$. Это — задача вида (2). Сложность вычисления целевой ф-ции (7) связана с получением распределения величин $y_l(x, \omega)$.

В рассмотренных задачах П. с. решение x не зависит от ω, т. к. в этих задачах оно принималось до проведения наблюдений над состоянием природы ω. Имеются задачи, в которых решение принимается после некоторого эксперимента и является *случайной функцией* $x(\omega)$. На практике такие задачи обычно сводятся к задачам с детерминированным решением путем выбора конкретной зависимости $\Psi(z, \omega)$ решения x от ω, фиксированной с точностью до некоторых параметров $z = (z_1, \ldots, z_s)$, т. е. полагая $x(\omega) = \Psi(z, \omega)$.

Лит.: Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [библиогр. с. 516—520]; Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 564—589].

Ю. М. Ермольев.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ — раздел *программирования математического*, изучающий задачи, в которых на значения всех или части переменных наложено требование целочисленности. Задача П. ц. наз. полностью целочисленной, если требование целочисленности наложено на все переменные, и частично целочисленной, если ограничение целочисленности касается лишь части переменных. Наиболее изучены задачи линейного П. ц., которые обычно записываются в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = > \max;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i; \qquad i = 1, \ldots, m;$$

$$x_j \geqslant 0;\ j = 1, \ldots, n;\ x_j \text{ — целое}, j = 1, \ldots, n_1 \leqslant n,$$

где все a_{ij}, b_i, c_j — заданные числа, а x_j ($j = 1, \ldots, n$) — переменные задачи.

Задачи П. ц. можно разделить на несколько характерных классов. 1. Задачи с неделимостями — задачи, переменные которых представляют физически неделимые величины. 2. Экстремальные комбинаторные задачи — задачи, в которых требуется найти *экстремум* целочисленной линейной ф-ции, заданной на конечном множестве элементов, и само подмножество элементов, на котором этот экстремум достигается. Число таких подмножеств для реальных задач, как правило, чрезвычайно велико, поэтому решение таких задач путем перебора всех вариантов связано с непреодолимыми трудностями. Эти задачи можно сформулировать в виде задачи *программирования линейного*, в многограннике решений которой каждой целочисленной точке соответствует определенное подмножество элементов исходной комбинаторной задачи. Решение полученной задачи имеет комбинаторный смысл лишь в случае его целочисленности. К числу наиболее известных задач этого класса относятся *задачи о коммивояжере*, о назначении, задачи теории расписаний и т. д. 3. Задачи с неоднородной разрывной линейной формой, т. е. задачи с линейной формой вида

$$\sum_{j=1}^{n} c_j(x_j), \quad (1)$$

где

$$c_j(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{при } x_j = 0, \\ c_j x_j + d_j & \text{при } x_j > 0, \end{cases}$$

$$d_j > 0, \qquad j = 1, \ldots, n.$$

Они сводятся к задачам линейного П. ц. путем добавления к задаче целочисленных переменных $y_j = 0, 1$, $j = 1, \ldots, n$ и ограничений $y_j \leqslant M_j y_j$, $j = 1, \ldots, n$, где M_j — наибольшее значение, принимаемое x_j, и заменой исходной линейной формы (1) на $\sum_{j=1}^{n} (c_j x_j + d_j y_j)$. Из задач этого класса наиболее известны *транспортная задача* с фиксированными доплатами и различные варианты задач размещения. К задачам линейного П. ц. сводится с достаточной степенью точности и задача минимизации произвольной сепарабельной функции (1) на *выпуклом многограннике*. 4. Задачи на неклассических областях представляют собой задачи нахождения экстремума линейной формы на области, задаваемой, помимо линейных неравенств, еще и логическими условиями вида «ЛИБО — ЛИБО». Такие области обычно невыпуклы или несвязны. Путем введения новых целочисленных переменных эти задачи также сводятся к задачам линейного П. ц.

Общие методы линейного программирования непосредственно к задачам линейного П. ц. применять нельзя, т. к. в большинстве случаев они дают дробные решения. Округление компонент целочисленного решения до ближайших целых чисел может не только увести от оптим. целочисленного решения, но и вывести за пределы допустимых решений. Существует класс задач П. ц., среди оптим. решений которых всегда имеется целочисленное. К этому классу относятся, напр., транспортная задача, сетевая транспортная задача, *задача о назначениях*, *задача о кратчайшем пути* и некоторые другие. Эта особенность связана с тем, что определитель произвольной квадратной подматрицы матрицы условий задачи равен нулю или ± 1. Такие задачи решают методами ли-

нейного программирования. Однако этот класс узок и почти исчерпывается перечисленными задачами. Поэтому возникла необходимость в разработке спец. методов решения задач П. ц.

Американскими учеными Дж. Данцигом, Д. Фалкерсоном и С. Джонсоном была предложена основная идея методов отсечения для решения задач линейного П. ц. Эта идея заключается в следующем. Задача решается сначала без ограничений целочисленности. Если полученное решение целочисленно, то оно является оптим. решением задачи П. ц. В противном случае, к условиям исходной задачи добавляется линейное ограничение, которому удовлетворяют все целочисленные решения исходной задачи, но не удовлетворяет полученное нецелочисленное решение. Описанная процедура отсечения продолжается вплоть до получения на некотором шаге целочисленного оптим. решения либо до выявления неразрешимости задачи. Т. о., решение задачи П. ц. сводится к решению последовательности задач линейного программирования. Впервые правило формирования дополнительных ограничений для полностью целочисленных, а затем и частично целочисленных линейных задач П. ц. было разработано амер. ученым Р. Гомори в 1958 г. *Гомори метод* при достаточно естественных предположениях о задаче приводит к оптим. целочисленному решению за конечное число шагов. Известны и другие методы, использующие идею отсечения.

В комбинаторных методах для решения задач П. ц. максимально используется конечность числа допустимых решений. Эти методы характеризуются использованием направленного перебора. Важным и наиболее известным методом из этой группы является *ветвей и границ метод* и различные его модификации. Отличительной чертой этих методов служит макс. использование специфических особенностей задачи в процессе решения. Для некоторых классов задач П. ц. используются методы *программирования динамического* и последовательной оптимизации.

Методы случайного поиска (см. *Численные методы*) и другие приближенные методы применяются, как правило, для решения задач П. ц. большой размерности, для которых точные методы малоэффективны.

Лит.: Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М., 1969 [библиогр. с. 358—366]; Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретные задачи математического программирования. В кн.: Итоги науки. Теория вероятностей, математическая статистика, теоретическая кибернетика. 1966. М., 1967 [библиогр. с. 97—108]; Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. М., 1966 [библиогр. с. 516—520].

В. А. Трубин.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЧАСТИЧНО ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ — см. *Программирование целочисленное.*

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЭВРИСТИЧЕСКОЕ — вид программирования, занимающийся исследованием природы мышления человека с помощью создания моделей — программ, реализующих функции, характерные для мыслительных процессов. Иногда П. э. наз. разработку *программ* оптимизации сложных процессов при помощи *алгоритмов,* не гарантирующих получения оптимальных решений.

Выбор задач П. э. зависит от многих обстоятельств: наличия объективных критериев успеха, объема исходной информации и дополнительных сведений, способствующих уточнению постановки задачи; возможности сравнения с другими процессами и пр. В результате этого наметился ряд направлений П. э.: программирование игровых ситуаций (напр., шахматной), доказательств теорем, перевода с одного языка на другой, решения матем. задач, описанных в виде текста на неформализованном языке, сочинения музыки, *распознавания образов* (зрительных и звуковых), дифференциальной диагностики и др.

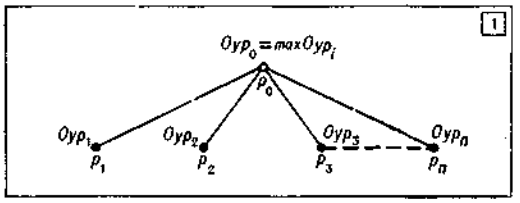
В начале 50-х годов 20 ст. сложилось мнение о том, что создание мыслящих машин — дело близкого будущего. В это время были сформулированы названные задачи и предложены некоторые идеи по их решению, а к концу 50-х годов созданы первые программы. Однако с помощью составленных программ ЭВМ очень слабо справлялись с решением поставленных задач. Впрочем, тогда еще казалось, что для получения приемлемых решений достаточно лишь несколько улучшить программы в том или ином намечавшемся направлении. Позднее оказалось, что реализация этих улучшений — трудоемкое дело, а результаты улучшения весьма незначительны. Вместе с тем выяснилось, что идеи, возникающие в ходе решения задач П. э., оказываются весьма плодотворными для многих вычислительных процессов.

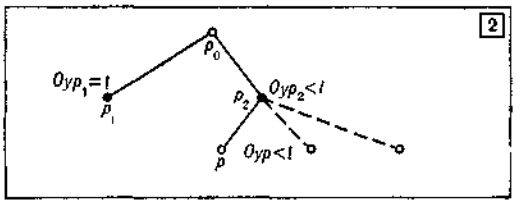
При решении задач П. э. были поставлены некоторые общие проблемы. Одной из них является проблема иерархически организованного перебора. Пусть, напр., нужно найти лучший ход в позиции p_0 некоторой игры. В этой позиции можно сделать несколько ходов, приводящих к позициям $p_1, p_2, \ldots, p_n$, которые необходимо исследовать для определения лучшего хода. В каждой из этих позиций также можно сделать ходы, и, таким образом, при исследовании определяется «дерево» игры (рис. 1), вершинам которого соответствуют рассматриваемые позиции, между которыми устанавливается иерархия. Для исследования любой позиции p дерева игры достаточно оценить все непосредственно подчиненные ей позиции, т. е. те из них, в которые можно прийти из этой позиции в один ход.

Такое же дерево строят и во многих других случаях. Вершине p_0 соответствует решение поставленной задачи, вершинам $p_1, p_2, \ldots, p_n$ — решение подзадач, на которые она разбита, и т. д. Для организации иерархического перебора в широком круге задач можно составить программу «Общий решатель», однако применение ее не эффективно, поскольку

для рассмотрения всех ситуаций, соответствующих вершинам дерева иерархического перебора для сколько-нибудь интересных задач, требуется слишком большое время.

В связи с этим возникает необходимость в разработке методов, обеспечивающих отсечение заведомо невыгодных ветвей. В задаче определения лучшего хода в игре двух противников для этого применяется метод граней и оценок. Понятие оценки позиции было дано еще в начале 20 ст. Оценка позиции p определяется как максимум оценок позиций $p_1, p_2, \ldots, p_n$, непосредственно ей подчиненных





1. Дерево» игры.
2. «Граф оценки позиции p_0.

(рис. 2). Однако, если оценка позиции p_1 равна l, а из позиции p_2 противник может сделать ход, после которого возникает позиция p с оценкой, меньшей l, то и оценка позиции p_2 меньше l, а, значит, для определения оценки позиции p ее уточнять не надо. Таким образом, отпадает необходимость в рассмотрении остальных позиций дерева игры, подчиненных позиции p_2.

Метод отсечения особенно эффективен, если в первую очередь, как правило, рассматривают лучшие ходы (варианты). Поэтому целесообразно разрабатывать быстрые способы определения оценки рассматриваемой позиции (ситуации), быть может дающие приближенный или не всегда правильный результат. Для сокращения перебора применяется также запоминание таких рассмотренных ранее позиций (ситуаций), которые могут встретиться в других вариантах.

Однако сокращение перебора с использованием только этих общих методов недостаточно для удовлетворительного решения задач П. э. Поэтому возникает необходимость разрабатывать методы, специфические для данного класса задач или данной конкретной задачи. Напр., для доказательства теорем *исчисления предикатов узкого* выбор дополнительных переменных можно связать с формулировкой доказываемой теоремы. Специфические методы шахматной программы связаны с шахматной теорией, в которой можно использовать понятия: «хороший слон» и «плохой слон», «шансы на атаку» и т. д., и в связи с этим надо вводить формальные определения этих понятий и создавать алгоритмы использования их. Для упрощения построения таких понятий и алгоритмов создают семантические модели ситуаций (в данном случае, позиций). Семантические модели могут включать фиксированный круг понятий, а также средства для расширения его. Программы первого типа работают быстрее, а второго — обладают большими потенциальными возможностями.

Для автоматизации построения новых понятий можно использовать методы теории распознавания образов, общая идея которых заключается в следующем. Пусть ситуация описывается косвенным образом. Напр., для определения нефтеносности пласта можно измерить значения фиксированного мн-ва параметров. Таким образом, исследуемый на нефтеносность пласт можно рассматривать как точку в многомерном пространстве. Пусть, кроме того, заданы два мн-ва значений параметров пластов: одно соответствует нефтеносным пластам, другое — водоносным. Ни один из заданных параметров сам по себе не характерен для одного из этих мн-в в отличие от другого. Однако можно попытаться построить новые составные признаки, т. е. найти характерные комбинации значений параметров. Хотя для некоторых задач, напр., для задачи распознавания геом. образов, данный метод неэффективен, в других случаях он дает приемлемые результаты (напр., в задаче определения нефтеносности пластов). Хорошие результаты таким методом получены в ряде задач медицинской диагностики, что особенно ценно, т. к. делает возможной удовлетворительную диагностику при отсутствии некоторых признаков, несущих существенную информацию (из-за недостатка аппаратуры или опасности определения этих признаков, напр., в случае применения кровавых методов диагностики).

Методы решения задач П. э. широко применяются в различных вычислительных и информационно-логических задачах. Так, в ряде задач дискретного программирования применяют метод ветвей и границ, аналогичный методу граней и оценок; текущие справочные с быстрым поиском информации и другие методы организации информации, разработанные в задачах П. э., применяют в информационно-логических задачах большого объема; идеи П. э. применяют для ускорения поиска минимума ф-ции многих переменных (метод «оврагов» в различных видах), для вычисления кратных интегралов и др.

Лит.: Бонгард М. М. Проблема узнавания. М., 1967; Адельсон-Вельский Г. М. [и др.]. О программировании игры вычислительной машины в шахматы. «Успехи математических наук», 1970, т. 25, в. 2; Вычислительные машины и мышление. Пер. с англ. М., 1967 [библиогр. с. 491—546]; Semantic information processing. Cambridge, 1970.

Г. М. Адельсон-Вельский, В. Л. Арлазаров.

ПРОГРАММИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ — один из видов обучения человека; специфика П. о. состоит в том, что оно осуществляется по заранее составленной обучающей програм-

ме, выполняющей некоторые функции преподавателя. П. о. позволяет повысить качество обучения и сократить время, затрачиваемое как обучающимся, так и обучающим, а также исследовать процесс обучения человека. Повышение эффективности в условиях П. о. достигается путем тщательного отбора содержания учебного курса; улучшения логич. структуры материала; увеличения частоты обмена информацией между обучаемым и обучающим; повышения степени индивидуализации обучения и др.

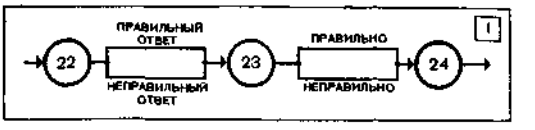
В качестве средства исследования процесса обучения человека П. о. может быть использовано прежде всего благодаря тому, что его применение создает необходимые условия для стандартизации пед. эксперимента. Средствами реализации обучающей программы часто служат *программированные учебники* и *обучающие машины*.

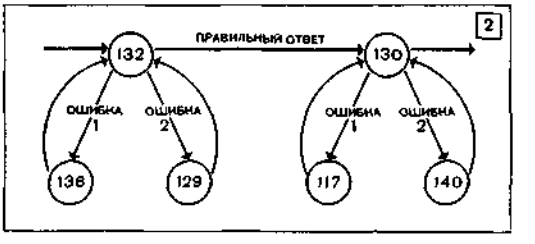
Осн. характеристиками П. о. являются следующие: 1) учебный материал располагается согласно заранее описанной схеме; 2) формулируется цель обучения и разрабатываются средства, позволяющие измерить степень достижения этой цели обучаемыми либо объективно показать, что эта цель ими достигнута; 3) учебный материал разбивается на разделы, заканчивающиеся контрольными вопросами, заданиями или указаниями обучаемому относительно его дальнейших действий (эти разделы наз. порциями учебного материала, либо порциями); 4) от обучаемого требуется отвечать на вопросы либо выполнять предлагаемые задания; 5) обучаемому немедленно сообщается о том, правильно ли он ответил, а в ряде случаев указывается тип допущенных ошибок и выдаются порции с разъяснениями этих ошибок; 6) обеспечивается индивидуальная работа в удобном для обучаемого (либо в контролируемом) темпе, а в ряде случаев та или иная степень приспособления к индивидуальным особенностям обучаемого; 7) эффективная обучающая программа обычно разрабатывается путем многократных экспериментальных проверок на испытуемых. С целью определения уровня начальной подготовки обучаемых зачастую разрабатывается также тест, предшествующий П. о.

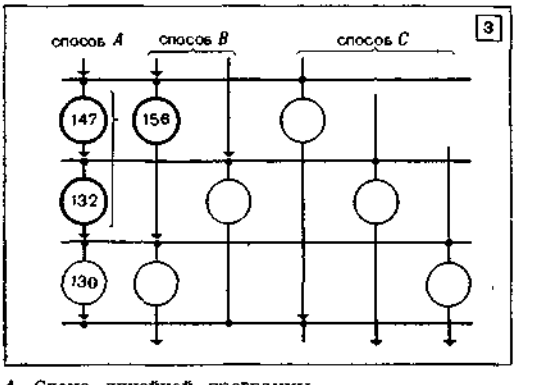
Зарождение П. о. относят к 1927, когда амер. ученый С. Пресси впервые использовал автомат. устр-ва для проверки правильности ответов учащихся на тестовые вопросы. В частности, он построил устр-во, которое выдавало обучаемому следующий вопрос только в том случае, если он отвечал правильно на предыдущий. Оказалось, что обучаемые, использовавшие это устр-во, успешно усваивали материал, по которому им задавали вопросы. Идеи Пресси были использованы его последователями и учениками в 30—40-е гг. при разработке ряда тренажеров, которые применялись для подготовки военных специалистов и персонала, обслуживавшего различные тех. устр-ва и системы.

Осн. идеи П. о. получили широкую известность в конце 50-х годов благодаря работам амер. психологов Б.-Ф. Скиннера и Н. Краудера. В обучающих программах Скиннера обучаемому предлагается самому записать свой ответ в отведенном месте, а затем сверить его с правильным ответом, помещенным в следующей по порядку порции. На рис. 1 дано схематическое изображение обучающей программы, построенной по методу Скиннера (на приведенных ниже рис. 1—3 кружками обозначены номера страниц, а стрелками — необходимые переходы).

Такие программы получили название линейных. Н. Краудер положил начало раз-







1. Схема линейной программы.
2. Схема разветвленной программы.
3. Схема адаптивной программы.

витию другого направления П. о., основанного на использовании т. н. разветвленных программ. Если для успешного обучения по программам Скиннера предполагается, что обучаемый должен давать по крайней мере 95% правильных ответов, то при использовании программ Краудера допускается меньший их процент. Чтобы разъяснить обучаемым причины их ошибок, в программу вводят разветвления — порции с разъяснениями. На рис. 2 приведено схематическое изображение разветвленной обучающей программы.

В 60-е годы разработка обучающих программ и производство обучающих машин преврати-

лись в ряде стран в отдельную отрасль «педагогической индустрии». К 1970 в США имелось в продаже свыше 2000 обучающих программ, в Англии — 1200, во Франции — свыше 200. В СССР создано (по приблизительным оценкам) более 300 обучающих программ.

Дальнейшее развитие П. о. и расширение сферы его использования требует разработки теор. основ П. о., и, в частности, методики составления обучающих программ, обеспечивающих достижение не только ближайших целей обучения, напр. усвоения строго определенного содержания, формирования некоторых навыков и умений, но и достижения более отдаленных целей, напр., таких, как формирование обобщенных приемов мышления, развитие познавательных способностей обучаемых. Теория П. о. развивается на базе использования достижений *кибернетики*, дидактики, педагогики, *психологии инженерной* и др. отраслей знания.

Успех П. о. в значительной степени определяется содержанием, усвоение которого предусматривается задачами обучения, способом управления познавательной деятельностью обучаемых и особенностями реализации. Конкретизация содержания обучения требует его психологического и логико-математического анализа. Психологический анализ содержания обучения включает в себя, в частности, выяснение того, в какой мере это содержание необходимо для овладения заданной деятельностью, в какой мере оно доступно для учащихся разного возраста, с разным уровнем предыдущей подготовки и в какой мере оно обеспечивает их умственное развитие.

В этой области получены весьма интересные результаты, относящиеся к обучению в общеобразовательных школах. Так, соответствующие исследования убедительно показали, что рациональная структура учебного предмета уже в младшем школьном возрасте значительно расширяет возможности усвоения учащимися матем. и грамматического материала. Результаты этих исследований могут быть с пользой учтены при программировании обучения и в то же время уточнены в ходе эксперимента с использованием обучающих программ. В логико-математическом анализе содержания обучения выделяют две задачи. Одна из них — описание структуры уч. материала с использованием *информации теории*, *графов теории*. Вторая задача — это создание *языков формальных*, описывающих структуру материала, подлежащего усвоению.

В способе управления познавательной деятельностью (методе обучения) выделяют две стороны — содержательную и формальную. Содержательную сторону в первом приближении можно описать с помощью умственных и практических действий обучающегося, необходимых для усвоения содержания, предусматриваемого целью обучения. К содержательной стороне метода относятся, в частности, алгоритмы действий, напр., алгоритмы подведения одного понятия под другое, алгоритмы распознавания принадлежности, различные модели и аналогии. Формальную сторону можно описать с помощью таких параметров обучающих программ, как к-во заданий, выдаваемых обучаемым; их трудность; мера оказываемой им помощи; форма обмена информацией между обучающим и обучаемым; тип ответа (свободно конструируемый на естественном языке, выражаемый в условном коде, выбираемый из предложенных альтернатив); схема обучающей программы и др.

Для эффективного управления познавательной деятельностью обучаемого обучающая программа строится на основе априорного описания этого объекта управления. Однако из-за особенностей объекта составить его точное априорное описание весьма затруднительно. Именно поэтому в арсенале средств П. о. все большее значение приобретают т. н. адаптивные обучающие программы, обеспечивающие возможность изменять способы изложения уч. материала в направлении сохранения показателя качества при произвольно меняющихся внеш. и внутр. условиях обучений. Адаптивную обучающую программу можно представить как состоящую из нескольких линейных или разветвленных программ, отличающихся способом изложения одного и того же содержания. Схематическое изображение такой программы дано на рис. 3.

Адаптивная обучающая программа может быть эффективно реализована только с помощью адаптивных обучающих машин (АОМ), которые на основании обработки последовательности ответов обучаемого оптимизируют процесс его обучения по заданному показателю качества. АОМ обеспечивают более высокую степень индивидуализации обучения по сравнению как с традиционными формами группового обучения, так и с обычными формами П. о. АОМ позволяют более полно использовать способности каждого учащегося и открывают возможности для сокращения сроков обучения и повышения его качества. Эксперименты показывают, что при обучении с помощью адаптивной обучающей программы удалось сократить время обучения по сравнению с обучением по обычной разветвленной программе в среднем на 30%, обеспечив при этом требуемый уровень выполнения контрольных работ.

Третий фактор эффективности П. о.— особенности реализации обучающей программы. Эти особенности зависят прежде всего от распределения ф-ций между обучающей программой, обучаемым, преподавателем и обучающей машиной (если она используется для реализации обучающей программы). Можно выделить два направления исследований в области тех. средств П. о. Одно из них имеет целью выяснение психолого-педагогических требований к обучающим устр-вам, а другое — решение научно-тех. вопросов, связанных с разработкой этих устройств. Тех. средства целесообразно использовать в условиях П. о. в следующих случаях: а) когда без машин нельзя обеспечить требуемую форму обмена

информаций; б) когда нужно обеспечить строгое соблюдение учащимся порядка работы, предусмотренного обучающей программой, непрерывный контроль со стороны преподавателя за ходом работы каждого обучаемого; в) когда нужна быстрая обработка ответов. Последний случай включает в себя обработку достаточно сложных, напр., свободно-формируемых, ответов обучаемых, регистрацию процесса обучения и автомат. вычисление его показателей (напр., в случае использования адаптивных обучающих программ). Комплексное выполнение перечисленных условий возможно только при реализации обучающей программы с помощью достаточно сложного тех. устр-ва. В качестве устройств для управления П. о. все чаще используются *цифровые вычислительные машины.*

Лит.: Машбиц Е. И., Бондаровская В. М. Зарубежные концепции программированного обучения. К., 1964; Гребень И. И., Довгялло А. М. Автоматические устройства для обучения. К., 1965 [библиогр. с. 183—194]; Глушков В. М. [и др.]. Научные проблемы программированного обучения и пути их разработки. К., 1966 [библиогр. с. 30—32]; Балл Г. А., Гергей Т., Довгялло А. М. Об одном подходе к построению адаптивных обучающих систем. «Кибернетика», 1968, № 3; Талызина Н. Ф. Теоретические проблемы программированного обучения. М., 1969 [библиогр. с. 124—132]; Применение ЭВМ в учебном процессе. М., 1969. *А. М. Довгялло.*

ПРОГРАММИРОВАННЫЙ УЧЕБНИК — книга, учебник, в котором напечатана *обучающая программа.* Различия между обычными учебниками и программированными состоят гл. о. в том, что в П. у. значительная часть его объема отводится для описания работы обучаемого в процессе обучения — для вопросов, заданий, различных вариантов ответов и решений, развернутых примеров и т. п.

П. у. делят на линейные, разветвленные и адаптивные. Подавляющее большинство П. у. строится по линейной обучающей программе, по которой обучаемый получает возможность сверить свой ответ с предлагаемым правильным ответом и перейти к новой порции учебного материала. Фрагмент типового П. у., построенного по линейной программе, приведен в табл. 1. Пример порций из учебника, реализующего разветвленную обучающую программу, дан в табл. 2. П. у. с разветвленной программой наз. также пособиями с «разбросанными страницами», поскольку разъяснения к i-й порции и порция $(i + 1)$-я с новым учебным материалом располагаются обычно на некотором удалении от i-й порции (см. табл. 2). Это делается для того, чтобы затруднить подглядывание правильных ответов. В адаптивных П. у. предусматривается несколько вариантов изложения одного и того же материала для обучаемых с различным уровнем подготовки, для различных контингентов обучаемых. Такие учебники, как правило, используются вместе с адаптивной *обучающей машиной,* анализирующей последовательность ответов обучаемого и отсылающей его к тому или иному варианту изложения учебного материала.

Для повышения эффективности П. у. и уменьшения вероятности угадывания обучаемым правильного ответа в предъявляемых альтернативах применяют т. н. конструктивно-выборочный метод формирования ответов, когда обучаемый набирает свой ответ из предлагаемых элементов, являющихся допустимыми смысловыми единицами. В ряде П. у. с подобной формой ответа предусматриваются разъяснения для наиболее типовых (правильных и ошибочных) сочетаний указанных

Фрагмент типового программированного учебника, построенного по линейной программе. Таблица 1

СЕТЬ	22
События, изображаемые в сети ПЕРТ в виде кружков, овалов или квадратов, происходят в логической _____	

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	23
Эта фигура представляет собой простую сеть ПЕРТ. Кружки изображают _____ _____, которые следуют одно за другим в заданной _____.	

СОБЫТИЯ, ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	24
Порядок следования событий определяется стрелками, а не номерами событий. В приведенной сети ПЕРТ последовательность событий такова, что событие 12 не может наступить, если не наступило событие _____.	

элементов. Широко применяются методики работы с П. у., согласно которым обучаемым предлагается сначала записать свой ответ в произвольной форме, а затем произвести выбор среди предлагаемых правильных и ошибочных ответов. В этом случае наибольший эффект достигается при использовании обучающих машин, разрешающих доступ к заранее заготовленным ответам только после ввода обучаемым своего ответа.

Помимо указанных видов, к П. у. часто относят и учебные пособия, содержащие, кроме осн. материала (задаваемого целью обучения), вопросы и задачи для самоконтроля, а также ответы и анализ ответов к вопросам самоконтроля и к контрольным работам. В качестве программированного приложения к обычным учебникам применяют различные тренировочные тетради, руководства, задачники, вопросники и предписания.

Хорошо составленные П. у. позволяют добиваться повышения качества обучения по сравнению с традиционной групповой формой обучения по обычным учебникам, а также уменьшения (на 30—40%) времени, затрачиваемого обучаемым и обучающим. Значительный эффект дают П. у. в сочетании с др. учебными пособиями, такими, как справочники, инструкции, словари, задачники (с решенными примерами) и т. п. В последнее время учащаются попытки выпускать П. у. в комплекте с этими учебными пособиями.

Лит.: Программированные учебные пособия. Ташкент, 1969; Ющенко Е. Л. [и др.]. КОБОЛ (Программированное учебное пособие). К., 1973; Томас К. [и др.]. Перспективы программированного обучения. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 189—191].

А. М. Довгялло, Е. Л. Ющенко.

Фрагмент программированного учебника, реализующего разветвленную обучающую программу. Таблица 2

—132—

Ваш ответ. В сумматоре будет записано 0 0000000375
Правильно В ячейке 1283 содержится слово 0 0000000375, а первая команда

0 50 1283 0000

пересылает содержимое ячейки 1283 в сумматор.
Записав 0 0000000375 в сумматор, к этому числу можно прибавить число 0 0000000580, находящееся в ячейке 1821. Код команды «Сложение» 60.
Как должна быть закодирована вторая команда?

0	60	0580	0000.	стр. 136
0	60	1821	0000.	стр. 130
0	50	1821	0000.	стр 129

—136—

Ваш ответ. Второй командой должна быть

0 60 0580 0000.

Нет. Вы поступили совершенно правильно, заменив код операции «Посылка» 50 кодом «Сложение» 60 Но адресная часть у вас преобразована неправильно.
Взгляните на первую команду.

Код операции Адрес

0 50 1283 0000

По этой команде число 375 переписывается в сумматор, но адресная часть при этом самого числа 375 не содержит. Там находится адрес числа 375. Если требуется прибавить число 580, то в адресную часть помещать само число нельзя. В ней необходимо поставить адрес ячейки. А в какой ячейке записано число 580?
Вернитесь к странице 132 и сделайте еще одну попытку.

—129—

Ваш ответ. Второй командой должны быть

0 50 1821 0000.

Не совсем так. Вы поступили правильно, изменив адресную часть команды с 1283 на 1821, т. к. требуется, чтобы вторая команда прибавила число 580, записанное в ячейке 1821. Но при этом нужно было изменить и ту часть команды, в которой находится код операции.
Команда «Сложение» (код операции 60) вызывает сложение содержимого ячейки памяти с содержимым сумматора. Команда же

0 50 1821 0000

просто перепишет содержимое ячейки 1821 в сумматор и тем самым заменит ранее находившееся там число, вместо того, чтобы прибавить к нему.
Вернитесь к странице 132 и попытайтесь выбрать другой ответ.

—130—

Ваш ответ. Второй командой должна быть

0 60 1821 0000

Правильно.

ПРОГРАММИ́РУЮЩАЯ ПРОГРА́ММА — программа, предназначенная для перевода (трансляции) описаний *алгоритмов* с одного формального языка на другой. См. *Транслятор*.

ПРОГРА́ММНОЕ ПЛАНИ́РОВАНИЕ И УПРАВЛЕ́НИЕ в народном хозяйстве. Научно-техническая революция поставила в новые условия систему нар.-хоз. планирования и управления; возникли новые задачи ее развития и совершенствования, сформулированные в решениях XXIV съезда КПСС, важнейшие из которых — введение долгосрочного

планирования и интеграция научно-технического и произв.-экон. планирования. Решение этих двух задач тесно связано между собой и может быть найдено в рамках системы программного планирования. Программное планирование характеризуется тремя важными особенностями.

1. Планирование осуществляется от конечных (первичных) целей социалистического общества (цели в области нар. благосостояния и обороны). При составлении нар.-хоз. планов исходят из конечного продукта с одновременным формированием крупных нар.-хоз. программ.

2. При П. п. и у. осуществляется интеграция (системное объединение) планирования и управления научно-техническим прогрессом и пром. произ-вом. Эта интеграция достигается за счет комплексного планирования по т. н. «жизненному циклу» тех. систем, оборудования, изделий и пр. и формирования системы ответственности заказчик — исполнитель.

3. При введении П. п. и у. потребуются некоторые структурные дополнения и корректировка функций ряда организаций, направленных на развитие организационной структуры нар. х-ва в целом. Осн. изменением структуры является образование целевого управления — создание целевых межотраслевых и межрегиональных объединений для руководства крупными нар.-хоз.— т. н. терминальными — программами и проектами, такими, как создание территориально-пром. комплексов (напр., Братский комплекс или Тюменьский нефтепромышленный комплекс), программами освоения космоса и Мирового океана, создания *вычислительных центров сети*, больших систем разнообразного назначения и т. п.

Программа определяется как планируемый комплекс экономических, социальных, производственных, проектных, технических и научно-исследовательских мероприятий, направленных на достижение осн. цели или осн. направления развития. При этом под направлением развития понимается последовательность в каком-то смысле все более совершенных целей. Соответственно этому определению имеют место развивающиеся программы и терминальные программы. Развивающиеся программы — это долгосрочные скользящие планы отраслей нар. х-ва и отдельных регионов. Терминальные программы — это программы, направленные на достижение некоторых конечных целей. Некоторые терминальные программы превращаются со временем в календарно-развивающиеся и становятся основой создания новых отраслей или подотраслей промышленности (напр., атомная промышленность). Потребность в программно-целевом подходе наблюдается не только в межотраслевом и межрегиональном резерве, но и внутри отдельных отраслей и регионов. Отражением этой потребности служит создание научно-произв. объединений в отраслях промышленности. На очереди создание межотраслевых и межрегиональных объединений. Существующие отраслевое и территориальное управления дополняются целевым управлением, что придаст гибкость всей организационной структуре нар. х-ва и позволит ей подстраиваться под постоянно меняющиеся цели и задачи нар. х-ва. Важно подчеркнуть, что программное планирование, осуществляя интеграцию отраслевого территориального и целевого принципов управления, не затрагивает самого принципа отраслевого управления, т. к. научно-тех. прогресс реализуется только в рамках отраслей промышленности и науки. Научно-тех. прогресс для своего развития требует специализации, что свойственно только отраслевому руководству и не свойственно ни целевому, ни территориальному руководствам. Однако для достижения крупномасштабных целей экон. развития отрасли добывающей и обрабатывающей промышленности целесообразно объединять в комплексы. Такие, напр., как комплекс энерг. отраслей, транспортных отраслей, машиностроительных отраслей и т. п.

Формирование любой программы начинается с определения целей. Проблемы науч. обоснования целей деятельности составляют предмет системного анализа. С его помощью устанавливается нужность той или иной цели и в соответствии с его принципами принятая цель декомпозируется — развертывается в иерархию целей и задач, частных мероприятий и операций, образующих программу. Планирование от конечных целей предполагает, что в социалистическом обществе как экономической системе существует два рода целей: цели 1-го рода (первичные или конечные) — цели в области народного благосостояния и обороны; цели 2-го рода (вторичные) — цели собственно производства (добывающей пром-сти, с. х-ва, обрабатывающей пром-сти, энергетики, строит. индустрии, машиностроения, легкой пром-сти и пр.). При этом цели 2-го рода выступают как средства достижения целей 1-го рода. Цели 1-го и 2-го рода реализуют с помощью соответственно программ 1-го и 2-го рода. Соответственно программы 1-го рода могут быть реализованы только через реализацию программ 2-го рода. С другой стороны пропорции между программами 1-го рода определяют пропорции между программами 2-го рода. Программы 1-го рода реализуются отраслями непроизводственной сферы (здравоохранение, торговля, культура и др.), которые выступают, как заказчики перед отраслями и комплексами отраслей производственной сферы, отвечающими за реализацию программ 2-го рода. Т. о. программы 1-го и 2-го рода представляют собой не что иное, как долгосрочные скользящие планы отраслей непроизводственной и производственной сфер. К программам 2-го рода относятся также программы целевых межотраслевых объединений. Цели 1-го рода устанавливаются на основе прогнозов развития внешнего мира, социальных прогнозов и принятой доктрины. Соответственно на основе экон. и демографических прогнозов производится распределение людских ресурсов

и средств из фонда потребления отраслям 1-го рода (непроизводственной сферы) на каждый год программного периода (15 — 20 лет). Отрасли 1-го рода, в соответствии с выделенными ассигнованиями, формируют свои программы и определяют структуру и объем конечного продукта, покрываемого фондом потребления, т. е. формируют систему заказов отраслям 2-го рода или их комплексам. После формирования программ 1-го рода путем плановых итеративных балансовых расчетов Госплан определяет цели отраслям 2-го рода (или их комплексам), производит распределение между ними фонда накопления на каждый год программного периода. Имея в качестве целей программу выпуска продукции и выделенные ассигнования из фонда накопления, каждая отрасль 2-го рода (и комплексы отраслей 2-го рода) формирует программу своего развития. Финансирования из фонда накопления являются капиталовложениями, направленными на развитие производства и с. х-ва. Остальные расходы в отраслях 2-го рода покрываются платежами заказчиков — отраслей 1-го рода. Внутри производственной сферы также формируется система связей заказчик — исполнитель с соответствующей финансовой ответственностью.

Движение материальных потоков между отраслями 1-го рода и 2-го рода и внутри отраслей 2-го рода регулируется денежными потоками в развитой системе заказчик — исполнитель. Движение из денежных потоков организуется финансово-банковской системой. Т. о. при П. п. и у. имеется возможность управлять нар. х-вом путем распределения ресурсов на конечные цели общества или на программы 1-го рода. Программы развития пром-сти и с. х-ва при этом всякий раз в зависимости от изменения программ 1-го рода надо корректировать и изменять путем плановых пересчетов. Особая роль при этом отведена имитационным *моделям экономики*, позволяющим оценивать отдаленные последствия того или иного перераспределения ресурсов между отраслями 1-го рода.

Интеграция научно-тех. и произв.-экон. планирования осуществляется отраслями 1-го и 2-го рода и центр. планирующими органами в процессе итеративного образования вектора конечного продукта, выступающего как вектор спроса. Процесс образования вектора конечного продукта (вектора товаров и услуг) осуществляется на основе планирования по т. н. «жизненному циклу» изделия, продукции, тех. системы и т. п. Осн. итоговым результатом научно-тех. прогресса в нар. х-ве является постоянное обновление номенклатуры выпускаемой продукции или, как говорят, обновление компонентов вектора товаров в услуг.

Компоненты вектора товаров и услуг обновляются, как результат процесса овеществления знаний или инновативного процесса, состоящего из ряда последовательных стадий: фундаментальные исследования, прикладные исследования, опытно-конструкторские работы (ОКР), подготовка производства и, наконец, собственно серийное производство новых изделий, оборудования или тех. систем. Научно-тех. прогресс, который в сущности и есть процесс овеществления знаний, постоянно приводит к появлению новых типов изделия, оборудования и др. Типы изделий или оборудования — это довольно устойчивая и длительно существующая категория. Раз зародившись, тип оборудования, изделия развивается, потому что он представляется все более и более совершенными образцами изделий, сменяющими друг друга внутри данного типа. Так, например, такой тип легковой автомашины, как «Москвич», постоянно развивается, т. к. он представляется сменяющими друг друга образцами «Москвич» —401, 402, 403, 407, 408, 412. Смена образца изделия внутри типа как раз и оправдывает представление о жизненном цикле, т .е. о зарождении образца и его отмирании (снятии с производства и эксплуатации по истечении некоторого времени). Жизненный цикл образца изделия (технической системы) характеризуется тем, что изделие проходит через ряд последовательных состояний: 1) замысел нового изделия (тех. системы); 2) целевые научно-исслед. работы (НИР) (фундаментальные и прикладные); 3) аванпроектные проработки; 4) ОКР и испытания; 5) подготовка произ-ва; 6) серийное произ-во и эксплуатация (продажа) изделий; 7) отмирание изделия — серийное произ-во прекращено, число изделий, находящихся в эксплуатации, постепенно уменьшается. Все последовательные состояния разделены дихотомическими процедурами принятия решений по переводу изделия из одного состояния в другое.

Первое состояние, названное замыслом нового изделия (системы), возникает под влиянием двух тенденций: во-первых, потребностями у заказчика (потребителя) изделия решать новые нар.-хоз. и науч. проблемы и задачи; во-вторых, новыми, открывающимися по мере развития науки и техники, возможностями создать более совершенную продукцию.

Сформированный и систематизированный процедурами принятия решений жизненный цикл представляет собой элементарную составляющую инновативного процесса (процесса овеществления знаний), результатом которого является обновление компонент вектора товаров и услуг. Сам же инновативный процесс представляется как поток множества жизненных циклов, находящихся в каждый данный момент в любом из своих этапов. Представление об инновативном процессе, как о потоке жизненных циклов является принципиально важным для планирования и управления научно-техническим прогрессом. Это представление является также существенно важным для построения *моделей математических* интенсивно развивающейся экономики.

Планирование по жизненному циклу, или сквозное планирование, компонент вектора спроса со стороны отраслей 1-го и 2-го рода означает, во-первых, что серийный выпуск продукции по времени увязан с предшествующими

ОКР и НИР, а также с необходимым капитальным строительством у заказчика, и, во-вторых, заказчик оплачивает расходы исполнителя или по всему жизненному циклу, или по крайней мере начиная с ОКР (оставляя НИР на госбюджетном финансировании). Теперь остается выяснить, каким образом выбирать компоненты вектора поставок новых изделий в отрасли 1-го и 2-го рода, представляющие собой набор линеек жизненных циклов. Для этой цели предварительно формируется прогнозный массив жизненных циклов изделий для отрасли заказчика, который называют «направлением развития техники в отрасли». Задания на нормативные прогнозы новых изделий выдаются отраслью-заказчиком отраслям-исполнителям. Задания формируются на основе набора задач, которые к ней будут поступать от отраслей-исполнителей и которые отрасль-заказчик должна решать в будущем с помощью новой техники. Нормативный прогноз каждого жизненного цикла содержит вероятные сроки завершения НИР, ОКР, срок выпуска первой партии, стоимость изделия, расходы на разработку по этапам жизненного цикла и необходимые материальные и людские ресурсы, расходуемые по этапам жизненного цикла. Прогноз, как правило, должен иметь несколько альтернативных вариантов. В этом случае ресурсы, стоимость и сроки указываются для каждого варианта. Утвержденный массив прогнозных жизненных циклов является для данной отрасли направлением развития техники и указывает на потенциальные возможности научно-тех. прогресса в отрасли. Из направлений развития техники на основе нар.-хоз. задач, которые должна решать отрасль, формируется массив жизненных циклов, образующих программу поставок изделий и продукции в отрасль с учетом выделенных ассигнований по всем этапам жизненного цикла. Т. о., в сумме по всем отраслям 1-го и 2-го рода образуется вектор конечного продукта с запланированным темпом обновления компонент. Путем балансовых расчетов для каждого года программного периода образуется долгосрочный перспективный нар.-хоз. план.

Из системы программ и долгосрочного плана формируются среднесрочные (пятилетние) и краткосрочные (годовые) планы, различные функциональные планы и планы всех организаций, носящие директивный характер. При этом все эти планы будут комплексными и взаимоувязанными, поскольку они будут следствием взаимоувязанной системы программ.

Лит.: Поспелов Г. С. Научно-технический прогресс и проблемы планирования в народном хозяйстве. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1972, № 6; Лемешев М. Я., Панченко А. И. Комплексные программы в планировании народного хозяйства. М., 1973. *Г. С. Поспелов.*

ПРОГРА́ММЫ ОБСЛУ́ЖИВАЮЩИЕ — программы, предназначенные для повышения эффективного использования ЦВМ. Программист использует эти программы как вспомогательное средство при выполнении отд. этапов подготовки решения задачи на ЦВМ. К П. о. относят, напр., программы редактирования, обновления содержимого библиотеки, печатание каталога и т. д. В современных ЦВМ П. о. входят в комплекс программ *операционной системы*.

ПРОЕКТИ́РОВАНИЕ СЕТЕ́Й И КОММУНИКА́ЦИЙ ОПТИМА́ЛЬНОЕ — применение теории оптимальных решений, *графов теории* и дискретного программирования для решения задач проектирования транспортных сетей и сетей связи. При оптимальном проектировании можно выделить следующие осн. классы задач: 1) задачи выбора конфигурации сетей; 2) задачи размещения узлов и устр-в; 3) задачи выбора параметров сетей; 4) задачи развития сетей во времени. Хотя эти задачи взаимосвязаны, однако решение их в общем виде представляет большие практические и теор. трудности. Поэтому решение таких задач часто сводится к рассмотрению локальных проблем. Математически задача оптимизации сетей может быть поставлена следующим образом. Дан ориентированный граф, j-ой дуге которого сопоставлены переменные x_j — нагрузка дуги j и кусочно-линейная ф-ция $v_j(x_j)$, $j = 1, 2, \ldots, G$. Вершины *графа* отмечают индексами $i = 1, 2, \ldots, I$. Требуется минимизировать ф-цию $v(x) = \sum_{j=1}^{G} v_j(x_j)$ при условии, что

$$\sum_{j=1}^{G} a_{ij}x_j - a_i u_i = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, I-1,$$

где a_{ij} — элемент матрицы инциденции дуг A,

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, \text{ если дуга } j \text{ исходит из вершины } i; \\ -1, \text{ если дуга } j \text{ заходит в вершину } i; \\ 0, \text{ в остальных случаях;} \end{cases}$$

u_i — фиксированное число (неотрицательное) — нагрузка вершины $i = 1, 2, \ldots, I-1$. Нагрузка «балансирующей» вершины G определяется условием $u_G = -\sum_{i=1}^{I-1} a_i u_i$, где

$$a_i = \begin{cases} +1, \text{ если нагрузка } u_i \text{ направлена на вершину } i; \\ -1, \text{ если нагрузка } u_i \text{ направлена от вершины } i. \end{cases}$$

Значения переменных x_j ($j = 1, 2, \ldots, G$), соответствующие решению поставленной задачи, наз. оптимальными нагрузками. Нагрузки дуг положительны, если их направления совпадают с направлениями соответствующих дуг, а если не совпадают — то отрицательны.

В задачах, связанных с нахождением оптимального проектного варианта, энергетические и транспортные системы можно представить в виде ориентированного графа. Каждому элементу графа соответствует некоторая производственная нагрузка. Нагрузкой элемента может быть, напр., мощность, передаваемая

по линии электропередачи, расход жидкости, протекающей по трубопроводу, и т. п. Если условно представить элементы системы в виде вспомогательных и основных, к вспомогательным отнести элементы с фиксированными нагрузками u_i ($i = 1, 2, \ldots, I$), а к основным — те элементы $j = 1, 2, \ldots, G$, нагрузки x_j которых выбраны оптимально, то задача состоит в отыскании наиболее выгодного значения нагрузок осн. элементов. Для решения этой задачи необходимо знать зависимость расчетных затрат $v_j(x_j)$ на сооружение, реконструкцию и эксплуатацию каждого осн. элемента от его нагрузки x_j. Если ф-ция $v_j(x_j)$ выпукла (выпуклость вниз), то возможно применение известных методов *программирования математического*. В частности, при выборе оптим. конфигурации сети связи можно использовать *двойственный симплекс-метод*. Использование методов *программирования линейного* требует решения $(2^{n-1} - 1)$ неравенств с числом неизвестных (числом ветвей в максимально связном графе) $\frac{(n-1)n}{2}$, где n — число вершин графа. Решение задач этими методами требует большой вычисл. работы, что ограничивает их применение для задач большого объема. Так как на практике не требуется абсолютно точного решения, то наиболее эффективными являются приближенные методы решения, напр., метод покоординатной оптимизации и др. При выборе конфигурации электр. сетей, не содержащих циклов, эффективными оказались эвристические методы и некоторые обобщения задачи Штейнера. Использование ЭЦВМ при проектировании таких задач позволяет сократить расчетные затраты на 15—20%. При решении задач оптим. проектирования протяженных объектов железных дорог, продуктопроводов, газопроводов, транспортных сетей и коммуникаций, не содержащих циклов (т. н. сетей в виде дерева) очень эффективными оказались методы последовательной оптимизации и, в частности, метод *последовательного анализа вариантов*. Этот метод позволяет использовать особенности постановок задач оптимального проектирования сетей, а соответствующие *алгоритмы* исключительно эффективны с точки зрения машинной реализации: сравнительно небольшое время счета, экономное использование памяти ЭЦВМ.

Примером П. с. и к. о. может служить проектирование оптим. продольного профиля железной дороги, представляющее собой весьма сложную и трудоемкую задачу, т. к. для решения ее необходимо сравнивать неограниченное к-во вариантов различного положения железной дороги в плане и профиле. Трудность заключается и в громоздкости задаваемой информации, в наличии большого числа разнообразных ограничений, в сложности критерия, который используется при сравнении вариантов. Для каждого нового положения проектной линии необходимо определить объемы строительных работ и их стоимости, а также производить тяговые расчеты и на их основании подсчитывать эксплуатационные расходы.

При проектировании новых магистральных трубопроводов и реконструкции действующих должны быть приняты тех. решения, обеспечивающие подачу заданного к-ва газа, нефти или нефтепродуктов всем потребителям по трассе при наименьших затратах на строительство и эксплуатацию системы. Наиболее приемлем способ нахождения оптимальных тех. решений для всей системы. Построен эффективный метод решения в предположении, что проектируемая система — магистральный трубопровод однониточный и многониточный, простой и сложный — представляет собой систему различных линейных трубопроводов, действующих и сооружаемых. Учитываются различные параметры транспортируемых материалов и характеристики местности. Метод предусматривает возможность решения широкого круга вопросов, связанных с различными конъюнктурными соображениями, которые необходимо учитывать при проектировании.

При заданной конфигурации сети без циклов разработан метод определения оптим. сечений разомкнутой распределительной сети размещения энергетических объектов на территории заданного района, последовательность их строительства, параметры сети, при которых суммарные расчетные затраты за выбранный период времени минимальны. При этом варьируемыми показателями сети могут быть размещение питательных пунктов и трансформаторных подстанций, трассы линий электропередач, уровни напряжений различных звеньев сети, сечения проводов, установка ответвлений трансформаторов, размещение средств регулирования и т. д.

Лит.: Холмский В. Г. [и др.]. Методика выбора оптимальных сечений разомкнутой распределительной сети 6—10 *кв*. В кн.: Вопросы применения вычислительной техники в энергетических системах. К., 1962; Михалевич В. С. Последовательные алгоритмы оптимизации и их применение. «Кибернетика», 1965, № 1—2; Моцкус И. Б. Многоэкстремальные задачи в проектировании. М., 1967 [библиогр. с. 207—210]; Кудрина Л. В., Бидулина Л. М. Определение оптимальных технических решений системы линейных магистральных газопроводов при стационарном режиме течения газа. «Экономика, организация и управление в газовой промышленности», 1968, № 4; Chien R. T. Synthesis of a communication net. «IBM Journal of research and development», 1960, v. 4, № 3; Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 266—272]. *Н. И. Росина.*

ПРОЕКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ — методы приближенного решения задач прикладной математики. Решение операторного ур-ния (см. *Уравнений классификация*) П. м. заключается в предварительной аппроксимации ур-ния и последующем точном решении аппроксимирующего ур-ния. Аппроксимирующее ур-ние, как правило, конструируется так, что его решение сводится к рассмотрению конечной системы скалярных ур-ний. П. м. решения операторных ур-ний укладываются в следующую общую схему: прибл. решение ур-ния $Ax = y$, где A — *оператор*, действующий из простр. X в простр. Y, ищут в некотором подпростр. $X_n \subset X$ из ур-ния $P_n(Ax_n - y) = 0$.

Здесь P_n — проекционный оператор, проектирующий Y на его подпростр. Y_n, т. е. оператор, удовлетворяющий условиям $P_n^2 = P_n$, $P_nY = Y_n$. К П. м. относятся, напр., *наименьших квадратов метод*, методы Галёркина, Галёркина — Петрова, Бубнова — Галёркина и др. (см. *Операторных уравнений способы решения*).

Лит.: Красносельский М. А. [и др.]. Приближенное решение операторных уравнений. М., 1969 [библиогр. с. 437—452]. *А. И. Березовский.*

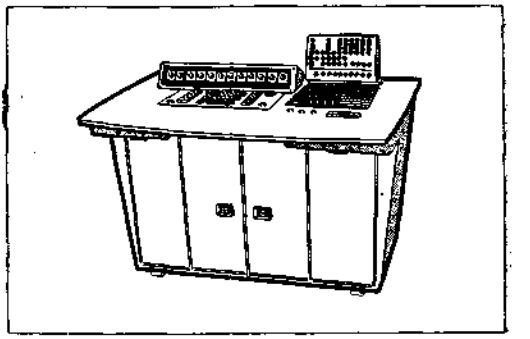
ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ — зависимость конечного выхода продукции или ее стоимости от использования различных факторов производства, конкретных видов ресурсов и затрат, представленная в математической форме. Как правило, применяются достаточно простые ф-ции с одной или несколькими переменными: линейная, квадратическая, степенная, показательная, гиперболическая, логистическая и др. Исходную информацию для П. ф. получают в результате сбора статистических данных либо экспериментальным путем, когда исследователь контролирует ход опыта и определяет, какие величины должны быть переменными. Приемлемое алгебр. выражение должно отражать сущность рассматриваемого явления и позволять довольно просто определять входящие в него статистические коэфф. Для этой цели используют методы матем. статистики (анализ корреляций и регрессий). Наибольшее применение П. ф. нашли в с. х. при анализе влияния доз и состава удобрений, а также обработки почвы и климат. условий на урожайность различных культур.

Лит.: Хеди Э., Диллон Д. Производственные функции в сельском хозяйстве. Пер. с англ. М., 1965. *Э. А. Финн.*

«ПРОМІНЬ» — семейство малых цифровых электронных вычислительных машин, предназначенных для автоматизации инженерных расчетов средней сложности. Для «П». характерны простота общения с человеком, малые размеры и потребление небольшого к-ва энергии. Разработано семейство в Ин-те кибернетики АН УССР в 1962. «П». (рис.) — первая серийная отечественная машина, в которой операции реализуются структурно при микропрограммной двухуровневой асинхронной системе управления, состоящей из программного и микропрограммного устр-в. Программное устройство, служащее для набора, выдачи и изменения адреса команды, включает наборное поле (объемом 100 команд разрядностью 13 *бит*) и два *счетчика* на триггерных декадах, служащих для формирования и хранения номера команды. Порядок следования команд естественный.

Микропрограммное устр-во, служащее для хранения подпрограмм вычисления элементарных функций и алгебраических расчетов, включает ферритовое пассивное ЗУ матричного типа емкостью 512 слов разрядностью 17 *бит* и два счетчика. Порядок следования микрокоманд принудительный. Имеются две системы тактирующих импульсов: такты считывания команд длительностью от 20 *мксек* до нескольких *сек* и такты считывания микрокоманд с частотой выборки осн. синхронизирующих импульсов — 40 *кгц*. ЗУ, служащее для хранения чисел и констант, состоит из схемно совмещенных оперативного и долговременного ЗУ общей емкостью 160 слов разрядностью 26 *бит* и временем цикла 100 *мксек*.

Арифм. устр-во последовательно-параллельного действия включает сумматор, регистр мантиссы и регистр порядка со схемой выравнивания порядков. Среднее время сложения 0,6 *мсек*, деления — 0,5 *сек*, вычисления элементарных ф-ций — 0,4÷2 *сек*. Структура команд — одноадресная, представление информации — с плавающей запятой в десятичной системе, разрядность: мантисса — 5, порядок числа — 1; операционный код — двоичный с весом 5211, разрядность команды — 5 двоичных разрядов кода операции и 2 десятичных разряда кода адреса. Всего структурно реализуется 32 операции. В качестве команд введены вычисления ф-ций, решение систем алгебраических ур-ний, нахождение скалярного произведения векторов и т. п. Для более сложных задач создан набор стандартных программ на металлизированных перфокартах. Элементная база — импульсно-потенциальная, применены модернизированные диодно-трансформаторные элементы системы управляющей машины широкого назначения «*Днепр*». Модификация «Промінь-М» создана в 1965. Она отличается от «П.» наличием вывода на цифропечатающую машинку «ЭУМ-23». Модернизированный вариант машины «Промінь-2» создан в 1967; по сравнению с «Промінь-М» здесь вдвое увеличен объем ЗУ (ЗУ чисел имеет емкость 320 слов), увеличено количество команд программного устройства (до 160), несколько расширены вычисл. возможности.



Цифровая вычислительная машина «Промінь»

Лит.: Вопросы теории математических электронных цифровых машин, в. 6. Глушков В. М., Погребинский С. Б. Электронная вычислительная машина для инженерных расчетов «Промінь». К., 1963; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Электронные цифровые вычислительные машины общего назначения. М., 1968. *Л. Г. Хоменко.*

ПРОПОЗИЦИОНАЛЬНЫЕ СВЯЗКИ, связки логические — см. *Логические операции.*

ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА — см. *Каналов связи пропускная способность.*

ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ МЕТОД — один из методов приближенного решения интегральных линейных уравнений. См. *Интегральных линейных уравнений способы решения.*

ПРОСТРАНСТВО АБСТРАКТНОЕ в функциональном анализе — множество, в котором тем или иным способом определено понятие предела последовательности; П. а.— основной объект исследования в математике. Если элементами пространства (п.) являются ф-ции или числовые последовательности, то оно наз. функциональным. В *вычислительной математике* и прикладной математике наиболее широко используются метрические, нормированные, унитарные и псевдометрические п., а также компактные п. и мн-ва. Мн-во X наз. метрическим п., если каждой паре его элементов (точек) x и y поставлено в соответствие неотрицательное число $\rho(x, y)$, удовлетворяющее следующим условиям: 1) $\rho(x, y) = 0$ тогда и только тогда, когда $x = y$ (аксиома тождества); 2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ (аксиома симметрии); 3) $\rho(x, y) + \rho(y, z) \geqslant \rho(x, z)$ (аксиома треугольника). Число $\rho(x, y)$ наз. расстоянием между элементами x и y. В метрическом п. могут быть введены многие важнейшие понятия теории точечных мн-в, расположенных на прямой: напр., элемент $x \in X$ наз. пределом последовательности $x_n \in X$, если $\rho(x_n, x) \to 0$ при $n \to \infty$; мн-во элементов x, для которых $\rho(x, x_0) \leqslant \varepsilon$, наз. ε-окрестностью элемента x_0, и т. п. Примерами конкретных метрических п. могут служить: 1) E_n — n-мерное евклидовое п. всех упорядоченных систем из n вещественных чисел, $\rho(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i - y_i|^2\right)^{1/2}$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$; 2) $c(E)$ — совокупность всех непрерывных ф-ций, заданных на замкнутом мн-ве E, с чебышевской метрикой $\rho(x, y) = \sup_{t \in E} |x(t) - y(t)|$; 3) $L_p(\Gamma)$ — мн-во ф-ций, заданных на спрямляемой кривой Γ с интегрируемой степенью p, $\rho(x, y) = \left(\int_\Gamma |x(t) - y(t)|^p |dt|\right)^{1/p}$; 4) l_p — мн-во числовых последовательностей, суммируемых в p-ой степени, $\rho(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{\infty} |x_i - y_i|^p\right)^{1/p}$; 5) S — мн-во всех числовых последовательностей,

$$\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} \frac{|x_i - y_i|}{1 + |x_i - y_i|}.$$

М-во X наз. нормированным п., если оно линейно, т. е. в нем определены операции сложения и умножения элементов на числа, подчиняющиеся обычным правилам векторной алгебры, и каждому элементу $x \in X$ поставлено в соответствие неотрицательное действительное число, которое наз. нормой этого элемента, обозначается $\|x\|$ и удовлетворяет следующим условиям: 1) $\|x\| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = \theta$ — нуль-элемент мн-ва X; 2) $\|x_1 + x_2\| \leqslant \|x_1\| + \|x_2\|$; 3) $\|cx\| = |c| \, \|x\|$, где c — любое число. В нормированном п. можно ввести метрику посредством равенства $\rho(x, y) = \|x - y\|$. Сходимость в этой метрике наз. сходимостью по норме, или сильной сходимостью. Последовательность $x_n \in X$ наз. сходящейся в себе или фундаментальной последовательностью, если для любого числа $\varepsilon > 0$ найдется номер $n_0(\varepsilon)$ такой, что $\|x_n - x_m\| < \varepsilon$ при $n, m \geqslant n_0(\varepsilon)$. Если каждая фундаментальная последовательность сходится по норме к некоторому пределу, то п. X наз. полным, или пространством Банаха. Примерами п. Банаха могут служить те же метрические п. E_n, C, L_p, l_p, в которых $\|x\| = \rho(x, \theta)$.

Унитарное п. X — это такое линейное п., в котором каждой паре элементов $x, y \in X$ ставится в соответствие действительное или комплексное число (x, y), называемое скалярным (внутренним) произведением этих элементов и удовлетворяющее следующим условиям: 1) $(cx, y) = c(x, y)$; 2) $(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y)$; 3) $(x, y) = \overline{(y, x)}$ (черта означает переход к комплексно сопряженной величине); 4) $(x, x) > 0$ для $x \neq 0$; число $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$ наз. нормой элемента x. Если унитарное п. X полно, то его наз. гильбертовым п. П. l_2 становится гильбертовым, если для любых двух его элементов $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ и $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n, \ldots)$ положить $(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \bar{y}_i$. Другим примером гильбертова п. может служить $L_2(\Gamma, \rho)$ — пространство ф-ций, определенных на спрямляемой кривой Γ и таких, что $\int_\Gamma \rho(t) |x(t)|^2 |dt| < \infty$, где $\rho(t) > 0$ наз. *весовой функцией.* Скалярное произведение в этом п. определяется ф-лой $(x, y) = \int_\Gamma \rho(t) x(t) \overline{y(t)} |dt|$. В частности, при $\rho(t) = 1$ получаем гильбертово п. $L_2(\Gamma)$. Два элемента $x, y \in X$ наз. ортогональными, если $(x, y) = 0$. Система элементов $l_1, l_2, \ldots, l_n, \ldots$ п. X наз. ортонормированной системой,

если $$(l_i, l_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i = j, \\ 0, \text{ если } i \neq j. \end{cases}$$

Примером такой системы является система $e^{\sqrt{-1}\, 2\pi n t}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, в п. $L_2([0, 1])$. Числа $c_i = (x, l_i)$ наз. коэфф. Фурье элемента x относительно системы $\{l_i\}$.

П. X наз. псевдометрическим, если любой паре элементов $x, y \in X$ ставится в соответствие псевдорасстояние $\rho(x, y)$, являющееся элементом линейного, частично упорядоченного (вообще говоря, другого) п. H, т. е.

п., в котором для некоторых пар его элементов h, g определено отношение порядка $h \leqslant g$ с обычными свойствами знака $\leqslant$, и удовлетворяющее следующим условиям: 1) $\rho(x, y) = \theta$ (θ — нуль-элемент) тогда и только тогда, когда $x = y$; 2) $\rho(x, y) \leqslant \rho(x, z) + \rho(z, y)$ для любой тройки $x, y, z \in X$. Мн-во n-мерных векторов будет псевдометрическим п., если расстояние $\rho(x, y)$ определить как вектор с компонентами $(p_1 | x_1 - y_1 |, \ldots, p_n | x_n - y_n |)$, где p_i — положительные постоянные; при этом $h \leqslant g$ может означать, напр., покомпонентные неравенства $h_i \leqslant g_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Мн-во непрерывных ф-ций будет псевдометрическим п., если положить $\rho(x(t), y(t)) = p(t) \times | x(t) - y(t) |$, где $p(t) > 0$ в области E.

Мн-во K, расположенное в метрическом п. X, наз. компактным, если всякая подпоследовательность элементов этого мн-ва содержит сходящуюся последовательность. Если пределы указанных последовательностей принадлежат K, то K наз. компактным в себе. Для компактности K в метрическом п. X необходимо, чтобы для любого числа $\varepsilon > 0$ существовала конечная ε-сеть для K, т. е. чтобы любой элемент K попал в ε-окрестность по крайней мере одного из конечного числа элементов X. Мн-во элементов K в ряде важнейших нормированных функциональных п. X будет компактным тогда и только тогда, когда оно равномерно ограничено и равностепенно непрерывно, т. е. $\| x \| \leqslant \text{const}$ и $\| x(t + h) - x(t) \| \to 0$, $h \to 0$ независимо от $x(t) \in K$.

Лит.: Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М., 1965 [библиогр. с. 512—513]; Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика. Пер. с нем. М., 1969 [библиогр. с. 422—431]. *В. В. Иванов.*

ПРОСТРАНСТВО ИЗОБРАЖЕНИЙ — топологическое пространство, элементами которого являются изображения (сигналы). Каждому изображению x в П. и. соответствует точка. П. и. обычно рассматривается как многомерное пространство, по координатным осям которого откладываются значения первичных признаков изображений. Набор координат $x = (x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_N)$, где x_i — результат измерения i-го признака данного изображения, а N — число координат-признаков, определяет изображение x как точку П. и. Напр., при распознавании зрительных изображений участок плоскости, вмещающий изображение, разбивают с помощью растра на N элементарных участков, в каждом из которых измеряют среднюю зачерненность x_i; при *распознавании речевых сигналов* измеряют величину напряжения x_i на выходе микрофонного усилителя в N дискретных моментах времени. *Л. А. Святогор.*

ПРОЦЕДУ́РА в программировании — понятие, используемое в большинстве языков программирования высокого уровня и соответствующее понятию *подпрограммы*. Использование каждой П. связано с ее описанием и обращением к ней. Описание П. состоит обычно из заголовка П. и ее тела. Заголовок содержит *идентификатор* П., совокупность *параметров формальных* и, возможно, некоторые их характеристики. Тело П.— это некоторая последовательность *операторов*. Обращение к П. осуществляется из соответствующих точек программы посредством указания ее идентификатора, *параметров фактических* и, возможно, входа в ее тело.

Различают два способа использования П. в программах: П.-операторов, обращение к которым представляет собой законченную единицу действий языка, и П.-функций, обращение к которым осуществляется соответствующими указателями функций, используемыми лишь в качестве компонент в выражениях языка. Всегда, когда встречается обращение к П., формальные параметры в теле этой П. заменяются соответствующими фактическими параметрами (вызов параметров по наименованию) или их значениями (вызов параметров по значению) и выполняется преобразованное таким образом тело П.

Понятие П. встречается в *языках программирования* (напр., *АЛГОЛ-60, ФОРТРАН, СИМУЛА, ПЛ-1* и др.) под названиями П., П.-функции, функции, арифм. функции, П.-подпрограммы и др. Некоторые П. включают в язык в качестве стандартных П., используемых без описания. По способу связи с рабочей программой стандартные П. делят на открытые и замкнутые. Открытые П. обычно требуют небольшого количества машинных команд, их вставляют в рабочую программу всякий раз, когда встречается обращение к ним. Замкнутые П. помещаются отдельно от основной программы, а при каждом обращении к ним организуется соответствующая передача управления и возврат в точку обращения. Как правило, стандартные П. являются замкнутыми. Особый случай представляет *процедура рекурсивная* и П. без параметров, обращение к которой содержит лишь ее идентификатор. *А. П. Халилов.*

ПРОЦЕДУ́РА РЕКУРСИ́ВНАЯ — *процедура* в программировании, в описании которой содержится явное обращение к ней самой непосредственно или с помощью другой процедуры. Использование П. р. во многих случаях позволяет придавать алгоритмам компактную и наглядную форму. П. р., в частности, используются для описания алгоритмов вычисления значений ф-ций, задаваемых рекуррентными соотношениями, напр.:

1) вычисление факториала $n! = F(n)$; $F(0) = 1$; $F(n) = n \cdot F(n - 1)$;

2) вычисление чисел Фибоначчи $F(1) = F(2) = 1$; $F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$.

Однако использование П. р. связано с многократным (рекурсивным) входом в процессе выполнения программы в один и тот же блок до выхода из него. Число рекурсивных входов наз. уровнем рекурсии. На разных уровнях рекурсии одинаковые величины, локализованные в блоке, имеют, вообще говоря, разные значения. Эта особенность П. р. затрудняет их реализацию.

Во многих *языках программирования* (напр., *АЛГОЛ-60, ПЛ-1*) допускается также рекурсивное обращение к процедурам, при котором

оператор процедуры в качестве *параметра фактического* содержит *идентификатор* этой же процедуры, а соответствующий *параметр формальный* вызывается по наименованию. Напр., в АЛГОЛе-60 обращение $f(f(x))$ к процедуре f рекурсивно, если параметр x вызывается по наименованию. *А. И. Халилов.*

ПРОЦЕ́СС КОНЕ́ЧНОЙ ДЛИ́ТЕЛЬНОСТИ — процесс перехода динамической системы из одного установившегося состояния в другое за конечный промежуток времени. Реакция $y(t)$ линейной импульсной системы на произвольное воздействие $x(t)$, приложенное в момент времени $t_0 = 0$, выражается следующим образом:

$$y[n, \varepsilon] = \sum_{m=0}^{n} k[m, \varepsilon]\, x[n-m], \qquad (1)$$

где $y[n, \varepsilon]$, $x[n-m]$, $k[m, \varepsilon]$ — *функции решетчатые*, соответствующие $y(t)$, $x(t)$ и $k(t)$, а $k(t)$ — *импульсная переходная функция* системы.

В таких системах иногда путем коррекции (см. *Коррекция систем автоматического управления*) возможно выполнение следующих условий:

$$\begin{aligned} &k[m, \varepsilon] \neq 0 \text{ при } m < s \\ &k[m, \varepsilon] \equiv 0 \text{ при } m \geqslant s, \end{aligned} \qquad (2)$$

называемых условиями конечной длительности *переходного процесса* или импульсной переходной ф-ции. Если имеет место (2), а $x(t) = c\,\mathbf{1}[t]$ (где $c = \text{const}$, а $\mathbf{1}[t]$ — единичная *функция ступенчатая*), то как видно из (1),

$$y[n, \varepsilon] = c \sum_{m=0}^{n} k[m, \varepsilon] \text{ при } n < s; \qquad (3, а)$$

$$y[n, \varepsilon] = c \sum_{m=0}^{s} k[m, \varepsilon] \text{ при } n \geqslant s. \qquad (3, б)$$

При этом переходный процесс заканчивается за время s, и с этого момента в системе наступает установившийся процесс, определяемый (3, б).

Условия (2) выполняются, если *передаточная функция* системы

$$K^*(z, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{l_1} b_i(\varepsilon)\, z^i \Big/ \sum_{j=0}^{l} a_j z^j$$

представляет собой полином по z, что имеет место при

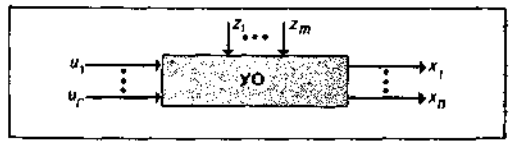
$$a_0 = a_1 = \ldots = a_{l-1} = 0.$$

Если к системе предъявляются дополнительно требования астатизма порядка r (см. *Астатизм n-го порядка*), а неизменяемая часть системы (см. *Дискретных систем автоматического управления синтез*) устойчива и не содержит чистого запаздывания, то минимально возможная длительность переходного процесса $s_{\min} = l_1^0 + r$ или в силу того, что часто $l_1^0 = l^0 - 1$, $s_{\min} = l_1^0 + r - 1$, где l_1^0 и l^0 — соответственно степень числителя и знаменателя неизменяемой части. Импульсные системы, у которых $s = s_{\min}$, являются оптимальными по быстродействию.

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Проблемы теории импульсных систем управления. Итоги науки. М., 1966 [библиогр. с. 173—174].

Ю. В. Кременчуцкий.

ПРОЦЕ́СС УПРАВЛЯ́ЕМЫЙ — процесс в реальной системе, который может осуществляться различными способами в зависимости от цели управления и критерия оценки качества достижения этой цели. Физ. систему («физическую» — в широком смысле, охватывающем любую материальную систему), в которой осуществляется П. у., в теории управления называют управляемым объектом — УО (его структура показана на рис.).



Структурная схема управляемого объекта.

Величины $u_1, \ldots, u_r$ наз. *управляющими воздействиями* или управляющими параметрами и относятся к «входным переменным». К ним относят и возмущающие параметры или *возмущающие воздействия* $z_1, \ldots, z_m$.

Величины $x_1, \ldots, x_n$ наз. *фазовыми координатами* объекта и относятся к «выходным переменным». Векторная выходная величина $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ представляет собой точку фазового пространства, а векторные входные величины $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_r)$ и $\mathbf{z} = (z_1, \ldots, z_m)$ — управляющий и возмущающий параметры соответственно. Движение УО, начинающееся в момент времени t_0 из состояния $x_0 = x(t_0)$ и рассматриваемое при $t > t_0$, происходит под влиянием управления $u(t) = (u_1(t), \ldots, u_r(t))$ и возмущения $z(t) = (z_1(t), \ldots, z_m(t))$. Это движение заключается в том, что фазовая точка $x(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))$, изображающая состояние УО в момент t, с течением времени перемещается, описывая в фазовом пространстве некоторую линию, исходящую из точки x_0 и называемую фазовой траекторией. Каждому фиксированному управлению $u(t)$ и возмущению $z(t)$, $t_0 < t < T$, отвечает единственная фазовая траектория. Множеству возможных управлений $u(t)$ и возмущений $z(t)$ отвечает множество фазовых траекторий. Выбирая то или иное управление, можно изменять фазовую траекторию, то есть осуществлять П. у.

Изучение П. у. становится возможным, если существует *модель математическая* поведения УО. Для довольно обширного класса УО справедливо предположение, заключающееся в том, что происходящие в УО изменения, выражаемые производной вектора состояния

dx/dt (скоростью), зависят только от его состояния, управления и возмущения в данный момент времени и не зависят от его предыстории. Это приводит к описанию УО обыкновенным дифф. уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} = g(x(t),\ u(t),\ z(t),\ t),\ x(0) = x_0, \quad (1)$$

решения которого изучаются теорией П. у.

В зависимости от свойств возмущения $z(t)$ П. у. классифицируется как П. у. детерминированный или П. у. стохастический. П. у. полагают детерминированным, если возмущение $z(t)$ представляет собой детерминированную функцию времени, т. е. такую функцию, значения которой априори точно можно указать на всем интервале изменения t. При этом уравнение (1) можно переписать в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = \tilde{g}(x(t),\ u(t),\ t),\ x(0) = x_0, \quad (2)$$

где $\tilde{g}(x(t),\ u(t),\ t) = g(x(t),\ u(t),\ z(t),\ t)$. В тех случаях, когда возмущение $z(t)$ представляет собой случайную функцию времени, П. у. полагают стохастическим. При этом, напр., уравнение (1) является стохастическим дифф. уравнением.

Простейший пример П. у. дает задача управления прямолинейным движением в направлении x_1 материальной точки постоянной массы m, на которое действует движущая сила u, переменная сила трения $(-a(t)\cdot\dot{x}_1)$ и упругая сила $(-bx_1)$. Уравнение (1) здесь принимает вид

$$m\ddot{x}_1 = -a(t)\cdot\dot{x}_1 - bx_1 + u, \quad (3)$$

где коэфф. $a(t)$ соответствует возмущению. Обозначим $\dot{x}_1 = x_2$, тогда изменение вектора фазовых координат $\underline{x} = (x_1, x_2)$ во времени представляет собой П. у.

Особое значение имеют оптимальные управляемые процессы, матем. теория которых наиболее полно разработана для УО, описываемых уравнением вида (1).

Теория П. у. находит осн. применение в конструировании систем управления, в частности *систем автоматического управления*. Оптимизацию П. у. здесь применяют с целью достижения наибольшей эффективности систем.

Лит.: Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969; Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. Пер. с англ. М., 1964. *В. И. Иваненко.*

ПРОЦЕССОР — 1) часть цифровой вычислительной машины (ЦВМ), реализующая процесс сложной переработки информации. В ЦВМ к П. относят совокупность *устройства управления ЦВМ* и операционного устройства (ОУ).

Стремление к повышению эффективного быстродействия и надежности ЦВМ привело к появлению многопроцессорных ЦВМ, в которых все П. работают с одним главным ЗУ, но каждый П. может иметь свое автономное ЗУ, и тогда ЗУ также включается в совокупность, образующую П. В многопроцессорных ЦВМ П. часто функционально специализированы на какой-либо отдельный вид обработки информации. Напр., в машине «*CDC-7600*» имеется один П., выполняющий программы пользователей (центральный П.), и 10 вспомогательных (периферийных) П., 8 из которых управляют вводом — выводом *данных*, а два реализуют диспетчерские функции. Тенденция к построению многопроцессорных машин сохранится, по-видимому, и на будущее, причем мощные машины будут включать десятки и сотни П.

2) Сложная логическая программа, входящая в состав системы *автоматизации программирования*, напр., П. синтаксического анализа, П. сборки рабочей программы. См. также *АСВТ*.

ПРОЦЕССЫ С НЕЗАВИСИМЫМИ ПРИРАЩЕНИЯМИ — случайные процессы, приращения которых на непересекающихся отрезках времени независимы. П. с н. п. послужили источником многих проблем и понятий *случайных процессов теории*. Случайный процесс $\xi(t)$, определенный на замкнутом слева мн-ве T действительной оси, наз. П. с н. п., если для любых моментов времени $t_0 < t_1 < \ldots < t_k$ из мн-ва T величины $\xi(t_0)$, $\xi(t_1) - \xi(t_0), \ldots, \xi(t_k) - \xi(t_{k-1})$ независимы. Примером П. с н. п. с дискретным временем является случайное блуждание на прямой, т. е. сумма $\xi(n) = \sum_{k=0}^{n} \xi_k$ возрастающего числа независимых *случайных величин*. В частном случае $p = P\{\xi_k = 1\} = 1 - P\{\xi_k = -1\} = 1 - q$ случайное блуждание наз. простым блужданием на прямой. Примерами П. с н. п. с непрерывным временем являются винеровский (wt), $w(0)=0$, $t \geq 0)$ и пуассоновский $(\eta(t)$, $\eta(0) = 0$, $t \geq 0)$ процессы с характеристическими ф-циями $Me^{izw(t)} = e^{-\frac{tz^2}{2}}$, $Me^{iz\eta(t)} = \exp\{t\lambda(e^{iz} - 1)\}$ $(\lambda > 0)$.

При исследовании задач случайного блуждания о возвращении в нуль и о достижении некоторого значения различают возвратные и невозвратные блуждания. Случайное блуждание наз. возвратным (невозвратным), если вероятность возвращения в ноль равна (меньше) 1. Примером возвратного (невозвратного) случайного блуждания служит простое симметрическое блуждание с $p = q = \frac{1}{2}$ (несимметрическое с $p \neq q$).

Среди предельных теорем для П. с н. п. $\xi(n) = \sum_{k=0}^{n} \xi_k$ важную роль в *вероятностей теории* играют теоремы о сходимости $\xi(n)/n$ при $n \to \infty$ (см. *Больших чисел закон*) и о предельном распределении нормированного процесса $\frac{\xi(n) - M\xi(n)}{\sqrt{D\xi(n)}}$ (см. *Центральная предельная теорема*).

Стохастически непрерывные П. с н. п. обладают безгранично делимым распределением. Их конечномерные распределения описываются с точностью до характеристической функции начального значения $\xi(t_0)$ с характеристическими ф-циями приращений $\xi(t) - \xi(s)$ ($t > s$ из T), представимыми в форме Леви:

$$M \exp\{iz[\xi(t) - \xi(s)]\} = \exp\left\{iz[a(t) - a(s)] - \frac{1}{2} z^2 [b^2(t) - b^2(s)] + \int_{-\infty}^{\infty} [e^{izx} - 1 - izxI_{(|x| \geqslant 1)}][\Pi(t, dx) - \Pi(s, dx)]\right\},$$

где $a(t)$ и $b(t)$ — непрерывные действительные ф-ции, определяющие непрерывную с вероятностью 1 компоненту $\xi_0(t)$ процесса $\xi(t)$; I_B — индикатрисса множества B; $\Pi(t, A) = M\nu(t, A)$ — непрерывная ф-ция по t и мера по A ($\nu(t, A)$ — число скачков процесса до момента t, попавших во множество $A \overline{\ni} \{0\}$), удовлетворяющая условиям $\int_{|x| \leqslant 1} x^2 \Pi(t, dx) < \infty$, $\Pi(t, A) - \Pi(s, A) > 0$ ($t > s$). Для однородных П. с н. п. $a(t) = at$, $b(t) = bt$, $\Pi(t, A) = t\Pi(A)$.

Лит.: Скороход А. В. Случайные процессы с независимыми приращениями. М., 1964 [библиогр. с. 274—278]; Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. Пер. с англ. М.— Л., 1956 [библиогр. с. 589—598]. *Д. В. Гусак.*

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ решения задач прикладной математики — методы, основанные на сведении исходной задачи к решению систем линейных или нелинейных алгебраических уравнений. П. м. используют чаще всего для прибл. решения задач; их применяют и для нахождения точных решений, а также для доказательства теорем о существовании решений. К П. м. относятся, напр., точные методы линейной алгебры (см. *Линейных алгебраических систем уравнений способы решения*), *конечноразностные методы*, *проекционные методы*. Деление методов на прямые и итерационные сложилось давно. Однако оно не совсем удачное, т. к. иногда, рассматривая метод с различных точек зрения, его можно отнести как к прямым, так и к *итерационным методам*. *А. И. Березовский.*

ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА — числа, применяемые вместо *случайных чисел*. П. ч. получают в ЭВМ программным способом с помощью некоторого рекуррентного соотношения. Это означает, что каждое последующее число α_{k+1} образуют из предыдущего α_k (или группы предыдущих чисел), применяя некоторый *алгоритм*, состоящий из арифм. и логич. операций. Используют П. ч. при решении задач *Монте-Карло методом*.

Для моделирования любого наперед заданного *случайного процесса* необходимо уметь достаточно экономно строить последовательности случайных чисел в соответствии с некоторым фиксированным законом распределения их. Обычно для получения значения *случайной величины* с заданным законом распределения используют одно или несколько значений равномерно распределенных случайных чисел. Поэтому проблема получения на ЭВМ равномерно распределенных случайных чисел имеет особое значение. Эту проблему можно решить, введя в память ЭВМ таблицы равномерно распределенных случайных чисел или использовав спец. приспособление к ЭВМ — «датчик» почти равномерно распределенных случайных чисел, формирующий случайные величины путем физ. моделирования некоторых случайных процессов (см. *Датчик случайных чисел*). Осн. препятствием для применения первого способа является ограниченность оперативной памяти ЭВМ, а второго — некоторая неустойчивость датчиков случайных чисел, вследствие чего они нуждаются в периодической профилактической проверке и тех. обслуживании.

Чаще всего в качестве случайных чисел используют П. ч. Имеется целый ряд удовлетворяющих критериям проверки «случайности» методов построения таких чисел с распределением, близким к равномерному (хотя эти числа и взаимозависимы). На практике широко применяют метод вычетов, который относится к так называемым аналитическим методам и сводится к образованию последовательности $\{\alpha_n\}$ по рекуррентному соотношению $\alpha_{n+1} = K\alpha_n \pmod M$, где K и M — некоторые константы.

Существует ряд методов случайного перемешивания, при помощи которых получают равномерные П. ч. на отечественных ЦВМ «*Стрела*», «*БЭСМ*», «*Урал*» и др.; эти методы используют особенности данных машин. Все эти методы основаны на одном и том же принципе — имитации случайного, хаотического перемешивания содержимого разрядов мантиссы П. ч. Этим методам отдают предпочтение, когда нужно получить П. ч. на отечественных ЭВМ, т. к. по качеству получаемых П. ч. они не уступают аналитическим методам, но для их реализации требуется меньше маш. времени. Образуемые последовательности равномерно распределенных П. ч. периодические, т. к. в ЭВМ можно записать только конечное число $N = 2^n$ различных П. ч., где n — число разрядов мантиссы П. ч. в соответствующей ЭВМ. Однако, длина периода для ряда задач, не требующих большого к-ва случайных чисел, является достаточной.

При решении задач методом Монте-Карло необходимо образовывать П. ч. с самыми различными ф-циями распределения. В соответствии с этим разработан ряд методов генерирования П. ч. с нормальным законом распределения, произвольным законом распределения и различными частными законами распределения. Имеются также методы генерирования многомерных П. ч.

Лит.: Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах. М., 1965 [библиогр. с. 215—227]. *А. И. Березовский.*

ПСИХОЛОГИЯ ИНЖЕНЕРНАЯ — наука, изучающая информационные процессы, возникающие при взаимодействии человека (или

коллектива людей) с техническими средствами при выполнении производственных и управленческих актов. Возникла в 40-х годах 20 ст. Психологические проблемы в сфере производства появились в связи с формированием сложных видов трудовой деятельности, когда стало ясно, что нельзя успешно решать тех. проблемы без учета роли и возможностей *человека-оператора* в складывающейся *системе «человек — машина»* (СЧМ).

П. и. как ветвь технических наук изучает орудия труда и технологические процессы, но лишь под определенным углом зрения, выясняя, какие требования предъявляются конструкцией машин и приборов и особенностями производственных операций к психическим свойствам человека (в этом смысле она примыкает к *кибернетике технической*). Как ветвь психологических наук П. и. изучает психические процессы и свойства человека по приему и преобразованию информации, но также под определенным углом зрения — в целях выявления вытекающих из характеристики этих процессов и свойств требований к орудиям труда и к технологии. Специфической задачей П. и. являются изучение и оптимизация пространственно-временнóй организации информационных взаимодействий человеческих и машинных компонент СЧМ.

В П. и. можно выделить следующие осн. направления: методологическое, психофизиологическое, системотехническое, кибернетическое, эксплуатационное и педагогическое.

Для дальнейшего развития П. и. первостепенное значение имеет глубокая разработка ее методологических основ, а именно: определение роли и места человека в управлении современным производством; выявление структуры и принципов П. и. и ее связей со смежными науками; определение классификации СЧМ; разработка методов экспериментальных исследований и требований к экспериментальным установкам; решение задач моделирования психических процессов и СЧМ; разработка принципов и методов использования данных П. и. в технике; решение терминологических вопросов.

Системотехническая и эксплуатационная П. и. опирается на исследование психофизиологических и психологических характеристик человека. Поскольку психофизиологические процессы имеют случайный характер, для П. и. крайне важно, чтобы различные характеристики человека оценивались через законы распределения. Одной из осн. задач П. и. является психологический анализ структуры деятельности оператора, включающий определение состава действий, которые должен выполнять человек в системе управления, и возможных способов их выполнения. Анализ психофизиологических и психологических характеристик человека включает вопросы приема, переработки и хранения информации человеком и характеристику его моторных функций и представлений, а также операторского и оперативного мышления. Сюда же входит и оценка работоспособности и утомляемости человека-оператора. Большое значение для П. и. имеет и оценка интегральных характеристик человека: быстродействия, надежности, помехоустойчивости и эффективности.

В системотехническую П. и. входит большой комплекс теор. и практических проблем: инженерно-психологическое обоснование построения больших систем; разработка количественных методов и критериев оптимизации согласования возможностей человека с техническими характеристиками систем; исследование методов и критериев определения возможности и целесообразности автоматизации функций человека; разработка методов и критериев оптимизации потоков и структуры информации в системах; исследование методик оптимизации компоновки оборудования на постах управления; рациональный выбор комплекса оргатехнических средств; разработка методов и критериев построения устройств наглядного отображения информации; выявление методов разработки органов управления; разработка критериев оценки надежности и эффективности СЧМ разной степени сложности и др.

Особое место в современной П. и. занимает моделирование деятельности человека с помощью матем. и физ. моделей. Это направление наз. кибернетической психологией. Направление включает ряд важных задач: моделирование работы отдельных звеньев СЧМ с целью их прогнозирования и оптимизации; использование методов технической кибернетики для более глубокого изучения функций человека; моделирование психофизиол. функций человека (перцептивных, мыслительных, двигательных и др.) для построения технических средств (последняя задача смыкается с *бионикой*).

Как бы ни была совершенна техника, как бы хорошо она ни была приспособлена к человеку, оптимальная работа с ней требует всестороннего учета психофизиол. свойств и способностей человека. Этот учет должна обеспечить т. н. эксплуатационная П. и. К осн. проблемам этого направления П. и. можно отнести: анализ поведения и работоспособности операторов в разных режимах работы (наблюдения, ожидания, управления и т. д.), по фиксированным *алгоритмам* и в зависимости от работы системы; психологическое обеспечение *научной организации труда*; разработку методов, критериев и средств контроля психофизиол. состояния операторов в процессе работы и др. Большое значение в эксплуатационной П. и. имеет также проблематика групповой психологии, ибо современная техника — техника коллективная, требующая согласованности действий операторов разного профиля и уровня. К наиболее важным вопросам здесь относятся: вопросы формирования малых групп, вопросы социальной и психофизиол. совместимости, групповой деятельности и взаимодействия операторов различного профиля и ранга, дублирования деятельности операторов и ряд др. Современная производст-

венная деятельность в условиях высокой интенсификации и специализации труда требует у операторов и вообще у инженерно-тех. состава определенных весьма развитых психических качеств. Отсюда возникает проблема психологического отбора людей, способных обеспечить наибольшую эффективность выполнения типовых задач, характерных для данного вида деятельности, в том числе в стрессовой обстановке.

Осн. проблемы и задачи педагогического направления можно объединить в две группы: теоретическую и практическую. К 1-й группе можно отнести: анализ алгоритмических основ техн. подготовки; исследование закономерностей формирования тех. знаний, умений и навыков, в том числе коллективных; разработку стохастических моделей и критериев обучения и обученности операторов и др. Ко 2-й группе можно отнести практические вопросы, связанные с активизацией и интенсификацией учебного процесса; разработку психологических основ *программированного обучения;* исследование принципов создания и использования тренажеров и других тех. средств обучения; анализ возможностей использования машинных моделей для подготовки операторов; разработку психологических основ частных методик тех. обучения и др.

Лит.: Инженерная психология. М., 1964; Пушкин В. Н. Оперативное мышление в больших системах. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 365—375]; Ломов Б. Ф. Человек и техника. М., 1966 [библиогр. с. 418—444]; Военная инженерная психология. М., 1970; Инженерная психология. Пер. с англ. М., 1964; Вудсон У., Коновер Д. Справочник по инженерной психологии для инженеров и художников-конструкторов. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 503—514]; Мейстер Д., Рабидо Дж. Инженерно-психологическая оценка при разработке систем управления. Пер. с англ. М., 1970; Инженерная психология в применении к проектированию оборудования. Пер. с англ. М., 1971.

В. И. Николаев, В. Ф. Рубахин.

ПУАССОНА ПОТОК — *поток случайный* в пространстве произвольной природы, имеющий то свойство, что числа событий этого потока в непересекающихся множествах пространства независимы в совокупности и распределены по закону Пуассона. П. п. характеризуется ведущей мерой $\bar{\mu}(\Delta)$, которая определяется как *математическое ожидание* числа $\mu(\Delta)$ событий потока в измеримом множестве Δ. Тогда

$$P\{\mu(\Delta)=k\}=\frac{1}{k!}[\bar{\mu}(\Delta)]^k\exp\{-\bar{\mu}(\Delta)\},$$
$$k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots.$$

П. п. на прямой задается ведущей ф-цией $\Lambda(t)$, равной матем. ожиданию числа $X(t)$ событий потока в интервале $(0, t)$. Структуру подобных П. п. полностью раскрыл сов. математик А. Я. Хинчин. Пусть $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ — точки разрыва ф-ции $\Lambda(t)$. Тогда $X(t) = X_1(t) + X_2(t)$, где $X_1(t)$ — число событий в $(0, t)$ для регулярного потока без последействия (см. *Поток регулярный*), $X_2(t)$ — число событий в $(0, t)$ для сингулярного П. п. Последний состоит только из событий, происходящих в моменты $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$; при этом случайные величины, равные числам происходящих в эти моменты событий, независимы и распределены по закону Пуассона.

Наиболее распространен простейший поток, который определяется как П. п. на прямой с ведущей ф-цией $\Lambda(t) = \lambda t$, где λ — постоянная, наз. интенсивностью потока. Простейший поток — единственный случайный поток, удовлетворяющий свойствам стационарности, ординарности и отсутствия последействия. Любой П. п. на прямой с ведущей ф-цией $\Lambda(t)$ и числом событий $X(t)$ в интервале $(0, t)$ можно получить из простейшего потока с интенсивностью λ и числом событий $Y(t)$ в интервале $(0, t)$ при помощи ф-лы $X(t) = Y(\Lambda(t)\lambda^{-1})$. Сумма независимых П. п. является П. п. с ведущей ф-цией, равной сумме ведущих ф-ций исходных потоков. Моделью П. п. пользуются при расчетах большинства *массового обслуживания систем.*

И. Н. Коваленко.

ПУАССОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — распределение неотрицательной целочисленной *случайной величины* ξ, задаваемое формулой

$$P\{\xi=n\}=(\lambda^n e^{-\lambda})/n!$$

(неотрицательное число λ наз. параметром распределения). Параметр λ равен *математическому ожиданию* случайной величины ξ. П. р. возникает, напр., в следующей ситуации. Пусть на некоторое обслуживающее устройство поступают заявки, требующие обслуживания. Допустим, что вероятность появления одной заявки в интервале времени $(t, t+\Delta t)$ равна $\lambda\Delta t + o(\Delta t)$, где $o(\Delta t)$ — бесконечно малая величина более высокого порядка, чем Δt, т. е. $\lim\limits_{\Delta t>0}\frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$; вероятность появления более чем одной заявки в том же интервале равна $o(\Delta t)$; события, связанные с появлением заявок в непересекающиеся интервалы времени, независимы. Тогда число заявок, появившихся в интервале времени $(0, t)$, имеет П. р. с параметром λt.

М. И. Ядренко.

ПУТЬ в теории графов — *цепь*, все ребра которой ориентированы в направлении движения от начальной к конечной вершине цепи. П. изображается символом $\mu(x_0, x_l) = (u_1, u_2, \ldots, u_l)$, где дуга u_i инцидентна вершинам x_{i-1} и x_i. П., в котором никакая вершина не встречается дважды, наз. элементарным. Если x_i и x_j — некоторые вершины *графа*, для которых существует П. $\mu(x_i, x_j)$, то вершина x_j достижима из вершины x_i, а вершина x_i — обратно достижима из вершины x_j. Мн-во всех достижимых из x_i вершин обозначается символом $D(x_i)$, а обратно достижимых — $D^{-1}(x_i)$. Для любого мн-ва A вершин определяется достижимое мн-во $D(A) = \bigcup\limits_{x\in A} D(x)$. Аналогично определяется обратно достижимое мн-во $D^{-1}(A)$. П., содержащий все дуги ориентированного графа, наз. эйлеровым.

Г. А. Донец.

РАВНОВЕ́СИЯ СИТУА́ЦИЯ — ситуация в *играх бескоалиционных*, индивидуальное отклонение от которой какого-нибудь из игроков не может привести к увеличению его выигрыша. Для *игр антагонистических* Р. с. оказываются *седловыми точками*.

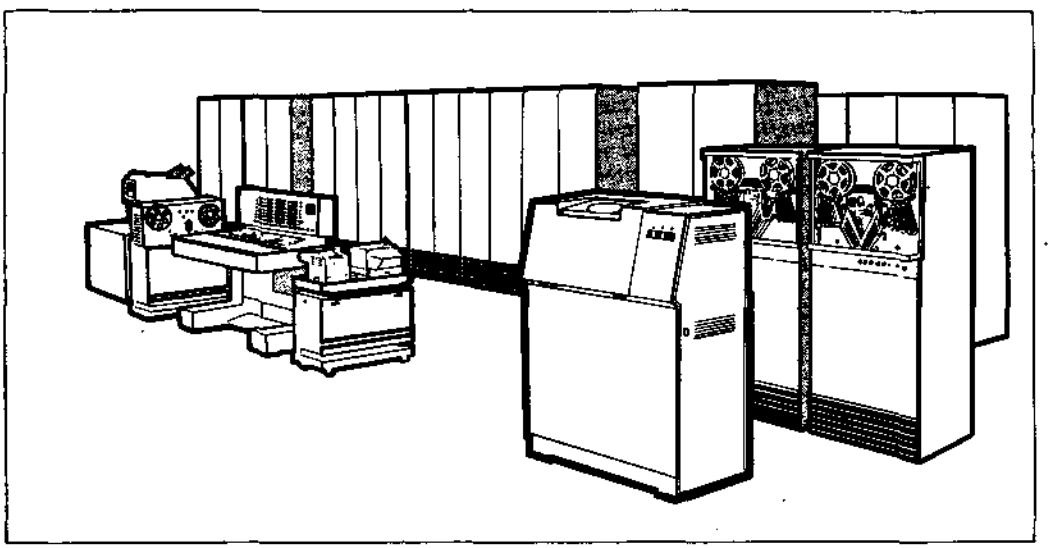
«РАЗДА́Н» — семейство цифровых вычислительных машин общего назначения. Создано в Ереванском н.-и. ин-те матем. машин в 1958—65. Построено по крупноблочному принципу на полупроводниковых элементах импульсно-потенциального типа.

ЦВМ «Раздан-2» (серийно выпускается с 1961) предназначена для решения научно-тех. и инженерных задач, малой производительности (скорость вычислений — до 5 тыс. операций в 1 *сек*). Система команд — двухадресная, форма представления чисел — двоичная, с плавающей запятой, количество разрядов кода команды — 36. Диапазон десятичных чисел, с которыми оперирует машина,— от $\pm 10^{-9}$ до $\pm 10^{+9}$; емкость оперативного ЗУ — 2048 чисел. Цикл обращения —20 *мксек*. Емкость внешнего ЗУ на магн. ленте — 120 тыс. чисел или команд. Емкость зоны и количество зон — переменное. Ввод информации — с фотосчитывающего устр-ва, со скоростью до 35 чисел в 1 *сек*.

ЦВМ «Раздан-3» серийно выпускается с 1966, предназначена для решения научно-тех., планово-эконом. и статистических задач. Осн. особенности: блочное увеличение емкостей оперативного и внеш. ЗУ, развитый внутр. язык, наличие аппаратного контроля с коррекцией одиночной ошибки, возможность совмещения выполнения команд ввода — вывода и обмена с работой арифм. устр-ва. Совместная работа отдельных узлов и устройств машины обеспечивается развитой системой прерывания.

Анализ поступающей команды на прерывание производится в последовательности: ОЗУ — каналы обмена — устройства. Если адреса поступившей команды попадают на занятую обменом область памяти, занятый канал или устройство, то происходит прерывание. Система команд — двухадресная, форма представления чисел — двоично-четверичная, с плавающей запятой, мантисса числа — 40 разрядов, знак числа — 1 разряд, порядок — 6 разрядов, знак порядка — 1 разряд. Диапазон десятичных чисел, которыми оперирует машина, — от $\pm 10^{-39}$ до $\pm 10^{+38}$ с точностью не ниже $\pm 2^{\pm 40}$. Быстродействие — 15 ÷ 20 тыс. операций в 1 *сек*. ОЗУ — матричного типа, емкостью 2 × 16 тыс. 50-разрядных слов с циклом обращения 8 *мксек*. Внешнее ЗУ — на магн. ленте, емкостью 320 тыс. слов, с частотой записи — считывания 20 *кгц*, плотностью записи — 10 импульсов на 1 *мм*, скоростью обмена — 200 тыс. *бит/сек* и на магн. барабане, емкостью 7500 слов, с частотой записи 230 *кгц* и плотностью — 10 импульсов на 1 *мм*. К машине можно подключать до 16 устр-в на магн. барабанах и до 16 устр-в на магн. лентах.

Ввод информации осуществляется с перфорированной 5-дорожечной ленты (скорость —1000



Цифровая вычислительная машина «Раздан-3».

строк в 1 *сек*) и с 80-колонных перфокарт (скорость — 700 карт в 1 *мин*), вывод — широкоформатным алфавитно-цифровым печатающим устр-вом (скорость — 400 строк в 1 *мин*) и цифровым печатающим устр-вом (скорость — 20 строк в 1 *сек*), перфораторами—на перфоленту (скорость—80 строк в 1 *сек*) и на перфокарту (скорость — до 100 карт в 1 *мин*).

Матем. обеспечение состоит из программ типовых матем. задач, программ, реализующих стандартные алгоритмы обработки данных, программ трансляции и управления, диагностических программ и метод. материалов.

Дальнейшая модернизация машины в части осуществления приоритетной системы прерывания и каналов связи позволила использовать «Раздан-3» в экспериментальной физике для работы с несколькими удаленными объектами в реальном масштабе времени и в режиме разделения времени.

Лит.: Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

В. С. Русаневич.

РАЗДЕЛЯ́ЮЩАЯ ПОВЕ́РХНОСТЬ в распознавании образов — геометрическое место точек $\varphi(x) = 0$ в пространстве X изображений x, такое, что все изображения x, для которых $\varphi(x) \geqslant 0$, *распознающая система* относит к первому классу, а изображения, для которых $\varphi(x) < 0$,— ко второму классу. Следовательно, Р. п. делит пространство на две непересекающиеся области, каждая из которых отождествляется с определенным классом. Частный случай Р. п.— гиперплоскость $\varphi(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i$, где x_i— значение i-го признака изображения x, $a_0, a_1, \ldots, a_N$— коэффициенты. Р. п. служит для наглядной геометрической интерпретации *решающего правила* (в тех случаях, когда множество значений признаков непрерывно). См. *Пространство изображений.*

Л. А. Святогор.

РАЗМЕЩЕ́НИЯ ПРОИЗВО́ДСТВ МОДЕ́ЛИ— математическое (формализованное) представление задач размещения производства, отличающихся многофакторностью, т. е. необходимостью учета природных, технических, экономических и социальных условий, а также фактора времени. Р. п. м. делятся на модели размещения однопродуктовых и многопродуктовых производств. Модели однопродуктовых произ-в применяют для определения мощностей и пунктов размещения предприятий отрасли, выпускающей однородную продукцию и технологически мало связанной с другими отраслями, характеризующейся высоким уровнем транспортных затрат в стоимости производимой продукции. К таким отраслям, напр., можно отнести угольную, железорудную и др. отрасли. Для решения задач размещения производств пользуются методами *программирования динамического, программирования линейного* и нелинейного и *программирования стохастического.* Матем. формализация задачи размещения однопродуктовой отрасли заключается в следующем. Имеется m ($i = 1, 2, \ldots, m$) пунктов производства и n ($j = 1, 2, \ldots, n$) пунктов потребления однородной продукции. Годовой выпуск продукции на i-м предприятии представлен a_i^r, где r — вариант развития данного предприятия ($r = 1, 2, \ldots, w_i$), потребность j-го пункта потребления — b_j. Производственные затраты на единицу продукции на i-м предприятии при r-м варианте его развития составляют c_i^r, транспортные расходы на перевозку единицы продукции от i-го предприятия в j-й пункт потребления — s_{ij}, удельные капитальные вложения на расширение, реконструкцию или новое строительство предприятий — k_j^r. Выбранные объемы поставок с i-го предприятия при r-м варианте его развития в j-й пункт потребления x_{ij}^r не должны быть отрицательными, т. е. $x_{ij}^r \geqslant 0$ ($i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$; $r = 1, 2, \ldots, w_i$).

Общее к-во отобранных вариантов развития предприятий должно быть равно числу предприятий, если все предприятия входят в оптим. план, либо быть меньше этого числа, если не на всех предприятиях из числа заданных экономически целесообразно выпускать продукцию. Если z_i^r — интенсивность использования в плане r-го варианта развития i-го предприятия-поставщика, то

$$\sum_{r=1}^{w_i} z_i^r \leqslant 1, \quad z_i^r = \begin{cases} 1, \text{ если вариант выбран,} \\ 0, \text{ если вариант не выбран,} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \ldots, m.$$

Суммарное производство продукции всеми предприятиями отрасли должно быть равно или больше общей потребности всех пунктов потребления ее:

$$\sum_{r=1}^{w_i} a_i^r z_i^r \geqslant \sum_{r=1}^{w_i} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^r, \qquad i = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^r = b_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n;$$

$$r = 1, 2, \ldots, w_i;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_i} a_i^r z_i^r \geqslant \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Целевая функция задачи (ф-ция суммы производственных затрат, затрат на транспортировку всей продукции от предприятий-поставщиков до потребителей и удельных капитальных вложений на реконструкцию, расширение или новое строительство) должна достигать минимума:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{r=1}^{w_i} a_i^r (c_i^r + E k_i^r) z_i^r +$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{r=1}^{w_i}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^r s_{ij} \to \min,$$

где E — нормативный коэфф. капитальных вложений. Р. п. м. многопродуктовых произ-в предназначены для оптим. планирования размещения сети предприятий, их размеров, специализации, кооперирования при выработке двух и более видов промышленной продукции, количественно не соизмеримой и не взаимозаменимой. Многоотраслевыми Р. п. м. наз. задачи, рассматривающие производство нескольких видов продукции полностью или частично взаимозаменимых в потреблении.

В качестве примера можно привести модель развития, размещения и специализации таких отраслей пром-сти с многономенклатурным производством, когда не существует ограничений относительно соотношения объемов производства различных изделий, т. е. когда жестко заданных вариантов специализации производственных объектов не существует, и структура выпуска продукции определяется в ходе решения задачи. Заданными величинами являются: варианты объемов производства различных изделий в возможных пунктах размещения производства a_{ik}^r, где i — пункт размещения предприятия; r — вариант предприятия; k — вид продукции. Сущность ограничений на целочисленность состоит в том, что по данному конкретному изделию может быть выбран только один целый вариант объема выпуска продукции предприятием. Кроме того, вместе с каждым вариантом задаются c_{ik}^r — величины производственных затрат на единицу продукции. Природа их может быть различна в зависимости от конкретной задачи. Это может быть либо себестоимость единицы продукции, либо приведенные затраты, включающие, помимо себестоимости, удельные капитальные вложения, взятые при определенной норме эффективности. Задаются удельный расход дефицитных ресурсов $\delta_{ik\eta}$ и лимит, установленный по этим ресурсам для отрасли (η — индекс дефицитного ресурса); территориальное распределение потребности в различных видах продукции b_{jk}(j — индекс района потребления); затраты по перевозке различных изделий в расчете на принятую единицу измерения s_{ijk}. Задача размещения математически сводится к отысканию неотрицательных значений неизвестных z_{ik}^r и x_{ijk}^r, удовлетворяющих условиям

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ijk} = b_{jk},$$

$$j = 1, 2, \ldots, n; \quad k = 1, 2, \ldots, l;$$

$$\sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r z_{ik}^r \geqslant \sum_{j=1}^{n} x_{ijk},$$

$$i = 1, 2, \ldots, m; \quad k = 1, 2, \ldots, l;$$

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}\sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r \delta_{ik\eta}^r z_{ik}^r \leqslant Q_\eta, \quad \eta = 1, 2, \ldots, \theta;$$

$$\sum_{r=1}^{w_{ik}} z_{ik}^r \leqslant 1, \quad z_{ik}^r = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \ldots, m, \\ 0, & k = 1, 2, \ldots, l; \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}\sum_{r=1}^{w_{ik}} a_{ik}^r c_{ik}^r z_{ik}^r +$$

$$+\sum_{k=1}^{l}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} s_{ijk} x_{ijk} \to \min.$$

По характеру технологических связей, свойственных объекту, различают Р. п. м. производственного, распределительного и производственно-распределительного типов. Наиболее распространенной Р. п. м. производственного типа является модель производственного планирования, которую разработал сов. математик Л. В. Канторович (р. 1912). Модель используется для решения задач, имеющих обратные технологические связи, и др. задач, которые не сводятся к однопродуктовым, в случаях, когда транспортный фактор не оказывает существенного влияния на величину затрат. При значительном влиянии транспортного фактора однопродуктовые и сводимые к ним задачи решаются с помощью моделей распределительного типа, в частности транспортного. С помощью Р. п. м. производственно-распределительного типа для многопродуктовых и многоотраслевых задач модели транспортного и произв.-транспортного типов подразделяются на одно- и многоэтапные. При решении одноэтапных задач учитываются связи предприятий либо с поставщиками сырья, либо только с пунктами потребления продукции. Напр., при размещении сахарных заводов можно учитывать только к-во завоза свеклы и стоимость ее перевозки со свеклопунктов на сахарные заводы, а также размещение свеклопунктов. В многоэтапных задачах учитываются связи не только с поставщиками сырья, но и с потребителями продукции. Напр., строительство и развитие сахарных заводов зависят не только от сырьевой базы (размещение свеклопунктов и стоимость транспортировки свеклы), но и от размещения потребителей вырабатываемого заводами сахара. Многоэтапную задачу можно сформулировать для предприятий, осуществляющих последовательную переработку сырья (напр., сдатчики металлолома — пункт сбора металлолома — заводы по переработке металлолома — потребители металлолома — металлург. заводы; совхозы и колхозы, осуществляющие сбор винограда,— пункты первичной обработки винограда — винзаводы и т. д.).

Многоотраслевые задачи при отсутствии в них обратных связей могут быть преобразованы в многоэтапные *транспортные задачи*. Рассмотрим производственно-транспортную задачу размещения по схеме: добыча (или заготовка) сырья — переработка — доставка

готового продукта потребителю. Задача размещения в этом случае в зависимости от технол. особенностей производственного процесса может быть трехэтапной, если переработка укладывается в один этап, четырехэтапной, если переработка разделяется на два этапа, и т. п. Многоэтапная производственно-транспортная задача может быть однопродуктовой или многопродуктовой. В формализованном виде многоэтапную производственно-транспортную задачу для отрасли с однородным продуктом можно представить следующим образом.

Система состоит из n этапов. На этапе с номером i представлено h_i предприятий ($i = 1, 2, \ldots, n$). Первый этап включает предприятия по добыче (заготовке) сырья. На последующих этапах представлены перерабатывающие предприятия. Последний, n-й этап, включает потребителей готовой продукции ($\nu = 1, 2, \ldots, h_n$). Для каждого добывающего и перерабатывающего предприятия установлены максимально возможные уровни производства a_i^r ($i = 1, 2, \ldots, n$; $r = 1, 2, \ldots, h_i$). Для действующих предприятий (если их функционирование в планируемом периоде целесообразно или является обязательным) устанавливается, кроме того, и миним. уровень производства, а иногда и промежуточные уровни, если объемы производства дискретны. Общий объем потребления задается дифференцированно по пунктам: $b = \sum_{\nu=1}^{h_n} b_n^\nu$, где b_n^ν — объем потребления в ν-м пункте. Определены затраты q_i^r на добычу и переработку единицы сырья в r-м пункте i-го этапа, а также удельные затраты $s_i^{r\nu}$ на транспортировку единицы сырья и готового продукта из r-го пункта i-го этапа в ν-й пункт $(i + 1)$-го этапа. Неизвестными величинами будут объемы перевозок $x_i^{r\nu}$ из r-го пункта i-го этапа в ν-й пункт $(i + 1)$-го этапа.

Условия задачи в формализованном виде можно записать следующим образом. Объем перевозок из каждого пункта производства (от поставщика) не может превышать установленного макс. уровня

$$\sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} x_i^{r\nu} \leqslant a_i^r, \qquad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n-1; \qquad r = 1, 2, \ldots, h_i.$$

Объем поставок каждому пункту производства (потребителю) не должен превышать макс. уровня потребности

$$\sum_{r=1}^{h_i} x_i^{r\nu} \leqslant a_{i+1}^r, \qquad (2)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n-2; \quad \nu = 1, 2, \ldots, h_{i+1}.$$

Потребность в готовом продукте потребителей n-го этапа должна быть полностью удовлетворена

$$\sum_{r=1}^{h_{n-1}} x_{n-1}^{r\nu} = a_n^\nu, \qquad \nu = 1, 2, \ldots, h_n. \qquad (3)$$

Условие неотрицательности переменных $x_i^{r\nu} \geqslant 0$;

$$\nu = 1, 2, \ldots, h_{i+1}; \qquad i = 1, 2, \ldots, n-1;$$

$$r = 1, 2, \ldots, h_i. \qquad (4)$$

При выполнении условий (1) — (4) требуется минимизировать линейную форму

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^{h_i} \sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} q_i^r x_i^{r\nu} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^{h_i} \sum_{\nu=1}^{h_{i+1}} s_i^{r\nu} x_i^{r\nu} \to \min.$$

Получив в результате решения многоэтапной задачи объемы поставок $x_i^{r\nu}$ и просуммировав их по соответствующим индексам, определяют объемы производства на предприятиях всех этапов системы, сырьевую базу каждого предприятия, зоны потребления готовой продукции, выработанной предприятиями-поставщиками. Решение задач по Р. п. м. может осуществляться в матричном и сетевом виде. Сетевой вид представленной исходной информации обладает рядом преимуществ. Сети, разработанные для решения одной задачи, могут неоднократно использоваться для решения других аналогичных задач, объемы информации значительно уменьшаются, имеется возможность учета дополнительных ограничений (напр., ограничений по пропускной способности транспортных путей). Рассматривается и сетевая формулировка линейной статической Р. п. м. Число звеньев сети R. Имеется n узлов реальной сети и $N - n$ условных узлов, соответствующих дополнительному производству. Для каждого узла сети известны: a_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) — общий объем производства в пункте i на действующем заводе, b_i ($i = 1, 2, \ldots, n$) — объем потребления в пункте i. Для всех узлов заданы числа d_i, которые выражают при $i = 1, 2, \ldots, n$ себестоимость единицы продукции на действующем заводе, а при $i = n + 1, \ldots, N$ — удельные затраты на $(i - 1)$-м вновь строящемся или расширяемом и реконструируемом производстве. Для узлов $i = n + 1, \ldots, N$ задан макс. выпуск на вновь строящемся или макс. прирост выпуска на расширяемом заводе (B_i). Величины a_i, b_i, B_i связаны соотношением

$$\sum_i a_i < \sum_i b_i + \sum_i B_i.$$

На звеньях сети заданы числа c_r ($r = 1, 2, \ldots, R$) — затраты на перевозки по звену r. Для искусственных звеньев $c_r = 0$. Неизвест-

ными величинами являются: x_r — объемы перевозок по звеньям и y_i — объемы производства на вновь строящихся заводах или приросты выпуска при расширении действующих ($i = n + 1, \ldots, N$). При такой постановке предусматривается, что действующим заводам, не подлежащим сокращению или ликвидации, соответствуют реальные узлы сети. Если же действующий завод может быть ликвидирован, то ему соответствует условный узел.

Среди перевозок x_r имеются перевозки между реальными узлами и перевозки из условных узлов в реальные (последние должны равняться выпуску на вновь строящемся или дополнительному выпуску на расширяемом заводе). Задача состоит в составлении такого плана перевозок $\{x_r\}$ и производства продукции $\{y_i\}$, при котором, во-первых, разница между вывозом из пункта i и ввозом в него равна разнице между производством и потреблением в этом пункте, т. е.

$$\sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{r=1}^{R} x_r = a_i - b_i,$$

объем продукции, вывозимой со строящегося завода, или объем продукции, вывозимой с расширяемого завода (дополнительно к ранее запланированному объему), равен объему нового производства: $y_i = x_r$; во-вторых, объем производства на вновь строящемся или прирост выпуска продукции на расширяемом заводе ограничен сверху: $y_i \leqslant B_i$; в-третьих, объемы производства и перевозок неотрицательны: $x_r \geqslant 0$; $y_i \geqslant 0$; в-четвертых, общие затраты на производство и перевозку продукции достигают минимума:

$$\sum_{r=1}^{R} c_r x_r + \sum_{i=1}^{n} d_i a_i + \sum_{i=n+1}^{N} d_i y_i \to \min.$$

По способу задания рассматриваемых вариантов различают Р. п. м. с дискретными и непрерывными переменными.

Лит.: Оптимальное планирование размещения производства, ч. 1. Новосибирск, 1965; Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М., 1969 [библиогр. с. 358—366]; Оптимальный план отрасли. М., 1970 [библиогр. с. 406—431]. *А. А. Бакаев.*

РАЗНОСТНАЯ СХЕ́МА — система разностных уравнений, аппроксимирующая (приближающая) ту или иную задачу математической физики. См. *Устойчивость разностных схем.*

РАЗРЯ́ДНОСТЬ ВЫЧИСЛИ́ТЕЛЬНОЙ МАШИ́НЫ — количество разрядов, отводимых в ЦВМ для представления одного информационного слова (числа или какой-либо другой единой кодовой группы). Определяется требуемой точностью представления чисел. В ЦВМ с плавающей запятой выбор Р. в. м. существенно влияет и на диапазон представляемых чисел. При выборе разрядности ЦВМ, в которых числа и команды хранятся в одном ЗУ, кроме точности представления чисел следует учитывать разрядность команды: ЗУ используется наиболее эффективно, если разрядности чисел и команд равны или кратны. В арифм. устройстве машины для повышения точности вычислений могут вводиться, кроме основных, и дополнительные разряды. Если в ЦВМ применяются аппаратные методы контроля вычисл. процесса, то в разрядную сетку машины, кроме информационных разрядов, включают контрольные разряды. При необходимости точность вычислений в ЦВМ с заданной разрядностью можно повысить программным путем. При фиксированной Р. в. м. память ЦВМ используется неэффективно, т. к. для представления информационных слов различной длины отводится одинаковое количество разрядов. Целесообразно, чтобы машина могла выполнять операции с полусловами и словами двойной длины. Переменная Р. в. м. улучшает использование емкости и повышает производительность цифровой вычислительной машины.

Лит.: Майоров С. А., Новиков Г. И. Структура цифровых вычислительных машин. Л., 1970. *Ю. А. Бузунов, Е. Н. Вавилов.*

РАСПАРАЛЛЕ́ЛИВАНИЕ АЛГО́РИТМА — представление алгоритма (программы) в таком виде, чтобы можно было совмещать во времени выполнение отдельных участков алгоритма (ветвей). Процесс Р. а. состоит в выделении ветвей, описании структуры параллельного процесса и синхронизации выполнения ветвей при его реализации. Для облегчения Р. а. в некоторых *языках программирования* (напр., в *ПЛ-1*, *СИМУЛА*) предусмотрены спец. средства для выделения ветвей в *алгоритме* и синхронизации их. В этом случае программист в явной форме указывает на возможности Р. а., а *транслятор* и *операционная система* машины реализуют параллельный процесс. Если исходный алгоритм записан на языке, не имеющем подобных средств, то Р. а. сводится к сегментации алгоритма и объединению сегментов в ветви по определенным правилам. Эту работу выполняет либо программист, либо машина по спец. *программ сегментации.* В вычислительной машине могут быть спец. блоки, предназначенные для сегментации программ. Р. а. увеличивает производительность *вычислительной системы*, обладающей несколькими процессорами или состоящей из нескольких машин.

Д. А. Поспелов.

РАСПОЗНАВА́НИЕ ЗРИ́ТЕЛЬНЫХ ОБРА́ЗОВ, распознавание изображений — частный случай распознавания образов, в котором распознаваемыми сигналами являются изображения, получаемые в результате проектирования объектов реального мира на плоскость. Р. з. о. является одним из наиболее важных для практики случаев общей проблемы *распознавания образов.* Задача Р. з. о. заключается в создании методов и устр-в, позволяющих автоматически классифицировать различные изображения, вырабатывать определенные решения на основании каждого наблюдаемого изображения или (в определенном смысле) анализировать их. Изображения могут быть запечатлены на бумаге, фотопленке или просто быть картинами окружающего мира.

Задача автомат. Р. з. о. возникает в тех случаях, когда необходимо обрабатывать большое к-во каких-либо изображений и желательно поручить эту работу машине. Напр., при необходимости ввести в ЦВМ информацию, содержащуюся в печатных или рукописных документах, желательно избежать ручного перфорирования. Для автоматизации ввода необходимо устр-во, которое распознает изображение каждой буквы (или цифры), т. е. определяет наименование буквы и посылает в ЦВМ *код* этого наименования. Таким образом, в один класс попадают изображения, соответствующие буквам одного наименования. Изображения могут отличаться особенностями начертания, присущими различным шрифтам или почеркам, а также всевозможными случайными помехами — непропечаткой отдельных частей, наличием загрязнений и т. п. Задача Р. з. о. возникает также в случаях, когда надо принимать решения об изображениях быстрее или надежнее, чем это могут делать люди.

Типичными и важнейшими задачами Р. з. о. являются, помимо указанной выше задачи ввода текстов в ЦВМ, анализ фотографий треков частиц, получаемых при физ. экспериментах, автоматизация дешифровки аэрофотоснимков, анализ микрофотографий биол. объектов, напр., кровяных телец, и др.

Сравнительно простой можно считать задачу распознавания печатных цифр или букв определенного шрифта. Для ее решения было предложено большое к-во разнообразных методов. В большинстве методов ради простоты реализации использовалась лишь часть информации, содержащейся в изображении: измерялась яркость (или почернение) только отдельных участков поля зрения (метод зондов, фрагментов), с помощью следящей развертки прослеживался контур — непрерывная граница белого и черного полей изображения и т. п. Все эти методы оказались недостаточно помехоустойчивыми.

Тщательное изучение проблемы Р. з. о. показало, что для знаков фиксированного шрифта могут быть построены несложные математические *модели объектов распознавания*. Исследование таких моделей позволило сравнить различные методы распознавания и внести существенные усовершенствования в некоторые из них. Многочисленные теор. и экспериментальные работы показали, что для распознавания знаков фиксированного шрифта наиболее помехоустойчивым является метод сравнения изображений с *эталонами* или масками. Эталоны представляют собой идеализированные изображения всех знаков алфавита.

Сравнение осуществляется следующим образом. С помощью аппаратуры, в принципе подобной телевизионной передающей трубке, изображение разлагается на много элементарных ячеек, образующих прямоугольный растр. В каждой ячейке измеряется яркость или другая оптическая величина, характеризующая «черноту» данного участка изображения. Набор результатов таких измерений можно рассматривать как вектор, компоненты которого равны значениям яркости для каждой ячейки растра. Аналогичными векторами представлены эталоны. Скалярное произведение вектора изображения на вектор эталона характеризует их сходство (см. *Сходства критерии*). По аналогии с подобными вычислениями в *вероятностей теории* это скалярное произведение наз. коэффициентом корреляции (см. *Корреляционный метод распознавания*). Необходимо найти эталон, дающий наибольший коэффициент корреляции с данным изображением. Его наименование или соответствующий код является результатом распознавания. Сравнение данного изображения с эталонами приходится производить многократно при различных их взаимных расположениях, т. к. точное расположение изображения заранее неизвестно, а предварительное определение его к.-л. более простым способом (т. н. центрирование) не помехоустойчиво.

Подобный сравнительно простой способ распознавания применим только в простейших случаях, когда изображения одного класса имеют одно и то же начертание и постоянные размеры. Однако и в этом простейшем случае возникают трудности, связанные, напр., с непостоянством толщины и контраста линий, со случайными смещениями (переносами) изображений относительно растра. Для преодоления этих трудностей приходится строить по нескольку эталонов для каждого класса и вводить другие усложнения.

При автомат. чтении текстов, помимо распознавания отдельных знаков, возникает задача членения строки на знаки. Машинописные знаки обычно не разделены отчетливыми пробелами, поэтому возникает проблема распознавания сложного изображения, составленного из известных элементарных частей. В качестве сложных изображений рассматривают также буквы произвольных начертаний, составляемые из прямолинейных отрезков и дуг, снимки треков, различные чертежи и т. п.

Т. н. лингвистический подход к анализу сложных изображений состоит в том, что набор известных правил, по которым сложные изображения составляют из данных элементарных частей, рассматривается как *грамматика формальная*. В этом случае проблема распознавания сводится к формально-синтаксическому анализу сложного изображения. Напр., при распознавании букв элементарные части представляют собой всевозможные прямолинейные отрезки и дуги, а грамматика — набор правил, по которым нужно построить первый отрезок, а затем присоединять новые части к частично построенному изображению, чтобы получилась определенная буква. Анализ состоит в том, что для данного изображения к.-л. способом, выходящим за рамки лингвистического подхода, обнаруживают все отрезки (и дуги), а затем делают проверку, есть ли среди них отрезок, могущий играть роль первого при построении определенной буквы по заданным правилам. Затем следует проверка того, присоединен ли к нему должным образом второй отрезок и т. д. В случае обнаружения какого-либо

несоответствия с правилами принимается решение о том, что данное изображение не принадлежит к мн-ву допустимых.

Лингвистический подход имеет существенный недостаток: он дает правильный результат только тогда, когда все элементарные части распознаны безошибочно. На практике такое требование трудно выполнить, т. к. реальные изображения всегда в большей или меньшей степени искажены различными помехами. В связи с этим практическим потребностям лучше соответствует такая более сложная постановка задачи распознавания или анализа сложных изображений: заданы правила составления эталонных изображений из элементарных частей; для каждого наблюдаемого (искаженного помехами) изображения необходимо найти наиболее похожее на него эталонное изображение из числа допустимых. Количественное измерение сходства осуществляется на основе знания статистических характеристик помех. Решение подобной задачи связано в общем случае с определенными матем. трудностями. Однако многие частные задачи, как, напр., членение строки и анализ треков, могут быть успешно решены.

Для экспериментальной проверки различных методов распознавания наиболее удобным и универсальным является способ моделирования на ЦВМ. Машина должна быть снабжена спец. вводным устр-вом, осуществляющим развертку изображения, т. е. измерение его яркости (или другой оптической характеристики) во всех нужных ячейках растра. Результаты измерения яркости вводятся в цифровой форме в ЦВМ. Распознавание осуществляет ЦВМ, которая обрабатывает введенные данные по спец. программе. Такой способ позволяет легко и быстро сравнивать эффективность различных методов распознавания до того, как эти методы будут воплощены в соответствующую аппаратуру. При этом легко вносить в них усовершенствования, т. к. переделывать нужно только программу для ЦВМ.

Однако для практического применения распознавание с помощью ЦВМ большей частью непригодно, т. к. даже самые быстродействующие ЦВМ выполняют распознавание слишком медленно. Для распознавания одного изображения требуются десятки секунд или даже несколько минут. Это объясняется тем, что ЦВМ выполняет все операции последовательно. Для практического применения создают специализированные вычисл. устр-ва, в которых многие необходимые операции выполняются параллельно, хотя и с меньшей, чем в ЦВМ, точностью. Такие устр-ва, предназначаемые гл. обр. для распознавания букв и цифр, наз. *читающими автоматами*.

Создание таких автоматов является важным практическим применением Р. з. о. Другие применения находятся на стадии лабораторных экспериментов. Наиболее впечатляющим из этих экспериментов является созданная в Станфордском университете (США) система «глаз — рука», где управление мех. рукой осуществляет большая и очень быстродействующая ЦВМ, снабженная телевизионной камерой и программами для распознавания простейших объектов реального мира: кубиков различных размеров. Машина может по данному ей заданию брать с пола кубики нужной формы и складывать из них пирамиду. Предполагают, что в будущем подобные системы послужат для создания «зрячих» роботов.

В. А. Ковалевский.

РАСПОЗНАВА́НИЕ ОБРАЗОВ — процесс, при котором на основании многочисленных характеристик (признаков) некоторого объекта определяется одна или несколько наиболее существенных, но недоступных для непосредственного определения, его характеристик, в частности, его принадлежность к определенному классу объектов. Решить задачу распознавания — значит найти на основании косвенных данных правила, по которым каждому набору значений признаков некоторого объекта ставится в соответствие одно из заданного мн-ва возможных решений, определяющих существенные характеристики этого объекта.

Задачами Р. о. являются, напр., задачи распознавания зрительных сигналов (рукописных или печатных букв и цифр, фотографий реальных объектов и т. п.), звуковых сигналов (напр., слов устной речи), задачи мед. и тех. диагностики и др. Общим для всех этих задач является то, что одному и тому же результату распознавания или решению соответствует много разных значений признаков, различие между которыми зависит от воздействия неизвестных факторов.

Автомат. Р. о. применяется для ввода информации в автомат. системы, напр. в ЦВМ, а также в тех случаях, когда принятие решений человеком затруднено из-за чрезмерно большого к-ва исходных данных, не приспособленных для распознавания, напр., при диагностике неисправностей механизмов по шуму.

Основные понятия и терминология. В каждой задаче распознавания исходными данными являются результаты некоторых наблюдений или непосредственных измерений. Их называют первичными признаками, а совокупность всех первичных признаков — входным сигналом. Напр., в случае распознавания звуков первичными признаками могут служить значения звукового давления в дискретные моменты времени. Результатом единичного акта распознавания является решение, а результатом решения задачи распознавания—*решающее правило* (или алгоритм принятия решения, или решающая функция), которое определяет отображение мн-ва сигналов на мн-во решений, т. е. для каждого сигнала указывает определенное решение. Если мн-во решений дискретно и число различных решений невелико, то распознавание можно рассматривать как классификацию. Решающая ф-ция в этом случае делит мн-во сигналов на подмн-ва, называемые классами, так что каждому классу соответствует одно определенное решение. В тех случаях, когда мн-во сигналов является топологическим пространством, т. е., когда целесообразно говорить о близости двух

сигналов, границы классов наз. *разделяющими поверхностями* (в частности, это могут быть гиперплоскости).

В большинстве случаев существует некоторая объективная классификация сигналов, которая, в принципе, может быть известна, если доступны некоторые дополнительные (по отношению к входному сигналу) сведения. Напр., при распознавании полезных ископаемых по данным геол. разведки сведения об объективном наличии ископаемых можно, в принципе, получить, если попытаться их выкопать. Однако возможны случаи, когда такая объективная классификация не существует, напр., при распознавании плохо написанных рукописных знаков, потому что разные лица могут прочитать подобный отдельно взятый знак по-разному. Объективную классификацию можно описать с помощью некоторого дискретного параметра, называемого искомым параметром. Тогда сигнал следует считать зависящим от искомого параметра. В общем случае может быть несколько искомых параметров, и они могут быть непрерывными. Напр., в задаче тех. диагностики состояние механизма, распознаваемое на основании изучения создаваемого механизмом шума, характеризуется величинами зазоров между сопрягаемыми поверхностями, в частности, зазорами в подшипниках. Величины зазоров и являются искомыми параметрами.

Области практических применений. Методы Р. о. могут найти применение для решения следующих практических задач: 1) распознавание букв и цифр с целью ввода данных в ЦВМ; 2) распознавание слов устной речи с целью ввода данных в ЦВМ или управления автоматами; 3) диагностика болезней, где непрерывное мн-во решений представляет собой мн-во способов лечения; 4) диагностика неисправностей машин; 5) обработка данных геол. разведки, при которой решения принимаются относительно наличия определенных ископаемых; 6) обработка радиолокационных сигналов с принятием решений относительно наличия определенных обнаруживаемых объектов, а также относительно значений параметров, характеризующих эти объекты; 7) автомат. классификация живых клеток, напр., кровяных телец, наблюдаемых под микроскопом; 8) обработка фотографий следов частиц в физ. экспериментах с целью определения параметров частиц и отбора снимков, содержащих интересующие физика события; 9) распознавание фраз или слов в тексте, написанном на формальном или естественном языке; 10) распознавание алгебр. выражений определенных типов при выполнении формальных преобразований над формулами с помощью ЦВМ.

Эти задачи существенно отличаются по своей природе. В первых двух необходимо найти такой способ классификации входных сигналов, который как можно точнее соответствовал бы классификации, осуществляемой человеком. Это обусловлено тем, что различные варианты написания букв и произнесения слов приспособлены к человеческому восприятию. В задачах 3) — 8) существуют некие объективно правильные решения, которые, в принципе, можно узнать, располагая дополнительными (по отношению к входному сигналу) данными. В этих случаях решающая ф-ция должна как можно точнее воспроизводить эти правильные решения. В задаче 10) предполагается известным формальное определение класса алгебр. выражений и задача распознавания заключается в преобразовании такого определения в правило принятия решения о принадлежности к классу. Такое преобразование иногда трудно осуществить. Достаточно вспомнить, напр., что рассматриваемые в теории конечных автоматов *регулярные события и выражения* задают строго определенные мн-ва слов. Однако построить *автомат конечный*, указывающий принадлежность любого слова к такому мн-ву, трудно.

Формальные постановки задач. Среди перечисленных выше задач распознавания только задача 10) и иногда 9) имеет с самого начала формальную математическую постановку. Однако и многие из остальных задач допускают формальную постановку. Она базируется на более или менее обоснованных гипотезах о процессах, определяющих зависимость первичных признаков от тех величин или параметров, относительно значений которых необходимо принимать решения. Эти гипотезы могут относиться к свойствам различных подмн-в или к свойствам решающих ф-ций, или к характеру процессов, порождающих наблюдаемые сигналы. Различают четыре типа задач, относящихся к проблеме Р. о. и отличающихся постановками. Ниже приводятся несколько упрощенные постановки этих задач.

а) Задача классификации. Дано распределение вероятностей сигнала, зависящее от некоторого дискретного параметра, называемого искомым, или некоторые условия, тоже зависящие от параметра, которым должен удовлетворять сигнал. Указан некоторый критерий, называемый *риском распознавания*, характеризующий качество решающей ф-ции для различных значений параметра (в среднем или для «наихудшего» значения параметра). Можно сказать, что критерий характеризует степень соответствия получаемых решений истинным значением параметра, т. е. «правильность» решений. Требуется найти наилучшую (в смысле этого критерия) решающую ф-цию. В случае, когда дано распределение вероятностей, распознавание сводится к одной из задач теории статистических решений (см. *Статистические методы распознавания*). Случай, когда заданы условия, определяющие непересекающиеся подмн-ва значений сигнала для каждого значения искомого параметра, на первый взгляд представляется тривиальным, поскольку решение содержится в условиях задачи. Однако это далеко не всегда так, потому что условия, совершенно точно определяющие подмн-ва, иногда очень трудно непосредственно проверить. В таких случаях необходимо найти эффективный способ проверки условий.

В этом заключается решение задачи классификации.

Пусть, напр., каждое подмн-во задано как объединение гипершаров, центры которых лежат на некоторой гиперповерхности, заданной параметрическими ур-ниями. Очевидно, тем самым мн-во сигналов каждого класса полностью определено. Однако, несмотря на это, проверка принадлежности произвольного данного сигнала к некоторому классу весьма затруднительна, т. к. требует чрезвычайно большого к-ва вычисл. операций.

Действительно, если указанная гиперповерхность не является гиперплоскостью, то для каждой комбинации значений параметров необходимо вычислить расстояние от точки, соответствующей данному сигналу, до точки на гиперповерхности. Пусть положение точки на гиперповерхности определяется n параметрами, каждый из которых принимает m существенно различных значений. Тогда необходимо выполнить m^n вычисл. операций. Уже при $m \approx 10$ и $n \approx 5$ выполнение такого числа операций становится затруднительным в случае использования средств цифровой и аналоговой *вычислительной техники*. При $n > 15$ это неосуществимо. Поэтому, несмотря на то, что подмн-ва сигналов заданы, задача классификации может оставаться нетривиальной. В этом случае она заключается в отыскании эффективного способа проверки принадлежности сигнала к одному из данных подмн-в.

б) Задача описания. Дано мн-во некоторых элементарных сигналов и правила составления сложного сигнала из элементарных (правила синтеза). Требуется найти правила анализа, т. е. правила, по которым, имея реализацию сложного сигнала, можно найти те элементарные сигналы, из которых он составлен, а также указать использованные при его составлении правила синтеза. Напр., изображение буквы можно рассматривать как сложное изображение, составленное из таких элементарных частей, как отрезки прямых линий и дуг окружностей. Правила синтеза определяют выбор нужных отрезков и порядок их соединения между собой. Описание данного изображения буквы состоит в перечислении входящих в ее состав отрезков и в указании их взаимного расположения.

Задача описания усложняется, если определенные правила синтеза можно указать лишь для некоторых идеализированных сигналов, называемых *эталонами*, а наблюдаемые сигналы отличаются от эталонов наличием случайных помех. В этом случае либо должны быть известны статистические свойства помех, либо должны быть приняты определенные допущения об этих свойствах. Решить задачу описания в этом случае означает указать правила нахождения такого эталона, который составлен по заданным правилам синтеза и одновременно является при данном сигнале наиболее правдоподобным, т. е. в определенном смысле наиболее близким к данному сигналу.

в) Задача обучения (см. *Обучение распознаванию образов*). Эта задача возникает в тех случаях, когда в условии одной из задач типа а) при б) присутствует, кроме искомого параметра, некоторый другой неизвестный параметр, т. н. постоянный параметр, о котором известно только, что он сохраняет постоянное значение. Т. о., распределение вероятностей, или условия, задающие подмн-ва сигналов, или мн-во допустимых эталонов определены не полностью. Дана также *обучающая выборка*, представляющая собой последовательность наблюдавшихся в этих условиях сигналов, для каждого из которых указано правильное решение. Требуется построить решающую ф-цию. В случае обучения условия задачи определяют не единственную решающую ф-цию, а целое семейство таких ф-ций.

С помощью обучающей выборки и заданного критерия качества распознавания (риска) можно выбрать наилучшую в смысле этого критерия решающую ф-цию из семейства. Пусть, напр., известно, что сигналы каждого из двух классов представляют собой n-мерные *случайные величины* со сферически симметричными нормальными распределениями, но значения средних неизвестны. Средние в этом случае представляют собой многомерный постоянный параметр.

Критерием качества распознавания примем вероятность ошибки. Эти условия (как возможные решающие ф-ции) определяют семейство линейных пороговых ф-ций вида $d = \operatorname{sign}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + a_0\right)$, где x_i — первичные признаки. a_i $(i = 0, 1, 2, \ldots, n)$ — коэффициенты, выбор которых определяется значением постоянного параметра. Коэффициенты a_i должны быть выбраны так, чтобы гиперплоскость $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - a_0 = 0$ лучше всего в смысле вероятности ошибки разделяла сигналы, входящие в обучающую выборку.

г) Задача самообучения (см. *Самообучение распознаванию образов*). Постановка этой задачи подобна предыдущей и отличается только тем, что обучающая выборка содержит лишь последовательность сигналов без указания правильных решений. В качестве простейшего примера рассмотрим одномерный случайный сигнал. Пусть известно, что каждому из двух классов соответствует нормальное распределение сигнала с неизвестным средним и известными различными *дисперсиями*. Если дана обучающая выборка, представляющая собой смешанную выборку из обоих распределений, то по этой выборке можно восстановить значения средних, напр., по методу наибольшего правдоподобия. Если дисперсии равны, то решение получится неоднозначным: классы можно поменять местами. Вообще однозначность решения задачи самообучения определяется полнотой тех сведений о распределениях или подмн-вах сигналов, которые содержатся в условии задачи.

Основные способы решения задач. Задачи классификации в большинстве случаев могут быть сформулированы как статистические. Поэтому осн. способом решения таких задач следует считать построение *байесовского решающего правила.* Однако во многих практически важных случаях распределения вероятностей, знание которых необходимо для решения задачи Байеса, описываются многомерными интегралами, вычисление которых затруднительно.

Задачи описания сложных сигналов в случае отсутствия помех, в частности задачи распознавания фраз и алгебр. выражений, могут быть решены методами, аналогичными формально-синтаксическому анализу. Правила составления сложного сигнала из элементарных рассматриваются при этом как *грамматика формальная.* Задача описания сложных сигналов при наличии помех, рассматриваемая как отыскание «грамматической конструкции», наиболее близкой к данному сигналу, часто сводится к задаче отыскания кратчайшего *пути* на графе и решается с помощью известных методов расчета сетей. Задачи обучения и самообучения сводятся к отысканию экстремума некоторого критерия (в частности, ф-ции правдоподобия) по параметрам решающей ф-ции. Поскольку число параметров, как правило, велико, эти задачи относятся к числу наиболее трудных с вычисл. точки зрения. Большинство таких задач при одноэкстремальных критериях могут рассматриваться как частные случаи стохастической аппроксимации (см. *Стохастической аппроксимации метод).*

В простейшем случае, когда число классов равно двум и из условия задачи следует, что решающая ф-ция может быть найдена в классе линейных пороговых ф-ций от сигнала x, задача обучения может формулироваться как отыскание по данной выборке $\{x^1, x^2, \ldots\}$ такого вектора e, для которого $\min\limits_j (y^j, e) = \max$ при условии $|e| \leqslant 1$, где $y^j = x^j$ для сигналов x^j из 1-го класса и $y^j = -x^j$ — для сигналов x^j из 2-го класса. Нелинейные решающие функции удается находить в тех случаях, когда по условию известно, что решающая ф-ция $d(x) = \operatorname{sign} f(x)$ представима с помощью достаточно короткого ряда $f(x) = \sum\limits_{i=1}^{N} c_i \varphi_i(x)$, где $\varphi_i(x)$ — произвольные заранее заданные ф-ции, а число N может достигать нескольких сотен или, самое большее, тысяч. Такая задача сводится к отысканию линейной решающей ф-ции в «спрямляющем» пространстве вторичных признаков $\varphi_i(x)$ и может быть решена, в частности, *потенциальных функций методом* или с помощью алгоритмов *персептрона.* При этом следует иметь в виду, что универсальным, т. е. применимым для любой ф-ции $f(x)$, этот метод является лишь в случае маломерных сигналов x. В этих случаях в качестве набора ф-ций $\varphi_i(x)$ можно взять к.-л. полную систему ф-ций и тогда любая $f(x)$, удовлетворяющая весьма общим требованиям, может быть с достаточной степенью точности представлена коротким рядом. Однако число членов ряда, необходимых для получения приемлемой точности аппроксимации, растет настолько быстро с ростом размерности сигнала x, что уже при размерности, больше 5, «универсальную» систему ф-ций построить невозможно. В большинстве же практически важных задач распознавания размерность сигнала составляет несколько десятков или даже сотен. В этих случаях успех зависит от удачного выбора системы ф-ций $\varphi_i(x)$ для данной конкретной задачи.

Практические достижения. В области Р. о. они относятся прежде всего к созданию *читающих автоматов,* предназначенных для непосредственного ввода буквенно-цифровой информации в ЦВМ. Существенные успехи получены и в случае других изображений (см. *Распознавание зрительных образов),* а также в области автомат. *распознавания речевых сигналов* Однако эти работы не вышли пока за пределы лабораторий. Многочисленные успешные попытки применения методов распознавания сделаны в области обработки геолого-разведочных данных и прежде всего для распознавания нефтеносных пластов. Имеются определенные успехи также в области распознавания болезней по наборам симптомов. См. илл. между с. 96—97.

Лит.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Ковалевский В. А. Распознавание образов: эвристика или наука? К., 1970 [библиогр. с. 87—92]; Автоматический анализ сложных изображений. М., 1969. *В. А. Ковалевский.*

РАСПОЗНАВА́НИЕ ПРОЦЕ́ССОВ — принятие решения о последовательности состояний k_t некоторого объекта в моменты времени $t = 1, 2, \ldots, m$ (или о параметрах этой последовательности) на основании последовательности сигналов (признаков) v_t, характеризующих этот объект в эти же моменты времени. Для Р. п. характерно то, что последовательные состояния зависят друг от друга, и поэтому оптимальное решение о состоянии объекта в любой момент времени может быть принято лишь на основании знания значений признаков, вообще говоря, во все моменты времени. Если состояния в последовательности взаимно независимы, то оптим. решение о последовательности состояний вырождается в последовательность оптим. решений о каждом состоянии в отдельности. Специфические черты Р. п. наиболее наглядно иллюстрируются на примере *марковских процессов.*

Для решения задачи Р. п. должно быть задано априорное распределение вероятностей $p(k_1, k_2, \ldots, k_m)$ последовательности состояний и условное распределение $p(v_1, v_2, \ldots, v_m \mid k_1, k_2, \ldots, k_m)$, указывающее, как наблюдаемые сигналы зависят от состояний.

В случае марковских процессов предполагается, что распределение вероятностей состояний в момент времени t полностью определяется состоянием в момент $t-1$, т. е. справедливо равенство $p(k_t \mid k_1, k_2, \ldots, k_{t-2},$

$k_{t-1}) = p(k_t \mid k_{t-1})$. Это значит, что априорное распределение вероятностей последовательностей состояний полностью определяется т. н. переходными вероятностями $p(k_t \mid k_{t-1})$: $p(k_1, k_2, \ldots, k_m) = p(k_1) \times \times \prod_{t=2}^{m} p(k_t \mid k_{t-1})$.

Относительно зависимости последовательности сигналов $v_1, v_2, \ldots, v_{m-1}, v_m$ от последовательности состояний предполагается, что сигнал в момент t зависит только от состояния в этот момент времени, т. е.

$$p(v_t \mid k_1, k_2, \ldots, k_m) = p(v_t \mid k_t);$$

$$p(v_1, \ldots, v_m \mid k_1, \ldots, k_m) = \prod_{t=1}^{m} p(v_t \mid k_t).$$

Можно привести следующие примеры задач Р. п., для которых указанная модель является достаточно правдоподобной.

1) Допустим, что $k_1, k_2, \ldots, k_m$ — последовательность состояний исследуемого больного в 1-й, 2-й и m-й день, а $v_1, v_2, \ldots, v_m$ — результаты наблюдений за больным в эти же дни. На основании этих наблюдений, а также знания переходных вероятностей $p(k_t \mid k_{t-1})$, характерных для данного заболевания, требуется определить состояние больного в момент времени m, где m — дата сегодняшнего дня. Состояния $k_{m-1}, k_{m-2}, \ldots, k_1$ больного в предыдущие дни неизвестны; известно лишь, что им сопутствовали сигналы $v_{m-1}, v_{m-2}, \ldots, v_1$. В случае, если требуется определить состояние больного с миним. вероятностью ошибки, задача заключается в нахождении такого значения k_m, для которого вероятность $p(k_m \mid v_1, v_2, \ldots, v_m)$ максимальна. Это распределение вероятностей вычисляется с помощью следующей рекуррентной процедуры:

$$p(k_t \mid v_1, v_2, \ldots, v_t) = = S^{-1} \cdot \sum_{k_{t-1}} p(k_{t-1} \mid v_1, v_2, \ldots, v_{t-1}) \times \times p(k_t \mid k_{t-1})\, p(v_1 \mid k_t),$$

где $S = \sum_{k_t} p(k_t \mid v_1, v_2, \ldots, v_t)$ — нормирующий множитель.

Вычислив вначале вероятность $p(k_1 \mid v_1)$ по формуле Байеса, а затем, вычисляя поочередно распределения $p(k_2 \mid v_1, v_2)$, $p(k_3 \mid v_1, v_2, v_3)$ и т. д., можно определить и требуемое распределение $p(k_m \mid v_1, v_2, \ldots, v_m)$.

2) Допустим, что переходные вероятности $p(k_t \mid k_{t-1})$ различны для различных заболеваний, т. е. известны лишь вероятности $p(k_t \mid k_{t-1}, a)$, где a — заболевание, которое в данном случае неизвестно. На основании последовательности сигналов $v_1, v_2, \ldots, v_m$ о больном требуется определить характер заболевания a, если известно априорное распределение $p(a)$. Эта задача может быть сведена к предыдущей введением некоторого обобщенного состояния z_t, равного паре (k_t, a_t), с переходными вероятностями $p(z_t \mid z_{t-1}) = = p(k_t, a_t \mid k_{t-1}, a_{t-1})$, которые равны $p(k_t \mid \mid k_{t-1}, a)$, если $a_t = a_{t-1} = a$, и равны нулю в противном случае. Сведя таким образом задачу к предыдущей, можно определить распределение $p(k_m, a \mid v_1, v_2, \ldots, v_m)$, а, следовательно, и искомое распределение $p(a \mid v_1, v_2, \ldots, v_m)$.

3) Иногда возникает задача восстановления всей последовательности состояний $k_1, k_2, \ldots \ldots, k_m$ (а не только последнего ее элемента) при известной последовательности сигналов $v_1, v_2, \ldots, v_m$. Если требуется указать наиболее вероятную последовательность состояний (а это не то же самое, что нахождение последовательности наиболее вероятных состояний), то задача сводится к отысканию таких значений для состояний $k_1, k_2, \ldots, k_m$, которые обеспечивают максимум выражения $\prod_{t=1}^{m} p(k_t \mid k_{t-1}) \times \times p(v_t \mid k_t)$. Этот максимум и его место могут быть определены с помощью методов *программирования динамического*.

К Р. п. сводятся также многие задачи распознавания зрительных и звуковых сигналов (см. *Распознавание образов*).

Лит.: Хазен Э. М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М., 1968 [библиогр. с. 251—253]; Беллман Р. Динамическое программирование. Пер. с англ. М., 1960.

М. И. Шлезингер.

РАСПОЗНАВА́НИЕ РЕЧЕВЫ́Х СИГНА́ЛОВ — автоматическое отнесение предъявленного речевого сигнала к одному из заранее выбранных классов. Решение задачи Р. р. с. означает нахождение способа классификации речевых сигналов, наиболее точно соответствующего классификации, осуществляемой человеком.

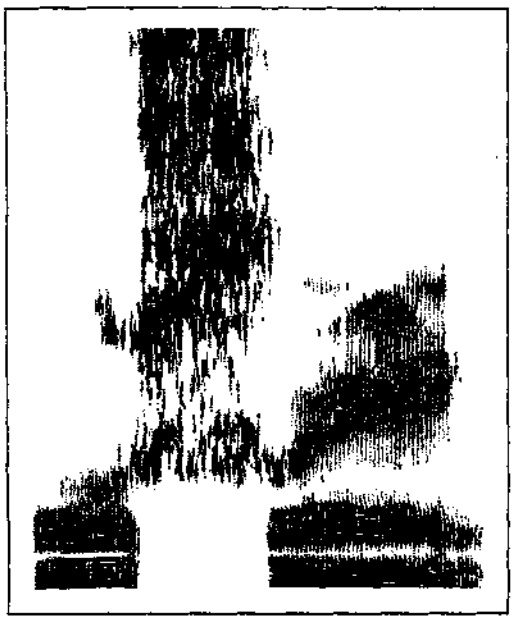
Р. р. с. в широком смысле — это фонемное перекодирование речевого акустического сигнала. Классами речевых сигналов в этом случае являются фонемы. Понятие «фонема» определяется как обозначение всех тех элементарных звуков речи, которым соответствует при написании в фонетической транскрипции одна и та же буква или символ.

Р. р. с. в узком смысле — это решение частных задач распознавания речи, когда с целью облегчения решения задачи распознавания искусственно ограничиваются условия, при которых производится классификация. Такой задачей является, напр., распознавание изолированно произнесенных слов из заранее выбранного словаря. В зависимости от поставленной цели ответом при Р. р. с. может быть не только фонема или слово, но также индивидуальность диктора (идентификация личности по ее голосу), его эмоциональное состояние и др.

С созданием речераспознающих автоматов открываются возможности организовать связь

человека с машиной в удобной для человека форме — посредством голоса. В большинстве случаев для управления машинами и механизмами, для ввода в управляющие и *вычислительные системы* данных и команд посредством голоса достаточно иметь речераспознающие автоматы, которые различают несколько сот слов.

Первые работы по Р. р. с. выполнены в 1943. Этими исследованиями была установлена возможность автоматического Р. р. с. С тех пор предложено много различных устр-в, часто



Видеоспектрограмма слова «Усы».

весьма сложных, которые предназначались для пофонемного, послогового или словесного Р. р. с. Однако экспериментальные испытания показали их непригодность для этой цели. Тогда попытались переделать некоторые устр-ва под распознавание ограниченного количества слогов и слов (до ста слов в словаре). Однако и эти попытки были неудачными. Главная причина неудач заключалась в несовершенстве применяемых методов распознавания. Новые возможности в Р. р. с. открылись с появлением электронных цифровых вычисл. машин. При их использовании осн. внимание уделяется методам Р. р. с. и их экспериментальной проверке.

Успехи, достигнутые в Р. р. с., весьма скромны. В настоящее время нет серийно выпускаемых устр-в, решающих хотя бы весьма частную задачу Р. р. с. Имеются только действующие алгоритмы и программы, реализованные с помощью вычисл. машин, которые могут распознавать изолированно произнесенные слова из фиксированного набора. Количество распознаваемых слов — несколько сотен для одного диктора и несколько десятков — для многих дикторов. *Надежность распознавания* составляет 90—95%.

При Р. р. с., как и при *распознавании образов* вообще, исходят из некоторых признаков, которые в случае Р. р. с. являются результатом анализа сигналов на выходе микрофонного усилителя. Выделяют признаки, более или менее полно описывающие положение артикуляционных органов в процессе произношения речи. Для этих целей используется в основном мгновенный спектр речи, задающий спектральное распределение энергии речевого сигнала во времени.

Мгновенный спектр речи наглядно представляется т. н. картинками видимой речи или видеоспектрограммами. На рис. приведена видеоспектрограмма слова «усы». По оси абсцисс отложено время, по оси ординат — частота. Яркостью (чернотой) моделируется величина спектральной интенсивности, темные участки изображения соответствуют более интенсивным составляющим речевого сигнала. Получают мгновенный спектр с помощью анализаторов речи, содержащих параллельную систему узкополосных фильтров. Видеоспектрограммы отдельной фонемы, слога или слова изменяются от произношения к произношению в зависимости от условий окружающей среды, темпа речи, манеры произношения, индивидуальности диктора и т. п. Видеоспектрограммы фонем связной речи в значительной степени зависят от соседних фонем. Изменяемость видеоспектрограмм от реализации к реализации затрудняет Р. р. с.

При разработке алгоритмов автоматического Р. р. с. преобладают два подхода, условно называемые модельным и логическим. При модельном подходе, исходя из известных свойств речевого сигнала, формулируют матем. модели (в частности, статистические) всех возможных видеоспектрограмм речи для каждого класса. Из этих моделей, пользуясь, напр., *байесовским решающим правилом*, выводят оптим. *алгоритмы распознавания*. Одним из возможных способов построения модели является конструктивное задание всех возможных видеоспектрограмм слова речи. Для этого слово речи представляется некоторой упорядоченной совокупностью элементарных эталонных сигналов, являющихся частями фонем. Из них по определенным правилам конструируются все возможные *эталоны* слова, отличающиеся длительностью и интенсивностью составляющих слово фонем. Распознавание неизвестного слова заключается в синтезе для него эталона наибольшего правдоподобия и в отнесении слова к тому классу, из эталонных элементов которого получается наиболее правдоподобный эталон. Задача синтеза решается методами *программирования динамического*.

Совершенно аналогично формулируется и решается задача распознавания слитной (связной, без пауз между словами) речи, составляемой из слов заданного словаря. В этом случае решение задачи Р. р. с. заключается в нахождении наиболее правдоподобной устной фразы,

составляемой из конструируемых эталонов слов, и в указании последовательности слов, из эталонов которых такая фраза составлена. Модели речевых сигналов могут быть сформулированы с точностью до неизвестных параметров. Тогда возникает необходимость в обучаемых алгоритмах Р. р. с. Для таких алгоритмов в процессе обучения оцениваются неизвестные параметры, напр., эталоны слова. Благодаря обучению алгоритмы Р. р. с. легко перенастраиваются на распознавание других классов речевых сигналов, напр., других слов.

При логическом подходе из видеоспектрограммы речи стремятся выделить некоторые устойчивые вторичные признаки, принимающие одинаковое значение на всех реализациях одного класса или группы классов. Такие признаки, как правило, формулируются для жестко фиксированного (раз навсегда выбранного) набора классов. Напр., для различения слова «мама» и «Саша» достаточно воспользоваться двоичным признаком — есть шумный звук или нет его. По этому признаку слова речи могут быть разбиты на две группы. Примеры других признаков: наличие одного гласного звука в слове, наличие двух гласных в слове, знак разности энергий сигнала в нижней и верхней частях спектра, наличие глухой смычки в слове и т. п. Распознавание неизвестного слова заключается в проверке определенных логических условий в пространстве вторичных признаков и в отнесении слова к тому классу, для которого эти условия выполняются.

Осн. усилие исследователей по Р. р. с. направлено на распознавание слов речи из некоторого словаря. Предпочтение отдается т. н. двуступенчатым системам распознавания, в которых сначала выделяются более мелкие части речевого сигнала, чем слово, напр., слоги, фонемы или элементы фонем, а затем производится распознавание этих частей и принятие решения о слове в целом. Членение на части делается не жестким, а управляемым в зависимости от принимаемых решений на второй ступени, в частности, делается целенаправленный перебор всех возможных вариантов членения. Двуступенчатую систему можно рассматривать как реализацию одного из простейших вариантов пофонемного принципа распознавания слов речи. Один из возможных подходов к решению задачи Р. р. с. в широком смысле состоит в увеличении количества слов, распознаваемых двуступенчатой системой, и оптимизации последней, что, возможно, в итоге приведет к реализации фонемного или близкого к нему принципа распознавания речи на первой ступени.

На формулировку алгоритмов Р. р. с. большое влияние оказывают исследования по речеобразованию и восприятию речи человеком. Эти исследования позволяют изучить свойства речевого сигнала и принципы его переработки человеком.

Лит.: Сапожков М. А. Речевой сигнал в кибернетике и связи. М., 1963 [библиогр. с. 419—450]; Волошин Г. Я. Об использовании языковой избыточности для повышения надежности автоматического распознавания речевых сигналов. В кн.: Вычислительные системы, в. 28. Новосибирск, 1967; Винцюк Т. К. Распознавание слов устной речи методами динамического программирования. «Кибернетика», 1968, № 1; Труды IV Всесоюзной школы-семинара. Автоматическое распознавание слуховых образов. К., 1969; Величко В. М., Загоруйко Н. Г. Автоматическое распознавание ограниченного набора устных команд. В кн.: Вычислительные системы, в. 36. Новосибирск, 1969; Чистович Л. А., Кожевников В. А. Восприятие речи. В кн.: Вопросы теории и методов исследования восприятия речевых сигналов, в. 22. Л., 1969; Винцюк Т. К. Позлементное распознавание непрерывной речи, составленной из слов заданного словаря. «Кибернетика», 1971, № 2.

Т. К. Винцюк.

РАСПОЗНАЮЩАЯ СИСТЕ́МА — техническая система, осуществляющая распознавание сигналов (см. *Распознавание образов*). Р. с. на основании входного сигнала, предъявленного для распознавания, вырабатывает ответ распознавания (см. *Ответ распознающей системы*).

Примеры Р. с.: 1) *читающий автомат* для чтения машинописных текстов. Такой Р. с. подается большое к-во машинописных документов стандартного формата. На выходе Р. с. имеем последовательность кодов наименований машинописных знаков в том порядке, в котором они содержатся на документах; 2) речераспознающий автомат. Этой Р. с. предъявляется акустический речевой сигнал. Ответом распознавания является последовательность напечатанных слов; 3) диагностическая мед. машина. На вход ее поступают сигналы о состоянии больного, на выходе указывается способ лечения и доза рекомендуемых для лечения лекарств. Как и любая другая тех. система, Р. с. характеризуется определенными тех. показателями, которые гарантируются при выполнении условий эксплуатации. Специфическими показателями Р. с. являются *надежность распознавания*, вероятность *отказа от распознавания*, среднее время исправления человеком одной ошибки распознавания и др.

Р. с. реализует *алгоритм распознавания*, который определяет ее структуру. Весьма грубо Р. с. можно расчленить на три части: блок выработки признаков (рецептор Р), блок принятия решений (классификатор К) и блок исполнительных устройств (эффектор Э). В рецепторе осуществляется т. н. предварительная обработка сигнала, т. е. переход от первичных признаков (или сигнала) ко вторичным признакам, в пространстве которых осуществляется собственно распознавание. Последнюю ф-цию выполняет классификатор. Результат его решения эффектор воплощает в определенное действие (напр., высвечивает или печатает результат распознавания).

В ряде случаев Р. с. можно представить в виде цепочки элементарных Р. с., чаще всего из двух элементарных Р. с. Такую цепочку в явном виде можно выделить в системе, распознающей машинописные слова. Первая элементарная Р. с. распознает отдельные буквы, вторая на основании побуквенных ответов принимает решение о слове в целом. В каждой элементарной Р. с. можно обнаружить свой рецептор, классификатор и эффектор, причем, как правило, Э одной элементарной Р. с. совпа-

дает с Р последующей в цепочке. Р. с. с явно выраженными цепочками из элементарных Р. с. получили название иерархических.

Взаимодействие ступеней (элементарных Р. с.) в иерархической Р. с. не сводится к простой передаче взаимодействий вдоль цепочки, а может быть более сложным. Возможны и *обратные связи*, когда низшие ступени управляются со стороны высших. Эти обратные связи можно обнаружить, напр., в двухступенчатых Р. с. для распознавания слов речи, в которой сначала (1-я ступень) производится членение сигнала на сегменты и пофонемное распознавание сегментов, а затем (2-я ступень) принимается решение о слове в целом. Действие обратной связи здесь заключается в том, что сегментация становится управляемой со стороны высшей ступени с целью получить наиболее уверенный результат распознавания. Посредством обратных связей могут привлекаться дополнительные признаки в соответствии с определенной стратегией либо может изменяться способ предварительной обработки сигнала (напр., изменение порогов квантования).

По характеру использования априорной информации о распознаваемых сигналах различают необучаемые, обучающиеся, самообучающиеся и адаптивные Р. с. Необучаемые Р. с. могут работать только в режиме распознавания. Априорная информация в этих Р. с. учитывается лишь на стадии разработки Р. с. Обучающиеся и самообучающиеся Р. с. могут работать и в режиме обучения и самообучения (см. *Обучение распознаванию образов* и *Самообучение распознаванию образов*), когда дополнительно используется априорная информация о распознаваемых сигналах, которая содержится в *обучающей выборке*. Режимы обучения и самообучения предшествуют режиму распознавания. В процессе этих режимов уточняются (конкретизируются) параметры Р. с. с целью выбора определенных, обычно оптимальных в к.-л. смысле, режимов ее работы. Обучающиеся и самообучающиеся Р. с. содержат соответствующие блоки обучения. Те Р. с., которые для целей уточнения своих параметров постоянно используют информацию, содержащуюся в предъявляемых для распознавания сигналах, получили название адаптивных, или самоприспосабливающихся, Р. с. (см. *Адаптация* в кибернетике). В этих Р. с. режимы обучения и распознавания не разделяются, а совершаются одновременно.

В процессе обучения, самообучения и адаптации могут изменяться параметры *решающего правила*, в частности, эталонные сигналы, а также параметры, определяющие наличие связей между отдельными блоками системы, т. е. структура системы, и т. п. Поскольку режимы обучения и самообучения предшествуют распознаванию, они могут быть осуществлены, напр., путем моделирования на ЦВМ. Полученные путем моделирования результаты обучения и самообучения используются для создания Р. с., которая становится необучаемой, т. к. необходимости в блоках обучения и самообучения уже нет. Перенастройка такой необучаемой Р. с. достигается повторным моделированием процессов обучения и самообучения на ЦВМ и заменой соответствующих частей.

Р. с. реализуется с помощью различных тех. средств. Роль Р. с. может играть ЦВМ, оснащенная устр-вом для ввода в нее сигналов и соответствующим *математическим обеспечением ЦВМ*. В этом случае ЦВМ чаще всего используют как средство для моделирования процессов распознавания и обучения распознаванию. На практике используются гл. о. необучаемые Р. с., напр., читающие автоматы. Обучающиеся Р. с. существуют в виде *программ* для ЦВМ. С помощью этих программ распознают, напр., отдельно произносимые слова устной речи, различают нефтеносные и водоносные пласты при бурении скважин, отличают близкие по симптомам заболевания, прогнозируют срок службы электронных приборов и т. п. Самообучающиеся и адаптивные Р. с. находятся пока на стадии теор. исследований и лабораторных экспериментов.

Лит.: Васильев В. И. Распознающие системы. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 284—292]; Кибернетика и вычислительная техника, в. 3. Распознавание образов. К., 1969; Файн В. С. Опознавание изображений. М., 1970 [библиогр. с. 284—296].

Т. К. Винцюк.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — одно из основных понятий *вероятностей теории*. Р. в. *случайной величины* ξ — это набор вероятностей, определяющий *вероятность* того, что случайная величина принимает значение из различных подмн-в числовой оси. Если возможные значения случайной величины образуют конечную или бесконечную последовательность, то Р. в. определяется заданием этих значений $x_1, \ldots, x_n, \ldots$, и соответствующих им вероятностей $p_1, \ldots, p_n, \ldots$. Напр., если ξ — число очков, выпадающих на верхней грани симметричной игральной кости, то Р. в. ξ задается следующей таблицей:

Возможные значения	1	2	3	4	5	6
Соответствующие вероятности	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Если ξ — число выстрелов до первого попадания в цель (вероятность попадания при одном выстреле равна p), то Р. в. ξ наз. геометрическим, и задается такой таблицей:

Возможные значения	Соответствующие вероятности
0	p
1	$(1-p)\ p$
2	$(1-p)^2\ p$
n	$(1-p)^n\ p$

Р. в. такого вида наз. дискретными. Наиболее важные примеры дискретных распределений — *Бернулли распределение* и *Пуассона распределение*. В случае дискретного Р. в. задание значений вместе с соответствующими вероятностями определяет вероятность попадания случайной величины в любое подмн-во A числовой оси по ф-ле $P\{A\} = P\{\xi \in A\} = \sum_{x_i \in A} p_i$. Однако задание Р. в. перечислением возможных значений в соответствующих вероятностей не всегда возможно, т. к. возможные значения могут сплошь заполнять целый промежуток, и, следовательно, их нельзя расположить в виде бесконечной последовательности. Напр., если случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, подобно погрешностям округления при измерениях непрерывных величин, то ξ может принимать любое значение на этом отрезке, причем вероятность каждого отдельного значения равна нулю. Р. в. таких случайных величин задается указанием вероятности того, что случайная величина принимает значения из любого наперед указанного интервала $[a, b]$. При этом достаточно указать вероятности попадания во все бесконечные полуинтервалы $(-\infty, x)$, то есть вероятности событий $\{\xi < x\}$. Вероятность $P\{\xi < x\} = F(x)$ зависит от x и наз. функцией распределения случайной величины ξ. Ф-ция распределения — неубывающая ф-ция, непрерывная слева и такая, что $0 \leqslant F(x) \leqslant 1$, $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$. Вероятности попадания в любой полуинтервал выражаются через ф-цию распределения, а именно, $P\{a \leqslant \xi < b\} = F(b) - F(a)$. При каждом x $P\{\xi = x\} = F(x+0) - F(x)$, где $F(x+0)$ — правый предел $F(x)$ в точке x; в частности, для случайных величин с непрерывной ф-цией распределения вероятность каждого отдельного значения равна нулю. Если существует неотрицательная ф-ция $p(x)$ такая, что при всех a и b $(a < b)$ $P\{a \leqslant \xi < b\} = \int_a^b p(x)\,dx$, то $p(x)$ наз. плотностью вероятности случайной величины ξ. Р. в., имеющие плотность, наз. непрерывными. Наиболее важные примеры непрерывных Р. в.— *нормальное распределение* и *показательное распределение*. Равномерное распределение на отрезке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ также непрерывно; его плотность вероятности равна 1 на отрезке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ и нулю вне этого отрезка. Если плотность вероятности непрерывна в точке x, то $p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$; интеграл от плотности по всей числовой оси равен 1. Задание вероятностей попадания случайной величины в интервалы однозначно определяет все вероятности вида $P\{\xi \in A\}$, где A — любое борелевское мн-во (класс борелевских мн-в содержит в частности все открытые и замкнутые мн-ва). *М. И. Ядренко.*

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА — задача о наиболее рациональном плане перевозки неоднородных взаимозаменяемых продуктов из пунктов производства в пункты потребления. Пусть имеется m пунктов произ-ва: $A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ и n пунктов потребления: $B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_n$. В пункте A_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ производится a_i единиц i-го продукта. Величина потребления в пункте B_j, выраженная в приведенных единицах, равна b_j. Коэфф. взаимозаменяемости единицы i-го продукта (производимого в пункте A_i) для удовлетворения потребности пункта B_j равен λ_{ij}. Транспортные издержки, связанные с перевозкой единицы i-го продукта из пункта A_i в пункт B_j, равны c_{ij}. Р. з. состоит в определении плана перевозок, *который минимизирует суммарные* транспортные издержки и при реализации которого удовлетворяются запросы всех пунктов потребления (с учетом взаимозаменяемости продуктов). Пусть x_{ij} — к-во i-го продукта, перевозимого из пункта A_i в пункт B_j. Тогда Р. з. математически формулируется следующим образом: определить значения переменных x_{ij} $(i = 1, \ldots, m,\ j = 1, \ldots, n)$ плана перевозок, минимизирующего суммарные транспортные издержки $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$ при условии:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i, \qquad i = 1, \ldots, m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_{ij}x_{ij} = b_j, \qquad j = 1, \ldots, n;$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, n.$$

Если все $\lambda_{ij} = 1$, то Р. з. превращается в обыкновенную *транспортную задачу*. *И. М. Мельник.*

РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДЫ — аппарат анализа процессов, протекающих в заданных электрических цепях (ЭЦ), и определения их параметров, т. е. распределения токов, напряжений, эдс и т. п.

Разработано много различных Р. э. ц. м., эффективность применения которых зависит от конфигурации ЭЦ, от типа ЭЦ (линейная или нелинейная ЭЦ, с постоянными или с переменными параметрами, с сосредоточенными или распределенными параметрами и т. п.), от видов сигналов источников энергии (постоянные или переменные сигналы, которые в свою очередь делятся на периодические и непериодические, а также синусоидальные, экспоненциальные, пилообразные и т. п.), от характера исследуемого режима (установившийся или переходной) и т. п.

Наиболее разработаны методы анализа линейных ЭЦ, для которых применим т. н. принцип наложения (принцип суперпозиции). Согласно этому принципу следствия, вызываемые в некоторой физ. обстановке совместным действием нескольких однородных причин, являются суммой следствий, вызываемых в той же обстановке каждой из этих причин в отдельности. Использование этого принципа дает возможность распространить результаты, полученные для простых случаев, на случаи более сложные. В связи с этим принципом разработан метод расчета линейных ЭЦ, согласно которому сложная задача расчленяется на ряд более простых, в каждой из которых в рассматриваемой сложной цепи действует только одна эдс или один источник тока, а все остальные источники энергии предполагаются отсутствующими.

Основу систем уравнений Р. э. ц. м. составляют соотношения между основными электр. величинами для каждой отдельной ветви ЭЦ (связь между током и напряжением) и правила Кирхгофа. В связи с этим могут быть получены соответственно следующие три группы ур-ний. К первой группе ур-ний относят ур-ния для отдельных элементов ЭЦ, записанных, например, для линейных ЭЦ на основании закона Ома. Вторая группа составляется на основе применения к каждому узлу ЭЦ первого правила Кирхгофа, согласно которому алгебр. сумма токов, втекающих (вытекающих) в замкнутую поверхность, равна нулю, т. е. $\sum_{k=1}^{m} i_k = 0$.

Третья группа ур-ний составляется на основе применения к замкнутым контурам ЭЦ второго правила Кирхгофа, согласно которому во всяком замкнутом контуре алгебр. сумма напряжений и эдс во всех ветвях равна нулю, т. е. $\sum_{k=1}^{n} U_k = 0$.

Расчет заданной ЭЦ всегда можно выполнить путем решения полной системы ур-ний второй или третьей группы с учетом ур-ний первой группы, однако с точки зрения упрощения вычислительных процедур в большинстве случаев оказывается более целесообразным составить иное матем. описание ЭЦ. Так, опираясь на понятия теории систем, для ЭЦ составляют векторные ур-ния пространства состояний

$$Y(t_0, t) = g[X(t_0); \quad V(t_0, t)];$$
$$X(t) = f[X(t_0); \quad V(t_0, t)],$$

где $X(t)$ — вектор переменных состояния; $V(t)$ — вектор произвольных функций входов (напр., независимые источники тока, напряжения), определенный в области изменения независимого аргумента (t_0, t); $Y(t)$ — вектор интересующих переменных (выходов ЭЦ); g и f — вектор-функции, характеризующие структуры отдельных составляющих ЭЦ и связей между ними. Выбор вектора состояния $X(t)$ в качестве основного вектора переменных ЭЦ облегчает использование методов матричного исчисления и векторного анализа для операций с большим числом неизвестных, входящих в исследуемые задачи.

В случае линейных ЭЦ с постоянными параметрами ур-ния состояния принимают стандартный вид (см. *Электрических цепей теория*)

$$\frac{dX}{dt} = AX + BV;$$
$$Y = CX + DV.$$

Однако, для целей анализа более удобна нормальная форма ур-ний состояния

$$\frac{dq}{dt} = \Lambda q + B_n V;$$
$$Y = C_n q + D_n V,$$

где $\Lambda = M^{-1}AM$, $B_n = M^{-1}B$, $C_n = CM$, $D_n = D$ и M — модальные матрицы.

В этом случае дифф. ур-ния оказываются решенными относительно новых переменных состояния $q_1, q_2, \ldots, q_n$, т. е. они имеют вид $\frac{dq_i}{dt} = \lambda_i q_i + f_i$, что приводит к упрощению анализа, где f_i — вынужденная ф-ция, воздействующая на i-ю переменную состояния.

Для анализа динамических процессов в ЭЦ используют различные формы представления сигналов и параметров цепей — комплексная, операторная, точечная и т. п.

Различают методы анализа, для которых эффект уменьшения к-ва вычислений достигается с помощью применения методов формального преобразования собственно ЭЦ (методы трансфигурации — преобразования — подсхем) и методы, общая идея которых заключается в особом выборе группы сигналов, характеризующих отдельные составляющие процессы в сложной ЭЦ, для которой можно составить и решить независимую систему ур-ний и через которую при помощи достаточно простых зависимостей можно выразить все оставшиеся неизвестные сигналы. Кроме того, существует отдельная группа методов расчета (прямые методы), которая позволяет в случае необходимости проще находить лишь искомые компоненты процесса в ЭЦ. Методы трансфигурации основаны на возможности замены ЭЦ в целом или отдельных ее частей (подсхем) более простыми цепями по определенным правилам. При таких преобразованиях интересующая система токов и напряжений (компонент действующих сигналов) не изменяется *(эквивалентные преобразования)*. Наряду с эквивалентными преобразованиями применяют и неэквивалентные преобразования; в результате замен получают новую ЭЦ с иными, чем в исходной цепи, сигналами, геометрическим образом и числом узлов и контуров, но такую, что между ее системой токов, напряжений и эдс и системой исходной ЭЦ сохраняется заданная взаимосвязь. При расчете по методам трансфигурации можно

выделить следующие этапы. 1) Расщепление ЭЦ на ряд подсхем, для каждой из которых ур-ния составляют в такой форме, которая позволяет упростить дальнейшее преобразование цепи. 2) Путем постепенного преобразования (свертывания) отдельных подсхем заданную цепь приводят к простейшему виду. 3) После расчета полученной цепи выполняют обратное преобразование цепи и приведение ее к исходному виду с одновременным нахождением всех искомых величин.

Простейшими примерами эквивалентных преобразований являются метод свертывания параллельных ветвей, метод эквивалентного генератора, метод преобразования n-лучевой звезды в эквивалентный многоугольник и др. Особо следует отметить обобщенный метод трансфигурации (метод подсхем). Осн. особенностью этого метода является то, что при составлении ур-ний подсхем стараются получить их в такой форме, при которой не требуется решения ур-ний связей между подсхемами. С этой целью все токи и напряжения отдельных подсхем цепи подразделяются на следующие четыре группы: $\rho_н$ — входные величины, характеризующие начало подсхемы; $\rho_к$ — выходные величины, характеризующие конец подсхем; $\rho_с$ — суммирующие величины; $\rho_о$ — общие величины. В общем случае $\rho_н$, $\rho_к$, $\rho_с$ и $\rho_о$ представляют многомерные векторы. Компонентами этих векторов могут быть токи и напряжения полюсов подсхем, а также их линейные комбинации. При расчете линейных цепей связь между этими векторными величинами выражается в виде линейных ур-ний, в качестве которых могут быть взяты, например, следующие:

$$\rho_н = \xi_{нк}\rho_к + \xi_{но}\rho_о + \bar{\rho}_н;$$

$$\rho_с = \xi_{ск}\rho_к + \xi_{сс}\rho_о + \bar{\rho}_с,$$

где $\xi_{нк}$, $\xi_{но}$, $\xi_{ск}$, $\xi_{сс}$ — некоторые матрицы; $\bar{\rho}_н$, $\bar{\rho}_с$ — векторы. Эти ур-ния являются основой обобщенного метода трансфигурации. Они составлены таким образом, что входные и суммирующиеся величины выражаются через выходные и общие. Такой способ составления осн. ур-ний ведет к макс. упрощению процедуры нахождения параметров эквивалентной цепи, так как она сводится или к простому суммированию матриц и векторов, или к операциям их умножения. Методы трансфигурации применимы к расчету сколь угодно сложных линейных ЭЦ. Применимость их для нелинейных ЭЦ ограничивается лишь некоторыми частными случаями.

Вторая группа методов имеет общее условное наименование методов определяющих координат (неизвестных). В эту группу входят метод контурных токов, метод узловых напряжений и общий метод определяющих координат. В методе контурных токов за осн. неизвестные выбирают те токи, которые представляют собой систему независимых токов в контурах цепи. При этом система из $s = p - b + 1$ ур-ний будет иметь вид $R \cdot I = E$, где b — число узлов, p — число ветвей ЭЦ, I и E — векторы соответственно контурных токов и суммарной эдс. R — матрица сопротивлений, причем R_{kk} и E_k собственное сопротивление и суммарная эдс k-го контура, R_{kl} — взаимное сопротивление между l-ым и k-м контурами. Для линейных ЭЦ матрица R симметричная, причем для цепей постоянного тока выполняется соотношение $|R_{kk}| \geqslant \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{n}|R_{kl}|$, которое для цепей переменного тока не всегда справедливо. Для метода узловых напряжений в качестве определяющих неизвестных принимают напряжения узлов ЭЦ U_k по отношению к некоторому базисному. С помощью первого правила Кирхгофа для каждого узла составляется система $r = b - 1$ ур-ний в матрично-векторной форме $GU = I$, где G — матрица собственных и взаимных проводимостей узлов, I — вектор независимых токов. Общие свойства матрицы G аналогичны свойствам матрицы R, однако для сложных ЭЦ, в которых число узлов меньше половины числа ветвей, порядок системы ур-ний по методу узловых напряжений, а следовательно, и мерность матрицы G, оказывается ниже, чем по методу контурных токов ($s = p - r$). В общем методе определяющих координат расчет цепей, как и в методах контурных и узловых напряжений, подразделяется на два этапа. Сначала составляют и решают ур-ния для определяющих токов и напряжений. Число определяющих величин выбирают минимально возможным. На втором этапе вычисляют все требуемые токи и напряжения, используя найденные определяющие величины и привлекая к расчету ур-ния, составляемые по закону Ома и правилам Кирхгофа. Пусть, напр., имеется некоторая ЭЦ с числом неизвестных N, причем схема цепи такова, что $n = N - m$ неизвестных могут быть выражены через m определяющих неизвестных. Обозначая эти последние через $x_1, x_2, \ldots, x_m$, можно написать ур-ния для вспомогательных n неизвестных

$$x_{m+1} = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_m),$$

$$x_{m+2} = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m, x_{m+1}),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_N = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_m, \ldots, x_{N-1})$$

и, кроме того, ур-ния общего вида

$$F_1(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0;$$

$$F_2(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$F_m(x_1, x_2, \ldots, x_N) = 0.$$

Путем подстановки ур-ний первой системы во вторую можно получить систему

$$\Phi_1(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0;$$

$$\Phi_2(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Phi_m(x_1, x_2, \ldots, x_m) = 0,$$

в которую входят только осн. (определяющие) неизвестные. Решив ее одним из методов (для нелинейных ур-ний, напр., методом Ньютона, *наискорейшего спуска методом* и т. п.), можно затем определить и остальные неизвестные с помощью ур-ний первой системы. Методы контурных токов и узловых напряжений являются частными случаями общего метода определяющих координат, когда в качестве определяющих величин выбраны соответственно или все контурные токи, или все узловые напряжения. В общем же случае в качестве осн. неизвестных можно выбирать одновременно как токи, так и напряжения.

При расчетах ЭЦ иногда необходимо определять не все токи и напряжения, а лишь некоторые из них. Методы, позволяющие находить требуемые токи и напряжения непосредственно или при помощи простых вспомогательных расчетов, наз. п р я м ы м и. В зависимости от характера искомых величин (токи, напряжения или же и токи и напряжения) прямые методы соответственно подразделяют на метод токов, метод напряжений и смешанный метод. Идея прямых методов заключается в следующем. Точки ЭЦ, между которыми требуется найти напряжения, замыкаются накоротко, а проводники, в которых требуется определить токи, размыкаются. В результате получается некоторая новая цепь, которая наз. основной. Расчет осн. цепи дает токи в местах короткого замыкания и напряжения между точками разрыва. Эти токи и напряжения являются правыми частями некоторой системы ур-ний, из которой можно найти искомые токи и напряжения в заданной цепи. Коэффициенты этой системы получаются как токи и напряжения в осн. цепи под действием вспомогательных источников единичных задающих токов и напряжений, поочередно включаемых в точки короткого замыкания и разрыва заданной цепи. При составлении расчетной системы ур-ний учитывают, что действительные токи в точках искомых напряжений, и напряжения в точках искомых токов равны нулю. Порядок системы ур-ний определяют числом искомых токов и напряжений цепи. Прямые методы позволяют составить систему ур-ний только для интересующих величин.

Системы ур-ний при расчете линейных ЭЦ удобно записывать в матричной форме. При использовании матричной записи расширяются возможности выполнения преобразований ЭЦ в общем виде. Комплексная запись системы ур-ний в матричной форме полезна также в связи с тем, что при использовании *вычислительных машин* для расчета ЭЦ широко применяют методы программирования и рационального решения систем ур-ний в их матричной записи.

Для любой ЭЦ без изменения токораспределения любое из сопротивлений можно заменить эдс, численно равной падению напряжения в заменяемом сопротивлении и направленной навстречу току в сопротивлении. Для линейных ЭЦ дополнительно справедлив принцип взаимности, согласно которому при взаимном перемещении эдс из одной ветви в другую ее действие (в виде появляющегося тока) на противоположную цепь не меняется. Указанные свойства широко используются при анализе простых и сложных ЭЦ.

Описанные выше методы расчета справедливы для ЭЦ с сигналами постоянного уровня и при соответствующей векторной записи для ЭЦ с переменными сигналами. Особое значение приобретают ЭЦ с переменными и нелинейными параметрами. Решение системы ур-ний, описывающей такие ЭЦ, сложно даже для сравнительно простых цепей, поэтому разработано много спец. методов, позволяющих более эффективно анализировать процессы в ЭЦ. Для ЭЦ со ступенчато изменяемыми во времени сопротивлениями, напр., используется метод, основанный на предварительном составлении т. н. временны́х цепных схем, в которых отдельные подсхемы соответствуют ЭЦ с инвариантным состоянием параметров в отдельные промежутки времени. Этот же метод используют и для приближенного расчета ЭЦ с непрерывно изменяемыми параметрами. Периодические процессы в ЭЦ с периодически же изменяемыми параметрами удобно рассчитывать путем применения правил и формул комплексного исчисления. К о м п л е к с н ы й м е т о д является обобщением метода комплексных амплитуд расчета цепей переменного тока. Этот метод имеет много общего с операторным методом. Он особенно удобен при изучении периодических режимов. Исследуемые цепи могут иметь как постоянные, так и переменные параметры и могут быть также нелинейными. Метод основан на применении прямого и обратного преобразований Фурье с конечными пределами

$$\dot{F}_\nu = \frac{j2}{T}\int_0^T e^{-j\nu\omega t} f(t)\,dt;$$

$$f(t) \approx \frac{1}{j2}\sum_{\nu=-n}^{\nu=n} e^{j\nu\omega t}\dot{F}_\nu.$$

Здесь $\dot{F}_\nu$ — комплексная амплитуда ν-ой гармоники (комплексное изображение) ф-ции $f(t)$, рассматриваемой в промежутке $0 < t < T$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — круговая частота осн. гармоники, n — число учитываемых гармоник. Для расчета нелинейных ЭЦ также применяют метод эквивалентных синусоид, метод гармонического баланса, метод медленно меняющихся амплитуд и т. д. При расчете переходных процессов в нелинейных ЭЦ и в ЭЦ с переменными параметрами находят применение интегральные методы расчета, основанные на применении

различных форм закона Ома — Дюамеля

$$\int_0^t i(\gamma)\,dt = \int_0^t y(t-\gamma)\,[U(\gamma) - \overline{U}(\gamma)]\,d\gamma =$$

$$= \int_0^t y(\gamma)\,[U(t-\gamma) - \overline{U}(t-\gamma)]\,d\gamma;$$

$$\int_0^t U(\gamma)\,dt = \int_0^t z(t-\gamma)\,[i(\gamma) - \overline{i}(\gamma)]\,d\gamma =$$

$$= \int_0^t z(\gamma)\,[i(t-\gamma) - \overline{i}(t-\gamma)]\,d\gamma.$$

Эти методы позволяют просто переходить от общих выражений к численным путем применения известных формул численного интегрирования и получать при этом более точные результаты, чем, напр., при применении конечноразностных методов. Эти методы облегчают также численные расчеты переходных процессов цепей с нелинейными и переменными параметрами по сравнению с методами, основанными на преобразованиях ф-ций методами Лапласа и Фурье, так как при этом не возникает необходимости выполнять операции установления связей между токами и напряжениями нелинейных элементов и элементов с переменными параметрами в операторной и комплексной формах.

Лит. см. к ст. *Электрических цепей теория.*
В. В. Аристов.

РАСЧЁТНЫЙ СТОЛ ПОСТОЯННОГО ТОКА, расчетная модель электрической системы — установка, представляющая собой модель-аналог сложной электрической системы. Р. с. п. т. позволяет заменять громоздкие расчетные операции измерениями токов, напряжений и мощностей на модели. Впервые Р. с. п. т. были применены в 1913—15 в Германии для расчета сложных городских электросетей переменного тока. Широкому применению их для расчета токов короткого замыкания способствовал метод симметричных составляющих, позволяющий сравнительно просто определять токи при несимметричных коротких замыканиях. В СССР первые Р. с. п. т. для расчета токов короткого замыкания были разработаны в 1934.

Элементы электр. сети переменного тока характеризуются в основном индуктивными сопротивлениями. Поэтому, если пренебречь активными сопротивлениями этих элементов системы, а индуктивные представить активными, погрешность, вызванная таким упрощением, а также тем, что не принимается во внимание сдвиг фаз эдс генераторов по отношению друг к другу, будет невелика. Это позволило создать простые Р. с. п. т., в которых активные сопротивления изображают реактивные, а в некоторых случаях — полные сопротивления моделируемых систем. Скорость получения результатов на этих моделях, простота, надежность в эксплуатации и невысокая стоимость способствует тому, что Р. с. п. т. применяются и сейчас. На них производят расчеты распределения активных и реактивных мощностей в нормальных режимах электр. системы, токов короткого замыкания, местных (городских, сельских, фабрично-заводских) электр. сетей. С помощью универсальных Р. с. п. т. можно исследовать схемы любых энерг. систем. Недостатком таких моделей является плохая наглядность собранной электр. схемы. Специализированные же Р. с. п. т. моделируют конкретную электр. систему и — при большой наглядности — позволяют быстро, с миним. к-вом операций получать решения оперативных задач, возникающих при эксплуатации энергосистем.

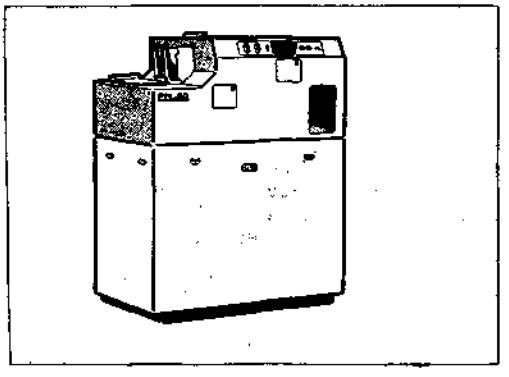
Работа по усовершенствованию Р. с. п. т. ведется в направлении повышения точности и наглядности, автоматизации процессов расчета и измерения, уменьшения размеров установок. Расширяется и область применения подобных устр-в. Необходимость в повышенной точности расчетов очень широкого круга задач привела к созданию более точных расчетных столов, но уже не постоянного, а переменного тока.

Лит.: Азарьев Д. И. Математическое моделирование электрических систем. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 203—207]; Веников В. А. Теория подобия и моделирование применительно к задачам электроэнергетики. М., 1966 [библиогр. с. 478—482].
А. А. Ефимов.

РАСШИФРОВОЧНАЯ МАШИНА — машина, расшифровывающая информацию, записанную на перфокартах, и печатающая ее в алфавитно-цифровом коде на тех же, либо на других перфокартах. Р. м. входит в комплект счетно-перфорационных и цифровых вычислительных машин. Р. м. позволяет содержать документацию (картотеку, каталоги, ведомости и т. п.) в виде, удобном как для автоматической обработки, так и для визуального пользования ею, и накапливать на перфокартах справочную информацию путем автоматического переноса ее с рабочих карт.

Существуют Р. *м.* для однократного печатания содержания *перфорационной карты* на ее верхнем чистом поле (11 или 12 позиции) и для периодической печати данных между позициями перфокарты. Каждое новое поступление данных перфорируется на карте, затем, при пропуске через Р. м., печатается в виде отдельной строки. В наиболее быстродействующих Р. м. перфокарты подаются широкой стороной вперед, отверстия всех колонок воспринимаются параллельно. Печатание осуществляется многоразрядным печатающим устройством со скоростью порядка 100 карт в 1 *мин.* В Р. м. более простых конструкций расшифровка перфокарт, подаваемых узкой стороной вперед, выполняется поколонно, а печать—одноразрядным устройством. Скорость работы — порядка 40 карт в 1 *мин.* Отечественная Р. м. типа РМ-80 (рис.) выполняет печатание расшифрованной с перфокарт информации на те же карты, печатание накопленной в запоминающем устройстве (ЗУ) информации с группы рабочих перфокарт (не более 6) на одну т. н. накопительную карту, перепечаты-

вание информации с одной перфокарты на группу последующих перфокарт. В состав печатаемой информации могут включаться постоянные данные (признаки), задаваемые импульсатором. Техническая скорость работы этой Р. м.— 100 карт в 1 *мин*, емкость печатающего механизма — 60 разрядов, количество печатаемых символов — 45. За один проход перфокарты печатается одна строка, всего на перфокарте может быть отпечатано 13 строк с каждой стороны. Строки для печати выбираются произвольно, коммутацией либо последовательно, автоматически, при помощи специальных пробивок в конце отпечатанной строки. Осн. узлы машины: механизм транспортировки карт, два щеточных блока считывания, схема управления, механизм останова, блок памяти и печатающий механизм. Первый блок считывания, куда направляется отделенная от общего массива перфокарта, воспринимает надсечки управления и вырабатывает сигналы управления печатающим механизмом, распределения печатаемой информации по колонкам перфокарты, распределения перфокарт по приемным карманам. Фотодатчик, мимо которого карта проходит после первого блока считывания, по специальным отметкам, перфорируемым на карте в процессе предыдущей печати, выбирает строку печати. Второй блок считывания направляет считанную информацию в ЗУ. Затем карта посылается в печатающий механизм и упорами механизма останова останавливается на строке, выбранной фотодатчиком, либо на постоянной строке, заданной коммутацией на коммутационной доске. В печатающем механизме ротационного типа вращение барабана, набранного из 60 печатающих колес, контролируется генератором синхронизирующих импульсов, связанным с ЗУ. За один оборот отпечатываются все разряды строки. После печатающего механизма перфокарта направляется в один из двух приемных карманов, в зависимости от положения электромагнита сортировки, управляемого первым блоком считывания.



Расшифровочная машина РМ-80.

Лит.: Королева Е. П. Счетно-перфорационные машины. М., 1965; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Раздел: Вводные и выводные устройства электронных вычислительных машин. М., 1966. *И. Т. Пархоменко.*

РА́УСА КРИТЕ́РИЙ, Рауса — Гурвица критерий — один из *устойчивости критериев*. См. также *Гурвица теорема*.

РЕА́ЛЬНЫЙ МАСШТА́Б ВРЕ́МЕНИ — характеристика скорости вычислительного процесса, протекающего в темпе, обеспечивающем обслуживание некоторого внешнего процесса, не зависящего от ЦВМ (см. *Обработка информации в реальном масштабе времени*). В отличие от Р. м. в., связанного с задачами управления производственными и др. процессами, часто бывает целесообразно в исследовательских целях проводить моделирование какого-либо процесса на ЦВМ в ускоренном или замедленном темпе. В некоторых случаях темп моделирования переменный, т. е. временные интервалы моделирующего процесса не пропорциональны соответствующим интервалам моделируемого процесса. Эти случаи относят к понятию моделирования в условном масштабе времени. *А. И. Никитин.*

РЕГЕНЕРА́ЦИЯ информации в вычислительных устройствах — перезапись информации с целью ее длительного сохранения. Сохранность информации нарушается либо из-за свойства запоминающей среды сохранять определенное состояние, соответствующее хранимой информации, ограниченное время, либо при воздействии сигналов считывания. В первом случае периодичность Р. определяется временем наступления необратимых изменений состояний запоминающей среды, характерных для ЗУ на электронно-лучевых приборах, акустических линиях задержки, конденсаторах. Во втором — Р. постоянно сопутствует процессу считывания и для нее отводится определенное время в цикле обращения (в ЗУ с ферромагнитными запоминающими элементами). Необходимость применения Р. приводит к увеличению аппаратурных затрат и снижению скорости работы ЗУ, поэтому все чаще разрабатывают ЗУ, не требующие Р. (со считыванием без разрушения информации). *Ф. Н. Зыков.*

РЕГИ́СТР — *блок ЦВМ типовый*, предназначенный для промежуточного хранения слов в процессе выполнения операций, а также для преобразования слов с помощью *сдвига*. Р. являются передаточными звеньями между *запоминающими устройствами* ЦВМ и блоками, непосредственно преобразующими информацию. Р. в общем случае выполняют на триггерах и логических элементах. Ввод информации в триггеры Р. и съем ее с триггеров наз. операцией передачи слов между Р. Эту операцию можно осуществить параллельно и последовательно. При последовательном способе выполнения операции все разряды слова передаются поочередно один за другим. Такой способ тождественен операции сдвига (является ее частным случаем). При параллельном способе выполнения операции передачи все разряды слова передаются одновременно. Момент передачи на Р. определяется соответствующим управляющим сигналом $u_п$. При вводе в Р.

n-разрядного слова $x_1, x_2, \ldots, x_n$ выражения для сигналов, представляющих собой вводимую информацию на единичном (Y_{1i}) и нулевом (Y_{0i}) входах триггера i-го разряда Р., можно представить так:

$$Y_{1i} = u_п \cdot x_i; \quad Y_{0i} = u_п \cdot \bar{x}_i.$$

В этом случае новая информация может поступать в Р. независимо от уже содержащейся в нем информации. Для съема информации с Р. используют соответствующие управляющие сигналы, определяющие момент выдачи и тип *кода*, который выдает слово: прямой код-сигнал $u_{вп}$ и обратный — $u_{во}$. Тогда выходные сигналы Р. при выполнении ими данной операции определяются выражениями: $z_i' = u_{вп} \cdot x_i$; $z_i'' = u_{во} \cdot \bar{x}_i$. При передаче кода с одного Р. на другой операцию выдачи с первого Р. можно объединить с операцией ввода на второй Р.

Операция сдвига на Р. заключается в перемещении всех цифр на одинаковое количество разрядов в одном направлении. В качестве элементарной операции над словом обычно применяется сдвиг на один разряд. Если слово необходимо сдвинуть на большее число разрядов, эта операция повторяется соответствующее число раз. Р., в которых постоянно осуществляется циклическая операция сдвига, наз. динамическими (они реализуются, как правило, на различного типа линиях задержки). В общем случае при выполнении элементарной операции сдвига значения сигналов переноса на единичном и нулевом входах триггера i-го разряда выражаются следующими ф-циями:

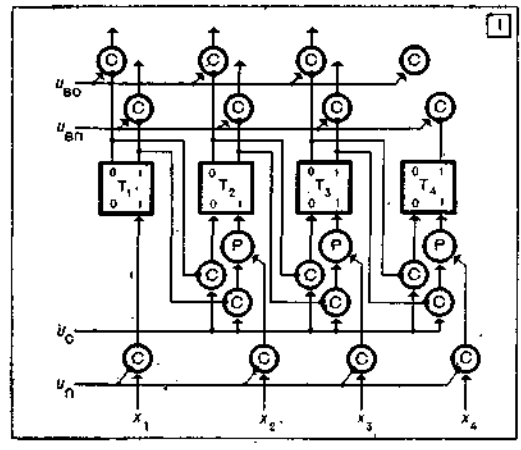
$$Y_{1i} = u_с x_{i+k}; \quad Y_{0i} = u_с \cdot \bar{x}_{i+k},$$

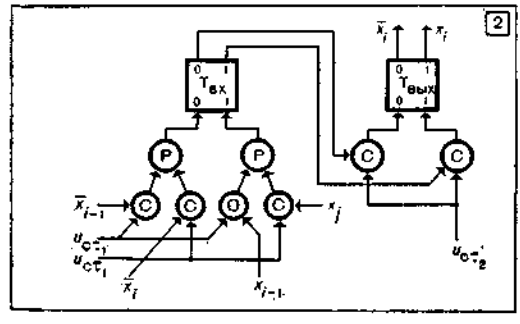
где x_{i+k}, $\bar{x}_{i+k}$ — прямой и инверсный выходы триггера $(i + k)$-го разряда, $u_с$ — управляющий сигнал, производящий сдвиг на k разрядов.

Для получения выражения, описывающего работу Р., построенного из элементов определенной элементной структуры, необходимо систему его переключательных функций выразить в элементных операторах этой структуры, т. е. перевести их в операторную форму (см. *Элементный синтез ЦВМ*).

Общая блок-схема Р. в *потенциально-импульсной элементной структуре ЦВМ* представлена на рис. 1. Вентили в триггерах образуют *дизъюнкции* импульсных сигналов и *конъюнкции* импульсного и потенциального сигналов с импульсным выходом. Исходя из этих условий тип управляющих сигналов выбирают в зависимости от вида сигналов и операции, которая выполняется над словом. Так, сигнал сдвига $u_с$ должен быть импульсным, сигнал передачи $u_п$—потенциальным, если *код* вводимого слова сформирован на импульсных сигналах (напр., при поступлении из запоминающего устройства машины), или импульсным, если слово представлено потенциальными сигналами (напр., при передаче из другого Р.).

В соответствии с составом операторов *импульсной элементной структуры ЦВМ* Р. в ней выполняются на импульсных элементах и схемах совпадения и разделения (без свойств запоминания информации) и динамических триггерах, снабженных входными задержками (для обеспечения условий правильного обмена информацией). Характерной чертой импульсной элементной структуры, отражающейся на построении Р., является наличие лишь прямого выхода у триггеров. Поэтому, если необходимо иметь также инверсный выход





1. Блок-схема регистра в импульсно-потенциальной элементной структуре со сдвигом вправо: $u_п$ — управляющий потенциал передачи на регистр слова x_1, x_2, x_3, x_4; С — импульсно-потенциальное совпадение; Р — импульсное разделение сигналов.
2. Блок-схема разряда регистра в потенциальной элементной структуре: $u_{ст_1}$, $u_{ст_2}$ — сигналы, управляющие сдвигом.

триггера, в качестве отдельного разряда Р. применяют триггерные каскады, состоящие из двух триггеров, которые всегда устанавливаются в противоположное состояние, образуя тем самым прямой и инверсный выход по отношению к запоминаемому сигналу.

При построении Р. в *потенциальной элементной структуре ЦВМ* для выполнения условий правильного обмена информацией при сдвиге в каждом разряде также применяются триггерные каскады из двух триггеров. Сдвиг при этом выполняется за два такта

(рис. 2). С помощью сигнала $u_{ст_1}$ код в Р. сдвигается с основных триггеров одних разрядов на вспомогательные триггеры других разрядов, а затем с помощью сигнала $u_{ст_2}$ информация сдвигается с вспомогательных триггеров на основные в тех же самых разрядах. Т. о., информация вводится на любой триггер и снимается с него с помощью разных управляющих сигналов, разнесенных во времени. При этом сигналом сдвига в соответствующую сторону является сигнал $u_{ст_1}$, а управляющий сигнал $u_{т_2}$ может поступать непрерывно в виде серии и, по мере изменения кода во входных триггерах, переводить этот код на выходные триггеры.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]. *В. Н. Коваль.*

РЕГРЕ́ССИЯ — закон изменения условного математического ожидания одной случайной величины в зависимости от значений другой. Р. $m(x)$ *случайной величины* η на случайную величину ξ — это ф-ция от x, равная условному среднему значению величины η при фиксированном значении величины $\xi = x$. Ф-ция $m(x)$ наз. ф-цией Р. Если $m(x) = \theta_1 + \theta_2 x$, то $m(x)$ — ф-ция линейной Р., а величины θ_1 и θ_2 — коэфф. Р. Если ξ и η независимы, то $m(x) = \text{const}$. Ф-ция Р. обладает следующим свойством минимальности: среди всех ф-ций $\varphi(\xi)$ от случайной величины ξ ф-ция $m(\xi)$ минимизирует значение $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, т. е. ф-ция $m(\xi)$ дает наилучшее представление величины η в том смысле, что среднее значение $[\eta - \varphi(\xi)]^2$ достигает минимума при $\varphi(\xi) = m(\xi)$. Ф-ция $m(\xi)$ является ф-цией, которая максимизирует коэфф. *корреляции* между величинами η и $\varphi(\xi)$. Если случайные величины ξ и η имеют совместное *нормальное распределение* с *математическими ожиданиями* m_1 и m_2, *дисперсиями* σ_1^2, σ_2^2 и коэфф. корреляции ρ, то Р. η на ξ является линейной и равна $m(x) = m_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x - m_1)$.

На практике часто используют так называемые ф-ции средней квадратической регрессии (с. к. р.), которые в большинстве случаев отличны от ф-ций Р. При рассмотрении ф-ций $\varphi(\xi)$, среди которых ищется ф-ция, минимизирующая $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, ограничиваются обычно ф-циями, принадлежащими некоторому достаточно просто описываемому классу K. Если среди ф-ций $\varphi(\xi)$, принадлежащих заданному классу K, существует ф-ция $q(\xi)$, минимизирующая величину $M[\eta - \varphi(\xi)]^2$, то $q(x)$ наз. ф-цией с. к. р. Типичным и наиболее часто употребляемым классом K является класс ф-ций, описываемый конечным фиксированным числом параметров, напр., множество всех многочленов данной степени r или множество всех линейных комбинаций конечного числа известных ф-ций. Простейшим является случай линейной с. к. р. При этом ищется наилучшее линейное приближение величины η с помощью величины ξ, т. е. такая линейная ф-ция $\varphi(\xi) = \theta_1 + \theta_2\xi$, для которой ср. значение величины $[\eta - \varphi(\xi)]^2$ принимает наименьшее значение. Простой подсчет показывает, что в этом случае $q(x) = m_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x - m_1)$, где m_1 и m_2 — соответственно средние значения, σ_1^2 и σ_2^2 — дисперсии, а ρ — коэфф. корреляции величин ξ и η. Если случайные величины ξ и η имеют совместное нормальное распределение, то ф-ция с. к. р. совпадает с ф-цией Р. Вообще, в том случае, когда ф-ция Р. $m(x)$ — прямая линия, она совпадает с ф-цией линейной с. к. р.

Понятие ф-ции Р. обобщается на случай любого конечного числа случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$. Ф-цией Р. $m_1(t_2, t_3, \ldots, t_k)$ величины ξ_1 относительно величин $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$ наз. условное среднее значение величины ξ_1 при условиях $\xi_2 = t_2, \xi_3 = t_3, \ldots, \xi_k = t_k$. Если $f(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ — совместная плотность распределения вероятностей величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_k$, то

$$m_1(t_2, t_3, \ldots, t_k) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x f(x, t_2, \ldots, t_k)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, t_2, \ldots, t_k)\,dx}.$$

Множество точек $(m_1, t_2, \ldots, t_k)$, расположенное в k-мерном пространстве, наз. поверхностью Р. Аналогично случаю двух величин определяется и с. к. р. Напр., линейной с. к. р. величины ξ_1 относительно $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$ наз. величина $\theta_1 + \theta_2\xi_2 + \ldots + \theta_k\xi_k$, которая дает наилучшее приближение или линейную оценку величины ξ_1 с помощью $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_k$ в том смысле, что среднее значение $M[\xi_1 - (\theta_1 + \theta_2\xi_2 + \ldots + \theta_k\xi_k)]^2$ принимает наименьшее возможное значение.

В практических приложениях часто встречаются задачи, в которых случайная величина η зависит от одной или нескольких неслучайных переменных $t_1, t_2, \ldots, t_k$. Среднее значение величины η является ф-цией $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ от $t_1, t_2, \ldots, t_k$ и наз. ф-цией Р. Большое число практически важных задач статистики, связанных с определением влияния некоторых известных факторов на случайный исход эксперимента, можно рассматривать как задачи определения ф-ции Р. Матем. исследование оценок ф-ции Р. и изучение качества этих оценок по данным эксперимента составляет содержание регрессионного анализа.

Предположим, что для наборов $(t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \ldots, t_k^{(1)}), (t_1^{(2)}, t_2^{(2)}, \ldots, t_k^{(2)}), \ldots, (t_1^{(n)}, t_2^{(n)}, \ldots, t_k^{(n)})$ получено n соответствующих им наблюдений $y_1, y_2, \ldots, y_n$ величины η. Последовательность наборов $(t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, t_3^{(1)}, \ldots, t_k^{(1)}), \ldots, (t_1^{(n)}, t_2^{(n)}, \ldots, t_k^{(n)})$ может либо опреде-

ляться условиями эксперимента, либо задаваться экспериментатором. Представляет интерес как оценка по наблюдениям $y_1, y_2, \ldots, y_n$ неизвестной ф-ции Р. $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$, так и качество полученной оценки. При рассмотрении этой задачи относительно наблюдений $y_1, y_2, \ldots, y_n$ и вида ф-ции $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ делаются определенные предположения. Обычно предполагается, что ф-ция $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ принадлежит некоторому классу ф-ций, зависящему от конечного числа параметров (напр., что $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ имеет вид $\theta_0 + \theta_1 t + \ldots + \theta_k t_k$ — линейная Р.). Значения параметров, отвечающие эксперименту, неизвестны. В этом случае для оценки ф-ции Р. $m(t_1, t_2, \ldots, t_k)$ оценивают по наблюдениям неизвестные параметры. Наиболее простым предположением о наблюдениях $y_1, y_2, \ldots, y_n$ является предположение, что эти наблюдения независимы и имеют одинаковую неизвестную дисперсию σ^2. Для оценки неизвестных параметров ф-ции Р. используются обычные методы оценки (см. *Статистические оценки*). Если известно распределение вероятностей величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$, то можно использовать метод макс. правдоподобия. Во многих случаях, напр., физ. гипотезы позволяют предполагать, что наблюдения $y_1, y_2, \ldots, y_n$ имеют нормальное распределение. Если ф-ция Р. линейна и $k = 1$, т. е. $m(t) = \theta_0 + t\theta_1$, то совместная плотность распределения величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$

$$p(y) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}[y_i - (\theta_0 + \theta_1 t^{(i)})]^2\right\},$$

а оценки макс. правдоподобия $\hat{\theta}_0$ и $\hat{\theta}_1$ для неизвестных параметров θ_0 в θ_1 имеют вид

$$\hat{\theta}_0 = \bar{y} - \hat{\theta}_1 \cdot \bar{t},$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(t^{(i)} - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t^{(i)} - \bar{t})^2};$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t^{(i)}, \qquad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i.$$

Второй метод оценки неизвестных параметров ф-ции Р.— *наименьших квадратов метод*— используется чаще из-за простоты получения оценок. Этот метод состоит в том, что в качестве оценок неизвестных параметров принимаются значения, минимизирующие сумму

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i - m(t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \ldots, t_k^{(i)})]^2.$$

Для случая гауссовских случайных величин $y_1, y_2, \ldots, y_n$ оценки, полученные по методу наименьших квадратов, совпадают с оценками макс. правдоподобия. Хотя при заданном n оценки, полученные по методу наименьших квадратов, могут быть значительно хуже оценок метода макс. правдоподобия, во многих случаях при больших n качество оценок обоих типов примерно одинаково. Для случая связанных наблюдений $y_1, y_2, \ldots, y_n$ получены результаты о свойствах оценок наименьших квадратов в основном при $k = 1$ (задачи Р. в *случайных процессов теории*).

Понятие Р. широко применяется в практических задачах, которые выявляют влияние одного или нескольких факторов на случайный исход эксперимента.

Лит.: Кramер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. М., 1948 [библиогр. с. 612—620]; Уилкс С. Математическая статистика. Пер. с англ. М., 1967 [библиогр. с. 601—619].

А. Я. Дороговцев.

РЕГУЛИ́РОВАНИЕ ЗАПА́СОВ — см. *Запасов теория.*

РЕГУЛИ́РОВАНИЯ ЗАКО́Н — зависимость, согласно которой сигнал ε, пропорциональный ошибке в *следящих системах* и *системах программного управления* или отклонению регулируемой величины от заданного значения в *стабилизации системах*, преобразуется (в общем случае оператором) в управляющее воздействие u.

Формирование Р. з. осуществляется в соответствии с *алгоритмом* преобразования сигнала, проходящего через регулятор (корректирующее устр-во) в направлении вход — выход. В ряде случаев в формировании Р. з. участвуют сигналы различных *обратных связей:* «жестких», если сигнал пропорционален регулирующему воздействию, и «гибких», если в оператор входят производные.

В реальных системах Р. з. выполняется с известными ограничениями, которые определяются областью нормальных режимов работы объекта, регулятора или корректирующих устройств и др. элементов системы. В системах пром. автоматики наибольшее распространение получили следующие Р. з.: 1) пропорциональный $u = K_1\varepsilon$, реализуемый статическим или П-регулятором с параметром настройки K_1; 2) интегральный $u = K_2\int\varepsilon dt$, реализуемый астатическим или И-регулятором с параметром настройки K_2; 3) пропорционально-интегральный

$$u = K_1\varepsilon + K_2\int\varepsilon dt = K_1\left(\varepsilon + \frac{1}{T_и}\int\varepsilon dt\right),$$

реализуемый изодромным или ПИ-регулятором с параметрами настройки K_1 и $T_и = \frac{K_1}{K_2}$; 4) пропорционально-интегрально-дифференциальный

$$u = K_1\varepsilon + K_2\int\varepsilon dt + K_3\frac{d\varepsilon}{dt} =$$

$$= K_1\left(\varepsilon + \frac{1}{T_и}\int\varepsilon dt + T_п\frac{d\varepsilon}{dt}\right),$$

реализуемый изодромным с предварением или ПИД-регулятором с параметрами настройки K_1, $T_и = \frac{K_1}{K_2}$ и $T_п = \frac{K_3}{K_1}$. В связи с тем, что для целей управления широко применяют цифровую вычисл. технику, используют и дискретные аналоги приведенных выше Р. з.

Лит.: Стефани Е. П. Основы расчета настройки регуляторов теплоэнергетических процессов. М., 1960; Оппельт В. Основы техники автоматического регулирования. Пер. с нем. М., 1960 [библиогр. с. 592—603]. *О. Л. Цыганков.*

РЕГУЛИРУЮЩИЕ СИСТЕМЫ ОРГАНИЗМА — сложные структуры, принимающие и перерабатывающие информацию и использующие ее для регулирования параметров на уровне клеток, органов, функциональных систем и организма в целом. В структурах каждого уровня можно условно выделить «рабочие» и «управляющие» *подсистемы*, а функции каждой структурной единицы можно поделить на внешние и внутренние (см. *Биологические системы*). Основу жизнедеятельности организма на уровне клеток составляют непрерывные и дискретные внутриклеточные процессы в специализированных (дифференцированных) клетках, обеспечивающих функции всего организма. Внутренние функции клеток универсальны (напр., получение энергии и размножение), внешние — наоборот, имеют ярко выраженную специфику (напр., сокращение, синтез и выделение гормонов и ферментов, продукция нервных импульсов). Все внутриклеточные процессы регулируются и управляются регулирующими подсистемами ДНК — РНК — белки. Клетки обладают разной степенью независимости — вплоть до полного подчинения управляющим воздействиям целого организма. Органы не являются универсальным структурным элементом организма, т. к. некоторые аналогичные функции выполняются специфическими клетками, рассредоточенными по всему телу. Однако некоторые органы имеют четко ограниченные функции, законченную структуру и обладают значительной саморегуляцией. Поэтому их можно рассматривать как системы (напр., сердце, почки, печень). Правда, в большинстве случаев в деятельности органа преобладают или низшие закономерности (клеточные), или высшие — управляющие организмом как целым. В структуре органов представлены специфические («рабочие») клетки, определяющие основную функцию, поддерживающие, питающие и регулирующие. Через регулирующие клетки осуществляются «входы» на орган, а «выходы» являются специфической функцией, воздействующей на др. органы и клетки. Эта функция может быть также и регулирующей, напр., для эндокринных желез.

Регулирование деятельности органа осуществляется с помощью воздействий со стороны организма (регулирующих, питающих и очищающих), действия собственных регулирующих подсистем, напр., местных нервных узлов или местных гормонов, и действия регулирующих механизмов «рабочих» клеток, определяющих способность менять свою функцию в зависимости от внешних воздействий, приспосабливаться к изменениям «входов» во времени. Осн. функция органа меняется во времени в зависимости от специфики и от регулирования — от дискретных функциональных циклов (сокращение сердца) до более или менее монотонной деятельности (например, выделение мочи).

Уровень функциональных систем (типа сердечно-сосудистой, дыхательной, выделительной или нервной) можно лишь условно рассматривать как самостоятельный, поскольку их деятельность сильно зависит от органов и управления целым организмом. Обычно они состоят из главного органа и вспомогательных, выполняющих функции передачи воздействий вовне или к др. системам. Функциональные системы имеют местное регулирование, но бо́льшее значение имеют спец. механизмы, регулирующие частные функции целого организма, заложенные в его регулирующих системах.

Организм является целостной системой. Клетки являются его элементами, органы, системы органов — подсистемами. Функции организма можно условно назвать программой, понимая под ней последовательность во времени частных функциональных актов в структурах всех уровней, обеспечивающих выполнение биол. цели. В сущности, инстинкт является такой программой, а рефлексы, вплоть до частных функций клеток, иерархией подпрограмм. У человека, кроме этого, есть еще программы социального поведения, привитые обществом.

В каждом инстинкте-программе можно условно выделить две компоненты: внешнюю и внутреннюю. Внешние функции высших организмов выражаются главным образом в движениях, обеспечивающих перемещение в пространстве, воздействиях на окружающие предметы, передаче информации. У человека последняя функция развита особенно (речь и другие системы знаков). Последовательность двигательных актов можно определить как программы поведения, которые для человека и высших животных рассматривает психология. Движениями управляет анимальная нервная система, получающая информацию о внешнем и частично о внутреннем мире через органы чувств и перерабатывающая ее в целой иерархии нервных структур. Осн. единицей функции является рефлекс. Внутренние функции организма представлены деятельностью всех его внутренних органов, обеспечивающих энергетически и материально внешние функции — сокращение мышц, деятельность нервной системы и органов чувств.

С точки зрения механизмов управления выделяют четыре Р. с. о. Первая — химическая неспецифическая (система крови и лимфы), вторая — эндокринная или химическая специфическая, третья — нейровегетативная и четвертая — анимальная нервная система (НС). Все Р. с. о. последовательно возникли на заре эволюции многоклеточных организмов. Первая система возникла тогда, когда образовалась замкнутая внутренняя среда, меняя состав которой, клетки получили возможность

воздействовать друг на друга; вторая — когда часть клеток оказалась внутри органов, потеряла прямую связь с внешней средой, целиком попала в зависимость от внешних клеток и «была вынуждена» регулировать их деятельность выделением во внутреннюю среду активных хим. продуктов. Третья Р. с. о. образовалась в процессе специализации внутренних клеток — как система, необходимая (в отличие от второй Р. с. о.) для их целенаправленного, а не генерализованного управления. Четвертая Р. с. о. возникла как инструмент управления движениями организма в зависимости от воздействия внешней среды.

Можно сформулировать несколько «законов» развития и функционирования Р. с. о. 1. Р. с. о. последовательно возникли на ранних этапах эволюции при появлении новых рабочих функций. 2. Чем «моложе» система, тем более специализированно ее действие, у́же круг клеток, которые она регулирует, короче периоды ее воздействия. Так, первая Р. с. о. непрерывно регулирует все клетки, вторая тоже действует на все клетки, но ее эффект весьма изменчив во времени, третья регулирует только некоторые функции внутренних органов и сосуды, четвертая управляет только поперечно-полосатой мускулатурой. 3. Все Р. с. о. развиваются в процессе эволюции, но быстрее и интенсивнее развиваются более новые, особенно четвертая. В процессе развития каждой Р. с. о. формируется сложная структура иерархических этажей с вертикальными связями. Одновременно закладываются горизонтальные связи между соответствующими этажами близких Р. с. о. 4. Клетки новых Р. с. о. находятся под воздействием «старых», но и сами могут регулировать некоторые отделы старых (принцип прямых и *обратных связей*). 5. Новые Р. с. о. получают информацию через свои рецепторы или от старых Р. с. о. Каждая Р. с. о. имеет свои эффекторы, а также действует через старые Р. с. о. Упрощенная схема Р. с. о. показана на рис.

Первую Р. с. о.— химическую неспецифическую — лишь условно можно назвать регулирующей, поскольку в нее входят все клетки организма, в процессе своей жизнедеятельности изменяющие содержание в крови простых хим. соединений: солей, воды, газов и глюкозы. В силу присущей всем клеткам способности к саморегуляции специфические органы (сердце, печень и др.) в состоянии сами поддерживать некоторое постоянство внутренней среды, даже без участия высших Р. с. о. Это их саморегулирующее действие учитывается при выделении первой Р. с. о. Структура ее представляет собой сеть из «рабочих» органов, связанных друг с другом через кровь, через содержание в крови простых неорганических и органических веществ.

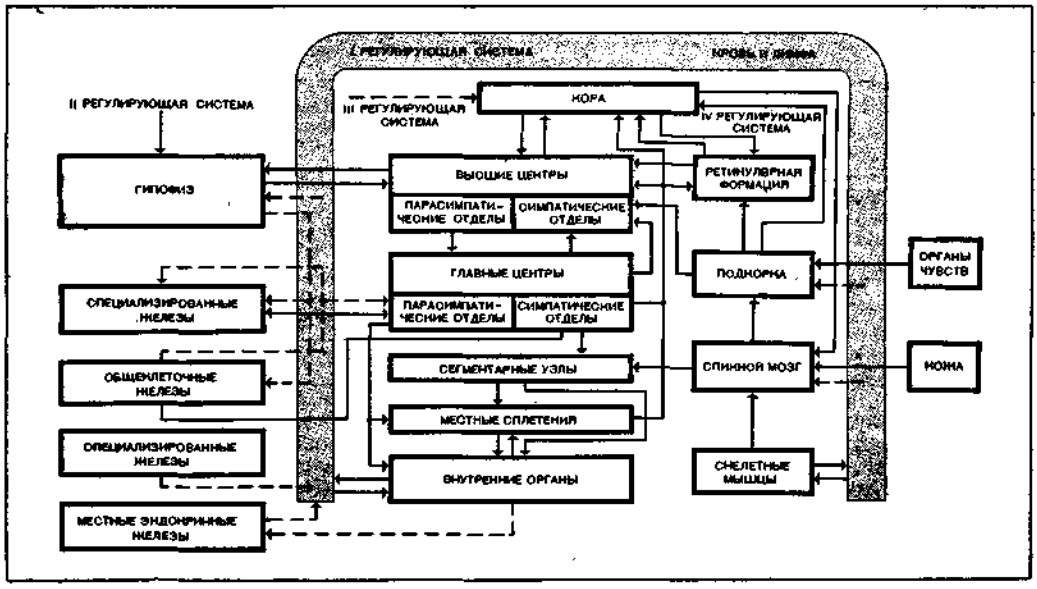


Схема регулирующих систем организма.

Действующими агентами второй Р. с. о.— эндокринной — являются гормоны, выделяемые клетками эндокринных желез непрерывно или под воздействием нервных импульсов из третьей Р. с. о. или под действием гормонов других желез. Состав крови постоянно влияет на железы «снизу». Существует сложная система эндокринных желез, построенная по иерархическому принципу. В целом вторую Р. с. о. можно представить как сложную сеть желез, объединенных прямыми и обратными связями (положительными и отрицательными), воздействующую на «рабочие» органы, на высшие Р. с. о.

Основной принцип третьей Р. с. о.— нервно-вегетативной — «химия — нерв — химия». Нервные окончания (интерорецепторы) воспринимают изменения хим. состава и давления в тканях, преобразовывая их в нервные импульсы. Импульсы распространяются в клетке, достигают эффекторного окончания, где выделяется химически активное вещество — медиатор. Медиатор может явиться источником возбуждения другой нервной клетки и выполняет регулирующую функцию для рабочего органа. Пути движения нервных импульсов от рецепторов до эффекторов могут быть и короткими, для местных регулирующих центров, или включать несколько этажей структуры данной Р. с. о. в виде т. н. рефлекторной дуги. Как правило, эти пути определены от рождения и мало меняются в процессе жизни. Однако нервные клетки 3-й Р. с. о. способны усиливать свою активность вследствие тренировки и образовывать временные связи, правда, в ограниченных масштабах. Иерархическая структура позволяет формировать сложную иерархию рефлексов, управляющих внутренними органами по сложной программе, включающей много этапов и длительной во времени. Связи между 3-й и 2-й Р. с. о. очень тесные, и часто они совместно регулируют какую-нибудь функцию организма (напр., кровяное давление).

Четвертая Р. с. о. — анимальная — управляет скелетными мышцами, т. е. движениями. На высшей ступени ее иерархии — в коре мозга — заложены модели поведения как сложной последовательности двигательных актов, выражающих внешнюю сторону инстинктов и социального поведения у человека. В регулировании внутренних процессов организма четвертая Р. с. о., гл. о. кора и подкорка, играют важную роль.

В организме человека и высших животных существует два типа регулируемых процессов: непрерывные и дискретные. Первые требуют поддержания постоянства некоторых параметров — *гомеостазиса*, вторые — регулирования изменения параметров некоторых процессов во времени по определенной программе, в упрощенном виде — циклами. Те и другие процессы возможны на каждом структурном уровне, примеры типов процессов приведены в табл.

Непрерывные процессы на высшем уровне могут осуществляться за счет повторяющихся циклов на низшем уровне. Например, постоянство среднего кровотока поддерживается периодически сокращениями сердца, а увеличение теплопродукции при охлаждении — мышечной дрожью. В конце концов любые биол. непрерывные процессы складываются из взаимодействия дискретных актов.

Уровни иерархии	Типы процессов	
	Непрерывные	Дискретные
Клеточный	Процесс получения аденозинтрифосфата (АТФ) Поддержание осмотического давления	Деление клеток Движения Нервный импульс
Уровень органов и функциональных систем	Процесс выделения различных пищеварительных соков и мочи Выделение гормонов	Сокращение сердца, кишечника и скелетных мышц
Уровень целого организма	Поддержание постоянной температуры тела, кровяного давления и количественного состава крови	Сон и бодрствование Двигательные акты поведения

Механизмы регулирования постоянства параметров — поддержания гомеостазиса — основаны на использовании принципа отрицательной обратной связи. В клетках это выражается в регулировании активности ферментов конечными продуктами ферментативной хим. реакции, на уровне органов и систем — в деятельности многочисленных рефлексов, следящих за значением регулируемого параметра и меняющих активность рабочих органов в зависимости от его уровня. Для целого организма механизмы поддержания гомеостазиса заложены в высших вегетативных центрах, корреирующих через соответствующие «главные» центры уровень обмена, гемодинамику, теплоотдачу и деятельность органов выделения. В целом, гомеостазис на любом уровне поддерживается за счет непрерывных или циклических саморегулирующихся процессов в рабочих подсистемах, которые только регулируются «сверху» стимуляцией или торможением со стороны подсистем управления: ДНК — в клетке, местных центров — в органах, регулирующих систем — в функциональных системах и высших центров — в организме. Гомеостазис в организме сложнее, чем принято думать. Это обусловлено тем, что регулируемый уровень всех параметров не постоянен, а меняется в зависимости от «уставки», определяемой степенью внешней активности.

Механизмы управления дискретными функциональными актами на любом уровне состоят из включения новой программы и регулирования ее развития во времени. Сама программа всегда заложена в регулирующей системе в виде некоторой модели. Напр., участок ДНК

в клетке, ведающий делением, рефлекторная дуга рефлекса, структура из корковых нейронов, отражающая комплекс движений. Модель включается извне или «сверху», приходит в состояние активности и включает на периферии новый комплекс процессов. Обычно они развертываются с положительными обратными связями, в результате чего каждый этап быстро доводится до максимума, затем так же быстро снижается, включая новый этап. Модели сложных дискретных функциональных актов имеют этажный характер и заложены в нескольких этажах Р. с. о. Наиболее показательным примером является управление процессами труда — как сложной последовательности сокращения различных мышечных групп с обратными связями из рецепторов мышц и суставов.

В организме одновременно идет множество процессов (программ), между ними существуют два типа отношений. 1) Соподчинение между уровнями. Например, инстинкт питания, как главную программу, можно представить в виде иерархии сложных и простых программ разных уровней — от актов поведения по добыванию пищи до внутриклеточных процессов синтеза АТФ из глюкозы. При этом все процессы на разных уровнях имеют ту или иную степень координации. 2) Конкуренция. Главные программы, направляя поведение, имеют конкурентный характер и не могут выполняться одновременно. Например, часто вступают в противоречие инстинкты самосохранения и продолжения рода. Противоречивость некоторых программ прослеживается и на низших уровнях, в частности, в дискретных функциональных актах. Переключение программы осуществляется вследствие положительных обратных связей и функционирования реципрокных отношений, когда активация одних моделей вызывает торможение других. Выбор той или иной программы определяется взаимодействием интенсивности внешних стимулов с внутренними. Для постоянно протекающих процессов противоположность не выражена, а меняется лишь отношение степени активности в зависимости от их значения в дискретных программах.

Три главных качества отличают регулирование в организме: надежность, точность и устойчивость. Надежность, которая в этих системах выше, чем в любой тех. системе, достигается следующими факторами. 1) Все процессы осуществляются большим к-вом параллельно работающих клеток, и каждая клетка сама по себе работает весьма надежно. 2) На всех уровнях имеются резервы в клетках, в органах и в целом организме. 3) Существует дублирование регулирующих механизмов за счет участия нескольких Р. с. о. и использования различных рабочих процессов. Например, поддержание кровяного давления осуществляется регулированием просвета сосудов и изменением сердечного выброса. Тот или другой процессы регулируются параллельно взаимозаменяемыми механизмами нервной и гормональной регуляции. При нарушении главного механизма включается вспомогательный и работа продолжается с небольшими отклонениями в точности. 4) При повреждениях органов происходит регенерация — восстановление исходного числа клеток путем размножения, хотя и не для всех тканей.

Точность регулирования достигается гл. о. за счет нелинейностей характеристик в элементах прямой и обратной связей, так что чем дальше параметр отдаляется от оптимума, тем сильнее возрастает импульс к восстановлению его. Устойчивость регулирования в организме весьма высока. Хотя все жизненные процессы претерпевают постоянные колебания, подчиняясь общим законам регулирования с обратными связями, но амплитуды отклонений параметров в норме не велики и явлений «разноса» никогда не наблюдается. Видимо, это связано с различными характеристиками параллельно работающих регулирующих цепей, демпфирующих друг друга. Регулирующие механизмы сочетают в себе стабильность и изменчивость, которые в сумме обеспечивают организму (и биологическому виду) наилучшую реализацию осн. программ — инстинктов. В каждом из них одна часть «подпрограмм» более стабильна (напр., развитие организма из зародыша), другая — менее (акты поведения, приспосабливающиеся к меняющейся среде на основе условных рефлексов). Механизмы инстинкта продолжения рода более стабильны, а самосохранения — менее.

Изменчивость процессов жизнедеятельности заложена уже на клеточном уровне. Перестройка организма в процессе приспособления к внешней среде осуществляется вследствие способности клеток к приспособлению для сохранения суммарного оптимального эффекта. Можно выделить условно два осн. механизма приспособления: адаптацию как быстрое изменение настройки регуляторов и тренировку — медленное формирование новых внутриклеточных структур, обеспечивающих увеличение «мощности» клетки (гипертрофия) в ответ на длительно действующие избыточные раздражители. Если интенсивность раздражителей резко уменьшается, то через некоторое время (исчисляемое днями) структура и функции снова возвращаются к норме или ниже ее — наступает атрофия. Такие изменения структуры касаются не только целостной клетки как, напр., мышечной или железистой, но и ее отдельных частей, например, той постсинаптической мембраны нервной клетки, к которой приходят повторяющиеся раздражения. На этом принципе основано образование условных связей между *нейронами* — память, а следовательно, и все процессы перестройки нервной регуляции.

В жизнедеятельности организма можно условно выделить два состояния: здоровье и болезнь. З д о р о в ь е — это состояние нормальных биохимических процессов в клетках, обеспечивающее организму выполнение его биол. программ. Количество здоровья отражает диапазон изменений внешних условий (напр., т-ры, инфицированности среды) и собственной нагрузки (напр., физ. работы), при

которых еще сохраняется нормальная биохимия клеток. Оно определяется уровнем резервов функции клеток и органов, «рабочих» и управляющих (напр., макс. сердечный выброс), которые можно выявить т. н. функциональными пробами с нагрузкой. Резервы определены генетически, но для их формирования и поддержания необходимы постоянные упражнения соответствующих функций со значительной нагрузкой. Длительное неиспользование резервов ведет к атрофии клеток, уменьшению количества здоровья и повышению вероятности заболевания.

Понятие б о л е з н и можно определить как состояние нарушения биохимических процессов в клетках, сопровождающееся неустойчивым режимом регуляции организма, возникающее при чрезмерных для данного уровня резервов внешних воздействиях или дефектах в собственных программах. При этом нужно учесть, что организм выводится из состояния устойчивой нормы и возвращается к ней не хаотично, а по определенным программам, которые можно назвать «программами болезни и выздоровления». Они различны при разных внешних и внутренних условиях, и их можно выразить на условном языке в виде «модели болезни». Программу болезни можно представить как состоящую из подпрограмм прогрессирования и восстановления. Чрезмерное или необычное раздражение, действуя на любую часть организма, повреждает ее (от качественных нарушений жизнедеятельности клеток до их гибели). Так возникает «местный очаг». От него распространяется «поток помех» в виде качественно отличных от нормы воздействий, направляющихся по естественным связям пораженного органа к Р. с. о., к другим органам. Если этот поток значителен, то он вызывает в них качественные нарушения — процесс прогрессирует с положительными обратными связями с возрастающей скоростью, и если бы не было противоположного процесса, то всякое поражение приводило бы к смерти.

Программа восстановления бывает трех типов: а) программа компенсации (нарушенная функция органа тут же компенсируется резервной со стороны других); б) программа приспособления (восстановление нормальной функции при новых условиях наступает с некоторой задержкой во времени за счет адаптации или даже гипертрофии); в) защита (включение спец. механизмов, находящихся в постоянной готовности или развертывающихся с некоторым запаздыванием, которые в нормальных условиях не функционировали). Этот комплекс процессов действует по типу отрицательной обратной связи. Общее направление и скорость развития патологического сдвига определяется соотношением скоростей этих двух противоположных процессов. Существенным является нарушение устойчивости регулирования, выражающееся в увеличении амплитуды колебаний, причем любой «пик» может дать начало новым сдвигам, способным повернуть течение болезни в худшую сторону.

Трудности в создании моделей Р. с. о. связаны с их очень большой сложностью. Применение матем. методов в моделировании биол. систем привело к созданию моделей лишь частных функций отдельных органов. Создание модели целого организма с помощью теории регулирования пока невозможно из-за большого числа переменных, связанных нелинейными зависимостями. Изучение процессов регулирования в организме возможно только с использованием методов *кибернетики*, теории автоматического регулирования, теории управления сложными системами и др.

Лит.: О р б е л и Л. А. Избранные труды, т. 1. Вопросы эволюционной физиологии. М.— Л., 1961; А м о с о в Н. М. Регуляция жизненных функций и кибернетика. К., 1964. *Н. М. Амосов.*

РЕГУЛЯРИЗА́ЦИИ МЕ́ТОД — один из приближенных методов решения *некорректно поставленных задач*. См. *Некорректно поставленных задач способы решения.*

РЕГУЛЯ́РНЫЕ СОБЫТИЯ И ВЫРАЖЕ́НИЯ — *события*, представимые в *автоматах конечных*, и соответствующие выражения в специальном алгебраическом языке, задающие эти события. С о б ы т и е м наз. произвольное мн-во слов в некотором алфавите. Естественно, что при изучении теорией автоматов различных вопросов, связанных с понятием события (см. *Алгебраическая теория автоматов*), обычно предполагается наличие каких-либо средств для описания (задания) событий. Таким конструктивным средством может быть формальный язык, выражения которого задают события над некоторым алфавитом (т. е. формальный язык интерпретируется в мн-ве событий). Если обозначить этот язык через L, то его правильно построенные выражения можно называть L-выражениями, а события, которые они задают,—L-событиями. Очевидно, что мн-во всех L-событий для любого языка L не более чем счетно, т. к. мн-во соответствующих выражений не более чем счетно. Поскольку мощность мн-ва всех событий континуальна, то нет такого языка L, для которого все события являются L-событиями.

Для теории автоматов характерен следующий подход. Фиксируется некоторый класс автоматов K. Ставится задача: построить язык L (обычно не использующий непосредственно автоматных понятий, удобный в том или ином отношении, удовлетворяющий определенным требованиям и т. д.), такой, что все L-события и только они представимы в автоматах класса K. Решение этой задачи включает в себя доказательство двух теорем — теоремы синтеза (каждое L-событие представимо в некотором автомате класса K) и теоремы анализа (каждое событие, представимое в автомате класса K, является L-событием). Обычно теорема синтеза сразу предполагает наличие алгоритма синтеза, т. е. алгоритма построения автомата по заданному событию, а теорема анализа — алгоритма анализа, т. е. алгоритма построения L-выражения по заданному автомату.

Впервые такой подход в теории автоматов применил амер. математик С. К. Клини

(р. 1904) для класса конечных автоматов. Для событий, представимых в конечных автоматах, он построил спец. язык — язык регулярных выражений. Этот язык стал одним из осн. языков для задания условий функционирования автомата, в особенности после совершенствования его (а также соответствующих алгоритмов синтеза и анализа) в работах сов. математика В. М. Глушкова, амер. математика Р. Ф. Мак-Нотона и др. авторов.

Алгебр. язык строится как язык выражений некоторой алгебры (см. *Алгебры универсальные*). В данном случае рассматривается язык для описания событий, поэтому мн-во всех событий представляет собой некоторую универсальную алгебру, т. е. над событиями определяются алгебр. операции (см. *Алгебры событий*). Для построения языка регулярных выражений были использованы три операции над событиями (две бинарные и одна унарная): 1) $A \vee B$ — дизъюнкция или объединение (обозначаются также $A \cup B$); 2) AB — умножение (конкатенация); 3) $\{A\}$ — итерация (обозначается также A^*). Дизъюнкция — теоретико-множественная операция: событие $A \vee B$ представляет собой обычное объединение мн-в A и B. Умножение событий определяется через умножение слов. Произведением слов p и q наз. слово pq, образованное в результате дописывания слова q справа к слову p. Событие AB состоит из тех и только тех слов, которые имеют вид pq, где p принадлежит A, а q принадлежит B.

Введем обозначение A^n для произведения $\underbrace{AA \ldots A}_{n}$. Итерацию можно выразить через предыдущие две операции так: $\{A\} = A \vee A^2 \vee \ldots \vee A^n \vee \ldots$. Т. о., слово q тогда и только тогда принадлежит $\{A\}$, когда q имеет вид p^n, где p принадлежит A. Пусть алфавит X, над которым рассматриваются события, состоит из букв $x_1, x_2, \ldots, x_m$, тогда событие, состоящее из одного однобуквенного слова x_i ($i = 1, 2, \ldots, m$), наз. элементарным и обозначается символом x_i, т. е. соответствующей буквой алфавита.

Выражение, построенное из букв алфавита X (символов элементарных событий) и из символов операций дизъюнкции, умножения и итерации с использованием соответствующим образом круглых скобок, наз. регулярным выражением в алфавите X. Всякое регулярное выражение R определяет некоторое событие S (S получается в результате выполнения всех операций, входящих в выражение R). События, определяемые т. о., наз. регулярными событиями над алфавитом X. Др. словами, регулярным событием наз. событие, полученное из элементарных с помощью применения конечного числа раз операций дизъюнкции, умножения и итерации. Напр., в алфавите из трех букв x, y, z регулярное выражение $x\{x \vee y \vee z\}(y \vee z)$ задает событие (регулярное), состоящее из всех слов, которые начинаются буквой x и заканчиваются буквой y или z. Регулярные события и только они представимы в конечных автоматах.

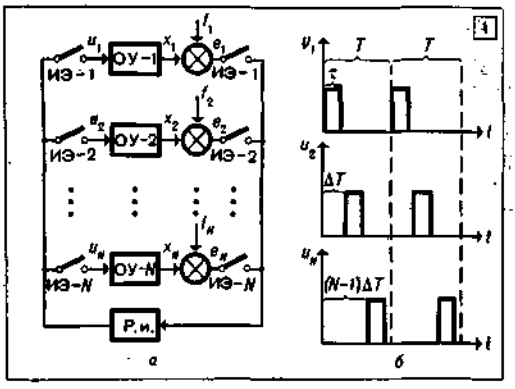
РЕГУЛЯТОР ИМПУЛЬСНЫЙ — автоматический регулятор прерывистого действия, выходной сигнал *(управляющее воздействие)* которого имеет характер модулированной последовательности импульсов. Необходимым элементом Р. и. является импульсный элемент *(модулятор)*, осуществляющий *модуляцию* выходной импульсной последовательности в соответствии с величиной сигнала ошибки. В зависимости от вида *модуляции импульсной* различают амплитудно-, широтно- и частотно-импульсные регуляторы.

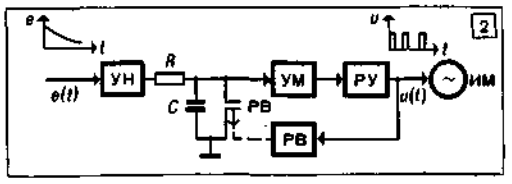
Импульсный характер управления облегчает решение ряда тех. проблем, возникающих при разработке автомат. регуляторов, и позволяет создавать регулирующие устройства, обладающие существенными конструктивными и эксплуатационными преимуществами. Одним из главных преимуществ Р. и. является то, что в них с помощью простых и экономичных тех. средств можно разрешить противоречие между точностью и мощностью управляющих сигналов. При непрерывном характере управления первичный измерительный прибор (магнитоэлектрический гальванометр, логометр, гироскоп и т. п.) постоянно соединен с датчиком-преобразователем, который преобразует показания прибора в мощный сигнал, управляющий работой *исполнительного механизма*. Датчик является дополнительной нагрузкой на подвижную систему прибора, снижающей точность его показаний. В Р. и. имеется возможность подключать датчик к первичному прибору лишь на время действия управляющего импульса. На это время подвижная система измерительного прибора фиксируется в том положении, в котором она находилась перед появлением импульса, так что точность показаний прибора не ухудшается.

Существенным преимуществом регуляторов с амплитудно- и широтно-импульсной модуляцией (АИМ, ШИМ) является возможность осуществлять многоканальное регулирование. При этом один Р. и. управляет работой нескольких объектов управления ОУ — 1, ОУ — 2,..., ОУ — N (рис. 1, *а*) за счет временнóго разделения каналов регулирования, осуществляемого импульсными элементами ИЭ-1, ИЭ-2, ..., ИЭ-N, работающих с одинаковыми или кратными периодами повторения T, но сдвинутых по фазе на величину ΔT (рис. 1, *а* и *б*). Для исключения взаимного влияния каналов должно соблюдаться условие: $\tau \leqslant \Delta T \leqslant \frac{1}{N}(T - \tau)$, если в Р. и. применяется амплитудно-импульсная модуляция (АИМ), или $\tau_{\text{макс}} \leqslant \Delta T \leqslant \frac{1}{N}(T - \tau_{\text{макс}})$, если в Р. и. применяется широтно-импульсная модуляция (ШИМ). Здесь N — число каналов регулирования, τ — длительность управляющих импульсов, модулируемых по амплитуде, а $\tau_{\text{макс}}$ — макс. длительность импульсов,

модулируемых по ширине. Такой способ регулирования удешевляет систему автомат. управления за счет экономии регулирующей аппаратуры.

Осн. преимуществом Р. и. с частотно- и широтно-импульсной модуляцией (ЧИМ и ШИМ) является сочетание высокого качества регулирования с конструктивной простотой и надежностью, характерными для релейных систем. Высокое качество регулирования обеспечивается здесь линеаризующим действием частотно-импульсной модуляции (ЧИМ) или широтно-импульсной модуляции (ШИМ), благодаря которому динамические характеристики Р. и. приближаются к характеристикам линейных регуляторов. В то же время релейный характер выходного (управляющего) сигнала таких Р. и. позволяет применять простые и надежные исполнительные механизмы с релейным управлением: асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, электрогидравлические или электропневматические приводы, соленоидные клапаны, шаговые двигатели и т. п. В качестве примера на рис. 2 изображена блок-схема простейшего частотно-импульсного регулятора. Сигнал ошибки $e(t)$, усиленный усилителем напряжения УН, поступает на интегрирующий RC-фильтр. Сигнал после фильтра, усиленный усилителем мощности УМ, подается на реле РУ, управляющее работой исполнительного механизма ИМ и реле времени РВ. Реле РВ, срабатывая с небольшой временной задержкой τ, разряжает конденсатор C. Это приводит к возврату реле РУ и остановке ИМ. В результате на выходе РУ появляются прямоугольные импульсы с постоянной длительностью τ и с частотой, приблизительно пропорциональной сигналу ошибки $e(t)$. По динамическим свойствам такой Р. и. близок к простейшему линейному астатическому регулятору (И-регулятору), а по конструктивной простоте и надежности — к 3-позиционному релейному регулятору. Импульсный способ передачи информации обладает повышенной помехозащищенностью. Поэтому Р. и. применяют в системах автомат. управления, содержащих проводные или радиотехнические каналы связи. Примерами таких систем являются радиолокационные станции сопровождения, системы телеуправления промышленными объектами и т. п. В электроэнергетике большое распространение получили широтно- и частотно-импульсные регуляторы напряжения, частоты и активной мощности. В СССР серийно выпускается большой ассортимент устройств для одно- и многоканального импульсного и цифрового регулирования, напр., серия Р. и. типа РП1, электронная система многоканального импульсного регулирования типа МИР-63, пневматические обегающие устройства типов УМО-8 и УМО-16, предназначенные для 8- и 16-канального импульсного регулирования и выпускающиеся в составе системы «СТАРТ», машины для централизованного контроля и многоканального цифрового регулирования типов «ЭЛРУ», «Зенит», «Цикл-2», «АМУР», «МАРС-200Р» и др.





1. Многоканальная импульсная система автоматического регулирования: *а* — структурная схема; *б* — диаграмма работы импульсных элементов; x_i — регулируемые величины, f_i — задающие сигналы, e_i — сигналы ошибок, u_i — управляющие воздействия ($i = 1, 2, \ldots, N$).
2. Блок-схема частотно-импульсного регулятора.

Р. и. вместе со спец. логико-вычисл. устройствами позволяют создавать *системы экстремального регулирования*, предназначенные для автоматического поддержания максимального (минимального) значения регулируемой величины. Примерами экстремальных Р. и. являются частотно-импульсный экстремальный регулятор «ЭРА-1» и экстремальные пневматические Р. и. серии АРС (система «СТАРТ»).

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Боярченков М. А. [и др.]. Импульсные регуляторы на бесконтактных магнитных элементах. М.— Л., 1966 [библиогр. с. 119]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [библиогр. с. 330—336]. *Ю. Н. Чеховой.*

РЕГУЛЯТОР ЭКСТРЕМАЛЬНЫЙ — прибор, автоматически отыскивающий и поддерживающий такие значения регулирующих воздействий, при которых показатель качества работы объекта достигает экстремального значения. Р. э. предназначены для управления объектами, у которых зависимость показателя качества от регулирующего воздействия имеет один экстремум типа максимума или минимума. Большинство серийно выпускаемых Р. э. отыскивает экстремум с помощью метода градиента или его модификаций, обусловленных различными конструктивными особенностями регуляторов.

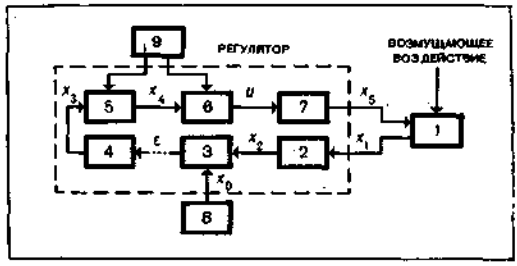
Структура и параметры Р. э. выбираются так, чтобы минимизировать потери показателя качества и обеспечить работоспособность всей системы при дрейфе точки экстремума (см. *Си-*

стема экстремального регулирования). При заданной структуре Р. э. его параметрами, определяющими качество работы регулятора, являются: величина и частота пробных воздействий, величина и скорость рабочих вариаций регулирующих воздействий, параметры устройства, определяющего показатель качества (напр., постоянная времени сглаживающего фильтра), и чувствительность Р. э. Различают Р. э. непрерывные, импульсные и цифровые. Непрерывные используются для управления малоинерционными объектами (настройка резонансных контуров, автоматических измерительных устройств, отыскание оптимальных параметров настраиваемых моделей и т. д.). Импульсные и цифровые Р. э. используются для управления инерционными объектами (химические реакторы, нагревательные установки, процессы флотации, дробления и т. д.). В СССР и за рубежом налажен серийный выпуск электронных, гидравлических и пневматических Р. э. К серийно выпускаемым Р. э. относятся «ЭРБ», «ЭРА», «АРС-ОИ» и ряд других (см. также *Оптимизатор автоматический*).

Лит.: Либерзон Л. М., Родов А. Б. Системы экстремального регулирования. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 157—158]. *Б. Ю. Мандровский-Соколов.*

РЕГУЛЯТОРЫ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ — регуляторы, у которых представление входных и выходных величин, а также выполнение всех вычислительных операций осуществляется в непрерывной форме. В общем случае Р. н. д. состоит из следующих функциональных элементов (рис.): измеритель регулируемой величины 2 — измеряет фактическое значение регулируемой величины x_1; в его состав обычно входят чувствительные элементы, реагирующие на x_1, и датчики, преобразующие x_1 в другие физ. величины x_2, принятые в качестве носителей информации в последующих блоках; сравнивающее устройство 3— определяет ошибку рассогласования $\varepsilon = x_0 - x_2$, строится на суммирующих элементах; вычислительное устройство 4 — формирует управляющий сигнал в соответствии с принятым *регулирования законом* $x_3 = S(\varepsilon)$, где S — оператор (в Р. н. д. для этого используют различные функциональные преобразователи, интегрирующие, дифференцирующие и суммирующие усилители; в сложных системах могут применять АВМ); усилительно-преобразовательное устройство 5 — производит усиление управляющего сигнала x_3 до требуемой мощности и, при необходимости, преобразует его в другую физ. природу для согласования с исполнительным устр-вом (выбор типа и схемы усилителя определяется типом управляющего сигнала, а также типом и мощностью *исполнительного механизма*); исполнительный механизм 6 — преобразует сигнал на выходе усилительно-преобразующего устройства x_4 в мех. перемещение u управляющего органа или самого управляемого объекта (при этом используется либо энергия самого управляющего сигнала, либо энергия дополнительного источника 9); регулирующий орган 7 — элемент конструкции либо регулятора, либо самого объекта регулирования 1, отклонение которого x_5 непосредственно воздействует на объект регулирования и приводит к изменению регулируемой величины x_1 (напр., заслонка, перекрывающая подачу жидкости); 8 — программное устройство.

В конкретных Р. н. д. не все указанные выше элементы обязательно присутствуют. Так, напр., в регуляторах прямого действия измерительное устр-во непосредственно воздействует на регулирующий орган. В то же время Р. н. д. могут быть настолько сложными, что



Функциональная блок-схема регулятора непрерывного действия.

отдельные их элементы могут содержать в себе самостоятельные системы регулирования. Конструктивно Р. н. д. можно иногда выполнять в виде отдельного блока, однако в большинстве случаев составные элементы Р. н. д. располагают в разных местах регулируемого объекта.

В общем случае *модель математическая* Р. н. д. представляет собой систему дифф. и алгебр. ур-ний, связывающих входные и выходные величины, параметры регулятора, а также возмущения, действующие на различные элементы регулятора. В эту модель составной частью входит и оператор формирования управляющего сигнала $S(\varepsilon)$ (закон регулирования).

Синтез Р. н. д. производится с учетом ур-ний объекта регулирования, т. е. на основе полной матем. модели системы автомат. регулирования. Для изменения статических и динамических характеристик Р. н. д. с целью лучшего согласования его с объектом в Р. н. д. предусматривают различные виды настроек: настройку чувствительности в измерительных устр-вах, настройку коэфф. усиления и др. Эти настройки могут осуществляться как вручную, так и автоматически в зависимости от входного воздействия. См. также *Агрегатная унифицированная система, Регулятор экстремальный.*

Лит.: Основы автоматического регулирования. М., 1954 [библиогр. с. 1088—1108]; Миронов К. А., Шипетин Л. И. Автоматические регуляторы. Справочные материалы. М., 1961 [библиогр. с. 537]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [библиогр. с. 756—760].

В. Г. Гришутин, А. М. Плашенко.

РЕГУЛЯТОРЫ ЦИФРОВЫЕ — регуляторы, в которых информация об управляющем сигнале хотя бы в одном из блоков выражается в числовом коде и для обработки ее используют

средства цифровой вычислительной техники. Появление Р. ц. связано с развитием цифровых вычисл. устр-в и применением их в *системах автоматического управления* (САУ) для различных целей: решения задачи регулирования при заданной программе изменения регулируемой величины, синтеза по определенному *алгоритму* самой программы изменения регулируемой величины, реализации различных алгоритмов самонастройки и др. В зависимости от назначения САУ и сложности решаемых ею задач цифровая техника в САУ может быть представлена в виде отдельных вычисл. устр-в, предназначенных для реализации простейших алгоритмов, и в виде универсальных или специализированных ЦВМ, реализующих сложные алгоритмы. Из всего многообразия цифровых устр-в, встречающихся в САУ, к Р. ц. относятся лишь те блоки и устр-ва (цифровые и аналоговые), которые предназначены для решения задачи регулирования.

Дискретный аналог пропорционально-интегр.-диффер. *регулирования закона*, реализуемого Р. ц., имеет вид

$$u(t) = K_1 \varepsilon [nT] + K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon [iT] + K_3 \{\varepsilon [nT] - \varepsilon [(n-1)T]\},$$

где $u(t)$ — выходная величина регулятора (*управляющее воздействие* на объект); $\varepsilon [nT]$ — отклонение действительного значения регулируемой величины от заданного в моменты времени T, $2T$, ..., nT; K_1, K_2, K_3 — коэффициенты.

В общем случае Р. ц. состоит из входных устр-в, вычислителя и выходных устр-в. Структура всех этих устр-в и структурная схема Р. ц. в целом зависят от закона регулирования и способа его реализации, от формы входного и выходного сигналов и от других факторов.

Входные устройства Р. ц. представляют собой совокупность блоков, предназначенных для получения электр. сигналов, пропорциональных измеренному и заданному значениям регулируемой величины, сравнения этих значений и получения в цифровой форме сигнала ε. Во входном устр-ве эти функции реализуются следующими блоками: датчиком регулируемой величины (преобразующим неэлектрическую величину в электр.), задающим блоком (формирующим сигнал, соответствующий заданному значению регулируемой величины), блоком отклонения (выходной сигнал которого пропорционален отклонению ε). Выходные сигналы датчика и блока задания могут быть представлены в аналоговой или цифровой форме. В связи с этим можно указать три осн. типа структурных схем входного устр-ва Р. ц. (рис. 1). Входное устр-во 1-го типа (рис. 1, *а*) применяют, гл. обр., в одноканальных Р. ц. при использовании аналоговых датчиков АД с выходным сигналом в виде тока и напряжения (АЗ — аналоговый блок задания). В связи с тем, что точность АД не превышает 0,5%, к аналого-цифровому преобразователю АЦП, включенному на выходе аналогового блока отклонения АО, требования по точности невысоки — он должен обладать стабильностью нуля и линейностью статической характеристики. Входное устр-во 2-го типа (рис. 1, *б*) выгодно применять в многоканальных Р. ц., где можно применить один АЦП с поочередным подключением к различным датчикам.

Входные устр-ва 3-го типа (рис. 1, *в*) используют, в основном, в одноканальных Р. ц. Здесь цифровые датчики ЦД применяют для измерения некоторых физ. величин, напр., линейных и угловых перемещений (ЦЗ и ЦО соответственно — цифровые блоки задания и отклонения). Точность измерения регулируемой величины такими датчиками очень высока. Аналоговые блоки, используемые во входных устр-вах Р. ц., в принципе могут быть теми же, что и в регуляторах непрерывного действия.

Вычислительные устройства Р. ц. представляют собой совокупность различных вычисл. блоков, запоминающих элементов и логических устр-в, которые обеспечивают вычисление управляющего воздействия в соответствии с принятым законом регулирования. Вычислительное устр-во (рис. 2) включает блок настройки БН, блок цифровых операторов БЦО и блок управления БУ. БН предназначен для хранения коэффициентов настройки $K_1 \div K_3$, а в некоторых случаях осуществляет и умножение отклонений на эти коэффициенты. БУ обеспечивает последовательность работы всех блоков Р. ц. в соответствии с принятым алгоритмом и представляет собой совокупность логических устр-в, формирующих последовательность командных импульсов, поступающих на другие блоки.

БЦО выполняет основные операции по вычислению отдельных составляющих закона регулирования. В зависимости от способа кодирования входной величины (число-импульсный код, частотно-импульсный код) существуют различные варианты схем вычисления составляющих закона регулирования. Все эти схемы состоят из типовых элементов цифровой техники: реверсивных *счетчиков*, схем сравнения, схем переполнения и др.

Для примера на рис. 3 приводится структурная схема вычисления интегральной составляющей закона регулирования

$$y_{\text{и}}^{*}[nT] = K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon^{*} [iT]$$

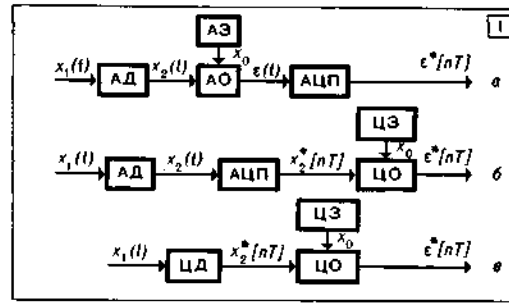
в случае, когда отклонение представлено в число-импульсном коде. Эта схема состоит из реверсивного счетчика РС и ряда логич. схем. На вход счетчика поступают число-импульсный код, несущий информацию о величине $K_2\varepsilon^{*}[iT]$, и сигнал о знаке отклонения. Сигнал $K_2\varepsilon^{*}[iT]$ складывается с содержимым счетчика (или вычитается из него в зависимости от знака отклонения). Т. о., на счетчике накапливается сумма $K_2 \sum_{i=1}^{n} \varepsilon^{*} [iT]$, выраженная в

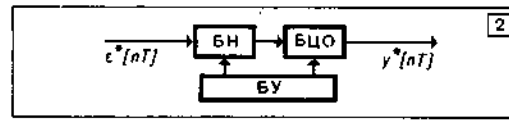
двоичном параллельном коде. Чтобы избежать переполнения счетчика и «опрокидывания» его в нулевое состояние, вводится схема ограничения, которая в данном случае состоит из схемы совпадения СС и двух схем переполнения СП (одна работает при суммировании, другая — при вычитании). В момент, когда во всех разрядах счетчика будет единица, схема переполнения срабатывает и запирает схему совпадения. Очевидно, в случае переполнения интегральная составляющая будет вычисляться неточно.

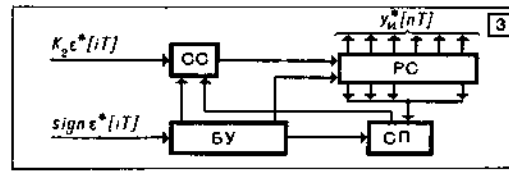
Выходные устройства Р. ц. (рис. 4) представляют собой совокупность блоков и устр-в, при помощи которых осуществляется воздействие на регулируемый объект в соответствии с выходным сигналом вычисл. устр-ва. К выходным устр-вам относятся: цифро-аналоговые преобразователи ЦАП, блоки памяти БП, усилители У, исполнительные механизмы ИМ различных типов. Эти блоки могут представлять собой конструктивно независимые устр-ва или входить в состав других устр-в, совмещающих выполнение нескольких функций. В выходных устр-вах, приведенных на рис. 4, *а* и 4, *б*, применяют интегрирующие ИМ — электр. двигатели постоянного (или переменного) тока Д или шаговые двигатели ШД (везде Р — редуктор). В схеме на рис. 4, *а* ЦАП в моменты времени $t = T, 2T, \ldots, nT$ преобразует управляющий сигнал $y^*[iT]$ в пропорциональное значение длительности импульса τ_i. В течение интервалов времени τ_i двигатель подключается к внеш. источнику энергии. При использовании шагового двигателя целесообразно, чтобы цифровая часть регулятора выдавала сигнал $y^*[nT]$ в числоимпульсном коде. В этом случае система управления шаговым двигателем состоит из коммутатора фаз КФ и усилителя У. На рис. 4, *в*, *г* приведены структурные схемы выходных устр-в пропорционального типа, в которых выходная координата $u(t)$ пропорциональна величине сигнала $y^*[n, T]$. Пропорциональность обеспечивается введением *обратной связи* по положению выходной координаты исполнительного органа. В случае, представленном на рис. 4, *в*, обратная связь охватывает только аналоговую часть. Сигнал с аналогового датчика АД алгебраически суммируется на входе усилителя с сигналом ЦАП. Точность такой системы можно довести до 0,5—1% при использовании общепромышленных ИМ. В системе, представленной на рис. 4, *г*, для получения сигнала обратной связи по положению используют цифровой датчик ЦД или сочетание аналогового датчика с АЦП. Эти системы могут обладать высокой точностью и быстродействием.

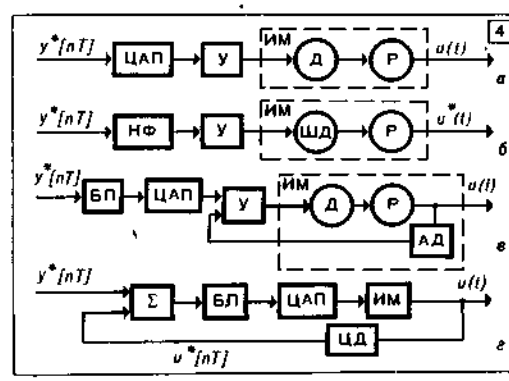
Для представления сигнала в цифровом коде в Р. ц. осуществляется *квантование* сигнала по уровню и по времени. Квантование по уровню делает систему с Р. ц. нелинейной, а квантование по времени — импульсной. Для анализа и синтеза систем управления с Р. ц. применяют методы теории импульсных и нелинейных систем.

Р. ц. широко применяют в таких системах, где невозможно или нецелесообразно применять регуляторы других типов, в частности, *регуляторы непрерывного действия*. К таким системам относятся: системы управления процессами, информацию о состоянии которых можно получить в дискретные моменты времени, а также системы, в которых регулирующее воздействие осуществляется в дискретные моменты времени (напр., операции взвешивания, дозировки, работа со сложными измерительными установками и др.); системы управления высокой точности, в которых для измерения регулируемой величины используют высоко-









1. Структурные схемы входных устройств цифрового регулятора: $x_1(t)$ — измеряемая входная величина; x_0 — задающее воздействие; индексом «*» помечены сигналы в цифровой форме.
2. Функциональная схема вычислительного устройства.
3. Структурная схема вычисления интегральной составляющей.
4. Структурные схемы выходных устройств цифрового регулятора.

точные цифровые и частотные датчики; системы управления процессами, наблюдение за состоянием которых осуществляется путем централизованного контроля (выходные сигналы систем централизованного контроля, а также сигналы с различных информационных машин обычно выдаются в цифровой форме в дискретные моменты времени); системы управления медленно изменяющимися процессами, для которых необходимо обеспечить большую постоянную времени интегрирования и осуществить операцию дифференцирования медленно изменяющихся величин.

Успехи в создании малогабаритных ЦВМ (мини-ЦВМ) позволили широко использовать их в системах автомат. регулирования и создать т. н. системы прямого цифрового регулирования, где мини-ЦВМ выполняют все вычисл. и логич. операции, связанные с синтезом программ *регулирования законов*.

Лит.: Круг Е. К., Александриди Т. М., Дилигенский С. Н. Цифровые регуляторы. М.— Л., 1966 [библиогр. с. 493—499]; Ту Ю. Т. Цифровые и импульсные системы автоматического управления. Пер. с англ. М., 1964.

В. Г. Гришутин, А. М. Плашенко.

РЕДАКТИРОВАНИЕ ДАННЫХ — преобразование формы представления данных к виду, удобному для использования. Обычно Р. д. осуществляется при выдаче данных на печать. Типичными действиями Р. д. являются устранение ведущих (незначащих) нулей в числе, вставка обозначений денежных единиц или спец. разделителей (напр., пробелов или знаков препинания), изменение формата числа (см. *Числа формат*) и т. д. Р. д. может осуществляться с помощью спец. *программ обслуживающих*, а также использования специальных средств, имеющихся во многих *языках программирования*.

РЕЖИМ ПЕРИОДИЗАЦИИ — режим работы электронных *аналоговых вычислительных машин*, состоящий в многократном моделировании одного и того же процесса с небольшими изменениями каких-либо его параметров. Р. п. позволяет получить целое семейство решений, оценить влияние отдельных параметров и выбрать из этих решений оптимальное. Современные АВМ снабжают спец. устр-вами, позволяющими автоматизировать работу в Р. п. и получать от одного до тысячи полных решений в 1 *сек*. Использование аналоговых устр-в позволяет сочетать решение в Р. п. с применением аналоговых запоминающих устр-в и гибридных аналого-цифровых устр-в для автомат. изменения программ (см. *Гибридная вычислительная машина*). Это обеспечивает возможность автоматически принимать логич. решения в процессе вычислений и использовать итерационные программы для реализации сложных методов оптимизации параметров и выполнения статистических расчетов.

Г. П. Галузинский.

РЕЖИМ РАЗДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ — режим работы цифровой вычислительной машины (системы), при котором многие потребители одновременно работают за своими индивидуальными пультами (терминалами). Пульты могут быть удалены от машины и установлены в местах, наиболее удобных для потребителя. При этом у каждого потребителя создается иллюзия единоличного контакта с машиной большой вычислительной мощности.

Планирование выполнения заданий потребителей и распределение имеющихся в системе ресурсов для организации Р. р. в. осуществляет *операционная система* (см. *Обработка информации в режиме разделения времени*). При этом время центрального *процессора* обычно делится между работающими потребителями путем периодического выделения каждому из них небольшого отрезка времени. Каждому потребителю выделяется также определенный объем внеш. памяти, в котором организуется его индивидуальная библиотека программ и информационных массивов.

В Р. р. в. потребитель может: ввести новую задачу или новый информационный массив в индивидуальную библиотеку; дать указание об удалении части информации из этой библиотеки; дать указание о решении одной из своих задач; использовать библиотеку программ общего пользования, имеющуюся в системе; получать различного рода справки о возможностях системы, о наличии тех или иных программ у других потребителей.

Лит.: Системы с разделением времени. Пер. с англ. М., 1969; Бертэн Ж., Риту М., Ружие Ж. Работа ЭВМ с разделением времени. Пер. с франц. М., 1972.

Д. А. Поспелов.

РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ — класс функций, введенный как уточнение класса вычислимых функций. В математике общепринятым является тезис, что класс функций, для вычисления которых существуют *алгоритмы*, при самом широком понимании алгоритма, совпадает с классом Р. ф. (см. *Черча тезис*). В связи с этим Р. ф. играют важную роль в математике и ее приложениях, в первую очередь, в *логике математической*, основаниях математики и *кибернетике*, как функции эффективно вычислимые. Только такие функции можно вычислять на ЦВМ и других цифровых вычислительных устройствах.

При введении класса эффективно вычислимых функций естественно возникает вопрос об уточнении класса конструктивных объектов, на которых эти функции определены. Класс всех таких объектов очень обширный и трудно обозримый. В то же время при помощи метода арифметизации (см. *Арифметизация метаматематики*), предложенного австр. математиком К. Гёделем (р. 1906), все такие объекты легко сводятся к натуральным числам. Поэтому Р. ф. были введены как функции, определенные на мн-ве натуральных чисел и принимающие значения из того же множества. Перенесение понятий и методов, выработанных в теории Р. ф., на функции, определенные на более сложных конструктивных областях (мн-ва слов некоторого алфавита, формул некоторой теории, *графов* и т. п.), не представляет принципиальных затруднений.

Введем понятия, необходимые для матем. определения класса Р. ф. Везде в дальнейшем под словом «функция» понимается функция,

определенная на множестве натуральных чисел, значениями которой являются натуральные числа. Пусть ф-ции

$$s(x),\ O^n(x_1, \ldots, x_n) \text{ и } I^n_m(x_1, \ldots, x_n),$$
$$(n \geqslant m)$$

принимают, по определению, следующие значения:

$$s(x) = x + 1;\quad O^n(x_1, \ldots, x_n) = 0;$$
$$I^n_m(x_1, \ldots, x_n) = x_m.$$

Говорят, что ф-ция $g(x_1, \ldots, x_m)$ возникает из ф-ций $f(x_1, \ldots, x_n)$, $f_1(x_1, \ldots, x_m)$, ..., $f_n(x_1, \ldots, x_m)$ суперпозицией, если $g(x_1, \ldots, x_m) = f(f_1(x_1, \ldots, x_m), \ldots, f_n(x_1, \ldots, x_m))$. Ф-ция $f(x_1, \ldots, x_{n+1})$ возникает из ф-ций $g(x_1, \ldots, x_n)$, $h(x_1, \ldots, x_{n+2})$ примитивной рекурсией, если для всех натуральных значений $x_1, \ldots, x_n, y$ имеем

$$f(x_1, \ldots, x_n, 0) = g(x_1, \ldots, x_n);$$
$$f(x_1, \ldots, x_n, y+1) = h(x_1, \ldots, x_n, y, f(x_1, \ldots, x_n, y)).$$

Обозначим через $\mu y(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n$ наименьшее значение α, для которого $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha) = x_n$. Будем считать, что $\mu y(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n)$ не определено, если: 1) значения $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ определены для всех $y < \alpha$, но отличны от x_n, а значение $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ не определено ($\alpha = 0, 1, 2, \ldots$) или 2) значения $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \alpha)$ определены для всех $\alpha = 0, 1, 2, \ldots$ и отличны от x_n. Таким образом, значение $\mu y(f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y) = x_n)$ является ф-цией $g(x_1, \ldots, x_n)$ от переменных $x_1, \ldots, x_n$. Говорят, что эта ф-ция получена из ф-ции $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, y)$ при помощи операции минимизации. Ф-ция наз. примитивно рекурсивной, если ее можно получить из ф-ций $s(x)$, $O^n(x_1, \ldots, x_n)$ и $I^n_m(x_1, \ldots, x_n)$ конечным числом операций суперпозиции и примитивной рекурсии; она наз. частично рекурсивной, если получена из указанных ф-ций при помощи конечного числа операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Всюду определенная частично Р. ф. наз. общерекурсивной.

Р. ф., выступая как эквивалент понятия эффективно вычислимых ф-ций, с момента их введения подверглись интенсивному исследованию. Прежде всего в классе всех Р. ф. были выделены и изучены подклассы более простых ф-ций — примитивно рекурсивных, элементарных по Л. Кальмару и др. Доказано, что класс общерекурсивных ф-ций шире класса примитивно рекурсивных: существуют общерекурсивные ф-ции, не являющиеся примитивно рекурсивными. Очевидно, что класс частично Р. ф. шире класса общерекурсивных ф-ций. Доказана также теорема о том, что любая частично Р. ф. может быть представлена в виде

$$g(x_1, \ldots, x_s) = \varphi(\mu z(f(x_1, \ldots, x_s, z) = 0)),$$

где φ и f — примитивно Р. ф., т. е., что для получения любой частично Р. ф. оператор μ можно применять не более одного раза.

Предпринимались попытки классифицировать Р. ф. *Классификацию примитивно Р. ф.* осуществил польский математик А. Гжегорчик (р. 1922), а классификацию, основанную на понятии *сводимости* (в *алгоритмов теории*), выполнил амер. математик Э. Пост (1897—1954).

Исследовались также алгебры Р. ф.: на множестве Р. ф. определялись те или иные операции, относительно которых мн-ва ф-ций образовали алгебры универсальные. В качестве таких операций выбирались операции суперпозиции (*), сложения (+), а также операция обращения f^{-1}, определенная схемой $f^{-1}(x) = \mu y(f(y) = x)$, и операция итерации i, определенная схемой $g(0) = 0$; $g(x+1) = f(g(x))$. Пусть $s(x) = x + 1$,

$$g(x) = \begin{cases} x - [\sqrt{x}]^2, \text{ если } x > [\sqrt{x}]^2; \\ 0 \text{ — в противном случае,} \end{cases}$$

где $[\alpha]$ означает макс. целое число, не превосходящее α. Доказано, что все одноместные примитивно Р. ф. и только они могут быть получены из ф-ций $s(x)$, $g(x)$ конечным числом операций сложения, суперпозиции и итерации. Аналогично, каждую общерекурсивную ф-цию можно получить из ф-ций $s(x)$, $g(x)$ конечным числом операций сложения, суперпозиции и обращения, причем последнюю выполняют только тогда, когда результатом ее является всюду определенная ф-ция. Если же снять это ограничение, то таким способом можно получить все одноместные частично Р. ф.

Главным образом, изучились три алгебры:

$$\mathfrak{A}_{\text{пр}} = \langle F_{\text{пр}}, +, *, i\rangle,\quad \mathfrak{A}_{\text{чр}} = \langle F_{\text{чр}}, +, *, {}^{-1}\rangle,$$
$$\mathfrak{A}_{\text{ор}} = \langle F_{\text{ор}}, +, *, {}^{-1}\rangle,$$

где $F_{\text{пр}}$, $F_{\text{чр}}$ и $F_{\text{ор}}$ — мн-ва всех одноместных примитивно рекурсивных, частично рекурсивных и общерекурсивных ф-ций. Изучались самые естественные вопросы: наличие конечных базисов, примеры подалгебр, описание макс. подалгебр, т. е. таких подалгебр, которые не содержатся ни в каких других собственных подалгебрах самих алгебр, изоморфизмы и автоморфизмы подалгебр, конгруэнции на подалгебрах, вопросы конечной определенности алгебры и др.

Вместе с изучением Р. ф. широко изучаются рекурсивные предикаты и связанные с ними множества — подмножества множества натуральных чисел. Мн-во A наз. р е к у р с и в н о п е р е ч и с л и м ы м, если оно либо пусто, либо является мн-вом значений некоторой Р. ф. Мн-во A. наз. р е к у р с и в н ы м, если его *характеристическая ф-ция является рекурсивной*.

Справедливы следующие утверждения: 1) в каждом бесконечном рекурсивно перечислимом мн-ве существует рекурсивно перечислимое подмн-во с неперечислимым дополнением;

2) ф-ция f является Р. ф. тогда и только тогда, когда ее график, т. е. мн-во пар вида $\langle x, f(x)\rangle$, является рекурсивно перечислимым; 3) мн-во A рекурсивно тогда и только тогда, когда оно и его дополнение рекурсивно перечислимы; 4) если A и B — рекурсивно перечислимые мн-ва, то $A \cap B$ и $A \cup B$ также рекурсивно перечислимы; 5) для каждого бесконечного рекурсивно перечислимого мн-ва A существует Р. ф., определенная на некотором подм-ве этого мн-ва, и не продолжаемая до Р. ф., определенной на всем A. Результаты, сформулированные в п. 1 и 5, лежат в основе доказательств неразрешимости многих массовых матем. проблем. Метод арифметизации языка, т. е. представления формул языка исчисления предикатов в арифметике натуральных чисел, позволил дать следующее определение разрешимости формальной теории: теория T является разрешимой, если мн-во номеров ее теорем является рекурсивным (см. *Элементарные теории*, *Неразрешимые алгоритмические проблемы*).

Исходя из рекурсивных мн-в и предикатов, амер. математик С. Клини (р. 1904) и польский матем. А. Мостовский (р. 1913) построили иерархию мн-в и предикатов, в которой к самому низкому классу относятся рекурсивные мн-ва и общерекурсивные предикаты, а высшие классы классифицируются по виду кванторной приставки их описаний (см. *Арифметическая и аналитическая иерархии*).

Ф-цию $U^{n+1}(i, x_1, \ldots, x_n)$ наз. универсальной для класса n-местных ф-ций F, если при любом $j = 0, 1, 2, \ldots$, $U(j, x_1, \ldots, x_n) \in F$ и для любой ф-ции $f(x_1, \ldots, x_n) \in F$ найдется i такое, что $f(x_1, \ldots, x_n) = U(i, x_1, \ldots, x_n)$. Одним из важнейших фактов теории Р. ф. является теорема о существовании для любого n частично Р. ф., универсальной для класса всех частично рекурсивных функций.

Пусть $U(i, x)$ — двуместная частично Р. ф., универсальная для класса всех одноместных частично Р. ф., Пусть $f(x) = U(i, x)$. Число i назовем номером ф-ции $f(x)$ относительно универсальной ф-ции $U(i, x)$. Очевидно, что одна и та же ф-ция может иметь много номеров. Существует такая двуместная универсальная частично Р. ф. $K(i, x)$, т. н. клиниевская универсальная ф-ция, что имеют место следующие теоремы: 1) теорема о неподвижной точке: какова бы ни была частично Р. ф. $r(x)$, существует такое число z, что z и $r(z)$ — номера одной и той же функции. Существует Р. ф., которая по номеру ф-ции $r(x)$ дает соответствующее z; 2) если σ непустое семейство одноместных частично Р. ф., отличное от совокупности всех таких ф-ций, то мн-во всех номеров ф-ций, принадлежащих σ, не может быть рекурсивным.

Здесь рассмотрена только одна нумерация Р. ф., осуществляемая при помощи клиниевской универсальной ф-ции. Изучение различных свойств разных нумераций является предметом *нумераций теории*. Теория Р. ф. является широко разработанной матем. дисциплиной, составляющей ядро теории алгоритмов. Широко изучаются связи теории Р. ф. с *программированием для ЦВМ* и *автоматов теорией*.

Лит.: Успенский В. А. Лекции о вычислимых функциях. М., 1960 [библиогр. с. 476—481]; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [библиогр. с. 375—381]; Захаров Д. А. Рекурсивные функции. Новосибирск, 1970 [библиогр. с. 201—204]; Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 587—599]; Эббинхауз Г. Д. [и др.]. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. Пер. с нем. М., 1972.

М. И. Кратко.

РЕЛЕВА́НТНОСТЬ ДОКУМЕ́НТА (от англ. relevance, relevancy — уместность) — семантическое соответствие пары текстов, в частности, отношение между текстами информационного запроса и документа, «отвечающего» на этот запрос. Р. д. является важнейшим понятием теории *поиска информации автоматического*, т. к. целью последнего является алгоритм. обнаружение в массиве документов тех документов, которые релевантны данному запросу. Следует отличать понятие Р. д. от понятия пертинентности (от англ. pertinence, pertinency — уместность, связь, отношение), означающего соответствие документа информационной потребности, которая может и не быть точно выражена в тексте информационного запроса.

Автомат. определение отношения Р. д. и запроса в *информационно-поисковой системе* (ИПС) достигается путем алгоритм. сравнения пары: *поисковый образ документа — поисковое предписание*. В этом алгоритме поиска реализуется применяемый в ИПС *критерий семантического соответствия*. Оценки эффективности работы ИПС основываются на сравнении результатов такого алгоритм. поиска с результатами определения Р. д., которое специалисты производят, просматривая весь массив документов подряд.

Н. А. Стоколова.

РЕЛЕ́ЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИО́ННАЯ ФУ́НКЦИЯ — функция, характеризующая степень связи между значениями случайного процесса $x(t)$ в момент времени t_1 и знаком этого случайного процесса $\operatorname{sgn}[x(t)]$ в момент времени t_2. В этом случае она наз. релейной *автокорреляционной функцией*. Функцию, характеризующую степень связи между значениями *случайного процесса* $x(t)$ в момент времени t_1 и знаком другого случайного процесса $\operatorname{sgn}[y(t)]$ в момент времени t_2 наз. релейной *взаимной корреляционной функцией* процессов $x(t)$ и $y(t)$. Эти Р. к. ф. описываются соответственно выражениями:

$$R^*_{xx}(t_1, t_2) = M[\{x(t_1) - m_x(t_1)\} \operatorname{sgn}\{x(t_2) - m_x(t_2)\}];$$

$$R^*_{xy}(t_1, t_2) = M[\{x(t_1) - m_x(t_1)\} \operatorname{sgn}\{y(t_2) - m_y(t_2)\}],$$

где M — символ операции *математического ожидания*, $m_x(t)$ и $m_y(t)$ — матем. ожидания процессов $x(t)$ и $y(t)$.

Релейные автокорреляционная и взаимная корреляционная ф-ции эргодических стационарных и стационарно связанных процессов (см. *Эргодическая теория*) являются функциями разности аргументов $\tau = t_2 - t_1$. Они могут быть вычислены путем усреднения во времени одной реализации, т. е. соответственно

$$R^*_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathring{x}(t)\,\mathrm{sgn}\,[\mathring{x}(t+\tau)]\,dt$$

и

$$R^*_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathring{x}(t)\,\mathrm{sgn}\,[\mathring{y}(t+\tau)]\,dt,$$

где $\mathring{x}(t) = x(t) - m_x(t)$, $\mathring{y}(t) = y(t) - m_y(t)$ — центрированные значения рассматриваемых случайных процессов. Для случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$, обладающих нормальным совместным распределением, зависимость между релейными и обычными взаимными корреляционными ф-циями выражается соотношением

$$R^*_{xy}(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\rho_{xy}(\tau)\,\sigma_x,$$

где $\rho_{xy}(\tau)$ — обычная нормированная взаимная корреляционная ф-ция процессов $x(t)$ и $y(t)$, σ_x — среднее квадратичное отклонение процесса $x(t)$.

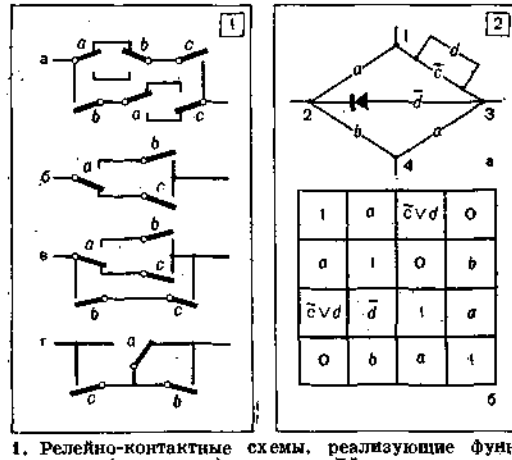
Р. к. ф. используют в радиотехнике, связи и в практике автомат. управления. Их вычисляют с помощью более простых аппаратурных методов, чем обычные *корреляционные функции*.

Лит.: Івахненко О. Г. Кореляційні методи в кібернетичних системах автоматичного управління. «Автоматика», 1960. № 2; Івахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [библиогр. с. 412—416]; Козубовський С. Ф. Загальна теорія квантування за рівнем та її застосування до визначення кореляції. «Автоматика», 1963. № 1.

С. Ф. Козубовский.

РЕЛЕЙНО-КОНТАКТНЫХ СХЕМ ТЕОРИЯ — раздел *структурной теории автоматов*, в котором изучаются структурные свойства, а также вопросы анализа, синтеза и преобразования электрических схем (цепей), построенных из контактов реле или других переключателей, которые могут находиться лишь в одном из двух состояний: разомкнутом или замкнутом. Р.-к. с. т. начала развиваться с 30-х гг. (СССР, Япония и США). В работах тех лет было показано однозначное соответствие между ф-циями *алгебры логики* (см. также *Переключательные функции*) и параллельно-последовательными (класса П) *схемами контактными*. В общем виде проблемы Р.-к. с. т. сформулированы 1945—50 в работах сов. ученого М. А. Гаврилова (р. 1903). В этих работах рассматривались уже схемы, содержащие мостиковые соединения (класса Н), а также реагирующие органы реле — обмотки. В дальнейшем методы Р.-к. с. т. были распространены на бесконтактные (электронные и др.) схемы релейного действия.

Пусть переменной x_i соответствует замыкающий, а ее инверсии (отрицанию) $\bar{x}_i$ — размыкающий контакт реле X_i; операторам дизъюнкции и конъюнкции—соответственно параллельное и последовательное соединение контактных цепей. В этом случае истинность или ложность ф-ции соответствуют замкнутому или разомкнутому состояниям цепи при заданных состояниях реле схемы (если реле X_i не работает, то $x_i = 0$ и $\bar{x}_i = 1$, а если работает, то $x_i = 1$ и $\bar{x}_i = 0$).



1. Релейно-контактные схемы, реализующие функцию: $f = \{3, 4, 6, 7\}$; а) $f = (\bar{a}\bar{b} \vee ab)\,c \vee b \times (\bar{a}\bar{c} \vee ac)$; б) $f = ab \vee \bar{a}\bar{c}$; в) $f = ab \vee \bar{a}c \vee \bar{b}c$; г) $f = (a \vee c)(\bar{a} \vee b)$.
2. Мостиковая контактная схема с вентилем (а) и структурная матрица этой схемы (б).

Каждой ф-ле алгебры логики $z = f(x_1, \ldots, x_n)$, записанной с использованием операторов конъюнкции, дизъюнкции, отрицания и скобок, однозначно соответствует некоторая контактная цепь. Формулу алгебры логики, сопоставленную таким образом релейно-контактной цепи, наз. структурной ф-лой этой цепи. Преобразуя структурные ф-лы по законам алгебры логики, получаем новые схемы, различные по структуре (типу и числу контактов и их соединений), но равносильные по действию (по структурной проводимости — состоянием цепи при каждом наборе состояний реле). Напр., на рис. 1 показано четыре варианта одной схемы. Число букв в формуле равно числу контактов в схеме. Инверсирование структурной ф-лы приводит к схеме, противоположной по действию (замкнутой в состояниях, когда исходная цепь разомкнута, и наоборот).

Структура мостиковой контактной схемы (класса Н), как и структура многополюсной схемы, описывается квадратной структурной матрицей (матрицей непосредственных проводимостей) $M = \|\varphi_{ij}\|$, в которой строки и столбцы соответствуют полюсам схемы и тем ее узлам, к которым подключены мостиковые

элементы. Вхождениями φ_{ij} являются структурные ф-лы цепей между узлами i и j, не проходящие через другие из пронумерованных узлов. При этом $\varphi_{ii} = 1$, а если между узлами нет непосредственной цепи, то $\varphi_{ij} = \varphi_{ji} = 0$. Если схема состоит только из контактов, то $\varphi_{ij} = \varphi_{ji}$, и матрица является симметричной относительно главной диагонали. При наличии в цепи между узлами i и j вентилей $\varphi_{ij} \neq \varphi_{ji}$, и матрица — несимметрична.

На рис. 2, *б* представлена матрица для схемы рис. 2, *а*. Если в структурной матрице вычеркнуть столбец i и строку j, то определитель $\|A_{ij}\|$ будет соответствовать цепи от узла i к узлу j. При раскрытии структурного определителя все члены надо взять со знаками $\vee$. В результате получают структурную ф-лу f_{ij} эквивалентной цепи класса П между узлами i и j. При наличии вентилей $f_{ij} \neq f_{ji}$. Для схемы рис. 2, *а*, например, получим: $f_{14} = a(b \vee \bar{c} \vee d) \vee \bar{c}\bar{d}b$; $f_{41} = a$.

Наиболее важными направлениями Р.-к.с. т. являются синтез схем — построение структур по заданным условиям работы с учетом ряда требований и ограничений на применяемое реле, а также анализ — определение условий работы схемы по ее структуре. Особенностью синтеза является то, что одно и то же условие работы реализуется теоретически бесконечным числом структур, отличающихся числом контактов, их распределением по реле и порядком соединений, причем в общем случае нет метода (кроме перебора) определения минимальности структуры. Условия работы контактной цепи обычно неоднозначны.

Условия работы цепи задают, как правило, перечнем состояний устр-ва, в которых каждая цепь либо должна быть замкнута (обязательные, или рабочие состояния), либо должна быть разомкнута (запрещенные состояния), либо может быть замкнута (условные состояния). Эти условия записываются либо в табл. с 2^n строками, в правой части которой для каждой цепи отводится столбец, в котором проставляются требуемые значения (0,1 или ~ для условных состояний), либо перечнем номеров обязательных (η_j) и условных (μ_j) состояний для каждой цепи: $f_i = \{\eta_1, \ldots, \eta_r, (\mu_1, \ldots, \mu_s)\}$. При s условных состояниях возможны 2^s различных реализаций, отличающихся одна от другой доопределениями. Искомая функция f_i должна удовлетворять неравенству

$$\{\eta_1, \ldots, \eta_r\} \leqslant f_i \leqslant \{\eta_1, \ldots, \eta_2, \mu_1, \ldots, \mu_s\}.$$

Для преобразования ф-ций с условными членами применяют аппарат преобразования равнозначностей. Равнозначность, записанная символом $f = \frac{u}{w}$, обозначает, что при данных условиях функции (цепи) u и w равноценны, и может быть взято любое решение, удовлетворяющее неравенству: $uw \leqslant f \leqslant u \vee w$. В частности, можно принять: u; w; uw; $u \vee w$.

Существующие методы минимизации логич. ф-ций позволяют найти ф-цию с миним. числом букв в нормальной дизъюнктивной или скобочной форме, что соответствует структуре с миним. числом контактов в классе П для каждой цепи. Но это не гарантирует минимальности структуры в классе Н, а тем более, минимальность отдельных цепей не гарантирует минимальности схемы в целом. Для построения схем класса Н и многополюсных схем по структурным ф-лам могут быть использованы метод многополюсного параллельного или последовательного соединения, разработанный М. А. Гавриловым, или матричные методы сов. математиков А. Г. Лунца (р. 1916), М. Л. Цетлина (1924—66) и др. Однако при этом нет критерия минимальности схемы. Более регулярным методом построения многополюсных схем класса Н является графический метод, основанный на последовательном введении в схему переключающих контактов реле с наибольшим номером, который соответствует преобразованию наборов номеров, и объединению цепей с непротиворечивыми (совпадающими) наборами. Структура схемы при этом зависит от порядка нумерации реле. Перебор $n!$ вариантов позволяет выбрать схему с миним. числом контактов в полученном классе (с регулярным расположением контактов реле). В ряде случаев уменьшения числа контактов в схеме класса Н можно достичь применением вентилей. С помощью указанных выше методов можно определить места включения вентилей для уменьшения числа контактов. В пределе применение вентилей позволяет свести число контактных пружин на каждом реле до трех (одной переключающей контактной группы), но при этом возможно изменение временных и энерг. показателей схемы. Структура выбирается путем технико-экономического сравнивания.

Дальнейшим развитием Р.-к. с. т. явилось создание методов синтеза схем, содержащих, кроме контактов, также обмотки реле, резисторы и конденсаторы, что в ряде случаев позволяет сократить число контактов в схеме. Аналогично этому, использование многообмоточных реле иногда позволяет резко сократить число контактов в цепях, воздействующих на эти реле. Применение параметрических зависимостей (напр., изменения силы тока в цепях) позволяет также уменьшить число контактов и связей между отдельными частями схемы. При этом используется аппарат *логики многозначной*. Для смешанных схем, содержащих контакты и обмотки, имеется ряд равносильных преобразований, аналогичных преобразованиям алгебры логики. При этом, в отличие от контактных схем, инверсирование приводит к схеме, равносильной по действию.

Структурный анализ схемы заключается в определении условий работы схемы по ее структуре, а иногда и в выяснении возможности упрощения схемы. Для анализа схемы класса П составляют ее структурную ф-лу, которую затем преобразуют к дизъюнктивной (ДНФ) или конъюнктивной (КНФ) нормальной форме.

Каждое слагаемое ДНФ показывает, при каких состояниях реле (если символ с инверсией — при отпущенном состоянии, без инверсии — при рабочем) цепь будет замкнута, а каждый сомножитель КНФ показывает, при каких состояниях она будет разомкнута. Если структурную ф-лу можно упростить, это свидетельствует о наличии лишних контактов. Для анализа схемы класса Н находят структурную ф-лу эквивалентной схемы из класса П по структурной матрице или последовательным разложением схемы по начальным или конечным элементам на ряд цепей класса П.

В смешанной схеме, содержащей обмотку A реле, условия f_A работы этого реле можно найти по структурным ф-лам схемы $F_{(A=1)}$ с замкнутыми и $F_{(A=0)}$ разомкнутыми полюсами, к которым подключена обмотка A, из выражения: $f_A = F_{(A=1)} \cdot \overline{F}_{(A=0)}$. При анализе схем с многообмоточными реле или с параметрическими зависимостями необходимо учитывать взаимодействия между отдельными обмотками и между обмотками и другими элементами схемы.

Особый раздел Р.-к. с. т. посвящен изучению поведения схем в переходные периоды (при срабатывании или отпускании реле). В эти периоды отдельные контакты реле могут менять свои состояния не одновременно (т. н. состязание контактов). Вследствие этого может кратковременно нарушаться состояние цепи, что может принести к нарушению правильной работы устр-ва. Так, схемы, описываемые равносильными структурными формулами: $f = \bar{a}b \vee \bar{a}c = ab \vee \bar{a}c \vee bc = (a \vee c) \times (\bar{a} \vee b) = (a \vee c)(\bar{a} \vee b)(b \vee c)$, в статических состояниях работают одинаково. Однако в периоды изменения состояния реле A в первой из этих схем возможен обрыв (при работающих реле B и C), а в третьей — замыкание (при неработающих B и C) цепи.

Для описания поведения схемы в переходный период может быть использована трехзначная логика, в которой значение $x = \bar{x} = 1/2$ приписывается контактам реле X, изменяющего свое состояние. Это значение интерпретируется как неопределенность. Состязания контактов устраняют либо с помощью контактов с фиксированной последовательностью работы (напр., переходный контакт реле A в схеме рис. 1, б), либо введением спец. перекрывающих цепей (переход ко второй или четвертой схемам последнего примера; сравн. схемы рис. 1, б и 1, в). Аналогичные проблемы возникают и при состязаниях реле. В этом случае состязания могут быть устранены и подбором временны́х характеристик реле или изменением последовательностей их работы.

Лит.: Гаврилов М. А. Теория релейно-контактных схем. М.— Л., 1950 [библиогр. с. 298—299]; Рогинский В. Н. Построение релейных схем управления. М.— Л., 1964 [библиогр. с. 413—421]; Ершова Э. Б., Рогинский В. Н., Суторихин Н. Б. Основы релейной автоматики. М., 1969 [библиогр. с. 175—176]; Маркович А. Я., Пискер М. Н. Построение и расчет релейно-контактных схем в аппаратуре автоматической коммутации. М., 1971 [библиогр. с. 211—213]; Колдуэлл С. Логический синтез релейных устройств. Пер. с англ. М., 1962; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 783—820].

В. Н. Рогинский.

РЕФА́Л — *язык программирования*, ориентированный на описание задач преобразования символьной информации. Запись алгоритма на Р. предстает в виде композиции некоторого числа *рекурсивных функций* на множестве строк символов. Обычное обозначение $\varphi(S)$, где S — строка, а φ — символ ф-ции, заменяется на $K\,\varphi S$–. Здесь K—знак «конкретизации», служащий для явного указания на необходимость вычисления значения ф-ции, а знак –. является закрывающей скобкой для K. Описание ф-ции распадается на несколько предложений (правил конкретизации), относящихся к случаям, когда аргумент имеет тот или иной частный вид.

Для вычисления значения ф-ции рассматриваются последовательно предложения и применяется первое из них, оказавшееся подходящим. Напр., ф-ция φ, которая в заданной строке заменяет все последовательности из нескольких подряд идущих звездочек на одну звездочку, описывается двумя предложениями:

$$\S\ 1 K\varphi E1 * * E2 \sim E1\ K\varphi * E2 \text{–.}$$

$$\S\ 2 K\varphi E1 \sim E1.$$

Знак замены $\sim$ отделяет левую часть предложения от правой; $E1$ и $E2$ — свободные переменные, которые могут принимать произвольные значения. Использование Р. для машинного выполнения аналитических преобразований в прикладной математике и теор. физике дает практически важные результаты; Р. с успехом используют также в сфере *автоматизации программирования* и машинного доказательства теорем.

Лит.: Турчин В. Ф. Метаалгоритмический язык. «Кибернетика», 1968, № 4; Турчин В. Ф., Сердобольский В. И. Язык РЕФАЛ и его использование для преобразования алгебраических выражений. «Кибернетика», 1969, № 3.

В. Ф. Турчин.

РЕФЕРА́Т — вторичный документ, отражающий основное содержание первичного документа (исходной публикации). В Р. излагают цели, методы, осн. теоретич. предпосылки и результаты работы, приводят цифровые данные, формулы, таблицы и графики. В реферативных журналах на второстепенные работы вместо Р. помещают аннотации или библиографические справки, содержащие все выходные данные публикации и индекс универсальной десятичной классификации (УДК). Р. применяют в *информатике*. Существуют методы автоматического составления Р. (см. *Реферирование автоматическое*).

РЕФЕРИ́РОВАНИЕ АВТОМАТИ́ЧЕСКОЕ — составление реферата с помощью электронной цифровой вычислительной машины. Методы Р. а. различаются по характеру преобразования текста первичного документа. Преобразование может включать выбор и комбинирование готовых фрагментов текста, предварительный синтаксический анализ текста или перевод его на формализованный язык. В первом слу-

чае фрагменты, составляющие *реферат*, выбираются на основе статистических характеристик ключевых слов, входящих в эти фрагменты. Во втором — информативные фрагменты выбираются на основе анализа их грамматических связей и повторяемости этих связей в первичном документе.

При переводе текста на формализованный язык возможно провести более глубокий анализ содержания, напр., проверку результатов на новизну. Описанные методы в ряде случаев дают не реферат, а только аннотацию первичного документа. Хотя большинство методов Р. а. не вышли пока из стадии экспериментальных поисков, Р. а. имеет перспективы. В настоящее время существуют действующие системы Р. а., основанные на статистических методах выбора информативных фрагментов. См. также *Аннотирование автоматическое*.

Лит.: Пурто В. А. Об автоматическом реферировании на основе статистического анализа текста. М., 1961; Аграев В. А., Бородин В. В., Глебский Ю. В. О некоторых методах автоматического реферирования. «Ученые записки Горьковского университета», 1963, в. 66; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [библиогр. с. 728—735]; Севбо И. П. Структура связного текста и автоматизация реферирования. М., 1969. *В. А. Москович.*

РЕФЛЕКСИ́ВНОЕ УПРАВЛЕ́НИЕ — процесс передачи одним из противников другому оснований для принятия решений. Общие принципы Р. у. впервые рассмотрел В. А. Лефевр. Совокупность данных, на основе которых противники принимают свои решения, состоит из плацдарма, на котором разворачивается процесс, цели противника и его доктрины, а также на основе предположений о ранге рефлексии противника (см. *Игры рефлексивные*). При Р. у. с помощью плацдарма противнику передается та информация о плацдарме, которая выгодна для управляющей стороны (маскировка на местности, создание ложных объектов и т. д.). При Р. у. с помощью цели противнику навязывается цель, выгодная управляющей стороне (провокация, «дружеский совет» и т. д.); при Р. у. с помощью доктрины противнику навязывается алгоритм действия, удобный для управляющей стороны (сознательное проигрывание первых карточных партий шулером, систематические отвлекающие атаки на неосновном участке наступления и т. д.). Возможно рассмотрение и более сложных типов Р. у. На основе принципов Р. у. могут быть построены спец. тех. устр-ва, использующие ошибки противника при рефлексивном управлении.

Лит.: Лефевр В. А. Конфликтующие структуры. М., 1973 [библиогр. с. 155—156]. *Д. А. Поспелов.*

РЕША́ЮЩЕЕ ПРА́ВИЛО в распознавании образов — алгоритм, позволяющий по результатам измерений определенных признаков объекта (*ситуации*) принять решение о значениях интересующих нас параметров этого объекта, непосредственно не наблюдаемых при измерениях (напр., решение о том, к какому классу объектов, т. е. образу, следует отнести данный объект).

Р. п. обычно выводится в два этапа: 1) выбирается, чаще всего на интуитивной основе, совокупность измеряемых признаков объекта $x = (x_1, \ldots, x_n)$; 2) строится Р. п. $\delta(x)$, отображающее множество $\mathfrak{X}$ наборов признаков x объектов на множество Λ решений λ, принимаемых относительно значений искомых параметров γ объектов. Множество Λ чаще всего тождественно (точнее, изоморфно) множеству значений искомых параметров Γ, но в общем случае может отличаться от него. Примером Р. п. может служить алгоритм линейного разделения образов в n-мерном эвклидовом пространстве $\mathfrak{X}$. Множества Γ и Λ тождественны и являются конечными множествами номеров классов (образов): $\Gamma = \Lambda = \{1, 2, \ldots, N\}$. Каждый класс характеризуется заданным опорным вектором (см. *Эталон* в распознавании образов) $\alpha_\gamma = (\alpha_{1\gamma}, \ldots, \alpha_{n\gamma})$. Алгоритм относит объект, описываемый набором признаков $x = (x_1, \ldots, x_n)$, к тому из классов λ, для которого максимально скалярное произведение $\sum_{i=1}^{n} x_i \alpha_{i\gamma}$.

Р. п., используемые в *распознавании образов*, частично почерпнуты из теории статистических решений, *игр теории*, *оптимального управления теории* и пр. Некоторые из синонимов Р. п.: решающая функция, стратегия, *алгоритм распознавания*. В распознавании образов Р. п. часто задают при помощи семейства дискриминантных функций или системы *разделяющих поверхностей*.

Каждая дискриминантная функция $f(x, \gamma)$ указывает количественно степень «близости» (сходства) наборов признаков $x \in \mathfrak{X}$ к представителям одного из классов γ. Р. п. относит объект, описываемый набором признаков x, к классу λ, для которого сходство максимально: $f(x, \lambda) = \max_{\gamma \in \Gamma} f(x, \gamma)$. Разделяющие поверхности $\varphi(x, \lambda) = 0$ расчленяют множество $\mathfrak{X}$ на непересекающиеся подмножества $\mathfrak{X}_\lambda = \{x \mid \varphi(x, \lambda) > 0\}$, соответствующие различаемым классам: $\varphi(x, \lambda) > 0$, если объект, описываемый набором признаков x, относится к классу λ, и $\varphi(x, \lambda) \leqslant 0$ в противном случае.

В задачах распознавания образов стремятся строить Р. п. так, чтобы оптимизировать величину определенного критерия качества распознавания.

Статистические Р. п. (см. *Статистические методы распознавания*) строятся на основе критериев *риска распознавания*, т. е. математического ожидания потерь (напр., убытков из-за ошибочных решений). Возможны и иные критерии качества распознавания (в частности, если Р. п. выбирается из некоторого ограниченного семейства алгоритмов, таким критерием может служить число фактических ошибок при распознавании объектов заданной контрольной совокупности, для которых известна правильная классификация). Если статистический критерий качества, кроме убытков из-за неверных решений, учитывает также стоимость измере-

ния каждого признака, наилучшее качество достигается при последовательном Р. п. Последовательное решение выносится в несколько этапов, причем их число меняется от объекта к объекту. На каждом этапе, в зависимости от полученных на предыдущих этапах значений признаков рассматриваемого объекта, либо принимается решение о проведении следующего измерения, либо выносится окончательное решение о значениях искомых параметров этого объекта, чем и завершается решение. Теория оптимальных последовательных статистических Р. п. была впервые предложена амер. ученым А. Вальдом. Непоследовательное Р. п. формально можно рассматривать как частный случай последовательного Р. п., при котором число измерений всегда фиксировано.

Различают рандомизированные и нерандомизированные Р. п. При нерандомизированном Р. п. для каждого определенного набора признаков $x \in \mathfrak{X}$ всякий раз указывается единственное отвечающее ему решение $\lambda = \delta(x)$. Рандомизированное Р. п. для каждого такого набора признаков x задает лишь определенное условное распределение $g(\lambda \mid x)$ вероятностей всех возможных решений $\lambda \in \Lambda$.

При каждом новом появлении конкретного набора признаков $x \in \mathfrak{X}$ в соответствии с этим распределением выполняется случайный выбор одного из решений $\lambda \in \Lambda$. Нерандомизированное Р. п. является частным случаем рандомизированного, когда для каждого набора признаков $x \in \mathfrak{X}$ условная вероятность решения отлична от нуля только при одном конкретном значении $\lambda = \delta(x)$. *Г. Л. Гимельфарб.*

РЕША́ЮЩЕЕ УСТРО́ЙСТВО. 1. Простейшее или элементарное — аналоговое вычислительное устройство, предназначенное для выполнения одной определенной элементарной математической операции над принятыми непрерывными физическими величинами, моделирующими соответствующие исходные непрерывные математические переменные решаемой задачи. Простейшее Р. у. представляет собой матем. модель одной определенной фиксированной мат. операции, напр., суммирования, умножения, интегрирования и т. п., посредством которой можно непрерывно автоматически или полуавтоматически воспроизводить заданную элементарную матем. операцию над физ. величинами — *аналогами* соответствующих матем. величин. По принципу действия различают устройства мех., электромех., электр., оптические, гидравлические и т. д. По воспроизводимым матем. операциям различают следующие простейшие Р. у.: множительно-делительные, интегро-дифференцирующие, суммирующие, специализированные и универсальные функциональные преобразователи для воспроизведения ф-ций одной или двух переменных.

Особое место среди простейших Р. у. занимают устройства на основе *усилителей операционных* постоянного тока с большим коэфф. усиления и глубокой параллельной отрицательной *обратной связью* по напряжению как осн. устр-ва электронных аналоговых машин. В состав оборудования таких устр-в — блоков операционных усилителей — входят также наборы сопротивлений Z_1 и Z_0, коммутируемых соответственно во входной цепи и цепи обратной связи, и вспомогательное оборудование: реле управления, переключатели, коммутационные гнезда и т. п. Коммутацией наборов сопротивлений Z_1 и Z_0 изменяют коэфф. передачи блоков в широких пределах ($100 \div 0{,}001$) и реализуют различные передаточные ф-ции

$$\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = -\frac{Z_0(p)}{Z_1(p)}.$$

2. Из наборов простейших Р. у. составляют Р. у., наз. иначе операционными аналоговыми устройствами или структурными моделями прямой аналогии. Такие Р. у. представляют собой *модели математические*, предназначенные для воспроизведения либо определенной матем. зависимости (жесткая *фиксированная схема модели*), *либо определенного класса* матем. зависимостей, напр., систем обыкновенных дифф. ур-ний с учетом принятых ограничений, отражающих возможности модели (перестраиваемая схема модели). В случае моделирования одной определенной матем. зависимости Р. у. состоит из требуемого фиксированного набора простейших Р. у., связи между которыми устанавливаются жестко (жесткий монтаж) и не изменяются в процессе эксплуатации устройства. Эти устройства относятся к классу приборов или специализированных АВМ (см. *Аналоговая вычислительная машина*). *К. Г. Самофалов.*

РИСК РАСПОЗНАВА́НИЯ — *математическое ожидание* потерь от ошибок распознавания. Р. р. определяют, предполагая, что результаты распознавания можно оценить количественно, напр., поставить в соответствие каждой ошибке или отклонению от правильного результата некоторую потерю (штраф). В частности, если штраф равен нулю при правильном ответе и единице при любом неправильном, Р. р. сводится к вероятности ошибок при распознавании.

В достаточно общем виде Р. р. задается ф-лой:

$$r(\delta) = \int_X \sum_{j=1}^{J} L(j,\ k = \delta(x))\, p(j)\, p(x \mid j)\, dx,$$

где X — пространство распознаваемых сигналов x; $j = 1, \ldots, J$ — номера истинных классов сигналов; $k = 1, \ldots, K$ — номера ответов *алгоритма распознавания* $\delta(\cdot)$; $L(j, k)$ — потеря при отнесении сигнала класса j к классу k; $p(j)$ — априорные вероятности классов; $p(x \mid j)$ — априорные плотности вероятностей сигналов каждого класса. В *распознавании образов* величина Р. р. служит одним из осн. критериев для сравнения алгоритмов распознавания и выбора наилучшего из них (см. *Статистические методы распознавания*).

Если вероятностные характеристики сигналов и классов не известны, может быть использован т. н. эмпирический Р. р., представляющий собой средние потери при распознавании *обучающей выборки* сигналов x_t, классы j_t которых заданы ($t = 1, \ldots, N$):

$$r_{\text{эмп}}(\delta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} L(j_t, k_t = \delta(x_t)).$$

Частным случаем эмпирического Р. р. является частота ошибок для такой выборки.

Г. Л. Гимельфарб.

РИСКА ПРОБЛЕ́МА — проблема устранения риска неправильного срабатывания автомата при кратковременном совпадении значений переменных и их отрицаний вследствие задержки при переключении *логических элементов ЦВМ*, когда те и другие значения являются входными сигналами данного автомата.

Разработаны методы проверки наличия риска в схеме автомата, определены виды представления функций, свободные от риска. Для устранения риска (а также гонок, см. *Гонок проблема*) часто используют стробирование соответствующих входов автомата сигналами спец. генератора синхронизации, иногда автомат реализуют нечувствительным к возникающим кратковременным сигналам, применяя элементы с пониженным быстродействием.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Миллер Р. Теория переключательных схем. Пер. с англ., т. 2. М., 1971.

Э. И. Комухаев.

РО́БОТ — сложная система, оснащенная датчиками, воспринимающими информацию об окружающей среде, исполнительными механизмами, воздействующими на объекты окружающей среды, способная целенаправленно вести себя в изменяющейся обстановке. От других систем, предназначенных для обработки поступающей извне информации и получения *управляющих воздействий* (напр., систем автомат. управления технологическим процессом, систем *автопилотирования* и т. п.), Р. отличают антропоморфизм — способность воспринимать от окружающей среды те же сигналы, что и человек, и выполнять при помощи *исполнительных механизмов* сложные движения. Способность Р. адаптироваться, решать сложные и разнообразные задачи без изменения в структуре системы позволяют считать его многоцелевой системой. При создании Р. преследуется цель не копировать человека, а создать систему, способную лучше человека осуществлять некоторые сложные операции. Р. может быть сильнее человека, быстрее выполнять определенные операции, его использование может быть экономически более эффективным. Кроме того, Р. может работать в условиях, вредных или недоступных для человека.

Термин «Р.» впервые появился в 1920 (так назвал искусственные человекоподобные существа чеш. писатель К. Чапек). После этого Р. стали называть различные устр-ва и автомат. игрушки (см. *Игрушки кибернетические*), имевшие отдаленное внеш. сходство с человеком. Лишь развитие кибернетики (в 60 гг.) позволило поставить задачу создания Р., как сложных систем обработки информации, способных целенаправленно взаимодействовать с окружающей средой.

В Р. можно выделить 3 осн. блока (рис. 1) — блок восприятия, блок исполнительного механизма и блок управления.

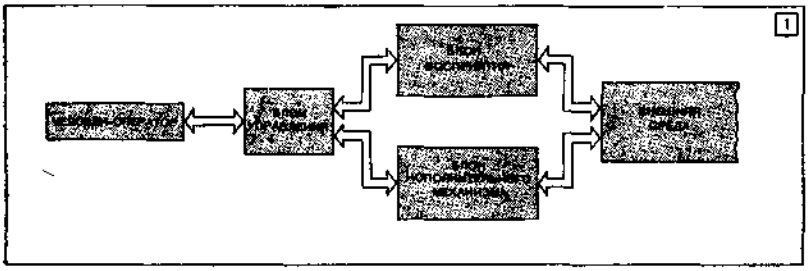
Блок восприятия состоит из датчиков, воспринимающих сигналы о состоянии внеш. среды, и системы обработки полученной информации. Датчики преобразуют сигналы внеш. среды, воспринимаемые обычно человеком как зрительные, слуховые, тактильные и т. п., в сигналы той или иной физ. природы (напр., электр.). Применяют также датчики для восприятия сигналов, не воспринимаемых непосредственно органами чувств человека, напр., электромагнитные волны определенной длины, атмосферное давление и т. п. Обработка воспринимаемых сигналов заключается в построении такого описания состояния внеш. среды, которое мог бы использовать блок управления для принятия решений. Принципы действия датчиков и методы обработки воспринимаемых ими сигналов определяются физ. природой этих сигналов. Наиболее простыми являются тактильные датчики, дающие сигнал при непосредственном соприкосновении с окружающими объектами. Эти датчики чаще всего выполняют в виде двухпозиционных переключателей, разрывающих либо замыкающих электрическую цепь под влиянием механических воздействий.

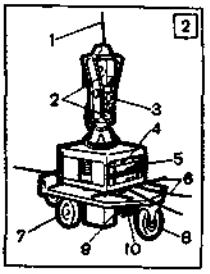
Наиболее сложными и информативными являются датчики зрительной информации. Чаще всего это телекамеры, оборудованные устр-вом автомат. наводки на резкость и механизмами поворота и наклона камеры. Наводка на резкость осуществляется по сигналам автомат. дальномеров, позволяющих измерять расстояние до исследуемого объекта. Видеосигнал, полученный на выходе телекамеры, преобразуется в дискретный сигнал путем пространственной дискретизации изображения и квантования значений яркости полученных элементов изображения. В зависимости от назначения число элементов разложения может быть от тысяч до десятков тысяч. Высокое разрешение используют при распознавании объектов, низкое — при необходимости определения наличия каких-либо объектов в поле зрения Р. Предусматривается иногда возможность автоматически изменять параметры дискретизации изображений и позволять блоку восприятия Р. организовать целенаправленную обработку воспринимаемой информации в зависимости от решаемой задачи восприятия.

Задача обработки воспринимаемой зрительной информации сводится, гл. обр., к задаче автомат. распознавания изображений объемных тел, определения их размеров и местоположения, т. е. к составлению описания окружающей среды. Возможность автомат. определения местоположения исполнительного механизма Р. по его изображению можно использовать для организации управления исполни-

тельными механизмами с использованием «зрительной» *обратной связи*. Очевидно, что успех в решении задачи обработки зрительной информации в значительной мере определяется совр. состоянием теории и практики *распознавания образов*. Решаются задачи распознавания изображений различных многогранников, произвольно расположенных в поле зрения Р. Сужение круга распознаваемых изображений объясняется не столько практическими целями, сколько сложностью задачи распознавания объемных тел случайной формы. В основном используют эвристические методы выделения ребер, вершин и граней многогранников и составления описания объектов в виде упорядоченного списка выделенных элементов, в котором указаны связи между ними. Можно также использовать дополнительную информацию об объектах, которую можно получить путем стереоскопического восприятия изображений, разделения объектов по окраске и т. п. Специфика решения задачи распознавания применительно к Р. заключается также в возможности использовать вспомогательные данные, получаемые за счет мобильности Р., т. е. возможности перемещать датчики восприятия по отношению к распознаваемым объектам и манипулировать этими объектами. Использование звуковых сигналов для управления Р. ограничивается подачей команд Р. голосом, для чего применяют разнообразные алгоритмы автомат. распознавания ограниченного набора слов. Алгоритмы автомат. *синтеза речевых сигналов* можно использовать для обращения Р. к человеку.

Б л о к и с п о л н и т е л ь н о г о м е х а н и з м а содержит средства манипулирования объектами и средства перемещения Р., необходимые для достижения поставленной цели. *Манипуляторы* позволяют Р. выполнять различные операции по перемещению и переориентации объектов с обходом возможных препятствий на пути перемещения. Для того, чтобы манипулятор мог захватить объект, находящийся в любом месте и при любой ориентации, он должен обладать не менее, чем семью степенями свободы (тремя — для изменения положения, тремя—для изменения ориентации захвата и одной — для сжатия захвата). Манипуляторы являются сложными многозвенными механизмами. Задачу автомат. управления звеньями манипулятора надо было бы решать как задачу оптим. в некотором смысле изменения состояний звеньев, обеспечивающего перемещение, переориентацию захвата и захват объекта с заданными координатами. В качестве критерия оптимизации можно использовать минимум расходуемой энергии, минимум времени перемещения захвата и т. п. Точное решение задачи управления манипулятором получается весьма громоздким. В то же время управление должно производиться в *реальном масштабе времени*. Все это приводит к разработке и использованию различных эвристических методов управления манипулятором, обеспечивающих приемлемую скорость и точность перемещения. Способы конструктивного исполнения манипуляторов определяются их назначением. Часто используют манипуляторы с электрогидравлическим приводом, характеризующиеся значительным диапазоном изменения грузоподъемности (от килограммов до десятков тонн). Находят применение электромех. и пневматические приводы.





1. Блок-схема робота.
2. Конструкция подвижной части робота: 1 — антенна радиосвязи с ЭВМ; 2 — дальномер; 3 — телевизионная камера; 4 — блок управления телевизионной камерой; 5 — бортовая ЭВМ; 6 — тактильные датчики; 7 — ведущее колесо; 8 — поворотное колесо; 9 — мотор привода; 10 — аккумулятор.

Другой разновидностью исполнительных механизмов Р. являются средства для его перемещения. Для перемещения по твердой почве разрабатывают колесные, гусеничные и стопоходящие механизмы; для подводных Р. разрабатывают средства для перемещения как в воде, так и по дну. Передвижение с помощью колес с независимыми приводами было, напр., осуществлено на сов. автомат. станции «Луноход-1». Работы по созданию стопоходящих механизмов (педипуляторов) пока не вышли за рамки исследований. Такие устр-ва, благодаря высокой маневренности и малой площади соприкосновения с почвой, пригодны для перемещения по местности, труднопроходимой или вообще непроходимой для колесных и гусеничных транспортных средств. Управление педипуляторами сходно с управлением манипуляторами, что при условии неодновременной работы этих механизмов повышает эффективность использования аппаратуры блока управления.

Б л о к у п р а в л е н и я осуществляет целенаправленное поведение Р. в реальной

окружающей обстановке. Входной информацией блока является: информация, поступающая от человека, информация о состоянии внеш. среды, поступающая от блока восприятия, и сигналы обратной связи, поступающие от блока исполнительного механизма. Для переработки информации используют универсальные ЭЦВМ. Матем. обеспечение блока управления имеет иерархическую структуру. На высшем уровне выполняется анализ задач, стоящих перед Р. На следующих уровнях составляются стратегические и оперативно-тактические планы достижения цели. На нижнем уровне решается задача управления блоками восприятия и исполнительного механизма.

В блоке управления строятся модель внеш. среды и модель самого Р., которые используются на всех уровнях системы управления. Модель внеш. среды строится на основании априорной информации о свойствах среды и законах ее организации, поступающей от человека, и информации о текущем состоянии среды (описание положения и формы элементов внеш. мира), поступающей из блока восприятия и блока исполнительного механизма. В задачу блока управления входит уточнение и обобщение модели путем выявления в процессе работы принципов организации и функционирования внеш. среды. Модель самого Р. содержит сведения о структуре Р., о взаимодействии отдельных его частей и позволяет в каждый момент времени определять расположение, ориентацию и состояние датчиков восприятия и взаимное расположение звеньев исполнительного механизма.

Наличие моделей внеш. среды и самого Р. позволяет блоку управления предсказать результаты выполнения разрабатываемых планов достижения цели путем *моделирования математического* без выполнения мех. перемещений. Это дает возможность выбрать наиболее приемлемый план с точки зрения времени его реализации, расхода энергии и т. п. При решении задачи планирования поведения Р. возникает необходимость в построении общих методов анализа ситуаций и принятия решений (в противном случае пришлось бы заняться практически невыполнимым делом: предусмотреть все возможные ситуации и указать правила поведения Р. в каждой из них). Для управления Р. пытаются приспособить аппарат автомат. доказательства теорем, развиваемый в работах по созданию искусственного мышления. Примером может служить система STRIPS, предложенная в США, в Стенфордском исследовательском ин-те, в которой модель внешней среды задается некоторым мн-вом аксиом — формул исчисления предикатов первого порядка.

Принципиальная сложность в разработке общих методов управления Р. заключается в трудности сократить перебор возможных путей достижения цели. При использовании аппарата автомат. доказательства теорем (см. *Доказательство теорем на ЦВМ*) в схеме весьма велико к-во исходных аксиом. Это в свою очередь резко увеличивает к-во перебираемых вариантов. В системе STRIPS для ограничения перебора надеются использовать то, что почти всегда применение отдельного оператора изменяет только часть модели внеш. среды, оставляя другую неизменной. Пока система может работать только при сравнительно простых моделях внеш. среды.

Через блок управления осуществляется также общение Р. с *человеком-оператором*. От оператора в систему поступают задания, необходимая информация, вопросы. Системой выдаются сведения о выполнении задания, ответы на вопросы, запросы на дополнительную информацию, сообщения о невозможности выполнения и т. п. Для человека наиболее удобен обмен информацией на привычном ему языке. В Стенфордском ин-те, напр., для общения с Р. создана программа перевода фраз (с ограниченным набором слов) с англ. языка на язык исчисления предикатов первого порядка и программа обратного перевода.

Задача создания Р. выдвинула перед исследователями ряд проблем в области создания матем. обеспечения и новых тех. средств. Нерешенных проблем пока еще значительно больше, чем решенных. Уровень «интеллектуальности» созданных Р. довольно низок. Напр., Р., созданный в Массачусетском технологическом ин-те (США), способен собирать в коробку кубики определенных размеров либо определенного цвета и строить башни из расположенных в произвольном порядке кубиков, пирамид и параллелепипедов. При этом координаты этих тел не сообщаются Р.: он должен самостоятельно обнаружить их среди множества других тел. Р. Стенфордского ин-та не оснащен манипуляторами (рис. 2), он перемещает предметы, подталкивая их. Р. может найти тело указанной ему формы и переместить его в заданную позицию. Если при этом ему встретится препятствие («ступенька»), которое можно преодолеть с помощью трапа, Р. находит трап, подталкивает его к препятствию и взбирается по трапу к обнаруженному объекту. Находить объекты, расположенные в зоне действия манипулятора, и собирать их в коробку способен Р., созданный в Ленинградском политехническом ин-те. Существует довольно много проектов и макетов Р., однако уровень их «интеллектуальности» таков, что для распознавания ими сложных объектов и ситуаций и для принятия решений требуется участие человека-оператора.

Включение человека в контур управления Р. позволяет уже сейчас использовать Р. в различных сферах человеческой деятельности, таких как комплексная автоматизация производственных процессов, космические и глубоководные исследования. Тем самым осуществляется переход от телеуправляемых исполнительных механизмов к более сложным системам, в которых управление исполнительными механизмами передается бортовым вычисл. машинам, чем достигается определенная степень автономности управления Р. Разновидностью таких систем являются *роботы промышленные*.

Лит.: Кулешов В. С., Лакота Н. А. Динамика систем управления манипуляторами. М., 1971 [библиогр. с. 298—302]; Человеческие способности машин. М., 1971; Кобринский А. Е. Вот они роботы. М., 1972; Интегральные роботы. Пер. с англ. М., 1973; Pitrat J. Les robots. «Automatisme», 1969, v. 14, № 11—12.

В. И. Рыбак.

РО́БОТ ПРОМЫ́ШЛЕННЫЙ — автоматический программно управляемый манипулятор, способный выполнять рабочие операции, связанные со сложными пространственными перемещениями. Блок управления Р. п. содержит устр-во ввода информации, запоминающее устр-во, преобразователи сигналов для управления приводами *манипулятора* и пульт управления. Обычно манипулятор снабжается набором сменных захватов. Темп и последовательность движений Р. п. задаются в виде *программы*. После задания программы («обучения») Р. п., получив команду извне, каждый раз выполняет ту последовательность операций, которой он «обучен». Возможность замены программы действий и смены вида захвата позволяет быстро переналаживать Р. п. с одной последовательности операций на другую, обеспечивая ему некоторую универсальность.

Управление Р. п. организуют двумя способами: при первом все положения звеньев манипулятора определяются только значениями управляющей программы без последующей корректировки, при втором точное конечное положение звеньев дополнительно корректируется при помощи сигналов от спец. датчиков. Первый способ управления используют, напр., в наиболее распространенных Р. п. типа «Versatran» и «Unimate». Системы управления второго типа находятся в стадии исследований.

Р. п. предназначаются для использования во вредных для человека или тяжелых производственных условиях, при выполнении операций, имеющих чисто механический повторяющийся характер и т. п. Р. п. применяют в различных отраслях металлообрабатывающей пром-сти, в произ-ве стекла, в автомобилестроении, в электронной пром-сти и др.

Р. п. «Versatran» имеет манипулятор с 6 степенями свободы; захват изделий осуществляется с помощью двух «пальцев». Перемещение манипулятора описывается в цилиндрической системе координат: манипулятор может перемещаться в вертикальном и горизонтальном направлениях и совершать вращательное движение вокруг вертикальной оси. Захват манипулятора может вращаться и поворачиваться. Грузоподъемность манипулятора «Versatran» достигает 20 *кГс*. В Р. п. «Versatran» используется либо непрерывное управление манипулятором, либо дискретное. В первом случае в запоминающее устр-во (на магн. ленте) записывают аналоговые сигналы, которые отрабатываются следящей системой, управляющей приводами манипулятора. Последовательность операций, непрерывно осуществляемых манипулятором, сначала формируют вручную. Ручной привод позволяет легко управлять движениями манипулятора. В программу управления, кроме траектории движения, записывают также сигналы, синхронизирующие работу Р. п. с работой обслуживаемого им оборудования.

В системах дискретного управления манипулятор совершает прямолинейные перемещения между заданными оператором при «обучении» точками в определенной области пространства.

Р. п. «Unimate» имеет практически то же число степеней свободы, что и «Versatran». Грузоподъемность его манипулятора—порядка 45 *кГс*. В отличие от Р. п. «Versatran» перемещения манипулятора «Unimate» описываются с помощью сферической системы координат. В этом Р. п. используется система дискретного управления.

Обе рассматриваемые конструкции Р. п. допускают свободную смену захватов. На практике используют захваты и насадки самых разных типов: для транспортировки многогранных и круглых стержней, для точечной сварки, окраски, манипуляции со стеклянными баллонами и т. п.

Совершенствование Р. п., оснащение их системами восприятия зрительной и тактильной информации, разработка систем автономного адаптивного управления Р. п. являются предпосылкой для создания высокопроизводительных заводов-автоматов с перестраиваемым производственным циклом. Для таких заводов необходимы Р. п. различного назначения: транспортные (для перемещения заготовок и изделий), сборочные (способные автоматически осуществлять сборку по чертежам или их описанию), обслуживающие станки с программным управлением и различные производственные автоматы и др.

К Р. п. примыкают дистанционно управляемые от специальных пультов или от вычислительных машин манипуляторы, используемые для проведения исследовательских и спасательных работ на дне морей и океанов, напр., глубоководный гидравлический манипулятор, разработанный в Ин-те океанологии АН СССР, предназначен для работ на глубинах до 2000 *м*, его грузоподъемность 40 *кГс*. Телеуправление манипулятором осуществляется по кабелю с базового судна. Управлять можно с помощью человека-оператора или посредством ЭВМ, расположенной на борту судна. Дистанционно управляемые манипуляторы нашли применение также в автоматических космических станциях «Луноход», «Луна-16», «Surveyer».

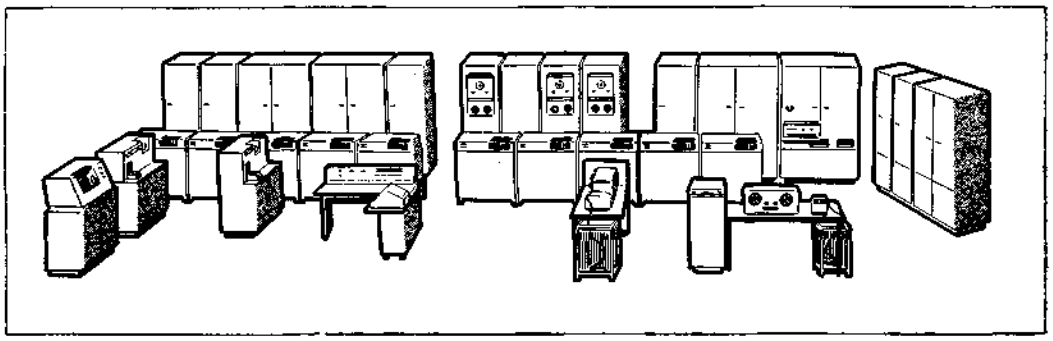
Лит.: Кулешов В. С., Лакота Н. А. Динамика систем управления манипуляторами. М., 1971 [библиогр. с. 298—302]; Цудзи М. Перспективы развития промышленных роботов. «Отомэсен, Automation», 1969, т. 14, № 1; Игнатьев М. Б., Кулаков Ф. М., Покровский А. М. Алгоритмы управления роботами-манипуляторами. Л., 1972 [библиогр. с. 237—241].

В. И. Рыбак.

РУ́НГЕ—КУ́ТТЫ МЕ́ТОД — один из численных методов решения задач Коши. См. *Коши задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений способы решения.*

«РУТА-110» — комплекс устройств обработки, ввода, хранения, вывода, а также дистанционного сбора и выдачи алфавитно-цифровой информации, предназначенный для создания локальных систем обработки данных. Разрабо-

тан в 1969 СКБ вычисл. машин (г. Вильнюс). Структура *процессора* и *внешних устройств*, а также система команд разработаны с учетом требований обработки больших массивов данных при решении широкого круга эконом., управленческих и др. задач. В осн. состав комплекса «Р.-110» (рис.) входят: 1) процессор «РУТА-111», который выполняет арифм., логические и др. операции и управляет всеми внеш. устр-вами (емкость его *запоминающего устройства* — 16 тыс. символов, длина символа — 8 *бит*; длина слова и команд переменная, обработка информации последовательная, скорость ее — 5,5÷9 тыс. операций в 1 *сек*, форма представления чисел — двоично-десятичная с фиксированной запятой); 2) поколонное перфокарточное устройство ввода—вывода Р601 (скорость считывания 350 перфокарт в 1 *мин*, перфорации — 160 колонок в 1 *сек*); 3) устройство ввода — вывода информации на 5- или 7-дорожечную перфоленту, в состав которого входят фотосчитыватель и ленточный *перфоратор* ПЛ-80/8 (скорость считывания 1000 символов в 1 *сек*, перфорации — 80 символов в 1 *сек*); 4) два ЗУ со сменными кассетами магн. дисков (емкость одной кассеты — 1,3 млн. символов, среднее время выборки — 200 *мсек*); 5) *алфавитно-цифровое печатающее устройство* АЦПУ-128-2М (печатает 400 строк в 1 *мин*); 6) пульт управления с печатающей машинкой для ручного ввода информации в процессор и вывода из ЗУ.



Вычислительный комплекс «Рута-110».

Предусмотрена возможность подключения ряда дополнительных устр-в: от двух до восьми ЗУ на магн. лентах; до восьми ЗУ на магн. дисках (дополнительно); второе перфокарточное устр-во ввода — вывода; устр-во сбора и выдачи данных, с помощью которого осуществляется дистанционная связь между процессором и устр-вами коммутации — регистрации данных (до 19 шт.), устр-вами передачи данных по телефонным каналам (до 3 шт.), устр-вами дистанционной печати — *телетайпами* (до 30 шт.), абонентской телеграфной сетью, а также между двумя процессорами «РУТА-111»; до 228 устр-в набора данных Р901, из которых каждый позволяет формировать цифровое сообщение при помощи клавиатуры, жетона и перфокарты и передавать его на устр-во коммутации — регистрации на расстояние до 500 *м*; оптическое читающее устр-во «РУТА-701», которое со скоростью 150 знаков в *сек* автоматически воспринимает печатные и рукописные цифры и 4 спец. символа непосредственно с первичных документов длиной от 148 до 297 *мм* и шириной 210 *мм* и коды распознанных знаков либо вводит в ЗУ машины, либо выводит на перфоленту.

В комплексе «Рута-110» могут одновременно выполняться вычисл. операции и осуществляться обмен информацией между процессором и рядом внеш. устройств. Одновременно может решаться до трех программ. В зависимости от решаемых задач, объема и типа вводимой и выводимой информации, потребитель может из устр-в комплекса «Рута-110» организовать вычисл. систему с разным количеством и с разной номенклатурой внеш. устройств.

Лит.: Разработка и внедрение комплекса электронных вычислительных машин «Рута-110». М., 1969.

З. А. Кирклис.

***R*-ФУНКЦИИ** — отображения вида $y = f(x)$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, множества Q^n в Q, «родственные» в некотором смысле функциям k-значной логики (в частности, при $k = 2$, *булевым функциям*). *R*-ф-ции впервые ввел сов. математик В. Л. Рвачев в 1963. Существует бесконечно много различных мн-в *R*-ф-ций, каждое из которых вполне определяется заданием разбиения Q на систему подмн-в $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{k-1}$. Пусть $S_k(t) = i$, если $t \in Q_i$ $(i = 0, 1, \ldots, k-1)$. Тогда отображение $y = f(x)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$, наз. *R*-ф-цией, соответствующей указанному разбиению мн-ва Q, если существует такая ф-ция k-значной логики (см. *Логика многозначная*) $Y = F(X)$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$, что для всех $x \in Q^n$ выполняется равенство $S_k[f(x)] = F[S_k(x)]$, где $S_k(x) = (S_k(x_1), \ldots, S_k(x_n))$. Мн-ва $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{k-1}$ можно рассматривать как некоторые качественные градации, на которые разбито мн-во Q. Каждому элементу x мн-ва Q^n соответствует определенный набор номеров этих «качеств». Для *R*-ф-ций характерным является

то, что задание набора номеров «качеств» аргументов вполне определяет «качество» ф-ции. Напр., если Q — числовая ось, а Q_0 и Q_1 — интервалы $(-\infty, 0)$ и $[0, +\infty)$ соответственно, то *R*-ф-циями будут такие ф-ции обычных действительных аргументов, знак которых вполне определяется заданием наборов знаков аргументов, напр.: $W_1 = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$; $W_2 = x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - xy}$; $W_3 = xyz$ и т. д. Каждой *R*-ф-ции соответствует определенная ф-ция логики, которая наз. сопровождающей. Так, для ф-ции $W_1 = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ сопровождающей является булева *конъюнкция* $X \wedge Y$, так как $S_2(W_1) = S_2(X) \wedge S_2(Y)$. *R*-ф-ции, которым соответствует одна и та же сопровождающая ф-ция логики, составляют ветвь мн-ва *R*-ф-ций и, следовательно, мн-во *R*-ф-ций разбивается на k^{k^n} ветвей. Каково бы ни было разбиение мн-ва Q, соответствующее ему мн-во *R*-ф-ций является функционально замкнутым, т. е. сложная ф-ция (суперпозиция) *R*-ф-ций также является *R*-ф-цией. Система H *R*-ф-ций, суперпозиции которых имеются в каждой ветви, наз. достаточно полной. Достаточно полными являются такие системы *R*-ф-ций, которым соответствуют полные системы сопровождающих ф-ций логики. Напр., в мн-ве *R*-ф-ций, соответствующих разбиению числовой оси на положительные и отрицательные числа, достаточно полной является система R_0:

$$x \wedge_0 y = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \quad (R\text{-конъюнкция});$$

$$x \vee_0 y = x + y + \sqrt{x^2 + y^2} \quad (R\text{-дизъюнкция});$$

$$\bar{x} = -x \quad (R\text{-отрицание}).$$

Каждая ветвь этого мн-ва *R*-ф-ций содержит элементарные ф-ции, везде дифференцируемые заданное к-во раз.

R-ф-ции широко применяются в прикладной геометрии (задачи оптим. раскроя и упаковки, геом. миниатюризации аппаратуры), в *программировании математическом* (методы отыскания оптим. решений), в механике (контактные задачи теории упругости, изгиб и колебание пластин, кручение стержней сложного сечения), электродинамике (расчет полей, задачи дифракции), теплофизике, гидродинамике, в конструктивной теории ф-ций (обобщение ф-л Тейлора) и в др. отраслях науки и техники. Такой широкий диапазон применения *R*-ф-ций объясняется тем, что с их помощью удалось ввести в классический непрерывный анализ методы конечной математики и *алгебры логики*. В частности, с их помощью оказалось возможным существенно расширить средства аналитической геометрии, обеспечить возможность построения (в единой аналитической форме) ур-ний геом. объектов практически произвольной формы.

Применение *R*-ф-ций позволило преодолеть трудности, связанные с построением т. н. координатных последовательностей при решении *краевых задач* для ур-ний в частных производных в случае областей сложной формы при сложном характере краевых условий. Здесь основополагающим является понятие структуры решения краевой задачи. Обычно краевая задача ставится так. Требуется в некоторой области (P) найти решение ур-ния $Au = f$, удовлетворяющее на границе Γ области (P) краевым условиям

$$L_i u = \varphi_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, m), \qquad (1)$$

где f и φ_i — заданные ф-ции (в общем случае — вектор-ф-ции), A и L_i — заданные *операторы*, определенные соответственно внутри и на границе области (P).

Пусть B — m-местный оператор, такой, что ф-ция

$$u^* = B(\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m) + \Phi_0. \qquad (2)$$

где Φ_0 — некоторая известная ф-ция, при любом выборе достаточное к-во раз дифференцируемых и ограниченных в (P) ф-ций $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$ точно удовлетворяющая краевым условиям (1). В этом случае говорят, что ф-лой (2) определяется структура решения краевой задачи. Если, кроме того, существует возможность такого выбора неопределенных ф-ций $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$, что ф-ла (2) определит точное решение краевой задачи, то структура (2) наз. полной структурой. Наконец, структура (2) наз. полной в некотором смысле, если существует возможность такого выбора в определенном мн-ве ф-ций $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_m$, что ф-ция u^* будет сколь угодно близка (в указанном смысле) к точному решению u.

Вид структуры (2) определяется видом оператора B и ф-ции Φ_0. Очевидно, что этот вид зависит не только от вида дифф. операторов L_i и заданных ф-ций φ_j, но также и от формы области и формы участков границы, на которых заданы те или иные из краевых условий. Вся эта информация должна быть учтена при построении структуры на аналитическом уровне. Оказывается, что для многих типов краевых задач можно строить структурные ф-лы вида

$$u^* = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i \frac{\partial^{m_i} \Phi_i}{\partial x^{\alpha_i} \partial y^{\beta_i} \partial z^{m_i - \alpha_i - \beta_i}} + b_i \Phi_i \right) + \Phi_0, \qquad (3)$$

где a_i, b_i и Φ_0 — известные элементарные ф-ции. Структуры вида (3) с элементарными коэфф. наз. элементарными структурами.

Лит.: Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. К., 1967 [библиогр. с. 207—209]; Рвачев В. Л. Об одном расширении понятия *R*-функций. «Кибернетика», 1971, № 4; Рвачев В. Л. Применение *R*-функций к решению краевых задач математической физики. В кн.: Материалы семинара по численным методам решения внутренних краевых задач электродинамики СВЧ. М., 1971.

А. А. Ющенко.

С

САМОДВОЙСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ — функции *алгебры логики* такие, что они являются *двойственными функциями алгебры логики* сами к себе. С. ф. а. л. являются, напр., ф-ции $f(x) = x$, $f(x) = \bar{x}$. Класс С. ф. а. л. является *классом предполным функций алгебры логики*.

САМОКОРРЕКТИРУЮЩАЯСЯ СХЕМА — понятие, родственное понятию самокорректирующегося *кода*, которое относится к проблеме надежности управляющих систем. Рассмотрим к.-л. класс управляющих систем, в котором каждая управляющая система полностью характеризуется своей схемой (напр., класс *схем контактных*, класс схем из функциональных элементов в некотором базисе и пр.).

Пусть схема Σ реализует некоторую ф-цию f. Предположим, что на схему действует некоторый источник неисправностей, преобразующий какие-то ее элементы (или элементы некоторых типов) в объекты, которые можно считать элементами. Таким образом, схема Σ переходит в одну из схем $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_r$. Каждая из этих схем соответствует некоторому неисправному состоянию исходной системы Σ. Считают, что в пределах рассмотрений дальнейших изменений в схемах не происходит. Пусть f_i — функция, реализуемая схемой Σ_i $(i = 1, 2, \ldots, r)$. Схема Σ наз. самокорректирующейся относительно данного источника неисправностей, если $f_i \equiv f$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$. Другими словами, схема функционирует правильно при воздействии данного источника неисправностей.

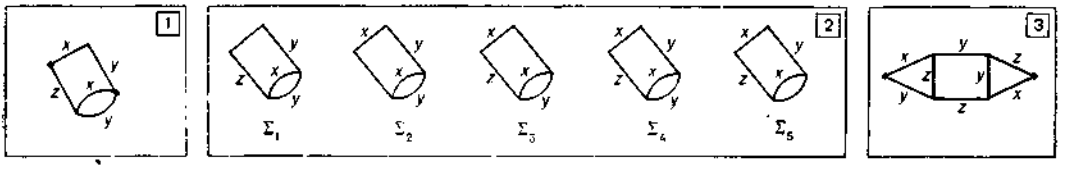
На рис. 1 изображена контактная схема Σ, реализующая *булеву функцию* $xy \vee yz \vee xz$. Пусть источник неисправностей вызывает короткое замыкание одного из контактов. Тогда получим (рис. 2) пять неисправных состояний схемы $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \Sigma_4, \Sigma_5$, которые реализуют ф-ции $f_1 = y \vee xz$, $f_2 = x \vee y$, $f_3 = x \vee zy$, $f_4 = xy \vee z$ и $f_5 = xy \vee z$. Схема Σ не будет самокорректирующейся относительно данного источника неисправностей. В то же время схема, изображенная на рис. 3, будет самокорректирующейся и реализует ту же функцию $xy \vee yz \vee xz$ при любом замыкании одного из контактов.

Вопрос о построении С. с. достаточно хорошо изучен для двух классов управляющих систем: контактных схем и схем из функциональных элементов. При этом рассматривали источники неисправностей различных типов: допускающие неисправность одного элемента, неисправность не более m элементов и неисправность не более $m(n)$ элементов, где $m(n)$ — функция, имеющая некоторый рост, а n — число переменных ф-ций f.

Задача построения С. с.— спец. задача синтеза управляющих систем с дополнительными требованиями. Для указанных классов оказалось, что существует тривиальное решение, приводящее к С. с. В нем используется дублирование элементов с определенной кратностью. Для исходного примера имеем удвоение — контакт заменяется на два последовательно соединенных контакта. В то же время пример на рис. 3 показывает, что существуют нетривиальные С. с. Главный результат состоит в том, что для большинства ф-ций $f(x_1, \ldots, x_n)$ *алгебры логики* можно построить С. с., сложность которой асимптотически (т. е. при $n \to \infty$) равна сложности минимальной схемы, реализующей f без требования самокоррекции. Таким образом, для большинства функций алгебры логики самокоррекция достигается благодаря незначительному усложнению схемы.

С. В. Яблонский.

САМОНАСТРАИВАЮЩАЯСЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА — автоматическая система, обладающая способностью компенсации параметрических возмущений, действующих на объект управления (ОУ). *Возмущающее воздействие* наз. параметрическим, если оно изменяет параметры (коэффициент передачи, постоянные времени и т. д.) какого-либо звена системы. Основная особенность С. п. с. заключается в цели самонастройки — стабилизации или оптимизации динамических свойств системы в процессе ее работы; а достижение этой цели осуществляется с помощью параметрической связи, т. е. дополнительной цепи, которая изменяет параметры управляющего устройства системы (коэффициент усиления, постоянную времени) в зависимости от некоторой координаты системы или параметрического возмущения.



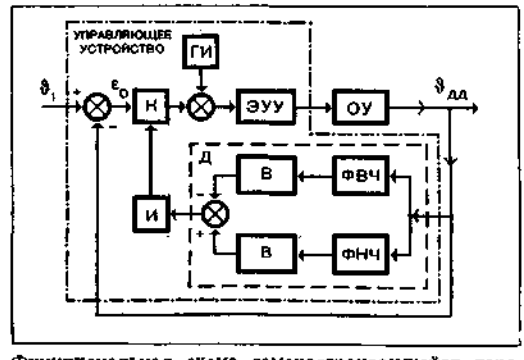
1. Контактная схема, реализующая булеву функцию $xy \vee yz \vee xz$.
2. Контактные схемы, являющиеся неисправными состояниями исходной схемы (рис. 1).
3. Самокорректирующаяся контактная схема, реализующая функцию $xy \vee yz \vee xz$.

Пример структурной схемы С. п. с. представлен на рис. ОУ является ракета, динамические параметры которой изменяются в широких пределах. Назначение системы состоит в автомат. управлении углом тангажа ($\vartheta_{дд}$) ОУ. При подаче на вход системы сигнала, соответствующего требуемому значению угла тангажа ϑ_1, возникает сигнал ошибки $\varepsilon_D = \vartheta_1 - \vartheta_{дд}$, который (после его преобразования элементами управляющего устройства ЭУУ) приводит к отклонению рулей. В результате этого возникают аэродинамические силы, которые изменяют угол $\vartheta_{дд}$. Изменение угла заканчивается при $\varepsilon_D \cong 0$.

Особенностью данной системы является непостоянство динамических параметров ОУ в зависимости от высоты и скорости полета. Изменение параметров приводит к ухудшению качества процесса управления и, как следствие, к необходимости применения самонастройки. Контур самонастройки обеспечивает требуемые показатели качества системы путем стабилизации частоты собственных колебаний. Для систематической оценки величины собственных колебаний системы на ее вход от спец. генератора импульсов ГИ периодически подается пробный сигнал. Величина отклонения частоты собственных колебаний от заданного значения определяется частотным дискриминатором Д, выходной сигнал с которого подается на интегрирующий элемент И, управляющий коэффициентом К усиления прямой цепи системы. За счет изменения этого коэфф. обеспечивается, с определенной степенью точности, стабилизация частоты собственных затухающих колебаний. Возможность использования частоты собственных колебаний в качестве критерия состояния системы устанавливается в процессе предварительных исследований системы автопилот—ракета на различных участках траектории полета ракеты.

Классификацию известных разновидностей С. п. с. можно осуществить по: а) принципу управления; б) способу получения информации о динамических свойствах системы. По принципам управления можно выделить две группы систем: С. п. с. замкнутого типа (см. рис.) с *обратной связью* по показателю качества — аналог обычных систем, в которых используется принцип управления по отклонению; С. п. с. разомкнутого типа со связями по параметрическим возмущениям — аналог обычных систем регулирования, в которых используется принцип управления по возмущению (см. также *Стабилизации система)*. Примером С. п. с. разомкнутого типа является система автопилот—ракета, в которой параметры *корректирующего устройства* (коэфф. передачи и постоянная времени) изменяются в зависимости от величины скоростного напора. Наиболее совершенны — С. п. с. замкнутого типа, т. к. они обладают способностью контролировать результаты самонастройки, требуют меньшей априорной информации (по сравнению с С. п. с. разомкнутого типа) при проектировании и позволяют получить системы с высокими показателями качества. Достоинства С. п. с. разомкнутого типа — высокое быстродействие (т. к. самонастройка параметров управляющего устройства осуществляется в зависимости от параметрического возмущения) и простота тех. реализации.

В зависимости от способа получения информации о динамических свойствах системы выделяют три основных группы С. п. с.: системы с пробным гармоническим сигналом, с предельным циклом (с *автоколебаниями*) и с



Функциональная схема самонастраивающейся параметрической системы: ФВЧ — фильтр высоких частот; ФНЧ — фильтр низких частот; В — выпрямитель.

эталонной моделью. Задача контура самонастройки в системах с пробным гармоническим сигналом состоит в стабилизации амплитуды вынужденных незатухающих колебаний, которые обеспечиваются с помощью спец. генератора. Источником информации о динамических свойствах системы является амплитуда вынужденных незатухающих колебаний. При отклонении амплитуды от заданного значения цепь самонастройки с целью устранения этих отклонений производит изменение коэфф. усиления управляющего устройства.

Осн. особенность С. п. с. с предельным циклом состоит в том, что они работают в автоколебательном режиме. При этом система сама как бы является источником пробного гармонического сигнала. Задача цепи самонастройки состоит в обеспечении заданной величины амплитуды автоколебаний с помощью изменения коэфф. усиления управляющего устройства. Источником информации о динамических свойствах системы в этом случае является амплитуда автоколебаний.

В С. п. с. с эталонной моделью динамические свойства системы определяются путем непрерывного сравнения реакций модели и системы на одни и те же входные воздействия. Задача цепи самонастройки состоит в приближении реакции системы к реакции модели. Решение этой задачи достигается изменением параметров управляющего устройства в зависимости от величины разности между указанными реакциями.

Осн. достоинства С. п. с.— высокое быстродействие (т. к. они относятся к беспоисковым

системам) и простота конструктивной реализации по сравнению с поисковыми системами. Осн. недостаток — необходимость значительной априорной информации при проектировании этих систем (применительно, напр., к управлению летательными аппаратами необходимо знать законы изменения аэродинамических коэфф., скорости полета и скоростного напора в функции времени для различных условий полета).

Лит.: Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [библиогр. с. 412—416]; Кунцевич В. М. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. К., 1966 [библиогр. с. 266—279]; Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 527—528]. *Ф. Ф. Константинов.*

САМОНАСТРА́ИВАЮЩАЯСЯ СИСТЕ́МА — система, в которой в процессе функционирования автоматически изменяются некоторые параметры управляющей части, с тем, чтобы обеспечить заданное качество регулирования в условиях нестационарности объекта управления, задающих и *возмущающих воздействий*. См. *Самонастраивающаяся параметрическая система, Система экстремального регулирования.*

САМООБУЧА́ЮЩИЕСЯ СИСТЕ́МЫ — устройства, способные под влиянием внешних воздействий улучшать качество своего функционирования в соответствии с заданным критерием качества. Класс систем, которые наз. самообучающимися, не определен достаточно четко. К этому классу относят и самоорганизующиеся, приспосабливающиеся, самосовершенствующиеся, обучающиеся, самонастраивающиеся системы (последний термин является синонимом термина «адаптивные системы»). Достаточно четко класс С. с. определен в *распознавании образов*. См. также *Адаптация в кибернетике, Управление с адаптацией, Самообучение распознаванию образов.*

М. И. Шлезингер.

САМООБУЧЕ́НИЕ РАСПОЗНАВА́НИЮ ОБРАЗОВ — способность распознающих систем самостоятельно производить требуемое разделение (классификацию) множества входных сигналов на подмножества (классы) или, по крайней мере, улучшать качество этого разделения. Эта задача решается при априори известных свойствах распознаваемых сигналов по выборке сигналов, принадлежность каждого из которых к тому или иному классу заранее неизвестна. Самообучение отличается от обучения тем, что в случае обучения при известных свойствах сигналов должна быть предъявлена выборка сигналов с указанием класса принадлежности для каждого из сигналов. Отличие самообучающейся (равно как и обучаемой) *распознающей системы* от необучаемой заключается в следующем. В необучаемую распознающую систему заранее вложены сведения о всех свойствах распознаваемых сигналов, необходимые для отнесения любого входного сигнала к определенному классу. Сведения же, которыми априори располагает самообучающаяся система, недостаточны для определения необходимой классификации сигналов.

Рассмотренный ниже пример иллюстрирует специфику задачи самообучения и ее отличие от задач обучения распознаванию и распознавания без обучения. В примере рассмотрен случай двух классов, хотя вообще самообучение применимо в случае любого числа классов. Допустим, априори известно, что распределение плотности вероятности сигналов, принадлежащих как 1-му, так и 2-му классу, описывается одномерными нормальными законами с равными дисперсиями и известными матем. ожиданиями a_1 и a_2 соответственно для 1-го и 2-го класса. В случае, когда классы равновероятны, оптимальным (в смысле минимума вероятности ошибки) является *алгоритм распознавания*, который сравнивает каждый распознаваемый сигнал с порогом $\Theta = \frac{a_1+a_2}{2}$. Если $a_1 < a_2$, то сигналы ниже этого порога относятся к 1-му классу, а остальные — ко 2-му; если же $a_2 < a_1$, то классификация меняется на обратную. Таков алгоритм работы необучаемой распознающей системы, в которую заранее должны быть заложены матем. ожидания a_1 и a_2. В случае, если эти величины неизвестны, но задана *обучающая выборка* сигналов, классы которых известны, обучение сводится к оценке величин a_1 и a_2 путем усреднения сигналов обучающей выборки, априори относящихся к одному классу.

Возможность самообучения возникает, напр., в том случае, когда матем. ожидания a_1 и a_2 неизвестны, однако известно, что $a_1 < a_2$. При этом для распознавания сигналов необходимо определить лишь порог $\Theta = \frac{a_1+a_2}{2}$, который, как нетрудно заметить, равен матем. ожиданию всех сигналов, принадлежащих как первому, так и второму классу. Оценить величину этого порога можно, усредняя все сигналы независимо от того, какому классу они принадлежат, т. е. на основании выборки сигналов, для которых действительная классификация может быть и неизвестна.

Формальные постановки задачи самообучения связаны либо с введением некоторого критерия качества классификации и нахождением такого разбиения множества сигналов на подмножества, чтобы заданный критерий достигал максимума, либо сводятся к известной в матем. статистике задаче оценки неизвестных параметров распределений по смешанной выборке сигналов. В последнем случае стремление находить оптимальные оценки приводит к необходимости поиска максимума определенного критерия качества. Т. о., все известные в настоящее время попытки формального решения задачи самообучения сводятся к сложным вариационным задачам. Алгоритмы отыскания глобального максимума в этих задачах известны лишь для некоторых простых случаев, несущественно отличающихся от рассмотренного примера. Для общих случаев в настоящее время известны достаточно простые алгоритмы, однако они обеспечивают лишь ло-

кальный максимум критерия качества. Это значит, что такие алгоритмы работы систем способны самостоятельно, на основании лишь самих входных сигналов, улучшать качество распознавания этих сигналов, однако не гарантируется, что в процессе этого улучшения будет найдена наилучшая их классификация.

Лит.: Миленький А. В. Определение статистических характеристик распознаваемых образов в режиме самообучения. «Кибернетика», 1967, № 3; Цыпкин Я. З., Кельманс Г. К. Рекуррентные алгоритмы самообучения. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1967, № 5; Шлезингер М. И. Взаимосвязь обучения и самообучения в распознавании образов. «Кибернетика», 1968, № 2.

М. И. Шлезингер.

СБОЙ ЦВМ — кратковременное нарушение нормальной работы машины, искажающее результаты вычислений. Сбой может быть случайным или систематическим. Причиной случайных (одиночных) сбоев являются случайные помехи в электр. цепях, вызываемые флюктуациями напряжения питания, нарушениями контактных соединений из-за мех. вибраций и т. п. Такие сбои ведут к искажениям одной или нескольких операций ЦВМ. Обнаруживать их можно спец. схемами контроля или программными средствами, напр., сравнивая результаты двойного просчета участка *программы*. Устранение последствий таких сбоев требует повторного выполнения отдельных операций или всего хода вычислений, но не требует вмешательства по восстановлению работоспособности ЦВМ. Причиной систематических сбоев является критическое состояние отдельных элементов, рабочие точки характеристик которых находятся вблизи границ областей работоспособности. В таких условиях даже незначительные, в пределах допусков, колебания напряжений, т-ры и т. п. или «тяжелые» комбинации *кодов* могут приводить к сбоям. Систематические сбои фиксируются спец. схемами контроля или программными средствами путем анализа результатов вычислений. Если причина этих сбоев не устранена, они могут привести к отказу, т. е. к постоянному нарушению работоспособности ЦВМ. Отыскание причин сбоев осуществляется тщательной проверкой всей машины, применением испытательных программ в утяжеленных режимах ее работы и зачастую оказывается трудоемкой операцией. Количество и характер сбоев, а также время для обнаружения их определяют надежность и эффективность ЦВМ.

А. Я. Зубатенко.

СВЁРТКА РАСПРЕДЕЛЕ́НИЙ СЛУЧА́ЙНЫХ ВЕЛИЧИ́Н — распределение суммы двух независимых случайных величин. Пусть ξ и η — независимые дискретные *случайные величины* с распределениями $P\{\xi = k\} = a_k$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ и $P\{\eta = l\} = b_l$ $(l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$.

Сумма $\zeta = \xi + \eta$ обладает распределением

$$c_k = P\{\zeta = k\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i b_{k-i}$$
$$(k = 0, 1, 2, \ldots).$$

Последнее выражение наз. сверткой распределений $\{a_i\}$ и $\{b_j\}$ двух дискретных случайных величин ξ и η и обозначается $\{c_k\} = \{a_k\} * \{b_k\}$. Пусть теперь ξ и η — непрерывные независимые случайные величины, заданные плотностями вероятности $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ соответственно. Плотность вероятности $f(t)$ их суммы определяется интегралом $f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t-u)\psi(u)\,du$. Интеграл в правой части наз. сверткой плотностей $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ непрерывных случайных величин ξ и η. В этом случае применяется то же обозначение операции свертки $f(t) = \varphi(t) * \psi(t)$. Если случайные величины ξ и η заданы своими ф-циями распределения $F(x)$ и $G(x)$, свертка $H(x)$ их распределений определяется как $H(x) = F(x) * G(x) = \int F(x-z)\,dG(z)$, где интеграл следует понимать в смысле Стилтьеса. Операция свертки коммутативна:

$$F(x) * G(x) = G(x) * F(x)$$

и ассоциативна:

$$[F(x) * G(x)] * H(x) = F(x) * [G(x) * H(x)].$$

Л. П. Петренюк.

СВЕТОВО́Й КАРАНДА́Ш, световое перо — устройство в *системе отображения информации*, идентифицирующее данные непосредственно на экране электронолучевой трубки и позволяющее оператору реализовать редактирование данных, а также осуществлять непосредственный ввод информации в *цифровую вычислительную машину*.

СВОДИ́МОСТЬ в теории алгоритмов — понятие, служащее для постановки и решения вопросов «сложности» рекурсивно перечислимых множеств. Принципиальным результатом *алгоритмов теории* является доказательство существования рекурсивно перечислимых, но не рекурсивных множеств. Поскольку рекурсивно перечислимые (эффективно порождаемые) мн-ва часто встречаются в матем. практике, то, естественно, возник вопрос, все ли рекурсивно перечислимые, но не рекурсивные мн-ва имеют одинаковую алгоритм. «сложность».

Наиболее изученным понятием С. является тьюрингова С. (С. по Тьюрингу, T-сводимость). Мн-во A натуральных чисел T сводится к мн-ву натуральных чисел B (символически $A \leqslant_T B$), если характеристическая ф-ция χ_A мн-ва A принадлежит наименьшему классу ф-ций, который содержит характеристическую ф-цию χ_B мн-ва B, все частично рекурсивные ф-ции и замкнут относительно операций подстановки, примитивной рекурсии и μ-оператора. Приведем еще одно определение С. (т. н. m-сводимость): мн-во A m-сводится к B ($A \leqslant_m B$), если существует одноместная общерекурсивная функция h такая, что для всех натуральных чисел $n : n \in A$ тогда и только тогда, когда $h(n) \in B$.

Кроме понятий T-сводимости и m-сводимости, имеются еще сводимости — табличная (tt-сводимость), ограниченная табличная (btt-сводимость) и др. Все упомянутые сводимости являются транзитивными, т. е. из $A \leqslant_x B$ и $B \leqslant_x C$ следует, что $A \leqslant_x C$ (здесь и дальше x принимает значения T, tt, btt и m). Всякое отношение С. позволяет определить отношение эквивалентности: $A \equiv_x B$ тогда и только тогда, когда $A \leqslant_x B$ и $B \leqslant_x A$. Далее определяется соответствующая степень неразрешимости: x-степенью мн-ва A наз. семейство $d_x(A) = \{B \mid B \equiv_x A\}$. Мн-во всех x-степеней L_x частично упорядочивается следующим соотношением: $d_x(A) \leqslant d_x(B)$ тогда и только тогда, когда $A \leqslant_x B$. Если x-степень содержит по крайней мере одно рекурсивно перечислимое мн-во, то она наз. рекурсивно перечислимой x-степенью. Мн-во всех рекурсивно перечислимых x-степеней обозначается через L_x^0; $L_x^0 \subseteq L_x$.

Осн. исследования степеней касаются изучения строения частично упорядоченных множеств L_x^0 и L_x. Укажем некоторые важнейшие свойства этих частично упорядоченных множеств. 1) Частично упорядоченные мн-ва L_x^0 и L_x являются верхними полурешетками (полуструктурами), т. е. для любых двух элементов d_0 и d_1 из L_x^0 (L_x) существует их точная верхняя граница $d_0 \oplus d_1$ в L_x^0 (L_x). Кроме того, L_x^0 является подполурешеткой L_x. Это означает, что для $d_0, d_1 \in L_x^0$ их точная верхняя грань в L_x лежит в L_x^0. 2) Полурешетка L_x не имеет наибольшего элемента, а полурешетка L_x^0 имеет наибольший элемент (1_x). 3) Полурешетки L_x и L_x^0 имеют наименьший элемент (0_x). 4) Полурешетка L_x — континуальна, а L_x^0 — счетна. 5) Полурешетки L_x^0 (L_x) не являются решетками, т. е. в L_x^0 (L_x) существуют такие два элемента d_0, d_1, что для них не существует точной нижней грани.

Перечисленные свойства являются общими для всех С. Однако имеются и различия. Укажем некоторые свойства полурешеток L_T, L_T^0, L_m, L_m^0. 1) Полурешетка L_m^0 является идеалом полурешетки L_m, т. е. из $d_0 \in L_m^0$, $d_1 \in L_m$ и $d_1 \leqslant d_0$ следует, что $d_1 \in L_m^0$. 1′) Полурешетка L_T^0 не является идеалом полурешетки L_T. 2) Полурешетка L_m^0 содержит атомы — миним. элементы: такие элементы $d \in L_m^0$, что $d \neq O_m$ и из $d_0 \leqslant d$ следует, что $d_0 = O_m$ или $d_0 = d$. 2′) Полурешетка L_T^0 удовлетворяет следующему свойству плотности: если d_0, $d_1 \in L_T^0$ и $d_0 < d_1$, то существует $d_2 \in L_T^0$ такой, что $d_0 < d_2 < d_1$. В частности, L_T^0 не содержит атомов.

В исследованиях по С. часто рассматривают еще одну операцию на L_T — операцию «скачок». Не давая точного определения, можно сказать, что скачком T-степени мн-ва A является T-степень наибольшего относительно T-сводимости мн-ва, которое «рекурсивно перечислимо» в A. Операция «скачок» используется и при построении иерархий в теории рекурсивных ф-ций.

Все упомянутые понятия С. ввел Э. Пост. Следует сказать, что это понятие в теории алгоритмов применяют не только для С. множеств, как было рассмотрено выше. Можно указать еще на С. нумераций (см. *Нумераций теория*). С. множеств можно рассматривать как С. соответствующих проблем разрешения (проблема разрешения для мн-ва A состоит в вычислении характеристической ф-ции χ_A). Однако в теории алгоритмов возникают и др. проблемы, напр., проблема отделимости (отделения) для множеств A и B, состоящая в вычислении хотя бы одной ф-ции, равной 1 на A и 0 на B. Указанные две проблемы являются частными примерами общего понятия массовой проблемы. Существует понятие С. для массовых проблем, использующее понятие частично рекурсивного оператора. Соответствующие степени трудности массовых проблем образуют частично упорядоченное мн-во M, которое оказывается решеткой. Полурешетка L_T имеет естественное вложение в решетку M.

Лит.: Медведев Ю. Т. Степени трудности массовых проблем. «Доклады АН СССР», 1955, т. 104, № 4; Post E. L. Recursively enumerable sets of positive integers and their decision problems. «Bulletin of the American Mathematical Society», 1944, v. 50, N 5; Sacks G. S. Degrees of unsolvability. Princeton—New York, 1963; Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 587—599].

Ю. Л. Ершов.

СВОЙСТВО ОТСУТСТВИЯ ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ — свойство *потока случайного*, выражающееся в независимости вероятности $v_k(\tau)$ наступления k событий потока в промежуток времени $(t, t+\tau)$ от чередования этих событий до момента t. С. о. п. заключается во взаимной независимости реализаций потока в непересекающихся между собой промежутках времени. Обладать С. о. п. может лишь поток, для которого промежутки времени между последовательными событиями взаимно независимы. В этом случае С. о. п. становится свойством распределения длительности промежутка между событиями потока. Для того, чтобы поток обладал С. о. п., достаточно и необходимо, чтобы распределение остаточной длительности случайного промежутка $F(z/x) = [Q(x+z) - Q(x)] / [1 - Q(x)]$ $(x \geqslant 0)$ тождественно совпадало с распределением $Q(x)$ самого этого промежутка.

С. о. п. обладают, напр., случайный *Пуассона поток* (показательное распределение $1 - e^{-\lambda x}$, $\lambda > 0$) и дискретный *поток геометрический* (геометрическое распределение

$p(1-p)^h$, $0 < p < 1$, $h = 0, 1, 2, \ldots$). Это проверяется путем непосредственной подстановки указанных ф-ций распределения в выражение для остаточной длительности случайного промежутка. Среди всех непрерывных распределений вероятностей, сосредоточенных на положительной полуоси, С. о. п. обладает лишь *показательное распределение* $Q(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x > 0$. *Н. В. Яровицкий.*

СВЯЗКИ ЛОГИЧЕСКИЕ— см. *Логические операции.*

СДВИГ — один из видов поразрядных логических операций, выполняемых ЭЦВМ. Операция С. заключается в смещении машинного кода вправо или влево на заданное число разрядов. Операция эта двуместная, одним из операндов ее является сдвигаемый код, другим — число, указывающее величину и направление С. Сдвиг кода $a = a_0\, a_1\, a_2 \ldots a_n$ на k разрядов (k — целое) влево заменяет его на код $a_{k+1} a_{k+2} \ldots a_n \underbrace{0 \ldots 0}_{k}$, С. на k разрядов вправо дает код $\underbrace{0 \ldots 0}_{k}\, a_0\, a_1 \ldots a_{n-k}$. Различают логический С., при котором сдвигаются все разряды кода, включая знак и арифм. С., при котором сдвигаются только цифровые разряды. В конкретных типах машин операции С. могут иметь свои особенности, обусловленные системой команд и принятыми способами кодирования чисел. В машинах с фиксированной запятой, с p-ичной позиционной *системой счисления* (p — основание системы счисления), с неотрицательной базой операция С. эквивалентна умножению (при $k > 0$) или делению (при $k < 0$) без округления на p^k. *В. П. Семик.*

«CDC-7600» — одна из самых мощных первых *вычислительных систем.* Создана амер. фирмой *«Контрол дейта корпорейшен»* (CDC) в 1968.

Наиболее важными конструктивными особенностями системы является наличие малого сверхбыстродействующего *запоминающего устройства* (ЗУ) на сердечниках, играющего роль буфера между большим оперативным ЗУ и *процессором*, и *устройства управления ЦВМ* для профилактического обслуживания, а также то, что электронные схемы ее выполнены на дискретных элементах (в отличие от интегральных в машинах 3-го поколения). Малое ЗУ состоит из 32 накопителей по 2048 слов, каждый из которых представляет собой обычный блок с трехмерной системой выборки, выполненный по четырехпроводной схеме; время цикла записи или считывания одного 60-разрядного слова — 275 *нсек* (имеется возможность также обращения к накопителям с 10-кратным совмещением во времени). В этом ЗУ использованы нестандартные тороидальные сердечники диаметром 0,4 *мм*, изготовленные из нового ферромагнетика с частичным (а не полным) перемагничиванием, что значительно повышает быстродействие. Главное оперативное ЗУ содержит 8 блоков по 65 тыс. слов каждый со временем цикла 1,76 *мксек*. Слова (обычно команды) могут извлекаться из большой памяти индивидуально для использования в центр. процессоре либо целые массивы (обычно массивы данных) могут передаваться в малое ЗУ.

Центр. процессор «CDC-7600» содержит 9 независимых арифм. устройств (каждое из них предназначено для выполнения строго ограниченного класса операций — сегмента программы — и поэтому имеет относительно простую конструкцию) и 24 рабочих регистра (8 индексных, 8 адресных и 8 информационных). Устройства изолированы друг от друга и могут работать параллельно, увеличивая т. о. общую производительность системы.

С центр. процессором связан ряд периферийных устр-в обработки, которые управляют аппаратурой ввода—вывода. Каждый периферийный процессор имеет свою внутр. память емкостью 4096 12-разрядных слов и 8 информационных каналов для подключения устр-в ввода — вывода или дополнительных периферийных процессоров. Такой способ в принципе позволяет подсоединить к данному центр. процессору неограниченное к-во устр-в ввода — вывода, при этом увеличивается только число передач данных из памяти в память по цепочке периферийных процессоров. Макс. время передачи 60-разрядного слова составляет 55 *нсек.*

Благодаря соосному расположению деталей в модулях в «CDC-7600» удалось достичь крайне высокой плотности упаковки, требуемой для получения большого быстродействия и при этом сохранить высокую надежность (выше, чем у интегральных) схем.

«CDC-7600» — это первая в мире ЭЦВМ, имеющая устр-во для профилактического обслуживания, представляющее собой специализированный процессор, контролирующий работу других устр-в системы, не мешая ее функционированию, и позволяющий проверять работоспособность и диагностировать неисправности некоторых компонент системы автономно, в то время как остальные продолжают работать. По отношению ко всей системе устр-во для профилактического обслуживания имеет такие же характеристики, как и периферийный процессор. Оно включает в себя аппаратуру профилактического обслуживания и диагностики, функции которой в др. системах обычно распределены между многими устр-вами (см. *Диагностика неисправностей ЦВМ*).

Типовой состав системы включает центр. процессор, 2 внутр. ЗУ (сверхоперативное, емкостью 65 тыс., и ОЗУ, емкостью 512 тыс. слов), пульт дистанционного управления, арифм. устр-ва, устр-ва ввода—вывода, память на магн. дисках (5 млн. слов) и некоторое дополнительное оборудование. Практическая производительность системы — 12 ÷ 24 млн. операций/*сек.*, входные языки — АЛГОЛ, ФОРТРАН, КОБОЛ. Сложность системы — 1,8 млн. электронных компонентов.

Лит.: Новая ЭЦВМ фирмы Control Data. «Электроника» («Electronics»), 1968, v. 41, № 25; Dinnerstein L. I. The CDC-7600 — a giant in our time. «Data processing magazine», 1969, may. *П. В. Походзило.*

СЕДЛОВЫЕ ТОЧКИ — ситуации (a^*, b^*) в *играх антагонистических* с *выигрыша функцией* $H(a, b)$, для которых выполняется двойное неравенство: $H(a, b^*) \leqslant H(a^*, b^*) \leqslant H(a^*, b)$ для всех стратегий a игрока A и всех стратегий b игрока B. Если представить, что ось b параллельна горному хребту, а ось a перпендикулярна ему, то С. т. будет соответствовать перевалу через хребет. Игра приходит к С. т., если игроки следуют *максимина принципу*. То же понятие С. т. используется в теории *программирования математического* и в теории *игр дифференциальных*.

СЕКВЕ́НЦИЯ — выражение вида $A_1, \ldots, A_n \to B_1, \ldots, B_m$, где $A_1, \ldots, A_n$, $B_1, \ldots, B_m$ — формулы. Читается так: «при допущениях $A_1, \ldots, A_n$ имеет место B_1 или B_2, или ..., или B_m». Левая часть этого выражения наз. антецедентом, правая — сукцедентом (консеквентом). Формула $(A_1 \& \ldots \& A_n) \supset (B_1 \vee \ldots \vee B_m)$ (пустая *конъюнкция* обозначает ложь, пустая *дизъюнкция* — истину) наз. формульным образом С. При $m \leqslant 1$ С. называется односукцедентной.

Г. Е. Минц.

СЕМА́НТИКА логическая (от греч. σημαντικός — означающий) — раздел логики, посвященный изучению значения понятий и суждений, а также их формальных аналогов — выражений (термов и формул) различных *исчислений* (формальных систем). К задачам С. прежде всего относится уточнение таких важнейших общелогических понятий, как «смысл», «истинность», «определимость», «следование», «интерпретация», «модель» и др.— вплоть до столь общих и первичных понятий, как «множество», «предмет», «соответствие». Ряд важных семантич. проблем группируется вокруг различия между содержанием и объемом понятий, между смыслом и значением (истинностным) суждений. Свойства, связанные с содержанием понятий и смыслом суждений, наз. интенсиональными, а свойства, связанные с объемом понятий и истинностным значением суждений,— экстенсиональными. Например, суждения «$2 \times 2 = 5$» и «Волга впадает в Красное море» равносильны экстенсионально (поскольку они имеют одно и то же истинностное значение), но никак не интенсионально (смыслы их различны).

Термин «семантика» применяют в *металогике* и *семиотике*. В первом случае под С. понимают изучение связи между знакосочетаниями, входящими в состав какого-либо формализованного языка, и их интерпретациями (истолкованиями) в терминах той системы понятий и представлений, формализацией которой служит данный язык (в отличие от синтаксиса, предметом которого являются чисто формальные, структурные свойства этого языка) или — в более узком и конкретном смысле — саму совокупность правил соответствия (перевода) между формальными выражениями и их интерпретациями. Интерпретациями формальных символов могут быть, в частности, другие формальные символы, которые считаются более понятными лишь для целей данной задачи. С., рассматриваемая в рамках семиотики, т. е. общей теории знаковых систем, противостоит, с одной стороны, *синтактике*, изучающей структуру сочетаний знаков данной системы, правила их образования и преобразования безотносительно к их значениям и функциям, а с другой — *прагматике*, предметом которой является отношение систем знаков к тем, кому эти знаки предназначаются как «адресатам». При этом на долю С. остается рассмотрение знаковых систем как средства выражения смысла, установление зависимости (если таковая имеется) между структурой знакосочетаний и их выразительными возможностями и, вообще, изучение интерпретаций знаков, знакосочетаний и совокупностей знакосочетаний, образующих осмысленные тексты. Различие между пониманием С. как «части логики», «части металогики» и «части семиотики» не является принципиальным.

Подавляющее большинство и сколько-нибудь нетривиальных концепций, выдвинутых в рамках семиотического подхода, и результатов, полученных на их основе, относится к С., причем почти все конкретные результаты С. получены именно в рамках логической С. Основная для С. (в широком смысле слова) связь формального и содержательного аспектов языка имеет первостепенное значение не только (и не столько) для искусственных (формализованных) языков, но и для живых, естественных языков. Т. о. металогический аспект С. оказывается чрезвычайно близким к двум другим.

Основное для С. отношение между выражением и его интерпретацией при более детальном анализе оказывается не бинарным, а тернарным, поскольку само понятие интерпретации расслаивается на экстенсиональный и интенсиональный уровни. Следуя первым фундаментальным работам по С. нем. логика Г. Фреге (1848—1925), нем.-амер. логика Р. Карнапа (1891—1970) и амер. логика А. Чёрча (р. 1903), каждому собственному имени (в широком смысле, включающему, напр., количественные числительные и любые существительные с определенными артиклями или указательными местоимениями) сопоставляют, с одной стороны, обозначаемый (называемый) им предмет (по другой терминологии, денотат, или номинат), а с другой — выражаемый этим именем смысл (концепт). Члены этого т. н. семантического треугольника определяются в первую очередь для естественных языков, а затем уже, с некоторыми ограничениями, переносятся на формализованные языки. Бинарные отношения между именем, денотатом и концептом, вообще говоря, не только не взаимно однозначны, но и не однозначны (из этого следует невозможность сведения их к одному бинарному отношению); так, имена-омонимы имеют несколько различных концептов, а одному и тому же концепту могут соответствовать различные имена-синонимы; неоднозначно и т. н.

отношение называния между именем и денотатом, не говоря уже об обратном ему отношении (напр., имена «Утренняя звезда» и «Вечерняя звезда» имеют общий денотат: планету Венеру, но разные концепты). Однако концепт полностью определяет денотат, который, т. о., есть его функция, хотя и не всюду определенная (напр., имя Пегас, имеет смысл, но не имеет денотата). В отличие от естественных языков, формализованные языки строятся, как правило, таким образом, чтобы каждое имя имело в точности один смысл, т. е. омонимия в них не допускается. Синонимия же, напротив, сохраняется и в большинстве формализованных языков, причем синонимы, по определению, связываются отношением типа равенства (эквивалентности, тождества); устранение синонимии оказывается в ряде случаев невозможным ввиду отсутствия *алгоритма* установления тождества произвольных выражений (слов) в достаточно широком классе формальных языков (см. *Неразрешимые алгоритмические проблемы*). Экстенсиональный и интенсиональный аспекты существенны и при рассмотрении ряда фундаментальных понятий математики, в первую очередь — понятия мн-ва. В классической *множеств теории* постулируется эквивалентность двух способов задания множеств: «списочного» и посредством некоторого определяющего свойства, или характеристического *предиката*; равноправие первого (экстенсионального) и второго (интенсионального) способов обеспечивается т. н. принципом свертывания, согласно которому каждое синтаксически определенное свойство определяет мн-во предметов, обладающих этим свойством, а принцип объемности гарантирует единственность такого задания. Поскольку неограниченное пользование первым из этих принципов приводит к парадоксам в различных системах аксиоматической теории мн-в принимают лишь некоторые ослабленные его формы, а в системах, основанных на теории типов англ. ученого Б. Рассела (1872—1971), пытаются ограничить понятие «синтаксически определенного свойства». Еще более радикальный путь избран в интуиционистской теории множеств (см. *Интуиционизм*), где понятие «множество» попросту отождествляется с понятием «характеристический предикат» (подход чисто интенсиональный), но допускаются лишь разрешимые предикаты, т. е. такие одноместные предикаты $P(x)$, что для каждого y из области определения такого предиката существует алгоритм, дающий ответ на вопрос: $P(y)$ или $\neg P(y)$.

Основы систематического построения современной С. заложены в работах А. Тарского (р. 1902), который главное внимание уделяет анализу и возможностям точного определения таких семантич. понятий, как истина, выполнимость, определимость, обозначение и т. п. Все эти понятия он определил для формализованных языков средствами более богатых языков, играющих для первых (объектных, или предметных, языков) роль метаязыков. Для определения соответствующих понятий для не формализованных языков их следует прежде всего формализовать, а после этого придерживаться той же схемы. Метаязык может быть в свою очередь формализован, и для определения его семантических понятий (истинности и др.) приходится подниматься еще на один метаязыковый уровень и т. д. Смешение же языка и метаязыка неминуемо приводит к семантическим парадоксам (самый известный из них — парадокс лжеца).

Взглядам Тарского и Карнапа противостоит позиция амер. логика У.-В.-О. Квайна, различающего, с одной стороны, свойства языковых выражений, характеризуемые в терминах произвольных интерпретаций (моделей) данного языка и инвариантные относительно перехода от одной интерпретации к другой, а с другой стороны — языковые свойства, определяемые в терминах какой-либо одной интерпретации. Первый круг вопросов Квайн объединяет в теорию смысла, второй — в теорию референции (или теорию обозначения). Понятия смысла (концепта), синонимии, осмысленности, семантического следования относятся к теории смысла; эта область С. находится в начальной стадии развития. Теория референции, оперирующая, среди прочих, и понятиями истины (истинности), обозначения, именования и т. п., сравнительно богата результатами, из которых в первую очередь следует отметить уже упомянутую теорему Тарского о невыразимости понятия истины (точнее, неопределимости предиката истинности) средствами данной языковой системы (если предположить ее непротиворечивость). Значение теоремы Тарского, устанавливающей определенную ограниченность выразительных средств формализованных языков, для формализованной С. во многом аналогично роли теоремы К. Гёделя о дедуктивной неполноте достаточно богатых *логико-математических исчислений* для метаматематики. К более слабым, чем те, которые рассматривал Тарский, языкам (напр., не содержащим отрицания) можно непротиворечивым образом присоединить построенное их же средствами определение предиката истинности. С другой стороны, переход от обычных языков с конечным числом ступеней (логических «типов») к языкам, содержащим бесконечную иерархию уровней (см. *Логика предикатов высших ступеней*), не позволяет рассчитывать на возможность непротиворечивого присоединения предиката истинности к даже метаязыковому расширению исходной системы, т. к. семантические парадоксы оказываются при этом неустранимыми. Несовпадение классов истинных и доказуемых предложений, следующее из результатов Гёделя и Тарского, означает неполноту достаточно богатых формализованных языков; однако для языка *исчисления предикатов узкого* классы эти (и, следовательно, сами соответствующие им понятия) совпадают; следовательно, этот язык является полным.

Предложения какого-либо языка, истинные во всех его моделях (во «всех возможных мирах»), наз. аналитически истинными (и соответственно предложения, не

истинные ни в одной модели,— аналитически ложными) — в отличие от синтетически (или фактически) истинных предложений, истинность которых зависит от свойств «данного мира». Иными словами, это предложения, не являющиеся ни аналитически истинными, ни аналитически ложными: они выполняются в некоторых моделях данного языка. Для полных языков понятие аналитической истинности, носящее семантический характер, удается описать в синтаксических терминах через понятие доказуемости. Для языков же неполных (а именно таковы все языки, представляющие наибольший интерес для науки) такого сведéния С. к синтаксису непосредственно проделать не удается. Однако американскому логику Дж. Кемени удалось осуществить такое сведéние (так же, как и реконструкцию классической С. Тарского—Карнапа) с помощью остроумного различения понятий модели и интерпретации; интерпретациями Кемени наз. лишь подразумеваемые (или главные) модели, т. е. модели, содержащие только логические константы (константы, принимающие во всех моделях фиксированные значения). Поскольку удалось показать, что разность класса всех моделей и класса моделей, в которых не выполняются все неразрешимые (истинные, но недоказуемые) предложения, в точности равна классу всех подразумеваемых моделей, то общезначимость на этом классе (вместо обычно требуемой универсальной общезначимости) оказалась вполне удовлетворительным синтаксическим экспликатом (уточнением) семантического понятия аналитической истинности. Аналогичные экспликаты легко получить и для понятий аналитической ложности, логической истинности, синтетичности, логического следования и логической эквивалентности, что позволяет применять полученный аппарат к осмыслению результатов не только дедуктивных, но и эмпирических наук. Идея Г.-В. Лейбница о различении возможных миров и действительного мира как основы для построения С. развивалась и дальше. Особенно продуктивным оказалось введенное амер. логиком С. Крипке понятие модельной структуры. Модельная структура — это совокупность мн-ва всех моделей классической логики высказываний (все возможные миры), конкретной модели из этого множества (действительный мир) и рефлексивного бинарного отношения на множестве моделей, связывающего общезначимость (тождественную истинность) произвольного предложения в одной модели с возможностью этого же предложения в другой модели. В зависимости от дополнительных свойств такого отношения (симметричность, транзитивность) моделью «действительного мира» оказывается одна из систем модальной логики: система *M* Г. фон Райта, ее расширение — т. н. брауэрова система или системы К.-И. Льюиса *S4* и *S5*. Отображения модальных систем в интуиционистскую логику позволили Крипке построить С. этой логики и извлечь из этого «моделирования» ряд важных результатов общелогического характера, напр., о полноте интуиционистского исчисления предикатов относительно построенной С. и неразрешимости интуиционистского исчисления одноместных предикатов.

Идеи, методы и результаты С. находят применение в разнообразных областях прикладной лингвистики и семиотики (автомат. *дешифровка текстов, машинный перевод*, автомат. реферирование и т. п.), в построении семантической *информации теории* в *программировании эвристическом*, исследовании проблем *распознавания образов* и шире — в построении *искусственного разума*. Полученные результаты позволяют считать такое взаимное обогащение С. и других наук весьма перспективным.

Лит.: Финн В. К. О некоторых семантических понятиях для простых языков. В кн.: Логическая структура научного знания. М., 1965; Смирнова Е. Д., Таванец П. В. Семантика в логике. В кн.: Логическая семантика и модальная логика. М., 1967; Tarski A. Logic, semantics, metamathematics. Oxford, 1956; Карнап Р. Значение и необходимость. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 357—360]; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Beth E. W. Extension and intension. В кн.: Logic and language. Dordrecht, 1962; Kripke S. A. Semantical analysis of modal logic I. Normal propositional calculi. «Zeitschrift für mathematische Logic und Gründlagen der Mathematik», 1963, B. 9. № 1. *Ю. А. Гастев, В. К. Финн.*

СЕМА́НТИКА СТРУКТУ́РНАЯ — раздел структурной лингвистики, посвященный описанию смысла языковых выражений и операций над ним. В С. с. выделяют два типа моделей: языкового поведения носителей и исследования языка. Модели языкового поведения носителей делятся на порождающие текст и переводящие текст в смысл или смысл в текст.

Порождающие модели, возникшие под сильным влиянием формальной логики, имитируют умение носителя языка отличать осмысленные предложения от бессмысленных, истинные от ложных, аналитически истинные («Холостяки — не женаты») от синтетически истинных («Солнце — источник жизни на земле»). На вход порождающей модели подается готовая синтаксическая структура предложения (напр., «дерево» его составляющих — см. *Грамматика порождающая*); с помощью спец. словаря и правил соединения значений, «амальгамирующих» значения двух составляющих данного уровня в значение составляющей следующего уровня, предложению сопоставляется его семантическая характеристика. Критики порождающих семантических моделей указывали, что логический анализ суждения, заключенного в предложении (вопросы осмысленности, истинности и т. п.), выходит за пределы компетенции лингвистики, задача которой — показать, как язык используется для передачи любых смыслов, в частности, аномальных в том или ином отношении. Эта задача решается моделями перевода текста в смысл (анализ) и смысла — в текст (синтез).

В настоящее время более разработаны синтезирующие модели. На их вход поступает подлежащий выражению смысл, записанный на спец. семантическом языке; на выходе получается мн-во равнозначных друг другу пред-

ложений, выражающих заданный смысл (понятие равнозначности принимается в качестве неопределяемого; смыслом наз. инвариант равнозначных предложений), и (или) мн-во предложений-выводов из заданного смысла. Существенными компонентами модели являются: искусственный семантический язык и естественно-семантический словарь. Семантический язык составляется из совокупности понятий и синтаксических отношений, правил образования предложений этого языка и правил их равнозначного или импликативного (для случая вывода) преобразования. Толкованием (определением) значений слов (или языковых единиц) в естественно-семантическом словаре является их перевод на семантический язык. Целесообразна иерархия семантических описаний — от абстрактной семантической записи типа исчисления предикатов до поверхностной синтаксической структуры («дерева») с конкретными словами данного естественного языка в ее узлах. Тогда семантический синтез предстает как многократное перекодирование первоначально заданного смысла с постепенным приближением к форме, в которой он выражается на естественном языке. Модели указанного типа в полном объеме не существует, но многие ее фрагменты разрабатываются на основе трех принципов, имеющих каждый свою лингвистическую традицию.

1) В соответствии с принципом разложения на дифф. признаки, перенесенным из фонологии, значение слова рассматривается как конъюнкция элементарных компонентов — т. н. «атомов смысла». Компонентному анализу были подвергнуты системы имен родства и др. простые номенклатуры. Аналогичное представление о структуре смысла языковых единиц лежало и в основе первых семантических моделей, использовавшихся в информационном поиске, автоматическом переводе (см. *Машинный перевод*) и в семантических порождающих моделях.

2) В соответствии с принципом синтаксической организации (выдвинутым в противовес 1-му принципу) считается, что для адекватного изображения смысла семантические составляющие сложного значения должны образовывать достаточно сложную синтаксическую структуру (напр., «дерево» зависимостей). Практически при толковании значений слов этому принципу следовали и раньше: синтаксис естественного языка использовали в лексикографической традиции, спец. синтаксис, близкий к синтаксису исчисления предикатов,— в работах сов. ученых по автомат. переводу и по переводу с *языков информационно-логических*.

3) Необходимость получать мн-ва равнозначных друг другу предложений обусловила обращение С. с. к принципу исчисления преобразований, первоначально возникшему в теории порождающих грамматик именно на синтаксической основе (в этой теории рассматривались только преобразования синтаксической структуры предложения, сохраняющие ее грамматическую правильность и лексический состав). В С. с. понятие преобразования было модифицировано в двух отношениях: и сужено — рассматриваются только семантически инвариантные (и импликативные) преобразования, и расширено — допускаются любые изменения в лексическом составе предложения (см. *Модель «смысл ↔ текст»*). В новейшей С. с. предметом рассмотрения становится, в дополнение к семантике предложения, семантическая структура целого связного текста.

Модели исследования в С. с. имеют целью получение сведений о значениях языковых единиц при помощи формальных процедур обработки языкового материала.

Лит.: Структурно-математична лінгвістика. К., 1965; Статистичні та структурні лінгвістичні моделі. К., 1966; Апресян Ю. Д. Экспериментальное исследование семантики русского глагола. М., 1967 [библиогр. с. 241—248]; Жолковский А. К., Мельчук И. А. О семантическом синтезе. «Проблемы кибернетики», 1967, в. 19; Овчаренко В. М. Структура і семантика науково-технічного терміна. Х., 1968; Севбо И. П. Структура связного текста и автоматизация реферирования. М., 1969; Машинный перевод и прикладная лингвистика, в. 8—16. М., 1964—73 [библиогр. в. 11, с. 202—237; в. 12, с. 191—204]; Скороходько Е. Ф. Лінгвістичні основи автоматизації інформаційного пошуку. К., 1970 [библиогр. с. 238—240]; Weinreich U. Explorations in semantic theory. В кн.: Current trends in linguistics, v. 3. Theoretical foundations. Paris, 1966; Lyons I. Introduction to theoretical linguistics. London—New York, 1968 [библиогр. с. 490—505].

Ю. Д. Апресян, А. К. Жолковский.

СЕМАНТИ́ЧЕСКИЙ АНА́ЛИЗ — совокупность операций, служащих для представления смысла текста на естественном языке в виде записи на некотором формализованном семантическом (смысловом) языке. С. а. моделирует процесс понимания текста человеком. Адекватность моделирования (полнота и точность перевода с естественного языка на семантический) зависит от возможностей семантического языка, разработанности правил перевода, точности соотнесения единиц естественного языка с единицами семантического. В идеальном случае одна и та же семантическая запись, являющаяся переводом определенного выражения с естественного языка, должна быть единой для всех др. выражений, синонимичных данному в том же или любом другом естественном языке.

Среди существующих подходов к решению проблемы С. а. можно выделить следующие: «тезаурусный метод», метод семантических множителей, корреляционный метод. Различия между ними обусловлены, в основном, выбором инструмента анализа. С. а. является, в частности, одним из этапов автоматического перевода (см. *Машинный перевод*), в процессе которого семантический язык выступает в роли *языка-посредника*. Разновидностью С. а. является индексирование в *информационно-поисковой системе*, т. е. представление содержания документов и запросов в терминах *языков информационных*.

Лит.: Мастерман М. Тезаурус в синтаксисе и семантике. В кн.: Математическая лингвистика. М., 1964; Жолковский А. К., Леонтьева Н. Н., Мартемьянов Ю. С. О принципиальном использовании смысла при машинном переводе. В кн.: Машинный перевод. М., 1961; Мельчук И. А., Равич Р. Д. Автоматический перевод. 1949—1963. Критико-библиографический справочник. М., 1967.

В. М. Труб

СЕМИО́ТИКА (от греч. σημεῖον — знак) — комплекс научных теорий, изучающих свойства знаковых систем, т. е. систем конкретных или абстрактных объектов (их наз. знаками), с каждым из которых определенным образом сопоставлено некоторое значение. Для различных знаковых систем и при различном истолковании значений знаков это значение может также быть как конкретным физ. объектом, так и абстрактным понятием.

Знаковыми системами являются естественные (разговорные) языки, системы предложений науч. теорий, искусственные языки (в т. ч. формализованные и частично формализованные естественно-науч. языки, напр., интерпретированные логич. и математ. *исчисления*, хим. символика, *алгоритмические языки* и *языки программирования, языки информационные*), искусственные языки общения типа «эсперанто», системы сигнализации в человеческом обществе и животном мире (от азбуки Морзе и системы знаков уличного движения до «языка» пчел и дельфинов), системы состояний входных и выходных сигналов различных машин и *автоматов* (в широком понимании, включая АВМ и ЦВМ и абстрактные «машины», напр. *Тьюринга машины*) и т. д. При определенных условиях знаковыми системами можно считать «языки» изобразительных искусств и музыки, всевозможные машины-орудия и станки, физ. схемы и приборы и вообще любые устр-ва, рассматриваемые как *«черные ящики»*, вплоть до живых организмов и отд. их частей и систем (напр., человеческий мозг), и, наконец, производственные и социальные объединения (коллективы).

Изучение в рамках С. такого широкого круга объектов связано с фиксацией внимания на определенном их аспекте — на рассмотрении их именно как систем знаков, служащих (или могущих служить), в конечном счете, для выражения некоторого содержания. Естественность такого подхода определяется всем развитием науки, в ходе которого устанавливается все большее число общих для различных знаков систем закономерностей (см. *Автоматов изоморфизм*). Осн. идеи С., намеченные еще Г. В. Лейбницем (1646—1717) и Ф. де Соссюром (1857—1913), сформулировали и развили Ч. Пирс (1839—1914), Ч. Моррис (р. 1901), Р. Карнап (1891—1970) и др. Фактический материал, полученный к настоящему времени в семиотических исследованиях, относится гл. о. к *логике математической* и *лингвистике математической*. Знаковые системы осуществляют ряд важных ф-ций познавательного, социального и технико-прикладного характера, в частности: ф-цию передачи выражаемого знаками сообщения, особенно ф-цию выражения смысла (значения); ф-цию общения (обеспечения взаимопонимания между людьми в социальных коллективах, волевого и эмоционального воздействия и т. п.); познавательную ф-цию, связанную с приобретением новых знаний, и др.

Семиотическая проблематика рассматривается в трех осн. аспектах, которым соответствуют три осн. раздела (или уровня) С.: *синтактика, семантика* и *прагматика*. Синтактические и семантические аспекты изучения знаковых систем обычно относят к металогике.

С. трактует различные знаковые системы как модели определенных фрагментов внеш. мира, строящиеся в ходе познавательной и практической деятельности людей. В связи с этим особое значение приобретают проблемы *прагматики*, выходящие за рамки *металогических* исследований, в частности кибернетическая проблема соотношения возможностей человека и машины и роли человека в системах типа «автомат — человек», прагматический аспект которой находится в центре внимания широкого круга наук — от гносеологии до *психологии инженерной*. Выделение в качестве предмета исследования некоторых конкретных знаковых систем характерно для современной нейрофизиологии, биофизики, генетики, структурной лингвистики, некоторых разделов эстетики и др. наук. Прежние логико-лингвистические рамки семиотического подхода все более расширяются по мере его сближения с проблематикой *информации теории* и теории *информационно-поисковых систем*, педагогики и кибернетики (теоретической и технической).

Особый методологический, конкретно-научный и практический интерес представляют исследования естественных и искусственных знаковых систем с точки зрения проблемы их взаимного изоморфизма (или хотя бы гомоморфизма одной по отношению к другой) в связи с задачей моделирования поведения сложных биол. систем и конструирования искусственных знаковых систем, исходящего из наличия такого изоморфизма (гомоморфизма). Это наглядно проявляется, напр., в развитии *бионики* или при разработке специальных языков, могущих оказаться пригодными для межпланетных коммуникаций (напр., ЛИНКОС).

Семиотические идеи интенсивно проникают в современную социологию и экономическую науку. Особое значение семиотический подход приобретает при разработке проблем *машинного перевода* и семантических задач, возникающих в связи с проблемой приближения языков ЦВМ и алгоритм. языков к естественному языку, а в более широком плане — с проблемой «общения» человека с машиной (см. *Взаимодействие человека с вычислительной машиной*).

Лит.: Симпозиум по структурному изучению знаковых систем. М., 1962; Иванов В. В. Роль семиотики в кибернетическом исследовании человека и коллектива. В кн.: Логическая структура научного знания. М., 1965; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1963; Beth E. W. Mathematical thought. An introduction to the philosophy of mathematics. Dordrecht, 1965, ch. 7; Martin R. M. Toward a systematic pragmatics. Amsterdam, 1959; Klaus G. Semiotik und Erkenntnistheorie. Berlin, 1963.

Ю. А. Гастев.

СЕРВОМОТО́Р — разновидность *исполнительного механизма*.

СЕТЕВА́Я ЗАДА́ЧА — *модель математическая* оптимального планирования перевозок однородных грузов по транспортной сети. В каких-то пунктах (пунктах отправления) находится однородный груз, который необходимо

перевезти в другие пункты (пункты назначения). Пункты отправления связаны с пунктами назначения *транспортной сетью*. Необходимо спланировать перевозки груза по этой сети так, чтобы суммарные транспортные затраты были минимальными.

Пусть i-му ($i = 1, \ldots, n$) пункту отнесено число d_i, где $\sum_{i=1}^{n} d_i = 0$. Если $d_i > 0$, то пункт i является пунктом отправления (поставщиком) груза и в нем находится d_i единиц груза. Если $d_i < 0$, то пункт i является пунктом назначения (потребителем) груза и ему нужно получить $|d_i|$ единиц груза. Если $d_i = 0$, то пункт i является промежуточным для перевозки груза. К-во единиц груза, которое может быть перевезено из пункта i в соседний пункт j по участку сети, непосредственно связывающему их, равно r_{ij}. Пусть $C_{ij}(x)$ — транспортные затраты по перевозке x единиц груза по этому участку. Числа d_i, r_{ij} определяют *поток в сети*, заданный *графом* (I, U), где $I = \{1, \ldots, i, \ldots, n\}$ — мн-во вершин графа, а U — мн-во его дуг, соответствующих участкам транспортной сети. Тогда С. з. заключается в отыскании потока в сети x_{ij}, минимизирующего функционал

$$F(x) = \sum_{(i,j)\in U} C_{ij}(x_{ij}). \qquad (1)$$

Поток в сети, минимизирующий функционал (1), наз. оптимальным. Следовательно, С. з. состоит в отыскании оптим. потока в сети. Если ф-ции $C_{ij}(x)$ выпуклы вниз и непрерывны для $x \geqslant 0$, то справедливы следующие условия оптимальности: поток в сети x_{ij} оптим. тогда и только тогда, когда для каждой вершины $i \in I$ существует число v_i, называемое потенциалом, и для каждой насыщенной дуги (i, j) (для которой $x_{ij} = r_{ij}$) неотрицательное дуговое число γ_{ij} такое, что

$$\left.\begin{aligned}
&V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}), \quad \text{если} \quad x_{ij} = 0;\\
&C_{ij}^{-}(x_{ij}) \leqslant V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}),\\
&\qquad\qquad \text{если} \quad 0 < x_{ij} < r_{ij};\\
&C_{ij}^{-}(x_{ij}) + \gamma_{ij} \leqslant V_j - V_i \leqslant C_{ij}^{+}(x_{ij}) + \gamma_{ij},\\
&\qquad\qquad \text{если} \quad x_{ij} = r_{ij}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $C_{ij}^{-}(x)$ и $C_{ij}^{+}(x)$ — соответственно левая и правая производная ф-ции $C_{ij}(x)$. Частичный граф $(I, \overline{U}(x))$, где $\overline{U}(x) = \{(i, j) \mid 0 < x_{ij} < r_{ij},\ C_{ij}^{-}(x_{ij}) = C_{ij}^{+}(x_{ij}) = C'_{ij}(x_{ij})\}$, наз. опорой потока x_{ij}. Если опора является связным графом (см. *Графов связность*), то поток наз. невырожденным. В противном случае поток является вырожденным.

На приведенных условиях оптимальности (2) основан спец. *итерационный метод* решения С. з. — метод потенциалов. Отдельная итерация этого метода заключается в преобразовании полученного на предыдущей итерации потока в сети таким образом, что в результате получается новый поток в сети, связанный с меньшими транспортными затратами. Вначале итерации по опоре потока в сети строится система потенциалов и дуговых чисел. Если эти потенциалы и дуговые числа удовлетворяют условиям (2), то поток оптим. В противном случае строится *цикл*, содержащий дугу, для которой не выполняется одно из условий (2). Остальные дуги цикла берутся из мн-ва дуг, по которому определялись потенциалы. Вдоль этого цикла поток в сети перераспределяется. В результате получается новый поток в сети с меньшими транспортными затратами. Начальный поток выбирается произвольным. На каждой итерации требуется невырожденность потока в сети. Если на какой-то итерации встретится вырожденный поток в сети, то необходимо исходную С. з. изменить так, чтобы в результате получилась новая С. з. с невырожденными потоками в сети.

Если все ф-ции $C_{ij}(x)$ линейны, т. е. $C_{ij}(x) = C_{ij} \cdot x$, то С. з. наз. линейной, или сетевой транспортной задачей (с. т. з.). В этом случае условия оптимальности формулируются так: для оптимальности потока в сети x_{ij} необходимо и достаточно существование потенциалов V_i, $i \in I$ таких, что

$$\left.\begin{aligned}
&V_j - V_i \leqslant C_{ij}, \quad \text{если} \quad x_{ij} = 0;\\
&V_j - V_i = C_{ij}, \quad \text{если} \quad 0 < x_{ij} < r_{ij};\\
&V_j - V_i \geqslant C_{ij}, \quad \text{если} \quad x_{ij} = r_{ij}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

С. т. з. является спец. задачей *программирования линейного*. Потенциалы вершин, удовлетворяющие условиям оптимальности (3), вместе с дуговыми числами $\gamma_{ij} = \max(0, -C_{ij} + V_j - V_i)$ являются решением задачи, двойственной к с. т. з. С помощью метода потенциалов, частично упрощенного по сравнению с общим случаем, решают с. т. з. за конечное к-во итераций.

Другим методом решения с. т. з. является метод Форда — Фалкерсона. Этот метод основан на одновременном решении с. т. з. и двойственной к ней. На каждой его итерации определяется макс. поток из источников (вершин графа, для которых $d_i > 0$) в стоки (вершины графа, для которых $d_i < 0$) в частичной сети $(I, \tilde{U})$, где $\tilde{U} = \{(i, j) \mid \tilde{C}_{ij} = C_{ij} - V_j + V_i \leqslant 0\}$, а V_i — потенциалы вершин, определенные на предыдущей итерации. Макс. поток ищется из условия, что на дугах, для которых $\tilde{C}_{ij} < 0$, он должен равняться ее пропускной способности r_{ij}. Если при этом потребности стоков будут удовлетворены, то построенный поток в сети будет оптимальным, т. к. он удовлетворяет условиям оптимальности (3).

В противном случае потенциалы некоторой части вершин изменяются. Изменение это производится таким образом, чтобы расширить мн-во дуг $\tilde{U}$ (а значит, и частичный граф $(I, \tilde{U})$) и чтобы значение *целевой функции* двойственной задачи увеличилось. В расширенной части сети, соответствующей графу $(I, \tilde{U})$, снова определяется макс. поток и т. д. С каждой итерацией невязки частичного потока, равные неудовлетворенности потребностей стоков, уменьшаются. Через конечное к-во итераций будут получены потенциалы V_i, $i \in I$, для которых макс. поток в соответствующей частичной сети будет удовлетворять потребностям стоков в сети, т. е. будет являться решением с. т. з.

Лит.: Ермольев Ю. М., Мельник И. М. Экстремальные задачи на графах. К., 1968 [библиогр. с. 172—174]. *И. М. Мельник.*

СЕТЕВА́Я ЗАДА́ЧА НЕОДНОРО́ДНАЯ — *модель математическая* оптимального планирования перевозок неоднородных грузов по транспортной сети. Пусть из одних пунктов в другие необходимо осуществить перевозки неоднородных грузов по *транспортной сети*, связывающей эти пункты. Суммарные объемы перевозок на отдельных участках сети ограничены их пропускными способностями. Необходимо спланировать перевозки грузов так, чтобы минимизировать суммарные транспортные издержки. Задача планирования перевозок неоднородных грузов математически формулируется как спец. задача *программирования нелинейного*, называемая С. з. н.

Пусть i-му ($i = 1, \ldots, n$) пункту отнесено число d_i^k ($k = 1, \ldots, p$), причем $\sum_{i=1}^{n} d_i^k = 0$ для $k = 1, \ldots, p$. Если $d_i^k > 0$, то пункт i является поставщиком груза k-го вида и в нем находится d_i^k единиц этого груза. Если $d_i^k < 0$, то пункт i является потребителем груза k-го вида и ему нужно $|d_i^k|$ единиц этого груза. Если $d_i^k = 0$, то пункт i является промежуточным для перевозок груза k-го вида. Один и тот же пункт может быть поставщиком одного груза, потребителем другого и промежуточным пунктом для третьего груза. Пропускная способность участка, связывающего непосредственно пункт i с пунктом j, равна r_{ij}. Пусть $C_{ij}(x^1, x^2, \ldots, x^p)$ — суммарные транспортные издержки по перевозке x^1 единиц груза 1-го вида, x^2 единиц груза 2-го вида, ..., x^p единиц груза p-го вида. Числа d_i^k, r_{ij} определяют *поток в сети неоднородный*. Здесь сеть определяется *графом* (I, U), где $I = \{1, \ldots, n\}$ — мн-во вершин, а U — мн-во дуг, соответствующих участкам транспортной сети. Тогда С. з. н. заключается в отыскании неоднородного потока $\bar{x}_{ij}$, минимизирующего функционал

$$F(x) = \sum_{(i,j)\in U} C_{ij}(\bar{x}_{ij}). \qquad (1)$$

Этот поток наз. оптимальным. Следовательно, С. з. н. состоит в отыскании оптим. неоднородного потока. Если ф-ции $C_{ij}(x^1, \ldots, x^p)$ непрерывно дифференцируемы и выпуклы вниз, то справедливы следующие условия оптимальности: неоднородный поток $\bar{x}_{ij}$ оптимален тогда и только тогда, когда для каждой вершины $i \in I$ существуют числа V_i^k, $k = 1, 2, \ldots, p$, называемые потенциалами, а для каждой насыщенной дуги (i, j) $\left(\text{для которой } \sum_{k=1}^{p} x_{ij}^k = r_{ij}\right)$ — неотрицательное, называемое дуговым, число γ_{ij}, т. е. существуют такие числа, что для них справедливы соотношения:

$$\left.\begin{aligned} V_j^k - V_i^k &\leqslant C'^{(k)}_{ij}(\bar{x}_{ij}) \quad \text{при } x_{ij}^k = 0 \\ V_j^k - V_i^k &= C'^{(k)}_{ij}(\bar{x}_{ij}) \quad \text{при } x_{ij}^k > 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

$$\text{если } \sum_{r=1}^{p} x_{ij}^r < r_{ij};$$

$$\left.\begin{aligned} V_j^k - V_i^k &\leqslant C'^{(k)}_{ij}(\bar{x}_{ij}) + \gamma_{ij} \quad \text{при } x_{ij}^k = 0 \\ V_j^k - V_i^k &= C'^{(k)}_{ij}(\bar{x}_{ij}) + \gamma_{ij} \quad \text{при } x_{ij}^k > 0 \end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

$$\text{если } \sum_{r=1}^{p} x_{ij}^r = r_{ij},$$

где через $C'^{(k)}_{ij}(\bar{x})$ обозначена частная производная ф-ции $C_{ij}(x^1, x^2, \ldots, x^p)$ по x^k.

На приведенных условиях оптимальности основан спец. *итерационный метод* решения С. з. н. — метод потенциалов. Сущность этого метода заключается в построении системы потенциалов и дуговых чисел для неоднородного потока, полученного на предыдущей итерации, и в последующем преобразовании его таким образом, что в результате получается новый неоднородный поток, связанный с меньшими суммарными транспортными издержками. Преобразование неоднородного потока производится путем его перераспределения вдоль одного цикла (если не выполняются условия типа (2)) или вдоль двух циклов (если не выполняются условия типа (3)). Начальный неоднородный поток выбирается произвольным. Если все ф-ции $C_{ij}(x^1, \ldots, x^p)$ линейны, то С. з. н. наз. линейной многопродуктовой транспортной задачей на сети. В этом случае С. з. н. является спец. задачей *программирования линейного* с блочной структурой, и для ее решения могут быть применены *декомпозиции методы*.

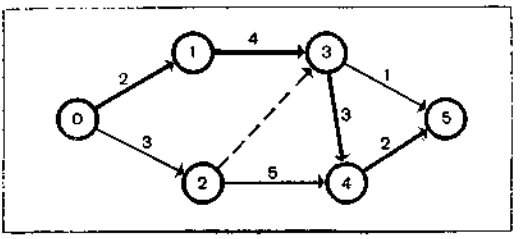
Лит. см. к ст. *Сетевая задача.* *И. М. Мельник.*

СЕТЕВА́Я МОДЕ́ЛЬ — информационная модель комплекса взаимосвязанных работ, заданная в специфической форме сети, отображающей частичную упорядоченность работ во

времени; она может содержать также ряд других характеристик (время, стоимость, ресурсы и т. п.), относящихся к отдельным работам и (или) к комплексу в целом. Сеть комплекса рассматривается как ориентированный конечный *граф* без контуров; она отображает отношения предшествования между работами, которым можно поставить в соответствие дуги или вершины графа. Наибольшее распространение получило графическое представление С. м. на плоскости, называемое сетевым графиком (см. рис.); возможны и другие формы представления С. м.— цифровая, табличная, с помощью различных тех. средств (световые табло, мех. модели, электр. цепи и др.). Все формы представления С. м. эквивалентны в смысле содержащейся в них информации; сетевой график имеет преимущество наглядности, цифровое представление наиболее удобно для анализа сетей с помощью ЭВМ.

С. м. определяет с любой требуемой степенью детализации состав работ комплекса и порядок их выполнения во времени. Ее отличает от многих других типов моделей наиболее четкое определение всех временных взаимосвязей работ. В наиболее распространенных прямых С. м. (см. рис.) работы, характеризующие происходящие во времени процессы либо технологические или логич. зависимости, отвечают дугам графа (на рис. они обозначены соответственно сплошными и пунктирными стрелками, цифры на стрелках обозначают оценки времени выполнения работ). В этом случае вершины графа представляют собой события (на рис. — кружки, цифры в кружках обозначают номера событий), каждое из которых, не являясь процессом и не имея продолжительности, свершается в результате окончания одной или нескольких работ, непосредственно предшествующих данному событию (входящих), что создает необходимые условия для начала одной или нескольких непосредственно следующих (выходящих) работ. Событие, не имеющее входящих работ, наз. исходным (0 на рис.), а не имеющее выходящих — завершающим (5 на рис.). Завершающее событие всегда одновременно является целевым, определяющим достижение цели комплекса; кроме того, целевыми могут быть и некоторые промежуточные события. Путем в графе называется такая последовательность дуг, что конечная вершина предыдущей дуги совпадает с начальной вершиной последующей дуги (на рис., напр., путь 0—1—3—5). Путь, начинающийся с исходного события и кончающийся завершающимся, считается полным. В реже встречающихся сопряженных С. м. вершины отображают работы, а дуги — порядок их выполнения.

По структуре сетевые модели делятся на канонические и альтернативные. В первых, наиболее широко применяемых на практике, сети отличаются фиксированной структурой, т. е. во всех вершинах (см. рис.) над работами осуществляется единственная логич. операция «И», означающая, что любую выходящую из события работу можно начать лишь после завершения всех без исключения входящих в нее работ. В отличие от этого структура альтернативной сети — переменная, т. е. в любой вершине допускается логич. операция «И» либо «ИЛИ». В последнем случае для начала выходящей из события работы достаточно окончания любой из входящих в него работ. При этом может быть также задана *вероятность* реализации той или иной работы, что позволяет оценить вероятность реализации различных вариантов комплекса



Сетевой график.

(соответствующие альтернативные С. м. являются одновременно вероятностными, стохастическими). Вероятностными считают также С. м., в которых параметры (характеристики) работ заданы *случайными величинами*, детерминированными — однозначно обусловленными, детерминированными величинами.

В зависимости от к-ва технологически независимых комплексов работ С. м. подразделяют на одно- и многосетевые; односетевые модели могут быть одно- и многоцелевыми (по к-ву целевых событий), многосетевые модели всегда являются и многоцелевыми.

По составу учитываемых в С. м. параметров выделяют модели с учетом времени, стоимости и ресурсов. С. м. поддается матем. анализу, на основании которого определяют достаточно реалистический календарный план выполнения комплекса работ. В частности, в широко распространенных наиболее простых прямых канонических С. м. с учетом времени при анализе вычисляют ранний и поздний сроки свершения каждого события, т. е. самый ранний из возможных и самый поздний срок, при котором не сдвигается общий планируемый срок завершения комплекса. После этого легко можно подсчитать значения необходимых производных характеристик — ранних и поздних сроков начала и окончания работ, резервов времени работ и событий, а также установить перечень критических и подкритических работ, резерв времени которых меньше заданной величины (наибольший из полных путей, состоящий из таких работ, является критическим, остальные — подкритическими, на рис. жирными стрелками выделены работы *критического пути*). Если полученные результаты неудовлетворительны (напр., имеются критические и подкритиче-

ские пути, и, следовательно, находятся под угрозой директивные или желаемые сроки реализации комплекса), то, пользуясь С. м. и данными анализа, можно наилучшим образом изменять план в необходимом направлении (см. *Сетевые методы планирования и управления*). С помощью моделей, учитывающих ресурсы, удается также решать ряд задач рационального (иногда оптим.) распределения ресурсов.

В процессе управления С. м. систематически используют для оценки фактического и будущего состояния комплекса и выработки управляющих воздействий, а также оценки эффективности этих воздействий и выбора лучших из них. Для переработки информации, связанной с использованием С. м., широко применяют совр. средства выч. техники (см., напр., «*АСОР*»).

Лит.: Зуховицкий С. И., Радчик И. А. Математические методы сетевого планирования. М., 1965; Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления. М., 1967; Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. М., 1971. *В. И. Рыбальский.*

СЕТЕВО́Й ГРА́ФИК — графическое представление *сетевой модели* на плоскости.

СЕТЕВЫ́Е МЕ́ТОДЫ ПЛАНИ́РОВАНИЯ И УПРАВЛЕ́НИЯ — методы, использующие сетевую модель как основную форму представления информации об управляемом комплексе работ. Целью их применения является существенное повышение качества планирования различных комплексов работ, направленное на сокращение сроков, рациональное использование ресурсов и т. п., а также обеспечение эффективного управления реализацией сформированных планов. Использование *сетевых моделей* способствует построению рационального или оптим. в смысле некоторого критерия плана реализации комплекса и обеспечивает управление процессом выполнения этого плана по четкому *алгоритму*, включающему элементы прогнозирования, адаптации, поиска наилучшего решения.

Впервые С. м. п. и у. были применены в 1957—58 под названием «метод критического пути» и «*Перт*» (метод оценки и пересмотра планов). В СССР сетевые методы применяют с 1963 г. (одними из первых в стране объектов сетевого планирования и управления были стройки Бурштынской ГРЭС, Лисичанского хим. комбината и моста метрополитена через р. Днепр в Киеве). В дальнейшем сетевые методы нашли широкое применение не только в строительстве и при создании образцов новой техники, но и на многих промышленных предприятиях, ремонтных работах, в проектно-конструкторских и др. организациях.

В наст. время сетевые методы, представляющие собой аппарат построения, расчета, анализа и оптимизации сетевых моделей, используют не только при решении отдельных достаточно сложных задач планирования и управления, но и служат основой построения спец. класса систем организационного управления, за которым закрепилось название «системы сетевого планирования и управления» (СПУ). Система СПУ представляет собой эффективный механизм принятия решений в замкнутом контуре управления на протяжении всего жизненного цикла комплекса работ, начиная от разработки плана его реализации и до полного осуществления этого плана. При использовании совр. тех. средств сбора, передачи, накопления, хранения, переработки и выдачи информации система СПУ превращается в одну из разновидностей *автоматизированных систем управления* (АСУ); в этом случае осн. принципы построения и создания АСУ полностью распространяются и на системы СПУ.

Наиболее рациональными областями применения систем СПУ являются: целевые разработки сложных систем — научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы, проектирование, опытное произ-во, испытания и т. п., в которых участвуют организации и предприятия различных ведомств; государственные межведомственные и региональные программы (напр., развития эконом. района); строительство, реконструкция и ремонт промышленных и гражданских объектов; деятельность н.-и., опытно-конструкторских и проектных организаций, а также предприятий индивидуального и мелкосерийного произ-ва, подготовка и освоение произ-ва новых видов продукции; проведение крупных организационных мероприятий (съездов, кампаний по ликвидации последствий стихийных бедствий и др.); разведка и освоение месторождений полезных ископаемых; ремонт промышленного оборудования и транспортных средств и др.

Существующие разновидности систем СПУ классифицируются по ряду признаков. По организационной структуре их делят на м е ж в е д о м с т в е н н ы е и в н у т р и в е д о м с т в е н н ы е, а также в зависимости от использующего их высшего уровня руководства и числа уровней иерархии. По характеру функционирования можно выделить системы СПУ е д и н и ч н о г о действия, используемые для уникальных комплексов работ, и ц и к л и ч е с к о г о действия, предназначенные для периодически повторяющихся комплексов. Кроме того, системы СПУ можно различать по характеру используемых сетевых моделей и решаемых задач, а также по применяемым средствам обработки информации (автоматизированные и неавтоматизированные).

В ряде отраслей системы СПУ выступают в качестве первой очереди АСУ и являются базой для развития их до полных автоматизированных систем управления.

В жизненном цикле системы СПУ выделяется ряд стадий — предпроектная стадия, стадия проектирования системы, функционирования в режиме планирования и функционирования в режиме оперативного управления (в системах циклического действия последние 2 стадии повторяются неограниченное к-во раз).

Н а п р е д п р о е к т н о й стадии оценивают целесообразность применения системы к конкретному комплексу работ с учетом реальных возможностей ее создания и эксплуатации,

определяют стратегические цели использования системы и устанавливают важнейшие ограничения, связанные со сроками, финансированием и использованием ресурсов при ее разработке и эксплуатации. Далее на этой стадии разрабатывается и документально оформляется тех. задание на проектирование системы.

На стадии проектирования осуществляется выбор принципиального варианта плана реализации комплекса работ, на основе которого разрабатывается тех. и рабочий проект системы, включающий разделы по сетевым моделям и матем. обеспечению системы, информационному обеспечению и функциональным процедурам, организационно-эконом. обеспечению, тех. обеспечению, а также расчет технико-эконом. эффективности.

Одновременно с проектированием системы проводится организационная и материально-техническая подготовка ее внедрения, включающая такие мероприятия, как назначение руководителей и ответственных исполнителей по соответствующим уровням управления комплексом, определение порядка переработки информации *вычислительным центром*, разработка и утверждение норм ответственности и принципов стимулирования, определение правил взаимодействия системы СПУ с системами других классов и т. д.

На стадии функционирования системы в режиме планирования производится построение и утверждение планов реализации комплекса работ по всем уровням иерархии, принятым в проекте системы. Эта стадия охватывает представление исходной информации по элементам комплекса работ, закрепленным за соответствующими ответственными исполнителями (фрагментов сетей), «сшивание», анализ и оптимизацию сетей различных уровней и формирование календарных планов.

При анализе моделей с контролем по времени вычисляются ранние и поздние сроки свершения событий, а также начала и окончания работ комплекса; кроме того, выявляются критические и подкритические пути. Эти данные являются основой оптимизации сетевых моделей, в процессе которой корректируется структура сети и значения некоторых характеристик работ (ускоряются или запараллеливаются некоторые работы критического и подкритических путей и т. п.) и, таким образом, вырабатываются рациональные календарные планы выполнения комплексов работ. При этом используется то свойство *критического пути*, что уменьшение его длительности (в случае отсутствия других критических путей) обеспечивает соответствующее сокращение сроков реализации всего комплекса работ. Нередко для ускорения работ критического пути удается перебросить ресурсы с некоторых некритических работ, имеющих сравнительно большие резервы времени.

На стадии функционирования в режиме оперативного управления систематически осуществляется сравнение фактического состояния комплекса с принятым планом, оценка выявленных отклонений, выработка, анализ и принятие решений, направленных на ликвидацию отрицательных отклонений. Эта стадия включает регулярное представление информации о фактическом состоянии комплекса работ, корректировку и последующий анализ сетевых моделей соответствующих уровней, принятие решений об изменении календарных планов и доведение этих решений до исполнителей. Такие решения выбирают из числа предлагаемых альтернативных управляющих воздействий с «проигрыванием» их на сетевой модели и анализом. В частности, для моделей, учитывающих лишь временные параметры, в процессе оперативного управления особое внимание обращают на работы критических путей, поскольку именно от их своевременного выполнения зависит срок завершения всего комплекса.

В течение всего жизненного цикла системы производится накопление информации, характеризующей как процесс создания и функционирования системы, так и показатели выполнения комплекса работ. Эта информация подвергается в дальнейшем детальному анализу для оценки фактической эффективности данной системы, а также с целью совершенствования других систем и создания для них статистически надежной нормативной базы.

В системах СПУ различают организационную и информационную структуры. Организационная структура определяет функциональные элементы системы и их взаимосвязи по принципу подчиненности. Информационная структура характеризует потоки информации между блоками, в которых она генерируется, перерабатывается, запоминается и потребляется.

В организационной структуре системы СПУ осн. элементами являются: центр управления комплексом, руководители всех уровней, ответственные исполнители, службы системы и машинной обработки информации. В обязанности ответственных исполнителей на стадии планирования входит разработка по заданию руководителей фрагментов сетевой модели по порученным им работам (с указанием оценок соответствующих параметров). На стадии оперативного управления ответственные исполнители обеспечивают регулярное представление в службы СПУ оценок фактического состояния выполнения плана и прогноза будущего состояния, а также принимают участие в выработке управляющих воздействий для ликвидации или предотвращения отклонений от принятых планов либо в осуществлении корректировки этих планов.

Службы системы СПУ производят на стадии планирования «сшивание» фрагментов в сетевые модели, кодирование, подготовку входной информации для расчета сетевых моделей на ЭВМ (либо выполнение такого расчета вручную), а также подготовку рекомендаций и мероприятий по оптимизации в случае неудовлетворительных результатов расчета. В процессе оперативного управления на службы СПУ дополнительно возлагается (вместо «сшивания»

сетей) прием оперативной информации от ответственных исполнителей, обеспечение необходимой информацией различных уровней руководства в установленные сроки либо по запросам, а также сбор статистических данных о работе системы и оценка ее фактической и прогнозируемой эффективности.

В информационной структуре системы выделяются следующие осн. блоки: сбора и представления исходной информации; формирования сетевых моделей и планов; обновления сетевых моделей; контроля; выработки управляющих воздействий; анализа прогнозируемого состояния работ; выбора решений из числа разработанных и проанализированных управляющих воздействий; исполнения.

Система СПУ с рациональным распределением ресурсов, как правило, предназначается для управления не отдельным комплексом работ, а производственной деятельностью целой организации, располагающей единым для всех комплексов запасом ресурсов. В этом случае (в отличие от систем, использующих модели с учетом лишь времени) система СПУ дополнительно вырабатывает рекомендации по целесообразному, с точки зрения принятого критерия, распределению ресурсов между комплексами и работами, срокам и размерам недогрузки или перегрузки отдельных исполнителей, а также о прогнозируемых изменениях сроков завершения отдельных работ и комплексов из-за ограничений по ресурсам. Центр. место в формировании этой информации управления занимает решение весьма сложных задач многосетевого *календарного планирования*, в процессе которого работы, выполняемые различными подразделениями, увязываются по всем комплексам между собой и с возможностями обеспечения их ресурсами. При такой увязке обеспечивается как соблюдение заданных ограничений (сроки завершения комплексов и отдельных работ, лимиты ресурсов и др.), так и рациональное распределение ресурсов. Различные постановки задач составления календарных планов, отличающиеся направлением оптимизации (оптимизация сроков при ограниченных ресурсах, оптимизация использования ресурсов при заданных сроках, некоторые смешанные постановки), типом распределяемых и учитываемых ресурсов, к-вом их видов и правилами использования и т. д., реализуют, как правило, с помощью эвристических алгоритмов. Наиболее целесообразно применение достаточно сложной системы многосетевого календарного планирования с рациональным распределением ресурсов в тех организациях, которые уже накопили определенный опыт использования более простых систем СПУ с учетом времени.

Опыт применения сетевых методов свидетельствует об их высокой эффективности: на многих комплексах работ было достигнуто существенное сокращение сроков их реализации, а также затрат. По сетевым методам написано много научных работ; издано также большое к-во методических документов, в том числе межотраслевые инструктивно-методические материалы. В ряде организаций созданы комплексы алгоритмов и *программ* для анализа сетевых моделей и решения задач рационального распределения ресурсов; для анализа сетевых графиков используются также специализированные устр-ва (см. «*АСОР*»).

Лит.: Абрамов С. А., Маринич ев М. И., Поляков П. Д. Сетевые методы планирования и управления. М., 1965 [библиогр. с. 162—165]; Рыбальский В. И. Кибернетика в строительном производстве. К., 1965 [библиогр. с. 392—402]; Сетевое планирование и управление. М., 1967; Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления. М., 1967; Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. М., 1971; Миллер Р. В. ПЕРТ — система управления. Пер. с англ. М., 1965 [библиогр. с. 173—201]; Кофман А., Дебазей Г. Сетевые методы планирования. Пер. с франц. М., 1968 [библиогр. с. 177—179]. *В. И. Рыбальский.*

«СЕ́ТУНЬ» — малая цифровая вычислительная машина, предназначенная для решения научно-технических и экономических задач средней сложности. Разработана в вычисл. центре Московского ун-та в 1959, в 1962—64 выпускалась серийно. «С.» имеет троичную симметричную систему представления чисел (с цифрами 1, 0, — 1) с фиксированной после второго разряда или плавающей (программированной) запятой, операции нормализации и сдвига. Диапазон представления чисел в машине — с фиксированной запятой $\pm|4{,}5 \div 0{,}5 \cdot 3^{-16}|$, с плавающей запятой $\pm|10^{\pm 57}|$, абс. погрешность представления чисел с фиксированной запятой составляет $0{,}5 \cdot 3^{-16}$. Разрядность представления чисел в запоминающем устройстве (ЗУ) — 18 троичных разрядов (длинное слово) или 9 разрядов (короткое слово); разрядность команд — 9 разрядов, структура команд — одноадресная с признаком модификации адресной части; количество операций — 24. «С.» имеет 2 ступени памяти: осн. ЗУ на магн. барабане, емкостью либо 1944 либо 3888 коротких слов, и оперативное ЗУ на ферритовых сердечниках, емкостью 162 коротких слова (пересылка из одного устр-ва в другое — группами по 54 коротких слова). Выполнение арифм. и логич. операций — последовательное (есть отдельный блок для выполнения быстрого умножения). При работе с оперативным ЗУ время выполнения операции сложения—вычитания — 180 *мксек*, умножения — 320 *мксек*, передачи управления — 100 *мксек*. Среднее время группового обращения к ЗУ на магн. барабане — 7500 *мксек*. Ввод данных в машину — с пятидорожечной бумажной перфоленты со скоростью 800 строк/*сек*; входных устройств (фотовводов) — два; буквенный текст и десятичные числа произвольной формы вводятся в виде групп алфавитно-цифровых знаков (до 162 в одной группе); команды, представленные девятиричным кодом, вводятся зонами по 54 команды. Вывод данных из машины — на двухцветную печать со скоростью 7 знаков в 1 *сек* и на бумажную перфоленту—со скоростью 20 строк в 1 *сек* (а также на телетайп).

«С.» выполнена на пороговых *логических элементах ЦВМ* типа быстродействующих

магн. усилителей. Особенности структуры «С.» предопределили принципы построения малой ЦВМ, получившей развитие в минимашинах.
Лит.: Брусенцов Н. П. [и др.]. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М., 1965 [библиогр. с. 139]. *М. М. Грудинин.*

СЕТЧА́ТКА в распознавании образов — набор светочувствительных элементов, на который проектируется оптическое изображение с целью преобразования его в электрические сигналы. Эти сигналы в дальнейшем используются как координаты точки в *пространстве изображений*. В *читающих автоматах* С. реализуется в виде матрицы фотодиодов, фотоэлементов или др. светочувствительных приборов, заполняющих участок к.-л. (чаще всего — плоской) поверхности. В силу конечных размеров и ограниченной разрешающей способности этих приборов С. характеризуется параметрами *дискретизации изображений* и *квантования изображений*. Функции С. может выполнять также растр, создаваемый с помощью электроннолучевой трубки. С. в распознающих устройствах названа так по аналогии с С. глаза. *Л. А. Святогор.*

СЕТЬ ИЗ НЕЙРО́ННЫХ ЭЛЕМЕ́НТОВ — см. *Нейронные сети, Логика пороговая.*

СЕТЬ ЛОГИ́ЧЕСКАЯ — математическая схема, адекватным образом описывающая строение и работу реальных (технических, биологических) устройств, предназначенных для синхронной переработки дискретной информации. С. л. представляет собой некоторую совокупность элементов, соединенных друг с другом по определенным правилам.

Элементом С. л. является автомат с конечным числом входов и выходов. Каждый отдельный элемент является С. л., входами и выходами которой являются соответственно входы и выходы элемента. Отождествление (соединение) любого числа входов С. л. приводит снова к С. л., ее входами являются все не отождествленные входы и вход, соответствующий отождествленным, а выходами являются все выходы исходной С. л. Объединение двух С. л. или присоединение выхода одной С. л. к входу другой дает снова С. л. В случае объединения двух С. л., входами и выходами полученной С. л. являются все входы и, соответственно, выходы исходных С. л. В случае присоединения выхода одной С. л. к входу другой, входами являются все входы первой С. л. и не отождествленные входы второй С. л., выходами являются все выходы исходных С. л. Построенные таким образом С. л. иногда наз. суперпозициями исходных С. л., а описанные правила — операциями суперпозиции или операциями композиции (см. *Автоматов композиции*).

Если в исходном наборе содержатся такие элементы, некоторые выходы которых с содержательной точки зрения с временны́м сдвигом зависят от входов, то применяется еще одно правило (операция) построения С. л. — обратная связь. Разрешается любой описанный выход элемента С. л. отождествлять с любым входом этой С. л. В результате получается С. л., входами которой являются все входы исходной С. л., кроме отождествленных, выходами — все выходы исходной С. л.

Примером элемента, выход которого с временны́м сдвигом зависит от входа, может служить т. н. элемент единичной задержки — значение его выхода в такт $t+1$ равно значению его входа в такт t. В предположении дискретности времени считается, что каждые вход и выход каждого элемента С. л. в любой момент $t = 0, 1, 2, \ldots$ могут находиться в одном из конечного числа состояний, причем, если некоторые входы элементов отождествлены, то в каждый момент они находятся в одинаковых состояниях, аналогично ведут себя отождествленные входы и выходы элементов. Каждому элементу соответствует свое автоматное отображение (см. *Оператор автоматный*) и тем самым значения входов С. л. в каждый момент однозначно определяют состояния всех входов и выходов всех элементов С. л., а также внутренние состояния элементов в следующий момент. Т. о. каждая С. л. задает некоторое отображение последовательностей состояний входов С. л. в последовательности состояний ее выходов. Это отображение является автоматным. Говорят, что С. л. реализует это автоматное отображение.

Частным случаем С. л. являются сети из функциональных элементов и нервные сети (см. *Нейронные сети*). Сети из функциональных элементов строятся из автоматов без памяти при помощи операций суперпозиции. Иногда понятие сети из функциональных элементов рассматривают более расширенно, допуская элементы с памятью (обычно, не очень сложные, напр., элемент единичной задержки или некоторого рода *триггеры*). В этом случае применяется также правило обратной связи. Поскольку понятие простоты элемента четко не определено, то понятие сети из функциональных элементов иногда употребляется как синоним понятия С. л.

Первоначально понятие С. л. ввели для сетей, построенных из элементов, реализующих функции *алгебры логики*, и элементов единичной задержки. Нервные сети строятся из т. н. формальных *нейронов* — устр-в с конечным числом входных каналов и одним выходным каналом. На каждый из каналов в дискретные моменты времени поступает одно из значений, а именно: 1 («возбуждено») или 0 («не возбуждено»). Каждому входному каналу i ($i = 1, \ldots, n$) приписано некоторое действительное число r_i — вес канала. Канал наз. возбуждающим, если этот вес положительный, и тормозящим, если вес отрицательный.

Для нейрона указано некоторое число λ — порог возбуждения. Нейрон возбуждается в такт $t+1$, если $\sum_{i=1}^{n} x_i(t) \cdot r_i \geqslant \lambda$, где $x_i(t)$ — значение, поступившее на входной канал номера i в такт t, и не возбуждается в противном случае. Возбужденный нейрон выдает на выходе 1, не возбужденный — 0. Правила построения нервных сетей те же, что и для логических сетей. Существуют различные обобщения С. л., получаемые вследствие расширения

понятий функционирования элемента и С. л., а также изменения операций над С. л.

Лит.: Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 399—402]; Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Беркс А., Райт Дж. Теория логических сетей. В кн.: Кибернетический сборник, № 4. М., 1962.

М. И. Кратко, В. Б. Кудрявцев.

СЕЧЕ́НИЙ ПРОСТРА́НСТВА ПАРАМЕ́ТРОВ МЕ́ТОД — метод исследования фазового пространства и пространства параметров при *нелинейных систем автоматического управления анализе.*

СИГНАЛИЗИ́РУЮЩАЯ ФУ́НКЦИЯ — функция, характеризующая сложность работы автомата. Напр., в случае *Тьюринга машины*, С. ф. является ф-ция, которая для каждого значения аргумента равна числу тактов работы, затраченных машиной для получения результата (временна́я С. ф.) или числу ячеек ленты, в которых хотя бы раз за время работы побывала головка машины Тьюринга (емкостная С. ф.). С каждым конкретным автоматом можно связать много различных С. ф. См. также *Сложность вычислений.*

СИЛЛОГИ́СТИКА — раздел формальной логики, изучающий логические заключения типа силлогизмов. Основы С. были заложены еще Аристотелем (IV в. до н. э.) и явились первым разделом формальной логики. Примерами силлогизмов являются следующие заключения:

Каждый X есть Y Каждый Z есть X	Некоторый X есть Y Каждый Z есть X
Следовательно, каждый Z есть Y.	Следовательно, некоторый Z есть Y

Первый из них, очевидно, является правильным, дающим всегда истинные заключения, если посылки истинны, второй — неправильным, что видно из следующего примера:

Некоторые млекопитающиеся — тигры
Каждый человек — млекопитающийся

Следовательно, некоторые люди — тигры.

Выражения, стоящие над чертой, наз. посылками силлогизма, выражение, стоящее под чертой,— его заключением. Эти выражения построены с помощью следующих четырех связок: каждый X есть Y (XaY), никакой X не есть Y (XeY), некоторый X есть Y ($X\ i\ Y$) и некоторый X не есть Y (XoY), традиционно обозначаемых буквами a, e, i, o. Силлогизм имеет две посылки, причем существует одна и только одна переменная, общая в этих двух посылках. Переменные, стоящие в заключении, должны встречаться в одной и только одной посылке. С. в своей классической форме занималась классификацией таких силлогизмов и выделением из них правильных и неправильных.

В рамках современной *логики математической* С. сводится к одной из глав *исчисления предикатов узкого* — исчислению одноместных предикатов. В силу этого она сохраняет сейчас историческое значение, но это значение очень велико. Созданием С. Аристотель внес большой вклад в формальную логику, в частности применением в ней аксиоматического метода и введением переменных в логику. Начиная с Аристотеля, в работах греческих стоиков и средневековых схоластов, изучающих силлогизмы, были выработаны в более или менее явной форме такие важные понятия, как понятие терма, *предиката, квантора,* формального вывода и др.

Лит.: Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. Пер. с англ. М., 1959.

Л. А. Калужнин, М. И. Кратко.

«СИ́МЕНС» (Siemens Aktiengesellschaft) — западногерманский электротехнический концерн. Основан в 1847, с середины 50-х годов 20 ст. разрабатывает ЭВМ. Выпускает вычисл. машины 3-го поколения «Siemens 4004» и для управления производственными процессами — семейство «Siemens 300».

СИММЕТРИ́ЧЕСКИЕ ФУ́НКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛО́ГИКИ — функции *алгебры логики,* которые не изменяются при любой перестановке их переменных. С. ф. а. л. являются, напр., функции $x_1 \& x_2 \& \ldots \& x_n$, $x_1 + x_2 + \ldots + x_n \pmod 2$ и т. п. Класс С. ф. а. л. является *классом замкнутым функций алгебры логики* и допускает более простую (по сравнению с классом всех ф-ций) реализацию в виде схем или формул.

СИМПЛЕКС-МЕ́ТОД — метод решения задачи линейного программирования, в котором осуществляется направленное движение по опорным планам до нахождения оптимального решения; С.-м. наз. еще методом последовательного улучшения плана.

Пусть невырожденная задача *программирования линейного* представлена в каноническом виде

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = > \max,$$

$$\sum_{j=1}^{n} A_j x_j = B, \qquad x_j \geqslant 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n,$$

где $X = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор переменных, $C = (c_1, \ldots, c_n)$, $B = (b_1, \ldots, b_m)^T$, $A_j = (a_{1j}, \ldots, a_{mj})^T$, $j = 1, \ldots, n$ — заданные векторы, T — знак транспонирования, $\overline{X} = (\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_m)$ — отличные от нуля компоненты *опорного плана,* расположенные для простоты изложения на первых m местах вектора X, $\overline{A} = (A_1, \ldots, A_m)$ — базис этого плана. Тогда

$$\sum_{i=1}^{m} A_i \bar{x}_i = B, \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i x_i = \bar{z}_0, \qquad (2)$$

где $\bar{z}_0$ — значение линейной формы на данном плане. Т. к. вектор-столбцы *матрицы* A линейно независимы, любой из векторов условий A_j имеет по ним единственное разложение:

$$\sum_{i=1}^{m} A_i x_{ij} = A_j, \qquad j = 1, \ldots, n, \qquad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i x_{ij} = z_j, \qquad j = 1, \ldots, n, \qquad (4)$$

где x_{ij} — коэфф. разложения. Система условий

$$\sum_{i=1}^{m} A_i x_i + A_k x_k = B, \qquad k \geqslant m+1, \qquad (5)$$

$$x_k \geqslant 0, \quad x_j = 0, \quad j = m+1, \ldots, n, \quad j \neq k \qquad (6)$$

при заданном k определяет в пространстве переменных задачи луч, исходящий из точки, которая соответствует рассматриваемому опорному плану. Пусть значение переменной x_k при движении по этому лучу равно θ, тогда значение базисных переменных равны $x_i(\theta)$. В этих обозначениях ур-ние (5) представимо в виде

$$\sum_{i=1}^{m} x_i(\theta) A_i + \theta A_k = B. \qquad (7)$$

Умножив ур-ние (3) на θ при $j = k$ и вычтя из ур-ния (1), получим

$$\sum_{i=1}^{m} (\bar{x}_i - \theta x_{ik}) A_i + \theta A_k = B. \qquad (8)$$

Из ур-ний (7—8) получаем

$$x_i(\theta) = \bar{x}_i - \theta x_{ik}, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (9)$$

Т. к. $x_i(\theta)$ при $\theta = 0$ определяют план задачи, то наибольшее θ, не нарушающее ограничений $x_i(\theta) \geqslant 0$, определяется из условия

$$\theta_0 = \min_{i \in I} \frac{\bar{x}_i}{x_{ik}}, \qquad (10)$$

где $I = \{i \mid x_{ik} > 0\}$.

В силу невырожденности задачи минимум достигается не больше, чем для одного $i = l$ и $\theta_0 > 0$. Значение линейной формы при $\theta = \theta_0$ определяется из ур-ний (9), (4), (2)

$$z_0(\theta_0) = \sum_{i=1}^{m} c_i x_i(\theta_0) + c_k \theta_0 = \bar{z}_0 - \theta_0 \Delta_k,$$

где $\Delta_k = z_k - c_k$. Очевидно, $\Delta_j = 0$ для $j = 1, \ldots, m$.

Пусть $\bar{A} = E$ — начальный базис из m единичных векторов. Все данные задачи записываются в виде симплекс-таблицы (первой итерации вычислительного процесса). Симплекс-алгоритм решения задачи линейного программирования составляется из выполнения следующих операций: 1) найти $\Delta_k = \min_j \Delta_j$. Если $\Delta_k = 0$, рассматриваемый план оптимален; если $\Delta_k < 0$, вектор A_k вводится в базис; 2) найти θ_0 и l, для которого $\theta_0 = \bar{x}_l / x_{lk}$, из формулы (10). Если $I = \Lambda$ — пустое мн-во, линейная форма неограничена сверху; если

Симплекс-алгоритм (первая итерация вычислительного процесса)

i	Базис	$\bar{C}$	B	c_1	c_2	$\cdots$	c_l	$\cdots$	c_m	c_{m+1}	$\cdots$	c_j	$\cdots$	c_k	$\cdots$	c_n
				A_1	A_2	$\cdots$	A_l	$\cdots$	A_m	A_{m+1}	$\cdots$	A_j	$\cdots$	A_k	$\cdots$	A_n
1	A_1	c_1	x_1	1	0	$\cdots$	0	$\cdots$	0	$x_{1,m+1}$	$\cdots$	x_{1j}	$\cdots$	x_{1k}	$\cdots$	x_{1n}
2	A_2	c_2	x_2	0	1	$\cdots$	0	$\cdots$	0	$x_{2,m+1}$	$\cdots$	x_{2j}	$\cdots$	x_{2k}	$\cdots$	x_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
l	A_l	c_l	x_l	0	0	$\cdots$	1	$\cdots$	0	$x_{l,m+1}$	$\cdots$	x_{lj}	$\cdots$	x_{lk}	$\cdots$	x_{ln}
$\vdots$																
m	A_m	c_m	x_m	0	0	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$x_{m,m+1}$	$\cdots$	x_{mj}	$\cdots$	x_{mk}	$\cdots$	x_{mn}
+			z_0	0	0	$\cdots$	0	$\cdots$	0	Δ_{m+1}	$\cdots$	Δ_j	$\cdots$	Δ_k	$\cdots$	Δ_n

$I \neq A$, вектор A_l выводится из базиса; 3) по найденным l, k вычислить новые значения элементов таблицы по формулам

$$x'_{ij} = \begin{cases} x_{ij} - \dfrac{x_{lj}}{x_{lk}} x_{ik}, & \text{если } i \neq l; \\ \dfrac{x_{lj}}{x_{lk}}, & \text{если } i = l; \end{cases} \qquad (12)$$

$$i = 1, \ldots, m+1, \quad j = 0, 1, \ldots, n,$$

где $x_{i0} = \bar{x}_i$, $x_{m+1\,0} = \bar{z}_0$, $x_{m+1j} = \Delta_j$, и перейти к выполнению операции (1) с новыми значениями всех $x_{ij} = x'_{ij}$. Преобразование (12) заменяет вектор коэфф. $X_k = (x_{1k}, \ldots, x_{mk})$ на единичный вектор X'_k с $x'_{lk} = 1$. В силу монотонного увеличения z_0 возврат к уже однажды пройденному плану невозможен, а из конечности числа опорных планов следует конечность алгоритма. Начальный опорный план с единичным базисом можно получить, решив описанным алгоритмом вспомогательную задачу

$$\sum_{i=1}^{m} (-y_{n+i}) \Rightarrow \max,$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_{n+i} = b_i, \qquad i = 1, \ldots, m,$$

$$y_{n+i} \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m;$$

$$x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n,$$

которая содержит единичный базис, состоящий из векторов $A_{n+1}, \ldots, A_{n+m}$. Этим векторам соответствуют искусственные переменные со значениями $\bar{y}_{n+i} = b_i$, $i = 1, \ldots, m$. Если в оптим. решении этой задачи $\sum_{i=1}^{m} y_{n+i} > 0$, исходная задача не имеет решения. Если же $\sum_{i=1}^{m} y_{n+i} = 0$ и задача невырождена, оптим. базис состоит только из векторов исходной задачи, которые по формулам (12) преобразованы в единичную матрицу. Если задача обладает вырожденными планами, значение z_0 может не увеличиваться на ряде итераций. Это происходит из-за того, что значение соответствующих $\bar{x}_l$ равно нулю и определяется неоднозначно. В таких случаях монотонность метода нарушается и может произойти зацикливание, т. е. возврат к уже пройденному базису. Небольшое изменение вектора ограничений задачи, которое заключается в замене величин b_i на $b_i + \xi_i$, где ξ_i достаточно малы, при подходящем выборе ξ_i не изменяет множества векторов оптим. опорного плана исходной задачи и делает ее невырожденной.

Описанный выше алгоритм наз. первым (или прямым) алгоритмом С.-м. Широко известен также второй алгоритм (алгоритм с обратной матрицей). В нем преобразовывается лишь матрица $\bar{A}^{-1}$, обратная базисной матрице.

Лит. см. к ст. *Программирование линейное.*

В. А. Трубин.

СИМПСОНА ФОРМУЛА — формула приближенного вычисления определенного интеграла. См. *Интегралов способы вычисления.*

СИМСКРИПТ — алгоритмический язык для моделирования систем на цифровых вычислительных машинах. Разработан 1963 в США. Предназначен для ускорения программирования задач моделирования сложных систем; позволяет также модифицировать модели по результатам их предварительной реализации. Любая модель содержит описание статуса системы, который меняется по мере наступления событий. Статус описывается в параметрах: объект, свойство объекта, множество объектов, а событие — отд. программой, определяющей изменение статуса под влиянием наступившего события. На основании списка событий составляется синхронизирующая программа, диктующая вызов программ событий в нужной последовательности.

Н. П. Бусленко.

СИМУЛА — семейство *языков программирования;* разработаны эти языки в Норвежском вычисл. центре. Широкую известность и распространение получили языки СИМУЛА-1 и СИМУЛА-67. Оба языка базируются на языке *АЛГОЛ-60* и полностью включают последний.

С.-1 — универсальный язык моделирования систем с дискретными событиями. Разработан 1964. Фундаментальным понятием его является процесс. С помощью процессов описывается последовательность действий; процессы могут выступать и в качестве пассивных объектов. Действия и взаимодействие процессов полностью описывают систему с дискретными событиями. Описание класса процессов оформляется в виде описания деятельности, синтаксис которого близок к синтаксису описания процедуры. Процессы динамически порождаются (в результате вычисления порождающих выражений — указателей процессов) и покидают систему (при отсутствии ссылок). Все ссылки на отдельный процесс осуществляются посредством стандартной ссылки, называемой элементом. В связи с этим введено понятие типа «элемент» и элементные выражения (переменные, указатели ф-ций, порождающие выражения), значения которых суть элементы. На процесс могут указывать несколько элементов. Исполнение процесса может состоять из нескольких активных фаз (событий). Время системы дискретно: в ходе выполнения одной активной фазы оно остается постоянным. Последовательностью выполнения событий управляют спец. управляющие операторы. Один процесс может получать доступ к данным другого процесса в результате выполнения т. н. операторов присоединения. В С.-1 введены в качестве стандартных неко-

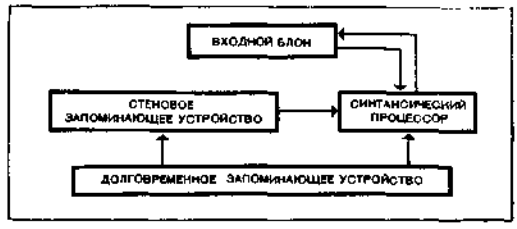
торые процедуры случайной выборки и статистического анализа.

С.-67 — универсальный язык программирования. Разработан в 1967—68. В С.-67 введено понятие объекта, аналогичное понятию процесса в С.-1. Объекты вводятся путем описания класса, задающего правило действий объектов и состав данных, носителями которых являются объекты. Идентификатор описанного класса может использоваться в качестве префикса для описания другого класса. Объект, порождаемый от класса с префиксом, наз. составным; он обладает свойствами обоих классов. Иерархия описаний классов с префиксами не ограничена. Префиксами могут снабжаться и блоки. Объекты порождаются в результате вычисления спец. порождающих выражений. Базовый набор операторов, управляющих последовательностью работы объектов, довольно прост: основными являются операторы ОТКРЕПИТЬ и ВОЗОБНОВИТЬ. Кроме типов АЛГОЛ-60, для переменных, массивов и функций в язык введены типы: ссылка на объект данного класса, символьный и текстовой. Набор стандартных операций-функций позволяет производить необходимые элементарные преобразования текстов. В С.-67 определены операторы присоединения, аналогичные С.-1.

Кроме того, один объект может получить доступ к данным другого объекта с помощью т. н. дальнобойных идентификаторов. Вводя описания различных классов, используемых в качестве префиксов перед описаниями других классов или перед блоками, можно расширять возможности и изобразительные средства языка. Несколько классов введены в С.-67 как стандартные. Среди них класс МОДЕЛИРОВАНИЕ соответствует всем средствам моделирования С.-1, классы ВВОД и ВЫВОД дают удобные средства описания работы с внешними устройствами. Языки С. широко используют при решении инженерных, экономических, военных и др. задач.

Лит.: Дал О. И., Нигард К. СИМУЛА — язык для программирования и описания систем с дискретными событиями. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1967, в. 2; Дал У. И., Мюрхауг Б., Нюгард К. СИМУЛА-67 универсальный язык программирования. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 95]. *И. В. Клокачев.*

«СИНТАКСИС» — специализированное устройство синтаксического контроля, предназначенное для автономной проверки программ и данных, записанных на языке, грамматика которого задана и хранится в постоянном запоминающем устройстве. Разработан в Ин-те кибернетики АН УССР. «С.» состоит (рис.) из постоянного ЗУ для хранения грамматик языков, входного блока для считывания и формирования текущего символа проверяемой информации, синтаксического процессора для сравнения текущего символа проверяемого предложения с правилами грамматики и стекового ЗУ для организации проверки синтаксических конструкций типа скобочных. «С.» позволяет обнаружить все синтаксические ошибки в проверяемых предложениях при посимвольном считывании программы или массива данных, осуществляемого любым из предназначенных для этой цели механизмов. Считанный символ передается на входной регистр устройства и затем сравнивается с текущим подмножеством правил грамматики, записанной в постоянном ЗУ. Если символ на входном регистре соответствует некоторому правилу грамматики языка, то по ней определяется текущее подмножество правил для проверки следующего символа, а схемы устройства подготавливаются для его приема на входной



Блок-схема устройства «Синтаксис».

регистр. Если символ на входном регистре не соответствует текущему подмножеству правил грамматики, то в устройстве вырабатывается сигнал синтаксической ошибки, по которому прекращается дальнейшее считывание и на люминесцентный экран пульта управления высвечивается информация о месте ошибки: номер бланка, на котором записана программа или данные, номер строки на бланке и номер ошибочного символа в строке. В устройстве заложен алгоритм коррекции, позволяющий продолжить проверку после обнаружения ошибки и за один просмотр найти большинство синтаксических ошибок в проверяемых программах или данных. Если считывающий механизм не имеет стартстопного режима работы (возможности останавливаться сразу после считывания текущего символа), то информация об ошибке запоминается в стековом ЗУ и выдается на люминесцентный экран пульта управления в конце проверки.

«С.» предназначен для проверки любого языка, грамматика которого предварительно записана в постоянном ЗУ. Переориентация устройства на новый язык сводится к замене одного блока постоянного ЗУ другим, в котором записана грамматика нового языка. Грамматика для устройства задается в виде т. н. синтаксических карт или *R*-грамматик.

«С.» может использоваться для обучения языкам и для подготовки (печати, перфорации и т. д.) синтаксически правильных программ и данных с помощью клавиатуры, подключенной к устройству.

Лит.: Вельбицкий И. В. К вопросу построения генераторов правильной информации. «Доклады АН СССР», 1973, т. 208, № 6. *И. В. Вельбицкий.*

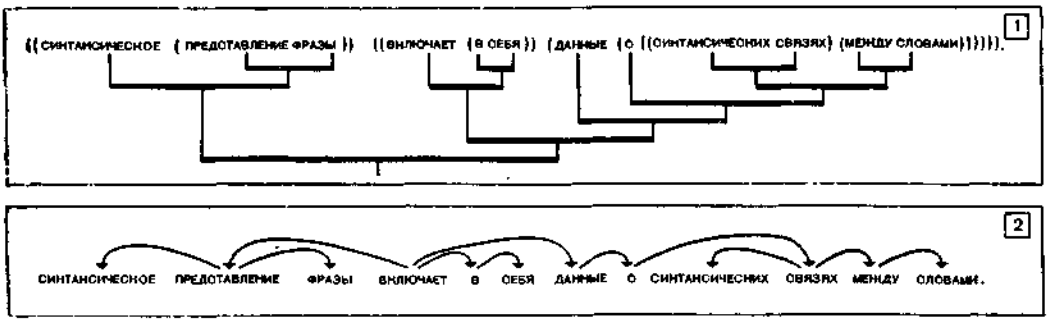
СИНТАКСИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ АВТОМАТИЧЕСКИЙ естественных языков — автоматическая обработка текста на естественном языке, которая имеет целью получение синтаксического представления этого текста, в

частности, его синтаксической структуры. Выполняется *алгоритмом*, использующим определенную совокупность сведений о синтаксисе данного языка. С. а. а.— важный этап различных процессов автоматической обработки текстов: перевода с одного естественного языка на другой, перевода с естественного языка на *язык информационный* (в *информационно-справочных системах*) и др.

До середины 60-х годов С. а. а., как правило, являлся осн. этапом процесса автоматического перевода (см. *Машинный перевод*), причем он завершал анализ. Полученное при С. а. а. синтаксическое представление служило входом либо для этапа преобразования, либо, чаще,— сразу для этапа синтеза. Использование результата С. а. а. как входа для синтеза приводило к тому, что к С. а. а. предъявлялись неоправданно высокие требования, т. к. синтаксическое представление должно было одновременно годиться как для переводимого, так и для переводящего текста, т. е. учитывать особенности и входного, и выходного языков; кроме того, в нем требовалось отразить многие чисто семантические факторы. С выделением в процессе перевода отдельного этапа семантического анализа требования к С. а. а. изменились: во-первых, синтаксическое представление теперь не ориентировано на выходной язык, во-вторых, в нем не делается попыток учесть семантику.

В системах автоматического перевода С. а. а. начинается тогда, когда текст уже некоторым образом обработан, т. е. входом для С. а. а. является не последовательность слов, а последовательность условных единиц, каждая из которых содержит сведения о том, из какой лексической единицы (т. е. из какого слова или словосочетания) она получена, а также все те сведения об этой лексической единице, которые извлечены из словаря или получены на предшествующих этапах обработки (одной лексической единице может соответствовать несколько таких условных единиц — лексико-грамматическая омонимия). В современных системах перевода объектом С. а. а. является *цепочка* условных единиц, соответствующая одной фразе обрабатываемого текста. Выходом С. а. а. является совокупность сведений, задающая синтаксическое представление анализируемой фразы, т. е. данные о синтаксической структуре фразы, о связях между местоимениями и их антецедентами, о логическом акценте и т. п. Однако до последнего времени целью С. а. а. считалось только установление синтаксической структуры фразы, а остальные сведения не вырабатывались.

Среди способов записи синтаксической структуры наиболее распространенными являются «дерево» составляющих и «дерево» зависимостей. При первом способе анализируемая цепочка членится на составляющие, которые, в свою очередь, членятся на более мелкие составляющие, и т. д., пока не будут получены одноэлементные составляющие. При втором способе для каждого элемента анализируемой цепочки, кроме одного — вершины, указывается элемент, им управляющий, и тип связи между ними (эти связи обычно указываются при помощи стрелок, идущих от управляющих элементов к управляемым), напр.: «Синтаксическое представление фразы включает в себя данные о синтаксических связях между словами». «Дерево» составляющих этой фразы (без указания типов составляющих) приведено на рис. 1, а «дерево» зависимостей (без указания типов связей)— на рис. 2.



С точки зрения цели С. а. а. можно выделить два осн. подхода: одноцелевой и многоцелевой. При первом из них для фразы требуется получить одно синтаксическое представление; этот подход характерен для первых алгоритмов С. а. а., когда считалось, что синтаксических средств достаточно для того, чтобы обеспечить правильный анализ фразы, хотя бы для большинства фраз. При втором подходе для фразы требуется получить все те синтаксические представления, которые удовлетворяют определенным соглашениям (все «правильно построенные» представления). Вопрос о том, какое из этих представлений является не только правильно построенным, но и правильным, т. е. соответствующим смыслу анализируемой фразы, в рамках С. а. а. не решается.

Осн. трудности при отыскании правильного синтаксического представления фраз связаны с тем, что в естественных языках широко распространена синтаксическая омонимия, т. е. возможность разной синтаксической интерпретации одинаковых цепочек словоформ. Часто

выбор правильной синтаксической структуры из числа возможных зависит либо от очень тонких синтаксических факторов (не учтенных при составлении алгоритма), либо вообще не может быть выполнен без обращения к смыслу фразы. Поэтому от алгоритмов С. а. а., которые в принципе не используют смысла и основываются на ограниченной информации о синтаксисе языка, можно требовать лишь того, чтобы для большинства фраз они давали правильный вариант анализа плюс малое число лишних фраз.

Среди методов обнаружения синтаксической структуры можно выделить: метод последовательного анализа (локальный) и метод фильтров (глобальный).

При последовательном анализе единицы анализируемой цепочки рассматривают в определенном порядке, причем для каждой единицы алгоритм предписывает определенную совокупность действий, необходимых для того, чтобы определить синтаксическую ф-цию этой единицы (напр., найти ее управляющее слово и тип связи). Эти действия обычно основаны на проверке признаков самой анализируемой единицы и ее окружения (локальность); при этом существенно используются сведения, установленные относительно рассмотренных ранее единиц.

При методе фильтров основой алгоритма С. а. а. является набор требований к правильно построенному синтаксическому представлению; эти требования и есть фильтры, позволяющие отбросить неправильно построенные представления. Некоторые из этих фильтров могут касаться структуры в целом, а также соотношений целой структуры с целой фразой (отсюда и название — глобальный); широко используются и локальные фильтры. Примером часто используемого фильтра является требование проективности. В настоящее время фильтровые алгоритмы широко распространены.

Отделение данных о языке от собственно алгоритма и введение формализмов (в частности, *грамматик формальных*) для записи этих данных, которые приняты в системах перевода 2-го поколения, в фильтровых алгоритмах выразились в следующем: все лингвистические сведения сосредоточиваются в фильтрах; процедура отыскивания структур, которые потом испытываются фильтрами на правильность, становится независимой от синтаксических свойств языка — она определяется типом выбранной формальной грамматики. Появились многочисленные работы, в которых предлагаются процедуры С. а. а., рассчитанные на различные типы формальных грамматик, а также работы по оценке числа операций таких процедур и т. д. Этот круг работ относится, в сущности, к теории формальных грамматик.

К области собственно С. а. а. принадлежит использование подобных процедур для тех или иных естественных языков. При этом пока остается открытым вопрос о нахождении для естественных языков таких эффективных процедур С. а. а., которые одновременно удовлетворяли бы требованию простоты процедуры и позволяли бы избежать громоздких переборов структур.

Лит.: Вакуловская Г. В., Кулагина О. С. Об одном алгоритме синтаксического анализа русских текстов. «Проблемы кибернетики», 1966, в. 18; Иорданская Л. Н. Автоматический синтаксический анализ, т. 2. Межсегментный синтаксический анализ. Новосибирск, 1967 [библиогр. с. 229—230]; Лейкина Б. М. [и др.]. Система автоматического перевода, разрабатываемая в группе математической лингвистики ВЦ ЛГУ. «Научно-техническая информация», 1966, № 1; Мельчук И. А. Автоматический синтаксический анализ, т. 1. Общие принципы. Внутрисегментный синтаксический анализ. Новосибирск, 1964 [библиогр. с. 350—353]; Kuno S., Oettinger A. G. Multiple-path syntactic analyser. В кн.: Mathematical linguistics and automatic translation. (Computation lab. Harvard univ.). Report №NSF—8. Cambridge, 1963; Vauquois B., Veillon G., Veyrunes J. Syntax and interpretation. «Mechanical translation», 1966, v. 9, № 2.

О. С. Кулагина.

СИНТАКСИ́ЧЕСКИЙ АНА́ЛИЗ ПРОГРА́ММ — процесс, состоящий в распознавании правильности слов (цепочек символов, предложений), т. е. их принадлежности к рассматриваемому языку (см. *Языки формальные*) и в описании синтаксической структуры правильных *цепочек* (аналогично грамматическому разбору предложений в естественных языках). С. а. п. — одна из лингвистических проблем, имеющая важные практические приложения при разработке современных систем программирования: *трансляторов*, интерпретаторов и др.

Пример. Рассмотрим язык арифм. выражений, порожденный грамматикой (см. *Грамматика порождающая*), система правил которого имеет вид

$$\Sigma \to (\Sigma \times \rho); \quad (1)$$

$$\Sigma \to (a + b); \quad (2)$$

$$\rho \to b, \quad (3)$$

где Σ — аксиома грамматики; $+$, $\times$, (,), a, b — терминальные символы; Σ, ρ — нетерминальные символы. Проанализируем цепочку

$$(((a + b) \times b) \times b). \quad (4)$$

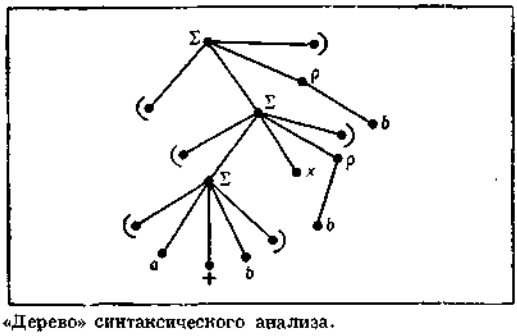
Очевидно, цепочка (4) является правильной, т. к. в данной грамматике существует вывод

$$\Sigma \Rightarrow (\Sigma \times \rho) \Rightarrow ((\Sigma \times \rho) \times \rho) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (((a + b) \times \rho) \times \rho) \Rightarrow (((a + b) \times b) \times \rho) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (((a + b) \times b) \times b).$$

Этому выводу соответствует «дерево» (рис.), которое в лингвистике наз. «деревом» синтаксического анализа (д. с. а.).

Проблема С. а. п. для языков, синтаксис которых задан некоторой грамматикой (таковыми являются, в частности, *языки программирования*), тесно связана с построением в данной грамматике для каждой правильной цепочки всех ее выводов и соответствующих им д. с. а. (см. *Граф*). Если для некоторой правильной цепочки имеется несколько д. с. а., то грамматику наз. синтаксически неоднозначной.

В любом из современных трансляторов одним з осн. блоков является распознаватель — блок синтаксического анализа. При разработке распознавателей часто используют две следующие стратегии анализа: развертку (или стратегию сверху вниз) и свертку (стратегию снизу вверх). Предположив, что анализируемая цепочка является правильной, исходя из аксиомы и правил грамматики, при развертке стремятся получить для данной цепочки все ее выводы и соответствующие им д. с. а. При свертке преследуют те же цели, стремясь свернуть анализируемую цепочку в аксиому грамматики. Так, для рассмотренного выше примера, в цепочке (4) на основании правила (2) производится замена подцепочки $(a + b)$ нетерминальным символом Σ; затем на основании правила (3) вхождения символа b заменяются нетерминальным символом ρ и, наконец, в силу правила (1), полученная цепочка сворачивается в аксиому. Оба типа стратегии наз. л е в о с т о р о н н и м и, поскольку общий порядок обработки символов в цепочке — слева направо.



«Дерево» синтаксического анализа.

Как при свертке, так и при развертке возможны анализы, приводящие в тупик, когда их дальнейшее проведение невозможно; такие анализы наз. т у п и к о в ы м и. В этом случае обычно предусматриваются возможность возврата с исключением некоторых шагов вывода при развертке и восстановление отдельных ранее обработанных частей анализируемой цепочки при свертке. Поэтому, в частности, некоторые распознаватели используют обе рассмотренные стратегии. Возможно также параллельное проведение всех анализов с последующим исключением из них тупиковых анализов.

Лит.: Г и н з б у р г С. Математическая теория контекстно-свободных языков. Пер. с англ. М., 1970 [библиогр. с. 310—319]; Ф е л ь д м а н Дж., Г р и с Д. Системы построения трансляторов. Пер. с англ. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1971, в. 5.

Г. Е. Цейтлин.

СИНТАКСИ́ЧЕСКИЙ КОНТРО́ЛЬ ПРОГРА́ММ — проверка синтаксической правильности слова (цепочки символов) в языке. С помощью С. к. п. проверяется принадлежность слова в конечном алфавите языку, задаваемому грамматикой, совокупность правил которой определяет синтаксис языка (см. *Синтаксический анализ программ*).

СИНТА́КТИКА — раздел *семиотики*, в котором чисто структурно исследуются знаковые системы с точки зрения их синтаксиса, безотносительно к каким бы то ни было интерпретациям (которые являются предметом изучения *семантики*) и проблемам, связанным с восприятием знаковых систем как средств общения и сообщения (изучаемым разделом семиотики — *прагматикой*).

СИ́НТЕЗ АВТОМА́ТОВ АБСТРА́КТНЫЙ — один из этапов синтеза автоматов, заключающийся в построении абстрактного автомата (напр., его таблицы переходов и выходов) по одному из способов задания отображения «вход — выход», которое должен реализовать этот автомат. Отображение φ реализуется автоматом таким образом: каждое входное слово $p = x_{i_1}, x_{i_2} \ldots x_{i_k}$ алфавита $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ последовательно (побуквенно) такт за тактом подается на вход автомата A, предварительно установленного в начальное состояние. Последовательность входных сигналов $x(1) = x_{i_1}, x(2) = x_{i_2}, \ldots, x(k) = x_{i_k}$ вызывает (на основании законов функционирования автомата) однозначно определенную выходную последовательность $q = y(1), y(2), \ldots, y(k)$ — выходное слово.

Отображения, индуцируемые абстрактными автоматами, наз. а в т о м а т н ы м и о т о б р а ж е н и я м и (см. *Оператор автоматный*). Существует конструктивный прием, позволяющий любое однозначное алфавитное отображение превратить в автоматное. Очень удобный способ задания автоматного отображения — задание его с помощью мн-ва *событий регулярных*. Языком для представления регулярных событий является язык регулярных выражений (см. *Регулярные события и выражения*). Класс регулярных событий совпадает с классом событий, представимых в *автоматах конечных*.

Существует единый конструктивный прием, позволяющий по любому конечному мн-ву регулярных событий, заданных регулярными выражениями, построить представляющие эти события конечные автоматы Мура или Мили. В задачах С. а. а., возникающих из практических запросов (напр., при проектировании различного рода управляющих устр-в), удобным является задание условий их работы в виде микропрограмм. Существует и способ построения автомата по микропрограмме работы устр-ва (см. *Автомат регистровый*), где каждая микрокоманда интерпретируется как состояние автомата, входные переменные — как различные комбинации логич. условий, используемых при построении микропрограммы, а выходы — как совокупности внеш. операций. Этап С. а. а. обычно является первым этапом синтеза сложных автоматов. Его результаты служат исходными данными *синтеза автоматов структурного*. См. также *Автоматов синтез*.

Лит.: Г л у ш к о в В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469].

Е. Л. Войтова.

СИ́НТЕЗ АВТОМА́ТОВ СТРУКТУ́РНЫЙ — один из этапов синтеза автоматов, целью которого является построение структурной схемы автомата. Если на этапе *синтеза автоматов абстрактного* по заданным условиям функционирования строится абстрактный автомат, то на этапе С. а. с. устанавливается структура автомата, а также учитывается структура его входных и выходных сигналов.

Исходными данными для этапа С. а. с. являются инициальный автомат, заданный как шестерка $\mathfrak{A} = (X, Y, U, \delta, \lambda, a_0)$ и некоторый набор *автоматов конечных* (т. н. элементарных автоматов, или элементов). Задача заключается в том, чтобы реализовать автомат, т. е. его *оператор автоматный* в некоторой *сети логической* над заданным набором элементов. При этом состояния автомата $\mathfrak{A}$ необходимо представлять (кодировать) совокупностью состояний элементов, входящих в логическую сеть, а входные и выходные сигналы автомата $\mathfrak{A}$, т. е. элементы множеств X и Y,— наборами входных и выходных сигналов элементов. Такие наборы наз. соответственно структурными состояниями (или кодами внутр. состояний), структурными входными и структурными выходными сигналами.

Первая проблема, возникающая при С. а. с., заключается в том, чтобы определить, можно ли в логической схеме над заданным набором элементов реализовать заданный автомат. В общем случае эта проблема неразрешима (см. *Полноты проблема* в теории автоматов). Однако для многих практических случаев эта проблема не возникает, т. к. заранее выбирается полный набор элементов, т. е. такой набор, в котором можно реализовать все автоматные операторы. Центр. задачей С. а. с. является нахождение методов синтеза, для чего обычно устанавливается некоторый критерий предпочтения одной логич. сети другой (напр., из двух логич. сетей, реализующих один и тот же автоматный оператор, предпочтительнее та, которая имеет меньше элементов). От метода синтеза требуется, чтобы он (по выбранному критерию) давал оптимальные или близкие к оптимальным логические сети.

Элементарные автоматы разделяют на автоматы с памятью, т. е. автоматы, имеющие более одного состояния (запоминающие элементы), и автоматы без памяти (*логические элементы ЦВМ*). Минимальное число элементов с памятью, необходимое для реализации данного автомата, определяется числом его состояний N. Если элементы с памятью имеют максимум m состояний, и $m^{n-1} < N \leqslant m^n$, то число элементов памяти должно быть по крайней мере n. Иногда по некоторым соображениям (напр., с целью уменьшения числа логич. элементов) число элементов с памятью выбирается бо́льшим, чем минимальное.

Обычно на практике структурный алфавит и алфавит состояний являются двоичными алфавитами. Логич. элементы в этом случае реализуют ф-ции *алгебры логики*, а запоминающие элементы наз. элементами задержки или различного рода *триггерами* (по аналогии с реальными электр. схемами, имеющими два устойчивых состояния). Когда набор элементов в своем составе имеет элементы, реализующие полную систему ф-ций алгебры логики, то в процессе структурного синтеза строятся канонические ур-ния, устанавливающие зависимость сигналов, подаваемых на входы запоминающих элементов, от выходных сигналов этих элементов и сигналов, подаваемых на вход всего автомата. Это делается следующим образом: пусть $\mathfrak{A}\{X = (x_1, \ldots, x_n), \; Y = (y_1, \ldots, y_n), \; U = (a_1, \ldots, a_n), \; (\delta\,(a, x), \lambda\,(a, x)\}$, B — элемент памяти с ф-цией переходов $\nu\,(z, s)$. Выбирают необходимое число k экземпляров автомата B.

Различные внутр. состояния автомата $\mathfrak{A}$ отождествляют с различными наборами состояний запоминающих элементов. Этот процесс наз. *кодированием состояний автомата* и является неоднозначным. Способ кодирования выбирают, исходя из требований, налагаемых на структурную схему. Такими требованиями могут быть сложность схемы, отсутствие т. н. «гонок», определенный вид ф-ций возбуждений, который необходим для реализации схемы заранее выбранными логич. элементами. После кодирования состояния автомата будут обозначены k-мерными векторами. Двуместная ф-ция выходов $\lambda\,(a, x)$ автомата $\mathfrak{A}$ превратится в $(k+1)$-местную, а ф-ция переходов $\delta\,(a, x)$ заменяется системой k из $(k+1)$-одноместных ф-ций переходов в элементах памяти. Следующим шагом является построение ф-ций возбуждений элементов памяти. Значение каждой ф-ции при выбранном состоянии автомата $\mathfrak{A}$ и входном сигнале x определяется как входной сигнал $s^{(i)}$ i-го элемента памяти, вызывающий переход в этом элементе, обусловленный i-й ф-цией переходов. Ф-ции возбуждения, приравненные к определяемым ими входным сигналам $s^{(i)}$, дают канонические ур-ния для обратных связей в автомате $\mathfrak{A}$. Затем следует этап логич. (комбинационного) синтеза, на котором требуется построить ф-ции возбуждений и выходов из элементарных логич. ф-ций, реализуемых выбранными логич. элементами. См. также *Автоматов синтез*.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Колдуэлл С. Логический синтез релейных устройств. Пер. с англ. М., 1962; Фистер М. Логическое проектирование цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. К., 1964. *Т. Н. Ризденецкая.*

СИ́НТЕЗ АЛГОРИ́ТМА УПРАВЛЕ́НИЯ — одна из основных задач проектирования системы управления. *Алгоритмом* управления наз. матем. соотношение, выражающее процедуру обработки вводимой в управляющее устройство информации с целью определения *управляющего воздействия*. Задача нахождения алгоритма управления и наз.— С. а. у. В теории управления не существует универсального метода решения задач С. а. у. Успешный выбор алгоритма управления зависит во многих случаях от квалификации и интуиции инженера-проектировщика, от глубины понимания им конкретных свойств объекта управления и т. д. Важные

результаты в области методов решения задач С. а. у. получены *оптимального управления теорией* для некоторых классов детерминированных и стохастических *процессов управляемых*. С. а. у. особенно важен при разработке систем управления сложными динамическими объектами (различного рода движущимися объектами, многими процессами в промышленной технологии и т. п.).

Лит.: Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., 1966 [библиогр. с. 594—618]; Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969.

В. И. Иваненко.

СИ́НТЕЗ РЕЧЕВЫ́Х СИГНА́ЛОВ — создание речевых сигналов искусственным образом с помощью технических устройств. Одну из первых «говорящих машин» создал в конце 18 в. Кемпелен. Роль легких выполняли меха, «речевой тракт» представляли ящички, колеблющиеся язычки и мягкая трубка. Машина, управляемая оператором, создавала звуки, похожие на речевые, из которых можно было составить слова и даже фразы. Позже было сконструировано много подобных мех. моделей. С развитием электроники и электроакустики стали создавать электр. синтезаторы. Первым из них считается «вокодер» Дадли (1939).

Современные синтезаторы состоят, как правило, из двух осн. узлов: источника сигнала возбуждения и блока формирования передаточной характеристики речевого тракта. В источнике возбуждения для синтеза гласных имеется генератор периодических колебаний сложной формы, имитирующий работу голосовых связок. Для синтеза шумных согласных («с», «ш», «ф») требуется применение генератора шума, а для синтеза некоторых звонких («з», «ж») — обоих генераторов одновременно. Синтезаторы по строению блока формирования передаточной характеристики можно разделить на три осн. типа: полосный, формантный, аналог речевого тракта.

В полосном синтезаторе передаточная характеристика речевого тракта воспроизводится приближенно вследствие использования небольшого числа полосовых фильтров (обычно 5—7). В формантном — приближение более точное благодаря применению элементов с резонансной характеристикой, воссоздающих осн. «полюсы» (форманты) речевого тракта. Наиболее точное моделирование с учетом распределенного характера параметров речевого аппарата человека получается на аналоге речевого тракта, использующем, напр., неоднородную электр. линию, составленную из звеньев с переменными параметрами. Этот тип синтезатора наиболее целесообразен для воспроизведения особенностей голоса любого человека.

Практическое осуществление С. р. с. связано с проблемой управления синтезатором. В системах синтетической телефонии, осуществляющих сжатие объема речевого сигнала в процессе его передачи по каналам связи, управляющие сигналы поступают непосредственно с выхода т. н. анализатора спектра речевого сигнала. В других же случаях С. р. с. осуществляется по правилам из некоторых исходных элементарных сигналов. Эти сигналы описывают составные части фонем, сами фонемы и их различные варианты, слоги и слова. Вопросы выбора элементарных сигналов и правил составления из них речи разработаны еще далеко не полностью. Особенно трудным оказывается получение естественных переходов между звуками и учет взаимного влияния звуков. С помощью ЭВМ реализованы первые экспериментальные программы синтеза речи, позволяющие синтезировать связную речь. Входными данными для таких *программ* является последовательность *кодов*, соответствующих параметрам фонем, которые требуется воспроизвести. Однако синтезируемая этими программами речь характеризуется еще низкой словесной разборчивостью (можно разобрать около 70—80% слов).

Наряду с озвучиванием произвольных текстов создаются простейшие системы С. р. с., основанные на считывании (проигрывании) заранее записанных речевых сигналов отдельных слов. Таковы устройства «IBM-7770» и «IBM-7772», которыми оснащены системы «IBM-360». С. р. с. с помощью этих устройств сводится к указанию последовательности, в которой должны быть воспроизведены слова. Устройства такого типа являются усовершенствованием автоответчика. Они решают весьма частную задачу С. р. с. Решение задачи автомат. С. р. с., как и решение задачи автомат. *распознавания речевых сигналов*, позволит осуществить эффективную двустороннюю связь человека с ЭВМ посредством голоса.

Лит.: Сапожков М. А. Речевой сигнал в кибернетике и связи. М., 1963 [библиогр. с. 419—450]; Фант Г. Акустическая теория речеобразования. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 278—284]; Фланаган Д. Л. Анализ, синтез и восприятие речи. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 378—392].

В. Н. Мушников.

СИНХРОНИЗА́ЦИЯ РАБО́ТЫ ЦВМ — точное временное согласование работы всех частей цифровой вычислительной машины для обеспечения выполнения заданных операций. Реализуется обычно посредством подачи на логические схемы тактовых импульсов. Минимальный промежуток времени, фиксируемый в машине периодом главных тактовых импульсов (ГТИ), соответствует времени выполнения одной микрооперации, определяя, т. о., макс. быстродействие машины применительно к элементарным преобразованиям информации.

Характеристиками системы синхронизации конкретной ЦВМ являются частота, длительность, стабильность, число фаз ГТИ, способы и особенности их распределения. Оборудование, требуемое для создания и распределения тактовых сигналов, составляет значительную часть всего оборудования машины. В качестве генератора ГТИ часто используется генератор синусоидальных колебаний, выход которого связан с формирующим устр-вом. На выходе формирующего устр-ва получают прямоугольные импульсы, частота которых равна частоте поступающих синусоидальных колебаний. Нередко с целью удобства эксплуатации спе-

циально предусматривается возможность изменения частоты ГТИ.

Для работы в ЦВМ на импульсных элементах, в связи с их большой критичностью к временно́му положению импульсов, тактирующий генератор, как правило, обеспечивают кварцевой стабилизацией частоты повторения. Число фаз ГТИ и их сдвиг обычно определяются особенностями используемых логических и запоминающих элементов, а также стремлением упростить выполнение заданных операций машины. Цикл выполнения любой операции в машине разбивается на отдельные такты. Распределение ГТИ зависит от продолжительности операций и выбранного принципа управления операциями, от числа операций, наличия совмещений при выполнении команд.

При использовании т. н. синхронного способа управления операциями длительность цикла исполнения является постоянной для всех операций, независимо от содержания выполняемых в течение цикла микроопераций, и соответствует самой продолжительной операции. Формирование тактирующих импульсов цикла может выполняться по одному из следующих вариантов: посредством *счетчика* с *дешифратором*, сдвигового *регистра*, последовательности линий задержки, возбуждаемых сигналами ГТИ. Схема распределения ГТИ для машины с синхронным способом управления операциями приведена на рис. Здесь импульсы с выхода генератора, задающего темп работы машины, поступают на счетчик тактовых импульсов, период работы которого равен длительности цикла исполнения команд, выраженной в тактах.

Посредством дешифратора тактовых импульсов поочередно возбуждаются раздельные выходы, соответствующие тактам, содержащимся в цикле команды. Каждый i-й выход дешифратора тактовых импульсов связан с теми управляющими *шинами*, на которые в i-м такте исполнения любой операции должен быть подан управляющий импульс. Выход j дешифратора операций связан с управляющими шинами, возбуждаемыми при исполнении j-й операции. При возникновении выходных сигналов обоих дешифраторов на соответствующих логических схемах совпадения в управляющих шинах формируются требуемые управляющие сигналы. Для экономии оборудования целесообразно, чтобы при различных операциях на одни и те же шины управляющие сигналы подавались на одних и тех же номерах тактов. Рассмотренный синхронный способ управления операциями обеспечивает простую реализацию распределения тактовых сигналов, но связан со значительными потерями времени из-за постоянства длительности цикла.

При асинхронном способе управления операциями переход к следующему циклу исполнения осуществляется сразу после получения сигнала об окончании предыдущего цикла, так что длительность циклов переменная. Это значительно повышает быстродействие, но требует дополнительных аппаратурных затрат. Часто используют смешанный синхронно-асинхронный способ управления, когда на выполнение коротких операций отводится цикл фиксированной длины, а длинные операции выполняются асинхронно. Асинхронным способом обычно выполняются микрооперации команд ввода — вывода.

При синхронизации работы различных блоков машины приходится преодолевать ряд специфических трудностей. Так, напр., необходимо обеспечить синхронное вращение магнитных барабанов, дисков относительно тактовых импульсов, поскольку даже малые рас-

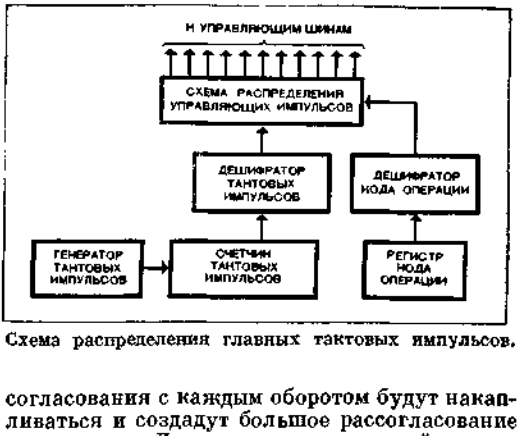


Схема распределения главных тактовых импульсов.

согласования с каждым оборотом будут накапливаться и создадут большое рассогласование во времени. Для решения указанной задачи тактовые импульсы с требуемыми интервалами часто записывают непосредственно на поверхности магнитного барабана и т. о. избегают рассогласования вращения барабана с тактовыми импульсами. Небольшие колебания частоты тактовых сигналов при этом не создают особых трудностей.

Если первым ЦВМ (для которых команды выполнялись с небольшой скоростью, в основном последовательно, без совмещений) не требовались особая стабильность во времени, высокая частота ГТИ, большая разветвленность шин для тактовых сигналов, то для цепей тактовых сигналов современных ЦВМ характерны требования обеспечения высокого быстродействия, большой разветвленности. При выполнении этих требований для цепей тактовых сигналов важная роль отводится учету задержек в проводниках, учету особенностей реализации *интегральными схемами*.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Паперно́в А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]; Элементы ЭВМ на полупроводниковых приборах. Проектирование и расчет. М., 1969; Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. М., 1970 [библиогр. с. 615—619].

Э. И. Комухаев.

«СИРИУС» — система разговорного программирования для решения широкого класса задач, включающих в себя аналитические преобразования в комплексе с обычными вычислениями. Ее составными частями являются одноименные входной язык и *транслятор* полуинтерпретирующего типа для машин «М-222»,

однако входной язык и принципы построения системы независимы от конкретной машины. Система разработана в СССР в 1970.

Предметная область входного языка охватывает большинство объектов матем. анализа: вещественные и комплексные числа, векторы и матрицы с аналитическими компонентами, функции, операторы Σ, Π, ∫, ∂, lim, max, min и т. п. Входной язык содержит символ «∞», что позволяет естественным образом использовать суммы, интегралы с бесконечными пределами, операторы предельного перехода и т. д. Возникновение ситуаций типа деления на нуль и переполнения разрядной сетки которые обычно приводят к прерываниям при выполнении программы, в системе «С.» приводят к появлению символа «∞». Система позволяет выполнять следующие преобразования: раскрытие скобок, приведение подобных членов, упрощение аналитических выражений, разложение в ряды, замена переменных и подстановка одних выражений в другие, решение уравнений в буквенном виде, разложение на множители, аналитические операции над матрицами и векторами и т. д.

Программа на входном языке состоит из последовательности формул, выражений, уравнений и предписаний, которые представляют собой русские предложения в форме повелительного наклонения. Пример программы:

«Программа предназначена для разложения заданной ф-ции $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням $x - a$ до члена, содержащего $x - a$ в заданной степени n»
(1) $\psi(x) = \Sigma(k = 0, n)$ (↓ $(x = a)$ $\partial(k, x)$ $f(x)/k$! $x(x - a)$ ↑ k);
1) ВВЕСТИ $f(x)$, a, n;
2) ВЫЧИСЛИТЬ $\psi(x)$, РЕЗУЛЬТАТ ВЫВЕСТИ, КОНЕЦ.

Здесь символ ↑ означает операцию возведения в степень, символ ↓ — оператор подстановки. Остальные обозначения соответствуют принятым в математике.

При решении задачи возможен многократный обмен информацией между человеком и машиной, т. е. «разговор» человека с машиной (поэтому система наз. разговорной).

Лит.: Аксельрод И. Р., Белоус Л. Ф. Входной язык системы автоматического программирования СИРИУС. Х., 1969.

И. Р. Аксельрод, Л. Ф. Белоус.

СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ АНА́ЛИЗ — определение показателей системы (динамических свойств, точности, устойчивости и т. д.) по заданной ее структуре и известным параметрам. При детерминированных внешних воздействиях определяется точность системы в установившемся режиме и в *переходном процессе*. При поступлении на систему случайных воздействий определяются статистические характеристики ее ошибки по известным статистическим характеристикам воздействий. Возможны следующие задачи анализа: анализ заданной системы (при проверочных расчетах); исследование влияния структуры и параметров системы на запас устойчивости и точностные характеристики; при заданной структуре определение области допустимых значений параметров, при которых система сохраняет устойчивость и др. На основании анализа могут быть даны рекомендации по выбору структуры системы и оптимальных (в некотором смысле) значений ее параметров.

Выбор *устойчивости критерия*, показателей качества переходного процесса и статистических характеристик ошибки зависит от типа системы автоматического управления и поставленной задачи (см. *Дискретных систем автоматического управления анализ, Линейных систем автоматического управления анализ, Нелинейных систем автоматического управления анализ*).

Лит.: Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., 1960 [библиогр. с. 775—789]; Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [библиогр. с. 873—878]; Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—3, ч. 1—2. М., 1967—69 [библиогр. кн. 1, с. 743—762; кн. 2, с. 653—674; кн. 3, ч. 1, с. 588—604, ч. 2, с. 352—365]. *Г. Ф. Зайцев.*

СИСТЕ́М АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ СИ́НТЕЗ — определение и реализация желаемых динамических характеристик систем автоматического управления (САУ) согласно выбранному критерию оптимальности. При определении желаемых характеристик САУ (передаточной и импульсной переходной функций или частотных характеристик) наряду с учетом критерия оптимизации (быстродействие, интегральный квадратичный критерий и т. п.) или заданных показателей качества (установившаяся ошибка, перерегулирование, время переходного процесса) и априорных сведений о задающем и возмущающих воздействиях, должны приниматься во внимание ограничения, налагаемые свойствами объекта или неизменяемой части системы (ограниченная мощность, допустимые перегрузки и т. д.), условиями физ. осуществимости и грубости.

На первом этапе С. а. у. с. определяются оптимальные характеристики системы с учетом ограничений. Эти характеристики обычно не могут быть точно реализованы, потому их следует рассматривать как тот предел, к которому следует стремиться. Второй этап синтеза состоит в рациональной аппроксимации оптимальных характеристик желаемыми, обеспечивающими простоту и надежность реализации и в то же время достаточную близость к условиям оптимальности. Иногда задача синтеза сужается и при заданной системе, состоящей из функционально необходимых элементов, реализующих тот или иной способ управления, сводится к определению *корректирующих устройств*. Частной задачей синтеза является определение параметров системы при заданной ее структурной схеме. Завершающим этапом синтеза является анализ полученной САУ для проверки расчетным или экспериментальным путем (напр., с помощью электронной модели), удовлетворяет ли система предъявленным тре-

бованиям. Методы синтеза непрерывных, дискретных и других типов САУ имеют свои особенности (см. *Непрерывных систем автоматического управления синтез, Дискретных систем автоматического управления синтез, Система управления с распределенными параметрами*).

Лит.: Теория автоматического регулирования, кн. 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. М., 1967 [библиогр. с. 653—674]. *Г. Ф. Зайцев.*

СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА — раздел *автоматического управления теории*, изучающий влияние случайных возмущений на динамику *систем автоматического управления* (САУ). В реальных условиях на работу САУ, кроме полезных входных сигналов, определенное влияние оказывают и случайные возмущения *(помехи)*. В связи с этим величины выходных координат системы всегда отличаются от расчетных значений, найденных для идеализированных условий работы САУ, т. е. реальная динамика САУ за счет влияния случайных возмущений отличается от расчетной. По отношению к исследуемой системе случайные возмущения можно подразделить на внешние и внутренние. Внеш. случайные возмущения искажают полезные входные сигналы (входные координаты) и иногда могут быть настолько значительными, что непосредственное использование сигнала вместе с помехой в САУ оказывается невозможным. В этих случаях прибегают к предварительной фильтрации входного сигнала с целью уменьшения влияния помех. К внешним возмущениям относятся и случайные отклонения параметров, характеризующих условия работы системы (колебания т-ры и влажности окружающей среды, случайные изменения напряжения питания и т. п.). Источники внутр. случайных возмущений заложены в самих САУ (случайные шумы в радиодеталях, отклонения конструктивных параметров САУ от расчетных значений и др.). Исследование САУ в условиях воздействия случайных возмущений осуществляется теоретико-вероятностными, или статистическими. методами.

Основными задачами С. а. у. с. д. являются статистический анализ точности работы САУ, а также *систем автоматического управления синтез*, обеспечивающий статистически оптим. поведение системы в реальных условиях ее работы. Динамика САУ описывается совокупностью дифф. уравнений вида

$$\frac{dY_i}{dt} = f_i(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n, X_1, X_2, \ldots$$

$$\ldots, X_m, t),$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где Y_i — выходные параметры; $X_1, X_2, \ldots$ $\ldots, X_m$ — входные параметры САУ. Часть входных параметров может представлять собой случайные возмущения. В более общем случае связь между входными и выходными параметрами САУ, кроме дифф. уравнений, может быть описана и конечными функциональными зависимостями или конечноразностными уравнениями. Однако, каково бы ни было матем. описание этой связи, ее можно представить в виде

$$Y = A_\tau(t, X_1, X_2, \ldots, X_m),$$

где A_τ — некоторый функционал (оператор).

В матем. отношении статистический анализ точности САУ сводится к задаче нахождения законов *распределения вероятностей* (или других статистических характеристик) некоторых случайных ф-ций, связанных с другими (заданными) случайными ф-циями линейными или нелинейными зависимостями. Эта задача наиболее полно решена для линейных систем, причем во многих случаях вместо законов распределения выходных параметров САУ вычисляют их статистические моменты 1 и 2-го порядков. В связи с этим широкое распространение получила теория линейных преобразований случайных ф-ций, использующая следующие фундаментальные матем. соотношения:

$$Y(t) = A_\tau X(\tau);$$

$$m_Y(t) = A_\tau m_X(\tau);$$

$$K_Y(t, t') = A_\tau \bar{A}_{\tau'} K_X(\tau, \tau') =$$
$$= \bar{A}_\tau A_{\tau'} K_X(\tau, \tau'),$$

где X — заданная случайная ф-ция; Y — преобразованная случайная ф-ция; A_τ — линейный оператор преобразования; m_X и K_X — соответственно *математическое ожидание* и *корреляционная функция* заданной случайной ф-ции; m_Y и K_Y — матем. ожидание и корреляционная ф-ция преобразованной случайной ф-ции; $\bar{A}_\tau$ — сопряженный оператор. Из приведенных выражений следует, что при линейном преобразовании случайной ф-ции с помощью оператора A_τ ее матем. ожидание преобразуется точно так же, как и сама ф-ция. Корреляционная же ф-ция подвергается двукратному линейному преобразованию — сначала по отношению к своему первому аргументу при помощи оператора A_τ, а затем по отношению ко второму аргументу при помощи сопряженного оператора $\bar{A}_\tau$. Формулы легко распространяются на произвольное число входных случайных ф-ций. Решение задачи статистического анализа линейных систем значительно упрощается при использовании вместо случайной ф-ции X_τ ее канонического представления. Сущность этого представления заключается в замене случайной ф-ции X_τ системой случайных величин V_j, являющихся коэффициентами при неслучайных (т. н. координатных) ф-циях $\varphi_j(\tau)$. Теория линейных преобразований случайных ф-ций приближенно применима и к таким нелинейным системам, в которых нелинейные зависимости могут быть линеаризованы с достаточной точностью.

Сложнее решаются задачи статистического анализа существенно нелинейных систем (имеется в виду нелинейная зависимость выходного параметра САУ от входных случайных возмущений). В ряде случаев САУ, линейная по отношению к полезному входному сигналу и некоторым параметрам, в целом может оказаться нелинейной. Напр., в простейшей САУ, описываемой дифф. уравнением вида

$$T\frac{dY}{dt}+Y=X,$$

существует нелинейная зависимость выходной координаты Y от постоянной времени T. Поэтому, если параметр T может случайно изменяться в каких-либо пределах, то задача определения влияния этих изменений на динамику САУ оказывается нелинейной. Решение задач С. а. у. с. д. для динамических нелинейных систем принципиально возможно лишь на основе теории, оперирующей законами распределения случайных ф-ций или последовательностями их моментов. Сравнительно несложными оказываются задачи определения вероятностных характеристик выходных параметров (координат) нелинейных безынерционных систем без обратных связей. Такие задачи возникают, в частности, при статистическом анализе процесса детектирования сигналов при наличии помех. Они получили значительное развитие в статистической радиотехнике.

В общем случае, когда в САУ имеются *обратные связи* или инерционные элементы (или то и другое), могут ставиться различные задачи статистического анализа САУ в зависимости от способа задания входных возмущений и формы представления выходных координат системы. Входные возмущения могут быть заданы, во-первых, в виде множества реализаций случайных ф-ций X или случайных параметров V, во-вторых в виде законов распределения входных случайных ф-ций P_X или параметров P_V и, в-третьих, в виде моментов связи входных случайных ф-ций M_X или моментов связи M_V входных случайных параметров. Для выходных координат САУ искомыми могут быть также либо множества реализаций величин Y, либо законы распределения P_Y этих координат, либо, наконец, их отдельные моменты M_Y. В табл. приведены осн. варианты задач статистического анализа нелинейных систем.

Форма представления выходных координат САУ	Форма задания входных возмущений					
	Реализации		Законы распределения		Моменты связи	
	X	V	P_X	P_V	M_X	M_V
Реализации Y	×	×				
Законы распределения P_Y	×	×				
Моменты связи M_Y	×	×	×	×	×	×

Знаком «×» отмечены варианты задач, имеющие наибольшее практическое значение.

Для решения задач статистического анализа нелинейных САУ разработан ряд методов, сводящихся в основном к трем принципиально различным группам. Во-первых, широкое распространение получили разнообразные варианты *Монте-Карло метода*, сущность которого сводится к непосредственному вводу случайных возмущений на входы исследуемой САУ или ее модели, реализованной на ЭВМ. В результате многократного ввода реализаций входных случайных возмущений удается получить совокупность (ансамбль) выходных координат САУ. Подвергая далее эту совокупность статистической обработке, получают законы распределения выходных координат САУ или их статистические характеристики. Для воспроизведения и ввода входных возмущений наряду с использованием записей их реализаций применяется физ. или матем. моделирование случайных ф-ций и параметров. Метод статистических испытаний универсален и прост, но требует накопления больших информационных массивов о выходных координатах САУ, что связано с выполнением значительного объема вычислений. Стремление избавиться от недостатков метода статистических испытаний привело к разработке второй группы методов, основанных на модификациях *эквивалентных возмущений метода*, в которых вместо случайных реализаций возмущений на входы САУ или ее модели многократно подаются различные, заранее рассчитанные неслучайные величины этих возмущений. Из получающейся при этом совокупности выходных координат САУ формируются искомые вероятностные характеристики точности ее работы. Методы данной группы также обладают универсальностью, однако при их реализации возникают затруднения, связанные с оценкой точности получаемого результата. Следует отметить, что эти две группы методов являются численными, в отличие от третьей группы методов анализа нелинейных систем, куда входят различные варианты *статистической линеаризации метода*, основанного на идее замены нелинейных звеньев САУ линейными звеньями, обладающими эквивалентными статистическими характеристиками выходных координат. При этом могут быть получены аналитические выражения характеристик точности систем автоматического управления, что является большим достоинством метода по сравнению с двумя первыми.

Решение задач синтеза в С. а. у. с. д. разработано пока что наиболее основательно лишь применительно к линейным САУ. В общем случае задача статистического синтеза САУ сводится к построению системы, обеспечивающей

достижение оптим. значения показателя (критерия) качества ее работы с учетом воздействия случайных возмущений. Выбор критерия качества работы САУ представляет собой отдельную проблему, решаемую, как правило, вне рамок задачи синтеза САУ. Часто на практике роль такого критерия играет средняя квадратическая погрешность выходной координаты системы. Кроме того, применяются более сложные критерии (экстремум заданной функции математического ожидания и дисперсии ошибки системы; вероятность невыхода ошибки системы за пределы заданных границ и др.). Довольно общей мерой оптимальности САУ может служить минимум т. н. среднего риска (см. *Дуальное управление*), вычисленного для заранее выбранной ф-ции цены погрешности (потерь) системы. Для определения оптим. параметров (а иногда и структуры САУ) наряду с некоторыми аналитическими методами широко применяется матем. моделирование САУ, а также расчет оптим. параметров САУ на ЭВМ по *наискорейшего спуска методу*, градиентному методу и др. (см. *Оптимизации методы* численные). С. а. у. с. д. является быстро развивающимся перспективным направлением современной теории автомат. управления, имеющим большое значение для повышения качества разработки САУ.

Лит.: Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [библиогр. с. 873—878]; Казаков И. Е., Доступов В. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., 1962 [библиогр. с. 325—328]; Статистические методы в проектировании нелинейных систем автоматического управления. М., 1970 [библиогр. с. 400—405].

Б. Г. Доступов.

СИСТЕ́М О́БЩАЯ ТЕО́РИЯ — научное направление, связанное с разработкой совокупности философских, методологических, конкретно-научных и прикладных проблем анализа и синтеза сложных систем произвольной природы. Наиболее характерной чертой С. о. т., какую ей стремятся придать, создавая единую научную платформу, является ее междисциплинный характер. Основой для возможного единства принимают аналогичность (изоморфизм) процессов, протекающих в системах различного типа (тех., биол., эконом., социальных). Строго доказанный изоморфизм для систем различной природы дает возможность переносить знания из одной области в другую. Считают, что С. о. т. должна представлять собой область научных знаний, позволяющую изучать поведение, в т. ч. целенаправленное, систем любой сложности и любого назначения. Полагают также, что С. о. т. должна стать теоретическим фундаментом *системотехники*, т. к. (по мнению апологетов С. о. т.) системотехника еще не имеет своих научных методов и пользуется средствами и методами, заимствованными из других научных дисциплин. Амер. специалист в области создания С. о. т. М. Месарович сформулировал осн. требования, которым должна удовлетворять эта теория. Во-первых, она должна быть настолько общей, чтобы могла охватить многие уже существующие теории, касающиеся в том или ином разрезе теории систем. Как частные случаи из С. о. т. должны выводиться, напр., теория линейных динамических систем, теория *автоматов конечных*, *алгоритмов теория* и др. Во-вторых, С. о. т. должна иметь строго научный характер, ее термины и определения должны быть математически однозначны. Все это должно соответствовать ее назначению — изучать абстрактные модели соответствующих реальных систем. В -третьих, научное основание, на котором строится С. о. т., должно быть столь фундаментальным, чтобы ее выводы имели несомненную практическую ценность при изучении конкретных систем, встречающихся в жизни.

Каждое из трех слов, входящих в название «систем общая теория», имеет свое определение, хотя по поводу слова «система» у ряда специалистов есть разногласия. 2-ое слово — «общая» — означает, что С. о. т. должна иметь дедуктивный характер и объединять другие теории —те, которые изучают системы в целом и те, которые рассматривают поведение систем (теорию управления, теорию *адаптации*, самоорганизации, обучения и т. д.). Считают, что объединение под названием С. о. т. всех этих научных теорий возможно только благодаря тому, что в С. о. т. используется более высокий уровень абстрагирования, чем в этих теориях. Именно это обстоятельство дает возможность получить из С. о. т. все эти теории как частные случаи. Используемые в С. о. т. уровни абстрактного описания систем будут охарактеризованы как разъяснение термина «система». В С. о. т. используют наиболее абстрактные области математики (матем. ветвь семиотики, *множеств теорию*, абстрактную алгебру, общую *топологию* и др.). С. о. т. является в определенном отношении математической теорией, тесно связанной с теорией формальных систем, имея, однако, несоизмеримо более разноплановое назначение.

Слово «теория» в названии «С. о. т.» определяется в духе работ по математической логике и основаниям математики, в которых для введения термина «теория» предварительно дается понятие о классе элементарных высказываний — P. «Теория» тогда определяется как подкласс ($T \subseteq P$) высказываний, которые считаются истинными.

Различие между определением термина «теория» в названии С. о. т. и в работах по основаниям математики заключается только в том, что в С. о. т. не требуется, чтобы высказывания были правильными. При этом полагают, что истинность высказываний можно установить либо экспериментально — путем проверки следствий, вытекающих из «теории», либо на основании первично взятых аксиом.

По поводу слова «система» существовало много разногласий. Первоначально «систему» определяли как комплекс элементов, находящихся во взаимодействии (биолог-теоретик Л. Берталанфи в 1950), или как множество объектов вместе с отношениями между объектами и между их атрибутами (А. Холл и

Р.-Ф. Фейджин) и т. д. Во всех такого рода определениях всегда подчеркивалось, что система представляет собой целостный комплекс взаимосвязанных элементов и что она имеет определенную структуру и взаимодействует с некоторой «средой».

Проблеме целостности в С. о. т. уделяется большое внимание. Само возникновение С. о. т. связано с известным спором между механистами и виталистами. Механисты утверждали, что все процессы в живом можно объяснить физ. и мех. законами без каких бы то ни было привлекаемых виталистами «жизненных сил», «энтилехии» и т. п. Особой остроты диспут достиг в связи с возможностью объяснить с общенаучных позиций целесообразное поведение живых организмов. Вся аргументация виталистов основывалась на том, что законы механики могут объяснить поведение динамической системы и определить ее конечное (финальное) состояние только при условии задания ее начального состояния. В живом же, говорили виталисты, проявляется принцип «эквифинальности», согласно которому вне зависимости от исходных начальных условий достигается интересующее, например, животного, конечное состояние. Целенаправленное поведение, утверждали они, характерно для живого, но отсутствует у машин и не объяснимо с позиций механики. Берталанфи подверг критике эти высказывания виталистов и на примерах из области хим. кинетики чисто математическим путем показал, что свойство «эквифинальности» может проявляться не только в живом (см. *Эквифинальность системы управления*). В период бурного развития кибернетики, когда были созданы разнообразные самонастраивающиеся, самоорганизующиеся и т. п. целесообразно действующие устройства, спор Берталанфи с виталистами стал выглядеть весьма наивным. Однако в свое время воззрения Берталанфи имели принципиальное значение и были весьма прогрессивными. Кроме вопроса об «эквифинальности», между виталистами и механистами возник спор и по поводу применимости к живым организмам второго начала термодинамики. Поскольку энтропия является в некоторой мере характеристикой «дезорганизованности» всякой системы, а живое существо, хотя бы в период своего роста и развития, повышает степень своей организации, то для живого второе начало термодинамики неприменимо,— утверждали виталисты и вновь приходили к заключению, что объяснить поведение живого лишь на основе законов физики и химии нельзя, т. е. нельзя обойтись без привлечения «жизненных сил», «энтилехии», или ч.-л. подобного. Берталанфи не трудно было доказать порочность подобных рассуждений, опираясь на тот, теперь общеизвестный, факт, что второе начало термодинамики справедливо только при изучении замкнутых систем (т. е. систем, не подверженных подводу к ним или отводу от них вещества и энергии), в то время как живые организмы — незамкнутые системы, при жизнедеятельности которых всегда происходит как подвод, так и отвод веществ и энергии.

Берталанфи выдвинул целую программу исследований незамкнутых систем, направленных на чисто научные методы доказательства существования определенных черт живого в системах, рассматриваемых как целое и состоящих из совокупности взаимодействующих элементов. Эту программу исследований он и назвал С. о. т. (общей теорией систем). К этим исходным посылкам, по мере развития других ветвей знаний, у Берталанфи и его последователей добавлялись и другие соображения. В настоящее время есть все основания говорить о тесном переплетении исследований по С. о. т. и кибернетике.

Обычно в усложнении научного анализа систем выделяют три этапа. Согласно этой градации, на первом этапе в науке рассматривалась «организованная простота» (механика), на втором — «беспорядочная сложность» (статистическая физика), на третьем —«организованная сложность» (С. о. т.). В поисках формального аппарата для С. о. т. в более поздний период ее развития (1962) обращались и к смежным дисциплинам. Сам Берталанфи включил в теоретическую часть С. о. т.—*кибернетику*, теорию информации, *игр теорию*, теорию решений, топологию, факторный анализ, а в прикладную — системотехнику, *операций исследование* и *психологию инженерную*. В 1968 в теоретическую часть он еще добавил множеств теорию, теорию ячеек, *графов теорию*, теорию сетей, *автоматов теорию*, *массового обслуживания теорию*. Естественно, что при таком конгломеративном объединении многих дисциплин С. о. т. теряет свое научное лицо, и, ощущая это, Берталанфи вводит две трактовки для С. о. т. Первая из них именуется «С. о. т. в широком смысле», охватывая, по мнению Берталанфи, все перечисленные дисциплины. Вторая трактовка С. о. т. именуется «С. о. т. в узком понимании», ее стали называть абстрактной теорией систем (АТС).

Это второе направление является действительно специфичным для количественных исследований систем. Современное определение термина «система» связано именно с развитием АТС и им обусловлено. При этом следует учитывать, что определение термина «система» целиком вытекает из приведенного выше определения термина «теория» и полностью зависит от того, какая принята *модель математическая* реальной системы на базе постулированной «теории». Поскольку матем. моделей может быть сколь угодно много и все они определяются принятым уровнем абстрагирования, то нет и не может быть только одной формулировки для термина «система», т. к. определение этого термина в зависимости от принятого уровня абстрагирования является различным. Рассмотрение задач на каком-либо одном уровне абстракции позволяет дать ответы на определенную группу вопросов, а для получения ответов на другие вопросы необходимо провести исследование уже на другом уровне абстракции. Каждый из возможных

уровней АТС обладает ограниченными, присущими только данному уровню абстрагирования возможностями. Для достижения максимально возможной полноты сведений необходимо изучить одну и ту же систему на всех целесообразных для данного случая уровнях абстракции. С общефилософской точки зрения следует считать, что реальные системы неисчерпаемы в своих свойствах, и для познания действительности необходимо использовать те или иные уровни абстрагирования. Обзор современного состояния математики и работ по АТС позволяет утверждать, что наиболее пригодными являются следующие уровни абстрактного описания систем: 1) символический или, иначе, лингвистический; 2) теоретико-множественный; 3) абстрактно-алгебраический; 4) топологический; 5) логико-математический; 6) теоретико-информационный; 7) динамический; 8) эвристический. Поэтому построение АТС сводится к детальному рассмотрению тех формальных возможностей, какие представляются при изучении систем на соответствующем уровне абстрактного описания, и выяснению тех вопросов, на которые можно ответить при рассмотрении задач на каждом из уровней.

Лингвистический уровень описания — наиболее высокий уровень абстрагирования, из которого, как частные случаи, можно получить другие уровни абстрактного описания систем более низкого ранга. Процесс формализации в математике обычно понимают как отвлечение от изменчивости рассматриваемого объекта. Поэтому формальные построения тогда наиболее успешно могут быть использованы, когда удается с предметами или процессами данной области действительности каким-то образом сопоставить некоторые стабильные, неизменные понятия, в силу чего становится возможным выявить взаимоотношения, существующие между этими понятиями, а тем самым вскрыть связи, наблюдаемые в реальной действительности. Для обозначения вводимых понятий используют те или иные символы и устанавливают правила оперирования с ними, некоторая совокупность символов и правил пользования ими образуют абстрактный язык.

Понятие о высказывании на данном абстрактном языке означает, что имеется некоторое предложение (формула), построенное по грамматическим правилам данного языка, причем предполагается, что эта формула содержит варьируемые переменные, называемые конституэнтами, которые только при определенном их значении делают данное высказывание истинным. Если имеется множество K высказываний, но только M из них истинны, то говорят, что имеется теория T относительно K множеств. Если же предполагается, что конституэнты в этих M высказываниях суть некоторые формально определяемые величины, то такие высказывания именуют правильными. С помощью этих понятий и дается определение термина «система». На лингвистическом уровне абстрактного описания, по М. Месаровичу, системой наз. множество правильных высказываний. Все высказывания делят обычно на два типа. К первому причисляют термы (имена предметов, члены предложения и т. д.), с помощью которых обозначают объекты исследования, а ко второму — функторы, определяющие отношения между термами. С помощью термов и функторов можно показать, как из лингвистического уровня абстрактного описания (уровня высшего ранга), как частный случай, возникает теоретико-множественный уровень абстрагирования (уровень более низкого ранга), если полагать, что термы суть некоторые множества S, с помощью которых перечисляют элементы или, иначе, *подсистемы* изучаемых систем, а функторы устанавливают характер отношений между введенными в описании множествами. По Н. Бурбаки (псевдоним группы франц. математиков), множество образуется из элементов, обладающих некоторыми свойствами и находящимися в некоторых отношениях между собой и с элементами других множеств. *Сложные системы управления* вполне подходят под такого рода определение понятия «множество», и это убеждает в том, что построение АТС на теоретико-множественном уровне абстракции вполне уместно и целесообразно. На теоретико-множественном языке определение термина «система» дается следующим образом. Система есть собственное подмножество $X_s \in X$, где X — прямое (декартово) произведение множеств $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$. Как известно, декартовым произведением ряда множеств наз. множество конечных наборов таких элементов $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, что $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$, ..., $X_n \in X_n$. Это и записывается в виде выражения $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$. Каждый элемент x_i множества X_i, в свою очередь, может быть множеством, что позволяет описывать весьма сложные системы. Как на пример реальной системы, изученной на теоретико-множественном языке, можно указать на кибернетическую систему управления предприятием, которую описал англ. ученый С. Бир. Он пытался установить *аналогию*, существующую, по его мнению, между структурой естественного мозга и «искусственного мозга», создаваемого для целей кибернетического управления производством. Не отрицая безусловной полезности такого рода исследований, следует осознавать, что на теоретико-множественном уровне абстрагирования можно получить только общие сведения о реальных системах, а для более конкретных целей необходимы другие абстрактные модели, которые бы позволяли производить более тонкий анализ различных свойств реальных систем. Это и вызвало к жизни появление многих других способов описания систем, использующих различные иные способы абстрактного описания. Эти, более низкого ранга, уровни абстрагирования, в свою очередь, являются уже частными случаями по отношению к теоретико-множественному уровню абстрактного описания систем. Так, напр., если связи между элементами рассматриваемых мн-в устанавливаются с помощью некоторых однозначных функций, отображающих элементы

мн-ва в само исходное мн-во, то приходим к абстрактно-алгебраическому уровню описания систем. В таких случаях говорят, что между элементами мн-в установлены нульарные, унарные, бинарные, тернарные и т. д. отношения.

Если же на элементах рассматриваемых множеств определены некоторые топологические структуры, то в этом случае приходим к топологическому уровню абстрактного описания систем, причем может быть использован язык общей топологии или ее ветвей, именуемых гомологической топологией, алгебраической топологией и т. д. Выбор подходящего уровня абстрактного описания при изучении той или иной реальной системы является всегда наиболее ответственным и трудным шагом в теоретико-системных построениях. Эта часть исследования почти не поддается формализации и во многом зависит от эрудиции исследователя, его профессиональной принадлежности, целей исследования и т. д. Наибольшее значение в АТС придается именно абстрактно-алгебраическому уровню описания систем. На этом языке термин «система» определяют как «некоторое отношение R, определенное на декартовом произведении множеств X». Следовательно, система определяется заданием $X_s \in X$, где $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$, и семейством отношений (напр., бинарных, тернарных и т. д.)

$$R = \{R_1, R_2, \ldots, R_m\}.$$

Если затем эти отношения подвергаются еще и дополнительным ограничениям, то приходят к тем или иным абстрактно-алгебр. структурам — *группам*, *полугруппам*, кольцам, модулям и пр., с помощью которых описываются соответствующие системы. Показано, что существенное продвижение в деле построения АТС возможно на основе использования модулей над кольцом полиномов. При использовании их удается построить общую теорию, которая с единой точки зрения охватывает такие ранее развивавшиеся совершенно порознь ветви знаний, как теория конечных автоматов и теория линейных динамических систем. Достигается это путем введения более обобщенного понятия о динамической системе, чем то, которое ранее использовалось в науке. Чтобы дать строгое матем. определение понятию «динамическая система», ее наделяют свойством иметь «входы» и «выходы», т. е. определяют как некоторый структурированный объект, куда в определенные моменты времени можно вводить вещество, энергию и информацию, а в другие моменты времени — выводить их. Динамические системы можно представить и как системы, где процессы протекают непрерывно, и как системы, в которых все процессы совершаются только в дискретные моменты времени. При этом в обоих случаях предполагают, что поведение системы можно анализировать на некотором интервале времени, а это непосредственно и определяет прилагательное «динамическая» в термине «динамическая система». Предполагают также, что в системе Σ вход $u(t)$ не может быть произвольным (напр., бесконечно большим), а должен принадлежать ограниченному мн-ву значений, так что всегда $u(t) \in U$. Аналогичным образом определяют и выходы $y(t)$: они все также должны принадлежать фиксированному мн-ву, т. е. $y(t) \in Y$. Более того, предполагают, что выходы не могут быть произвольными и по характеру своего изменения, а должны входить в ограниченный и вполне определенный класс ф-ций Ω, действующих на заданном интервале времени $t \in T$. Кроме того, вводится понятие «состояние системы», характеризующее ее внутреннее свойство. Знание его как $x(t_1) \in X$ в совокупности со знанием входного сигнала $u(t_1) \in U$, действующего в момент времени t_1, определяют выходной сигнал $y(t_2)$ в некоторый последующий момент времени t, т. е.

$$y(t_2) = \eta(x(t_1),\ u(t_1),\ t_2),$$

где η — заданная функциональная связь между переменными, указанными в скобках. Заданием η предопределяется мн-во Γ возможных значений выходных ф-ций $y(t)$. В определение термина «динамическая система» входит и способ определения нового состояния системы $x(t_2)$ в последующий момент времени t_2 — на основе знания состояния системы $x(t_1)$ в предшествующий момент времени t_1 и знания выходного сигнала $u(t_1)$, т. е.

$$x(t_2) = \varphi(x(t_1),\ u(t_1),\ t_2),$$

где φ — также заданная функциональная связь между указанными переменными.

Следовательно, определение термина «динамическая система» сводится к заданию восьмерки величин

$$\Sigma = \{T,\ X,\ U,\ \Omega,\ Y,\ \Gamma,\ \eta,\ \varphi\}.$$

Как видим, оно весьма похоже на определение «конечного автомата», но в действительности шире, т. к. позволяет получить, как частные случаи, и теорию конечных автоматов, и теорию линейных непрерывных динамических систем. Приведенное определение является весьма общим, и для того, чтобы можно было проводить плодотворный анализ, необходимо ввести соответствующие доопределения (конечномерность, линейность, стационарность и др.). Однако все задачи можно решать для определенной выше динамической системы, а затем лишь указывать связи между соответствующими величинами, при которых динамическая система становится либо конечным автоматом, либо линейной непрерывной динамической системой, обычно изучаемой в классической теории управления. Задачи, рассматриваемые для подобной динамической системы — традиционны, это — вопросы устойчивости, идентификации объектов и состояний, *автономности*, инвариантности, оптимальности, *наблюдаемости и управляемости условия* и т. д. Есть, однако, и новые задачи, например, задача реализуемости, связанная с проблемой принципиальной осуществимости абстрактной динамической реальной системы, определенной выше. Специфика развиваемой в АТС теории заключается прежде всего в том,

что различные множества, входящие в определение динамической системы (X, U и др.), наделены свойствами топологических пространств, а ф-ции отображения η, φ — непрерывны относительно соответствующих топологий. Это позволило вскрыть много ранее неизвестных фактов и сделать ряд обобщенных интерпретаций для некоторых известных понятий. Так, в совершенно иной трактовке можно представить хорошо известные из теории автоматического регулирования понятия: *передаточная функция*, свойство наблюдаемости для конечных автоматов и нелинейных непрерывных динамических систем и т. д. Особо же значимым является результат, показывающий, что язык теории модулей, возникающий на базе обобщения теории полугрупп путем введения двух дополнительных операций (свертывания и суммирования), позволяет заменить изучение динамической системы изучением соответствующей алгебраической структуры. Все это свидетельствует о том, что АТС позволяет получать новые результаты для вполне четко очерченного класса систем, делать соответствующие обобщения, и это в полной мере подтверждает плодотворность построения абстрактных теорий для изучения сложных систем произвольной природы. Язык теории отношений и абстрактной алгебры позволяет формализовать и такие понятия, как цель, принятие решений, целенаправленное поведение, адаптация, обучение, самообучение, самоорганизация и пр. (об информационном уровне абстрактного описания систем см. *Семиотика, Информации теория;* о логико-математическом уровне — см. *Логика математическая, Семантика* логическая; об эвристическом уровне абстрактного описания систем—см. *Эвристика, Программирование эвристическое, Кибернетика техническая).*

АТС является еще молодой ветвью кибернетики, и ее становление происходит только в настоящее время, хотя С. о. т. зародилась еще в 30-х годах 20 ст. и в 50-е годы сформировалась в самостоятельное широкое направление.

После первичных публикаций и периода «заговора молчания», когда, по собственному выражению основоположника С.о. т. Берталанфи, интеллектуальный климат в науке еще не содействовал развитию идей С. о. т., к 1954 положение дел изменилось в лучшую сторону. В это время в США было организовано «Общество исследований в области общей теории систем» («Society for General Systems Research»). Его организаторами были: биологи Л. Берталанфи, Р. Жерар и А. Раппопорт — специалист по матем. проблемам в области биологии и психологии, К. Боулдинг — экономист. Целью создания общества было: 1) исследовать изоморфизмы понятий, законов и моделей в различных областях науки с тем, чтобы переносить их из одной дисциплины в другую; 2) способствовать построению адекватных теоретических моделей для тех областей науки, в которых их нет; 3) минимизировать дублирование теоретических исследований в различных научных областях; 4) содействовать выявлению единства науки путем установления связей между специалистами различных научных направлений. Начиная с 1956 общество издает под редакцией Берталанфи и Раппопорта ежегодники «General Systems», в которых публикуются исследования, как правило, принципиального для С. о. т. характера. Несколько позже (1959) при Кейсовском технологическом институте (США) создан «Центр системных исследований». Корпорация *«Интернейшенал бизнес машинз корпорейшен»* в 1963 организовала Институт системных исследований (Systems Research Institute). Примерно в этот же период в США были организованы соответствующие отделы в таких организациях, как «RAND Corporation», «Systems Development Corporation» и др. Уже прошли десятки международных симпозиумов, специально посвященных С. о. т. (в США, Японии, СССР, Польше, Болгарии). Выходит целый ряд спец. изданий, таких как: «Mathematical systems theory», «IEEE transaction on systems science and cybernetics» (издание Американского ин-та радиоинженеров). Начиная с 1969 в СССР также издается ежегодник «Системные исследования», специально посвященный проблематике С. о. т. Все это свидетельствует о том, что проблеме С. о. т. во всем мире уделяется большое внимание, хотя она еще и не продемонстрировала своих подлинных успехов в практических применениях.

Лит.: Системные исследования. М., 1969; Кухтенко А. И. Обзор основных направлений развития общей теории систем. В кн.: Материалы координационного совещания секции технической кибернетики Научного Совета по кибернетике АН УССР. К., 1969; Общая теория систем. Пер. с англ. М., 1966; Исследования по общей теории систем. М., 1969; System theory. New York, 1969; Bertalanffy L. von. General system theory. New York, 1969; Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. Пер. с англ. М., 1971 [библиогр. с. 386—393]. *А. И. Кухтенко.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ — совокупность управляемого объекта, измерительной, преобразующей, передающей и исполнительной аппаратуры, в которой получение, преобразование и передача информации, формирование управляющих команд и их использование для воздействия на управляемый процесс осуществляются частично автоматически, а частично с участием людей-операторов.

Развитие *вычислительной техники* и *телемеханики* дало возможность резко увеличить объем и скорость обработки информации, что позволило создавать *автоматизированные системы управления предприятием* (АСУП), автоматизированные диспетчерские системы, С. а. управления отраслью промышленности (см. *Автоматизированные системы управления* в народном хозяйстве, *Диспетчерского управления автоматизация, Система «человек — машина»).* *О. Л. Цыганков.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИЧЕСКАЯ — совокупность управляемого объекта, измерительной и управляющей аппаратуры, в которой (в отличие от *системы автоматизированной*) получение, преобразование и передача информации, формирование управляющих команд и их

использование для воздействия на управляемый процесс осуществляется автоматически, без участия человека. *О. Л. Цыганков.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ (САУ) — комплекс устройств, обеспечивающих автоматическое изменение ряда координат (или одной координаты) объекта управления с целью установления желаемого режима работы объекта. Под желаемым следует понимать такой режим, при котором достигается цель управления: обеспечивается достижение заданных значений регулируемых величин или оптимизируется определенный критерий качества управления.

САУ могут быть *системами управления разомкнутыми* (без *обратной связи*), *системами управления замкнутыми* (с обратной связью) или *комбинированными системами автоматического управления*. Широкое распространение получили САУ для стабилизации определенных координат объекта управления, программного и следящего управления. При значительных изменениях параметров объекта управления, переменных во времени характеристиках внешних возмущений и помех в последнее время стали использоваться адаптивные САУ (самонастраивающиеся), *самообучающиеся системы*, в частности системы с переменной структурой. Некоторые сложные задачи оптимизации управления объектом управления могут быть решены с помощью *систем экстремального регулирования*. Задачи согласованного управления рядом многомерных объектов с несколькими противоречивыми критериями качества решаются с помощью теории *сложных систем управления*. Примером таких систем служат *иерархические системы управления*.

В зависимости от свойств элементов системы различают линейные и нелинейные САУ, системы с постоянными или переменными параметрами и с переменной структурой. Виды и способы преобразования сигналов в САУ позволяют выделять непрерывные, импульсные, цифровые (дискретные) С. а. у., С. а. у. на несущей частоте и т. п. Достаточно глубоко развиты общие подходы к анализу и синтезу всех этих систем (см. *Систем автоматического управления анализ, Систем автоматического управления синтез*), пригодные для широкого класса САУ и позволяющие создать технически совершенные системы (см. *Систем автоматического управления статистическая динамика*). *Б. Ю. Мандровский-Соколов.*

СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧЕСКОЙ ОПТИМИЗА́ЦИИ ТЕХНОЛОГИ́ЧЕСКИХ ПРОЦЕ́ССОВ — система, в которой автоматически определяется и поддерживается в определенном смысле наилучший (оптимальный) режим производственного процесса. См. *Автоматизация управления производственным процессом, Дуальное управление, Система экстремального регулирования.*

СИСТЕ́МА АВТОНО́МНАЯ — 1) Динамическая система с постоянными параметрами, свободная от влияния внешних воздействий. Процесс, протекающий в С. а., полностью определен, если заданы его начальные условия, т. е. динамическое состояние системы в начальный момент времени $t = t_0$. Математически такой процесс представляет собой решение системы дифференциальных ур-ний следующего вида:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)];$$

$$x_i(t_0) = x_i^0, \qquad i = 1, \ldots, n; \quad t \geqslant t_0,$$

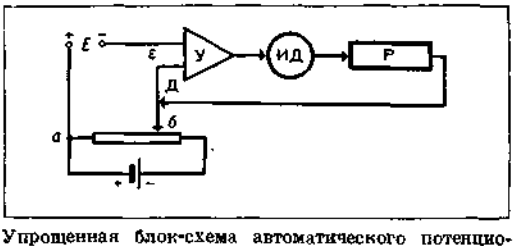
или в матричной форме:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)]; \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0; \quad t \geqslant t_0,$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, $\mathbf{f} = (f_1, \ldots, f_n)$ — n-мерные векторы-столбцы; $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ — вектор начальных условий. В теории автоматического регулирования, *кибернетике технической* С. а. рассматриваются при изучении свободного движения систем автоматического регулирования, напр., при исследовании *переходных процессов, автоколебаний* и т. п. В математике термин С. а. применяется для определения класса систем дифференциальных уравнений приведенного вида, в правой части которых не содержится в явном виде независимая переменная t.

2) В автоматическом управлении — многосвязная система автомат. управления, обладающая свойством *автономности*. *Ю. Н. Чеховой.*

СИСТЕ́МА АСТАТИ́ЧЕСКАЯ — автоматическая система, обладающая *астатизмом n-го порядка*. Наибольшее распространение получили С. а., обладающие астатизмом 1-го и (или) 2-го порядка; их называют соответственно позиционными и скоростными С. а. Примером позиционной С. а. является автомат. потенциометр (рис.): эдс E, подлежащая измерению, сравнивается с падением напряжения на участке *аб* реохорда, и образующаяся разность ε подается на усилитель У, управляющий электр. исполнительным двигателем ИД, который через редуктор Р перемещает движок Д реохорда в таком направлении и до тех пор,



Упрощенная блок-схема автоматического потенциометра.

пока ε не станет равной нулю. Как видно, астатизм в такой системе достигается за счет включения в прямую цепь звена ИД, обладающего интегрирующими свойствами.

С. а. широко применяют при автоматизации производственных процессов и эксперимен-

тальных исследований (непрерывные и цифровые *следящие системы* для управления приводами металлорежущих станков, телескопов, дистанционного управления различными объектами и т. п.), в технике измерений (автомат. мосты и потенциометры) и т. д.

Лит.: Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [библиогр. с. 440—442]; Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]. *Ю. В. Крементуло.*

СИСТЕ́МА ЗАЩИ́ТЫ ПА́МЯТИ — см. *Операционная система, Памяти защита.*

СИСТЕ́МА ИНФОРМАЦИО́ННОГО ПО́ИСКА — см. *Информационно-поисковая система.*

СИСТЕ́МА НЕАВТОНО́МНАЯ — динамическая система с переменными во времени параметрами и (или) находящаяся под влиянием переменных внешних воздействий. Процесс, протекающий в С. н., зависит не только от ее начального состояния, т. е. от динамического состояния системы в начальный момент времени $t = t_0$, но и от величины t_0 (см. *Система автономная*). Математически этот процесс представляет собой решение системы дифф. ур-ний следующего вида:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t), t]; \\ &x_i(t_0) = x_i^0; \quad t \geqslant t_0; \qquad i = 1, \ldots, n, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

или в матричном виде:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), t]; \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0; \quad t \geqslant t_0, \quad (2)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, $\mathbf{f} = (f_1, \ldots, f_n)$—$n$-мерные векторы-столбцы; $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ — вектор начального состояния.

В теории автоматического регулирования С. н. рассматриваются при изучении влияния внешних возмущений или дрейфа параметров на работу системы автоматического регулирования, взаимного влияния двух или более связанных систем регулирования (см. *Многомерные системы автоматического управления*) и т. п. Типичными примерами С. н. автоматического регулирования являются *следящие системы, системы программного управления, системы экстремального регулирования* с синхронным детектированием и др. В математике термин С. н. применяется для определения класса систем дифф. ур-ний вида (1—2), в правой части которых в явном виде содержится независимая переменная t. *Ю. Н. Чеховой.*

СИСТЕ́МА НЕПРЯМО́ГО УПРАВЛЕ́НИЯ — *система автоматического управления*, измерительный элемент которой использует для управления регулирующим органом энергию стороннего источника питания.

СИСТЕ́МА ПРЕРЫВА́НИЯ ЦВМ — совокупность аппаратных средств, предназначенных для формирования сигналов о событиях во внешней среде (или в устройствах самой машины), требующих реакции машины. Эта реакция, как правило, выражается в выполнении машиной некоторой *программы* (т. н. прерывающей программы, или ветви).

Событиями являются, напр., переключение двухпозиционного (релейного) датчика на объекте, управляемом ЦВМ; окончание обмена информацией между процессором и внешним устр-вом; неисправность в к.-л. блоке ЦВМ; переполнение разрядной сетки при вычислениях и т. д. С. п. ЦВМ содержит, как правило, регистр прерываний и регистр масок. Разряды регистра прерываний фиксируют наличие сигналов, требующих реакции со стороны ЦВМ, а их номера по определенным правилам определяют *приоритеты* сигналов.

Анализ регистра прерываний производится либо после выполнения каждой команды, либо параллельно с ее выполнением. Наличие сигнала в регистре вызывает прерывание, т. е. *управляющая программа* переключает машину на выполнение прерывающей ветви в том случае, если выполняемая в то время ветвь программы имеет более низкий приоритет, чем прерывающая, и если сигнал не «замаскирован» соответствующим разрядом регистра масок. Если эти условия не выполнены, сигнал сохраняется в регистре прерываний до момента их выполнения. В некоторых ЦВМ (напр., «Днепр-21») регистр прерывания дополнен группой ячеек прерывания в главной памяти, которые в совокупности образуют С. п. древообразной структуры. Это позволяет значительно увеличить число сигналов прерывания без существенных затрат аппаратуры. *А. И. Никитин.*

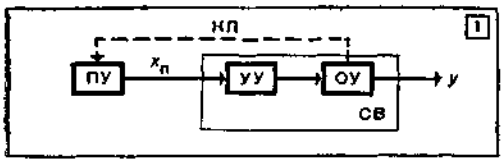
СИСТЕ́МА ПРОГРАММИ́РОВАНИЯ — совокупность *языков программирования*, соответствующих *трансляторов* и *программ*, обслуживающих систему использования этих языков на определенном оборудовании.

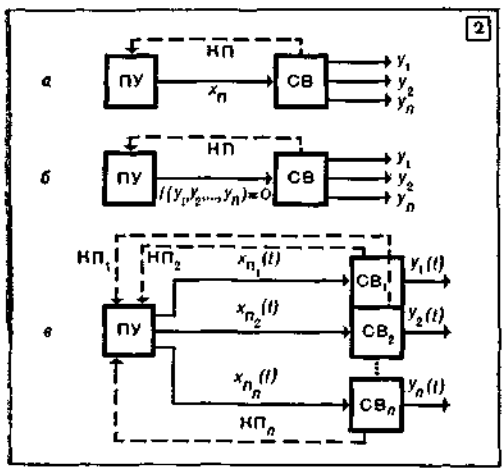
СИСТЕ́МА ПРОГРА́ММНОГО УПРАВЛЕ́НИЯ — автоматическая система, основной задачей которой является отработка (выполнение) заранее заданной программы. В таких системах (рис. 1) можно выделить две осн. части: программное устройство ПУ, формирующее сигнал $x_п$, и систему воспроизведения СВ, осн. назначением которой является обеспечение с помощью управляющего устройства (регулятора) УУ заданного в ПУ изменения выходной координаты y объекта управления ОУ. Обычно требуется, чтобы $y \approx x_п$. В этом случае СВ представляет собой обычную *следящую систему* СС, одной из особенностей которой является то, что ее входной сигнал $x_п$ заранее задан. В соответствии с осн. принципами управления СВ строятся по разомкнутой, замкнутой и комбинированной схеме (см. *Система управления разомкнутая, Система управления замкнутая, Комбинированная система автоматического управления*), а в зависимости от формы представления информации — разделяются на непрерывные и дискретные.

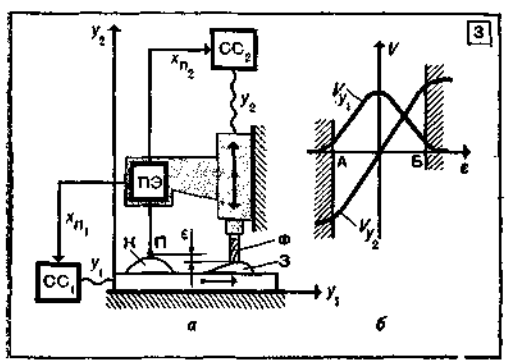
По виду представления (задания) *программы* С. п. у. делятся на системы с непрерыв-

ной (аналоговой) записью программы (на бумаге, магн. и киноленте, в виде кулачков, копиров и т. п.) и дискретной записью (на перфокартах, перфолентах, магн. лентах и т. п.). В последнем случае в целях сокращения времени на подготовку программы и объема носителя значения программы часто задают в ряде дискретных (опорных) точек, а требуемые промежуточные значения формируются с помощью *интерполятора*.

Наряду с однокоординатными С. п. у. (рис. 1) широко применяют многокоординатные системы (рис. 2, *а*). В таких системах обычно требуется обеспечить заданное функциональное изменение координат $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$. По способу задания программы такие С. п. у. делятся на системы с заданием программы в явной форме, когда в ПУ закладывается заданное функциональное изменение координат $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$ (рис. 2, *б*), и на системы с заданием программы в параметрической форме, когда заданное преобразование $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$ представляется в виде $y_1(t) = x_{п_1}(t)$, $y_2(t) = x_{п_2}(t)$ и т. д. При этом $x_{п_1}(t)$, $x_{п_2}(t)$ и т. д. поступают синхронно и синфазно на отдельные СВ ($СВ_1$, $СВ_2$ и т. д. на рис. 2, *в*), которые могут быть как автономными, так и иметь связи между собой.







1. Структурная схема системы программного управления.
2. Структурные схемы многокоординатной системы программного управления (*а*) и систем с заданием программы в явной (*б*) и в параметрической (*в*) формах.
3. Система программного управления копировально-фрезерным станком: *а* — схема; *б* — характеристики преобразующего элемента и следящих систем.

По способу ввода программы различают С. п. у. с независимым (когда формирование сигнала $x_п$ не зависит от y или других промежуточных координат ОУ) и зависимым вводом, когда осуществляется коррекция программы по режиму работы системы (связи КП на рис. 1 и 2).

С. п. у. обладают рядом специфических особенностей, осн. из которых следующие: 1) программа работы таких систем наперед задана; 2) во многих случаях допускается воспроизведение (выполнение) программы с запаздыванием; 3) в многокоординатных С. п. у. часто требуется обеспечение лишь заданного функционального преобразования координат, на время же выполнения программы и на изменение координат $y_1(t), \ldots, y_n(t)$ во времени зачастую не накладывают жестких ограничений. Это позволяет наряду с обычными методами *коррекции систем автоматического управления* использовать и специфические методы повышения качества С. п. у., напр., следующие: 1) при синтезе С. п. у. (на основе 4-й формы условий инвариантности) сигнал $x_п$ формируется с учетом динамических свойств СВ; 2) весьма эффективной является коррекция программы по режиму работы системы; одной из разновидностей этого метода является применение переменной скорости ввода программы (или т. н. «переменного масштаба времени») в зависимости от погрешности СВ.

Примером двухкоординатной С. п. у. с заданием программы в явной форме и с зависимым вводом программы (с переменной скоростью ввода программы) может служить С. п. у. копировально-фрезерным станком (рис. 3). На столе станка укреплены копир К (представляющий собой программу работы системы) и заготовка З. Отклонение ε положения фрезы Ф от положения копировального пальца П преобразуется чувствительно-преобразующим элементом (датчиком) ПЭ в сигналы $x_{п_1}$ и $x_{п_2}$, поступающие на вход следящих систем горизонтальной $СС_1$ (наз. задающей) и вертикальной $СС_2$ (наз. следящей) подач. Характеристики ПЭ и СС показаны на рис. 3, *б*. Скорость задающей подачи v_{y_1} не меняет знака и, следовательно, копир и заготовка перемещаются в одном и том же направлении, а скорость следящей подачи v_{y_2} меняет знак

в зависимости от знака ошибки ε. При работе системы в зоне АБ профиль заготовки 3 повторяет (с ошибкой, не превышающей отрезка АБ/2) профиль копира.

С. п. у. широко применяются в технике для автоматизации технологических процессов в машиностроении (станки-автоматы, автоматические линии, станки с программным управлением), в металлургии (термическая обработка материалов), энергетике (системы вывода на рабочий режим различных агрегатов), химии и т. д.

Лит.: Ивахненко А. Г. Электроавтоматика. К., 1957 [библиогр. с. 440—442]; Булгаков А. А. Программное управление металлорежущими станками. М.— Л., 1959 [библиогр. с. 125—126]; Шувалов Н. К. Системы программного регулирования, работающие на комбинированном принципе. Л., 1960 [библиогр. с. 72—73]; Андрейчиков Б. И. Методы коррекции динамических ошибок в станках с программным управлением. «Автоматика и телемеханика», 1962, т. 23, № 9. *Ю. В. Крементуло.*

СИСТЕ́МА ПРЯМО́ГО УПРАВЛЕ́НИЯ — *система автоматического управления*, измерительный элемент которой перемещает регулирующий орган непосредственно, не используя посторонних источников энергии, т. е. система управления, в которой применен автоматический регулятор без специального *исполнительного механизма* (сервомотора).

СИСТЕ́МА СЧИСЛЕ́НИЯ — совокупность приемов обозначения (записи) чисел. Наиболее совершенными являются позиционные С. с., т. е. системы обозначения чисел, в которых значение каждой цифры в изображении числа зависит от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число. Системы, не обладающие этим свойством (напр., римская С. с.), наз. непозиционными.

Позиционные С. с.— результат длительного историч. развития, начавшегося, повидимому, с возникновения т. н. единичной С. с., в которой для записи чисел применялся только один вид знаков — «палочка». Каждое число в такой С. с. обозначалось с помощью строки, составленной из палочек, количество которых равнялось обозначаемому числу.

Более совершенна египетская С. с. (возникла во 2-й пол. 2—3 тыс. лет до н. э.), которая была десятичной непозиционной. Для обозначения чисел 1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7 в этой С. с. были приняты спец. знаки (цифры). Числа в египетской С. с. записывались как комбинации этих цифр, в которых каждая цифра повторялась не более 9 раз. В основе египетской С. с. лежал принцип сложения, согласно которому значение числа равно сумме значений цифр, участвующих в записи.

Египетской С. с. аналогична римская (непозиционная) система. В ней для обозначения чисел 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 приняты заглавные лат. буквы (цифры) I, V, X, L, C, D и M. Число в римской С. с. обозначается набором стоящих подряд цифр. Значение числа равно: 1) сумме значений цифр, если они одинаковы; 2) разности значений цифр, если слева от большей цифры стоит меньшая (от значения большей отнимается значение меньшей); 3) сумме значений групп, если справа от группы цифр, обозначающей большее число, стоит группа цифр, обозначающая меньшее число. Напр., запись MCMLXXIV означает M + + (M — C) + L + X + X + (V — I) = 1974. Еще более совершенны алфавитные С. с., в которых числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались последовательными буквами алфавита. К числу таких С. с. относились ионийская (греческая), славянская и др.

Первая известная нам С. с., основанная на позиционном принципе,— шестидесятеричная вавилонская С. с. (появилась прибл. за 2 тыс. лет до н. э.). Цифры в этой С. с. составлялись из знаков двух видов, один из которых служил для обозначения единиц, другой — для обозначения десятков. Значение числа, в свою очередь, определяли аналогично по значениям составляющих его цифр, но с учетом того, что цифры в каждом последующем разряде значили в 60 раз больше тех же цифр в предыдущем разряде. Запись чисел была неоднозначной, т. к. не существовало цифры для обозначения нуля. Следы вавилонской С. с. сохранились до сих пор в способах измерения и записи величин углов и времени.

Современная десятичная позиционная С. с. возникла прибл. в 5 в. н. э. в Индии. Позиционная С. с., а также единичная С. с. позволяют записывать в принципе любые числа, что не имеет места в др., описанных выше С. с. В связи с развитием *вычислительной техники* большое практическое применение приобрели позиционные С. с. с основаниями, отличными от десяти. К ним относятся: двоичная, восьмеричная, девятеричная, троичная, шестнадцатеричная С. с. Элементы, применяемые в большинстве современных ЦВМ для представления чисел, являются двухпозиционными (обладают двумя устойчивыми состояниями), поэтому во многих ЦВМ числа представляются в двоичной С. с. Одно из возможных состояний элемента отвечает обозначению нуля, другое — единицы. Подготавливая на бланках программы для таких ЦВМ, для сокращения длины записей применяют восьмеричную или шестнадцатеричную С. с. (это связано с конструкцией входных перфораторов), т. к. при этом каждая тройка (или соответствующая четверка) двоичных цифр заменяется одним символом.

Существуют также С. с., основывающиеся на совершенно новых принципах. Примером одной из таких С. с. является С. с. с остатками, которую считают позиционной, т. к. значения цифр в ней зависят от их мест в последовательности, обозначающей число. С. с. с остатками была разработана с целью повышения *быстродействия ЦВМ* за счет того, что операции сложения, вычитания и умножения в этой С. с. выполняются как поразрядные операции.

Лит.: Карцев М. А. Арифметические устройства электронных цифровых машин. М., 1958 [библиогр. с. 157—158]; Китов А. И., Криницкий Н. А. Электронные цифровые машины и программирование. М., 1961 [библиогр. с. 567—568].

Н. А. Криницкий.

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ АДАПТИ́ВНАЯ — система, в процессе функционирования которой происходит *адаптация*, направленная на улучшение качества управления. См. *Дуальное управление*, *Управление с адаптацией*.

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ ЗА́МКНУТАЯ, система управления по отклонению — система управления, в которой реализуется принцип управления по отклонению. В С. у. з. (рис.) регулируемая величина x сравнивается с задающим воздейст-

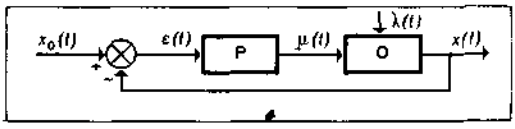


Схема замкнутой системы автоматического управления: $x_0(t)$ — задающее воздействие; $x(t)$ — регулируемая величина; $\varepsilon(t)$ — отклонение (ошибка); $\lambda(t)$ — возмущающее воздействие, приложенное к объекту; $\mu(t)$ — регулирующее воздействие; P — регулятор; O — объект.

вием x_0 и определяется отклонение (ошибка) ε, в зависимости от которого на объект подается регулирующее воздействие μ, уменьшающее это отклонение. Таким образом, в С. у. з. результат управления воздействует на процесс выработки управляющих воздействий, т. е. в процессе управления все время осуществляется *обратная связь*. Большинство биол. и эконом. систем также содержит явно выраженные замкнутые цепи.

Отклонение регулируемой величины от заданного значения в системе управления может быть вызвано различными возмущающими воздействиями — изменениями внешних факторов и параметров самой системы или может появиться при изменении задающего воздействия. Поскольку в С. у. з. регулирующее воздействие получается в результате преобразования отклонения, которое может быть вызвано любым из перечисленных выше факторов, то такие системы стремятся уменьшить отклонение независимо от того, какими из этих факторов оно вызвано. В этом состоит особенность замкнутых систем по сравнению с *системами управления разомкнутыми*. В последних уменьшаются отклонения, вызываемые лишь теми факторами, по которым имеются компаундирующие связи.

Вследствие наличия этой особенности замкнутые системы менее чувствительны к изменениям параметров объекта, чем разомкнутые. Недостатком С. у. з. является то, что при их разработке возникает проблема обеспечения устойчивости. Тем не менее замкнутые системы получили весьма широкое распространение. В С. у. з. используются различные *регулирования законы* для улучшения показателей качества системы. В последнее время находят применение различные виды связей — нелинейные, запаздывающие, связи с логическими элементами. При регулировании сложных объектов, представляющих собой системы с несколькими степенями свободы, могут вводиться перекрестные обратные связи по промежуточным, внутренним координатам объекта (см. *Многоконтурная система автоматического управления*, *Автономность*). Дальнейшее повышение качества достигается в *комбинированных системах автоматического управления*, сочетающих принцип регулирования по отклонению и принцип регулирования по возмущению.

Лит.: Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [библиогр. с. 743—763]; Основы автоматического управления. М., 1968 [библиогр. с. 671—675].

В. И. Костюк.

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ НАУ́ЧНЫМ ЭКСПЕРИМЕ́НТОМ — совокупность алгоритмически связанных звеньев, функционирование которых направлено на раскрытие неопределенности о свойствах объекта испытаний, форме взаимосвязей между физическими параметрами и значениях вычисляемых характеристик. Примерами С. у. н. э. могут служить программно управляемый синхрофазотрон, системы управления испытаниями образцов новой техники, автоматизированные системы гидрофиз. исследований, системы поиска полезных ископаемых и ряд других комплексов. С. у. н. э. применяют для автоматизации вычислений, накопления и первичной обработки экспериментальных данных, машинного моделирования эвристических программ экспериментатора (см. *Программирование эвристическое*) и др. В наиболее оснащенных С. у. н. э. происходит, с одной стороны, объединение ЭВМ и объекта в единый машинный комплекс на базе операционных программ измерений и управления, с другой стороны, осуществляется режим двустороннего обмена информацией между исследователем и машинным комплексом посредством пультов со световыми экранами, телетайпов и т. п. Создание С. у. н. э. стало возможным после появления *электронных вычислительных машин* 2-го поколения (начало 60-х годов 20 ст.), когда быстродействующие *процессоры* стали оснащаться малогабаритными полупроводниковыми *устройствами связи с объектом* (УСО) наряду с переносными магнитными *накопителями* большой емкости. Тех. оснащение науч. экспериментов «домашинного» периода состояло из трех-четырех показывающих и регистрирующих приборов, тетради наблюдений и матем. обеспечения в объеме операций логарифм. линейки.

Современные экспериментальные комплексы «генерируют» потоки данных в сотни тысяч и миллионы *бит/сек*. Системные экспериментальные исследования проводятся, как правило, на стыках наук, в связи с чем они опираются на разобщенные методы с различным уровнем логич. строгости и матем. «мощности». Это требует использования проблемно-ориентированного матем. обеспечения в С. у. н. э. (см. *Математическое обеспечение ЦВМ*). Интенсификация системных исследований и эффективность их результатов находятся в прямой зависимости от качества вычислений и минимизации периода полной обработки данных. Оба обстоятельства обусловили эффективное построение современных С. у. н. э. как *систем*

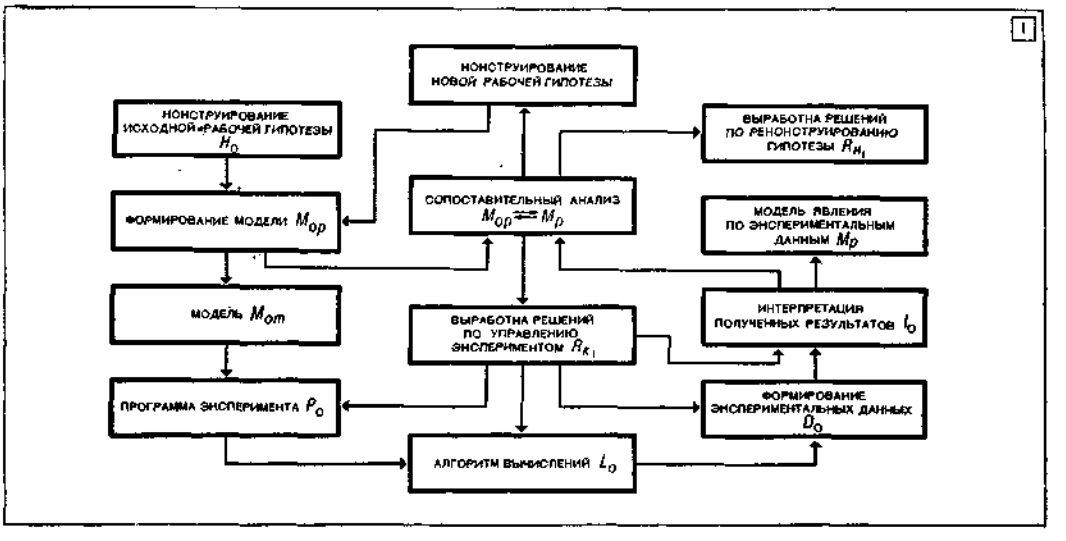
«человек — машина». Принцип построения С. у. н. э. основывается на алгоритмической совместимости в системе «экспериментатор — объект исследований — вычисл. комплекс». Существенным свойством такой системы является высокий уровень управляемости науч. поиска — достижение цели эксперимента с макс. вероятностью. Этапам автоматизации науч. эксперимента соответствует организация С. у. н. э. по принципу: экспериментатор — программа вычислений — ЭВМ; экспериментатор — машинный язык двустороннего обмена — вычисл. комплекс; экспериментатор — машинная система моделирования — вычисл. комплекс.

Анализ принципов организации «человеко-машинных» систем показывает, что форсировать процесс поэтапного развития С. у. н. э. возможно в весьма узких пределах. Общий уровень организации С. у. н. э. определяется уровнем тех. оснащения, соответствующим составом матем. обеспечения и полнотой логич. схемы науч. поиска. *Алгоритм* управления науч. экспериментом создается на основании таких элементов: рабочей гипотезы H_0 о «механизме» функционирования объекта исследований, содержательное выражение которой представлено ожидаемой моделью M_{0p} в понятиях определенной области (биологии, физики, техники и т. п.); ожидаемой модели M_{0m}, адекватной M_{0p}, представленной формальными категориями (ур-ниями, таблицами, *графами*, топологическими блок-схемами и т. п.); программы эксперимента P_0; алгоритма вычислений L_0 и машинного процесса формирования экспериментальных данных D_0; приемов интерпретации I_0, полученных результатов в понятиях моделей M_{0p} и M_{0m}.

Последовательность $H_0 \to M_{0p} \to M_{0m} \to P_0 \to L_0 \to D_0 \to I_0 \to M_{1m}$ замыкается в итерационный цикл (рис. 1) через процедуру сопоставительного анализа $M_{0m} \rightleftarrows M_{1m}$. Результатом его является выработка решений по корректированию элементов последовательности. Различают решающее правило локального контура

$$R_{h_{(i+1)}} \{M_{ip} \rightleftarrows M_{(i+1)p}\} \to K_{i+1};$$

$$K = M_m,\ P,\ L,\ D,\ I; \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$$



1. Схема процесса управления научным экспериментом.

и решающее правило глобального контура

$$R_{H_{(i+1)}} \{M_{ip} \rightleftarrows M_{(i+1)p}\} \to H_{i+1},$$

$$i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Вид структуры алгоритма управления науч. экспериментом (УНЭ) показан на рис. 2. Эффективность алгоритма в значительной мере определяется полнотой матем. средств последовательности $M_{im} \to \ldots \to I_i$, что в свою очередь позволяет перевести процесс реализации решающих правил R_K и R_H в область машинных методов. В этой последовательности определяющее значение имеет полнота ее исходного элемента — матем. модели M_{0m}. Науч. эксперименты классифицируют по уровню неопределенности моделей M_m, выделяя модели с макс. степенью неопределенности $M_{im}^{(Udt)}\max$, средней степенью — $M_{im}^{(Udt)}\mathrm{med}$ и миним. степенью — $M_{im}^{(Udt)}\min$. Степень неопределенности матем. модели $M_{im}^{(Udt)}$ существенно влияет на структуру алгоритма УНЭ, который основывается на конкретных методах планирования экспериментов, программах вычислений и т. д. Построение

алгоритма УНЭ с иерархической структурой раскрытия неопределенности представлено граф-схемой (рис. 3) (см. также илл. между стр. 368—369).

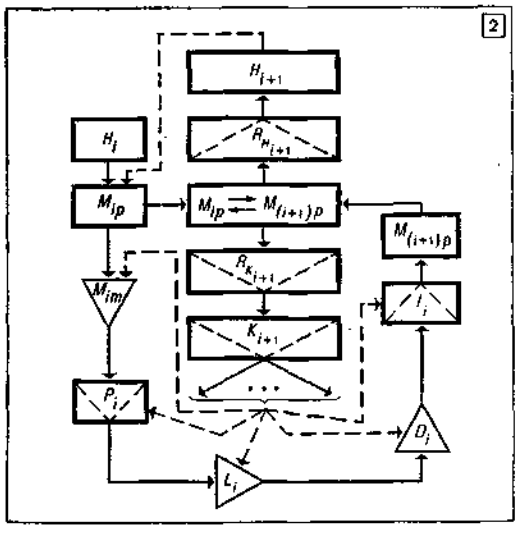
Структура алгоритма УНЭ состоит из «горизонтальных» связей — замкнутых циклов на каждом уровне неопределенности $H_0^{(Udt)}$ и «вертикальных» связей — объединение итераций за счет межуровневых решающих правил $R_{H_0}^{(Udt)}\text{med}$ и $R_{H_0}^{(Udt)}\text{min}$, направленных «сверху вниз» на понижение уровня неопределенности $M_{0m}^{(Udt)}$. В управлении экспериментом важно учесть возможное появление новых координат (в пространстве — возможных состояний объекта), полученных эффективными методами на уровне $M_{0m}^{(Udt)}\text{min}$. Вводятся решающие правила формирования гипотезы $H_0^{(Udt)}$ по данным

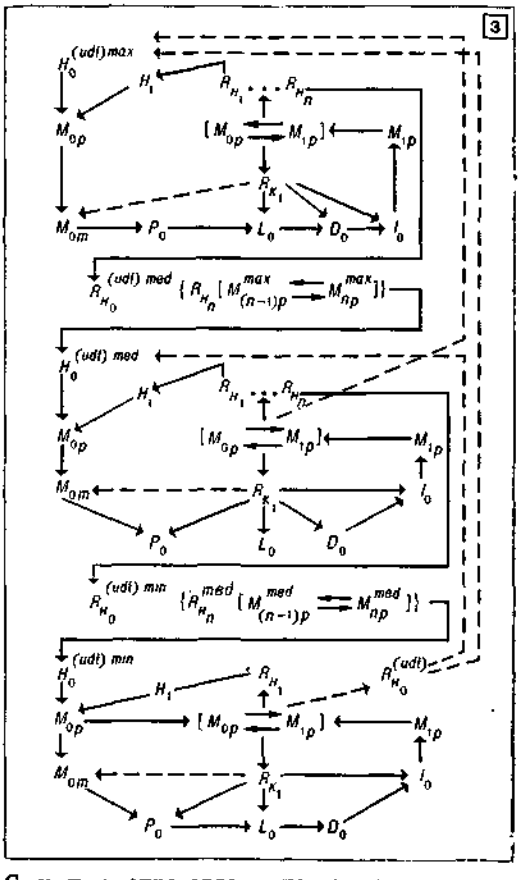
$$\{M_{ip}^{(Udt)}\text{min} \rightleftarrows M_{(i+1)\,p}^{(Udt)}\ \text{min}\}\ \text{и}$$

$$\{M_{ip}^{(Udt)}\text{med} \rightleftarrows M_{(i+1)\,p}^{(Udt)}\ \text{med}\}.$$

Т. о., замкнутые циклы, сформированные по уровням неопределенности, охватываются межуровневыми связями по раскрытию неопределенности (сверху вниз) и *обратной связью* (снизу вверх). Это значит, что в основу организации С. у. н. э. положен единый системный принцип, объединяющий процесс прогнозирования при раскрытии неопределенности $R_{H_n}[M_{(n-1)\,p} \rightleftarrows M_{np}]$ и процесс корректирования гипотезы $H_0^{(Udt)}$ по результатам экспериментов $R_{H_0}^{(Udt)}$. Полный алгоритм С. у. н. э., синтезированный при *системном подходе*, дает экспериментатору четкую логич. схему операций при проведении комплексных исследований, опирающуюся на методы планирования экспериментов (включая эвристические), современные средства вычислений и обработки экспериментальных данных.

Современные С. у. н. э. создаются на основе разработанной структуры алгоритма УНЭ, имея в качестве машинной реализации *автоматизированную систему обработки экспериментальных данных* (АСОЭД) с соответствующим матем. обеспечением. Сфера применимости





2. Структура алгоритма управления научным экспериментом.
3. Схема многоуровневого алгоритма.

С. у. н. э. определяется на каждом из этапов автоматизации по совокупностям последовательностей $H_0 \to \ldots \to M_{1m}$ заданного комплекса экспериментов. Современные АСОЭД с огромной машинной памятью и широким набором вводных и выводных устр-в обеспечивают оперативный обмен результатами вычислений и обработку данных для практически любого сочетания специалистов смежных областей и этапов разработки экспериментальной проблемы. С. у. н. э. с АСОЭД на базе современных ЦВМ, работающих в *режиме разделения времени*, превращается в коллективный «мозг» широкого круга специалистов. В *памяти ЦВМ* хранятся данные опытов всех

экспериментов, введенные туда автоматически, там же хранятся программы вычислений и формирования результатов каждого специалиста (члена ассоциации пользователей). ЭЦВМ обеспечивает режим одновременной работы по нескольким программам, воспринимает одновременно несколько обращений от пользователей. Исследователь через *операционную систему* ЭЦВМ организует процесс решения «своей» узкой задачи, пользуясь всей хранящейся информацией при полной автоматизации вычислений и формирования результатов. Быстродействие ЭЦВМ в 1 млн. *оп/сек* при объеме памяти в 10 млн. *машинных слов* обеспечивает решение проблемы минимизации времени полной обработки экспериментальных данных при практически самом высоком качестве вычислений. В мировой практике к началу 70-х годов 20 ст. ставилась задача автоматизации испытаний образцов новой техники с такими показателями. Полная обработка данных и выдача машинных материалов (числовой материал, таблицы, графики) по результатам сложного эксперимента длилась месяц, машинное формирование результатов экспресс-анализа получают в течение одного-двух дней.

С. у. н. э., созданным на базе ЭВМ 4-го поколения, предстоит решать задачи оптимизации взаимосвязанных программ экспериментов, оперативно обмениваться результатами на уровне машинных комплексов (см. *Комплексирование машин*), обслуживающих сложные комплексы экспериментов, не оформляя отчетов. Это дает колоссальный экон. эффект за счет реального оперативного планирования науч. исследований на основе самых объективных машинных данных и макс. прироста уровня используемых знаний в науч. поисках. Достижения каждой из лабораторий, автоматически введенные в машинный комплекс в виде результатов опытов, автоматически будут становиться активным научным потенциалом для всех заинтересованных исследователей.

Лит.: Иванов В. В. [и др.]. О функциях и структуре одной специализированной программы-диспетчер. «Алгоритмизация производственных процессов», 1967, в. 2; Новые идеи в планировании эксперимента. М., 1969; Вычислительные системы, в. 35. Новосибирск, 1969; Жук К. Д. Автоматизація наукового експерименту. «Вісник АН УРСР», 1970, № 3; Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. Пер. с англ. М., 1967. *К. Д. Жук.*

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ РАЗО́МКНУТАЯ — 1) Система, состоящая из последовательно или параллельно включенных звеньев, не охваченных *обратной связью*. 2) В автоматическом управлении — система, реализующая принцип управления по возмущению. Состоит из управляющего устройства (регулятора) 1, объекта управления 2 и устройства 3, измеряющего возмущения (рис.). Применяется в тех случаях, когда внеш. *возмущающие воздействия* (возмущения) $f_i(t)$ $(i = 1, \ldots, n)$ могут быть измерены. На основе информации о возмущениях $f_i(t)$ регулятор 1 вырабатывает управляющее (регулирующее) воздействие $u(t)$, которое компенсирует влияние внешних возмущений. Связи по возмущениям, осуществляемые управляющим устройством, часто наз. *компаундирующими связями в автоматических системах*. В С. у. р. в отличие от *системы управления замкнутой* отсутствует обратная связь по регулируемой величине $x(t)$.

В С. у. р. имеется принципиальная возможность достичь *инвариантности системы автоматического управления* относительно внешних возмущений, для чего необходимо точное изме-

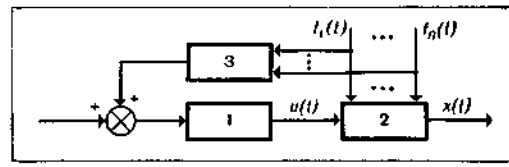


Схема разомкнутой системы управления.

рение внешних возмущений и точное знание характеристик объекта управления. Недостатком С. у. р. является то, что в ней не компенсируются ошибки управления, связанные с неточным измерением или неполным учетом внешних возмущений и неточным знанием или нестабильностью (дрейфом) характеристик объекта управления. Такие ошибки можно скомпенсировать лишь путем дополнительного введения обратной связи по регулируемой величине $x(t)$ (см. *Комбинированная система автоматического управления*). Преимуществом С. у. р. по сравнению с замкнутой системой управления является большее быстродействие и, в ряде случаев, простота тех. реализации. Типичным примером С. у. р. является система компаундирования синхронных генераторов, которая представляет собой связь по основному возмущению (нагрузке). *Ю. Н. Чеховой.*

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ С ПЕРЕМЕ́ННОЙ СТРУКТУ́РОЙ — нелинейная система автоматического управления (САУ) с логическими элементами, разрывающими и (или) восстанавливающими связи между функциональными элементами в соответствии с выбранным алгоритмом и тем самым меняющими структуру САУ. Осн. методы синтеза *алгоритмов* С. у. с п. с. можно рассмотреть на примере построения *следящей системы*, состоящей из линейного объекта управления с одной управляемой координатой и линейного *исполнительного механизма*, движение которой описывается системой дифф. уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i+1}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n-1;$$

$$\frac{dx_n}{dt} = -\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{m} b_i \frac{d^{i-1}U}{dt^{i-1}} + G(t),$$

где $x_1 = g - \varphi$ — погрешность, φ — управляемая координата; U — *управляющее воздействие*; $G(t)$ — некоторая линейная комби-

нация *возмущающих воздействий*, задающего воздействия $g(t)$ и их производных; a_i, b_i — переменные параметры объекта и исполнительного механизма, меняющиеся в ограниченном диапазоне. При управлении свободным движением САУ ($G(t) \equiv 0$), уравнения движения которой не содержат оператора дифференцирования в правой части ($m = 1$), управляющее воздействие

$$U = \sum_{i=1}^{k} \Psi_i(s, x_i) \cdot x_i, \qquad 1 \leqslant k \leqslant n-1;$$

$$s = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, \quad c_n = 1;$$

$$\Psi_i(s, x_i) = \begin{cases} \omega_i & \text{при } s \cdot x_i > 0; \\ \lambda_i & \text{при } s \cdot x_i < 0, \end{cases}$$

где s — ф-ция переключения, определяющая моменты разрыва управляющего воздействия — в данном случае линейная комбинация погрешности и ее производных; $\Psi_i(s, x_i)$ — разрывные коэффициенты; ω_i, λ_i — постоянные величины, соответствующие возможным структурам САУ; величина k, определяющая число коммутируемых связей, выбирается в зависимости от конкретных условий решаемой задачи. За счет разрывного управляющего воздействия в такой системе, при выполнении определенных условий, может возникнуть *скользящий режим*, описываемый системой линейных однородных дифф. ур-ний

$$\frac{dx_i}{dt} = x_{i+1}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n-2;$$

$$\frac{dx_{n-1}}{dt} = -\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i;$$

и уравнением связи $s = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i = 0$. Существенно, что в эти ур-ния не входят параметры a_i, b_i, и требуемое качество процесса управления может быть обеспечено соответствующим выбором коэффициентов c_i. Это свойство параметрической инвариантности и лежит в основе синтеза алгоритмов управления С. у. с п. с.

При управлении возмущенным движением управляющее воздействие формируется в виде суммы координат $x_1, x_2, \ldots, x_k$, задающего воздействия, возмущений и их производных со скачкообразно меняющимися коэфф. При этом необходимо осуществить прямое или косвенное измерение возмущений (см. *Комбинированная система автоматического управления*, *Дифференциальная система автоматического управления*). При использовании в законе управления коммутации r-местных обратных связей по наблюдаемым координатам исполнительного механизма удается обеспечить полную воспроизводимость задающего воздействия при сохранении параметрической инвариантности и инвариантности к внешним возмущениям (см. *Инвариантность систем автоматического управления*), если удовлетворено условие

$$\left| \frac{d^r G_0(t)}{dt^r} \right| : \sum_{i=1}^{r} \left| \frac{d^{i-1} G_0(t)}{dt^{i-1}} \right| \leqslant B$$

$$(B = \text{const}),$$

где $G_0(t)$ — сумма приведенных ко входу объекта задающего воздействия и возмущающих сил. При $r = 2$ этому ограничению удовлетворяют экспоненциальные, гармонические, полиномиальные ф-ции и всевозможные их произведения. При наличии оператора дифференцирования в правой части ($m > 1$) управляющее воздействие формируется сглаживающим линейным фильтром порядка $m - 1$, на вход которого подается сумма координат $x_1, x_2, \ldots, x_k$ и координат сглаживающего фильтра со скачкообразно меняющимися коэффициентами.

Несмотря на разнообразие, а для существенно нелинейных объектов управления и сложность логич. законов управления С. у. с п. с., их реализация осуществляется простыми тех. средствами на основе типовых ключевых логич. элементов. Принцип переменности структуры используется при решении важнейших задач автомат. управления (слежения, фильтрации, идентификации, управления многосвязными объектами и др.) и позволяет использовать положительные свойства каждой структуры, а также получить эффекты, не свойственные ни одной из систем, имеющих постоянную структуру.

Лит.: Емельянов С. В. Системы автоматического управления с переменной структурой. М., 1967 [библиогр. с. 328—336]; Бакакин А. В., Гриценко М. Б., Костылева Н. Е. Алгоритмы управления систем с переменной структурой (Обзор). В кн.: Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета. М., 1968; Теория систем с переменной структурой. М., 1970 [библиогр. с. 583—590].

Д. Б. Изосимов, С. К. Коровин, А. С. Рыков.

СИСТЕ́МА УПРАВЛЕ́НИЯ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРА́МЕТРАМИ — система управления, состояние которой определяется функциями нескольких независимых переменных, как правило, зависящими не только от времени, но и от пространственных координат. В качестве таких функций могут фигурировать скалярные, векторные, тензорные и другие поля различной физ. природы (поля мех. напряжений и деформаций, поля температуры, концентраций, электромагнитные поля и др.). Эти поля отображают процессы в упругих телах, жидких, газообразных и плазменных средах, в различных объектах хим. технологии, металлургии, теплоэнергетики, экспериментальной физики, в транспортных средствах и т. п.

Для матем. описания С. у. с р. п. обычно применяют дифф. уравнения в частных производных с соответствующими краевыми условиями, условиями нормировки или иными дополнительными условиями, выделяющими

определенные решения. Используются также интегральные, интегро-дифференциальные и некоторые др. типы уравнений с несколькими независимыми переменными.

В простейших случаях лишь одно или несколько отдельных звеньев С. у. с р. п. имеют распределенные, а остальные — сосредоточенные параметры. Примером С. у. с р. п. может служить система управления тепловым режимом проходной нагревательной печи (рис.), принцип действия которой состоит в следующем. Продвигаясь через зону нагрева ЗН,

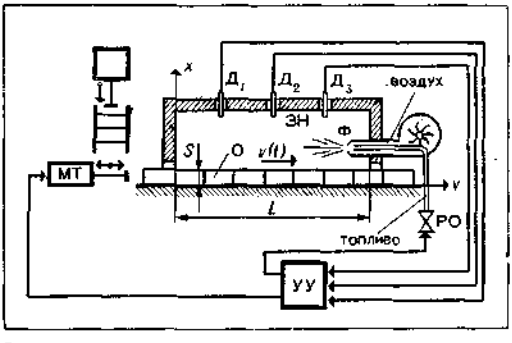


Схема системы управления тепловым режимом проходной нагревательной печи.

изделия (объект управления О) нагреваются. Режим нагрева зависит от интенсивности горения и скорости $v(t)$ продвижения изделий через печь. Управляющее устройство УУ, используя сигналы датчиков температуры ($Д_1$ — $Д_3$), управляет режимом нагрева в соответствии с требованиями технологии путем воздействия на регулирующий орган РО подачи топлива, форсунку Ф и механизм транспортировки МТ изделий.

Состояние потока нагреваемых изделий характеризуется функцией распределения т-ры по толщине изделий x, по длине печи y и соответственно времени нагрева (t): $T = T(x, y, t)$ $(0 \leqslant x \leqslant S,\ 0 \leqslant y \leqslant L,\ 0 \leqslant t \leqslant \tau)$. Изделия входят в зону нагрева с изменяющимся во времени распределением т-ры по толщине $T(x, 0, t) = T_{вх}(x, t)$.

Назначение описанной системы состоит в том, чтобы обеспечить распределение т-ры изделий на выходе печи по толщине и во времени нагрева, наименее отклоняющееся от заданного распределения $T_{вых}(x, t)$. В качестве меры отклонения регулируемого процесса от желаемого часто принимается функционал

$$J = \left\{ \frac{1}{\tau S} \int_0^{\tau} \int_0^{S} [T(x, L, t) - T_{вых}(x, t)]^2 \, dx dt \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Процесс теплообмена в объекте описывается уравнением в частных производных

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - bv \frac{\partial T}{\partial y},$$

где a — коэфф. температуропроводности, $b = b(y, t)$ — функция, определяемая теплофизическими параметрами объекта, v — скорость перемещения нагреваемых изделий. Начальное и граничные условия имеют вид

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0;$$

$$\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=S} = \alpha [U(y, t) - T(S, y, t)].$$

Здесь $T_0(x, y)$ — начальное распределение температуры, λ — коэфф. теплопроводности, α — коэфф. теплообмена, $U(y, t)$ — температура греющей среды внутри печи. Управляющее воздействие и поле состояния объекта подчиняются неравенствам, учитывающим энергетические возможности и условия технологии

$$A_1 \leqslant U(y, t) \leqslant A_2, \quad \left|\frac{\partial U}{\partial y}\right| \leqslant A_3, \; T(x, y, t) \leqslant A_4,$$

$$\left|\frac{\partial T}{\partial x}\right| \leqslant A_5,$$

где $A_1 \div A_5$ — некоторые заданные постоянные или переменные величины. Приведенная система уравнений и граничных условий — типична для многих процессов, напр., диффузионных, электромагн. (скин-эффект) и др.

При исследовании и проектировании С. у. с р. п. обычно учитывают требования устойчивости, оптимальности по заданным критериям или инвариантности по отношению к *возмущающим воздействиям*. Задача оптим. программного управления для С. у. с р. п. состоит в том, чтобы определить такое *управляющее воздействие* $U(y, t)$, которое обеспечивает минимум функционала потерь J (см. *Критерии качества систем автоматического управления*). Наряду с этой задачей возникает задача синтеза оптим. оператора *обратной связи* С. у. с р. п., которая заключается в отыскании такой операторной зависимости $U = AT$ управляющего воздействия U от состояния объекта T, что минимум функционала потерь J при определенных ограничениях достигается для любых (из заданного множества) начальных состояний, граничных условий и возмущающих воздействий.

Для теории управления объектами с распределенными параметрами специфическими являются задачи управления посредством изменения граничных условий и, в частности, задача финитного управления. Эту задачу ставят следующим образом: по известному начальному состоянию требуется задать управляющее воздействие на границе объекта таким образом, чтобы объект за ограниченное (обычно минимальное) время перешел в заданное конечное состояние.

По функциональным признакам С. у. с р. п. обычно можно расчленить на ряд звеньев с более или менее обособленными функциями, из которых осн. являются: объект управления,

измерительное устройство, *преобразователь формы информации*, усилитель и исполнительный орган. Информационный и энергетический контакты между звеньями С. у. с р. п. осуществляются на контактных многообразиях той или иной размерности (точечное, линейное, поверхностное и объемное взаимодействия). Можно построить и распределенные управляющие устройства, в которых объединены функции измерения, преобразования, усиления и воздействия на объект. Этим достигается повышение быстродействия, пространственной разрешающей способности и энергетической эффективности.

При классификации С. у. с р. п. используют следующие осн. признаки:

I. Функциональные признаки: 1) роль звена в управляющем устройстве (отдельный элемент, объединение элементов и устройство в целом); 2) назначение (измерение, фильтрация, запоминание, регулирование и т. п.); 3) возможность и способы перестройки (постоянная настройка, ручная, автоматическая и т. п.); 4) число степеней свободы (конечное, счетное и несчетное); 5) динамика (устойчивость, быстродействие, самовыравнивание и разрешающая способность).

II. Геометрические признаки: 1) размерность занимаемого подпространства (0-, 1-, 2- и 3-мерные устройства); 2) внешняя конфигурация устройства (точка, линия, полоса, оболочка, стержень, слой); 3) количество и размерность многообразий контакта данного устройства со смежными; 4) направленность действия (директор, отражатель, распределитель и т. д.).

III. Признаки внутренней структуры: 1) характер пространственного распределения параметров (устройства с дискретной структурой, квазиконтинуальные и континуальные); 2) разновидность микроструктуры (для квазиконтинуальных устройств).

IV. Физические признаки: 1) применяемые виды энергии; 2) механизм усиления; 3) поля состояния и взаимодействия; 4) количественные характеристики сред (параметры, тензоры, операторы); 5) дисперсионные характеристики; 6) применяемые материалы и среды.

Системы, содержащие одно звено с распределенными параметрами (упругий канат, газопровод или гибкий вал), первыми из С. у. с р. п. стали изучаться в *автоматического управления теории*. Задачи исследования устойчивости и качества переходных процессов С. у. с р. п. решали на основе Лапласа преобразования, критерия Найквиста и частотных методов, которые применимы, когда информационный контакт объекта с управляющим устройством осуществляется в дискретном ряде точек, а число неустойчивых полюсов конечно. Положение, однако, усложняется при контактных многообразиях большей размерности, т. е. при взаимодействии *подсистем* С. у. с р. п. на линиях, поверхностях или объемах. Такая ситуация является одним из предметов изучения в современной теории С. у. с р. п.

Теория С. у. с р. п. оформилась в конце 60-х годов 20 ст. в большой раздел *кибернетики технической* со своей проблематикой и методами исследования. Осн. современные результаты *оптимального управления теории* Понтрягина — Беллмана обобщены на некоторые классы С. у. с р. п. Разработаны методы аналитического конструирования оптимальных С. у. с р. п. Теоретически исследовано поведение линейных систем при случайных воздействиях и решен ряд задач оптим. синтеза их.

Реализация найденных из теории законов управления в случае инерционных объектов со значительным локальным самовыравниванием осуществима приближенно с помощью многомерных САУ с дискретными датчиками и исполнительными органами. Однако с расширением частотно-волнового спектра управляемых полей такие тех. средства становятся неэффективными. Возникает потребность в управляющих устройствах с распределенными параметрами. Во многих случаях становится целесообразным применять устройства, взаимодействующие не с локальными возмущениями, а с пространственными гармониками полей. Принципы построения и теорию распределенных управляющих устройств разрабатывают, в частности, в связи с задачами автомат. управления магнитогидродинамическими объектами.

Для повышения пространственной разрешающей способности управляющего устройства необходимо, чтобы в нем осуществлялся обмен информацией между различными пространственно удаленными точками. С этой целью устройство выполняют в виде макроскопически локально однородной среды, параметры которой, усредненные по достаточно малому объему, являются медленно меняющимися функциями пространственных координат. Вместе с тем надо, чтобы такая среда имела волокнистую или слоистую микроструктуру, причем размеры подсистем (волокон или слоев), образующих среду, были макроскопическими, а параметры периодической решетки среды — микроскопическими величинами. Для естественных сред (исключая полимеры) эти требования противоречивы, однако они выполнимы для искусственных сред, выполняемых на базе современной технологии твердотельных устройств. Для усиления полей в управляющих средах можно использовать различные нелинейные и параметрические эффекты. В длинноволновой части спектра возмущений для управления электромагнитным полем применяют обмотки со спец. пространственной плотностью намотки и включенные в цепи этих обмоток двухполюсники с положительными или отрицательными параметрами. Этим обеспечивают усиление полей и необходимый вид частотно-волновой передаточной функции.

Возможны три осн. способа формирования пространственной передаточной функции распределенных управляющих устройств: а) применение слоистых сред с параметрами, изменяющимися в направлении нормали к поверхностям уровня; б) построение набора ортогонализированных подсистем, взаимодействующих с определенными пространственными гар-

мониками поля, и в) использование искусственных сред периодически волокнистой структуры типа управляющих кристаллов. Такие среды удобны для реализации дисперсионных характеристик, подобных характеристикам управляемых объектов с несколькими ветвями неустойчивостей, напр., плазма, пучки заряженных частиц и т. п. Аппарат исследования преобразования полей в С. у. с р. п., обладающих симметрией (напр., периодической структурой), основан на линейной *представлений групп теории*. С. у. с р. п. применяют в различных областях нар. хозяйства: для управления проходными печами, прокатными станами, подъемными механизмами, газопроводами, ядерными реакторами, ускорителями заряженных частиц, термоядерными установками и др.

Лит.: Лурье К. А. Задача Майера — Больца для кратных интегралов и оптимизация поведения систем с распределенными параметрами. «Прикладная математика и механика», 1963, т. 27, в. 5; Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М., 1965 [библиогр. с. 467—474]; Егоров А. И. Оптимальные процессы в системах с распределенными параметрами и некоторые задачи теории инвариантности. «Известия АН СССР. Серия математическая», 1965, т. 29, в. 6; Сиразетдинов Т. К. К аналитическому конструированию регуляторов в процессах с распределенными параметрами. «Автоматика и телемеханика», 1965, т. 26, № 9; Самойленко Ю. И. Пространственно распределенные системы автоматического управления и способы их реализации. «Автоматика и телемеханика», 1968, т. 27, № 2; Самойленко Ю. И., Волкович В. Л. Пространственно распределенные приемные и управляющие системы. К., 1968 [библиогр. с. 133—135]. *Ю. И. Самойленко.*

СИСТЕ́МА УРАВНЕ́НИЙ В ВАРИА́ЦИЯХ — система дифференциальных уравнений, показывающая, как меняется в первом приближении траектория системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{\partial x}{dt} = f(x, t) \qquad (1)$$

при малых изменениях начального значения $x(t_0) = x^\circ$. Здесь x — n-мерный вектор с компонентами x_i, $i = 1, \ldots, n$, а $f(x, t)$ — n-мерная вектор-ф-ция с компонентами $f_i(x, t)$, $i = 1, \ldots, n$. Если $x(t)$ — траектория системы (1), соответствующая начальному значению x°, то траектория $y(t)$, соответствующая начальному значению $y(t_0) = x^\circ + \varepsilon\xi$, в первом приближении может быть представлена в виде $y(t) \cong x(t) + \varepsilon\delta x(t)$, где вектор $\delta x(t)$ удовлетворяет С. у. в в.:

$$\frac{d\delta x_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i(x(t), t)}{\partial x_j}\delta x_j, \qquad i = 1, \ldots, n,$$
$$\delta x(t_0) = \xi.$$

Б. Н. Пшеничный.

СИСТЕ́МА УРАВНЕ́НИЙ СОПРЯЖЕ́ННАЯ — система уравнений вида

$$\dot{\psi}_i(t) = -\sum_{j=0}^{n} \frac{\partial f_j(x(t), u(t))}{\partial x_i}\psi_j(t),$$
$$i = 1, \ldots, n,$$
$$\dot{\psi}_0(t) = 0,$$

где ф-ция $x(t)$ описывает *фазовые координаты* объекта, ф-ция $u(t)$ — допустимое управление (точка над переменной означает дифференцирование по времени), а ψ_i — сопряженные переменные. С. у. с. необходимы для формулировки *Понтрягина принципа максимума.*

СИСТЕ́МА «ЧЕЛОВЕ́К — МАШИ́НА» — *эргатическая система*, в которой один или несколько человек взаимодействуют с техническим устройством. См. также *Взаимодействие человека с вычислительной машиной, Моделирование системы «человек — машина».*

СИСТЕ́МА ЭКСТРЕМА́ЛЬНОГО РЕГУЛИ́РОВАНИЯ — система, в которой с помощью непосредственного измерения некоторого показателя качества работы объекта и выработки соответствующего управляющего воздействия автоматически отыскивается и поддерживается режим работы, характеризующийся максимально (минимально) возможным значением показателя качества. Этот показатель качества называют иногда показателем экстремума или целевой функцией, в качестве которой часто принимают такие величины, как кпд, производительность, себестоимость, энергозатраты и т. д. Как правило, в процессе экстрем. регулирования отыскивается экстремум статической характеристики нелинейного нестационарного объекта, обладающего инерционностью и подверженного действию возмущений, изменяющих положение экстремума в пространстве управляющих воздействий. Этим задача экстрем. регулирования существенно отличается от задачи поиска экстремума ф-ции многих переменных, где вопросы учета инерционности объекта и *экстремума дрейфа* обычно не рассматриваются. Одна из наиболее простых структур одномерного объекта экстрем. регулирования (рис. 1) может служить удобной моделью для иллюстрации существа задачи экстрем. регулирования. На рис. НЗ — нелинейное звено, $\varphi_0 = f(x, \Psi)$ — целевая ф-ция, имеющая один или несколько экстремумов по x, $W_1(p)$, $W_2(p)$ — *передаточные функции* звеньев, отображающие, в частности, инерционные свойства соответственно исполнительных и измерительных элементов системы; u — управляющее воздействие; $\Psi = \Psi(t)$, $\lambda = \lambda(t)$ — произвольные неконтролируемые возмущения (в частности, $\lambda(t)$ учитывает наличие помех, накладывающихся на выходной сигнал объекта регулирования); y — измеряемая координата. Цель регулирования заключается в получении

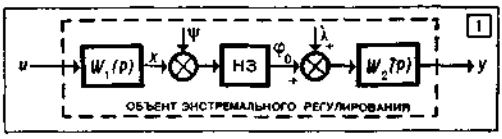
$$\left.\begin{aligned} &\max_u (\min)\ \varphi[u(t), \Psi(t), \lambda(t)] \\ &\text{или} \\ &\max_u (\min)\ \Phi_0 = \max_u (\min)\left[\frac{1}{T} \times \right. \\ &\left. \times \int_0^T \varphi[u(t), \Psi(t), \lambda(t)]\, dt\right]; \\ &\varphi(u, \Psi, \lambda) = \varphi_0(u, \Psi) + \lambda. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

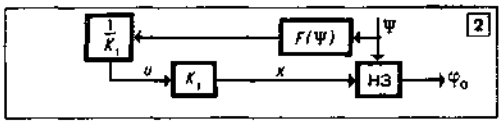
Т. к. вид ф-ции $\varphi_0(\cdot)$ заранее, как правило, точно не известен, то можно говорить лишь о приближенном решении задачи (1). Следовательно, осн. задачи, решаемые при создании С. э. р., состоят в разработке способов получения оценок градиента целевой ф-ции при наличии помех, возмущений и инерционности объекта, а также в организации устойчивого движения системы относительно точки экстремума.

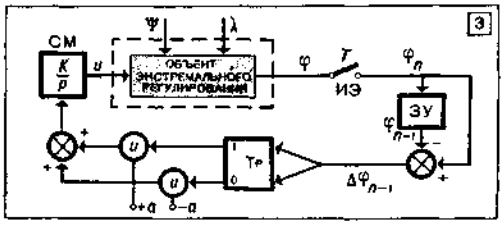
Первые работы по экстрем. регулированию принадлежат Т. Штейну и М. Леблану (1922). С. э. р. начали систематически изучаться и работах В. В. Казакевича (1945), Ч. Дрейпера и В. Ли (1951). Наиболее активное исследование С. э. р. началось в 1960-х годах, уже известно свыше 100 промышленных применений их.

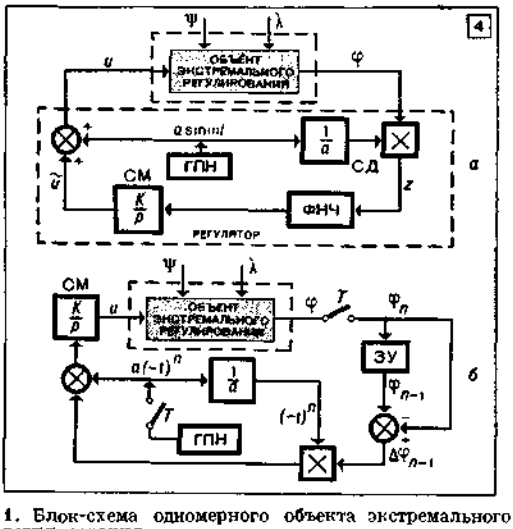
По основным признакам С. э. р. классифицируют так. 1) По принципу регулирования они строятся как *системы управления разомкнутые*, использующие принцип управления по возмущению, и с использованием управления по отклонению (с *обратной связью*) либо с одновременным использованием обоих этих принципов (*комбинированные системы автоматического управления*). На рис. 2 приведена структурная схема простейшей разомкнутой С. э. р. для случая, когда по условиям задачи возмущение $\Psi(t)$ измеряемо, а $W_1(p) = K_1 = \text{const}$. Здесь $F(\Psi)$ — нелинейное звено (функциональный преобразователь), реализующее зависимость $x_{\text{opt}} = F(\Psi)$, при которой достигается $\max\limits_x f(x, \Psi)$. 2) По способу определения направления движения к экстремуму (оценки градиента) замкнутые С. э. р. разделяют на беспоисковые (дифференциальные С. э. р., системы со вспомогательным оператором и т. д.) и поисковые системы, у которых для оценки градиента целевой ф-ции на осн. движение управляющих координат накладывается дополнительное движение. Промежуточное положение между этими двумя классами С. э. р. занимают т. н. дуальные С. э. р., в которых управляющие и поисковые воздействия заменяются единым процессом накопления информации об объекте и управления им (см. *Дуальное управление*). 3) По используемому поисковому сигналу замкнутые С. э. р. делят на системы с детерминированным и со случайным поисковыми сигналами. 4) По виду решаемой задачи С. э. р. разделяют на системы, обеспечивающие отыскание локального экстремума, и системы, обеспечивающие отыскание глобального экстремума (все рассматриваемые ниже С. э. р. относятся к группе систем, обеспечивающих отыскание локального экстремума). 5) По количеству управляющих воздействий С. э. р. разделяют на одномерные и многомерные. 6) По наличию дополнительных условий бывают системы с поиском экстремума в открытой области и системы с поиском экстремума в закрытой области, т. е. при наличии ограничений на управляющие воздействия. 7) По характеру работы во времени С. э. р. разделяют на непрерывные и дискретные (импульсные). Несмотря на многие преимущества, присущие С. э. р. разомкнутого типа (высокое быстродействие, отсутствие поисковых движений и т. д.) область применения их ограничена лишь теми случаями, когда все осн. возмущения, действующие на объект управления, могут быть измерены. Поэтому большее распространение получили замкнутые С. э. р.

Рассмотрим принцип действия одного из простейших классов С. э. р. автоколебательного типа (рис. 3), т. е. таких систем, у которых требуемый для определения оценки градиента целевой ф-ции поисковый сигнал образуется за счет возбуждения в системе режима автоколебаний. На рис. 3 (СМ —









1. Блок-схема одномерного объекта экстремального регулирования.
2. Блок-схема системы экстремального регулирования, использующей принцип регулирования по возмущению.
3. Блок-схема импульсной системы экстремального регулирования автоколебательного типа.
4. Блок-схема непрерывной (а) и импульсной (б) систем экстремального регулирования с синхронным детектором.

сервомотор с передаточной ф-цией $\frac{K}{p}$, ЗУ — запоминающее устройство (или элемент задержки), Тр — триггер со счетным входом, ИЭ — импульсный элемент, период повторения которого равен T. Приращение управляющего воздействия u на $(n+1)$-м такте работы системы (*регулирования закон*) имеет вид

$$\Delta u_n = u_{n+1} - u_n = \pm a \operatorname{sign}(\Delta\varphi_n + \varepsilon) \operatorname{sign} \Delta u_{n-1}, \qquad (2)$$

где ε — порог срабатывания триггера, $a = \mathrm{const}$ — величина постоянного «шага» системы. Выбор знака «+» или «—» определяется видом экстремума: минимумом или максимумом соответственно. Если объект экстрем. регулирования имеет экстремум типа максимума, то движению к экстремуму соответствует значение $\Delta\varphi_n > 0$. Как только возникает импульс $\Delta\varphi_n$ отрицательной полярности, превышающий величину ε, триггер Тр изменяет свое состояние и в соответствии с (2) изменяет знак приращения Δu_n. В такой системе при неподвижной точке экстремума возникает режим *автоколебаний*. Характерной особенностью режима автоколебаний в С. э. р. как дискретного, так и непрерывного действия является то, что в силу наличия в них нелинейного звена с четной характеристикой происходит удвоение частоты колебаний выходной координаты объекта. Поэтому для обеспечения возможности существования автоколебаний в замкнутой С. э. р. необходимо наличие звена, в котором происходит обратный процесс преобразования частоты. Таким звеном в системе (рис. 3) является описывающееся ур-нием (2) звено, выполняющее роль своеобразного делителя частоты.

Такой же принцип возбуждения автоколебаний в замкнутой С. э. р. лежит в основе построения и многих др. систем такого рода, в т. ч. и систем непрерывного действия. Осн. вопросами теории С. э. р. этого класса являются вопросы определения условий существования автоколебаний и исследование зависимости их параметров от параметров объекта. При случайном характере изменения сигналов Ψ, λ в таких системах может возникать квазиавтоколебательный режим, и одной из осн. задач также остается изучение условий существования этого режима. Для улучшения параметров режима автоколебаний в релейно-импульсных С. э. р. вводят r первых разностей показателя экстремума, т. е. используют закон регулирования вида

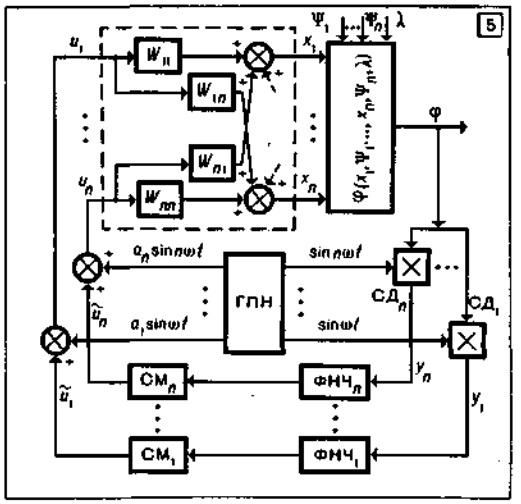
$$\Delta u_n = \pm a \operatorname{sign}\left(\sum_{i=0}^{r} a_i \Delta\varphi_{n-i} + \varepsilon\right) \operatorname{sign} \Delta u_{n-1}.$$

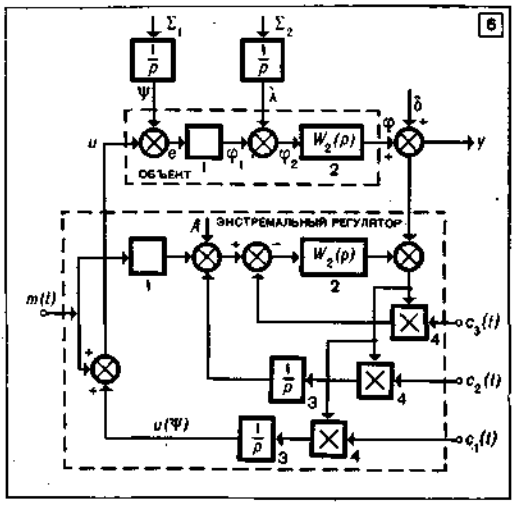
Введение нескольких разностей $\Delta\varphi_{n-i}$ в закон регулирования с помощью дискретного фильтра позволяет скомпенсировать инерционность объекта управления.

Одним из наиболее широко распространенных способов получения оценки градиента целевой ф-ции является использование внеш. генератора поискового периодического сигнала, подаваемого на вход объекта экстрем. регулирования (рис. 4, *а*), и последующего синхронного детектирования сигнала на выходе объекта — С. э. р. с синхронным детектором. На рис. ГПК — генератор поисковых колебаний, СМ — сервомотор с передаточной ф-цией $\frac{K}{p}$.

Принцип работы таких С. э. р. легче объяснить на простейшей модели объекта в виде

$$\varphi = -\alpha(u + \Psi)^2 + \lambda. \qquad (3)$$





5. Блок-схема многомерной непрерывной системы экстремального регулирования с синхронными детекторами.
6. Блок-схема статистически-оптимальной системы экстремального регулирования.

Если $u = \tilde{u} + a \sin \omega t$, а ур-ние синхронного детектора имеет вид $z = \varphi \cdot \sin \omega t$, то $z = -\alpha a(\tilde{u} + \varphi) + F(\tilde{u}, \Psi, \lambda)$, где $F(\cdot)$ —

квазипериодический сигнал, для подавления которого в системе (рис. 4, *а*) используется фильтр низких частот ФНЧ. Если пренебречь составляющей $F(\cdot)$, то подача сигнала $z(t)$ на выход сервомотора обеспечивает движение к точке экстремума со скоростью, пропорциональной градиенту ф-ции φ. Точное аналитическое исследование динамики системы с учетом нелинейных квазипериодических составляющих сигнала $z(t)$ затруднительно. На рис. 4, *б* представлена структурная схема дискретного аналога схемы, представленной на рис. 4, *а*, закон регулирования которой имеет вид $\Delta u_n = a(-1)^n + \Delta\varphi_n(-1)^n$. Здесь 1-й член описывает пробные периодические движения, подаваемые на вход объекта от внеш. генератора, а второй член представляет собой выходной сигнал разностного синхронного детектора. В описанной импульсной С. э. р. с синхронным детектором пробное и рабочее движение совершаются в одно и то же время. К этому классу относится и С. э. р. с двумя пробными шагами, в которой каждое рабочее движение выполняется после свершения двух пробных движений. Закон регулирования такой системы имеет вид

$$\Delta u_n = a(-1)^n + K[n](-1)^n\Delta\varphi_n,$$

где $K[n] = -0{,}5[1 + (-1)^n]$ — переменный коэфф., равный 1 при n-четных и 0 — при n-нечетных.

При создании, настройке и эксплуатации С. э. р. возникают задачи синтеза оптимальных в определенном смысле С. э. р. (либо выбора их оптимальных параметров), исследования устойчивости и влияния внеш. помех и возмущений. Поскольку С. э. р.— нелинейные динамические системы с нелинейностями, имеющими экстрем. характеристики, то для решения всех этих задач созданы спец. методы и приемы, отличающиеся от применяемых для исследования обычных линейных и нелинейных систем автомат. регулирования. Динамика замкнутых С. э. р. описывается нелинейными дифференциальными (для непрерывных систем) или разностными (для дискретных систем) ур-ниями. Рассматривая достаточно малые отклонения от положения экстремума, можно линеаризовать соответствующие ур-ния, пренебрегая нелинейными членами, и тогда ур-ния динамики С. э. р. вырождаются в обычные дифф. (разностные) ур-ния с постоянными коэфф. Это позволяет значительно упростить исследования устойчивости таких систем. Кроме того, рассмотрение динамики С. э. р. с синхронным детектором в рамках линейных разностных ур-ний позволит применить дискретный аналог метода Винера — Колмогорова для синтеза статистически-оптим. дискретного *фильтра*, обеспечивающего обращение в минимум квадратичного функционала потерь по заданным спектральным (корреляционным) характеристикам случайных помех. При исследовании импульсных С. э. р., находящихся под воздействием случайных возмущений и помех, как *автоколебательного типа, так и с синхронным* детектором, когда можно пренебречь влиянием инерционности объекта управления, анализ этих систем можно провести, используя простые *Маркова цепи*. При этом получаются простые соотношения, позволяющие оценить точность работы С. э. р. в условиях помех и выбрать оптим. параметры настройки экстремального регулятора. Кроме гармонических пробных сигналов, в качестве поисковых сигналов можно использовать и любые др. периодические ф-ции времени либо случайные сигналы, спектральная плотность которых отлична от нуля в полосе пропускания инерционного объекта управления.

Свойство ортогональности тригонометрических ф-ций позволяет использовать синхронные детекторы с кратными частотами поисковых движений для нахождения оценок градиента в многомерных С. э. р. Структурная схема соответствующей многомерной С. э. р. приведена на рис. 5, где объект управления представлен одной из своих простейших схем: линейной многомерной частью и нелинейным звеном, выходная величина которого φ является ф-цией переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$. На каждый i-вход объекта подается поисковый гармонический сигнал с частотой ω_i. Выходной сигнал объекта φ содержит совокупность n гармоник поисковых сигналов, а также их высшие и комбинационные гармоники. На синхронные детекторы $СД_1 \div СД_n$ подаются опорные сигналы соответствующих частот $\omega_1 \div \omega_n$ и выходной сигнал объекта φ. Благодаря упоминавшемуся уже выше свойству ортогональности тригоном. ф-ций квазипостоянная составляющая на выходе каждого $СД_i$ определяется (в 1-м приближении) только величиной и знаком i-й составляющей градиента целевой ф-ции φ. Выходные сигналы фильтров низких частот $ФНЧ_1 \div ФНЧ_n$ управляют сервомоторами $СМ_1 \div СМ_n$. В том случае, когда ф-ция $\varphi = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в достаточно малой окрестности точки экстремума может быть аппроксимирована квадратичной формой $\varphi \approx \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$, поведение всей замкнутой системы (см. рис. 5) в 1-м приближении может быть сведено к линейной системе дифф. ур-ний, анализ и синтез которых производится стандартными приемами.

Описанные выше С. э. р. имеют постоянную, заранее постулированную структуру. Для простейшего случая, когда одномерный объект экстрем. регулирования аппроксимируется параболой 2-го порядка с постоянной крутизной, $W_1(p) = 1$ и $W_2(p)$ соответствует звену 1-го порядка, а сигналы Ψ и λ являются винеровскими процессами, т. е. $\dot{\Psi} = \Sigma_1$, $\dot{\lambda} = \Sigma_2$, где Σ_1, Σ_2 — «белые шумы», δ — аддитивная помеха типа «белого шума» (рис. 6), на основе теории оптим. фильтрации Р. Калмана и Р. Бьюси Дж.-Д. Робертс решил задачу структурного синтеза С. э. р., обеспечивающую

минимум функционала

$$J = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\mu - \Psi)^2 \, dt.$$

Полученная в результате решения этой задачи структурная схема С. э. р. (рис. 6) состоит из модели объекта регулирования (звенья 1 и 2), интеграторов 3 и синхронных детекторов 4. В качестве поискового сигнала $m(t)$ используется гармонический сигнал, амплитуда в частота которого определяется спектральными плотностями возмущений и параметрами объекта. Сигналы $c_1(t)$ и $c_3(t)$ — гармонические сигналы той же частоты, что и $m(t)$, а сигнал $c_2(t)$ имеет удвоенную частоту; кроме того, сигналы $c_2(t)$ и $c_3(t)$ содержат постоянную составляющую. Константа A равна оценке функционала J и определяется из решения ур-ний оптим. фильтрации. Из структурной схемы (рис. 6) видно, что структурные схемы рассмотренных ранее С. э. р. (рис. 4 и 5), предложенные на чисто эвристической основе, являются частными случаями статистически оптимальной С. э. р. Так, в частности, если возмущением Ψ можно пренебречь по сравнению с возмущением λ, то С. э. р., приведенная на рис. 6, вырождается в обычную С. э. р. с синхронным детектором, которая описана выше.

Для того класса объектов экстрем. регулирования, для которого статистические характеристики случайных помех и возмущений заданы полностью и при целевой ф-ции в виде полного риска, т. е. матем. ожидания отклонения текущего значения показателя экстремума от его максимально возможного значения, А. А. Фельдбаум развил общий подход к нахождению оптим. управления, базирующийся на методах теории статистических решений и динамического программирования — теорию дуального управления. Эта теория является наилучшим инструментом в тех случаях, когда задана априорная плотность распределения внеш. воздействий и параметров объекта, а целевой ф-цией является средний риск. Достоинством такого подхода является то, что он носит объективный характер и не требует инженерной интуиции и эвристических рассуждений для нахождения закона управления С. э. р. Вместе с тем этот способ решения оказывается весьма сложным и применяется лишь для построения С. э. р. либо в простых случаях безынерционных объектов, либо при выполнении некоторых упрощающих допущений об объекте.

Если известно выражение, которым можно аппроксимировать экстремальную характеристику объекта, то имеется возможность построить т. н. экстраполяционную С. э. р., в которой после нескольких пробных шагов вычисляется положение точки экстремума, и тогда С. э. р. может достичь экстремума с помощью одного рабочего шага. Естественно, что при наличии случайных помех, искажающих выход объекта, а также при отличии модели экстремальной характеристики объекта от реальной процесс поиска экстремума состоит из нескольких итераций.

Много усилий было приложено для исследования возможности построения т. н. беспоисковых С. э. р., т. е. систем, у которых градиент целевой ф-ции определяется без приложения к объекту спец. поисковых движений. Одна из возможностей построения таких С. э. р. заключается в использовании подстраивающейся модели объекта экстрем. управления, иначе говоря, сначала решается задача идентификации нелинейного и в общем случае — нестационарного динамического звена, а затем аналитически либо в ускоренном масштабе времени с помощью поиска непосредственно на известной матем. модели объекта отыскивается и переносится на объект найденное требуемое значение управляющих воздействий. Решение задачи идентификации нелинейного объекта беспоисковым методом возможно при использовании ф-ций чувствительности, определяемых с помощью *модели чувствительности*. А это в свою очередь требует исчерпывающих сведений о структуре изучаемого объекта.

При решении вырожденной задачи экстрем. регулирования, т. е. задачи управлении безынерционным нелинейным объектом, положение точки экстремума характеристики которого хотя и не известно, но остается неизменным, и при учете лишь аддитивно действующих на объект управления случайных помех, с успехом могут быть использованы различные методы решения задач оптимизации, такие, напр., как *стохастической аппроксимации методы*, случайного поиска методы и т. д. В частности, установлено, что при возрастании количества управляющих воздействий методы случайного поиска экстремума для достаточно широкого класса объектов управления оказываются предпочтительнее в смысле быстроты отыскания точки экстремума по сравнению с различными модификациями *градиентных методов*.

Выше были описаны в основном С. э. р. замкнутого типа. Широко применяются и комбинированные С. э. р., содержащие и линейные, и нелинейные связи по возмущению, когда могут быть измерены осн. возмущения. Такие системы объединяют преимущества замкнутых и разомкнутых С. э. р., т. е. быстродействие и точность поддержания экстремума. Показано, что в комбинированных С. э. р. можно достичь *инвариантности систем автоматического управления*, или, по крайней мере, *астатизма n-го порядка*.

Лит.: Красовский А. А. Динамика непрерывных самонастраивающихся систем. М., 1963 [библиогр. с. 455—465]; Кунцевич В. М. Импульсные самонастраивающиеся и экстремальные системы автоматического управления. К., 1966 [библиогр. с. 266—279]; Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М., 1966 [библиогр. с. 594—618]; Растригин Л. А. Статистические методы поиска. М., 1968 [библиогр. с. 370—376]; Автоматическая оптимизация управляемых систем. Пер. с англ. М., 1960; Самонастраивающиеся системы. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 527—528].

В. М. Кунцевич, А. А. Туник

СИСТЕ́МНОЕ ПРОЕКТИ́РОВАНИЕ ЦВМ — один из этапов проектирования ЦВМ. См. *Автоматизация проектирования ЦВМ*.

СИСТЕ́МНЫЙ ПОДХО́Д — понятие, подчеркивающее значение комплексности, широты охвата и четкой организации в исследовании, проектировании и планировании. С. п. связывают с развитием направлений построения и изучения формальных и абстрактных систем и *систем общей теории*. В общей теории систем С. п. в первую очередь означает терминологическое единение различных прикладных наук и науч. направлений. Ставя своей целью классификацию формальных систем — по структуре множеств и качественным различиям множеств, их элементов и отношений, связывающих эти элементы и множества в систему — общая теория систем стремится выработать такой язык и понятия, которые легко переводились бы на язык конкретных применений и вместе с тем позволяли бы относить изучаемые или проектируемые системы к тому или иному классу формальных систем, тем самым уже на этой стадии обнаруживая изоморфизмы между системами. Выполнение программы общей теории систем, безусловно, означало бы значительный скачок вперед, так как создало бы необходимые предпосылки перенесения результатов и открытий в одних отраслях знаний на другие отрасли чисто формально (а, следовательно, и технически на основе применения вычисл. машин) на уровне знаковых систем и представлений. Трудности развития общей теории систем обнаруживаются уже с самого начала, поскольку на этой стадии теория практически имеет дело с еще неопределенными категориями философского уровня. По существу, такая программа общей теории систем давно уже реализуется в рамках математики и теорий в естественных науках, изучающих определенные классы формальных систем.

В плане исследования, проектирования и планирования реальных тех. и организационных систем (организаций) С. п. обращает внимание на недостаточность, а часто и вредность чисто локальных решений, полученных на основе охвата небольшого числа существенных факторов. При высокой степени специализации и координации и глубокой интегрированности производственных, информационных и социальных процессов были случаи, когда принимались неэффективные и социально опасные решения не преднамеренно, а из-за недостаточности информации для принятия правильных решений (перестройка структуры управления хозяйством, загрязнение атмосферы, гидросферы и т. д.). С. п. в этом аспекте подчеркивает необходимость прежде всего учитывать соц.-эконом., экологические и прочие факторы, особенно при создании или изменении организационных систем. С. п. опирается на известный диалектический закон взаимосвязи и взаимообусловленности явлений в мире и обществе, требуя рассматривать изучаемые явления и объекты не только как самостоятельную систему, но и как подсистему некоторой бо́льшей системы (по отношению к которой нельзя рассматривать данную систему как замкнутую). С.-п. требует прослеживания как можно большего числа связей — не только внутренних, но и внешних — с тем, чтобы не упустить действительно существенные связи и факторы и оценить их эффекты.

Очень важным для С. п. является понимание того, что система — это не просто объединение своих частей. Отсюда и отрицание элементаризма — подхода, неверно ориентирующего на простой синтез системы из ее элементов, на простое объединение, «сосуществование» элементов. Практически С. п. — это системный охват, системные представления, системная организация исследований. Системный охват требует рассмотрения проблемы с различных сторон, что часто выражается в участии в разработке специалистов различных специальностей и профилей. Системное представление достигается построением, как правило, единой модели изучаемых явлений и объектов — либо знаковой (в узком смысле), либо реализованной технически, либо как натурный эксперимент. Системная организация означает непрерывное планирование и управление разработкой с помощью самых современных методов координации работ, напр., программного управления и сетевого планирования.

Лит.: Блауберг И. В., Садовский В. Н., Юдин Э. Г. Системный подход: предпосылки, проблемы, трудности. М., 1969; Проблемы методологии системного исследования. М., 1970; Гуд Г. Х., Макол Р. Э. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. Пер. с англ. М., 1962; Общая теория систем. Пер. с англ. М., 1966; Исследования по общей теории систем. М., 1969.

Ю. Е. Антипов, В. В. Шкурба.

СИСТЕМОТЕ́ХНИКА — направление в *кибернетике*, изучающее вопросы планирования, проектирования, конструирования и поведения сложных информационных систем, основу которых составляют универсальные средства преобразования информации — электронные *вычислительные машины*. Термин «системотехника» возник в 60-х гг. 20 в. в связи с развитием *автоматизированных систем управления предприятием* и отраслями нар. х-ва. С. находит применение в автоматизации проектирования, автоматизации сложных научно-экспериментальных работ, автоматизации управления производством, отраслями пром-сти и эконом. процессами, автоматизации административных работ и т. д. (см. *Автоматизированная система обработки экспериментальных данных*, *Автоматизация проектирования ЦВМ*).

С. является прикладной научной отраслью, теор. фундамент которой составляет *систем общая теория* (СОТ). Она использует средства и методы СОТ, в частности, метод синтеза сложных целенаправленных искусственно организуемых человеком систем — метод системного проектирования. Системное проектирование, как и СОТ в целом, охватывает различные области науки и техники. Чтобы отразить специфику отдельных классов систем, вводят дополнительные характеристики, уточняющие область применения этого метода. В частности, термин «системотехника» употребляется в соот-

ветствии с тем направлением системного проектирования, которое связано с разработкой и исследованием автоматизированных систем обработки данных. Такие системы, как предмет изучения С., по их функциональному назначению подразделяют на несколько классов. Информационно-измерительные системы — предназначены для сбора, индикации и систематизации данных, а также информации потребителя о ходе изучаемого процесса по графику или при выходе значений параметров за установленные пределы. *Информационно-справочные системы* — системы для автоматизации поиска необходимых сведений в *массивах* систематизированных *данных* в соответствии с запросами, сформулированными на спец. языке. Информационно-моделирующие системы — системы для моделирования, прогнозирования и планирования развития изучаемого процесса на основе имеющихся данных. *Информационно-управляющие системы* предназначены для формирования оптим. программ использования оперативных ресурсов для достижения целей, поставленных в результате планирования.

Системы рассматриваемого класса состоят из следующих осн. частей: тех. комплекса, матем. аппарата и обслуживающего персонала. В состав тех. комплекса входят одна или несколько вычисл. машин, периферийное оборудование разного назначения: датчики измеряемых величин, средства передачи данных, аппаратура сигнализации, индикации, диспетчеризации, средства отображения результатов обработки и ситуаций. Матем. аппарат включает общее матем. обеспечение системы, *математическое обеспечение ЦВМ*, инструкции, схемы и прочую документацию. Персонал, обслуживающий систему, обеспечивает нормальный режим ее функционирования и дальнейшее развитие этой системы.

Хотя С., как и системное проектирование в целом, широко использует достижения других наук, в ней выработан и свой метод — *системный подход*. Этот подход отличается от традиционного подхода, предусматривающего расчленение изучаемого объекта на составные элементы и определение поведения сложного объекта как результата объединения свойств входящих в него частей. Системный подход основывается на принципе целостности проектируемого объекта, т. е. исследовании его свойств как единого целого, единой системы. Этот принцип исходит из того, что целое обладает такими качествами, которых нет у его частей. Наличием этих качеств целое, собственно, и отличается от своих частей. Чтобы в макс. степени было использовано качество целостности, системный подход требует непрерывной интеграции представлений о системе с разных точек зрения на каждом этапе ее создания, подчинения частных целей общей цели системы. Рассматриваемый подход проявляется в некоторых общих принципах проектирования систем, которыми руководствуются их создатели.

Главным, фундаментальным принципом С. является принцип максимума эффективности, точнее максимума ее *математического ожидания*. Критерием эффективности является соотношение или разность между показателями ценности результатов, получаемых в процессе функционирования системы, и показателем затрат на ее создание. При определении показателей ценности С. исходит из следующих двух теоретически доказанных положений: во-первых, функция ценности существует; во-вторых, функция ценности ограничена по величине. Эти положения делают правомерной постановку вопроса о количественном определении показателя эффективности в каждом отдельном случае проектирования системы.

Определяют этот показатель чаще всего с помощью методов *операций исследования*, количественно обосновывающих выбор способа организации системы принятия решений, направленных на достижение определенной цели. Исследование операций дает некоторые методы решения проблемы многокритериальности. Сложность задачи определения показателя эффективности вызывается, в частности, тем обстоятельством, что он вытекает из задач системы более высокого уровня и задается ею. Поэтому конструктор конкретной системы должен хорошо ориентироваться в проблеме более высокого ранга, чем рассматриваемая, правильно оценивать результаты выполняемой работы. На этапе формулирования критерия эффективности нужна тесная совместная работа с заказчиком системы.

Существует несколько методов для оценки эффективности: метод аналогий, *экспертных оценок метод*, метод прямых расчетов, метод *моделирования математического* и др. Наиболее точным из них является последний, поэтому его широко применяют в практике системотех. исследований.

С. имеет дело с большими системами, в которых, помимо материальных, тех. и энерг. факторов, значительное место занимает информационный фактор, удельный вес которого возрастает по мере роста масштабов системы. Поэтому при проектировании систем осн. внимание уделяется информационному аспекту, и он становится определяющим по отношению к другим. В связи с этим показатель эффективности системы часто относят к *информации*, используя термины «ценность информации» и «стоимость информации». Под информацией понимают неизвестные ранее получателю сведения, пополняющие его знания, уточняющие предположения и утверждающие в убеждениях. Информация, содержащаяся в данных, извлекается из них в ходе обработки и побуждает получателя к определенному поведению. Ценность информации зависит от точности, своевременности, полноты, соответствия рассматриваемому вопросу (релевантность), активности восприятия. Последнее качество относится к способу представления данных, который должен способствовать принятию правильных и своевременных решений. Эта сторона

С. составляет предмет *психологии инженерной* — науки об эффективности взаимодействия человека и машины. С помощью принципа эффективности можно сформулировать осн. метод проектирования систем. Он заключается в том, что единая система разделяется на отдельные части по функциональному признаку, устанавливаются возможные варианты реализации этих частей, связей между ними и на заданном множестве вариантов выбирается структура системы, отвечающая требованиям максимума матем. ожидания эффективности. В этом случае принципиальное значение имеет установление связей (отношений) между частями системы, поэтому С. можно определить как науку об управлении связями (отношениями).

Процесс деления систем на части *(подсистемы)* выполняется в соответствии с *декомпозиции методом* и относится к области С. В результате этого деления получается некоторая иерархическая структура, дерево системы, показывающее соподчиненность ее частей. Такое деление может быть произвольным и используется как способ преодоления трудностей, связанных со сбором и обработкой информации. Но оно должно производиться на основе принципа эффективности.

Принцип согласования (субоптимизации) частных (локальных) критериев эффективности между собой и с общим (глобальным) критерием гласит, что для оптим. функционирования системы в целом не обязательно требуется оптимизация работы каждой из ее подсистем. Для достижения общей цели должны быть согласованы между собой критерии эффективности каждой подсистемы (причем эти частные критерии могут не совпадать с частными оптимумами). В связи с этим улучшение работы одной из подсистем, не согласованное в общесистемном плане, может привести к снижению эффективности системы в целом. Принцип согласования частных критериев эффективности является одним из важнейших проявлений системного подхода в работе по созданию систем.

Из общего принципа эффективности вытекают принцип оптимума автоматизации и принцип централизации информации. Из принципа оптимума автоматизации вытекает, что не все задачи, особенно для частных случаев, должны решаться автоматически. Уровень автоматизации обосновывают, исходя из критерия эффективности. Принцип централизации информации заключается в том, что система управления и принятия решений эффективна тогда, когда информация собирается, хранится и обрабатывается централизовано, на основе единых массивов, единого «банка данных».

Системный подход проявляется не только при проектировании системы, но и при планировании последовательности работ, конструировании элементов, организации эксплуатации ее и т. д. Создание системы, сложного человеко-машинного комплекса — длительный, многоэтапный процесс, организация которого во многом определяет ценность полученных конечных результатов (см. *Система «человек — машина»*). В С. сформулирован наиболее целесообразный порядок выполнения осн. этапов работ. На 1-м этапе производится общее, всестороннее исследование проблемы, формулируются цели создания системы, определяются критерии эффективности ее, устанавливаются главные задачи. Итогом 1-го этапа должна быть некоторая общая концепция системы, представление об «идеально организованном процессе». 2-й этап — этап разработки алгоритм. моделей процессов, протекающих в системе. Здесь важное значение имеют методы построения моделей и языки моделирования. Главное внимание уделяется определению состава алгоритмов и языку описания моделей, поскольку от этого во многом зависит эффективность всей системы. Модель строится для системы в целом, а не для ее частей. Это принципиальное требование, которому С. следует неукоснительно. 3-й этап связан с построением схем информационного обеспечения системы в целом и лиц, принимающих решения. На этом этапе важную роль играет правильная организация документооборота. Схема движения документов, их содержание являются видимым, осязаемым воплощением алгоритм. модели, оптимальной для данной системы. С. ставит этот вопрос именно таким образом, что для создаваемой системы нужно строить свои оптим. алгоритм. модели, а не переносить их из старой системы. На 2 и 3-м этапах обычно осуществляются принципы централизации информации (создается единая информационная база, единый банк данных), согласования частных и общего критериев эффективности, принцип взаимосвязанности задач управления, принцип устойчивости осн. структуры, заключающийся в возможности дальнейшего развития и, в известных пределах, совершенствования системы. 4-й этап — этап выбора оптим. структуры системы. Здесь особенное значение приобретает принцип подчинения частных интересов подсистем задаче достижения общей цели создания системы. На 4-м этапе производится согласование схем информационного обеспечения с возможностями тех. средств.

На 5-м, завершающем этапе, осуществляется детальная разработка системы на базе принятой структуры: уточняется схема информационного обеспечения, проектируются массивы, выбирается способ организации вычисл. процессов (см. *Вычислительных работ методы организации*), создается матем. обеспечение, производится монтаж оборудования. Этот этап связан с переподготовкой кадров, перестройкой организационной структуры аппарата управления, внедрением и освоением системы в целом. На этом этапе последовательно проводятся в жизнь принцип блочности, означающий, что система в технической и программной частях должна состоять из блоков, отвечающих требованиям типизации и стандартизации. Большое внимание уделяется обеспечению надежности функционирования системы, проблемам построения надежной системы из ненадежных элементов. Особенно тщательно раз-

рабатывается вопрос о сохранности массивов данных, реализуется принцип «неуничтожаемости» массивов, состоящий в гарантии полной сохранности информации при нарушениях в работе системы.

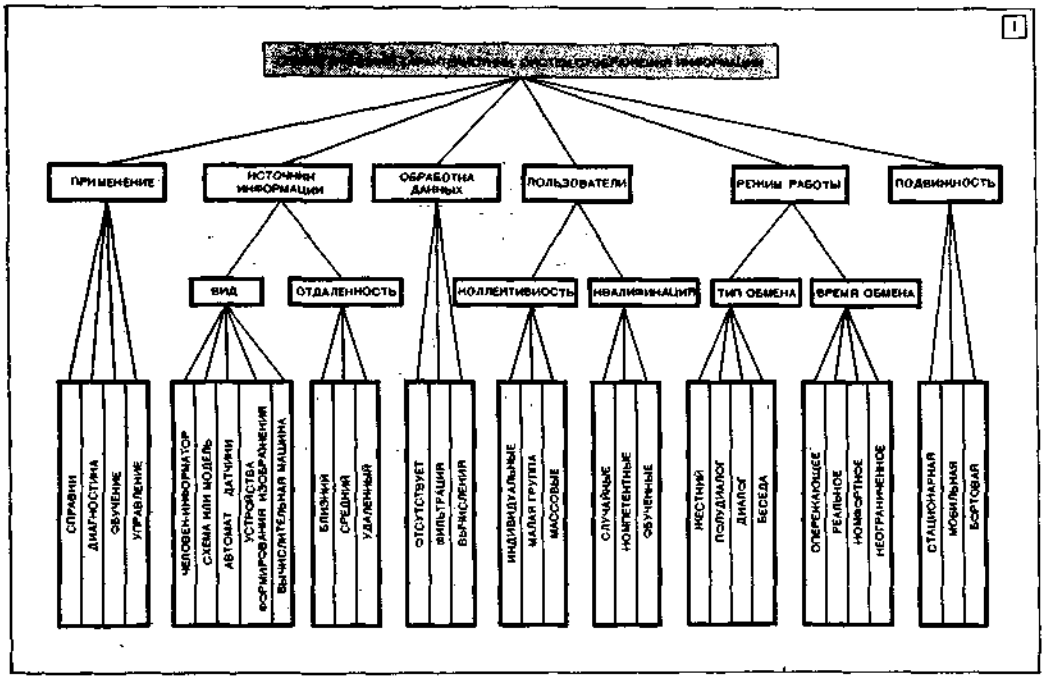
Лит.: Гуд Г. Х., Макол Р. Э. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. Пер. с англ. М., 1962; Грегори Р., Ван Горн Р. Система автоматической обработки данных. Пер. с англ. М., 1965; Исследования по общей теории систем. М., 1969; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970.

В. И. Скурихин.

СИСТЕМЫ ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ — совокупность технических средств, обеспечивающих представление данных для людей-операторов, а также подачу операторами команд при контроле и управлении. Чаще всего *данные* воспроизводятся в визуальной форме, и соответственно в состав С. о. и. входят *индикаторы информации* и *устройства отображения информации*.

Первые С. о. и. появились в начале 20 ст. в телефонии (ручные коммутаторы). Дальнейшее развитие С. о. и. связано с ростом сложности и автоматизацией производственных процессов, с увеличением зон обслуживания и централизацией, а это потребовало разработки мнемонических щитов контроля и управления. К концу 50-х годов по габаритам и насыщенности приборами эти щиты все чаще превосходили информационные возможности человека-оператора. Появление АВМ и особенно ЦВМ, широкое внедрение их в сферы управления исследованиями, производством, транспортом и связью, а также в военно-командные системы привело к слиянию задач построения устройств оперативного ввода — вывода информации в машины и задач проектирования щитов контроля и управления.

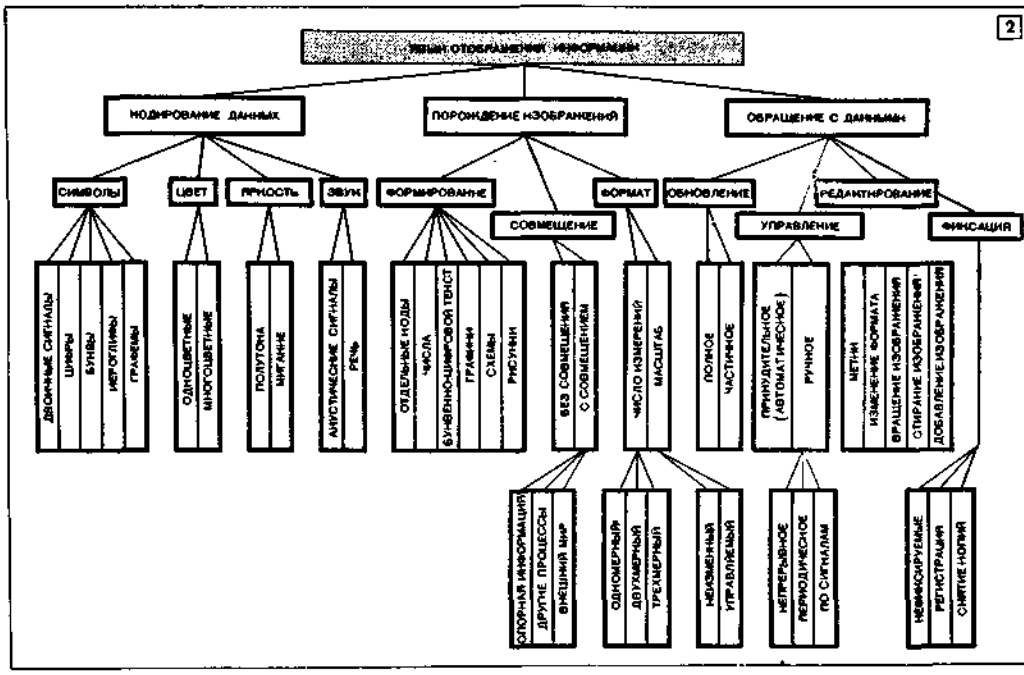
Классификация С. о. и. по общим характеристикам приведена на рис. 1. В частности по применениям С. о. и. разделяются на справочные (напр., расписание движения поездов), диагностические (индикаторы встроенного контроля), обучающие (тренажеры) и управляющие (пункт управления воздушным движением); по источнику информации — на получающие данные от людей (напр., разведки), от схем или моделей (контрольно-проверочная аппаратура), от автомат. датчиков (сложный эксперимент), от устройства формирования изображений (фототелеграфных, телевизионных) и от вычислительных машин; по степени обработки данных — на С. о. и. без обработки (напр., индикаторы температуры), с фильтрацией (радиолокационные системы), с развитыми вычислениями (чаще всего на базе ЭВМ); по числу пользователей — на индивидуальные (приборная доска пилота), групповые (оборудование для принятия административных решений) и массовые (демонстрационные табло); по квалификации пользователей — на С. о. и. для специалистов, компетентных и случайных людей; по типу обмена — на С. о. и. с односторонним (напр., запрос данных или передача указаний), двухсторонним (диалоговым) или многосторонним (обеспечивающим беседу группы пользователей между



1. Внешние характеристики систем отображения информации.

собой и с машиной) обменом; по допустимому времени обмена — на С. о. и. без ограничений (напр., фиксирующие отчетные показатели), с комфортным временем (терминал для научных вычислений) и с реальным временем (управление с обратной связью); по условиям работы — на стационарные (напр., щит управления химкомбинатом), мобильные (пункт управления боем) и бортовые (С. о. и. атомной подводной лодки).

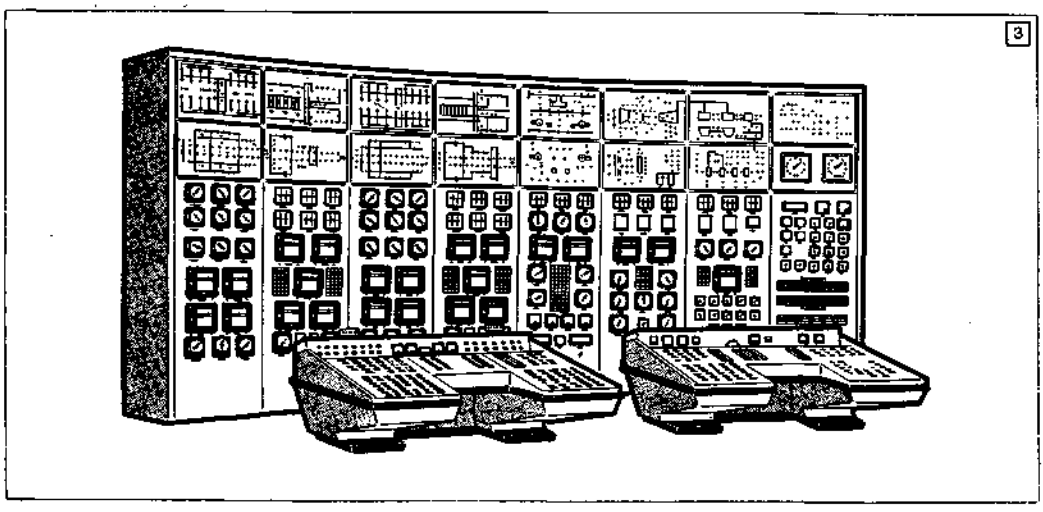
В информационные характеристики С. о. и. (рис. 2) включены свойства *языков управления технологическими процессами* — методы кодирования, порождения изображений и обращения с информацией. При кодировании данных в качестве символов могут использоваться только двоичные сигналы, по мере усложнения задач к ним добавляются цифры, буквы, иероглифы (постоянные обозначения часто встречающихся явлений и событий) и графемы (элементы графических изображений). Для кодирования данных применяются также цвет, яркость и звук. На базе этих изобразительных средств можно формировать отдельные коды, числа, буквенно-цифровой текст, графики, схемы и рисунки. Часто дополнительно требуется совмещение текущих данных с опорной информацией (напр., организация данных в виде таблиц, нанесение координатной сетки на графики, сопряжение текущих данных с картой или глобусом), объединение двух отображаемых процессов или совмещение отображения с реальной панорамой (наложение буквенно-цифровых текстов на переднее стекло кабины летчика). При этом изображение может иметь различный формат. Обращение с данными также варьируется в широких пределах и включает в себя их обновление, управление, редактирование и фиксацию. Напр., С. о. и., предназначенная для администрации крупной фирмы, имеет следующие информационные характеристики: набор символов — цифры, буквы (вывод из ЦВМ *массивов*, таблиц и др. записей), иероглифы (обозначения типов оборудования, статей плана и бюджета и должностей в организационной структуре), а также графемы (для построения круговых и сопоставительных диаграмм, схем и графиков). С. о. и. выполняется многоцветной, с речевым выводом дополнительных данных, предусматривается полное обновление информации, управление ею по вызову каждого из администраторов (участников совещания), в т. ч. глубокое редактирование — нанесение меток, стирание и добавление данных. Лица, готовящие информацию, могут дополнительно сдвигать изображения и менять их масштаб.



2. Информационные (языковые) характеристики систем отображения информации.

Наиболее широко используются С. о. и., оформленные в виде панелей и пультов — металлических конструкций, на которых жестко размещены элементы, чаще всего строками и столбцами (рис. 3). Эти традиционные панели и пульты имеют существенные недостатки: их элементы неполностью сочетаются с фоном; опорную информацию нельзя изменять; С. о. и. является развернутой, излишние на данном этапе данные загромождают оперативное поле

и пр. Во многом свободны от указанных недостатков мозаичные панели и пульты (рис. 4) — ячеистые конструкции, позволяющие просто и быстро собрать оперативное поле из стандартных модулей. Типов модулей существует от 5 до 20. Разрабатываются стандартные модули для пассивных и активных мнемосхем, для приборных панелей, для индивидуального и избирательного контроля, с постоянно индицируемой или появляющейся по мере надобности информацией. По сравнению с традиционными мозаичные панели и пульты упрощают проектирование и эксплуатацию, но удорожают систему.



3. Традиционный пульт управления.

В традиционные и мозаичные С. о. и. в виде блоков все чаще включаются типичные *устройства ввода — вывода данных ЦВМ* (напр., *алфавитно-цифровые печатающие устройства*, графические регистрирующие и микрофильмирующие устройства, а также устройства наглядного отображения на электронолучевых трубках ЭЛТ). Функции названных блоков непрерывно расширяются, и в результате этого С. о. и. все более становятся периферийной частью *вычислительных систем*. Из таких С. о. и. наиболее интересны многоцелевые — использующие ЭЛТ, индикаторные лампы, клавиатуры и *световой карандаш*. Индикаторные лампы отображают последовательность работы С. о. и., оповещают оператора о сбоях. Клавиатура служит для ввода символов (функциональная группа), вызова программ и общего редактирования данных (группа управления) и развития системы (свободная группа). Световой карандаш идентифицирует данные непосредственно на экране ЭЛТ, позволяет реализовать тонкое редактирование, а также непосредственный ввод графической информации в машину. В случае значительного удаления от вычисл. системы и дистанционной передачи данных такая С. о. и. пополняется буферным ЗУ или даже спец. *процессором* и наз. *терминалом*. Многоцелевая С. о. и. успешно применяется при исследовании, проектировании, конструировании и моделировании методами вычислительной графики. Она рассчитана на индивидуальных пользователей. При необходимости группового (коллективного) взаимодействия применяются проекционные устройства отображения.

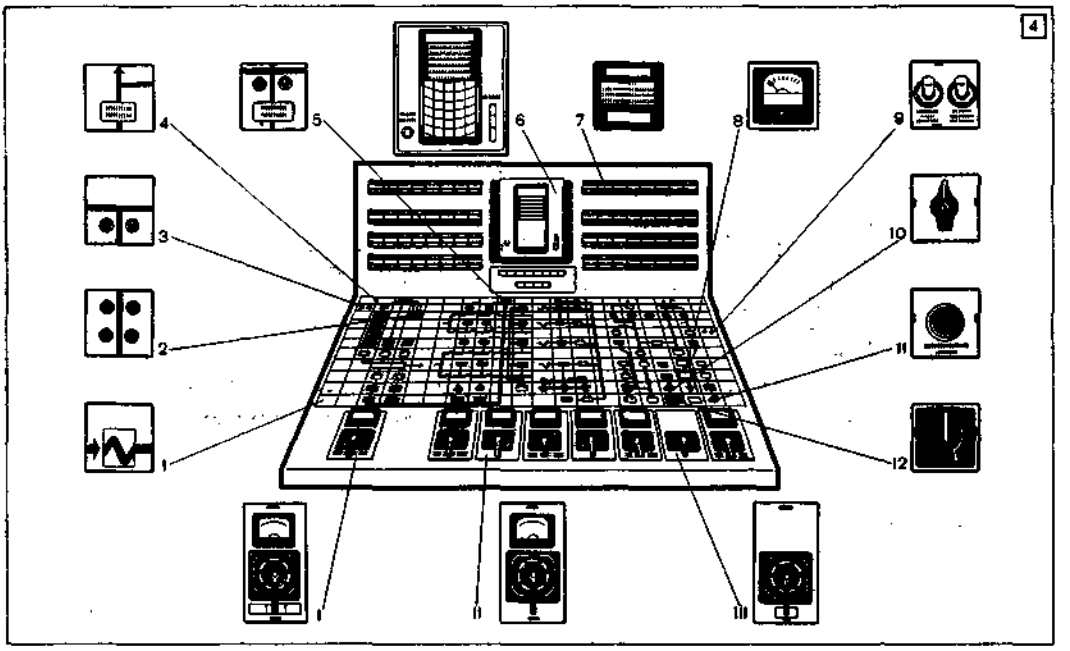
Чтобы обеспечить универсальность применения С. о. и. на основе *распознавания речевых сигналов* и *синтеза речевых сигналов*, необходимо дополнительно использовать речевой обмен. Ввод речи возможен пока лишь для ограниченного словаря (10—50 слов) и определенного круга операторов. Речевой вывод заранее запрограммированной и заложенной в память машины информации (в виде корней слов, суффиксов, приставок, а также правил их объединения) позволяет получить необходимое множество сообщений.

Развитие вычислительных систем, работающих в *режиме разделения времени*, привело к созданию ряда терминалов для обмена различных потребителей с системой. Они являются своеобразными С. о. и.: простейшие из них объединяют клавиатуру и печатающее устройство (терминал кассира в крупном банке), клавиатуру и речевой вывод (передача библиографической справки из центра в местную библиотеку по телеф. линиям). Более сложные терминалы содержат устройство ввода перфокарт и печатающее устройство (терминал плановика в АСУ производством); клавиатуру и ЭЛТ (терминал ученика в системе *программированного обучения*).

Традиционные, мозаичные, многоцелевые и оконечные С. о. и. развиваются, непрерывно влияя друг на друга. Осн. целью разработки современных С. о. и. является отображение данных в видах, удобных для восприятия и переработки их человеком. По мере достижения указанной цели расширяются применения

С. о. и.: в науке — человеко-машинное решение теоретических задач, проведение сложных экспериментов и обработка их результатов, моделирование процессов; в нар. хоз-ве — информирование, конструирование, проектирование и управление в производстве, архитектуре и строительстве, на транспорте и в связи, в плановых, административных, складских и банковских системах; в общественной жизни — программированное обучение и медицинская диагностика. По мере развития систем информационного обеспечения и управления (отраслевых, территориальных и национальных) сфера применимости С. о. и. будет значительно расширяться.

Эффективный выбор средств для отображения информации возможен только на базе *системного подхода*. При этом, кроме тех. средств, в состав С. о. и. необходимо включать алгоритмы и программы, служащие для подготовки информации, а также людей-операторов. Процесс проектирования С. о. и. состоит из выделения С. о. и. из большой системы контроля или управления и многоуровневого исследования С. о. и. Для каждого уровня определяются (уточняются) цели С. о. и. и критерии оценки достижения этих целей или подцелей; достигается полнота С. о. и., т. е., наряду с набором устройств, тщательно выявляется роль программ и особенно людей, а также все существенные связи (структурные, функциональные и эволюционные) между этими составляющими и связи С. о. и. с внешней средой; находятся адекватные матем. модели С. о. и. (здесь в основном используются *информации теория* и *массового обслуживания теория*). Проектирование ведется не только как линейный, но и как итеративный или циклический процесс. Однако проблема синтеза С. о. и. полностью еще не решена. Перспективен системолингвистический подход к синтезу, при котором отображаемые данные интерпретируются как специализированный язык обмена, а сама С. о. и. описывается и моделируется на блочном, операционном и детализированном уровнях метаязыка. Объединяя функции человека и технических средств, оптим. С. о. и. позволяют добиться существенного улучшения *взаимодействия человека с вычислительной машиной*, т. е. повышения производительности общественного труда.



4. Мозаичный пульт управления: 1 — заглушка; 2 — модуль с четырьмя сигнализаторами (лампами накаливания) и участком мнемосхемы; 3 — модуль с двумя сигнализаторами; 4 — модуль с клавишей и участком мнемосхемы; 5 — модуль с клавишей с двумя сигнализаторами; 6 — групповой регистратор; 7 — модуль с клавишей и двумя сигнализаторами (люминесцентными); 8 — модуль с измерительным прибором; 9 — модуль с двумя переключателями; 10, 11 и 12 — модули с одним переключателем; I, II и III — блоки исполнительной команды.

Лит.: Темников Ф. Е., Ивашкин Ю. А. О представлении массовой информации перед оператором в системах наблюдений и управления. В кн.: Вычислительная техника для управления производством. М., 1969; Венда В. Ф. Средства отображения информации. М., 1969 [библиогр. с. 296—302]; Галактионов А. И. Представление информации оператору. М., 1969 [библиогр. с. 129—130]; Чачко А. Г. Синтез систем отображения информации. «Информационные материалы Научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика». 1970, № 10; Чачко А. Г. Современное состояние и тенденции развития систем отображения информации. В кн.: Отображение информации в информационно-измерительных и управляющих системах. К., 1972; Пул Г. Основные методы и системы индикации. Пер. с англ. М., 1969

А. Г. Чачко

СИСТЕ́МЫ С ВРЕМЕННЫ́МИ ОГРАНИЧЕ́НИЯМИ — *массового обслуживания системы*, в которых *время ожидания* требования либо время пребывания его в системе ограничено *случайной величиной* или постоянным числом. Подобные системы встречаются в торговле и снабжении (время ожидания скоропортящихся продуктов, т. е. время от момента производства до момента поступления их к потребителю ограничено), в производственных процессах (при конвейерном производстве обслуживание изделия может осуществляться лишь в интервале времени, когда оно находится на рабочем месте данного оператора), на транспорте, в особенности авиационном (самолет, идущий на посадку, должен быть обслужен до момента израсходования топлива), в медицине (допустимое время обслуживания пациента с острым заболеванием или травмой ограничено) и во многих других областях. Различают системы с ограниченным временем ожидания, системы с ограниченным временем пребывания требований и системы с комбинированными ограничениями на время ожидания и время пребывания требований.

В системах с ограниченным временем ожидания возможны т. н. полные потери: часть требований покидает систему, не будучи принятыми к обслуживанию. Напр., скоропортящиеся продукты, не реализованные в течение заданного времени, бракуются. В системах с ограниченным временем пребывания часть требований покидает систему до окончания обслуживания; эти требования наз. частично потерянными. Напр., при обработке радиолокационной информации в случае задержки начала обработки данного объекта (самолета, спутника) за время пребывания его в зоне действия радиолокатора параметры объекта могут быть определены, но с точностью, ниже заданной. Классические системы массового обслуживания с ожиданием и с потерями — частные случаи С. с в. о.: для первых максимально допустимое время ожидания и время пребывания требований равно бесконечности, для последних — допустимое время ожидания равно 0, а допустимое время пребывания равно ∞.

Важнейшими характеристиками С. с в. о. со стационарными *потоками случайными* на входе являются: *вероятность* полного обслуживания требования, вероятность частичной потери требования, вероятность полной потери требования, распределение времени ожидания требования, обслуженного полностью или частично. Наиболее изучены однолинейные С. с в. о. с *Пуассона потоком* на входе. Поведение таких систем описывается однородным *марковским процессом* $\xi(t)$, который определяется следующим образом. Если в момент t прибор свободен, $\xi(t) = 0$; в противном случае $\xi(t)$ равно времени от момента t до того момента, когда требования, поступившие раньше t, покинут систему (для систем с ожиданием процесс $\xi(t)$ представляет собой т. н. виртуальное время ожидания; если предположить, что в момент t в систему поступит требование, то его время ожидания составит $\xi(t)$). Предположив, что процесс $\xi(t)$ обладает эргодическим распределением (см. *Эргодическая теория*), функция распределения, соответствующая этому распределению, т. е. $F(x) = \lim\limits_{t\to\infty} P\{\xi(t) < x\}$, имеет следующий вид. При $x > 0$ $F(x) = q + \int\limits_0^x p(t)\,dt$, где q — вероятность незанятого состояния обслуживающего прибора, $p(x)$ — ф-ция, удовлетворяющая ур-нию

$$p(x) - \lambda \int\limits_0^x [1 - B(y)]\,[1 - G(x-y, y)] \times$$
$$\times [1 - H(x-y)]\,p(y)\,dy =$$
$$= \lambda q\,[1 - G(x, 0)]\,[1 - H(x)]$$

с условием

$$q + \int\limits_0^\infty p(x)\,dx = 1.$$

В данном ур-нии λ обозначает интенсивность входящего потока требования, $H(x)$ — ф-цию распределения времени обслуживания, $B(x)$ — ф-цию распределения максимально допустимого времени ожидания требования, $G(x, y)$ — условную ф-цию распределения допустимого времени пребывания требования в системе во время его обслуживания при условии, что время ожидания начала обслуживания равно y.

Важнейшие характеристики системы выражаются через решение приведенного *интегрального уравнения* следующим образом. Вероятность полной потери требования $\alpha_1 = \int\limits_0^\infty B(x)\,dF(x)$; вероятность частичной потери требования $\alpha_2 = \int\limits_0^\infty [1 - B(y)] \int\limits_0^\infty G(z, y) \times dH(z)\,dF(y)$; функция распределения времени ожидания требования, обслуженного полностью

$$K(x) = \frac{1}{1 - \alpha_1 - \alpha_2} \int\limits_0^x \left\{ \int\limits_0^\infty [1 - G(z, y)]\,dH(z) \right\} dF(y).$$

Многолинейные С. с в. о. с рекуррентным входящим потоком изучают методом случайного блуждания в простр., размерность которого на единицу больше числа приборов. Существуют явные аналитические выражения характеристик систем с ограниченным временем ожидания и ограниченным временем пребывания требований при пуассоновском входящем потоке и экспоненциально распределенном времени обслуживания. Более общие задачи решают *численными методами* (гл. о. *Монте-Карла методом*).

Важным свойством С. с в. о. является их устойчивость. Если $\xi(t)$ — однородный марковский процесс, описывающий поведение системы, то устойчивость означает, что любому $\varepsilon > 0$ можно поставить в соответствие ограниченное мн-во A_ε так, что $P\{\xi(t) \in A_\varepsilon\} > 1 - \varepsilon$ при всех $t > 0$. Пусть γ_y обозначает время занятия прибора требованием, поступившим в момент, когда значение $\xi(t)$ равно y. Если предположить, что входящий поток является рекуррентным, а система однолинейная, то условие, достаточное для устойчивости системы, состоит в выполнении следующих двух соотношений:

1) при $y \geqslant y_0$

$$P\{\gamma_y < x\} \geqslant M(x),$$

где $M(x)$ — ф-ция распределения неотрицательной случайной величины, удовлетворяющая условию: $\int\limits_0^\infty x dM(x)$ меньше ср. времени между поступлением требований;

2) при $y < y_0$

$$P\{\gamma_y < x\} \geqslant N(x),$$

где $N(x)$ — ф-ция распределения некоторой неотрицательной случайной величины с конечным *математическим ожиданием*.

Частный случай С. с в. о. исследуют методом однородных марковских процессов с состояниями 0, 1, 2, ... Именно, предположим, что имеется n приборов, обслуживающих требования по экспоненциальному закону с параметром μ; вероятность появления требования в интервале $(t, t + dt)$ при условии, что в момент t в системе присутствует k требований, равно $\lambda_k dt$; допустимое время ожидания начала обслуживания—экспоненциально распределенная случайная величина с параметром σ, не зависящая от времени ожидания. Тогда, если $n(t)$ — число требований в системе в момент t, то $n(t)$ — однородный марковский процесс с неотрицательными целочисленными значениями и возможными скачками единичной величины (т. н. процесс размножения и гибели), причем

$$P\{n(t + dt) = k + 1 \mid n(t) = k\} = \lambda_k dt;$$

$$P\{n(t + dt) = k - 1 \mid n(t) = k\} = (m\mu + m\sigma + s\nu)\, dt,$$

где $m = \min\{k, n\}$, $s = k - m$.

Лит.: Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1966 [библиогр. с. 421—428]; Броди С. М., Марченко И. И., Мельник Ю. И. Некоторые характеристики систем массового обслуживания с ограничениями. «Сложные системы и моделирование», 1969, в. 2; Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. М., 1970 [библиогр. с. 322]; Коваленко И. Н., Юркевич О. М. Новые результаты в теории систем массового обслуживания с ограничениями. «Теория вероятностей и математическая статистика», 1970, в. 2; Daley D. J. General customer impatience in the queue $GI \mid G \mid 1$. «Journal of applied probability», 1965, v. 2, № 1.

И. Н. Коваленко.

СИСТЕ́МЫ С ОГРАНИ́ЧЕННЫМ ВРЕ́МЕНЕМ ОЖИДА́НИЯ — разновидность *массового обслуживания систем*, в которых часть требований покидает систему до начала обслуживания. См. *Системы с временными ограничениями.*

СИСТЕ́МЫ С ОГРАНИ́ЧЕННЫМ ВРЕ́МЕНЕМ ПРЕБЫВА́НИЯ — разновидность *массового обслуживания систем*, в которых часть требований покидает систему до окончания обслуживания. См. *Системы с временными ограничениями.*

СИСТЕ́МЫ УПРАВЛЕ́НИЯ НА ПЕРЕМЕ́ННОМ ТО́КЕ — автоматические системы, в состав которых входят элементы, преобразующие электрические сигналы постоянного тока в амплитудно-модулированные сигналы переменного тока и наоборот. Сигнал переменного тока, амплитуда которого пропорциональна сигналу постоянного тока, наз. сигналом несущей частоты.

В блок-схему типовой С. у. на п. т. (рис. 1, *а*) входят: генератор несущей ГН, *модулятор* М, преобразующий сигнал ошибки e постоянного тока в амплитудно-модулированный сигнал несущей частоты, усилитель переменного тока с *корректирующим устройством* КУ, фазочувствительный *демодулятор* ДМ, преобразующий сигнал переменного тока в постоянный, *фильтр* Ф, необходимый для подавления пульсаций демодулированного сигнала, и устройства на постоянном токе — исполнительный элемент ИЭ и *обратная связь* ОС. Зачастую в качестве ГН используют сеть переменного тока (50 или 400 *гц*); М и ДМ выполняются в виде либо электронной схемы, либо электромех. устр-ва. В последнем случае в качестве М используется вибропреобразователь или сельсин-трансформатор, а функции ДМ, Ф и ИЭ совмещает двигатель переменного тока, который чаще всего и используется на практике. Напряжение несущей частоты может быть либо гармоническое (рис. 1, *б*), либо прямоугольное (рис. 1, *в*). Поскольку М осуществляет амплитудную модуляцию, то сигнал на его выходе в простейшем случае может быть представлен в виде $v(t) = e(t) \cos \omega_н t$ (рис. 1, *г*), где $\omega_н$ — несущая частота, $T_н = \frac{2\pi}{\omega_н}$ — период сигнала несущей частоты. Отсюда следует, что информация о сигнале ошибки в амплитудно-модулированном напряжении несущей частоты содержится в огибающей этого напряжения. При прохождении амплитудно-модулированного сигнала через линейное звено КУ с *передаточной функцией* $W_1(p)$ на его выходе возникает сигнал u, состоящий из синфазной s и квадратурной q составляющих. Составляющая s изменяется во времени синфазно напряжению несущей частоты, а фаза составляющей q отличается от фазы составляющей s на 90°, поэтому их огибающие a_s и a_q можно выделить с помощью демодуляции опорными сигналами $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ соответственно (рис. 2, *а*). Если про-

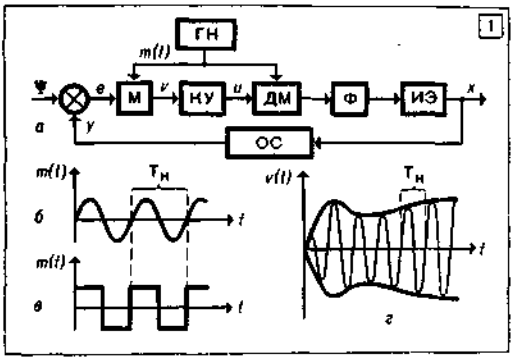
цессы в системе таковы, что наивысшая частота Ω сигнала $e(t)$ (частота огибающей) много меньше несущей частоты, т. е. $\Omega \ll \omega_н$, то связь между сигналом $e(t)$ и амплитудами синфазной a_s и квадратурной a_q составляющих можно охарактеризовать передаточными функциями по огибающим синфазной $W_s(p)$ и квадратурной $W_q(p)$ составляющих:

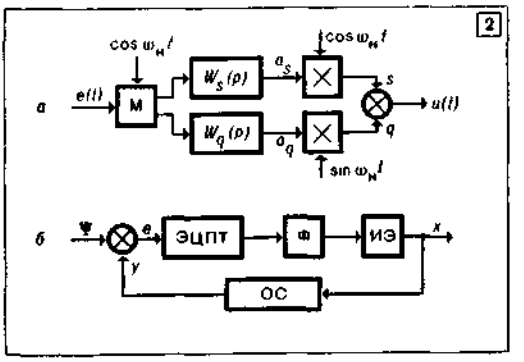
$$W_s(p) = \frac{1}{2}[W_1(p + j\omega_н) + W_1(p - j\omega_н)];$$

$$W_q(p) = \frac{1}{2j}[W_1(p + j\omega_н) - W_1(p - j\omega_н)].$$

Как правило, ДМ выделяет синфазную составляющую, подавляя при этом квадратурную, поэтому, используя передаточную ф-цию по огибающей $W_s(p)$, весь тракт М — КУ — ДМ можно при расчетах заменить эквивалентной цепью постоянного тока ЭЦПТ (рис. 2, *б*) с передаточной ф-цией $W_s(p)$. В инженерных расчетах такое описание считают справедливым при соблюдении условия $\Omega/\omega_н < 0{,}15$, что имеет место, когда устройства, работающие на постоянном токе (вне тракта М — КУ — ДМ), представляют собой низкочастотный фильтр, подавляющий пульсации демодулированного напряжения. Вместе с тем, если в качестве ДМ, Ф, ИЭ используется двигатель переменного тока, то наличие квадратурной составляющей вызывает дополнительный нагрев обмоток машины, а в других случаях — насыщение усилителей, включенных на выходе КУ, поэтому квадратурную составляющую нужно учитывать при расчетах. Для уменьшения квадратурной составляющей, напр., применяют фазосдвигающие устр-ва цепи переменного тока КУ или осуществляют фазовый сдвиг между опорными напряжениями модулятора и демодулятора, компенсирующий фазовый сдвиг, вносимый устр-вами в цепи переменного тока между модулятором и демодулятором. Если в качестве $m(t)$ используется периодический сигнал прямоугольной формы, указанные соотношения справедливы и в этом случае, однако под a_s и a_q понимают амплитуды первых гармоник сигналов на выходе КУ. В случае, когда условие $\Omega/\omega_н < 0{,}15$ не соблюдается и частота огибающей соизмерима с несущей частотой, описание тракта М — КУ — ДМ с помощью ЭЦПТ неправомерно. Тогда С. у. на п. т. следует рассматривать как систему с периодически меняющимися параметрами и использовать для ее анализа аппарат теории систем с периодическими коэффициентами.

Наиболее распространенным методом исследования таких систем является метод Хилла, связанный с построением бесконечного определителя Хилла, центр. член которого равен $1 + W_s(p)\,W(p)$, где $W(p)$ — передаточная функция последовательного соединения всех устройств постоянного тока, а остальные члены являются функциями от $W_1[p \pm kj\omega_н]$, $W[p \pm jk\omega_н]$, $k = 0, 1, 2 \ldots, \infty$, и определяют прохождение высших гармоник сигнала несущей частоты через С. у. на п. т. Если соблюдается условие низкочастотности огибающей, то центр. член много больше всех остальных элементов определителя Хилла и справедлив метод замены тракта М — ДМ цепью постоянного тока. Как правило, в виде С. у. на п. т. выполняется большинство приборных *следящих систем* и маломощных следящих приводов.





1. Система управления на переменном токе: *а* — блок-схема; *б*, *в* — формы сигналов несущей частоты; *г* — форма сигналов, модулированных по амплитуде. 2. Эквивалентные блок-схемы: *а* — устройства с амплитудной модуляцией; *б* — системы управления на переменном токе.

Лит.: Куракин К. И. Следящие системы малой мощности. М., 1965 [библиогр. с. 396—400]; Теория автоматического регулирования, кн. 2. М., 1967 [библиогр. с. 653—676]. *А. А. Тунис.*

СКЛЕИВАНИЯ ЗАКОН — правило, согласно которому в *алгебре логики* формула вида $(\mathfrak{A} \,\&\, \mathfrak{B}) \vee (\mathfrak{A} \,\&\, \overline{\mathfrak{B}})$ эквивалентна формуле $\mathfrak{A}$. В этом случае говорят, что ф-лы $\mathfrak{A} \,\&\, \mathfrak{B}$ и $\mathfrak{A} \,\&\, \overline{\mathfrak{B}}$, склеиваясь, дают ф-лу $\mathfrak{A}$.

СКОЛЬЗЯЩИЙ РЕЖИМ — вид движения динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением с разрывной правой частью. С. р. характеризуется тем, что движение происходит по поверхности разрыва правой части в пространстве состояний системы (или по пересечению поверхностей). Для

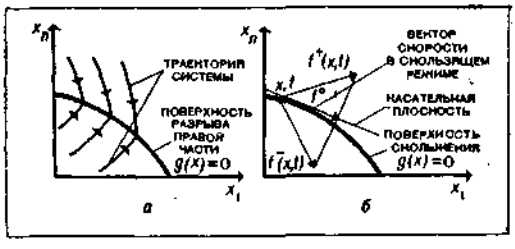
существования С. р. в системе

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \ \mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n),$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t))$ — вектор-функция, претерпевающая разрывы на гиперповерхности $g(\mathbf{x}) = 0$,

$$\mathbf{f}(x, t) = \begin{cases} \mathbf{f}^+(\mathbf{x}, t) \text{ при } g(\mathbf{x}) > 0; \\ \mathbf{f}^-(\mathbf{x}, t) \text{ при } g(\mathbf{x}) < 0, \end{cases}$$

$\mathbf{f}^+(\mathbf{x}, t)$ ($\mathbf{f}^-(\mathbf{x}, t)$ — вектор-функция, непрерывная по переменной состояния $\mathbf{x}$ и параметру



Система со скользящим режимом: *а* — фазовые траектории; *б* — геометрическая интерпретация доопределения.

t в области $g(\mathbf{x}) \geqslant 0$ ($g(\mathbf{x}) \leqslant 0$), достаточно выполнить условия $\lim\limits_{g \to +0} \frac{dg}{dt} < 0$ и $\lim\limits_{g \to -0} \frac{dg}{dt} > 0$, гарантирующие встречность траекторий системы в окрестностях пространства состояний, примыкающих к гиперповерхности разрыва правой части $g(\mathbf{x}) = 0$ (рис., *а*).

Уравнения движения системы по поверхности разрыва необходимо доопределять, т. к. в этом случае не выполняются условия классических теорем существования решения дифф. уравнения. Доопределение решения дифф. уравнения должно совпадать с решением, получаемым при введении в механизм, реализующий разрывы правой части, различного рода малых неидеальностей, снимающих неопределенность продолжения решения вдоль поверхности разрыва и при последующем предельном переходе к идеальному случаю. Такой подход часто приводит к следующему доопределению ур-ния скольжения:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}^0(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \{\mathbf{x} : g(\mathbf{x}) = 0\},$$

где вектор скорости $\mathbf{f}^0(\mathbf{x}, t)$ ищут в виде

$$\mathbf{f}^0(\mathbf{x}, t) = \mu \mathbf{f}^+(\mathbf{x}, t) + (1 - \mu)\mathbf{f}^-(\mathbf{x}, t),$$
$$0 \leqslant \mu \leqslant 1.$$

Этот вектор принадлежит касательной плоскости к поверхности $g(\mathbf{x}) = 0$ (рис., *б*).

С. р. широко используют при синтезе релейных систем управления и *систем управления с переменной структурой*.

Д. Б. Изосимов, С. К. Коровин, А. С. Рыков.

СКОРОСТЬ СОЗДАНИЯ СООБЩЕНИЯ — величина, характеризующая *информации количество*, создаваемое источником сообщения. Если *источник сообщений* с дискретным временем вырабатывает в моменты времени $s_0, s_1, \ldots$, сообщение $\xi = (\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots)$, причем пространство X значений *случайных величин* ξ_i является дискретным, то С. с. с. этим источником является величина

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{t \to \infty} \frac{1}{t} H(\xi_0^t), \qquad (1)$$

где $H(\xi_0^t)$ — *энтропия* ξ_0^t отрезка $[0, t)$ сообщений, если этот предел существует. В частности, если последовательность моментов $s_0, s_1, s_2, \ldots$ возникновения сообщений совпадает с последовательностью целых неотрицательных чисел $0, 1, 2 \ldots$ (т. е. сообщения возникают раз в единицу времени, что для простоты будем предполагать и в дальнейшем), то С. с. с.

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} H_n(\xi), \qquad (2)$$

где $H_n(\xi) = H(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ — энтропия n-мерной случайной величины $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$. Для источников с непрерывным временем и для источников с непрерывным пространством значений сообщений С. с. с. равна $+\infty$, т. к. энтропия непрерывной случайной величины ξ_0^t всегда равна $+\infty$.

Для источников с независимыми компонентами величины ξ_i взаимно независимы и

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} H(\xi_i);$$

если же, кроме того, ξ_i одинаково распределены, то $\overline{H}(\xi) = H(\xi_1)$. Напр., если источник раз в единицу времени вырабатывает независимо одно из двух сообщений, «0» или «1», с вероятностями 1/2, то С. с. с.

$$\overline{H}(\xi) = H(\xi_1) = \log_2 2 = 1 \ (\textit{бит}).$$

Доказательство существования предела в равенствах (1) или (2) и его явное вычисление — сложная матем. задача, решить которую пока удалось лишь для некоторых частных (хотя и важных) случаев. Доказано, напр., что предел в равенстве (2) существует для стационарных источников. Явные выражения через конечномерные распределения найдены лишь для источников с независимыми одинаково распределенными компонентами марковских стационарных источников и для источников, вырабатывающих сообщения, являющиеся некоторыми ф-циями от *Маркова цепи*. Для произвольного стационарного источника С. с. с.

$$\overline{H}(\xi) = \lim_{n \to \infty} MH(\xi_n / \xi_{n-1}, \ldots, \xi_1), \qquad (3)$$

где $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1)$ — средняя условная энтропия. Для стационарной цепи Маркова порядка k ф-ла (3) приводит к равенству

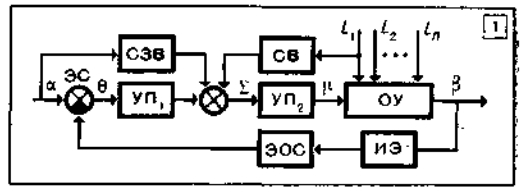
$$\overline{H}(\xi) = MH(\xi_k/\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{k-1}),$$

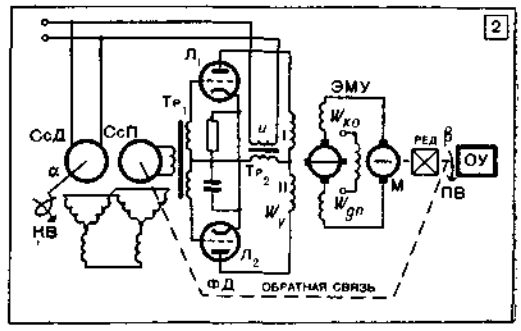
правая часть которого может быть явно выражена через переходные вероятности цепи Маркова.

В общем случае дискретного источника, когда С. с. с. $\overline{H}(\xi)$ точно вычислить не удается, пользуются приближенными ф-лами для $\overline{H}(\xi)$. В частности, при больших значениях n величина $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1)$ служит хорошим приближением для $\overline{H}(\xi)$ стационарного источника; при этом можно показать, что $MH(\xi_n/\xi_{n-1}, \ldots, \xi_1) \to \overline{H}(\xi)$ при $n \to \infty$ с экспоненциальной скоростью.

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.

СЛЕДЯЩАЯ СИСТЕМА — система автоматического регулирования, воспроизводящая на выходе с определенной точностью входное задающее воздействие, изменяющееся по заранее неизвестному закону. На элемент сравнения ЭС (вход) С. с. (рис. 1) от внешнего источника поступает задающее воздействие $\alpha(t)$, а через измерительный элемент ИЭ с обратным знаком подается регулируемая величина $\beta(t)$. В ЭС определяется отклонение (сигнал ошибки) регулируемой величины от задающего воздействия $\theta(t) = \alpha(t) - \beta(t)$, из которого затем в результате усиления и функционального преобразования в усилителях-преобразователях $УП_1$ и $УП_2$ формируется регулирующее воздействие $\mu(t)$. В простейшем случае $\mu(t)$ может быть величиной, пропорциональной отклонению. В общем случае в *регулирования закон* входят как производные, так и интегралы этого отклонения (см. *Корректирующие устройства*). Регулирующее воздействие, поступая на вход объекта управления ОУ, изменяет регулируемую величину так, что ее отклонение от задающего воздействия все время поддерживается равным или близким к нулю. ИЭ, с помощью которого измеряется и подается регулируемая величина на ЭС системы, образует главную *обратную связь* системы, реализующую принцип регулирования по отклонению. Иногда в цепь главной обратной связи включаются и другие элементы — элементы обратной связи ЭОС, осуществляющие необходимое преобразование измеренной регулируемой величины. В комбинированных С. с. (см. *Комбинированная система автоматического управления*) применяют компаундирующие связи по задающему воздействию СЗВ и связи по основным (L_1) возмущениям СВ. Основная составляющая ошибки воспроизведения С. с. обусловлена обычно изменением задающего воздействия. Для уменьшения ошибки С. с. применяют различные корректирующие устройства. Параметры корректирующих устройств С. с. рассчитывают в соответствии с каким-нибудь критерием качества (исходя из условий повышения порядка астатизма, минимума квадратического интегрального критерия качества и др. *критериев качества систем автоматического управления*). Если вместе с задающим воздействием на вход системы поступают случайные помехи, то точность С. с. оценивается с помощью среднеквадратической погрешности СКП. На величину СКП (погрешности, усредненной за бесконечно большой промежуток времени) слабо влияют погрешности, связанные со сравнительно кратковременными *переходными процессами*. Минимизация СКП соответствует в основном уменьшению вынужденной составляющей погрешности. В замкнутых С. с. из-за противоречия между условиями повышения точности в установившемся и переходных режимах уменьшение вынужденной составляющей погрешности (а, следовательно, и уменьшение СКП) приводит к ухудшению





1. Функциональная схема следящей системы.
2. Принципиальная схема следящей системы угла поворота.

переходного процесса. Поэтому, как правило, если параметры системы выбраны из условия минимума СКП, система имеет слабозатухающий переходный процесс. В связи с этим на практике задачу о рациональном выборе параметров *системы управления замкнутой* решают с учетом погрешностей в переходных режимах. В комбинированных С. с. выбор параметров разомкнутой связи по задающему воздействию (по возмущению), обеспечивающий минимум СКП, не изменяет запаса устойчивости замкнутой части системы и поэтому не приводит к такому ухудшению переходного процесса, как это имеет место в С. с. с принципом регулирования по отклонению.

Задающее воздействие и регулируемая величина С. с. по физ. природе могут иметь разный характер. Из С. с. широкое распространение получили системы, выходной величиной которых является мех. движение — следящие приводы (сервомеханизмы). Примером такой системы является С. с. отработки угла поворота. В состав системы (рис. 2) входят сельсины ССД и ССП, работающие в трансформаторном режиме, фазовый дискриминатор ФД, электромашинный усилитель ЭМУ, исполнительный

двигатель М, редуктор Ред и объект управления ОУ. Угол поворота β вала ПВ объекта управления должен следить за углом поворота α командного вала КВ. Ротор сельсина-датчика СсД механически связан с командным (ведущим) валом КВ, а ротор сельсина-приемника ССП — с приемным (ведомым) валом ПВ. Сельсины выполняют ф-цию элемента сравнения и преобразуют угол рассогласования между командным и приемным валами в амплитудно-модулированное напряжение несущей частоты. Это напряжение демодулируется и усиливается с помощью ФД и ЭМУ соответственно, а затем подается на двигатель М, который через редуктор поворачивает вал ПВ (и ротор ССП) в сторону уменьшения угла рассогласования.

Преобразующие системы, воспроизводящие сигнал на выходе, связанный с задающим воздействием ф-цией преобразования H (напр., интегрирование, дифференцирование, экстраполирование и др.), также могут быть выполнены на основе С. с. Как и другие системы автомат. регулирования, С. с. могут быть линейными, нелинейными, непрерывными и дискретными (релейными, импульсными или цифровыми) системами.

Лит.: Васильев Д. В. [и др.]. Проектирование и расчет следящих систем. Л., 1964 [библиогр. с. 602—605]; Попков С. Л., Попков Ю. С. Непрерывные и дискретные следящие системы. М.— Л., 1964 [библиогр. с. 302—304]; Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [библиогр. с. 743—762].

Г. Ф. Зайцев.

СЛОВА́РНЫЙ ПО́ИСК — нахождение для слова (лексической единицы) входного текста соответствующей словарной статьи в *словаре автоматическом*, причем поиск ведется в соответствии с некоторым алгоритмом. С. п. можно разбить на два этапа: предварительную обработку текста для сокращения суммарного времени поиска, когда это выгодно (когда поиск ведется в словаре большого объема для текстов большой длины), и собственно поиск словарных статей. Известны следующие виды предварительной обработки текста: расположение словоформ текста в алфавитном или ином порядке; составление списка слов текста без повторений; выделение основы у слов текста (при поиске в словаре основ).

При поиске словарной статьи отыскиваются заглавия словарных статей, соответствующие словоформам из текста или предварительно составленного списка. Критерием соответствия может быть: 1) совпадение словоформы текста и словоформы словаря (при поиске в словаре словоформ), либо выделенной основы и словарной основы (при поиске в словаре основ); 2) выполнение определенного соотношения между заглавием словарной статьи и словоформой текста (напр., заглавие вкладывается в данную словоформу или заглавие можно вложить в словоформу, применив к нему правила чередования); 3) совпадение числового кода, вычисляемого по словоформе текста, с кодом заглавия или адресом статьи. В случаях 2) и 3) заглавий, соответствующих искомому слову, может быть несколько.

Выбор *алгоритма* поиска зависит от того, как устроен словарь, в котором осуществляется поиск. Однако для всех алгоритмов поиска в словарях, в которых используется побуквенное кодирование заглавий, характерно следующее: сначала стараются по возможности более простым и экономным способом выделить зону поиска, внутри же выделенной зоны поиск ведется простым перебором или с помощью дихотомии — последовательного деления зоны поиска пополам. Несмотря на то, что метод дихотомических проб достаточно экономичен по времени (для поиска в словаре из N словарных статей требуется выполнить не более $[\log_2 N] + 1$ проверок), в чистом виде, т. е. без предварительного определения более узкой зоны поиска, он не применяется, т. к. предполагает одновременное хранение в ОЗУ всего словаря. Напр., при составлении словаря словоформ рус. языка (230 000 словарных статей), рассчитанного на матем. тексты, в Уэйнском ун-те (США) применялся следующий метод. При записи словаря на *диски магнитные* автоматически составлялась таблица, в которой отмечались первые пять букв той рус. словоформы, которая записывалась последней на каждую дорожку (на диске — 250 дорожек). При поиске сначала по первым пяти буквам слова определяется номер нужной дорожки, после этого применяется метод дихотомических проб.

При поиске в словаре основ, если основа слова выделяется предварительно, используются точно такие же методы поиска, что и при поиске в словаре словоформ. Если же никакой предварительной обработки словоформы текста не делается, то С. п. тесно переплетается с морфологическим анализом. Напр., отыскивают такую основу (заглавие словарной статьи), которая вкладывается в данную словоформу. То, что при этом остается от словоформы, считается аффиксом. Возможны несколько вариантов разбиения словоформы на основу и аффиксы. Из них выбирают те, в которых полученные аффиксы «допустимы» при данной основе (информация о допустимых аффиксах записывается в словаре при основе). Такой метод поиска используется, напр., в системе рус.-франц. перевода в группе СЕТА (Гренобль, Франция), где поиск в словаре основ осуществляют две программы. Первая разбивает словоформу на основу и аффиксы, вторая — отбирает среди этих разбиений допустимые и выдает о них соответствующую словарную информацию.

Если С. п. осуществляется в словаре, где для записи заглавий применяются методы сжатого кодирования (появившиеся как следствие недостаточного объема памяти машин), то код каждой словоформы текста спец. алгоритмами преобразуется в некоторое число, по которому определяется адрес словарной статьи. Для случая совпадения адресов, полученных при сжатии различных слов, предусматриваются способы различения этой искусственной омонимии.

Лит.: Братчиков И. Л., Фитиалов С. Я., Цейтин Г. С. О структуре словаря и кодировке

информации для машинного перевода. В кн.: Материалы по машинному переводу, сб. 1. Л., 1958; Бут Э., Бут К. Автоматические цифровые машины. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 288—315].

Н. Г. Арсентьева.

СЛОВА́РЬ АВТОМАТИ́ЧЕСКИЙ — 1) Словарь, в котором словарный поиск осуществляется не вручную, а машиной (автоматически); 2) тот же словарь с системой *программ обслуживающих*. С. а. может использоваться как для автоматического перевода (см. *Машинный перевод*) с одного языка (входного) на другой язык (выходной), так и непосредственно человеком-переводчиком.

С. а. представляет собой совокупность словарных статей, содержащих информацию о лексических единицах, т. е. словах или фразеологических словосочетаниях (таких, что смысл всего словосочетания не может быть выведен из смыслов отд. элементов этого словосочетания некоторым регулярным образом). Заглавие словарной статьи — это принятая в данном С. а. запись лексической единицы. Одной такой единице может соответствовать несколько словарных статей. Заглавием словарной статьи может быть основа слова (тогда мы имеем словарь основ), словоформа (тогда речь идет о словаре словоформ), а также фразеологическое сочетание, которое может записываться как последовательность одних словоформ или как последовательность основ и словоформ.

В словаре основ записывается та основа (или несколько основ) лексической единицы, от которой можно образовать все формы данной лексической единицы с помощью определенных правил и таблиц, содержащих списки аффиксов (частей слов, изменяющих значения корней слов). Таким путем достигается значительная экономия *памяти ЦВМ* по сравнению со словарем словоформ. Недостаток словарей основ заключается в том, что при таком способе записи заглавия появляется возможность неправильного разбиения словоформы текста на основу и аффиксы при поиске (см. *Словарный поиск*).

Словарь словоформ содержит все формы каждой лексической единицы. При работе со словарями этого типа отпадает необходимость морфологического анализа, но сильно возрастает объем памяти, занятой словарем.

В системе автомат. перевода С. а. содержит, как правило, следующие характеристики лексической единицы: переводные эквиваленты; указание о наличии других значений у данной лексической единицы (в этом случае должен задаваться способ выбора нужного значения); морфологические сведения: а) часть речи, б) указание о словоизменении, в) указание о словообразовании, г) тип чередования; синтаксические сведения; семантические сведения; лексические сведения (слова, которые могут употребляться с данным словом); стилистические пометы; указание о том, что данное слово является сложным и пишется через пробел; ударение; различные тех. характеристики (напр., число букв в основе). Иногда эта совокупность характеристик наз. словарной информацией слова.

С. а. по сравнению с обычным двуязычным словарем обладает следующими особенностями: словарная статья С. а. содержит больше характеристик данной лексической единицы, чем их имеется в обычном словаре; С. а. делится на два независимых словаря — входного и выходного языков, между которыми устанавливается соответствие путем задания для каждого слова входного языка его переводного эквивалента.

С. а. обычно записывается в ЦВМ на носителе информации определенных видов (*лентах магнитных, дисках магнитных* и т. п.). Осн. методы записи заглавий словарных статей следующие: заглавие кодируется побуквенно; записывается не само заглавие, а его определенный «сжатый» код; в машине вообще не хранятся заглавия, а хранится т. н. «дерево» букв. Сущность методов «сжатого» кодирования состоит в том, что из кода заглавия, полученного побуквенным кодированием, получаются более короткие коды равной длины.

Используются также различные способы сокращенной записи заглавий, напр., одинаковые начала не повторяются при записи основ. Такая запись сделана в группе СЕТА (Гренобль, Франция) для автомат. перевода с русского языка на французский. «Дерево» букв — это таблица таблиц. В первой таблице указаны все буквы, возможные на первом месте слова; при каждой букве этой таблицы указан адрес таблицы букв, возможных на втором месте после данной буквы, и т. д. При последней букве хранится адрес словарной статьи. «Дерево» букв не нашло широкого применения, т. к. при такой организации словаря затруднено его пополнение. При побуквенном кодировании заглавия в С. а. обычно располагаются в алфавитном порядке. Но известны и др. способы упорядочивания, напр., в порядке убывания длины заглавий или в порядке убывания частоты употребления соответствующих лексических единиц.

Из имеющихся словарей большого объема, предназначенных для автомат. перевода, заслуживает внимания словарь, составленный в Гарвардском ун-те (США). Этот русско-английский автомат. словарь, содержащий 12 000 русских лексических единиц (≈ 30 000 основ), успешно функционирует с 1959. Словарь обслуживается системой программ, позволяющей пополнять его, подсчитывать частоту слов в тексте, проверять информацию к словарным единицам и т. п. Национальная физ. лаборатория (Англия) использовала его в экспериментах по переводу текстов из области радиотехники и электроники. Русская часть этого словаря использована группой СЕТА в системе русско-французского перевода.

Большую работу по составлению пятиязычного словаря, предназначенного для человека-переводчика, проделали ученые Брюссельского ун-та совместно с Терминологическим бюро Европейского объединения угля и стали (Люксембург). Этот словарь (DICAUTOM) дает возможность получать переводы тех.

терминов с немецкого, французского и голландского на любой из пяти языков (английский, голландский, немецкий, итальянский, французский). Словарь насчитывает 6000 терминов, каждый из которых записан на 5 языках, причем тут же на пяти языках приводятся контексты, в которых встречается данный термин. Переводчик получает переводы отмеченных им слов на заданный язык вместе со списком контекстов каждого слова. Большой англо-немецкий словарь (700 000 англ. слов) имеется в Мангейме (ФРГ); машина выдает все переводы слов, отмеченных переводчиком.

Лит.: Жолковский А. К., Мельчук И. А. О системе семантического синтеза. I. Строение словаря. «Научно-техническая информация», 1966, № 11; Oettinger A. G. Automatic language translation. Cambridge, 1960 [библиогр. с. 367—375]; Bachrach J. A., Hirschberg L. Une troisieme version du «DICAUTOM». В кн.: 2 ème Conférence internationale sur le traitement automatique des langues. Grenoble, 1967. *Н. Г. Арсентьева.*

СЛОВА́РЬ ИНФОРМАЦИО́ННОГО ЯЗЫКА́ — нормативный словарь, который содержит все лексические единицы *языка информационного* с указанием парадигматических отношений между ними. С. и. я. используется для описания содержания документов и запросов в терминах информационного языка, т. е. для формирования *поисковых образов документов* и *поисковых предписаний.*

С. и. я. в общем случае состоит из трех осн. частей — лексики информационного языка, его системы парадигматических отношений и системы соответствий между лексическими единицами естественного и информационного языков. С. и. я., включающий одновременно все эти части, обычно наз. информационно-поисковым *тезаурусом.* В нем, как правило, имеется общий алфавитный список слов и словосочетаний естественного языка и лексических единиц *(дескрипторов)* информационного языка. В этом списке единицы естественного языка в отличие от дескрипторов выделены тем или иным способом (расположением, шрифтом, пометками), а на мн-ве дескрипторов заданы парадигматические отношения (о способах задания см. *Отношение парадигматическое*). Во многих информационно-поисковых тезаурусах дескрипторы, в дополнение к алфавитному списку, сгруппированы в тематические группы и /или классы. Такая организация информационно-поискового тезауруса значительно облегчает процесс *индексирования.*

В некоторых *информационно-поисковых системах* (напр., «БИТ») С. и. я. расчленяется на два словаря, один из которых содержит только переводы слов и словосочетаний естественного языка на информационный язык, а другой — всю лексику информационного языка, включая систему парадигматических отношений. При составлении С. и. я. используют обычно логико-интуитивные, статистико-дистрибутивные методы и метод, основанный на анализе словарных дефиниций. Процесс создания С. и. я., от качества которых весьма зависит эффективность информационного поиска, очень сложный и трудоемкий. Предпринимаются попытки автоматизировать составление С. и. я.

Лит.: Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [библиогр. с. 728—735]; Арапов М. В. Некоторые принципы построения словаря типа «Тезаурус». «Научно-техническая информация», 1964, № 4; Варга Д. Методика подготовки информационных тезаурусов. В кн.: Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [библиогр. с. 101—104]. *Э. Ф. Скороходько.*

СЛОВА́РЬ ЧАСТО́ТНЫЙ — список слов (словоформ или словосочетаний), при которых указываются частоты их употребления в выборке из речевых произведений (текстов) определенного объема и содержания, а также в отдельном тексте или совокупности текстов, напр., одного автора.

В зависимости от характера использованных текстов С. ч. представляет собой статистическое описание лексики языка, стиля, подъязыка, автора, текста. Входные единицы С. ч. могут быть упорядочены либо по алфавиту, либо по убыванию частот. В последнем случае каждой входной единице присваивают ранг, т. е. порядковый номер слова с данной частотой в списке, упорядоченном по убывающим частотам. В алфавитном списке ранги обычно отсутствуют. Частота слова в обследованной выборке считается мерой его употребительности в речи или данной области функционирования языка.

Кроме частоты слова, нередко приводится показатель — количество источников, в которых встретилось слово; иногда абсолютная частота заменяется или сопровождается комбинированной оценкой частоты и распространенности. В специальных (не рассчитанных на массового читателя) публикациях, кроме частоты, могут указываться и др. величины: меры рассеивания, границы *доверительного интервала,* относительная частота, накопление частоты, информационные оценки.

Важнейшими приложениями С. ч. являются методика обучения языку, построение маш. словарей для автомат. обработки языковой информации, изучение авторских и функциональных стилей, типологические исследования, создание командирских и диспетчерских языков, решение проблем кодирования и дешифровки документов (см. *Дешифровка текстов, Кодирования теория*). С. ч. обычно не объясняют лексических значений входных единиц; те, в которых есть это объяснение, могут считаться семантическими. Среди последних выделяются однозначные и двуязычные (переводные) С. ч. Двуязычные С. ч. составляют преимущественно на базе текстов ограниченного содержания. Для составления С. ч. все чаще применяют электронные *цифровые вычислительные машины.*

Лит.: Штейнфельдт Э. А. Частотный словарь современного русского литературного языка. Таллин, 1963; Фрумкина Р. М. Статистические методы изучения лексики. М., 1964 [библиогр. с. 111—114]; Статистика речи. Л., 1968; Статистика текста, т. 1—2. Минск, 1969—70; Ермоленко Г. В. Лингвистическая статистика. Краткий очерк и библиографический указатель. Алма-Ата, 1970; Статистика речи и автоматический анализ текста. Л., 1971; Статистика речи и автоматический анализ. 1972. Л., 1973; Mistrík J. Frekvencia slov v slovenčine. Bratislava, 1969, [библиогр. с. 725—726].

П. М. Алексеев.

СЛО́ВО — 1) В лингвистике — один из видов структурных элементов языка, отчетливо выделяющийся в сознании говорящего. С. являются частями, из которых образуются предложения. Все С. по их значениям и функциям делятся на знаменательные и незнаменательные. Знаменательные С. соответствуют определенным понятиям; незнаменательные С. служат для обозначения синтаксических отношений между знаменательными С.

2) В теории алгоритмов — конечная строка букв. При этом под буквами следует понимать символы, которые в рассматриваемой области их применения являются целыми и неизменными и обладают тем свойством, что в отношении любых двух из них всегда известно, одинаковы они или различны. Число букв, входящих в состав С., наз. длиной слова.

Принято соглашение, по которому наряду со С., имеющими длину, выраженную целыми положительными числами, существуют С., длина которых равна нулю. Такое С., по определению, не содержит ни одной буквы и наз. пустым С. Остальные С. наз. непустыми. Во всяком непустом С. за каждой буквой (кроме одной, называемой концом С.) непосредственно следует одна и только одна буква, принадлежащая данному С., а каждая буква (кроме одной, называемой началом С.) следует за одной и только одной буквой, принадлежащей данному С. В частном случае, С. может состоять из одной буквы, которая при этом является одновременно его началом и концом.

Чтобы ограничить круг рассматриваемых С., применяют следующий прием. Рассматривают С., состоящее из попарно различных букв, называемое алфавитом. Каждую букву, одинаковую с одной из букв алфавита A, наз. буквой в A. Слово, состоящее из букв в A, наз. словом в A. К буквам, объединенным в алфавит, предъявляется требование, чтобы образованные из них С. не допускали разночтений, т. е., чтобы эти С. не допускали нескольких разложений на буквы. Это не всегда возможно. Напр., если буквами являются a, a', $'b$, b, то С. $a'b$ можно разложить на буквы двумя способами $a' \mid b$ и $a \mid 'b$.

В теории ЦВМ, представляющей собой область практического применения *алгоритмов теории*, широко используется термин *машинное слово*, означающий С. на *языке машинном*, воспринимаемое *оперативным запоминающим устройством*, *арифметическим устройством* или устройством управления как единое целое. Примером машинных С. являются команды, из которых образованы программы, а также коды операндов (числовых или цифро-буквенных), над которыми выполняются *операции машинные*. В машинах могут использоваться С. фиксированной и переменной длины.

Н. А. Криницкий.

СЛОЖНОСТЬ ВЫЧИСЛЕ́НИЙ — *мера сложности* в теории автоматов, характеризующая процесс вычисления, происходящий в автомате (в отличие от *алгоритмов сложности*, которая характеризует громоздкость описания алгоритмов). Термин «сложность вычислений» охватывает совокупность матем. понятий, уточняющих интуитивные представления о трудности, длительности, громоздкости и т. п. вычислительного процесса.

Идеи и методы теории С. в. направлены, с одной стороны, на выяснение самой природы вычислимости как одного из фундаментальных понятий математики; при этом рассматриваются абстрактные модели (напр., *Тьюринга машины*, в которых структура вычислений наиболее элементарна), абстрактные меры С. в. и т. д. С другой стороны, изучаются модели вычислений, наиболее эффективные и удобные с практической точки зрения, связанные с реальными вычисл. машинами.

В *автоматов теории* установлена эквивалентность многих классов автоматов в смысле совпадения классов ф-ций, которые они вычисляют. Но одну и ту же ф-цию разные автоматы вычисляют по-разному. Напр., скорость вычисления у одного типа автоматов может быть выше, чем у другого. Поэтому одни и те же функции на автоматах одного типа можно вычислять проще и быстрее, чем на автоматах другого типа. В этом смысле классы автоматов, вычисляющие одни и те же ф-ции, могут оказаться не эквивалентными.

В *алгоритмов теории* важное место занимает вопрос о разрешимости или неразрешимости той или иной массовой проблемы, т. е. вопрос о существовании алгоритма, решающего эту проблему (см. *Неразрешимые алгоритмические проблемы*), и вопрос о степени трудности неразрешимых проблем, т. е. о существовании алгоритма, сводящего одну проблему к другой (см. *Сводимость* в теории алгоритмов).

В теории С. в. рассматривают в основном разрешимые проблемы, но классифицируют их по сложности разрешения или сведения. Укажем главные направления (или разделы) теории С. в. и приведем некоторые типичные результаты.

I. Общие свойства сигнализирующих операторов, аксиоматическая теория С. в. Для наиболее употребительных классов автоматов, вычисляющих все частично рекурсивные ф-ции (напр., для машин Тьюринга), и для широкого класса сигнализирующих операторов $\sigma(\mathfrak{A}, \alpha)$, включающих, напр., время вычисления и объем внеш. памяти машин Тьюринга, установлены следующие фундаментальные факты (далее, если не сделана оговорка, все ф-ции считаются общерекурсивными). Во-первых, существуют сколь угодно сложно вычислимые ф-ции (предикаты), точнее, для каждой ф-ции f существует предикат g такой, что, если автомат $\mathfrak{A}$ вычисляет g, то $\sigma(\mathfrak{A}, \alpha) > f(\alpha)$ почти для всех α. Во-вторых, существуют предикаты, любое вычисление которых может быть сколь угодно сильно улучшено для всех достаточно больших значений аргумента, точнее, для каждой ф-ции f существует предикат g, такой, что если $\mathfrak{A}$ вычисляет g, то найдется $\mathfrak{B}$, вычисляющий g и такой, что почти всегда

$\sigma(\mathfrak{A}, \alpha) > f(\sigma(\mathfrak{B}, \alpha))$ (напр., для $f(n) = 2^n$ будет $\log \sigma(\mathfrak{A}, \alpha) > \sigma(\mathfrak{B}, \alpha)$).

II. Свойства мер и связь между различными мерами С.в. для фиксированных классов автоматов. Рассмотрим, напр., класс обычных одноленточных машин Тьюринга. В качестве меры С. в. возьмем временну́ю сигнализирующую ф-цию $t(\mathfrak{A}, \alpha)$ — время работы $\mathfrak{A}$ на аргументе α. Сформулируем некоторые результаты в терминах распознавания (представления) языков (см. *Поведение автоматов*). Высказывание «язык распознается за время $F(n)$» понимают так: существует машина, распознающая этот язык, для которой временна́я сигнализирующая ф-ция на словах длины n не больше $F(n)$. Если язык распознается за время $F(n) \geqslant n^2$, то он распознается за время $\frac{F(n)}{C}$ для всякого $C > 1$. Поэтому оценки даются с точностью до C определенного порядка. Может оказаться, что какой-то язык распознается за время, по порядку равное $F(n)$, и не распознается за время, по порядку меньше $F(n)$. Тогда $F(n)$ — наилучшее возможное для этого языка время вычисления (оно наз. точной временно́й сигнализирующей ф-цией). Как отмечено в разделе I, такое бывает не всегда. Для языка, состоящего из симметричных слов, показано, что наилучшее время вычисления имеет порядок n^2. Построена серия языков, точные временны́е сигнализирующие ф-ции которых лежат между n^2 и $n \log n$. Доказано, что между $n \log n$ и n нет точных временны́х сигнализирующих ф-ций. Связь между временно́й и емкостной сигнализирующими ф-циями устанавливает следующая теорема: пусть язык распознается за время $F(n)$. Если $F(n) \geqslant n^2$, то этот язык распознается с емкостной сигнализирующей ф-цией, не большей $\sqrt{F(n)}$. Аналогичные и другие вопросы изучались для разных типов машин Тьюринга, машин Минского (машин со счетчиками), автоматов с магазинной памятью (см. *Автомат магазинный*) и др.

III. Сравнение С. в. на разных типах автоматов и для разных типов вычислений. Оценки сложности моделирования одних типов автоматов другими. Рассмотрим, как меняется С. в. при переходе от класса автоматов K_1 к классу автоматов K_2, обладающему более ограниченными вычисл. средствами. Если K_1 состоит из многоленточных машин Тьюринга, а K_2 — из одноленточных, и язык распознается автоматом $\mathfrak{A}$ из класса K_1 за время $F(n)$, то можно построить автомат $\mathfrak{B}$ из класса K_2, который распознает его за время $F^2(n)$. Точнее, для моделирования $F(n)$ шагов работы автомата $\mathfrak{A}$ на автомате $\mathfrak{B}$ потребуется не более $F^2(n)$ шагов.

Если ячейки (элементы) *автоматов растущих* класса K_1 соединены друг с другом таким образом, что для каждого элемента число элементов, находящихся от него на расстоянии r, существенно больше той же величины для автоматов класса K_2 (напр., n^2 и n), то существует автомат $\mathfrak{A}$ из K_1, который нельзя моделировать никаким автоматом из K_2 так, чтобы на моделирование одного шага работы $\mathfrak{A}$ затрачивалось не более чем фиксированное число шагов. В качестве K_1 и K_2 можно взять, напр., классы двумерных и одномерных автоматов Неймана — Чёрча.

Кроме обычных детерминированных вычислений, рассматриваются и другие концепции вычисления: недетерминированные, вероятностные, частотные. При недетерминированном вычислении переходы конфигураций неоднозначны, на каждом шаге вычисления выбирается одна из нескольких возможных конфигураций. Сложность недетерминированного вычисления определяется по наилучшей из допустимых «траекторий». Возникает вопрос: какова сложность детерминированного вычисления, дающего тот же результат, что и данное недетерминированное вычисление? Установлено, что, если язык распознается на недетерминированной машине Тьюринга с исходной лентой таким образом, что емкость рабочей ленты $F(n) \geqslant \log n$, то он распознается и на детерминированной машине Тьюринга с емкостью $F^2(n)$. При вычислениях на *автоматах вероятностных* и при частотных концепциях вычисления, когда верный результат получается только с некоторой вероятностью или частотой, иногда можно ускорить или упростить вычисления (см. *Вероятностная машина*).

IV. Связь между сложностными характеристиками классов ф-ций и языков и их структурными, логическими, алгебраическими и т. п. свойствами. Для некоторых известных классов *рекурсивных функций* и языков удается получить точную характеристику и сложностных терминах. Напр., класс примитивно-рекурсивных ф-ций состоит в точности из тех ф-ций, С. в. которых ограничена некоторой рекурсивной ф-цией; класс языков непосредственно составляющих совпадает с классом языков, распознаваемых недетерминированными машинами Тьюринга с емкостной сигнализирующей функцией $F(n) = n$.

Для классов языков, определенных в сложностных терминах, изучается вопрос о замкнутости относительно операций объединения, пересечения и дополнения, а также операций обращения слов, итерации (по С. Клини) и др. Для классов ф-ций рассматриваются операции суперпозиции, сложения, умножения и др. Наибольшее число результатов такого рода установлено для ф-ций, вычислимых в реальное время (см. *Вычисления в реальное время* на автоматах). Строятся сложностные иерархии классов ф-ций и языков, изучается их связь с известными иерархиями. Напр., если за исходный класс взять F_0 — класс ф-ций, вычислимых на конечных автоматах, и определить F_i ($i = 1, 2, 3, \ldots$) как класс ф-ций, вычислимых на машинах Тьюринга с емкостными сигнализирующими ф-циями, ограниченными ф-циями из F_{i-1}, то $F_{i-1} \subset F_i$ и $\bigcup_{i=0}^{\infty} F_i$ есть в точности класс элементарных (по Л. Кальмару) функций.

V. С. в. конкретных классов ф-ций и языков. Исследуются вычисления основных арифм. и теоретико-числовых ф-ций на автоматах различного типа. Особое внимание уделяется операциям сложения и умножения чисел. Предлагаются эффективные способы вычисления этих операций на разных типах машин Тьюринга, на итеративных системах (см. *Автоматы итеративные*), на схемах из функциональных элементов с задержками и др., для которых время вычисления по порядку совпадает с нижними оценками.

Исследуется сложность решения задач *вычислительной математики* (нахождение корней многочленов, произведения матриц, решение систем линейных уравнений и др.), оцениваемая числом арифм. операций. Ее можно рассматривать как С. в. на машине, среди элементарных команд которой содержатся такие операции. Эта проблематика тесно связана с той, которая изучается в вычисл. математике под названием «методы вычислений».

Большой интерес представляет вопрос о сложности языков, изучаемых в *лингвистике математической* и в *программировании для ЦВМ*. Много работ посвящено построению и оценке сложности *алгоритмов распознавания* (анализа) для класса бесконтекстных языков и некоторых других, интересных как с точки зрения внутр. проблем лингвистики, так и для решения задач, связанных с *языками программирования*. Для характеристики таких языков используются различные типы автоматов, особенно с магазинной памятью.

Исследуется сложность разрешимых алгоритм. проблем, возникающих в различных областях математики: алгебре, теории управляющих систем, программировании, *графов теории* и др. Напр., исследуются проблемы тождества и сопряженности для конечно-определенных групп, проблемы распознавания полноты систем *булевых функций*, распознавания эквивалентности для некоторых классов *операторных схем*.

VI. Приложение понятий и методов теории С. в. для уточнения интуитивных представлений о внутренней и относительной трудности различных проблем. Во многих задачах дискретной математики в связи с нахождением оптим. решения возникает проблема т. н. «полного перебора». Были сделаны попытки уточнить и выяснить это явление в сложностных терминах.

В терминах сложности алгоритмов удается определить класс сложных последовательностей, которые удовлетворяют всем «законам случайности»,— так сказать, «абсолютно случайны». Они в некотором смысле очень нерегулярны, трудны для предсказания. В терминах С. в. можно ставить и решать вопрос о том, насколько сложны «относительно случайные» (псевдослучайные) последовательности. Понятие относительной трудности разрешимых множеств (и соответствующих степеней трудности) можно уточнить, налагая на алгоритмы сведения сложностные ограничения. При этом можно получить богатые структуры степеней.

VII. Меры сложности и подходы, учитывающие С. в. и сложность описания алгоритма. В качестве одной из таких мер рассматривается, напр., произведение числа внутр. состояний машин Тьюринга на сигнализирующую ф-цию. Изучается зависимость сложности записи алгоритмов, вычисляющих конечные последовательности, от времени их работы. При наложении эффективного ограничения на время работы сложность алгоритмов, удовлетворяющих этому ограничению, может резко возрасти.

Лит.: Трахтенброт Б. А. Сложность алгоритмов и вычислений. Новосибирск, 1967 [библиогр. с. 255—258]; Фишер П. Многоленточные и бесконечные автоматы. В кн.: Кибернетический сборник. Новая серия, в. 5. М., 1968; Проблемы математической логики. Сложность алгоритмов и классы вычислимых функций. М., 1970. *В. Н. Агафонов.*

СЛО́ЖНОСТЬ ТЬЮРИНГОВЫХ ВЫЧИСЛЕ́НИЙ — меры сложности вычислений на *Тьюринга машинах*. Такими *мерами сложности* в теории автоматов являются *сигнализирующие функции* (временна́я и емкостная). Временна́я сигнализирующая ф-ция указывает для каждого исходного значения количество тактов работы машины, а емкостная — количество используемых ячеек ленты. Известно, что существуют *рекурсивные функции*, не имеющие оптим. Тьюрингового вычисления, что распознавание полноты набора функций *алгебры логики* имеет временну́ю сигнализирующую ф-цию порядка n^2 и не имеет лучшей временно́й сигнализирующей ф-ции и т. п. См. также *Сложность вычислений*.

СЛО́ЖНЫЕ СИСТЕ́МЫ УПРАВЛЕ́НИЯ — собирательное название систем, состоящих из большого числа взаимосвязанных элементов. Часто сложными системами наз. системы, которые нельзя корректно описать математически либо потому, что в системе имеется очень большое число различных элементов, неизвестным образом связанных друг с другом (напр., мозг), либо потому, что мы не знаем природы явлений, протекающих в системе, и поэтому не можем количественно их описать. В других случаях сложными наз. системы, для изучения которых необходимо было бы решать задачи с непомерно большим объемом вычислений или, вообще, переработать такой большой объем информации, что для этого, даже если использовать самые быстродействующие ЭЦВМ, потребовалось бы много миллионов лет.

Англ. кибернетик С. Бир подразделяет все киберн. системы на три группы — простые, сложные и очень сложные (при этом он считает весьма существенным, каким способом описана система — детерминированным или теоретико-вероятностным). Примеры систем, относящихся к этим трем группам, С. Бир приводит в виде таблицы (см.).

Предметом кибернетики С. Бир считает только «очень сложные вероятностные системы» — экономику, мозг, фирму. Сов. математик Г. Н. Поваров делит все системы, в зависимости от числа элементов, входящих в них, на четыре группы: малые системы (10—10^3 элементов), сложные (10^4—10^7 элементов), ультрасложные (10^7—10^{30} элементов) и суперсистемы

(10^{30}—10^{200} элементов). В качестве примеров систем 2-й группы он приводит автомат. телефонную станцию, транспортную систему большого города и т. п., 3-й группы — организмы высших животных и человека, социальные организации, 4-й группы — звездную вселенную. Сов. ученые А. И. Берг (р. 1893) и Ю. И. Черняк определяют «сложную систему» как систему, которую можно описать не менее чем на двух различных матем. языках, напр., на языке теории диффер. уравнений и на языке алгебры Буля. Наличие столь разнообразных способов определения С. с. у. свидетельствует о том, что характерных черт «сложности» много и до сих пор (начало 70-х гг.) еще нет общепринятого определения понятия «сложная система». С философской точки зрения всякое сложное явление природы (или техники) обладает неисчерпаемым числом сторон, с которых его можно познавать. Поэтому всякую сложную систему можно охарактеризовать одновременно существующими многими специфичными для нее чертами. Чаще всего встречаются такие характеристики сложности: многомерность системы (большие объемы циркулирующих в ней потоков информации, большое число элементов и т. д.); многообразие возможных форм связи элементов системы между собой (разнородность используемых в ней структур — древовидных, иерархических и др.); многокритериальность, т. е. наличие ряда часто противоречивых критериев, которым должна удовлетворить система; многообразие природы элементов, составляющих систему (машины, люди), и вытекающая отсюда разнородность циркулирующей информации; многократное изменение состояния структуры и состава системы; многоплановость в науч. отношении и др. Т. о., характеристики «сложности» действительно многообразны и с этой точки зрения различие между управляемыми и неуправляемыми системами не существенно.

Понятия «сложная система» и «большая система» не являются тождественными, т. к. последний термин характеризует только одну черту «сложности» — размерность системы. Всякая система всегда имеет цели, ради достижения которых она создана (природой или человеком). Ко многим автоматически действующим сложным системам предъявляются требования точности функционирования, динамической устойчивости, инвариантности относительно внеш. возмущений и помех, нечувствительности к изменению параметров, адаптивности, надежности, живучести, экономичности, удобства эксплуатации и т. д. Все это свидетельствует о том, что скорее можно привести примеры сложной системы и характеристику «сложности», чем дать строгое матем. определение этого термина. Имеются, однако, и вполне строгие матем. определения термина «сложность» для такого рода объектов, как *Тьюринга машина, нормальные алгоритмы*, а также объектов, имеющих теоретико-вероятностные описания, и др. Для дискретных объектов сов. математик А. Н. Колмогоров (р. 1903) определяет «сложность», как миним. число двоичных знаков, содержащих всю необходимую для идентификации этого объекта информацию (см. *Алгоритмов сложность*). Слова «сложная система» вызывают у разных исследователей, в зависимости от их профессии, самые различные представления. Инженер думает о единой энерг. системе страны, о системе управления воздушным движением на большой территории, или, наконец, о системе автоматизации управления комбинатом, состоящим из шахт, заводов, обогатительных фабрик и т. д. Экономист думает о проблеме управления экономикой отрасли или даже всей страны. Военный специалист представляет себе тактические или стратегические операции достаточно большого масштаба. Мысленному взору биолога представляются проблемы, связанные с процессами функционирования клетки, со всеми существующими в ней «фабриками ферментов и белков» и «шлюзовыми коммуникациями»; он может думать и о нервной системе или мозге животных и человека. А социолог представляет себе сложную систему как проблему устройства общества той или другой общественной формации.

Системы	Простые	Сложные	Очень сложные
Детерминированные	Оконная задвижка	Цифровая электронная вычислительная машина	—
	Проект механических мастерских	Автоматизация	—
Вероятностные	Подбрасывание монеты	Хранение запасов	Экономика
	Движение медузы	Условные рефлексы	Мозг
	Статистический контроль качества продукции	Прибыль промышленного предприятия	Фирма

Все науч. дисциплины, занимающиеся изучением сложных систем, можно разделить на две группы. К первой относятся те дисциплины, в которых принят преимущественно описательный характер изложения — *научная организация труда*, праксеология, тектология, *экспертных оценок методы*, *психология инженерная*, *науковедение* и др. Ко второй группе относят все те дисциплины, в которых широко используются физ.-матем. методы для количественного описания сложных систем — *автоматического управления теория*, *операций исследование*, теория надежности, массового обслуживания теория, экономико-математические методы, *алгоритмов теория*, *языки формальные*, системный анализ и др. Весьма характерным для теории сложных систем является то обстоятельство, что независимо от природы изучаемой системы при решении соответствующих задач используются одни и те же абстрактные модели: лингвистические, теоретико-множественные, абстрактно-алгебраические, логико-математические, топологические, теоретико-информационные или эвристические. Осн. проблемами теории сложных систем являются проблема многомерности, многокритериальности проблема, а также проблема построения двуязычных и многоязычных (напр., логико-динамической) теорий систем. В этом отношении теория С. с. у. решает те же задачи, что и *систем общая теория* — найти пути, позволяющие изучать сложные системы любой природы и любого назначения.

Несмотря на то, что к началу 70-х гг. общая теория С. с. у. еще не создана, такого рода системы фактически давно уже созданы природой, а в последние годы создают все больше и больше техн. и экономических С. с. у. Пока что единственным практически реальным и доступным путем для проектирования и исследования С. с. у. (кроме натурного их изучения) является путь моделирования. В отличие от аналогового, цифрового или цифро-аналогового моделирования при изучении С. с. у. широко применяют полунатурное моделирование, когда, кроме обычных моделирующих средств (вычисл. устр-в того или иного класса), используют другие разнообразные устр-ва — отдельные натурные узлы объектов управления, пульты для сбора и отображения информации, средства связи между человеком и ЭЦВМ и т. д.

Кроме того, современные ЭЦВМ вместе с приданными вводными и выводными устр-вами и соответствующим матем. обеспечением являются весьма универсальным средством, с помощью которого путем моделирования могут изучаться многие С. с. у., включающие в себя в качестве отдельных элементов и людей-операторов. «Сообщество» людей и ЭЦВМ является, с одной стороны, объектом для исследования в теории С. с. у., а с другой,— универсальным средством для моделирования действительно сложных систем управления. Разрабатываются специальные языки моделирования (СИМСКРИПТ, SIMPAC, GPSS и др.), позволяющие упрощать процесс моделирования, экономить время и усилия, связанные с самим процессом моделирования.

При проектировании очень сложных систем управления создают даже спец. н.-и. центры, предназначенные исключительно для целей моделирования соответствующей разрабатываемой С. с. у. В качестве примера можно привести н.-и. моделирующий центр, созданный специально для разработки системы автомат. управления воздушным движением над определенной частью территории Европы (см. Илл. между с. 368—369). Несмотря на то, что организация такого рода н.-и. моделирующих центров обходится дорого, эконом. целесообразность их создания при разработке действительно С. с. у. несомненна, и по этому пути идут во многих случаях: при решении тех., эконом. и оборонных задач, при выполнении крупных социологических исследований и т. д.

В последние годы большое внимание уделяется разработке аналитических методов исследования С. с. у. (см. *Декомпозиции метод*, *Многокритериальности проблема*, *Монте-Карло метод*, *Массового обслуживания теория*).

Лит.: Звонкин А. К., Левин Л. А. Сложность конечных объектов и обоснование понятий информации и случайности с помощью теории алгоритмов. «Успехи математических наук», 1970, т. 25. в. 6; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965; Квейд Э. Анализ сложных систем. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 509—510]; Справочник по системотехнике. Пер. с англ. М., 1970.

А. И. Кухтенко.

СЛУЧА́ЙНАЯ ВЕЛИЧИНА — величина, принимающая в зависимости от случая те или иные значения с определенным законом распределения. Примеры С. в.: продолжительность безотказной работы прибора, число заказчиков, ожидающих обслуживания на некотором обслуживающем устройстве, координата движущегося объекта в данный момент времени. Если С. в. ξ дискретна, т. е. принимает конечное число значений или же все ее значения можно расположить в виде бесконечной последовательности $x_1, x_2, \ldots, x_n \ldots$, то закон распределения ξ описывается заданием всех *вероятностей* $P\{\xi = x_i\}$. В общем же случае закон распределения С. в. выражается ф-цией $F(x) = P\{\xi < x\}$, которая наз. ф-цией распределения С. в. ξ. Ф-ция распределения определяет вероятность попадания С. в. в любой интервал $[a, b)$ по ф-ле $P\{a \leqslant \xi < b\} = F(b) - F(a)$. Если существует неотрицательная ф-ция $p(x)$ такая, что при всех x $F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(u)\,du$, то $p(x)$ наз. плотностью вероятности С. в. ξ. При этом $P\{a \leqslant \xi < b\} = \int_a^b p(u)\,du$. Ряд общих свойств С. в. достаточно полно описывается небольшим числом числовых характеристик; наиболее употребительными из них являются *математическое ожидание* и *дисперсия*.

М. И. Ядренко.

СЛУЧА́ЙНАЯ ФУ́НКЦИЯ — функция $\{F(t, \omega), \ t \in T, \ \omega \in \Omega\}$ двух аргументов, определенная на произведении $\Omega \times T$ множества Ω возможных элементарных событий с множеством T значений неслучайного аргумента t. Для каждого значения аргумента t ф-ция $F(t, \omega)$ является ф-цией только исходов испытаний ω, и, следовательно, представляет собой *случайную величину*. Для любого фиксированного значения ω ф-ция $F(t, \omega)$ зависит только от t и является ф-цией одного действительного переменного. Каждая такая ф-ция наз. «возможной реализацией» или «выборочной функцией» С. ф. $\{F(t, \omega), t \in T, \omega \in \Omega\}$, отвечающей данному ω. Т. о., в зависимости от фиксированного аргумента, С. ф. можно представить либо как семейство случайных величин, либо как совокупность реализаций, получаемых при различных ω-исходах. Обычно С. ф. обозначают ф-цией одного аргумента t [напр., $\xi(t)$, $x(t)$], опуская символ ω.

Если мн-во T является последовательностью (конечной или бесконечной) и С. ф. имеет вид $F(t_1, \omega), F(t_2, \omega), \ldots$, говорят о С. ф. с дискретным аргументом или о случайной последовательности. Если T — интервал, С. ф. является семейством случайных величин, зависящих от непрерывного аргумента. С. ф. называется *случайным процессом*, если T — действительная прямая или отрезок прямой, а аргумент $t \in T$ интерпретируется как время.

С. ф. может быть определена заданием вероятностной меры P в функциональном простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе) ее реализаций. Однако трудность применения данного метода задания С. ф., заключающаяся в сложности конкретного описания в функциональном простр., обусловливает применение на практике других методов. С. ф. можно задавать при помощи описания семейства ее частных конечномерных распределений. Так, если значениями С. ф. являются действительные числа, задают

$$F_{t_1, \ldots, t_n}(x_1, \ldots, x_n) =$$

$$= P\{F(t_1, \omega) < x_1, \ \ldots, \ F(t_n, \omega) < x_n\}.$$

Увеличивая n, можно получать все более исчерпывающую характеристику С. ф. Этот метод задания С. ф. является наиболее распространенным, т. к. для решения многих важных вопросов достаточно знать только частные распределения, задавать которые во многих случаях проще, чем соответствующие меры P на всем функциональном простр. С. ф. можно также задавать с помощью некоторых кратких характеристик. По аналогии с характеристиками случайных величин, являющимися определенными постоянными числами, вводят характеристики С. ф., являющиеся неслучайными ф-циями аргумента t. К ним относятся *математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция*, характеризующие соответственно некоторую среднюю реализацию С. ф. по мн-ву наблюдений, среднее отклонение от нее, а также зависимость между случайными величинами (значениями С. ф.) для различных значений аргумента t (см. *Экспериментальных данных способы статистической обработки*).

На практике иногда применяют косвенные методы исследования С. ф., а именно: методы нахождения кратких характеристик С. ф. по характеристикам других С. ф., связанных с ними. Задача косвенного исследования С. ф. обычно возникает в следующей форме: на вход динамической системы A поступает С. ф. $\{F(t, \omega)\}$. Система подвергает ее известному преобразованию, в результате на выходе системы появляется С. ф. $\{G(t, \omega)\}$. Известны характеристики С. ф. $\{F(t, \omega)\}$. Требуется найти аналогичные характеристики С. ф. $\{G(t, \omega)\}$. См. также *Случайных процессов теория*.

И. С. Сакунова.

СЛУЧА́ЙНОГО ПО́ИСКА МЕ́ТОДЫ — методы поиска какой-нибудь характеристики *случайной величины*. См. *Программирование стохастическое, Стохастической аппроксимации метод, Стохастических квазиградиентов метод.*

СЛУЧА́ЙНОЕ ПО́ЛЕ — *случайная функция* нескольких переменных. Говорят, что на множестве T задано скалярное С. п. $\xi(t)$, если каждому t из T поставлена в соответствие *случайная величина* $\xi(t)$. Если $\xi(t)$ принимает векторные значения, то $\xi(t)$ наз. в е к т о р н ы м С. п. на T. Понятие С. п. обобщает понятие *случайного процесса:* в том случае, когда T — подмножество числовой оси, $\xi(t)$ наз. с л у ч а й н ы м п р о ц е с с о м. Т-ра в данной точке пространства, интенсивность космических лучей в данной точке земного шара — примеры С. п. соответственно в пространстве и на сфере. С. п. описывают случайные флуктуации в различных задачах радиофизики, теории *распознавания образов, автоматического управления теории*, теории турбулентности. Скалярное С. п. $\xi(t)$ задается совокупностью всех конечномерных распределений, т. е. набором всех вероятностей вида $P\{\xi(t_1) < x_1, \ldots, \xi(t_n) < x_n\}$. Важными характеристиками С. п. являются *математическое ожидание* $m(t) = M\xi(t)$ и *корреляционная функция* $R(t, s) = M[\xi(t) - m(t)][\xi(s) - m(s)]$. В практически важном частном случае гауссовского С. п. (см. *Гауссовский случайный процесс*) эти две характеристики полностью определяют и весь набор конечномерных распределений.

С. п., описывающие различные физ. процессы, часто обладают некоторыми свойствами однородности (инвариантности вероятностных характеристик при преобразованиях пространства T). Предположим, что на T задана некоторая группа преобразований G. Пусть gt — точка, в которую переходит t под действием преобразования g из G. С. п. $\xi(t)$ наз. о д н о р о д н ы м в у з к о м с м ы с л е относительно группы преобразований G, если распределение значений поля в любых n точках $t_1, \ldots, t_n$ из T совпадает с распределением значений поля в точках $gt_1, \ldots, gt_n$ при любом g из G и любом n. Часто предполагают менее ограничительное требование инвариантности относительно G только ф-ций $m(t)$ и $R(t, s)$, именно, С. п. $\xi(t)$ наз. о д н о р о д н ы м в

широком смысле относительно G, если для всякого g из G $m(gt) = m(t)$ (обычно это означает, что $m(t)$ не зависит от t) и $R(gt, gs) = R(t, s)$. Для гауссовских С. п. понятия однородности в узком и широком смысле совпадают. Предположение однородности влечет за собой определенные представления для корреляционной ф-ции С. п. и выборочных ф-ций самого поля. Пусть, напр., T — эвклидово пространство R^m m измерений, а G — группа всех параллельных переносов в R^m. С. п. на R^m, однородное относительно G, наз. однородным С. п. Корреляционная ф-ция непрерывного в среднем квадратическом однородного С. п. зависит от разности аргументов и имеет вид:

$$R(t, s) = \int\limits_{R^m} e^{i(t-s,\lambda)} F(d\lambda),$$

где $(t-s, \lambda) = \sum\limits_{k=1}^{m} (t_k - s_k)\lambda_k$, $F(\cdot)$ — конечная мера на R^m (так называемая спектральная мера С. п.). Само поле $\xi(t)$ допускает представление в виде стохастического интеграла $\xi(t) = \int\limits_{R^m} e^{i(t,\lambda)} Z(d\lambda)$, где $Z(\cdot)$ — случайная аддитивная ф-ция мн-ва на R^m такая, что $MZ(S_1)\overline{Z(S_2)} = F(S_1 \cap S_2)$ (в частности, случайные величины $Z(S_1)$ и $Z(S_2)$ некоррелированы, если мн-ва S_1 и S_2 не пересекаются).

Стационарный случайный процесс — частный случай однородного С. п. Если $T = R^m$, а G — группа всех движений в R^m, то С. п. $\xi(t)$, однородное относительно G, наз. однородным и изотропным. Корреляционная ф-ция $R(t, s)$ такого поля зависит только от расстояния r между точками t и s, причем

$$R(t, s) = R(r) = \int\limits_0^\infty \frac{J_{\frac{m-2}{2}}(ur)}{(ur)^{\frac{m-2}{2}}} d\Phi(u),$$

где $\Phi(u)$ — ограниченная неубывающая ф-ция на $[0, \infty]$, $J_{\frac{m-2}{2}}(ur)$ — бесселева ф-ция.

Если $T = S_3$ — сфера единичного радиуса в R^3, а G — группа всех вращений сферы, то С. п. $\xi(t)$, однородное относительно G, наз. изотропным С. п. на сфере. Корреляционная ф-ция $R(t, s)$ такого поля зависит от углового расстояния $\cos\psi$ между точками $t = (\theta_1, \varphi_1)$ и $s = (\theta_2, \varphi_2)$, причем $R(t, s) = R(\cos\psi) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k P_k(\cos\psi)$, где $b_k \geqslant 0$, $\Sigma b_k < +\infty$, $P_k(x)$ — многочлен Лежандра степени k. С. п. $\xi(t)$ имеет вид $\xi(\theta, \varphi) = \sum\limits_{l=0}^{\infty} \sum\limits_{k=-l}^{l} \xi_l^k Y_l^k(\theta, \varphi)$, где $Y_l^k(\theta, \varphi)$ — сферические ф-ции, ξ_l^k — случайные величины такие, что $M\xi_l^k\xi_{l'}^{k'} = \delta_l^{l'}\delta_k^{k'}\frac{2}{2l+1}b_l$. В теории векторных С. п. роль, аналогичную роли корреляционной ф-ции, играет корреляционная матрица. Для корреляционных матриц однородных полей также известны спектральные представления. *М. И. Ядренко.*

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ — событие, которое при данных условиях может как произойти, так и не произойти, причем имеется определенная *вероятность* p $(0 \leqslant p \leqslant 1)$ его наступления при данных условиях. То, что С. с. имеет определенную вероятность, проявляется в поведении его частоты: если указанные условия повторить N раз, а событие A наступит при этом $N(A)$ раз, то частота $N(A) : N$ наступления A при больших N оказывается близкой к p. См. также *Вероятностей теория.*

СЛУЧАЙНЫЕ ЧИСЛА — искусственно полученная последовательность реализаций случайной величины с заданным законом распределения. С. ч. применяются при исследовании и оптимизации сложных вероятностных систем методом статистического моделирования (см. *Монте-Карло метод*) с помощью электронных вычислительных машин. Известны три осн. способа получения С. ч.: с помощью таблиц С. ч.; с помощью спец. электронной приставки к вычисл. машине — генератора С. ч. (см. *Датчик случайных чисел*); путем замены С. ч. последовательностью т. н. *псевдослучайных чисел*, получаемых в результате вычислений по спец. *подпрограммам*. С. ч., применяемые при моделировании вероятностной системы, должны удовлетворять двум осн. требованиям: с достаточной точностью воспроизводить поведение моделируемой *случайной величины* с заданным распределением и требовать миним. числа машинных операций, затрачиваемых на формирование одного С. ч. Всякая последовательность С. ч. лишь приближенно воспроизводит поведение моделируемой случайной величины. О точности такого приближения судят обычно по результатам статистической оценки последовательности С. ч. достаточно большого объема, используя известные статистические критерии, напр. критерий χ^2. *Н. И. Костина.*

СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС, вероятностный процесс, стохастический процесс — однопараметрическое семейство случайных величин $\xi(t)$; одно из основных понятий теории случайных процессов. Если на некотором мн-ве T определен С. п., то для всех $t \in T$ определена *случайная величина* $\xi(t)$, называемая значением С. п. в точке t. Обычно T является числовым мн-вом и $t \in T$ интерпретируется как время. Следовательно, С. п. — это ф-ция времени, принимающая случайные значения. С. п. возникают в случайных экспериментах, результаты которых описываются значением некоторой случайной величины в каждый момент некоторого мн-ва моментов времени T. Если предположить, что значение этой величины $\xi(t)$ непрерывно записывается в течение эксперимента, то полученная ф-ция времени наз. выборочной

функцией С. п. При повторении эксперимента выборочная ф-ция каждый раз меняется. Мн-во всех выборочных ф-ций образует ансамбль. Как правило, ансамбли выборочных ф-ций С. п. содержат бесконечное (даже несчетное) мн-во выборочных ф-ций.

Важной характеристикой С. п. являются его частные распределения — совокупность k-мерных распределений процесса $\xi(t)$, дающих совместное распределение значений процесса в k различных моментах времени. В частности, одномерное распределение $F_t(x) = P\{\xi(t) < x\}$, дающее распределение величины $\xi(t)$, является наиболее употребительной характеристикой С. п. В зависимости от свойств частных распределений производится классификация С. п. (см. *Случайных процессов теория*).

А. В. Скороход.

СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕОРИЯ — раздел *вероятностей теории*, изучающий случайные процессы. Говорят, что на мн-ве T вещественной оси задан *случайный процесс*, если каждому $t \in T$ поставлена в соответствие случайная величина $\xi(t)$. Эта величина принимает вещественные, комплексные или векторные значения, в зависимости от чего процесс наз. вещественным, комплексным или векторным. Переменная t обычно интерпретируется как время. Область определения процесса T является или последовательностью $\{t_k\}$ $(t_k < t_{k+1})$ (возможно, бесконечной в обе стороны), и тогда случайный процесс наз. процессом с дискретным временем, либо T является конечным или бесконечным интервалом; тогда случайный процесс наз. процессом с непрерывным временем. Простейшим примером случайного процесса с дискретным временем есть случайное блуждание, описывающее положение частицы, совершающей за единицу времени случайные переходы, причем величина каждого шага не зависит от положения частицы. Примером случайного процесса с непрерывным временем является процесс Пуассона, описывающий число некоторых однородных событий, происшедших за время t (напр., число вызовов, поступивших на телефонную станцию). Важной характеристикой случайного процесса являются его частные распределения — совокупность k-мерных распределений процесса $\xi(t)$, дающих совместное распределение величин $\xi(t_1), \ldots, \xi(t_k)$ для всевозможных наборов $t_1, \ldots, t_k$ из мн-ва T. Для вещественного процесса k-мерное распределение определяется функцией $2k$ аргументов

$$F_{t_1, \ldots, t_k}(x_1, \ldots, x_k) = P\{\xi(t_1) < x_1, \ldots, \xi(t_k) < x_k\},$$
$$t_i \in T,\ x_i \in (-\infty, \infty)$$

(справа указана вероятность того, что одновременно выполнены неравенства $\xi(t_i) < x_i$, $i = 1, \ldots, k$). Для практических приложений важно знать одномерные распределения процесса

$$F_t(x) = P\{\xi(t) < x\}.$$

В том случае, когда $\xi(t)$ имеет абсолютно непрерывные распределения, k-мерные распределения могут задаваться плотностями $P_{t_1, \ldots, t_k}(x_1, \ldots, x_k)$. Этот способ применим и для векторных случайных процессов, но в этом случае x_i будут векторами. Другими важными характеристиками процесса являются его моментные ф-ции

$$m_k(t_1, t_2, \ldots, t_k) = M\xi(t_1) \ldots \xi(t_k),\ t_i \in T,$$

где M — матем. ожидание (предполагаем, что случайный процесс вещественный), или центрированные моментные ф-ции

$$m_k^0(t_1, \ldots, t_k) = M \prod_{j=1}^{k} \{\xi(t_j) - M\xi(t_j)\},$$
$$t_i \in T$$

(последние могут быть выражены и через нецентрированные моментные ф-ции). Наиболее часто используются первые две моментные ф-ции: $m(t) = m_1(t)$ — среднее значение процесса и

$$R(t, s) = m_2^0(t, s) = m_2(t, s) - m_1(t)\, m_1(s) —$$

корреляционная ф-ция процесса. Изучение случайных процессов, когда заданы лишь среднее значение и корреляционная ф-ция случайного процесса, составляют содержание *корреляционной теории случайных процессов.*

В зависимости от свойств частных распределений различают случайные процессы с независимыми значениями; случайные *процессы с независимыми приращениями* (частными примерами их являются: случайное блуждание, броуновское движение, процесс Пуассона); *марковские процессы* (этот класс, в частности, включает случайные процессы с независимыми приращениями); *стационарные случайные процессы*; *гауссовские случайные процессы.* К общим вопросам С. п. т. относится построение матем. моделей случайных процессов и изучение свойств их выборочных ф-ций. Во многих случаях эксперименты, в которых записываются выборочные ф-ции случайных процессов, повторить невозможно. Тогда возникает задача об определении свойств выборочных ф-ций по частным распределениям случайных процессов. По теореме Колмогорова, если для случайного процесса $\xi(t)$, определенного на $[a, b]$, существуют постоянные $\alpha > 0$, $\beta > 0$ и $K > 0$ такие, что $M|\xi(t) - \xi(s)|^{\alpha} \leqslant K|t - s|^{1+\beta}$, то выборочные ф-ции случайного процесса $\xi(t)$ с вероятностью 1 непрерывны.

Для случайных процессов с независимыми приращениями и марковских процессов важной задачей является нахождение всех возможных частных распределений, т. е. соответствующих им вероятностей перехода. Осн. задачи в теории стационарных случайных процессов в узком смысле связаны с доказательством эргодической теоремы, устанавливающей

существование предела $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\xi(k)$ или $\frac{1}{T}\times\int_{0}^{T}\xi(t)\,dt$ при $n\to\infty$ или $T\to\infty$ (в зависимости от того, дискретно или непрерывно время). Стационарные случайные процессы в широком смысле изучаются в корреляционной теории случайных процессов. Важный раздел этой теории составляет спектральная теория стационарных случайных процессов, которую используют для решения задач экстраполяции и фильтрации случайных процессов.

Для всех классов случайных процессов важной задачей является изучение различных их преобразований. Здесь осн. роль играет нахождение *алгоритмов*, позволяющих по характеристикам исходного процесса (по его частным распределениям или моментным ф-циям) найти характеристики преобразованного процесса. Как частный случай, рассматривают задачу об определении характеристик случайных процессов, являющихся решениями дифф. ур-ний, правая часть которых отображает некоторый случайный процесс. С. п. т. изучает также способы определения распределений различных функционалов случайных процессов, напр., интегральных функционалов вида $\int_{0}^{t} f(\xi(s), s)\,ds$, определение вероятности того, что процесс будет лежать в полосе $a(s)<\xi(s)<b(s)$, $s\in T$; определение распределений числа пересечений данной полосы или числа выбросов за эту полосу. При решении подобных задач для каждого класса случайных процессов используют соответствующий аппарат. Наилучшим образом разработан аппарат для марковских процессов — это аппарат дифф. ур-ний в частных производных и интегро-дифференциальных уравнений.

Лит.: Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., 1965 [библиогр. с. 648—654]; Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. Пер. с англ. М., 1956 [библиогр. с. 589—598]; Бартлетт М. С. Введение в теорию случайных процессов. Пер. с англ. М., 1958 [библиогр. с. 365—376].

А. В. Скороход.

СЛУЧА́ЙНЫХ ПРОЦЕ́ССОВ ТЕО́РИЯ ПРЕДСКАЗА́НИЯ — *см. Предсказания случайных процессов теория.*

СЛЭНГ — *язык программирования*, ориентированный на имитационное моделирование систем с дискретными событиями. Разработан и реализован в Ин-те кибернетики АН УССР в 1966—68. Имитационная модель системы изображается как *алгоритм*, каждая реализация которого на ЭЦВМ является имитацией совокупности событий, составляющих процесс функционирования моделируемой системы. Содержание событий модели и их последовательность протекания во времени соответствуют содержанию и последовательности событий в реальной (моделируемой) системе, причем предполагают, что каждое событие происходит мгновенно в некоторый момент времени. Современные системы (напр., информационные системы, автоматизированные системы управления, системы с разделением времени) характеризуются значительным числом компонентов, сложностью структуры, разнообразием процессов и способов их взаимодействия, а также сложностью алгоритмов управления. Выбор параметров систем в процессе проектирования представляет собой трудную задачу ввиду неразработанности матем. аппарата для их анализа.

Модель на языке С. изображается совокупностью описаний процессов, каждое из которых представляет собой *программу*, состоящую из операторов и описательной части. Процессы модели эквивалентны процессам реальной системы. Описание процесса определяет некоторый класс процессов, которые могут функционировать одновременно. Каждой реализации процесса в модели соответствует особый информационный объект — сообщение, содержащее совокупность значений параметров, характеризующих этот конкретный процесс, и спец. переменную, которая определяет текущую координату данного сообщения в программе этого процесса. Эта переменная характеризует развитие процесса. Процесс может находиться в активном состоянии (соответствующее ему сообщение перемещается в программе процесса) и в состоянии ожидания.

Поведение реальной системы может быть представлено в модели на языке С. совокупным поведением процессов, совмещенных в дискретно изменяющемся условном времени. В языке С. имеются средства образования новых процессов в произвольно заданные моменты условного времени, средства для завершения процессов и для описания их взаимодействия. Для лаконичного описания функционирования аппаратурных компонентов систем в язык С. введены спец. объекты (их наз. устр-вом и памятью), являющиеся эквивалентами соответствующих компонентов реальных систем (напр., ЭЦВМ). Процедурная часть языка С. представляет собой сокращенный язык *АЛГОЛ-60*.

Лит.: Калиниченко Л. А. Формальное описание языка СЛЭНГ. В кн.: Теория автоматов, в. 1. К., 1967; Глушков В. М. [и др.]. СЛЭНГ — система программирования для моделирования дискретных систем. К., 1969 [библиогр. с. 412—413].

Л. А. Калиниченко.

СНОБО́Л — *язык программирования*, предназначенный для обработки строк. Под строкой подразумевается произвольная последовательность букв, цифр и других знаков. Исходная информация в языке С. представляется в виде строк. Каждой строке присваивается название. Напр., строка с названием СТР 1 может состоять из букв «У ЛУКОМОРЬЯ ДУБ ЗЕЛЕНЫЙ».

Осн. видами действий над строками, допускаемыми в языке С., является: формирование строк, поиск в строке вхождения строки данного образца — сравнение образцов и замена части строки другой строкой — подстановка. Строки можно формировать либо заданием содержимого строки в кавычках, либо используя

названия ранее сформированных строк. Допускается комбинирование этих способов. Напр.:

СТР 1 = «У ЛУКОМОРЬЯ ДУБ ЗЕЛЕНЫЙ»,
СТР 2 = «ЗЛАТАЯ ЦЕПЬ» «НА ДУБЕ ТОМ»;
ТЕКСТ = СТР 1 «, » СТР 2.

Процесс установления вхождения заданной строки в некоторую другую строку наз. сравниванием образцов. Так, правило:

СТР 1 «ДУБ»

проверяет, содержит ли строка СТР 1 подстроку «ДУБ» (образец «ДУБ»). В образцах можно использовать строчные переменные, используемые для обозначения произвольных строк. Напр., правило:
СТР 1 «У ЛУКОМОРЬЯ» * ПЕР *«ЗЕЛЕНЫЙ»
исследует, содержит ли строка СТР 1 подстроку «У ЛУКОМОРЬЯ», за которой следует подстрока «ЗЕЛЕНЫЙ». Однако между ними может находиться произвольная подстрока, которая присваивается в качестве содержимого строчной переменной ПЕР (в данном случае подстрока «ДУБ»), и под этим названием в дальнейшем может использоваться как самостоятельная строка.

Существуют и др. виды строчных переменных. Так, напр., * S/«5» * означает произвольную подстроку, состоящую из 5 символов, а * (S) * — сбалансированную строку, т. е. строку, у которой число открывающих скобок равно числу закрывающих. Осн. видом преобразования строк является подстановка. Напр., правило:

СТР 1 «ДУБ» = «БУГ»,

заменит в строке

СТР 1 «ДУБ» на «БУГ».

Программа на языке С. представляет собой последовательность операторов. Каждый оператор состоит из трех частей: метки, именующей оператор, правила, которое может быть одним из перечисленных выше видов, и указания перехода или переходов. Язык С. широко применяют для машинного анализа текстов, написанных на естественных языках, в частности, при программировании задач *машинного перевода*. Средства языка С. часто используются при создании языков программирования, включающих аппарат обработки символьной информации.

Лит.: Farrer D. J., Griswold R. E., Polonsky I. P. SNOBOL, a string manipulation language. «Journal of the Association for Computing Machinery», 1964, v. 11, № 1. *Т. А. Гринченко.*

СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ УРАВНЕНИЙ СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ. Значения параметра λ, при которых существуют отличные от тождественного нуля решения ур-ния

$$L_1 u = \lambda L_2 u, \qquad (1)$$

удовлетворяющие в некоторых точках дополнительным условиям

$$L_0 u = 0, \qquad (2)$$

наз. собственными числами (с. ч.), а соответствующие решения u ур-ния (1) с условием (2) — собственными ф-циями (с. ф.). Здесь $L_\alpha u$, $\alpha = 0, 1, 2$ — дифф. выражения. Ур-ние (1) с условиями (2) образует задачу на собственные значения (з. с. з.). Напр., задача

$$-\frac{d^2u}{dx^2} = \lambda u, \ 0 < x < 1, \ u(0) = u(1) = 0 \qquad (3)$$

имеет собственные числа и собственные ф-ции соответственно

$$\lambda^{(k)} = (\pi k)^2, \ u^{(k)}(x) = \sin \pi k x,$$
$$k = 1, 2, \ldots .$$

Задачи на собственные значения точно решены лишь для очень немногих случаев. Для их приближенного решения применяются различные приближенные методы, основные из них рассмотрены ниже.

Метод конечных разностей, или метод сеток, состоит в том, что область непрерывного изменения переменного x заменяется конечным мн-вом точек или узлов (сеткой). Дифф. соотношения в узлах сетки заменяют разностными и вместо задачи (1—2) решают соответствующую алгебр. задачу (см. *Собственных значений и собственных векторов матриц способы вычисления*). Напр., отрезок [0,1] разбивают на N равных частей длины $h = \frac{1}{N}$ точками деления $x_i = ih$ и вместо задачи (3) решают алгебр. задачу

$$-\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} = \mu y_i, \qquad (4)$$
$$i = 1, 2, \ldots, N-1,$$
$$y_0 = y_N = 0,$$

решения $y^{(k)}$, $\mu^{(k)}$, $k = 1, 2, \ldots, N-1$ которой являются приближениями к первым $N-1$ собственным числам и собственным ф-циям задачи (3). Точность обычного метода сеток характеризуется неравенствами

$$|\lambda^{(k)} - \mu^{(k)}| \leqslant M_1(k) h^2,$$
$$|y_i^{(k)} - u^{(k)}(x_i)| \leqslant M_2(k) h^2,$$

где $M_1(k)$ и $M_2(k)$ — постоянные. Иногда применяется метод сеток повышенной точности. Особенно эффективен этот метод для ур-ния

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{du}{dx}\right) + q(x)u = \lambda r(x) u$$

с кусочно-непрерывными коэффициентами p, q, r. При этом получают алгебр. задачу с трехдиагональной матрицей. В этом случае удается построить трехточечные разностные схемы любого порядка точности, т. е. справедливы оценки

$$\left.\begin{aligned} |\lambda^{(k)} - \mu^{(k)}| &\leqslant M_1(k) h^{2m}, \\ |u^{(k)}(x_i) - y_i^{(k)}| &\leqslant M_2(k) h^{2m}, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где m — любое целое число.

Если для заданной задачи на собственные значения можно указать близкую к ней в некотором смысле другую задачу на собственное значение, решение которой известно, то можно использовать метод возмущений. Для этого вводят параметр возмущения ε и рассматривают задачу

$$(L_1^* + \varepsilon \overline{L}_1)\, u = \lambda\, (L_2^* + \varepsilon \overline{L}_2)\, u, \quad \overline{L}_\alpha = L_\alpha - L_\alpha^*, \tag{6}$$

такую, что при $\varepsilon = 0$ имеем близкую задачу

$$L_1^* u = \lambda L_2^* u, \tag{7}$$

а при $\varepsilon = 1$ — исходную задачу. Собственную ф-цию и собственное число (6) ищут в виде

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(x)\, \varepsilon^k, \quad \lambda = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k \varepsilon^k. \tag{8}$$

Подставив выражение (8) в ур-ние (6) и приравняв коэфф. при одинаковых степенях ε, получают после некоторых преобразований рекуррентные соотношения для коэффициентов $u_k(x)$ и λ_k. Зная с. ч. λ_0 и с. ф. $u_0(x)$ задачи (7), находят λ_1 и $u_1(x)$, а затем, используя значения λ_0, $u_0(x)$, λ_1, $u_1(x)$, получают λ_2 и $u_2(x)$ и т. д. Ограничившись в ур-ниях (8) конечным числом членов, получают приближенные с. ф. и с. ч.

Методом коллокаций с. ф. находят в виде

$$u(x) = \sum_{i=1}^{p} c_i v_i(x), \tag{9}$$

где ф-ции $v_i(x)$ удовлетворяют условию (2). Удовлетворяя ур-нию (1) в p равномерно распределенных точках, для определения параметров c_i получают систему однородных ур-ний. Приближенные значения собственных чисел p находят как нули определителя этой системы.

Метод рядов состоит в представлении с. ф. в виде

$$u(x) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i v_i(x). \tag{10}$$

Подставив (10) в (1) и учитывая разложение в ряд по $v_s(x)$ ф-ций $L_\alpha v_i(x)$, $\alpha = 1, 2$, получают бесконечную однородную систему линейных ур-ний относительно c_i, которую при решении берут конечной. Первые k приближенных чисел являются нулями определителя усеченной системы k-го порядка. Задачи на собственные значения можно рассматривать как нелинейные, поэтому к ним можно применить некоторые методы решения нелинейных ур-ний (см. *Операторных уравнений способы решения*). Напр., при решении задачи на собственные значения для систем обыкновенных дифф. ур-ний

$$\frac{dY}{dx} = A(x, \lambda)\, Y, \quad 0 < x < 1, \tag{11}$$

при дополнительных условиях

$$\sum_{i=1}^{m} B_i(\lambda)\, Y(x_i) = 0, \quad 0 \leqslant x_i \leqslant 1, \tag{12}$$

где $A(x, \lambda)$ и $B_i(\lambda)$ — *матрицы*, поступают следующим образом. Т. к. собственные ф-ции определяются с точностью до постоянного множителя, то добавляют еще условие, фиксирующее этот множитель. Пусть оно имеет вид

$$y_k(x_0) = 1, \tag{13}$$

где y_k — k-я компонента вектора $Y(x)$. Вместе с тем задача содержит на одно условие больше, чем необходимо для определенности задачи при любом фиксированном λ. Значит, задачу (11) — (13) можно решать без учета одного из условий (12). Полученное решение подставляют во все условия (12) и по величине результата судят о близости выбранного λ к с. ч. Задав приближение $\overline{\lambda}$ к с. ч. λ, решают краевую задачу

$$\frac{d\overline{Y}}{dx} = A(x, \overline{\lambda})\, Y; \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{m} B_i^{(k)}(\overline{\lambda})\, \overline{Y}(x_i) = 0; \tag{15}$$

$$\overline{y}_k(x_0) = 1, \tag{16}$$

где (15) образуется из (12), если убрать k-е уравнение. Затем проводят, напр., итерации по методу Ньютона в виде

$$\overline{\overline{\lambda}} = \overline{\lambda} - \frac{\varphi^2(\overline{\lambda})}{\varphi(\overline{\lambda} + \varphi(\overline{\lambda})) - \varphi(\overline{\lambda})}, \tag{17}$$

где

$$\varphi(\lambda) = \left\| \sum_{i=1}^{m} B_i(\lambda)\, Y(x_i) \right\|^2, \tag{18}$$

$\| \; \|$ — норма в эвклидовом пространстве (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе).

Кроме указанных, можно использовать и некоторые другие методы (см. *Собственных значений дифференциальных уравнений в частных производных способы вычислений*).

Лит.: Тихонов А. Н., Самарский А. А. Разностная задача Штурма—Лиувилля. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1961, т. 1, № 5; Шаманский В. Е. Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ, ч. 2. К., 1966 [библиогр. с. 241—243]; Приказчиков В. Г. Однородные разностные схемы высокого порядка точности для задачи Штурма — Лиувилля. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1969, т. 9, № 2; Коллатц Л. Задачи на собственные значения с техническими приложениями. Пер. с нем. М., 1968 [библиогр. с. 501—503].

В. Г. Приказчиков.

СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕ́НИЙ ДИФФЕРЕНЦИА́ЛЬНЫХ УРАВНЕ́НИЙ В ЧА́СТНЫХ ПРОИЗВО́ДНЫХ СПО́СОБЫ ВЫЧИСЛЕ́НИЙ. Пусть A и B — линейные дифф. операторы в частных производных. Нетривиальные решения ур-ния

$$Aw = \lambda Bw, \tag{1}$$

удовлетворяющие заданным однородным краевым условиям

$$L_i w|_\Gamma = 0, \qquad (2)$$

где L_i — некоторый дифф. *оператор*, наз. собственными функциями (с. ф.) задачи (1) — (2), а соответствующие им значения параметра λ — собственными значениями (с. з.) ур-ния (1). Если $B \equiv E$ (E — тождественный оператор), то вместо (1) получаем ур-ние

$$Aw = \lambda w, \qquad (3)$$

часто встречающееся в различных разделах математики и ее приложениях.

Напр.: а) с. з. задачи $-\Delta w = \lambda w$, $w|_\Gamma = 0$ для прямоугольной области $\{0 \leqslant x \leqslant a, 0 \leqslant y \leqslant b\}$, где Δ — оператор Лапласа, определяются по ф-ле

$$\lambda_{ks} = \pi^2\left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2}\right); \quad k, s = 1, 2, \ldots;$$

б) если $A \equiv \Delta\Delta$ (бигармонический оператор), а область — круг, то при условиях

$$w\Big|_\Gamma = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial n}\Big|_\Gamma = 0$$

$\left(\frac{\partial w}{\partial n}\right.$ — производная по направлению нормали к контуру) ур-ние (3) приводится к обыкновенному дифф. ур-нию, и с. з. определяются через корни ф-ций Бесселя; в) если $A \equiv \Delta\Delta$, а область — прямоугольник, то при условиях $w = 0$, $\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} = 0$ на двух противоположных сторонах прямоугольника (условия на двух остальных сторонах — любые), решение ур-ния (3) ищем в виде

$$w(x, y) = X(x)\sin\frac{\pi s y}{b}, \quad s = 1, 2, \ldots. \qquad (4)$$

В (4) $X(x)$ — неизвестная ф-ция. Подставив (4) в (3) и разделив переменные, получим обыкновенное дифф. ур-ние 4-го порядка относительно ф-ции $X(x)$. Найдя общее решение этого ур-ния и подчинив его заданным краевым условиям, получаем трансцендентное ур-ние, корни которого определяют значения параметра λ.

г) С. з. задачи

$$\Delta\Delta w = -\lambda\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + q\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right),$$

$$w\Big|_\Gamma = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial n^2}\Big|_\Gamma = 0$$

($q = \text{const}$) для прямоугольника $\{0 \leqslant x \leqslant a, 0 \leqslant y \leqslant b\}$ вычисляют по ф-ле

$$\lambda_{ks} = \frac{\pi^2\left(\frac{k^2}{a^2} + \frac{s^2}{b^2}\right)^2}{\frac{k^2}{a^2} + q\frac{s^2}{b^2}}, \qquad k, s = 1, 2, \ldots.$$

Если точное решение ур-ния (1) или (3) получить невозможно, с. з. определяют с помощью различных прибл. методов.

Метод Релея — Ритца применяют для ур-ния (3) с положительно определенным оператором, с. ф. которого обладают важными экстрем. свойствами, позволяющими свести задачу определения с. з. к исследованию экстремума функционала

$$\frac{(Aw, w)}{(w, w)}. \qquad (5)$$

Последнюю задачу решают по методу Релея — Ритца: задают последовательность координатных ф-ций $\varphi_n \in H_A$ ($n = 1, 2, \ldots$) (H_A — линейное нормированное простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), в котором норму элемента $w \in H_A$ задаем равенством $\|w\| = \sqrt{(Aw, w)}$, которые при любом n линейно независимы и образуют полную систему в энерг. простр. H_A; прибл. решение ур-ния (3) представляется в виде

$$w_n = \sum_{k=1}^{n} a_k\varphi_k; \qquad (6)$$

из условия минимума функционала (5) при $w = w_n$ получаем систему линейных однородных ур-ний относительно коэфф. a_k

$$\sum_{k=1}^{n}[(A\varphi_k, \varphi_m) - \lambda(\varphi_k, \varphi_m)]\,a_k = 0, \qquad (7)$$
$$m = 1, 2, \ldots, n;$$

приравняв определитель системы (7) нулю, приходим к ур-нию n-й степени относительно λ

$$\begin{vmatrix} (A\varphi_1, \varphi_1) - \lambda(\varphi_1, \varphi_1); & (A\varphi_2, \varphi_1) - \lambda(\varphi_2, \varphi_1); & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_1) - \lambda(\varphi_n, \varphi_1) \\ (A\varphi_1, \varphi_2) - \lambda(\varphi_1, \varphi_2); & (A\varphi_2, \varphi_2) - \lambda(\varphi_2, \varphi_2); & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_2) - \lambda(\varphi_n, \varphi_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (A\varphi_1, \varphi_n) - \lambda(\varphi_1, \varphi_n); & (A\varphi_2, \varphi_n) - \lambda(\varphi_2, \varphi_n); & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_n) - \lambda(\varphi_n, \varphi_n) \end{vmatrix} = 0. \qquad (8)$$

Все корни ур-ния (8) — положительны. Если их расположить в порядке возрастания, т. е. $\lambda_1^{(n)} \leqslant \lambda_2^{(n)} \leqslant \cdots \leqslant \lambda_n^{(n)}$, то каждый из этих корней является прибл. значением соответствующего с. з. исходного ур-ния (3), причем $\lim\limits_{n\to\infty}\lambda_k^{(n)} = \lambda_k$.

Метод Релея — Ритца эффективен при вычислении первых с. з. и дает для этих значений приближения сверху ($\lambda_k^{(n)} \geqslant \lambda_k$). При вычислении с. з. с большими номерами возникают трудности, связанные с аппроксимацией с. ф.

линейной комбинацией (6): как правило, в выражении (6) приходится брать достаточно большое к-во координатных ф-ций, что очень усложняет процесс вычислений и может привести к накоплению больших *округления погрешностей*. Удачный выбор координатных ф-ций существенно влияет на точность прибл. решений, получаемых по методу Релея — Ритца. В частности, если ф-ции φ_n образуют ортонормированную систему, то ур-ние (8) упрощается и приобретает вид

$$\begin{vmatrix} (A\varphi_1, \varphi_1) - \lambda; & (A\varphi_2, \varphi_1); & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_1) \\ (A\varphi_1, \varphi_2); & (A\varphi_2, \varphi_2) - \lambda; & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (A\varphi_1, \varphi_n); & (A\varphi_2, \varphi_n); & \ldots; & (A\varphi_n, \varphi_n) - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

В методе Бубнова — Галеркина прибл. решение ур-ния (3) представляется в виде (6), где $\{\varphi_n\}$ — последовательность ф-ций, достаточное к-во раз дифференцируемых и удовлетворяющих всем краевым условиям, а также условиям линейной независимости и полноты. Проектируя невязку $Aw_n - \lambda w_n$ на подпростр., образованное ф-циями φ_n, и требуя выполнения условия ортогональности

$$\left(A\left(\sum_{k=1}^{n} a_k\varphi_k\right) - \lambda \sum_{k=1}^{n} a_k\varphi_k, \varphi_m\right) = 0,$$
$$m = 1, 2, \ldots, n,$$

получаем систему ур-ний вида (7) относительно a_k. Приравняв определитель этой системы нулю, снова приходим к ур-нию вида (8). Если оператор A — положительно определенный, то методы Релея — Ритца и Бубнова — Галеркина совпадают. В общем случае метод Бубнова — Галеркина имеет бо́льшую область применимости, в силу менее жестких ограничений, накладываемых на оператор A.

Асимптотический метод разработан в связи с решением задач о свободных колебаниях пластин и оболочек. Пусть требуется определить частоты собственных колебаний пологой, прямоугольной в плане оболочки с постоянными главными кривизнами. Эта задача приводится к интегрированию дифф. ур-ния 8-го порядка вида

$$\Delta\Delta\Delta\Delta w + a\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + b\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + c\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \lambda\Delta\Delta w = 0, \quad (10)$$

где a, b, c — const. Согласно этому методу, рассматриваются т. н. «внутреннее» решение, которое удовлетворяет ур-нию (10), но, вообще говоря, не удовлетворяет граничным условиям, и решение в окрестности границы, удовлетворяющее всем граничным условиям и стремящееся асимптотически к «внутреннему» решению при удалении от границы области. Склеивая эти два решения, получают трансцендентные ур-ния для вычисления неизвестных параметров, которые входят в выражение для с. з. В качестве «внутреннего» решения для ур-ния (10) можно взять выражение

$$w = C_0 \sin k_1 (x - x_0) \sin k_2 (y - y_0), \quad (11)$$

где C_0 — нормирующий множитель, k_1, k_2, x_0, y_0 — подлежащие определению параметры. В окрестности линии $x = 0$ решение определяется в виде

$$w_*(x, y) = \Phi(x) \sin k_2 (y - y_0). \quad (12)$$

Подстановка (12) в (10) приводит к дифф. ур-нию 8-го порядка с постоянными коэфф. относительно $\Phi(x)$

$$\Phi^{VIII} + p_1\Phi^{VI} + p_2\Phi^{IV} + p_3\Phi^{II} + p_4\Phi = 0. \quad (13)$$

Применение асимптотического метода возможно, если среди корней характеристического ур-ния, соответствующего ур-нию (13), найдется не менее трех корней с отрицательной действительной частью. Напр., если общий интеграл ур-ния (13) имеет вид

$$\Phi(x) = C_1 \sin\beta_1 x + C_2 \cos\beta_1 x + C_3 e^{-\alpha_1 x} + C_4 e^{-\alpha_2 x} + C_5 e^{-\alpha_3 x} + C_6 e^{\alpha_1 x} + C_7 e^{\alpha_2 x} + C_8 e^{\alpha_3 x} \; (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0), \quad (14)$$

то, отбрасывая члены, неограниченно возрастающие с увеличением x, получаем в окрестности границы $x = 0$ прибл. решение

$$\tilde{w}(x, y) = \Psi(x) \sin k_2 (y - y_0), \quad (15)$$

где

$$\Psi(x) = C_1 \sin\beta_1 x + C_2 \cos\beta_1 x + C_3 e^{-\alpha_1 x} + C_4 e^{-\alpha_2 x} + C_5 e^{-\alpha_3 x}. \quad (16)$$

Выражение (15) позволяет удовлетворить всем краевым условиям на линии $x = 0$ и предельному соотношению

$$\lim_{x\to\infty} \Psi(x) = C_0 \sin k_1 (x - x_0).$$

Метод конечных разностей состоит в замене дифф. оператора и операторов краевых условий конечноразностными выражениями, в результате чего исходная задача заменяется некоторой ее дискретной моделью

$$A_h w_h = \lambda_h w_h. \quad (17)$$

Задача (17) равносильна вычислению собственных векторов и с. з. матрицы (см. *Собственных значений и собственных векторов матриц способы вычисления*), порядок которой определяется к-вом внутренних узлов сеточной области. Переход от ур-ния (3) к его дискретному аналогу (17) возможен для произвольных областей и произвольных операторов, в частности, для тех, которые содержат переменные

коэфф. Это придает методу конечных разностей достаточную универсальность. Но если краевые условия содержат производные высоких порядков (а это часто бывает в практически важных задачах), то для произвольных областей возникают трудности, связанные с аппроксимацией краевых условий конечноразностными выражениями.

Метод приближенного разделения переменных (метод расщепления) применяют для прямоугольных областей, если оператор A имеет вид

$$Aw = \sum_{k=1}^{p} a_k \Delta^k w + b\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c\frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

$$2 \leqslant p \leqslant 4,$$

$$\Delta^k w = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^k w,\ a_k,\ b,\ c - \text{const},$$

а оператор B либо является тождественным оператором, либо содержит лишь производные $\frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}}$, $\frac{\partial^{2k}}{\partial y^{2k}}$, $k = 1, 2, \ldots$ с постоянными коэфф. Этот метод применим и для дискретных, и для непрерывных задач при самых общих краевых условиях. Если задачу (1) — (2) заменить дискретным аналогом, то этот метод позволяет найти достаточно хорошее нулевое приближение для полной проблемы с. ф. и с. з. разностной задачи, минуя вычисление корней характеристического определителя. Это приближение затем может быть уточнено одним из известных итерационных методов решения алгебр. проблемы с. з. и собственных векторов. Метод особенно эффективен при вычислении с. з., соответствующих высшим формам колебаний. Если задача (1) — (2) допускает разделение переменных в обычном смысле, то метод прибл. разделения переменных вырождается в классический метод Фурье.

По методу коллокаций прибл. решение задачи (1) — (2) ищем в виде (6), где a_k — некоторые параметры, а ф-ции φ_k удовлетворяют краевым условиям (2). Требуя, чтобы выражение (6) удовлетворяло ур-нию (1) в заданных n точках области (точках коллокации), получаем однородную систему линейных алгебр. ур-ний относительно параметров a_k, $k = 1, 2, \ldots, n$. Приравняв определитель этой системы нулю, получаем ур-ние для нахождения приближенных с. з. Метод коллокаций отличается простотой, но результаты вычислений сильно зависят от выбора точек k.

В методе минимизации среднеквадратичной погрешности приближенное решение задачи (1) — (2) представляется в виде линейной комбинации (6) ф-ций φ_k, удовлетворяющих краевым условиям (2). Из условия минимума функционала

$$F(w_n) = \frac{\int\limits_{\Omega} (Aw_n - \lambda B w_n)^2\, d\Omega}{\| w_n \|^2}$$

получаем ур-ния для определения приближенных с. з. и постоянных a_k

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial a_k} = 0, \qquad k = 1, 2, \ldots, n.$$

Метод суммарных представлений применяют в случае самосопряженных операторов с постоянными коэфф. для областей, составленных из прямоугольников, областей с разрезами и выемками и др. Этот метод является конечноразностным аналогом метода интегр. представлений в матем. физике. Решение разностной задачи в любой точке сеточной области при большом к-ве узлов представляется в виде т. н. формул суммарных представлений, содержащих сравнительно небольшое к-во параметров. Относительно последних составляют системы линейных алгебр. ур-ний, содержащих параметр λ. Приравняв 0 определитель этой системы, получают характеристическое ур-ние для определения с. з. разностной задачи. С. ф. даются ф-лами суммарных представлений. Этот метод предложил сов. математик Г. Н. Положий (1914—68).

Лит.: Болотин В. В. Краевой эффект при колебаниях упругих оболочек. «Прикладная математика и механика», 1960, т. 24, в. 5; Положий Г. Н. Численное решение двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента. К., 1962 [библиогр. с. 157—159]; Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., 1966; Бабаков И. М. Теория колебаний. М., 1968; Буледза А. В. Об одном методе исследования свободных колебаний прямоугольных пластин. «Прикладная механика», 1970, т. 6, в. 9; Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М., 1970 [библиогр. с. 502—510]; Коллатц Л. Задачи на собственные значения с техническими приложениями. Пер. с нем. М., 1968 [библиогр. с. 501—503]. *А. В. Буледза.*

СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕ́НИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕ́КТОРОВ МА́ТРИЦ СПОСО́БЫ ВЫЧИСЛЕ́НИЯ. Значения параметра λ, при которых существуют не тождественно равные нулю решения x системы алгебр. ур-ний

$$Ax = \lambda Bx, \tag{1}$$

наз. собственными числами (с. ч.) или собственными значениями, а им соответствующие решения x — собственными n-мерными векторами (с. в.) квадратной *матрицы* A порядка n относительно квадратной матрицы B того же порядка. Если матрица B единичная ($B \equiv E$), то говорят о с. ч. и с. в. матрицы A. С. ч. системы (1) являются корнями характеристического полинома (х. п.), т. е. корнями $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ ур-ния

$$|A - \lambda B| = 0, \tag{2}$$

где $|\cdot|$ — определитель матрицы. С. в. системы (1), соответствующий с. ч. λ_k, удовлетворяет системе алгебр. ур-ний

$$(A - \lambda_k B)\, x_k = 0. \tag{3}$$

Изучение с. в. и с. ч. необходимо, напр., при исследовании колебаний и устойчивости различных систем. Нахождение всех с. ч. и с. в. системы (1) наз. полной проблемой собственных значений (п. п. с. з.). Нахождение не-

скольких с. ч. и с. в. системы (1) наз. частичной проблемой собственных значений (ч.п.с.з.).

Методы вычислений с. ч. и с. в. делятся на прямые и непрямые методы. В прямых методах сначала находят непосредственно коэфф. х. п. Для того, чтобы найти с. ч., нужно определить к.-л. методом его корни. Затем находят с. в. как решения системы (3). В прямых методах используются преобразования подобия, т. е. преобразования матрицы A вида

$$\tilde{A} = T^{-1}AT, \tag{4}$$

где T — некоторая матрица и T^{-1} — обратная к ней матрица. В результате таких преобразований х. п. не меняется, а матрица приводится к более простому виду, х. п. которой легко выписывается. Например, для решения задачи

$$Ax = \lambda x \tag{5}$$

с матрицей относительно невысокого порядка следует пользоваться методом Данилевского, при помощи которого подобными преобразованиями матрицу A приводят к матрице

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & p_1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & p_2 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & p_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & p_n \end{pmatrix}, \tag{6}$$

имеющей в последнем столбце коэфф. х. п.

$$|A - \lambda E| = (-1)^n \left[\lambda^n - \sum_{i=1}^{n} p_i \lambda^{n-i}\right]. \tag{7}$$

Осн. недостатком большинства прямых методов является неустойчивость по отношению к *округления погрешностям*, которые неизбежны при счете на ЭВМ. Такая неустойчивость проявляется тем больше, чем выше порядок n. Поэтому для систем относительно высокого порядка целесообразно пользоваться непрямыми методами, которые позволяют находить с. ч. и с. в. с помощью некоторых сходящихся числовых последовательностей, минуя построение х. п. При этом используются подобные преобразования (4) с ортогональными матрицами T

$$T^{-1} = T^*, \tag{8}$$

где T^* — транспонированная к T матрица. В этом случае итерационные процессы устойчивы относительно погрешностей округления. Кроме того, непрямые методы удобны в смысле организации многократного счета на ЭВМ по одним и тем же простым ф-лам. Напр., для решения п. п. с. з., когда в (5) матрица симметричная ($A = A^*$), следует пользоваться хорошо зарекомендовавшим себя на практике м е т о д о м в р а щ е н и я. В этом методе получается последовательность матриц D, подобных исходной, внедиагональные элементы которых стремятся к нулю, а диагональные элементы — к с. ч. Точнее, если задана мера точности ε, то наступит момент, когда будет выполнено неравенство $|d_{ii} - \lambda| \leqslant M\varepsilon^2$, где d_{ii} — диагональный элемент матрицы D, λ — с. ч. матрицы A, M — постоянная, не зависящая от ε. Матрица преобразований T в этом методе получается как произведение матриц вращения. Столбцы матрицы T являются с. в. матрицы A. Метод вращений легко обобщается на систему (1), когда матрица B — положительно определена.

Если матрица A в (5) — произвольная вещественная или если она имеет ленточную структуру, то разумно пользоваться QR-м е т о д о м, который описывается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} A &= Q_1R_1; \\ R_1Q_1 &= Q_2R_2; \\ &\cdots\cdots\cdots \\ R_{s-1}Q_{s-1} &= Q_sR_s. \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь Q — ортогональные, R — правые треугольные матрицы. Такое разложение в произведение осуществляется с помощью матриц вращения или отражения. Матрицы $H_s = R_sQ_s$ подобны исходной, а в процессе итераций стремятся к правой квазитреугольной матрице, квадратные клетки на диагонали которой имеют с. ч., близкие к с. ч. исходной матрицы. Если вещественное с. ч. матрицы A имеет кратность k, то ему соответствует диагональная клетка порядка k квазитреугольной матрицы. Паре комплексных с. ч. матрицы соответствует диагональная клетка 2-го порядка квазитреугольной матрицы. Метод сохраняет в процессе преобразований ленточную структуру матрицы, в частности, почти треугольную матрицу

$$A_2 = \begin{pmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * \end{pmatrix}, \tag{10}$$

что позволяет значительно сократить к-во арифм. операций. Поэтому исходную матрицу A предварительно преобразуют с помощью подобных преобразований к виду (10). Если $A = A^*$, то (10) является трехдиагональной матрицей. Этот метод обобщается на систему (1) с произвольными матрицами A и B.

При решении ч. п. с. з. для системы (1) достаточно высокого порядка не экономно пользоваться описанными выше методами, даже если они модифицированы специально для этой проблемы. Для вычисления максимальных и минимальных по абс. величине с. ч. и соответствующих им векторов пользуются с т е п е н н ы м м е т о д о м. Напр., для задачи (5), когда $A = A^*$, с. в., соответствующий максимальному с. ч., находят как предел последовательности

$$x_{s+1} = Ax_s = A^{s+1}x_0, \tag{11}$$

начиная с заданного вектора x_0. Соответствующее приближение к с. ч. при этом вычисляется

по формуле

$$\lambda_{s+1} = \frac{(x_{s+1}, x_{s+1})}{(x_{s+1}, x_s)}. \qquad (12)$$

Если известно достаточно хорошее приближение λ_s и x_s к некоторому с. ч. и с. в. (5) при $A = A^*$, то для уточнения приближений пользуются степенным итерационным методом вида

$$(A - \lambda_s E)\, x_{s+1} = x_s. \qquad (13)$$

Решив эту систему, найдем x_{s+1} — лучшее приближение к с. в. Лучшее приближение λ_{s+1} к с. ч. получим из ф-лы

$$\lambda_{s+1} = \lambda_s + \frac{1}{\delta_s}, \qquad (14)$$

где

$$\delta_s = \frac{(x_{s+1}, x_{s+1})}{(x_{s+1}, x_s)}.$$

Но, как показали практические расчеты, степенные методы не всегда надежны, т. е. в процессе итераций можно получить не крайние собственные числа и собственные векторы. Поэтому для вычисления крайних собственных чисел и соответствующих им собственных векторов следует применять методы вида

$$x_{s+1} = x_s + \tau_s w_s, \qquad (15)$$

где вектор w_s и параметр τ_s специально выбираются. Напр., для системы (1), когда $A = A^*$ и $B = B^*$, в качестве w_s можно взять вектор невязки

$$w_s = Ax_s - \lambda_s Bx_s, \qquad (16)$$

а параметр τ_s вычислять как корень кв. ур-ния

$$\begin{vmatrix} 1 & \tau & \tau^2 \\ (Ax_s, x_s) & (Ax_s, r_s) & (Ar_s, r_s) \\ (Bx_s, x_s) & (Bx_s, r_s) & (Br_s, r_s) \end{vmatrix} = 0. \qquad (17)$$

Приближение к с. ч. в этом случае находят по ф-ле

$$\lambda_{s+1} = \frac{(Ax_{s+1}, x_{s+1})}{(Bx_{s+1}, x_{s+1})}. \qquad (18)$$

При этом миним. корень ур-ния (17) обеспечивает сходимость к минимальному с. ч., а макс. корень — к максимальному с. ч.

Кроме указанных выше методов, существует много других. Для многих методов разработаны стандартные программы.

Лит.: Самокиш Б. А. Метод наискорейшего спуска в задаче о собственных элементах полуограниченных операторов. «Известия высших учебных заведений. Математика», 1958, № 5; Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.— Л., 1963 [библиогр. с. 677—734]; Воеводин В. В. Численные методы алгебры. Теория и алгорифмы. М., 1966 [библиогр. с. 247—248]; Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. Пер. с англ. М., 1970 [библиогр. с. 559—564]. *В. Г. Приказчиков.*

СОБЫТИЕ в теории автоматов — произвольное множество слов в некотором фиксированном конечном алфавите A. В теории автоматов изучают С., перечислимые автоматами, и С., представимые автоматами. С., перечислимое автоматом $\mathfrak{A}$, — это мн-во слов, которые получают на выходе автомата $\mathfrak{A}$, когда на его вход подают все возможные входные слова; С., представимое автоматом $\mathfrak{A}$,— это мн-во всех входных слов, переводящих автомат $\mathfrak{A}$ из начального состояния в одно из т. н. заключительных состояний. С., перечислимые и представимые *автоматами конечными*,— это *события регулярные*.

СОБЫТИЕ РЕГУЛЯ́РНОЕ — множество слов некоторого алфавита, полученное из однобуквенных слов с помощью конечного числа применений следующих операций к мн-вам слов: теоретико-множественное объединение $A \cup B$; произведение $A \cdot B$ и итерация $\{A\}$, где произведение $A \cdot B$ определяют как мн-во всех слов, имеющих вид $\alpha\beta$ ($\alpha \in A$, $\beta \in B$), а итерацию мн-ва A определяют как $\{A\} = A \cup A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cup A \cdot A \times A \cdot A \cup \ldots$ (существует и другое определение итерации, когда требуют, чтобы к $\{A\}$ принадлежало пустое слово e, т. е. полагают $\{A\} = e \cup A \cup A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cup A \cdot A \cdot A \cdot A \cup \ldots$). Поскольку справедлива теорема, утверждающая, что С. р. и только они представимы в *автоматах конечных*, понятие С. р. является одним из основных в *алгебраической теории автоматов*. См. также *Регулярные события и выражения*.

СОБЫТИЯ ЦИКЛИ́ЧЕСКАЯ ГЛУБИНА́ — одна из характеристик *регулярных событий и выражений*. С. ц. г.— количество вложенных друг в друга пар итерационных скобок в регулярном выражении, задающем это событие; другими словами, С. ц. г.— это количество последовательных применений операции итерации к некоторому подсобытию данного события. Поскольку одно и то же *событие регулярное* может задаваться разными регулярными выражениями, то, чтобы характеризовать С. ц. г. одним числом, в каждом таком регулярном выражении выбирают макс. количество вложенных друг в друга пар итерационных скобок и из всех полученных чисел выбирают минимальное. Это число и принимают за С. ц. г. Доказано, что для любого натурального n существует такое регулярное событие, что его циклическая глубина равна n.

Лит.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395].

СОВМЕЩЕ́НИЕ ОПЕРА́ЦИЙ В МАШИ́НЕ — одновременное выполнение действий, заданных операторами программы, на функционально различных устройствах машины. Степень С. о. в м. характеризует эффективную производительность вычисл. машины (ВМ) и является одним из осн. показателей развитости ее логич. структуры. С. о. в м. сокращает время решения задач благодаря уменьшению простоев оборудования в ожидании сигнала о выполнении предыдущей операции.

Различают несколько видов С. о. в м. 1) Совмещение работы устройств по переработке данных — операционных устр-в (ОУ) — с работой устр-в по переработке *программ* —

устр-в управления (УУ), в частности, с работой: а) по подготовке *команд* программы к исполнению (т. е. вызов команды, расшифровка *кодов* операций, вызов операндов, если это необходимо, и др.); б) по проведению обмена между ступенями иерархической памяти и в) по проведению одновременных обращений к разделенной на блоки оперативной памяти. 2) Совмещение работы ОУ и (или) УУ с работой устр-в связи с внеш. памятью (на *ленте магнитной, барабане магнитном, диске магнитном*) и устр-вами ввода — вывода. 3) Совмещение работы отдельных частей ОУ (напр., частей ОУ для вычислений в режимах с фиксированной занятой, с плавающей запятой или десятичной арифметики, или частей ОУ, выполняющих отдельные арифм. и логич. операции — сложение, умножение, деление, вычисление *булевых функций* от двух переменных и т. д.).

Сначала ВМ был присущ наиболее простой вид совмещения (1, а). Ощутимое сокращение времени решения задачи достигалось лишь при совмещении операций, сравнимых по времени подготовки операции и их выполнения, тогда как наличие операций ввода — вывода (быстрая подготовка и медленное выполнение) приводило к значительным простоям оборудования ОУ и УУ в ожидании сигнала о выполнении этих операций. Появление в вычисл. машине *системы прерывания ЦВМ* позволило ввести совмещение операций второго вида. При этом центральное УУ (ЦУУ) после расшифровки следующей команды прерывает свою работу, если следующая команда — обращение к внеш. устр-ву, и передает управление местному УУ, а ОУ и ЦУУ продолжают работать по программе с одним ограничением: дальнейшие обращения к внеш. устр-вам должны быть заблокированы до окончания текущего обращения. При встрече с такими дополнительными обращениями работа по программе прекращается. Система прерываний обеспечивает еще один вид совмещения операций (1, б) — для иерархической многоступенчатой памяти, наличие которой характерно для современных ВМ.

В машинах 3-го поколения (см. *Электронная вычислительная машина*) совмещение работы ОУ и ЦУУ получило дальнейшее развитие после того, как ферритовая оперативная память была разделена на независимые блоки, что позволило вести С. о. в м. по виду (1, в), т. е. начинать обращение к любому из блоков еще до окончания обращений к др. блокам. Такое совмещение обеспечивается чередующейся нумерацией физ. адресов в блоках, т. е. ячейки с адресами, значения которых отличаются на 1 и находятся в различных блоках (напр., при двух независимых блоках один из них содержит ячейки только с четными адресами, а другой — с нечетными).

Третий тип совмещения характерен для вычисл. машин с ОУ, состоящими из набора функционально специализированных вычисл. блоков. ОУ связано с разделенной на блоки ферритовой памятью, в которой хранятся исходные данные и промежуточные результаты операций, находящиеся на различных стадиях выполнения. Вычисл. блоки работают независимо друг от друга и от ЦУУ, обеспечивающего их непрерывным потоком операндов. В качестве примера машины с совмещением операций по 3-му виду можно назвать вычисл. машину *«СДС-7600»*, в которой имеется в составе центр. *процессора* 9 функционально независимых вычисл. блоков — умножение, деление, дополнение и др. Как правило, ВМ, обладающая достаточно развитым совмещением операций (напр., имеющая 3-й вид совмещения), имеет и более простые виды совмещений (совмещения подготовки и выполнения команд, работы УУ и обмена с внеш. устр-вами и др.).

А. А. Яцуба.

«СОЛЯРТРОН ЭЛЕКТРОНИК ГРУП» (The Solartron Electronic Group, Ltd) — ассоциация, объединяющая около двух десятков английских и дочерних зарубежных компаний по выпуску электронных устройств. Основана в 1954 на базе фирмы Solartron Laboratory Instruments, Ltd, созданной в 1948. Осн. продукция фирмы — электронные измерительные приборы, радиолокационные тренажеры, обучающие машины, аналоговые и гибридные вычисл. машины. С 1966 выпускает серию гибридных вычисл. машин «Hybrid-7 Series». Наиболее крупные модели этой серии имеют до 160 решающих усилителей. Завод вычисл. машин и тренажеров — в г. Фарнборо (Великобритания).

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970.

С. Ф. Козубовский.

СООБЩЕ́НИЕ в теории передачи информации — любая *случайная величина* ξ_n, заданная в момент времени τ_n, где $n = 1, 2, \ldots$. См. *Информации передача.*

СООБЩЕ́НИЙ ТЕО́РИЯ — устаревшее название *информации теории.*

СОПРОТИВЛЕ́НИЕ . ОТРИЦА́ТЕЛЬНОЕ — двухполюсный элемент электрической цепи, направление тока по которому прямо противоположно направлению тока в обычном сопротивлении при одинаковых по величине и направлению напряжениях на этих элементах. Дифф. С. о. (для приращений напряжения и тока) обладают некоторые нелинейные элементы, напр., четырехслойные неуправляемые диоды (динисторы), приборы тлеющего разряда, туннельные диоды и т. п. На переменном

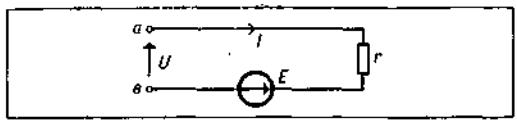


Схема отрицательного сопротивления.

синусоидальном токе реактивное сопротивление индуктивности можно рассматривать как С. о. по отношению к сопротивлению емкости. Эффект С. о. на постоянном токе получают путем использования активных двухполюсников с зависимыми источниками энергии. Одна

из возможных схем С. о. показана на рис. Если напряжение источника E выбрать пропорциональным входному напряжению: $E = kU$, то величина входного сопротивления определится выражением $R_{ob} = \frac{U}{I} = \frac{r}{1-k}$, где k — коэфф. пропорциональности, I — величина тока. При $k > 1$ входное сопротивление становится отрицательным. При совместном использовании нескольких С. о. возникает проблема устойчивости их работы (см. *Устойчивость модели*). С. о. применяются в радиоэлектронике, вычисл. технике, в схемах электронного моделирования и др. *В. В. Васильев.*

СОПРОТИВЛЕ́НИЕ ЦИФРОВО́Е УПРАВЛЯ́ЕМОЕ — последовательная (рис., *а*) или параллельная (рис., *б*) цепочка постоянных резисторов, включаемых в цепь при помощи электромеханических или электронных реле, которые возбуждаются от соответствующих разрядных шин устройства хранения или выработки управляющего цифрового позиционного *кода*. Для наиболее распространенного в цифровой технике двоичного кода разрядное сопротивление r_j пропорционально степени двойки: $r_j = r_0 2^j$ и управляющий n-разрядный двоичный код $N_j = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j 2^j$ изменяется в пределах $N_{\min} = 1$ при $\alpha_0 = 1$, $\alpha_j = 0$ ($j = 1, 2, \ldots, n-1$) и $N_{\max} = 2^n - 1$ при $\alpha_j = 1$ ($j = 0, 1, 2, \ldots, n-1$). Здесь r_0 — сопротивление младшего разряда С. ц. у., пропорциональное коду $N_{\min} = 1$.

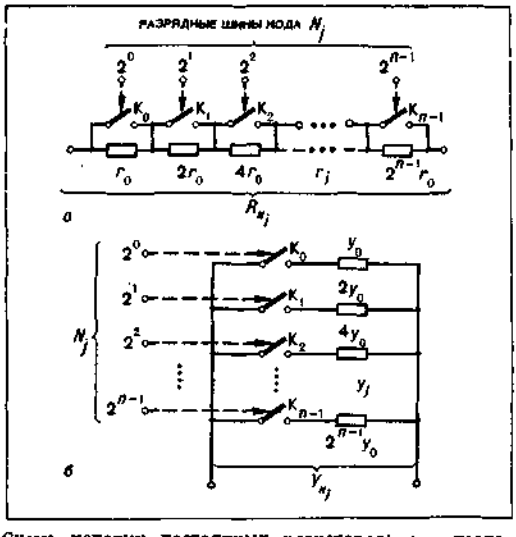


Схема цепочки постоянных резисторов: *а* — последовательно включенных; *б* — параллельно включенных.

Так как значение $\alpha_j = 1$ в этой разрядной шине кода N_j соответствует разомкнутому состоянию ключа K_j в схеме последовательного С. ц. у. и замкнутому состоянию ключа K_j в схеме параллельного С. ц. у., то сопротивление R_{N_j} или проводимость Y_{N_j} между полюсами С. ц. у. связаны с управляющим кодом N_j соотношениями вида $R_{N_j} = r_0 N_j$, и $Y_{N_j} = y_0 N_j$, где $r_0 = \frac{1}{y_0}$. С. ц. у. может быть связано также нелинейной зависимостью с управляющим кодом $R_{N_j} = r_0 F(N_j)$, если величины сопротивлений r_j выбраны по зависимостям $r_j = f_j(N_j)$ или использованы более сложные последовательно-параллельные схемы включения резисторов в общую схему С. ц. у.

Точность и быстродействие С. ц. у. определяется аналогичными характеристиками составляющих его резисторов r_j и ключей K_j. Если используют прецизионные резисторы (типа МВС, МВСГ и т. п.), погрешность С. ц. у. лежит в пределах сотых долей процента при полосе пропускания порядка нескольких сотен *гц* для электромагнитных ключей и сотен *кгц* — для полупроводниковых ключей.

С. ц. у. используются в аналого-цифровых и цифро-аналоговых автоматических устройствах обработки информации в качестве декодирующих блоков *преобразователей формы информации*, вычислительных блоков комбинированного принципа действия, в цифровых информационно-измерительных системах, в блоках дистанционного управления настройки контуров радиоприборов и т. п.

Лит.: Смолов В. Б. [и др.]. Полупроводниковые кодирующие и декодирующие преобразователи напряжения. Л., 1967 [библиогр. с. 308—310].

В. Б. Смолов.

СОПРЯЖЁННЫХ НАПРАВЛЕ́НИЙ МЕ́ТОД — один из *оптимизации методов*.

СОРТИРОВА́ЛЬНАЯ МАШИ́НА — машина, предназначенная для автоматического раскладывания перфокарт на отдельные группы по заданным признакам. Осн. функция С. м. — подготовлять перфокарты для последующего процесса обработки, т. е. для табуляции в процессе статистической обработки данных. В комплекте счетно-перфорационных машин (см. *Комплект перфорационный вычислительный*) С. м. наиболее производительна (тех. производительность — 400 перфокарт в минуту). Для подсчета количества перфокарт машина снабжена спец. счетным приспособлением. Она производит следующие операции: сортирование по одной фиксированной колонке, сортирование по определенному признаку, сортирование с объединением групп и т. д.

Гл. узлами и механизмами С. м. являются: электропривод, механизм подачи перфокарт, сортировальный механизм, электр. коммутатор, механизм перемещения перфокарт, 13 сортировочных карманов, из которых 12 соответствуют числу позиций в перфокарте, а 13-й — запасной, предназначен для перфокарт, на которых нет пробивок по сортируемой колонке.

Восприятие пробивок в электромех. С. м. осуществляется электр. способом при помощи контакта сортировальной щетки или блока щеток с контактным валиком, все механизмы приводит в действие электродвигатель. С. м. снабжена механизмом автомат. остановки при смятии перфокарт, при переполнении одного из сортировочных карманов, при выходе последней карты из приемного магазина.

В СССР выпускали электромех. С. м. С45 и С80-5 для работы соответственно с 45- и с 80-колонными перфокартами.

В конце 60-х гг. освоено серийное производство электронных С. м.

Лит.: Евдокимов И. С., Евстигнеев Г. П., Криушкин В. Н. Цифровые вычислительные машины. М., 1961; Анисимов В. В., Четвериков В. Н. Основы теории и проектирования цифровых вычислительных машин. М., 1965 [библиогр. с. 480]. *Е. А. Ермоленко.*

СОРТИРОВКА ДАННЫХ — обработка информации, в результате которой элементы ее (записи) располагаются в определенной последовательности в зависимости от значения некоторых признаков элементов, называемых ключевыми.

Наиболее распространенным видом С. д. является упорядочение массива — расположение записей сортируемого массива данных в порядке монотонного изменения значения ключевого признака. С. д. позволяет сократить в десятки раз продолжительность решения задач, связанных с обработкой больших массивов записей. Такое ускорение происходит за счет сокращения времени поиска записей с определенными значениями ключевых признаков. Упорядочение осуществляется в процессе многократного просмотра исходного массива.

С. д., размещенных внутри *оперативного запоминающего устройства* (ОЗУ) с произвольной выборкой наз. внутренней сортировкой. С. д., объем которых значительно превышает емкость ОЗУ, производится с использованием внешних запоминающих устройств (*ленты магнитные, диски магнитные* и т. п.), и наз. внешней сортировкой. Важнейшей характеристикой процесса С. д. является его производительность, определяемая временем, затрачиваемым на выполнение сортировки. Другой важной характеристикой процесса С. д. является объем памяти, необходимой для выполнения сортировки (см. *Память ЦВМ*). Производительность и потребность в памяти зависят от применяемого метода сортировки.

Существующие методы внутренней сортировки можно разделить на два класса: 1) методы, для выполнения которых достаточно минимального объема памяти, равного объему сортируемого массива записей (метод Шелла, Р-операторный, вставки и др.); 2) методы, требующие выполнения минимального (или близкого к минимальному) времени сортировки (методы слияния, сортировки по шкале признаков, древовидной сортировки, выбора и замены, обмена по основанию *системы счисления* и др.).

В существующих методах внешней сортировки время обращения к внешней памяти занимает значительную часть (до 90%) общего времени сортировки. Поэтому важной целью методов внешней С. д. является минимизация количества просмотров сортируемого массива, записанного во внешней памяти, используемой, как правило, в режиме последовательной выборки. Большинство известных методов внешней сортировки (балансный, каскадный, многофазный и др.) состоят из нескольких этапов. На 1-м этапе записи сортируемого массива считываются группами с входной магнитной ленты в ОЗУ и упорядочиваются там с помощью методов внутренней сортировки, а затем записываются на выходную магнитную ленту. В результате 1-го этапа сортируемый массив записей оказывается разбитым на начальные группы, каждая из которых упорядочена. На 2-м этапе производится объединение (слияние) по n_1 упорядоченных групп записей в общую упорядоченную группу. В результате к-во записей, входящих в одну упорядоченную группу, увеличивается в n_1 раз. На 3-м этапе производится слияние по n_2 укрупненных групп записей в новые упорядоченные группы и т. д. до тех пор, пока не сформируется одна упорядоченная группа, включающая все записи исходного массива. При $n_1 = n_2 = \ldots = n_k = n$ для выполнения упорядочения требуется произвести не более $[\log_n N] + 1$ просмотров исходного массива, где N — к-во начальных групп, полученных на 1-м этапе.

Процесс слияния упорядоченных групп происходит так. Группы записей вводятся в ОЗУ (целиком или частями). Рассматриваются признаки первых записей каждой группы. Из них выбирается наименьший (при упорядочении по возрастанию), и запись, которой принадлежит этот признак, включается в формируемую группу. Взамен в рассмотрение вводится признак следующей записи из той группы, которой принадлежала запись, включенная в формируемую группу, снова выбирается наименьший из рассматриваемых признаков и т. д. до тех пор, пока в формируемую группу не будут включены все записи объединяемых групп. К-во просмотров сортируемого массива уменьшается с ростом n, а время сортировки записей при каждом просмотре увеличивается. Поэтому существует такое оптимальное n_0, которое минимизирует машинное время, затрачиваемое на упорядочение данного массива. Величина n_0 тем больше, чем выше быстродействие вычисл. машины и чем меньше скорость обмена с внешней памятью.

Помимо слияния, для С. д. применяется и метод разделения, при выполнении которого записи массива разделяются на группы в зависимости от значения некоторого разряда кода ключевого признака. Упорядочение массива заканчивается после разделения по всем разрядам кода ключевого признака, начиная с младшего. Разделение применяется преимущественно при упорядочении массивов перфокарт на электромех. устр-вах.

С целью сокращения затрат на многократные пересылки элемента в процессе С. д. в случаях,

когда размер сортируемых записей значительно превосходит размер их ключевых признаков, С. д. производят с помощью вспомогательного массива т. н. слов-признаков. Каждое слово-признак содержит некоторый ключевой признак и адрес расположения в памяти элемента массива, обладающего этим признаком. После сортировки массива слов-признаков производится однократная перезапись элементов сортируемого массива на нужные места в соответствии с адресами слов-признаков. Применение такого метода целесообразно в ЗУ с произвольной и квазипроизвольной выборкой (магнитные диски и т. п.).

Частным видом С. д. является группировка элементов массива, в результате выполнения которой все элементы, обладающие одинаковыми значениями ключевого признака, в массиве располагаются рядом.

Лит.: Алферова З. В., Волович М. А. Сортировка информации с помощью электронных вычислительных машин. М., 1965; Gotlieb C. C. Sorting on computers. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1963, v. 6, № 5.

Л. И. Шолмов.

СОЦИОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ КИБЕРНЕТИКИ — область философских вопросов кибернетики, связанных с осмыслением вклада кибернетики в социальное развитие и в науки об обществе и человеке. С. в. к. охватывают *проблему «человек — машина»*, а также философско-методологические вопросы, выдвинутые применением кибернетики и ее тех. средств в управлении обществом, в экономике и экономической науке, лингвистике, психологии, педагогике, праве, исторической науке, в области культуры и искусства.

Кибернетика возникла в эпоху ускорения темпов развития общества и чрезвычайно усложняющихся общественных связей. Она затронула многообразные стороны общественной жизни, раскрыв новые источники для решения конкретных проблем. Автоматизация и ее высшая форма — кибернетизация — важный фактор развития современного общества, мощное средство интенсификации и оптимизации общественного производства. Ускоренное развитие производительных сил социалистич. общества в эпоху современной научно-технической революции порождает изменения в структуре и характере общественных отношений. Задачи социального анализа, прогнозирования, планирования и управления состоят в том, чтобы выделить конкретные и наиболее существенные факторы автоматизации и кибернетизации, установить порождаемые ими линии социальных изменений, четко сформулировать связанные с этими изменениями социальные проблемы и наметить пути их решения.

Основной проблемой С. в. к. является проблема соотношения возможностей общественного человека и кибернетических устройств, представляющая собой конкретизацию идей, группирующихся вокруг основного гносеологического результата кибернетики. Последний состоит в том, что любую область деятельности людей (в том числе деятельности интеллектуальной), описанную на языке с четкой *семантикой*, можно в принципе передать машине (см. *Философские вопросы кибернетики*). Хотя методологическая функция этого результата весьма серьезна — из него следует недопустимость к.-л. априорных ограничений возможностей кибернетических устр-в (в т. ч. устр-в, которые могут появиться в будущем, при любом мыслимом развитии цивилизации),— реальная его применимость скована тем, что он предполагает *абстракцию потенциальной осуществимости*. Отказ от этой абстракции переводит проблему возможностей кибернетических устр-в в вопрос о фактической осуществимости (на данной ступени развития науки) математико-логической формализации (в том или ином, быть может, и «ослабленном» смысле, напр., в духе эвристического программирования) задач некоторого класса и автоматизации их решения с помощью имеющихся в распоряжении цивилизации кибернетических машин и автоматов. Фактическая осуществимость такой формализации определяется достигнутым (на данном этапе истории) уровнем науки и конструктивных (инженерных) возможностей человечества, возможностями общества в оперировании определенными массами вещества и энергии, его способностью реализовывать процессы данных пространственно-временных масштабов и сложности.

Граница между потенциальным и реальным всегда существует, но она сдвигается в ходе развития науки и практики. В этих сдвигах — воплощении диалектики абстрактно и реально возможного — и состоит прогресс кибернетики. Однако в самой этой диалектике еще не заключено направление прогресса: оно детерминировано социальными факторами, в т. ч. характером и ведущими линиями научно-тех. развития как неотъемлемого элемента социального развития вообще. Понятие конструктивных возможностей человечества (на данной ступени социального развития) необходимо включает в себя — как ведущий — социальный фактор: деятельность людей протекает в определенных обществах, в социально обусловленных формах, при определенных социальных структурах. Существенная черта человеческой деятельности — ее целенаправленный характер, и ответ на вопрос о реальных возможностях кибернетических устр-в на данном этапе социально-исторического и научно-тех. развития зависит не только от достигнутых конструктивных возможностей общества, но и от характера целей, которые оно ставит. Поэтому можно допустить ситуации, когда некоторое направление технико-кибернетического развития, реально осуществимое на данной исторической ступени, окажется в стороне от главных целей, которые ставит общество, и в силу этого не получит (полностью или в существенной части) реализации; такой целью может оказаться, напр., создание антропоморфных (человекоподобных) кибернетических устр-в.

В период становления кибернетики обсуждался вопрос о возможности «мыслящих ма-

шин». Сейчас осознано, что наука (в частности, психология) еще не выработала требуемых точных понятий. При любом разумном определении мышления современные кибернетические машины не мыслят; нередко употребляющееся выражение «мыслящие машины» служит обычно для того, чтобы подчеркнуть факт сходства функционирования современных *автоматов* и работы мозга, человеческого мышления. Убедительной в философском плане представляется гипотеза о том, что машины и не будут мыслить как человек: как разумное существо, живущее в обществе, имеющее интеллектуальные (и иные) потребности, обладающее сознанием и самосознанием и пользующееся естественным языком для обмена мыслями с другими разумными существами.

Математически осмысленным эквивалентом (уточнением, экспликатом) вопроса о возможности «мыслящих машин» являются задачи кибернетического моделирования интеллектуальных процессов. Кибернетика и создаваемые в русле ее концепций преобразователи информации и программы для ЭВМ обеспечивают все более широкие возможности выхода в глубокие области формализованного представления и модельного воспроизведения мыслительных процедур. Особую роль здесь призваны сыграть эвристические методы (см. *Эвристика, Программирование эвристическое*).

Матем. и тех. моделирование мыслительной работы человека лежит в основе кибернетической автоматизации интеллектуальных процедур (см. *Искусственный разум*). Такая автоматизация составляет настоятельную необходимость для современной науки и техники, общества в целом. В ходе ее создаются машины и машинные программы, позволяющие восполнять недостатки человеческого познавательного аппарата (связанные, напр., с недостаточным быстродействием человеческой психики, ее ограниченной надежностью, изъянами в точности при решении многих задач и т. п.), расширять возможности интеллекта с помощью кибернетических *мыслительных способностей усилителей*. Псевдопроблему «человек или кибернетическая машина» следует заменить проблемой «человек с кибернетической машиной или без нее», решение которой в принципе очевидно (см. *Взаимодействие человека с вычислительной машиной*). Кибернетические средства переработки информации в перспективе позволят человеку-исследователю сосредотачивать главное внимание не на поиске информации, как нередко бывает, а на научном и инженерном т в о р ч е с т в е.

Кибернетика дает новые аргументы в пользу диалектико-материалистического тезиса о громадном значении машин как продолжении естественных сил человека, о машине — помощнике человека, служащем для умножения его сил в различных сферах деятельности. При решении вопроса о реальных возможностях и значении машинного моделирования процессов мышления следует учитывать социальную обусловленность мышления, сознания, психической жизни человека и его деятельности, органическим результатом которой и являются кибернетические устр-ва.

Повышение уровня автоматизации влечет за собой изменение содержания и условий труда: все большее место в труде занимают управление и контроль; новые, все более сложные связи человека и машины ставят вопрос об оптим. организации их общения (см. *Психология инженерная*); появляются необходимость в переквалификации различных категорий работников, новые задачи в подготовке кадров; повышается степень удовлетворенности работой, увеличивается производственная активность членов общества; создаются предпосылки для эстетизации производственной среды.

По мере развития произ-ва совершенствуются его организационные формы и повышается культура труда. Уже сейчас большое место занимают *сетевые методы планирования и управления* и *автоматизированные системы управления* на основе ЭВМ; повышаются слаженность, экономичность, точность и эстетичность труда. Изменяется место производителя в системе произ-ва — работник выходит за рамки чисто производственных задач в сферу проблем эконом. и социального управления, что является одним из рычагов преобразования социалистич. государственности в общественное самоуправление.

Повышение эффективности труда оказывает существенное влияние на его распределение и на занятость населения, на изменение структуры бюджета и личного времени трудящихся. Создаются объективные условия для увеличения миграций населения; повседневного внимания требуют проблемы трудоустройства. Однако решение задач автоматизации и кибернетизации в разных сферах общественной жизни не является «автоматическим» процессом, — оно зависит от целенаправленной деятельности социалистического общества, его плановых и хозяйственных органов. Только научное управление обществом позволяет овладеть социальными процессами и использовать тенденцию к сокращению рабочего времени на благо человека.

Автоматизация и кибернетизация ведут, прежде всего, к изменению в характере и структуре управленческого труда, в структуре подчиненности подразделений и распределении функций между ними; передав машине алгоритмизируемые процедуры в управленческих работах, организатор-руководитель поднимется на уровень решения задач стратегического плана. В этих условиях наблюдается тенденция увеличения доли умственного труда в содержании труда физического, т. е. тенденция интеллектуализации физ. труда; в связи с этим ответственные задачи в развитии общественного произ-ва (связанные с опережающими темпами развития науки и техники по сравнению с темпами роста произ-ва, с превращением науки в производительную силу общества) ложатся на работников интеллектуального труда. Автоматизация и кибернетизация существенно способствуют стиранию различий между городом и деревней, стиранию нацио-

иальных и социальных различий в организации быта. Существенной является тенденция к типизации и стандартизации продукции, которая в конечном итоге нацелена на обеспечение оптим. функционирования человека в бытовой среде, отличающейся высоким уровнем рациональности, удобства и комфорта. Интеллектуализация и эстетизация труда и увеличение в его содержании доли творчества существенно повышают общественную ценность личности и тем самым создают благоприятные условия для гуманизации нравов и человеческих отношений.

Большое значение приобрела разработка основ эконом. строительства, хоз. расчета и планирования. Экономико-математические методы находят здесь большое поле приложений. Вероятностно-статистическое выражение социальных закономерностей, наличие информационного аспекта в связях, роль управления в общественных отношениях стали очевидностью. Это служит объективной основой проникновения идей, методов и средств кибернетики в область эконом. и конкретных социологических исследований. При этом общество рассматривается как кибернетическая система с многомерной сетью прямых и *обратных связей*. Экономика общества также рассматривается как кибернетическая система, находящаяся в сложном взаимодействии с природой (природные и трудовые ресурсы) и социальной (включая демографические, психологические, био-психологические и пр. факторы) средой. Описание поведения эконом. системы при разных изменениях природной и социальной среды и выбор оптим. вариантов управления ею осуществляет *кибернетика экономическая*, применяющая теорию и методологию кибернетики к исследованию и совершенствованию эконом. систем.

Широкая область разнообразных социальных связей, социальная среда — самостоятельный предмет исследования. Кибернетика служит источником матем. аппарата и средств техники для моделирования функционирования и развития социальных объектов (систем) и выбора оптим. вариантов управления ими. Важным каналом внедрения кибернетики в область изучения социальных явлений и управления ими являются социологические исследования. Главное место в этих исследованиях занимает проблема труда, изучаемая под углом зрения развития социалистич. общественных отношений в условиях автоматизации и кибернетизации. Рассматриваются такие вопросы, как классификация групп рабочих в зависимости от содержания труда, изучается влияние содержания труда на субъективное отношение рабочего к труду, разрабатываются пути, методы и средства профессионального отбора и обучения. Довольно сложное социальное явление — миграционные процессы; опыт их моделирования показывает, что в условиях планового хозяйства принципиально возможно эффективное управление этими процессами. Изучение социального поведения отдельного человека и общественных групп — большая группа вопросов, где также применяются методы и средства кибернетики. Проведение конкретных социологических исследований и обработка массовой информации практически невозможны без использования *вероятностей теории* и *математической статистики*, корреляционного анализа, *игр теории*, *операций исследования*, *массового обслуживания теории* и др., а также без применения тех. средств кибернетики, прежде всего ЭЦВМ и информационных машин.

В гуманитарных науках кибернетический подход вносит большой вклад в реализацию требования точности исследования. Прежде всего, такой подход способствует большей определенности понятий, применяемых в науках о человеке. Он влечет за собой введение соответствующих количественных критериев, построение рациональных языков описания, создает условия для систематизации и осмысления фактического материала, для перехода к этапу формализации. Существенно, что этот подход к объектам гуманитарных наук требует анализа изучаемых в них явлений как функционирования систем, имеющих определенную историю, которая может отображаться в строгих математико-кибернетических терминах. Языки описания этих объектов могут иметь и более общую природу, напр., они могут быть построенными на основе идей и символики логики (примером могут служить работы по формализации теории этики, где используется особая деонтическая, или нормативная, логика). Отсюда тенденция применения в гуманитарных науках методов *семиотики*, идеи и средства которой являются одним из эффективных путей проникновения в науки о человеке стиля мышления, отвечающего идеалу строгости. С философско-методологических позиций применимость идей, методов и средств кибернетики в гуманитарных науках основана на диалектико-материалистических принципах единства количества и качества, формального и содержательного подходов.

Эффективность применения кибернетики продемонстрирована уже во многих областях — в праве, психологии, лингвистике, исторической науке, в области исследований культуры и искусства. Широкое развитие получили работы, связанные с применением идей и средств кибернетики к задачам обучения человека. Идеи кибернетики стоят здесь в непосредственной связи с концепцией *программированного обучения*. С позиций кибернетики процесс обучения рассматривается как процесс управления развитием знаний, умений и навыков человека, и важнейшая задача кибернетики в этой области — оптимизация учебного процесса.

Т. о. кибернетика, ее логич. и матем. основания и тех. средства являются важным средством развития наук об обществе и человеке. Кибернетические приложения открывают новые возможности в повышении темпов и результативности исследований в этих областях знания, дают в руки ученых и специалистов-практиков мощные тех. средства для перера-

ботки информации, для повышения эффективности практических приближений этих наук в различных сферах жизни общества.

Лит.: Ауэрхан Я. Автоматизация и общество. М., 1960; Кибернетику — на службу коммунизму, т. 1,5. М.— Л., 1961—67; Берг А. И., Черняк Ю. И. Информация и управление. М., 1966; Афанасьев В. Г. Научное управление обществом. М., 1968; Берг А. И., Бирюков Б. В. Кибернетика и прогресс науки и техники. В кн.: Ленин и современное естествознание. М., 1969; Кобринский Н. Е. Основы экономической кибернетики. М., 1969 [библиогр. с. 253—254]; Маймин ас Е. З. Процессы планирования в экономике: информационный аспект. М., 1971 [библиогр. с. 378—384]; Винер Н. Кибернетика и общество. Пер. с англ. М., 1958; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965; Винер Н. Творец и робот. Пер. с англ. М., 1966.

Б. В. Бирюков, Е. С. Геллер.

СПЕКТРА́ЛЬНАЯ ПЛО́ТНОСТЬ — функция $f(\lambda)$, определяемая для стационарного в широком смысле *случайного процесса* $\xi(t)$, $-\infty < t < \infty$, как производная *спектральной функции* $F(\lambda)$

$$f(\lambda) = \frac{dF(\lambda)}{d\lambda}$$

при условии, что спектральная ф-ция абсолютно непрерывна. Пусть *корреляционная функция* $R(\tau)$ процесса $\xi(t)$ абсолютно интегрируема в интервале $(-\infty, \infty)$. Тогда С. п.

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda\tau} R(\tau)\, d\tau.$$

С. п. является неотрицательной ф-цией λ, характеризует энерг. спектр процесса. См. также *Стационарный случайный процесс.*

СПЕКТРА́ЛЬНАЯ ТЕО́РИЯ СЛУЧА́ЙНЫХ ПРОЦЕ́ССОВ — см. *Стационарный случайный процесс.*

СПЕКТРА́ЛЬНАЯ ФУ́НКЦИЯ стационарного в широком смысле случайного процесса $\xi(t)$ — неубывающая функция $F(\lambda)$, однозначно определяемая равенствами

$$\frac{F(\lambda_2+0)+F(\lambda_2-0)}{2} + \frac{F(\lambda_1+0)+F(\lambda_1-0)}{2} = \lim_{T\to\infty} \int_{-T}^{T} \frac{e^{-i\lambda_2\tau} - e^{-i\lambda_1\tau}}{-2\pi i\tau} R(\tau)\, d\tau,$$

$$F(-\infty) = 0, \quad F(\lambda+0) = F(\lambda),$$

где $R(\tau)$ — *корреляционная функция* процесса. Неотрицательная, ограниченная, монотонно неубывающая С. ф. характеризует энерг. свойства процесса. См. также *Стационарный случайный процесс.*

СПЕЦИАЛИЗИ́РОВАННАЯ ВЫЧИСЛИ́ТЕЛЬНАЯ МАШИ́НА — разновидность *вычислительных машин* (ВМ), предназначенных для решения одной задачи или сравнительно узкого класса задач. Специализация ВМ определяет ее структуру. С. в. м. позволяет учитывать специфику решаемой задачи. Это резко повышает эффективность средств *вычислительной техники* (уменьшает аппаратурные затраты, время решения задачи, увеличивает точность и быстродействие машины, улучшает сервисные характеристики, такие как простота общения человека с машиной, наглядность получаемых результатов и т. п.). Относительно жесткая структура, характерная для С. в. м., полностью определяется в процессе изготовления машины. Жесткость структуры в С. в. м. аналогового и гибридного типов позволяет упростить коммутационные устр-ва, облегчить, а порой и устранить набор задачи. Благодаря специализации ЦВМ можно упростить матем. обеспечение за счет структурной интерпретации *программ*, ограничить внеш. устр-ва только теми блоками, которые необходимы для выполнения ф-ций, обусловленных решаемой задачей.

По способам представления и обработки информации различают аналоговые, цифровые и гибридные С. в. м. По назначению С. в. м. подразделяются на управляющие и моделирующие С. в. м. Управляющие С. в. м. предназначены для работы в ускоренном или реальном масштабе времени в замкнутом контуре с объектом управления, напр., бортовые С. в. м. решают навигационные задачи при управлении летательными аппаратами. Моделирующие С. в. м. используют для проведения исследований при решении инж. задач в различных областях науки и техники, напр., физ. модель электро-энергетической системы, интеграторы для решения задач матем. физики типа «*ЭГДА*», УСМ-1 и др.

С. в. м. можно использовать в автономном режиме и в составе многомашинных комплексов для обработки информации (см. *Комплексирование машин*). При работе в комплексе они обеспечивают решение частных задач, играя роль аналоговых или цифровых подпрограмм. Степень специализаций ВМ различна. Машины, специализированные на решении достаточно широкого класса задач, универсальны внутри этого класса. Напр., электронные аналоговые машины общего назначения и *цифровые интегрирующие машины* специализированы структурно и элементно для решения задач автомат. регулирования и управления, описываемых обыкновенными дифф. ур-ниями. Однако, их можно использовать и для решения других задач, таких как задачи *программирования математического*, игровые задачи и т. п. См. также «*АСОР*», «*Итератор*», «*Оптимум*», «*ЭМСС*», «*Экран*». *В. В. Васильев.*

СПЕЦИА́ЛЬНЫХ ФУ́НКЦИЙ СПО́СОБЫ ВЫЧИСЛЕ́НИЯ. Специальные функции (с. ф.) — ф-ции, часто встречающиеся при решении задач матем. физики, *вероятностей теории, математической статистики* и техники. Основные с. ф. обычно определяются как решения линейных дифф. ур-ний 2-го порядка с переменными коэфф. Важнейшими такими ф-циями являются: гипергеометрические, цилиндрические, сферические, шаровые, ф-ции Матье и др. К с. ф. обычно также относят

и др. трансцендентные ф-ции, которые не выражаются через элементарные. Среди таких ф-ций важнейшими являются эллиптические, гамма-функция, дзета-функция, интегр. логарифм, интеграл вероятности и др.

До широкого внедрения ЭЦВМ табл. с. ф. были основным средством их вычисления. Для получения табличных значений с. ф. используются интегр. ф-лы, разложения в бесконечные ряды, разложения в цепные дроби, а также асимптотические выражения. Такие выражения есть для большинства с. ф. Так, значения ф-ции Бесселя (цилиндрическая ф-ция 1-го рода), являющиеся одним из решений дифф. ур-ния

$$W''(x)+\frac{1}{x}W'(x)+\left(1-\frac{n^2}{x^2}\right)W(x)=0 \quad (1)$$

при вещественном аргументе x и целом индексе n могут быть вычислены по интегр. ф-ле

$$J_n(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(x\sin\theta-n\theta)\,d\theta. \quad (2)$$

Ф-ла (2), однако, требует выполнения слишком большого количества вычислений, особенно при больших $|x|$ или n. При малых $|x|$ для вычислений удобнее употреблять разложение ф-ции $J_n(x)$ в ряд Тейлора

$$J_n(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!\,(n+k)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}. \quad (3)$$

Если $|x|$ велико, то для получения удовлетворительного по точности результата при вычислениях по ф-ле (3) необходимо брать слишком большое число членов ряда. Поэтому лучше воспользоваться асимптотическим разложением

$$J_n(x)=$$

$$=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sum_{k=0}^{m}(-1)^{\left[\frac{k}{2}\right]}\alpha_k B_k(x)+\varepsilon_m, \quad (4)$$

где

$$\alpha_k=\begin{cases}\cos\delta & \text{при четном } k;\\ -\sin\delta & \text{при нечетном } k,\end{cases}$$

$\left[\frac{k}{2}\right]$ — целая часть числа $k/2$,

$$\delta=x-\frac{\pi}{2}\left(n+\frac{1}{2}\right),\quad B_0(x)=1,$$

$$B_k(x)=\prod_{s=1}^{k}\frac{4n^2-(2s-1)^2}{8sx},$$

$$|\varepsilon_m|\leqslant\sqrt{\frac{2}{\pi x}}\,|B_{m+1}(x)|. \quad (5)$$

Из неравенства (5) можно сделать заключение, сколько членов асимптотического выражения (4) необходимо использовать для вычисления ф-ции $J_n(x)$ с заданной точностью.

При вычислениях на большинстве современных ЭЦВМ для получения значений с. ф. использовать таблицы нерационально, т. к. их размещение требует слишком большого объема памяти ОЗУ. При вычислении с. ф. на мощных ЭЦВМ с большим объемом памяти ОЗУ иногда используют табл. для увеличения скорости нахождения этих ф-ций.

Для получения значений с. ф. на ЭЦВМ широко используют перечисленные выше выражения. При этом возникают дополнительные затруднения, связанные с ограниченной разрядностью ЭЦВМ. Пусть, напр., на ЭЦВМ необходимо вычислить функциональный ряд

$$S(z)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k(z), \quad (6)$$

фактически же вычисляется его частичная сумма

$$S_n(z)=\sum_{k=1}^{n}u_k(z), \quad (7)$$

причем *погрешность*, возникающая в результате отбрасывания остатка,— это погрешность метода:

$$|\Delta S_n(z)|=|S(z)-S_n(z)|<\varepsilon_1. \quad (8)$$

Абс. погрешность округления вычисления на ЭЦВМ суммы (7) зависит от разрядности машины и способа представления в ней информации (основание счисления, с фиксированной или плавающей запятой производятся вычисления), от способа вычисления слагаемого $u_k(z)$, способа округления, принятого в машине, а также от порядка, в котором происходит складывание слагаемых $u_k(z)$ для получения суммы (7). При фиксации всех этих параметров для величины погрешности округления $\delta S_n(z)$ при вычислении $S_n(z)$ на ЭЦВМ может быть получена оценка

$$|\delta S_n(z)|<D(z). \quad (9)$$

Если макс. значение полной погрешности не должно превышать $\varepsilon>\varepsilon_1$, то необходимо, чтобы

$$D(z)<\varepsilon_2=\varepsilon-\varepsilon_1. \quad (10)$$

Неравенство (10) ограничивает область применимости ряда (7) для вычисления на ЭЦВМ ф-ции $S(z)$.

В некоторых случаях области применимости для ЭЦВМ разложений в бесконечный ряд и асимптотических выражений не пересекаются. В этих случаях для вычислений на машинах необходимо использовать др. выражения. Так, вычисление ф-ции $J_n(x)$ для любого $x>0$ с точностью $\varepsilon=10^{-6}$, если относительная погрешность представления числа в машине есть 2^{-32}, по ф-лам (3) и (1) возможно лишь до n порядка 20. Для бо́льших значений n необходимо использовать ф-лу (2).

В практических задачах часто приходится вычислять значения конкретных С. ф. $Z(x)$ в ограниченной области изменения аргумента.

В таких случаях применяются различного рода приближения. Аппроксимирующие выражения обеспечивают, как правило, бо́льшую скорость вычисления. Существует большое к-во аппроксимирующих выражений для вычисления эллиптических интегралов, интегр. показательной ф-ции, интегр. синуса и косинуса, интегр. логарифма, интеграла вероятности, интегралов Френеля, ф-ций Эйлера, цилиндрических ф-ций нулевого и 1-го порядка, ф-ции, обратной к интегралу вероятности и др. Источником получения аппроксимирующих выражений чаще всего является разложение ф-ции $Z(x)$ в ряд по полиномам Чебышева и построение наилучшего равномерного полиномиального приближения. В случае, если выполнение операции деления на ЭЦВМ занимает приблизительно столько же времени, сколько и выполнение операции умножения, то хорошие результаты дает также использование наилучшего равномерного рационального приближения

$$Z(x) \approx \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \Big/ \sum_{k=0}^{m} b_k x^k. \qquad (11)$$

В некоторых случаях используются приближения и более общего вида. Интервал L изменения аргумента x ф-ции $Z(x)$ делится чаще всего на две части, в каждой из которых используется своя аппроксимация. Иногда к-во делений может быть и больше. В последнее время значительное распространение получают кусочно-полиномиальные приближения («сплайн»-приближения). При использовании этих приближений интервал L разбивается на большое число частей, на каждой из которых ф-ция $Z(x)$ приближается многочленом низкой степени (обычно не выше третьей).

Вычисление с. ф. на ЭЦВМ разных классов производится, как правило, с помощью различных аппроксимирующих выражений. Использование аппроксимирующего выражения, предназначенного для ЭЦВМ одного класса, для вычисления на машинах др. класса может привести к потере точности вычислений и увеличению времени вычисления с. ф. По мере появления новых типов ЭЦВМ предлагаются все новые аппроксимирующие выражения для вычисления с. ф. Однако такие выражения имеются далеко не для всех с. ф., которые необходимо вычислять на ЭЦВМ. В таких случаях экономия машинного времени может быть иногда достигнута за счет использования рекуррентных соотношений. Такие соотношения существуют для цилиндрических, сферических и др. ф-ций. В частности, для любой цилиндрической ф-ции $V_p(z)$ с индексом $p > -1/2$ справедливо соотношение

$$V_{p+1}(z) = \frac{2p}{z} V_p(z) - V_{p-1}(z), \qquad (12)$$

позволяющее быстро найти значение этой ф-ции с индексом $p+1$. Рекуррентные соотношения имеют тот существенный недостаток, что при их использовании на ЭЦВМ происходит, как правило, быстрое накопление *округления погрешности*. Так, ф-лу (12) на ЭЦВМ среднего класса можно непосредственно использовать для вычисления ф-ций Бесселя лишь при $p < |z|$. Для некоторых случаев разработаны алгоритмы вычисления по рекуррентным ф-лам, позволяющие избегать столь быстрого накопления погрешности округления.

Весьма удобными для многих случаев вычисления элементарных ф-ций (особенно при вычислениях на ЭЦВМ с произвольной разрядностью) являются итерационные методы (см. *Элементарных функций способы вычисления*). Такие методы существуют лишь для немногих с. ф. Так, вычисление полного эллиптического интеграла 1-го рода

$$K(k^2) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 t)^{-1/2} dt \qquad (13)$$

по методу Кинга состоит в последовательном вычислении величин a_i и b_i, где

$$a_0 = 1, \quad b_0 = \sqrt{1 - k^2},$$

$$a_{i+1} = \frac{1}{2}(a_i + b_i), \quad b_{i+1} = \sqrt{a_i b_i}. \qquad (14)$$

Вычисление происходит до тех пор, пока не выполнится (с учетом погрешности округления) равенство $a_i = b_i$. В этом случае

$$K(k^2) = \frac{\pi}{2b_i}. \qquad (15)$$

Итерационные методы можно использовать и для вычисления на ЭЦВМ обратных с. ф. через прямые. Так, в частности, можно вычислять ф-цию, обратную интегралу вероятности.

Лит.: Дымарский Я. С. [и др.]. Справочник программиста, т. 1. Л., 1963; Ланс Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1962 [библиогр. с. 197—204]; Бейтмен Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции, [кн. 1—3]. Пер. с англ. М., 1965—67 [библиогр. кн. 1, с. 281—288; кн. 2, с. 277—288; кн. 3, с. 278—290]; Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. Пер. с англ. М., 1969.

Б. А. Попов.

СПЕЦИФИКА́ЦИЯ — 1) Основной конструкторский документ, определяющий состав сборочной единицы, комплекса или комплекта. В С. включают составные части специфицируемого изделия, а также конструкторские документы, относящиеся к этому изделию и к его неспецифицируемым составным частям. С. в общем случае состоит из следующих разделов: документация, комплексы, сборочные единицы, детали, стандартные изделия, прочие изделия, материалы, комплекты. В С. фиксируют эксплуатационные и ремонтные документы.

2) В амер. тех. документации С.— перечень тех. характеристик, определяющих потребительские свойства вычисл. машин и устр-в. Часто эти тех. характеристики задают в соответствии с региональными стандартами (установленными фирмами, ассоциациями произво-

дителей и пользователей) или федеральными и военными стандартами. Как правило, в С. задают такие тех. характеристики: требования к сети и мощности питания, габариты, вес и спец. приспособления, определяющие транспортабельность устр-в, условия внешней среды, требования безопасного обслуживания. В советской тех. документации эти характеристики наз. общими тех. требованиями, которые регламентируются соответствующими стандартами или конструкторскими документами. *В. Н. Квасницкий, Ю. П. Селиванов.*

СПИСКОВАЯ СТРУКТУ́РА — иерархическая система организации данных в *памяти ЦВМ*, заключающаяся в построении основного *списка* объектов и ответвляющихся подсписков различных уровней. Члены списков и подсписков располагаются в памяти ЦВМ в произвольном порядке и связываются между собой *адресами*, указывающими положение последующих членов. С. с. удобны при обработке информации, состав и количество которой изменяется в ходе процесса обработки. При этом не требуется заранее осуществлять жесткое *памяти распределение* ЦВМ и точно задавать количество объектов различных типов. С. с. строятся в процессе обработки и отражают фактический состав данных об объектах. Аппарат обработки С. с. имеется в большинстве *языков списковых*. *А. И. Китов.*

СПИ́СОК в программировании — упорядоченная последовательность данных, характеризующих однородные объекты, отличающиеся значениями своих признаков. Данные, относящиеся к одному объекту, наз. *записями*. Они являются членами С. В зависимости от способов расположения членов С. в *памяти ЦВМ* и способов связи между ними различают 4 вида С.: последовательные, цепные, гнездовые и узловые. В последовательных С. члены С. располагаются в памяти ЦВМ последовательно друг за другом. В цепных — члены С. располагаются произвольно и связаны между собой адресами связи (каждый член содержит указание о расположении следующего члена С.). *Гнездовые списки* — это С., в которых члены С. располагаются группами в последовательных участках памяти, а связи между группами (гнездами) указываются с помощью *адресов*. В *узловых списках* С. — это члены различных цепных С., в которые входит один и тот же объект. Они располагаются в группе последовательных участков памяти ЦВМ. Узловые С. представляют собой объединение нескольких цепных С. С. используют при решении различных информационно-логических задач, связанных с сортировкой и поиском объектов по их признакам. При программировании задач этого типа широко используют *языки списковые*. *А. И. Китов.*

СПРА́ВОЧНО-ИНФОРМАЦИО́ННЫЙ ФО́НД (СИФ) — упорядоченное собрание научно-технических документов, снабженное справочным аппаратом и предназначенное для справочно-информационного обслуживания. Из СИФа предприятия, организации и отдельные специалисты получают информацию об исследованиях и разработках, проводимых в настоящее время, о работах, запланированных на будущее и о законченных работах. Службы СИФ осуществляют сбор, обработку, хранение, поиск и выдачу как опубликованных материалов, так и неопубликованной науч.-тех. документации (отчетов, проектов, планов н.-и. и опытно-конструкторских работ); выдают в зависимости от характера запроса библиографическую (перечень и адреса документов) и фактографическую (фактические справки по конкретным сведениям) информацию.

В СССР СИФ построен по следующей иерархической схеме: Генеральный (всесоюзный), центральные отраслевые, республиканские (территориальные) фонды, СИФы при н.-и. институтах, конструкторских бюро, на предприятиях. Генеральный СИФ по естественным и тех. наукам представляет собой совокупность фондов всесоюзных и центр. отраслевых информационных органов. По тому же принципу строятся СИФы в отраслях промышленности: центр. отраслевой СИФ представляет собой совокупность фондов центр. отраслевого информационного органа и фондов головных организаций отрасли. В фонде центр. отраслевого информационного органа могут быть собраны все опубликованные материалы по тематике отрасли. Относительно науч.-тех. документации, то в центр. орган поступают документы только общеотраслевого значения, а в СИФы головных организаций отрасли — документы по закрепленной за ними тематике; или в фонде центр. отраслевого информационного органа накапливается исчерпывающий фонд отечественной науч.-тех. документации и зарубежных периодических изданий, а в фондах головных организаций — все остальные материалы по определенной тематике.

Для координации и обеспечения оптим. деятельности СИФа разрабатывается рубрикатор, в котором отражаются тематические разделы и подразделы отраслей науки и техники, источники комплектования и центры комплектования. Такой рубрикатор позволяет любому информационному органу определить, в какую часть системы СИФ нужно обратиться за необходимой информацией и куда следует посылать создаваемые информационные материалы.

Осн. назначение справочного аппарата (СА) СИФа — обеспечивать поиск информации. СА состоит из комплекса каталогов, картотек, справочников и информационных изданий (энциклопедии, словари, справочники, реферативные и библиографические издания). В комплекс каталогов и картотек СА входят: главная картотека, библиотечные каталоги, алфавитно-предметный указатель, различные спец. картотеки.

В главной картотеке (ГК) сосредоточены все осн. материалы по профилю организации, при которой создан СИФ. В нее помещают карточки на книги, статьи, стандарты, науч.-тех. отчеты, информационные листки, описания сборников, проспектов, планов изданий, реферативных и библиографических журналов. Карточки в ГК располагаются, как

правило, в соответствии с универсальной десятичной классификацией (УДК). С помощью системы ссылок и отсылок ГК может служить средством координации всех каталогов и картотек справочного аппарата. Для этого за разделителями рубрик и подрубрик в ГК ставятся ссылочные (отсылочные) карточки, отсылающие к соответствующим разделам библиотечного каталога и спец. картотекам, которые создаются для ответов на запросы узко специализированного конкретного характера. В таких специальных картотеках комплектуется справочный материал, представляющий интерес в первую очередь для данной организации: картотека по каким-либо видам информационных материалов (отчеты, переводы и т. п.), картотеки характеристик изделий, адреса фирм и заводов-изготовителей и т. п. В спец. картотеках применяются различные способы индексирования: предметные, дескрипторные, по УДК и т. п.

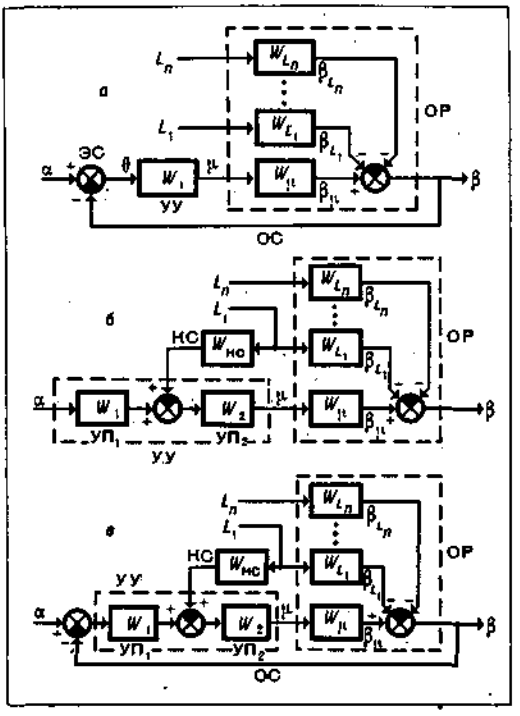
О выборе поисковых систем и устр-в для СИФ см. *Информационно-поисковое устройство.*

Лит.: Старобинская Н. Г. Участие технических библиотек в создании справочно-информационных фондов. М., 1965; Шестова И. Г. Справочно-информационный фонд (СИФ). В кн.: Теория и практика научно-технической информации. М., 1969.

П. В. Походзило.

СТАБИЛИЗА́ЦИИ СИСТЕ́МА — система автоматического регулирования, задача которой состоит в поддержании постоянства одной или нескольких регулируемых величин с определенной точностью при произвольно меняющихся *возмущающих воздействиях.* С. с. может быть построена на основании принципа регулирования по возмущению, принципа регулирования по отклонению или на основании принципа комбинированного регулирования (см. *Система управления разомкнутая, Система управления замкнутая, Комбинированная система автоматического управления).* Одноконтурная С. с., использующая принцип регулирования по отклонению (рис., *а*), состоит из элемента сравнения ЭС, прямой цепи воздействий, в которую входят управляющее устройство (регулятор) — УУ и объект регулирования ОР, и главной *обратной связи* ОС. Заданное значение регулируемой величины в С. с. является постоянной величиной. В такой С. с. *управляющее воздействие* μ формируется в результате преобразования отклонения $\theta = \alpha - \beta$, и поэтому система уменьшает это отклонение независимо от того, каким из возмущающих воздействий L оно вызвано. Благодаря этой особенности такие С. с. менее чувствительны к изменениям параметров элементов прямой цепи, однако не позволяют полностью устранить ошибку, т. е. достичь инвариантности (*см. Инвариантность систем автоматического управления).*

С. с., использующие принцип регулирования по возмущению (рис. *б*), состоят из ОР, УУ (усилительно-преобразовательные звенья $УП_1$ и $УП_2$) и компаундирующей связи КС (см. *Компаундирующие связи в автоматических системах).* В таких системах имеется по крайней мере два канала влияния возмущающего воздействия на регулируемую величину β: естественный канал ОР, характеризующийся оператором W_{L_1} (связывающим β_{L_1} и L_1), и искусственно создаваемый компенсационный канал, включающий КС с оператором $W_{кс}$, $УП_2$ с оператором W_2 и звено ОР с оператором W_μ, характеризующим связь управляющего воздействия μ с составляющей β_μ регулируемой величины β. В таких С. с. управляющее воздействие вырабатывается в результате преобразования воз-



Схемы систем стабилизации: *а* — системы, использующей принцип регулирования по отклонению; *б* — системы, использующей принцип регулирования по возмущению; *в* — системы, построенной по комбинированной схеме.

мущающего воздействия L_1. При определенном выборе характеристик $W_{кс}$ и W_2 реакция β_μ на L_1 в каждый момент времени может быть (в принципе) равной по величине и противоположна по знаку реакции β_{L_1} естественного канала. В этом случае имеет место инвариантность β относительно L_1. Однако на практике этого не всегда удается достичь. В таких С. с. уменьшаются ошибки, вызываемые только возмущающими воздействиями, по которым осуществлены компаундирующие связи. Осн. недостаток — они чувствительны к отклонению параметров элементов системы и ОР.

Наиболее совершенной является С. с., построенная по комбинированной схеме (рис., *в*). В ней связь КС устраняет (уменьшает) состав-

ляющую погрешности θ, вызванной осн. возмущающим воздействием L_1, а в результате действия обратной связи ОС уменьшаются погрешности, вызываемые второстепенными возмущающими воздействиями $L_2, \ldots, L_n$, по которым нет компенсационных связей.

Лит.: Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [библиогр. с. 412—416]; Теория автоматического регулирования, кн. 1. М., 1967 [библиогр. с. 743—763]. *Г. Ф. Зайцев, Ю. В. Крементуло.*

СТАНДАРТИЗИРОВАННАЯ ИСТОРИЯ БОЛЕЗНИ — форма информационного документа, предназначенного для сбора и подготовки к вводу первичной информации в *медицинскую информационную систему* (МИС). В процессе заполнения С. и. б. приобретает характер информационной модели конкретного больного, которая отражает динамические изменения в состоянии больного в процессе лечения. С. и. б. содержит в себе: паспортно-статистическую часть; лист записей врача приемного покоя и дежурных врачей; возможные жалобы больного (по органам и системам); историю развития заболевания; историю жизни и трудовой деятельности; данные объективного исследования (органов и систем); карту динамики диагнозов врача и ЭВМ для основного и сопутствующих заболеваний и осложнений; план обследования больного и рекомендации по лечению — врачебные и ЭВМ; записи консультантов (хирурга, окулиста, невропатолога, отоларинголога и др.); карту назначений врачом лекарственных средств и спец. методов лечения; краткий список сокращений слов, применяющихся при заполнении дневника; дневник (рассчитан на 150 дней пребывания больного в стационаре); лист для записей результатов измерения т-ры и других исследований и процедур; раздел для записей данных лабораторных исследований (клинические, биохимические, иммунологические и др.); раздел для записи данных инструментальных методов исследования (электрокардиография, баллистокардиография, электрорентгенокимография и т. д.); записи рентгенолога; эпикризы этапные и при выписке; патолого-анатомическое заключение; карту выбывшего из стационара. Различают С. и. б. терапевтического и хирургического профилей. В структуре хирургической истории болезни, кроме описанных, имеются такие разделы: ход операций (особенности ее выполнения и осложнения); карта анестезиолога; дневник послеоперационного течения заболевания. С. и. б. соответствующих клинических направлений должны отражать особенности сбора характерной информации. Каждый раздел С. и. б. включает графы, расположенные так, чтобы любая запись, занесенная в них, взаимно однозначно соответствовала присвоенному коду.

С. и. б. состоит из двух частей — пояснительной (левая половина листа) и содержательной (правая половина листа). Содержательную часть С. и. б. заполняет врач и др. специалисты в процессе обследования больного на протяжении времени пребывания больного в стационаре. Стандартизированная форма записи первичных мед. данных позволяет совместить формализованный мед. язык, язык ЭЦВМ и фиксированный объем данных обследования. Исходные данные о больном, занесенные в С. и. б., можно представить моделью, в которой выделены осн. параметры, влияющие на ход лечебного процесса:

$$\bar{f}_k = \bar{f}_k(s^a_{i_1};\ \tilde{s}^a_{i_2};\ s^p_{i_3};\ \tilde{s}^p_{i_4};\ g_{\omega_k};\ t_k;\ d_j;\ l_s;\ z_g;\ r_k),$$

где k — номер конкретного больного ($k = 1, \ldots, K$); i — номер признака ($i = 1, \ldots, m$); $s^a_{i_1}$, $\tilde{s}^a_{i_2}$ — анамнестические данные, ($i_1 = 1, \ldots, m_1$, $i_2 = m_1 + 1, \ldots, m_2$); $s^p_{i_3}$; $\tilde{s}^p_{i_4}$ — данные объективного обследования больного ($i_3 = m_2 + 1, \ldots, m_3$; $i_4 = m_3 + 1, \ldots, m_4 = m$); $\sim$ — знак, указывающий на признаки, которые подвержены влиянию данной совокупности внеш. условий; g_{ω_k} — совокупность внеш. условий (окружающая среда) ($\omega_k = 1, \ldots, \Omega_k$); t_k — условная координата времени, показывающая полноту информации о k-ом больном; d_j — класс заболеваний (диагноз или структурный диагноз) ($j = 1, \ldots, n$); l_s — методы лечения (лечебные воздействия) ($s = 1, \ldots, S$); z_g — последующие состояния k-го больного ($g = 0, \ldots, G$); r_k — помеха, искажающая действительное состояние k-го больного. К С. и. б. прилагается инструкция по ее заполнению и номенклатурам клинических диагнозов, свободно переводимых в международную статистическую классификацию болезней, травм и причин смерти. Для пользования С. и. б. МИС должна иметь стандартизированные справочники лекарственных средств и методов лечения, а также словарь унифицированных клинических терминов, содержащихся в С. и. б.

Центральный *процессор* МИС содержит в *оперативном запоминающем устройстве* описание истории болезни, которое позволяет формировать С. и. б. в виде последовательности записей, а также формировать массивы медико-биол. данных, содержащихся в ней. Эти данные используются в МИС для подсистем диагноза (см. *Автоматизация медицинской диагностики*) и для *управления лечебным процессом*. Их можно применять и для анализа деятельности стационаров, для составления отчетов о работе данной системы. В существующих МИС С. и. б.— это спец. бумажные блоки с записями, но уже есть С. и. б., которые высвечиваются на *экранных пультах*, а информация вводится в систему с помощью *светового карандаша* или кнопочной системы управления.

Лит.: Медицинская информационная система. К., 1971 [библиогр. с. 283—288]; Руководство по международной статистической классификации болезней, травм и причин смерти, т. 1. Женева, 1968.

А. А. Попов, В. М. Яненко.

СТАНДАРТЫ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ — единые нормы, правила и требования на изделия *вычислительной техники*, создаваемые в целях обеспечения совместимости *электронных вычислительных машин*

(программной, информационной и технической), получения высоких и стабильных качественных показателей технических средств и обеспечения взаимозаменяемости. Стандартизация вычисл. техники проводится на всех уровнях — от международной до отраслевой.

На 1 июля 1971 было утверждено ГОСТов: на электронные стационарные цифровые вычисл. машины общего назначения — 34, на агрегатную систему средств вычисл. техники (АСВТ) — 8, на клавишные и перфорационные вычисл. машины — 35. Государственная стандартизация охватывает, как правило, объекты вычисл. техники, стабильные для всех поколений ЭВМ. ГОСТы созданы по следующим направлениям: изделия вычисл. техники (общие стандарты); тех. носители информации; устр-ва ввода—вывода ЭВМ; устр-ва памяти; коды алфавитно-цифровые и расположение информации на тех. носителях; конструктивные элементы ЭВМ.

Общими стандартами устанавливаются: общие тех. требования на цифровые вычислительные машины общего назначения (ГОСТ 16325—70); термины (ГОСТ 15971—70); единицы информации на перфолентах и перфокартах (ГОСТ 15101—69); стилизованные шрифты для оптического (ГОСТ 16330—70) и магнитного распознавания (ГОСТ 16364—70) и др.

К стандартизуемым техническим носителям информации относятся *перфорационные карты, перфорационные ленты, ленты магнитные* и *диски магнитные*. По ГОСТу 10860—68 установлен выпуск перфорационных лент с 5, 7 и 8 дорожками, допускается изготовление лент с 10 дорожками, 8 из которых используют для информации, 9-я предназначена для синхронизации, 10-я — для управления движением ленты. Установлены форма, размеры и расположение отверстий на перфорационной ленте. ГОСТ 1391—70 устанавливает осн. требования к материалам для изготовления перфорационных лент (бумаге и пластмассам) по непрозрачности при просвечивании в устр-вах считывания и прочности при установленных скоростях протягивания. Типы и размеры перфорационных карт устанавливает ГОСТ 6198—64, определяя тех. требования к качеству перфорационных карт, начертанию и размерам знаков на них. ГОСТ 8912—68 регламентирует форму и размеры отверстий, которыми кодируется информация, и расположение их центров на 45- и 80-колоночных перфорационных картах.

Стандартом (ГОСТ 12065—66) установлена единая ширина магнитной ленты для применения в вычисл. технике — 12,7 *мм*, а также форма, размеры и расположение дорожек для записи информации. Стандартизация тех. носителей информации дает возможность обмена информацией между вычисл. машинами и определяет осн. требования к устр-вам записи и воспроизведения информации.

Стандарты на устр—ва ввода-вывода (табл.) устанавливают их классификацию, осн. параметры и общие тех. требования.

Стандарты регламентируют методы приемосдаточных, типовых и периодических испытаний, обеспечивающих стабильность качественных показателей.

Тип устройства	Стандарты на типы и основные параметры	Стандарты на общие технические требования	
		ввод	вывод
Перфоленточное	ГОСТ 13 613—68	ГОСТ 14 134—69	ГОСТ 14 133—68
Перфокарточное	ГОСТ 13 614—68	ГОСТ 13 051—67	ГОСТ 14 135—68
Печатающее электромеханическое	ГОСТ 13 615—68	—	ГОСТ 11 855—66
Графическое	ГОСТ 15 100—69	ГОСТ 19 098—73	ГОСТ 19 098—73

Из периферийных запоминающих устр-в стандартизованы накопители на магн. ленте (ГОСТ 14127—69 и ГОСТ 14287—69) и накопители на магн. барабане (ГОСТ 14128—69). С. по в. т. устанавливаются также общие тех. требования и методы испытаний. ГОСТ 14971—69 устанавливает типы *оперативных запоминающих устройств*, их осн. параметры и общие тех. требования.

Государственным стандартом 13052—67 установлен алфавитно-цифровой *код*, предназначенный для представления информации на входах и выходах аппаратуры передачи *данных* и электронных вычислительных машин и устр-в ввода—вывода. Этот код обеспечивает обмен информацией между устр-вами передачи данных. Стандарт создан по рекомендации Международного консультативного комитета по телефонии и телеграфии (МККТТ). Стандартом устанавливается семиэлементный код с двумя регистрами — латинским и русским. Из него легко можно получить безрегистровый 8-элементный код путем замены одного регистра нулем, другого — единицей. Даны коды строчных и заглавных букв рус. и лат. алфавитов, цифр и знаков, набора которых достаточно для обработки коммерческой информации. Стандартный набор знаков обеспечивает высокое качество печати. Расположение букв рус. и лат. алфавитов аналогично расположению букв на клавиатуре пишущих машинок, телеграфных аппаратов и т. п. На основании кода передачи данных установлены стандарты на кодирование информации на перфорационных лентах и перфорационных картах (ГОСТ 15029—69 и ГОСТ 10859—68).

Для обеспечения взаимозаменяемости стандартизованы некоторые конструктивные элементы, такие как катушки для намотки перфолент, катушки (кассеты) для магн. лент, матрицы, унифицированные для оперативного запоминающего устройства и др. Разработана и

утверждена группа стандартов и на *АСВТ*. К ним относятся: ГОСТ 16499—70, ГОСТ 16090—70, ГОСТ 16102—70, ГОСТ 16500—70 и др. Для предотвращения устаревания Государственные стандарты подлежат обязательному периодическому пересмотру с целью своевременной замены устаревших показателей.

На объекты стандартизации, стабильные в пределах одного поколения ЭВМ, устанавливаются, как правило, отраслевые стандарты (ОСТ) для обеспечения единства разработок, взаимозаменяемости, сокращения типоразмеров конструктивных элементов и сокращения сроков проектирования и изготовления. Так, разработана система отраслевых стандартов на ЭВМ 3-го поколения — *Единая система электронных вычислительных машин* (ЕС ЭВМ). *В. Н. Квасницкий.*

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ — проверка предположений о законе распределения генеральной совокупности по конечной выборке из этой совокупности. Простейшая ситуация, требующая использования С. п. г., состоит, напр., в следующем. Часто можно считать, что время исправной работы изделия (прибора, устройства) является случайным. Пусть T — ср. время исправной работы, определенное по опытным данным. После изменения технологии изготовления изделия (или замены материала и т. п.) данные опытов приводят к ср. значению T_1. Возникает вопрос: является ли различие значений T и T_1 следствием случайных отклонений времени исправной работы или следствием влияния замены технологии на время исправной работы? Такие и подобные им вопросы постоянно возникают в технике, с. х., биологии, при анализе эконом. данных и т. д.

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка объема n из генеральной совокупности с неизвестной ф-цией распределения. Статистической гипотезой (или гипотезой) наз. всякое предположение о ф-ции распределения. Напр., гипотезой является предположение, что неизвестная ф-ция распределения есть конкретная данная ф-ция, что неизвестная ф-ция распределения принадлежит некоторому семейству ф-ций, что ср. значение равно 0 и т. п. Правило или процедура, с помощью которых на основании выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ делают заключение, что гипотеза или согласуется с опытными данными (т. е. принимают гипотезу) или не согласуется с ними (т. е. отвергают гипотезу), наз. критерием (тестом) гипотезы. Во многих случаях критерий проверки данной гипотезы H можно описать следующим образом: мн-во всех возможных выборок $x_1, x_2, \ldots, x_n$ разбивается на два взаимно дополняющих мн-ва S_0 и S_1; если выборка $x_1, x_2, \ldots, x_n$ попадает во мн-во S_0, то гипотеза H принимается, если в S_1, то гипотеза H отвергается. Мн-во S_0 наз. областью принятия гипотезы H, S_1 — областью отклонения, или критической областью гипотезы H. При такой процедуре проверки гипотезы возможны ошибки двух родов: ошибка 1-го рода — отвергнуть гипотезу H, когда она верна, и ошибка 2-го рода — принять гипотезу H, когда она не верна. При проверке гипотез желательно иметь дело с критериями, имеющими малые вероятности ошибок 1-го и 2-го рода. Однако, при заданном объеме выборки вероятности ошибок 1-го и 2-го рода связаны, поэтому обычно задают границу (уровень значимости) для вероятности ошибки 1-го рода и рассматривают критерии с вероятностью ошибки 1-го рода, не большей уровня значимости, минимизирующие вероятность ошибки 2-го рода. Построение подобных критериев есть важная задача *математической статистики*, решенная в практически удобной форме только при определенных ограничениях.

Во многих случаях можно предполагать, что распределение генеральной совокупности, из которой извлечена выборка, принадлежит семейству ф-ций распределения F_θ, $\theta \in \Theta$, зависящему от параметра θ (параметр может быть одномерным или многомерным), а гипотеза H верна, если θ принадлежит определенному мн-ву Θ_H, и не верна, если θ принадлежит дополнительному к Θ_H мн-ву Θ_K. Вероятность ошибки 1-го рода для критерия с критической областью S_1 при условии, что выборка извлечена из генеральной совокупности с распределением F_θ, есть ф-ция θ на мн-ве Θ. Эта ф-ция наз. функцией мощности критерия, а ее значение при θ из Θ_K наз. мощностью критерия при значении θ. Если мн-во Θ_H содержит одну точку θ, то гипотеза H наз. простой, в противном случае гипотеза H наз. сложной. Полное решение задачи о построении наилучшего критерия для гипотезы H получено в случае, когда мн-ва Θ_H и Θ_K содержат по одной точке $\Theta_H = \{\theta_0\}$, $\Theta_K = \{\theta_1\}$. Это решение содержится в следующей лемме Неймана — Пирсона, справедливой при определенных достаточно общих предположениях. Пусть $f_0(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — плотность вероятности выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при $\theta = \theta_0$, $f_1(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — плотность вероятности выборки при $\theta = \theta_1$ и ε $(0 < \varepsilon < 1)$ — уровень значимости. Среди критериев с вероятностью ошибки 1-го рода, не большей ε, критерий с критическим мн-вом

$$S_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) : f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) > C_\varepsilon f_0(x_1, x_2, \ldots, x_n)\}$$

и ошибкой 1-го рода ε (этим определяется число C_ε) имеет наибольшую мощность (или, что то же, наименьшую ошибку 2-го рода). Этот критерий наз. наиболее мощным критерием уровня ε для проверки гипотезы H.

В общем случае простой гипотезы критерии с ошибкой 1-го рода ε, максимизирующие мощность при различных значениях θ из Θ_K, оказываются различными. Если критерий имеет ошибку 1-го рода ε и максимизирует мощ-

ность при каждом θ из мн-ва Θ_K в классе всех критериев с ошибкой 1-го рода ε, то этот критерий наз. равномерно наиболее мощным критерием уровня ε для гипотезы H. Равномерно наиболее мощные критерии существуют редко.

Для проверки сложных гипотез используется обычно критерий отношения правдоподобия, состоящий в следующем. Пусть $f_\theta(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ — плотность вероятности выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при условии, что θ — значение неизвестного параметра. Критическое мн-во S_1 критерия отношения правдоподобия задают так:

$$S_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) : \sup_{\theta \in \Theta_H} f_\theta(x_1, x_2, \ldots, x_n) < C_\varepsilon \sup_{\theta \in \Theta} f_\theta(x_1, x_2, \ldots, x_n)\},$$

C_ε выбирают так, чтобы критерий S_1 имел ошибку 1-го рода, не большую ε. Хотя при конечном n получить детальную информацию об этом критерии можно очень редко, при больших n свойства этого критерия описаны подробно. Теорию проверки параметрических статистических гипотез построили амер. ученый Ю. Нейман и англ. учёный Е. Пирсон.

Если гипотеза H состоит в том, что распределение генеральной совокупности принадлежит некоторому подмножеству всех ф-ций распределения вероятностей (ф. р. в.) или классу всех непрерывных ф-ций распределения, то гипотеза H наз. непараметрической, а критерий гипотезы H — непараметрическим. Напр., если $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка совокупности с некоторой ф. р. в., то гипотеза о том, что эта выборка извлечена из совокупности с данной ф. р. в. F, есть простая непараметрическая гипотеза, а гипотеза о том, что эта выборка — из совокупности с ф. р. в. из некоторого подмножества непрерывных ф. р. в., есть непараметрическая сложная гипотеза. Общая теория проверки непараметрических гипотез развита недостаточно, однако построено много важных для приложений спец. непараметрических критериев. Практически важным классом задач непараметрической статистики являются задачи следующего типа. Предположим, что $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ и $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — независимые выборки из совокупностей с ф. р. н. $F(x)$ и $G(y)$ соответственно. Необходимо построить критерий для проверки гипотезы о том, что $F(x) = G(x)$. Имеется целый ряд спец. критериев для проверки гипотез такого рода. Новый подход к проверке статистических гипотез связан с теорией *последовательного анализа*.

Приведем некоторые критерии, часто используемые в приложениях (наблюдения предполагаются независимыми).

1. Критерий Стьюдента для проверки гипотезы о ср. значении нормального распределения. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка из нормальной совокупности с неизвестными *математическим ожиданием* m и *дисперсией* σ^2. Гипотеза H состоит в том, что ср. значение равно некоторому данному числу m_0. Критерий основан на том, что статистика — стьюдентово отношение

$$t = \sqrt{n-1}\,\frac{x - m_0}{s},$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2$ в случае справедливости гипотезы H имеет распределение, полностью определяемое числом n, — распределение Стьюдента с $n-1$ степенями свободы. Критерий Стьюдента отклоняет гипотезу H при данном уровне значимости ε, если величина t, вычисленная по выборке, такова, что $|t| > t_\varepsilon$. Если же $|t| \leqslant t_\varepsilon$, то гипотеза принимается. Величина t_ε есть значение u, для которого $\int_{-u}^{u} s_{n-1}(x)\,dx = 1 - \varepsilon$, $s_{n-1}(x)$ — плотность распределения Стьюдента с $n-1$ степенями свободы. Значение t_ε определяется по ε с помощью таблиц.

2. Критерий χ^2 для проверки гипотезы о распределении совокупности. Предположим, что по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ требуется проверить гипотезу H, состоящую в том, что распределение выборки задается полностью определенной ф. р. в. $F(x)$. Пусть пространство значений рассматриваемой случайной величины разбито на r частей $S_1, S_2, \ldots, S_r$, $p_1, p_2, \ldots, p_r$ — вероятности этих мн-в, вычисленные согласно гипотетической ф. р. в. F, а $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_r$ — числа выборочных значений, попавших в мн-ва $S_1, S_2, \ldots, S_r$ соответственно; $\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_r = n$. Критерий χ^2 основан на том, что величина

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i}$$

при гипотезе H имеет при больших n распределение, близкое к распределению χ^2 с $r-1$ степенями свободы, с плотностью вероятности (п. в.) $k_{r-1}(x)$, полностью определяемой числом r (теорема К. Пирсона). Критерий χ^2 для гипотезы H с уровнем значимости ε отвергает H, если вычисленное по выборке значение $\chi^2 > \chi^2_\varepsilon$, и принимает H в противном случае. Величина χ^2_ε есть значение u, для которого $\int_u^\infty k_{r-1}(x)\,dx = \varepsilon$. Для определения χ^2_ε по ε имеются таблицы.

Критерий χ^2 используется также при проверке гипотезы H о том, что распределение выборки принадлежит некоторому семейству ф-ций распределения вероятностей, зависящих от конечного числа параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$. В этом случае значения $p_1, p_2, \ldots, p_r$

являются ф-циями неизвестных параметров. Ю. Нейман и Е. Пирсон предложили использовать в качестве оценок параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ значения $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_s$, минимизирующие величину χ^2 для данной выборки. Этот метод получения оценок неизвестных параметров наз. **методом оценки по минимуму** χ^2. Если вместо неизвестных значений $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ в χ^2 поставить их оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_s$, полученные по методу минимума χ^2 или с помощью некоторых др. методов, то при больших n распределение χ^2 при гипотезе H близко к распределению χ^2 с $r - s - 1$ степенями свободы. Критерий χ^2 для гипотезы H с уровнем значимости ε отвергает H, если величина χ^2 с оценками $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_s$ вместо $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_s$ такова, что $\chi^2 > \chi^2_\varepsilon$. Величина χ^2_ε есть значение u, для которого

$$\int_u^\infty k_{r-s-1}(x)\,dx = \varepsilon.$$

3. Критерий для проверки гипотезы о равенстве средних значений двух нормальных совокупностей, дисперсии которых равны друг другу. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ и $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — две независимые выборки из нормальных совокупностей с неизвестными средними m_1 и m_2 и с одной и той же неизвестной дисперсией. Гипотеза H состоит в предположении, что ср. значения равны друг другу, т. е. что $m_1 = m_2$. Критерий проверки гипотезы H использует статистику

$$t = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \times \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}},$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} y_i;$$

$$s_1^2 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2; \quad s_2^2 = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(y_i - \bar{y})^2.$$

Статистика t имеет распределение Стьюдента с $n_1 - n_2 - 2$ степенями свободы. Критерий отвергает H при уровне значимости ε, если для вычисленного по выборкам значения t $|t| > t_\varepsilon$, и принимает H, если $|t| \leqslant t_\varepsilon$. Величина t_ε определяется как значение u, для которого

$$\int_{-u}^{u} s_{n_1+n_2-2}(x)\,dx = 1 - \varepsilon.$$

4. Критерий для проверки равенства дисперсий двух нормальных совокупностей. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$ и $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — две независимые выборки из нормальных совокупностей с неизвестными средними и с неизвестными дисперсиями σ_1^2, σ_2^2. Гипотеза H есть предположение о равенстве дисперсий, т. е. предположение, что $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Статистика

$$F = \frac{\dfrac{1}{n_1 - 1}\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2}{\dfrac{1}{n_2 - 1}\sum_{i=1}^{n_2}(y_i - \bar{y})^2},$$

где $\bar{x} = \dfrac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} x_i$, $\bar{y} = \dfrac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} y_i$ имеет распределение (F-распределение), полностью определяемое числами n_1 и n_2, $f_{n_1-1,\, n_2-1}(x)$ — п. в. F-распределения. Критерий гипотезы H с уровнем значимости ε отвергает H, если вычисленное по выборке значение F таково, что $F > F_\varepsilon$. Значение F_ε есть величина u, для которой $\int_u^\infty f_{n_1-1, n_2-1}(x)\,dx = -\varepsilon$.

5. Критерий проверки гипотезы о равенстве нулю коэфф. корреляции двумерной нормальной совокупности. Пусть $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ — выборка из двумерного нормального распределения с неизвестными характеристиками. Рассмотрим гипотезу H, состоящую в том, что коэфф. корреляции равен 0. Статистика

$$t = \sqrt{n-2} \cdot \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}},$$

где r — выборочный коэфф. корреляции

$$r = \frac{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \cdot \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}.$$

и $\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\bar{y} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$,

при гипотезе H имеет распределение Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы. Критерий, основанный на этом, отвергает гипотезу H с уровнем значимости ε, если вычисленное по выборке значение r таково, что $|r| > \dfrac{t_\varepsilon}{\sqrt{t_\varepsilon^2 + n - 2}}$. Значение t_ε есть то значение u, для которого

$$\int_{-u}^{u} s_{n-2}(x)\,dx = 1 - \varepsilon.$$

6. Критерий Колмогорова — Смирнова гипотезы о совпадении ф-ций распределения вероятностей двух выборок. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_{n_1}$

и $y_1, y_2, \ldots, y_{n_2}$ — независимые выборки из двух совокупностей с неизвестными непрерывными ф-циями распределения вероятностей $F_1(x)$ и $F_2(x)$. Гипотеза H состоит в том, что $F_1(x) \equiv F_2(x)$. Статистика

$$D_{n_1 n_2} = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \sup_{-\infty < x < \infty} |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|,$$

где $F_{n_1}(x)$ и $F_{n_2}(x)$ — *эмпирические функции распределения* выборок, при больших n_1 и n_2 имеет распределение, близкое к распределению Колмогорова с п. в. $k(x)$. Использование последнего утверждения дает следующий критерий гипотезы H при уровне значимости ε: гипотеза H отвергается, если вычисленное по опытным данным значение $D_{n_1, n_2} > \lambda_\varepsilon$, где λ_ε таково, что $\int_{\lambda_\varepsilon}^{\infty} k(x)\,dx = \varepsilon$. Для определения λ_ε по ε имеются таблицы.

Лит.: Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., 1968 [библиогр. с. 165—172]; Крамер Г. Математические методы статистики. Пер. с англ. М., 1948 [библиогр. с. 612—620]; Леман Э. Проверка статистических гипотез. Пер. с англ. М., 1964; Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 541—554]. *А. Я. Дорозовцев.*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ — одно из направлений теории *распознавания образов*, в основе которого лежит представление о классе распознаваемых объектов как об ансамбле реализаций некоторой случайной величины. Эту *случайную величину* с более или менее определенными статистическими характеристиками обычно наз. статистической моделью класса распознаваемых объектов.

Если заданы статистич. модели объектов, то методами матем. статистики (в частности, теории статистич. решений) можно построить *алгоритм распознавания*, оптимальный по тому или иному статистич. критерию качества. В наиболее благоприятном случае заданная модель позволяет указать условные распределения вероятностей объектов каждого класса, что дает возможность использовать для распознавания байесовское решающее правило или *минимаксное решающее правило*. Эти правила оптимальны с точки зрения определенных критериев *риска распознавания*, т. е. матем. ожидания потерь от применения данного алгоритма (напр., количественных убытков, к которым приводят ошибки распознавания).

В более общем случае модель задается в виде случайного поля, зависящего от целого ряда постоянных и (или) переменных неизвестных параметров. Среди них представляют интерес только значения параметра, указывающего класс каждого распознаваемого объекта. Остальные неизвестные параметры иногда наз. мешающими параметрами. Задача определения значений постоянных мешающих параметров наз. задачей обучения распознаванию (о байесовском обучении см. в ст. *Байесовское решающее правило*). При обучении задается обучающая выборка, состоящая из объектов, классы которых указаны. На этой основе, в зависимости от того, насколько подробно известны статистич. характеристики рассматриваемой модели, строятся те или иные статистич. оценки (напр., оценки макс. правдоподобия) самих мешающих параметров или определенных ф-ций этих параметров. Полученные оценки затем используются в процессе решения собственно задачи распознавания путем их подстановки вместо неизвестных значений мешающих параметров.

Лит.: Пугачев В. С. Статистические проблемы теории распознавания образов. В кн.: Самонастраивающиеся системы. Распознавание образов. Релейные устройства и конечные автоматы. М., 1967; Ковалевский В. А. Задача распознавания образов с точки зрения математической статистики. В кн.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Нильсон Н. Обучающиеся машины. Пер. с англ. М., 1967. *Г. Л. Гимельфарб.*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ — приближения к неизвестным характеристикам (параметрам) распределения генеральной совокупности, получаемые с помощью выборочных значений. Задача построения оценок параметров распределения является основной проблемой *математической статистики*. Пусть ξ — *случайная величина* с ф-цией распределения $F_\theta(x)$ определенного матем. вида, зависящая от одного (или нескольких) неизвестных параметров θ. Возникает задача получения оценок параметра θ по выборке, состоящей из n наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины ξ. Оценка $\hat{\theta}$ параметра θ должна быть некоторой ф-цией от выборочных значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$, но не параметра θ. Всякая такая ф-ция $t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. статистикой. Статистика является случайной величиной, ф-ция распределения вероятностей которой определяется совместной ф-цией распределения выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

В большинстве случаев ф-ция распределения статистики зависит от параметра θ. Идеальной оценкой параметра θ была бы статистика $t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, которая для любых наблюденных значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ давала бы значение $t(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \theta$. Таких статистик, однако, почти никогда не бывает. Поэтому среди статистик обычно отыскивают те, значения которых наиболее тесно концентрируются вокруг неизвестного значения θ, или те, которые обладают таким свойством хотя бы при больших объемах выборок.

Наиболее важными свойствами оценок являются несмещенность, эффективность, состоятельность и некоторые обобщения этих свойств. Оценка $\hat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. несмещенной оценкой параметра θ по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$, если ср. значение $\hat{\theta}$ равно значению неизвестного параметра θ, т. е. $M\hat{\theta} = \theta$. В том случае, когда $M\hat{\theta} \neq \theta$, оценка $\hat{\theta}$ наз. смещенной, а

величина $M\hat{\theta} - \theta$ — **смещением** оценки $\hat{\theta}$. Несмещенность оценки является желаемым свойством; однако, если существует несмещенная оценка параметра, то обычно имеется много несмещенных оценок по выборке фиксированного объема n. Естественно поэтому выделить из множества всех несмещенных оценок параметра те оценки, значения которых более тесно группируются вокруг параметра θ. Наиболее простой мерой рассеяния значений случайной величины около ср. значения является *дисперсия*. Вместо дисперсии $D^2\hat{\theta} = M(\hat{\theta} - \theta)^2$ несмещенной оценки $\hat{\theta}$ часто используют среднее квадратическое отклонение, равное значению квадратного корня из дисперсии. Нижнюю границу для дисперсии $D^2\hat{\theta}$ несмещенной оценки $\hat{\theta}$ параметра θ по выборке из n независимых наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины с плотностью *распределения вероятностей* $p(x; \theta)$ дает неравенство Фреше—Крамера — Рао

$$D^2\hat{\theta} \geqslant -\frac{1}{n\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \ln p(x;\theta)}{\partial\theta^2}\, p(x;\theta)\,dx} = \frac{1}{n\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial \ln p(x;\theta)}{\partial\theta}\right]^2 p(x;\theta)\,dx} \qquad (1)$$

(при условиях регулярности, налагаемых на ф-цию $p(x; \theta)$). Несмещенная оценка $\hat{\theta}_э$ наз. **эффективной** оценкой параметра θ по выборке объема n, если для $\theta_э$ в неравенстве (1) достигается равенство. Эффективные оценки существуют при очень ограничительных условиях. Чаще рассматривают асимптотически несмещенные и асимптотически эффективные оценки. Оценка $\hat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. **асимптотически несмещенной**, если $M\hat{\theta} \to \theta$ при $n \to \infty$. Оценка $\hat{\theta}$ наз. **асимптотически эффективной**, если отношение дисперсии оценки и правой части неравенства (1) стремится к 1 при $n \to \infty$. При некоторых общих условиях регулярности существуют состоятельные оценки параметров. Оценка $\hat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. **состоятельной**, если $\hat{\theta}$ сходится по вероятности к неизвестному значению θ, т. е., если для любого $\varepsilon > 0$ $P\{|\hat{\theta} - \theta| > \varepsilon\} \to 0$ при $n \to \infty$. Для более точных суждений о вероятностях отклонений оценки $\hat{\theta}$ от θ желательно знать распределение $\hat{\theta}$. Однако, распределение статистик в удобной для практических приложений форме при фиксированном числе наблюдений может быть получено только в редких случаях. Чаще пользуются тем имеющим местом при общих условиях фактом, что распределение $\hat{\theta}$ приближается к *нормальному распределению* при $n \to \infty$; оценки, обладающие этим свойством, наз. **асимптотически нормальными**.

Важными свойствами оценок являются симметричность и достаточность. Оценка $\hat{\theta} = t(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ наз. **симметричной**, если она не изменяется при любой перестановке значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$. По данной статистике с конечной дисперсией можно построить симметричную оценку, дисперсия которой не превосходит дисперсии исходной статистики. Кроме того, симметричность оценки часто является естественным физ. требованием задачи (напр., оценка не должна зависеть от порядка получения наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$). Статистики наз. **достаточными** для распределения вероятностей F_θ, если условное распределение выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$ при фиксированных значениях статистик не зависит от параметра θ. Достаточная статистика содержит в себе всю информацию о параметре θ, содержащуюся в данных наблюдениях.

Если для параметра θ существует оценка $\hat{\theta}$ с конечной дисперсией и достаточная статистика $T(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, то можно построить оценку $\hat{\theta}_T = \varphi(T)$, которая является ф-цией достаточной статистики, имеет то же *математическое ожидание*, что и оценка $\hat{\theta}$, и дисперсию, меньшую или не большую, чем дисперсия исходной оценки $\hat{\theta}$. Поэтому, если достаточные статистики существуют, то в качестве оценок обычно используются ф-ции от достаточных статистик.

Понятия состоятельности, эффективности и достаточности оценки ввел в 1922 англ. статистик Р.-А. Фишер. Они аналогичным образом определяются в том случае, когда распределение случайной величины зависит от нескольких неизвестных параметров. Неизвестными параметрами распределения вероятностей обычно являются моменты распределения, вероятности попадания случайной величины в заданный интервал и т. п.

Для случайной величины ξ, имеющей биномиальное распределение с неизвестным параметром p (т. е. $P\{\xi = k\} = C_m^k p^k (1-p)^{m-k}$, где m — фиксированное целое число), статистика $\frac{1}{mn}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$, построенная по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ независимых наблюдений, является несмещенной, достаточной и эффективной оценкой параметра p. Статистика $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$ имеет биномиальное распределение с параметром p. Для случайной величины ξ, имеющей *Пуассона распределение* с параметром λ ($P\{\xi = k\} =$

$= e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, $k = 0, 1, \ldots$), статистика $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ для выборки независимых наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ величины ξ является несмещенной, достаточной и эффективной оценкой параметра λ. Статистика $\sum_{i=1}^{n} x_i$ имеет распределение Пуассона с параметром $n \cdot \lambda$. Если случайная величина ξ имеет показательное распределение с плотностью распределения

$$f(x;\ \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leqslant 0, \end{cases} \qquad (2)$$

где θ — неизвестное ср. распределения ($\theta > 0$), то статистика $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (по выборке независимых наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$) является несмещенной, достаточной и эффективной оценкой параметра θ. Для случайной величины, имеющей нормальное распределение с неизвестным ср. значением m и дисперсией σ^2, статистики $\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ и $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \times \sum_{i=1}^{n} (x_i - \hat{m})^2$ (по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ независимых наблюдений) являются несмещенными, совместно-достаточными и совместно-эффективными оценками параметров m и σ^2 соответственно. Статистики $\hat{m}$ и $\hat{\sigma}^2$ независимы, причем $\hat{m}$ распределена нормально со ср. m и дисперсией $\frac{\sigma^2}{n}$, а $\frac{n-1}{\sigma^2}\hat{\sigma}^2$ имеет распределение χ^2 с $n - 1$ степенями свободы.

Наиболее важными общими методами нахождения оценок для параметров распределения являются **метод моментов**, предложенный в 1894—1902 англ. статистиком К. Пирсоном, и метод максимума правдоподобия, предложенный в 1912 англ. статистиком Р.-А. Фишером.

Метод моментов состоит в приравнивании определенного числа выборочных моментов (см. *Эмпирическая функция распределения*) к соответствующим моментам распределения, являющимся ф-циями от неизвестных параметров. Оценки получают, рассматривая число моментов, равное числу неизвестных параметров, и решая полученные ур-ния относительно параметров. Метод моментов широко используется из-за простоты вычислений. Он основан на том, что выборочный момент порядка s $\hat{m}_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^s$, построенный по независимым наблюдениям $x_1, x_2, \ldots, x_n$, является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой момента порядка s $m_s = \int_{-\infty}^{\infty} x^s dF(x)$ распределения $F(x)$. Если распределение зависит от k неизвестных параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, то оценки метода моментов $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k$ могут быть получены из ур-ний

$$\begin{aligned} m_1(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k) &= \hat{m}_1; \\ m_2(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k) &= \hat{m}_2; \qquad (3) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_k(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k) &= \hat{m}_k. \end{aligned}$$

При весьма общих условиях оценки, полученные по методу моментов, являются асимптотически несмещенными и асимптотически нормальными. Однако за исключением некоторых случаев (напр., нормального распределения) оценки, найденные с помощью метода моментов, не являются асимптотически эффективными, т. е. даже при выборках большого объема не имеют наименьшей возможной дисперсии.

Для получения оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k$ для неизвестных параметров $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$ с помощью независимых наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины с плотностью распределения вероятностей $p(x;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ по **методу максимума правдоподобия** составляют ф-цию правдоподобия $l(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$. В качестве оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_k$ независимых параметров рассматриваются те значения величин $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, которые максимизируют ф-цию правдоподобия для данной выборки $x_1, x_2, \ldots, x_n$. При практическом отыскании оценок по методу максимума правдоподобия удобнее рассматривать вместо ф-ции $l(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ ее логарифм $L(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$, имеющий максимум при тех же значениях $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$, что и ф-ция $l(x_1, x_2, \ldots, x_n;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$. При некоторых простых условиях оценки, полученные по методу максимума правдоподобия, являются решениями системы ур-ний (ур-ний правдоподобия)

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0, \ \ldots, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_k} = 0. \qquad (4)$$

Если существует эффективная оценка $\theta_э$ параметра θ, то ур-ние правдоподобия имеет единственное решение $\theta_э$. Оценки, полученные по методу максимума правдоподобия, при весьма широких условиях являются состоятельными (и потому асимптотически несмещенными), асимптотически нормальными и асимптотически эффективными оценками. Если существуют достаточные статистики, то оценки,

полученные по методу макс. правдоподобия, являются ф-циями достаточных статистик.

В тех случаях, когда о распределении выборки нет определенных предположений, применяется также метод минимума χ^2 (см. *Статистическая проверка гипотез*), для некоторых задач — метод наименьших квадратов (см. *Регрессия*).

Лит. см. к ст. *Математическая статистика.*

А. Я. Дороговцев.

СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ МЕТОД — то же, что и *Монте-Карло метод.*

СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ МЕТОД — метод, заключающийся в замене нелинейных характеристик элементов систем автоматического управления (САУ) линейными зависимостями, эквивалентными в смысле приближения первых двух моментов закона распределения входных координат. Сущность метода состоит в том, что нелинейная зависимость

$$Z(t) = F[X(t)], \tag{1}$$

связывающая входную $X(t)$ и выходную $Z(t)$ случайные переменные некоторого элемента САУ, заменяется линейной ф-цией вида

$$Z_1(t) = a(t)[X(t) - \bar{x}(t)] + b(t), \tag{2}$$

где $\bar{x}(t)$ — матем. ожидание случайной величины $X(t)$, $a(t)$ и $b(t)$ — некоторые неизвестные (не случайные) функции, которые определяются таким образом, чтобы $Z_1(t)$ наилучшим образом аппроксимировала $Z(t)$ в вышеуказанном смысле. Для совпадения первых моментов (матем. ожиданий) необходимо выполнение равенства

$$b(t) = M\{F[X(t)]\}. \tag{3}$$

Функцию $a(t)$ определяют из условий приближения вторых моментов различными способами: 1) Из условия равенства *дисперсий* $Z(t)$ и $Z_1(t)$ (ф-ция $a(t)$ здесь обозначается $a_1(t)$) : $\sigma_x^2(t) \cdot a_1^2(t) = \sigma_z^2(t)$, т. е.

$$a_1(t) = \pm \frac{\sigma_z(t)}{\sigma_x(t)}, \tag{4}$$

где знак в правой части равенства должен быть выбран так, чтобы характер изменения ф-ций $Z(t)$ и $Z_1(t)$ был одинаковым (напр., если $Z(t) = X^3(t)$, то должен быть взят «+», а если $Z(t) = -\operatorname{sign} X(t)$, то должен быть взят «—»). 2) Из условия минимума дисперсии разности $[Z(t) - Z_1(t)]$ (здесь функция $a(t)$ обозначена $a_2(t)$):

$$\min D\{F[X(t)] - a_2(t)[X(t) - \bar{x}(t)] - b(t)\}. \tag{5}$$

Вычислив значение дисперсии в (5) и минимизировав полученное выражение по $a_2(t)$ известными методами, получим

$$a_2(t) = \frac{k_{xz}(t)}{\sigma_x^2(t)}, \tag{6}$$

где k_{xz} — корреляционный момент $X(t)$ и $Z(t)$. Ф-ции $a_1(t)$ и $a_2(t)$, естественно, не совпадают между собой и не могут быть указаны общие соображения в пользу того или иного способа определения $a(t)$. Исходя из опыта практических расчетов, рекомендуется в качестве $a(t)$ брать полусумму $a_1(t)$ и $a_2(t)$:

$$a(t) = \frac{1}{2}[a_1(t) + a_2(t)]. \tag{7}$$

Для вычисления выражений (3), (4), (6) необходимо иметь закон распределения (плотность вероятности) $f(x)$ ординаты случайной ф-ции $X(t)$ в момент t. Тогда по общим ф-лам для матем. ожидания можно определить

$$b(t) = \bar{z}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) f(x)\, dx; \tag{8}$$

$$\sigma_x^2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F^2(x) f(x)\, dx - \bar{z}^2(t); \tag{9}$$

$$k_{xz}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} xF(x) f(x)\, dx - \bar{x}(t)\bar{z}(t). \tag{10}$$

Здесь $f(x)$ для нестационарных процессов $X(t)$ зависит от t как от параметра.

Метод применим и для нелинейных систем с *обратной связью.* В этом случае аргументом характеристики нелинейного звена будет не входная ф-ция $X(t)$, а сумма $X(t) + Y(t)$ входной и выходной ф-ций, а линеаризовать нужно $F[X(t) + Y(t)]$. Формально и здесь можно положить

$$F[X(t) + Y(t)] = a(t)[X(t) + Y(t)] + b(t). \tag{11}$$

Для определения $a(t)$ и $b(t)$ здесь, кроме закона распределения $f(x)$, необходимо иметь также закон распределения суммы $X(t) + Y(t)$. Поскольку параметры $Y(t)$ неизвестны, то обычно при расчетах полагают, что сумма $X(t) + Y(t)$ удовлетворяет нормальному закону распределения. Это предположение оправдано лишь в том и только в том случае, когда в замкнутом контуре содержится линейное инерционное звено с большой постоянной времени. Тогда, как известно, распределение выходной координаты $Y(t)$ приближается к нормальному даже при значительных отличиях закона распределения на входе инерционного элемента от нормального.

Лит.: Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [библиогр. с. 873—878]; Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., 1962 [библиогр. с. 325—328].

В. Г. Гришутин, А. М. Плашенко.

СТАЦИОНАРНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС — в узком смысле — *случайный процесс* $\xi(t)$, обладающий свойством: распределения случайных векторов вида $\{\xi(t_1 + h), \ldots, \xi(t_n + h)\}$ не зависят от h; в широком смысле — случайный процесс $\xi(t)$ на действительной прямой $-\infty < t < \infty$, $M|\xi(t)|^2 < \infty$, обладающий свойством: *математическое ожидание* $a(t)$ не зависит

от t, а *корреляционная функция* $R(t, s)$ зависит лишь от разности $t-s$. Всякий С. с. п. $\xi(t)$ в узком смысле, для которого $M|\xi(t)|^2 < \infty$, стационарен и в широком смысле. Для действительных *гауссовских случайных процессов* стационарность в широком смысле влечет за собой стационарность в узком смысле. Ниже рассмотрены С. с. п. только в широком смысле. С. с. п. $\xi(t)$ с непрерывной корреляционной ф-цией допускает спектральное представление вида

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\lambda} dy(\lambda),$$

где $y(\lambda)$ — некоторый комплекснозначный случайный процесс с ортогональными приращениями. Для корреляционной ф-ции $R(\tau)$ справедливо следующее представление:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau\lambda} dF(\lambda),$$

где $F(\lambda)$ — некоторая неотрицательная, ограниченная и монотонно неубывающая ф-ция, называемая *спектральной функцией* С. с. п. Если $F(\lambda)$ абсолютно непрерывна, то

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau\lambda} f(\lambda)\, d\lambda,$$

где $f(\lambda)$ — спектральная плотность процесса $\xi(t)$.

Спектральные представления С. с. п. и их корреляционных ф-ций являются эффективным средством изучения многих физ. процессов (тепловые шумы в электр. цепях, случайные флуктуации в линейных системах, шумы атмосферной турбулентности, акустические и атмосферные помехи и т. д.).

Важный класс образуют С. с. п. с дробно-рациональными спектральными плотностями. Такие процессы применяют при исследовании задач, связанных с анализом и синтезом динамических систем. В качестве примера можно привести линейную динамическую систему с определенными параметрами, работа которой описывается линейным дифф. ур-нием с постоянными коэфф. Если во время работы системы на ее входе воздействует стационарная помеха типа «белого шума», на ее выходе образуется С. с. п., обладающий дробно-рациональной спектральной плотностью.

Во многих областях техники широко применяют С. с. п., спектральные ф-ции которых сосредоточены на конечном интервале $[-w, w]$. Для таких процессов справедливо следующее представление:

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{w} \frac{\sin w\left(t - \frac{\pi k}{w}\right)}{t - \frac{\pi k}{w}} \xi\left(\frac{\pi k}{w}\right).$$

Иными словами, значение случайного процесса $\xi(t)$ в любой момент времени t однозначно восстанавливается по значениям процесса в равноотстоящие моменты времени $\frac{\pi k}{w}$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Такое представление известно в литературе как теорема Котельникова — Шеннона. Его применяют в статистической радиотехнике, радиолокации, теории *информации передачи* и в др. областях техники.

Широкое применение находят линейные преобразования С. с. п. Линейным преобразованием С. с. п. $\xi(t)$ наз. преобразование вида $\eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda t} \varphi(\lambda)\, y(d\lambda)$, где ф-ция $\varphi(\lambda)$ наз. спектральной характеристикой данного линейного преобразования, либо среднеквадратическим пределом выражений указанного вида. Линейные преобразования С. с. п. можно реализовать с помощью таких тех. средств, как линейные *фильтры*, усилители, согласующие звенья и т. д.

Для С. с. п. могут быть поставлены задачи линейного прогнозирования, линейной экстраполяции и интерполяции. Задача линейного прогнозирования сводится к оценке значений некоторой случайной величины η, являющейся линейным функционалом от С. с. п. $\xi(t)$. Задача линейной экстраполяции заключается в прогнозировании процесса $\xi(t)$ в будущее, т. е. по значениям процесса $\xi(s)$, $s \leqslant t$, определяют наилучший прогноз неизвестных значений $\xi(t+\tau)$, $\tau > 0$. Процессы, для которых возможен безошибочный линейный прогноз при любом $\tau > 0$, наз. линейно-сингулярными процессами. Такими процессами являются, напр., процессы с ограниченными спектрами. Задача линейной интерполяции сводится к наилучшему линейному прогнозу неизвестных значений $\xi(t)$ С. с. п. на отрезке $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$ по всем остальным его значениям, соответствующим $t < t_1$ или $t > t_2$.

Некоторым обобщением С. с. п. являются стационарные стационарно связанные процессы $\xi(t)$ и $\eta(t)$, для которых взаимная корреляционная ф-ция $R_{\xi\eta}(t, s) = R_{\xi\eta}(t-s)$. Для этих процессов можно поставить задачу линейной фильтрации, т. е. по наблюдаемым значениям процесса $\xi(s)$, $s \leqslant t$, определить наилучший прогноз неизвестных значений процесса $\eta(t+\tau)$. С перечисленными задачами тесно связана теория оптим. линейной фильтрации, когда по заданному входному случайному процессу нужно синтезировать оптим. линейную систему, формирующую процесс с заданными свойствами на выходе этой системы. Эта теория нашла применение при решении многих задач *автоматического управления теории*, радиолокации, теории обнаружения сигналов и т. д. Применение теории оптим. фильтрации стационарных процессов в теории обнаружения сигналов привело к синтезу согласованного фильтра, с помощью которого легче всего обнаружить заданный неслучайный сигнал на фоне стационарной помехи.

Решение многих задач теории С. с. п. тес-

но связано с решением интегр. уравнения, родственного *Винера—Хопфа уравнению*. Для стационарных в широком смысле случайных процессов с дробно-рациональными спектральными плотностями разработаны методы решения уравнения

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda t}\varphi(\lambda)\, F(d\lambda) = a(t)$$

в случае, если ф-ция $a(t)$ определена на конечном интервале $0 \leqslant t \leqslant T$. Стационарные в узком смысле случайные процессы в широких предположениях обладают эргодическим свойством (см. *Эргодическая теория*), состоящем в том, что с вероятностью 1 существует предел

$$M\xi(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T \xi(t)\, dt.$$

Эргодическое свойство устанавливает равенство с вероятностью 1 среднего по простр. реализаций и временнóго среднего по одной реализации. Это свойство лежит в основе работы приборов (коррелометров), предназначенных для измерения корреляционных ф-ций реально существующих физ. процессов (см. *Коррелятор*).

Лит.: Розанов Ю. А. Стационарные случайные процессы. М., 1963 [библиогр. с. 280—284]; Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., 1965 [библиогр. с. 648—654]; Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М., 1967 [библиогр. с. 481—487]; Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 379—388]. *А. Н. Деменин.*

СТИЛТЬЕСА КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ — функции, характеризующие степень статистической связи между двумя стационарными и эргодическими случайными процессами, один из которых подвергается весьма грубому квантованию по уровню (обычно на три или четыре уровня) и временнóму сдвигу. Термин ввел в 1961 англ. ученый Д. Уоттс, т. к. при математическом описании С. к. ф. используется интеграл Стилтьеса. Различают автокорреляционные и взаимные корреляционные ф-ции Стилтьеса.

Автокорреляционная функция Стилтьеса $A'_{xx'}(t_1, t_2)$ характеризует степень вероятностной связи между значениями стационарного *случайного процесса* $x(t_1)$ в момент t_1 и значениями этого же процесса, после того, как он был подвергнут грубому *квантованию* по уровню, $x'(t_2)$ в момент t_2. Записывают эту ф-цию так:

$$A'_{xx'}(t_1, t_2) = M\,[\mathring{x}(t_1)\,\mathring{x}'(t_2)],$$

где M — символ матем. ожидания; $\mathring{x}(t) = x(t) - m_x$ и $\mathring{x}'(t) = x'(t) - m_x$ — центрированные значения процессов $x(t)$ и $x'(t)$; $m_{x'}$ и m_x — матем. ожидания этих процессов.

Взаимная корреляционная функция Стилтьеса $R'_{xy'}(t_1, t_2)$ определяет степень вероятностной связи между значениями одного стационарного случайного процесса $x(t)$ в момент t_1 и другого стационарного случайного процесса $y'(t)$, подвергающегося грубому квантованию по уровню в момент t_2. Записывают ее так:

$$R'_{xy'}(t_1, t_2) = M\,[\mathring{x}(t_1)\,\mathring{y}'(t_2)],$$

где $\mathring{y}'(t) = y'(t) - m_y(t)$ — центрированное значение квантованного процесса $y'(t)$, m_y — матем. ожидание процесса $y(t)$.

Как и в случае обычных *корреляционных функций* эргодических стационарных случайных процессов, для вычисления С. к. ф. вместо усреднения по множеству используется усреднение по времени. При конечном времени усреднения вычисляют оценки С. к. ф.

$$A'_{xx'}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathring{x}(t)\,\mathring{x}'(t+\tau)\, dt$$

и

$$R'_{xy'}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathring{x}(t)\,\mathring{y}'(t+\tau)\, dt,$$

где $\tau = t_2 - t_1$.

При вычислении на специализированных вычисл. устройствах — *корреляторах* успешно используются важные практические преимущества С. к. ф.: пониженные требования к качеству входных данных; простота устр-ва для вычисления С. к. ф., в котором использованы элементы цифровой вычисл. техники для задержки и перемножения сигналов; возможность создания приборов с высоким быстродействием, позволяющим вычислять С. к. ф. в *реальном масштабе времени;* высокая точность вычислений при весьма грубом квантовании входных сигналов. Так, методическая *погрешность*, возникающая при вычислении С. к. ф. вместо обычных корреляционных ф-ций, при квантовании одного из сигналов на три уровня составляет около 1,5%, а при квантовании на четыре уровня — всего 0,016%.

С. к. ф. используют при *корреляционном аппаратурном анализе* различных случайных процессов (в автомат. управлении, при автоматизации различных физ. экспериментов, в акустике и т. д.).

Лит.: Козубовський С. Ф. Загальна теорія квантування за рівнем та її застосування до визначення кореляції. «Автоматика», 1963, № 1; Грибанов Ю. И., Веселова Г. П., Андреев В. Н. Автоматические цифровые корреляторы. М., 1971 [библиогр. с. 234—238]; Watts D. G. A general theory of amplitude quantization with applications to correlation determination. «Proceedings of the Institution of electrical engineers», 1962, p. C., № 15. *С. Ф. Козубовский.*

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ — дифференциальные уравнения, содержащие стохастические дифференциалы от винеровского процесса или дифференциальные уравнения, содержащие гауссовский *белый шум*. С. д. у. 1-го порядка в общем виде записывают так:

$$dx_t = a(t, x_t)\, dt + b(t, x_t)\, du(t),$$

где x_t — искомый *случайный процесс*, $a(t, x)$ и $b(t, x)$ — заданные ф-ции, $w(t)$ — винеровский процесс. Процесс x_t может быть и векторным, тогда $a(t, x)$ — ф-ция с векторными значениями, а $b(t, x)$ — ф-ция с матричными значениями. С. д. у. решают при заданном начальном условии $t = t_0$. Процесс $w(t)$ не дифференцируем, $dw(t) = \alpha(t)\,dt$, где $\alpha(t)$ — обобщенный процесс — белый шум. Поэтому в первую очередь в теории С. д. у. исследуют, какой смысл нужно придать входящим в ур-ние дифференциалам. С этой целью вводится стохастический интеграл Ито (по имени япон. математика) по винеровскому процессу вида $\int_0^t f(s)\,dw(s)$ как предел в среднем квадратическом интегральных сумм $\sum_{k=0}^{n-1} f(s_k) \times \Delta w(s_k)$, где $t_0 = s_0 < s_1 < \ldots < s_n = t$, $\Delta w(s_k) = w(s_{k+1}) - w(s_k)$. Для весьма широкого класса ф-ций такой интеграл существует. После этого С. д. у. записывают в интегр. форме

$$x_t = x_{t_0} + \int_{t_0}^{t} a(s, x_s)\,ds + \int_{t_0}^{t} b(s, x_s)\,dw(s). \quad (1)$$

Доказывают, что в том случае, когда $a(s, x)$ и $b(s, x)$ удовлетворяют условию Липшица по x

$$|a(s, x) - a(s, y)| + |b(s, x) - b(s, y)| \leqslant \leqslant K|x - y|$$

при некотором K и являются измеримыми по S, а $a(s, 0)$ и $b(s, 0)$ — ограничены, то ур-ние (1) имеет единственное решение. Это решение будет *марковским процессом* диффузионного типа, с коэфф. переноса $a(t, x)$ и коэфф. диффузии $b^2(t, x)$. В многомерном случае $a(t, x)$ будет вектором переноса, $b(t, x) \cdot b^*(t, x) = B(t, x)$ — матрицей диффузии, где b^* — *матрица*, сопряженная b. Т. о., для определения распределения процесса x_t или его переходной вероятности можно использовать ур-ния А. Н. Колмогорова для *диффузионных процессов*. Такая связь между параболическими ур-ниями и С. д. у. позволяет использовать последние для исследования ур-ний с частными производными, а также строить *вычислительные схемы* решения дифф. ур-ний с помощью моделирования С. д. у.

Важным вопросом теории С. д. у. является исследование поведения решений при $t \to \infty$, в частности, нахождения условия устойчивости. Ур-ние $dx_t = a(t, x_t)\,dt$, для которого данное решение x_t не устойчиво, может оказаться устойчивым после случайной добавки. Так, напр., неустойчивое решение $\bar{x}_t = 0$ ур-ния $dx_t = ax_t'$ при $a > 0$ при добавлении члена $b \times dw(t)$ будет устойчивым, если $b > 2a$. С. д. у. широко применяют для изучения марковских процессов, исследования дифф. ур-ний с частными производными, а также для описания реальных систем с быстро переменными случайными возмущениями (напр., при описании движения диффундирующей частицы под влиянием столкновений с молекулами жидкости или шумовых токов в радиоустройствах, вызванных тепловым движением электронов и наличием флуктуаций).

А. Б. Скороход.

СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС — то же, что и *случайный процесс*.

СТОХАСТИЧЕСКИХ КВАЗИГРАДИЕНТОВ МЕТОД — метод решения экстремальных задач при отсутствии точной информации о *целевой функции* и функциях ограничений. Осн. идея поиска *экстремума* в данном методе состоит в использовании статистических оценок неизвестных значений ф-ций или их производных, поэтому метод находит широкое применение в *программировании стохастическом*.

Пусть требуется минимизировать ф-цию $F(x_1, \ldots, x_n)$ при условии, что $x = (x_1, \ldots, x_n) \in X$, где X — выпуклое и замкнутое множество n-мерного простр. R (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), $F(x)$ — выпуклая вниз, но не обязательно непрерывно дифференцируемая ф-ция, такая, что $\min F(x) > -\infty$. Обозначим через $\pi_X(x)$ результат проектирования точки $x \in R^n$ на мн-во X или пусть $\pi_X(x)$ — такая точка из X, что расстояние $\|x - \pi_X(x)\|^2 \leqslant \|x - y\|^2$ для любого $y \in X$. Процедура поиска определяется рекуррентным соотношением

$$x^{s+1} = \pi_X(x^s - \rho_s \gamma_s \xi^s), \quad s = 0, 1, \ldots. \quad (1)$$

Здесь x^0 — произвольная точка (начальное приближение), x^s — точка, полученная после s-го шага, ρ_s — величина шага спуска, γ_s — нормирующий множитель (ρ_s и γ_s — скалярные величины), ξ^s — случайный вектор, условное *математическое ожидание* которого связано с обобщенным градиентом (см. *Обобщенных градиентов метод*) соотношением

$$M(\xi^s \mid x^0, \ldots, x^s) = a_s \widehat{F}_x(x^s) + b^s. \quad (2)$$
$$s = 0, 1, \ldots,$$

где a_s — неотрицательная *случайная величина*, b^s — случайный вектор, $\widehat{F}_x(x^s)$ — обобщенный *градиент* функции $F(x)$ в точке x^s, т. е. любой вектор, удовлетворяющий неравенству $F(y) - F(x) \geqslant (\widehat{F}_x(x), y - x)$ при $y \in X$, $x = x^s$. Если $a_s \equiv 1$, $b^s \equiv 0$, то ξ^s наз. стохастическим обобщенным градиентом или стохастическим квазиградиентом. Последнее название за ξ^s сохраняется и в общих случаях. Процедура (1) получила название метода проектирования стохастических квазиградиентов. Напр., при $a_s \equiv 1$, $b^s \equiv 0$ и $\|\xi^s\| \leqslant \text{const}$ метод

проектирования стохастических квазиградиентов (1) определяет последовательность x^s, $s = 0, 1, \ldots$, которая с вероятностью 1 сходится к точке экстремума $F(x)$ в области X, если

$$\rho_s \geqslant 0, \quad \sum_{s=0}^{\infty} \rho_s = \infty, \quad \sum_{s=0}^{\infty} \rho_s^2 < \infty.$$

Лит.: Ермольев Ю. М. О методе обобщенных стохастических градиентов и стохастических квазифейеровских последовательностях. «Кибернетика», 1969, № 2. *Ю. М. Ермольев.*

СТОХАСТИ́ЧЕСКОЙ АППРОКСИМА́ЦИИ МЕ́ТОД — метод поиска корня или минимума функции регрессии $F(x)$ *случайной величины* $f(x, \omega)$ с функцией распределения $G(x, z)$. Здесь $F(x) = Mf(x, \omega) = \int z dG(x, z)$, а $G(x, z) = P\{f(x, \omega) < z\}$, где $x = (x_1, \ldots, x_n)$ — вектор n-мерного простр. (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе). Задача минимизации ф-ции регрессии $F(x)$ является частным случаем задач *программирования стохастического* на безусловный *экстремум*. Осн. идея метода заключается в том, чтобы при поиске минимума или корня $F(x)$ в качестве направления поиска выбирать направление, которое определяется не поведением самой ф-ции $F(x)$, значения которой обычно неизвестны, а поведением случайной величины $f(x, \omega)$. Напр., вместо обычного градиентного метода, определяемого соотношением

$$x^{s+1} = x^s - \rho_s \operatorname{grad} F(x^s), \quad s = 0, 1, \ldots,$$

где x^0 — произвольная точка (начальное приближение), x^s — приближение после s-го шага, ρ_s — величина s-го шага, в С. а. м. поиск минимума $F(x)$ осуществляется при помощи соотношений

$$x^{s+1} = x^s - \rho_s \operatorname{grad} f(x^s, \omega^s), \quad s = 0, 1, \ldots,$$

или

$$x^{s+1} = x^s - \rho_s \sum_{j=1}^{n} \frac{f(x^s + \Delta_s e^j, \omega^{s_j}) - f(x^s, \omega^{s_0})}{\Delta_s} e^j,$$
$$s = 0, 1, \ldots,$$

где e^j — орт j-й оси, ω^s, ω^{s_ν}, $\nu = 0, 1, \ldots, n$ — независимые по $s = 0, 1 \ldots$ наблюдения над состоянием природы ω.

Лит.: Вазан М. Стохастическая аппроксимация. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 276—291]. *Ю. М. Ермольев.*

СТОХАСТИ́ЧЕСКОЙ ОПТИМИЗА́ЦИИ МЕ́ТОДЫ — методы нахождения *экстремума* в задачах со *случайными функциями*. См. *Стохастической аппроксимации метод, Стохастических квазиградиентов метод.*

СТРАТЕ́ГИЯ ОПТИМА́ЛЬНАЯ — стратегия игрока в *игре антагонистической*, на которой достигается соответствующий экстремум равенства

$$\max_{a \in A} \inf_{b \in B} H(a, b) = \min_{b \in B} \sup_{a \in A} H(a, b)$$

(см. *Максимина принцип*). Если игрок 1-й применяет в игре С. о., то он гарантирует себе выигрыш, не меньший, чем *игры значение*, независимо от выбора стратегии противником, а 2-й игрок, применяя свою С. о., гарантирует, что его проигрыш не превзойдет значения игры.

СТРАТЕ́ГИЯ ПОВЕДЕ́НИЯ — *стратегия смешанная* игрока в *игре позиционной*, в которой случайные выборы игроком своих частичных действий в каждом информационном состоянии, описываемом информационным множеством, являются стохастически независимыми. Понятие С. п. впервые ввел амер. математик Г.-У. Кун и доказал, что для конечных позиционных игр, в которых игрок помнит все, что знал и делал раньше, ему для реализации оптим. выигрыша достаточно пользоваться С. п., т. е. достаточно осуществлять «локальное» смешивание (теорема об играх с полной памятью). Этот результат в дальнейшем был распространен на более общие классы игр. См. также *Игр теория*.

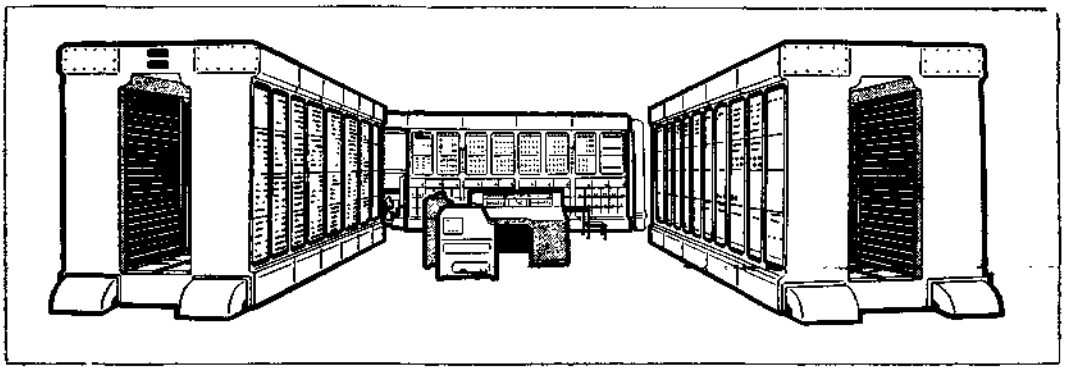
СТРАТЕ́ГИЯ СМЕ́ШАННАЯ — стратегия, состоящая в том, что игрок применяет одну из своих *стратегий чистых*, выбранную в каждой игре по случайному закону. С. с. можно отождествить с вероятностной мерой на множестве возможных для игрока действий, т. е. его чистых стратегий. Введением С. с. расширяют класс допустимых действий игрока для того, чтобы добиться существования решения игры, требуемого *осуществимости цели принципом*. См. также *Игр теория*.

СТРАТЕ́ГИЯ ЧИ́СТАЯ — любое из доступных для игрока действий, предусмотренных правилами игры. Каждую С. ч. можно рассматривать как вырожденный случай *стратегии смешанной*. См. также *Игр теория*.

«СТРЕЛА́» — цифровая вычислительная машина общего назначения. Разработана в 1953. В ней осуществлялось параллельное представление десятиразрядных чисел с плавающей запятой в диапазоне $10^{\pm 19}$. Структура команд трехадресная. Арифм. устр-во — с полным составом арифм. и логич. операций 15 видов. Разрядность — 43 двоичных разряда. Внутр. оперативное запоминающее устройство емкостью до 2048 слов построено на 43 спец. запоминающих электроннолучевых трубках. Внешнее ЗУ состоит из двух блоков с магн. лентой емкостью 200 тыс. слов. Постоянное ЗУ со сменными коммутируемыми ячейками хранит 16 стандартных программ и 256 констант. Ввод информации в машину осуществлялся с массивов перфокарт и с магн. ленты, вывод — на магнитную ленту, перфоратор карт и широкоформатное печатающее устройство.

«С.» (рис.), построенная на 6000 электронных ламп, имела ср. производительность вычислений 2 тыс. трехадресных операций с плаваю-

щей запятой в 1 *сек*; полезное маш. время — до 18 часов в сутки. «С.» отличалась гибкой системой программирования. Различные виды групповых арифм. и логич. операций, условные переходы и сменяемые стандартные программы, а также системы контрольных тестов и организующих программ позволяли создавать библиотеки эффективных программ различного тематического направления, осуществлять автоматизацию программирования и решение широкого круга матем. задач (объемом до 10^8 и более операций).



Цифровая вычислительная машина «Стрела».

Лит.: Базилевский Ю. Я. Универсальная электронная вычислительная машина «Стрела». «Приборостроение», 1957, № 3. *Ю. Я. Базилевский.*

СТРУКТУРА, решетка. Пусть M — *частично упорядоченное множество*, U — его подмножество. Элемент $a \in M$ наз. точной верхней гранью мн-ва U (обозначение: $a = \sup U$), если $a \geqslant x$ для всех $x \in U$ и если предположить, что из $a' \geqslant x$ для всех $x \in U$ вытекает неравенство $a' \geqslant a$. Двойственным образом определяется точная нижняя грань мн-ва U ($\inf U$). Если точная верхняя и точная нижняя грани существуют для всякого двухэлементного подм-ва частично упорядоченного мн-ва M, то M наз. структурой.

Примеры. 1. Произвольная цепь (если $a \leqslant b$, то $\sup\{a, b\} = b$, $\inf\{a, b\} = a$). 2. Подпространства линейного пространства, упорядоченные по включению

$$(\sup\{A, B\} = \{x \mid x = a + b,\ a \in A,\ b \in B\},$$
$$\inf\{A, B\} = A \cap B).$$

3. Подмножества данного мн-ва, упорядоченные по включению

$$(\sup\{A, B\} = A \cup B,\ \inf\{A, B\} = A \cap B).$$

4. Целые неотрицательные числа упорядоченные по делимости: $a \leqslant b$, если a делит b ($\sup\{a, b\} =$ НОК (a, b), $\inf\{a, b\} =$ НОД (a, b)) (НОК — наименьшее общее кратное, НОД — наибольший общий делитель).

Пусть M — С. Положим $a + b = \sup\{a, b\}$ и $ab = \inf\{a, b\}$ (вместо $+$ и $\cdot$ часто употребляют символы $\cup$ и $\cap$ или $\vee$ и $\wedge$ соответственно). Тогда M становится *алгеброй универсальной*, причем операции $+$ и $\cdot$ удовлетворяют следующим соотношениям:

(1) $a + a = a$; (1′) $aa = a$;

(2) $a + b = b + a$; (2′) $ab = ba$;

(3) $a + b + c = a + (b + c)$; (3′) $(ab)c = a(bc)$;

(4) $a(a + b) = a$; (4′) $a + ab = a$.

Наоборот, если имеется мн-во с двумя операциями, обладающими этими свойствами, то, полагая, что $a \leqslant b$ в том и только том случае, когда $a + b = b$, получим С. К тому же результату придем, полагая, что $a \leqslant b$ тогда и только тогда, когда $ab = a$. Оба эти способа приводят к одному и тому же порядку.

Если в частично упорядоченном мн-ве M точная верхняя и точная нижняя грани существуют для всякого непустого подмножества мн-ва M, то M наз. полной С. Полная С. всегда содержит нуль и единицу. Всякую С. (и даже всякое частично упорядоченное мн-во) можно вложить в полную С. с сохранением точных граней. Последнее означает, что, напр., точная нижняя грань, найденная в исходной С., совпадает с точной нижней гранью, определяемой в полной С. Подчеркнем, что в общем случае точная грань, найденная в подмн-ве частично упорядоченного мн-ва, может не совпадать с точной гранью, определяемой во всем мн-ве. С., рассмотренные во 2 и 3-м примерах, являются полными. Неполной С. является, напр., цепь целых чисел. Если M — С. с нулем и единицей и $a \in M$, то элемент $a' \in M$ наз. дополнением элемента a, если $a + a' = 1$ и $aa' = 0$. Если всякий элемент С. M имеет дополнение, то M наз. С. с дополнениями. С. с дополнениями являются С., рассмотренные во 2-м и 3-м примерах. Цепь, содержащая больше двух элементов, не является С. с дополнениями. (Подчеркнем, что в общем случае данный элемент может иметь несколько дополнений.) Важнейшими классами С. являются дедекиндовы (или модулярные) С., определяемые условием: если $a \leqslant b$, то $(a + b)c = a + bc$, и дистрибутивные С., где

выполнен дистрибутивный закон: $(a + b)c = ac + bc$. В дистрибутивной С. справедливы также соотношения $ab + c = (a + c)(b + c)$ и $(a + b)(a + c)(b + c) = ab + ac + bc$. Каждое из них может быть использовано для определения дистрибутивной С. Элемент дистрибутивной С. с нулем и единицей не может иметь больше одного дополнения. Всякая цепь, а также С. подмножеств (3-й пример) — дистрибутивны. С. подпространств во 2-м примере дедекиндова, но не дистрибутивна. Всякая дистрибутивная С. изоморфна С. подмножеств (не обязательно всех) некоторого мн-ва. Важную роль в различных приложениях играют дистрибутивные С. с дополнениями, называемые *булевыми алгебрами*.

Исторически возникновение теории С. связано с наблюдением, что многие факты, касающиеся системы нормальных делителей *группы* и идеалов кольца, выглядят аналогично и могут быть доказаны в рамках теории дедекиндовых С. В качестве примера можно привести теорему Жордана—Гельдера: все композиционные ряды дедекиндовой структуры (если они существуют) имеют одинаковую длину.

Лит.: Скорняков Л. А. Дедекиндовы структуры с дополнениями и регулярные кольца. М., 1961 [библиогр. с. 186—195]; Салий В. Н. Лекции по теории решеток. Саратов, 1970 [библиогр. с. 92—99]; Скорняков Л. А. Элементы теории структур. М., 1970 [библиогр. с. 145]; Биркгоф Г. Теория структур. Пер. с англ. М., 1952 [библиогр. с. 370—398].

Л. А. Скорняков.

СТРУКТУ́РНАЯ ИНТЕРПРЕТА́ЦИЯ ЯЗЫКА́ — см. *Интерпретация языка структурная.*

СТРУКТУ́РНАЯ ПОЭ́ТИКА — направление в литературоведении, стремящееся к строгости и точности описания, в конечном счете — к моделированию литературного творчества. С. п. связана с развитием лингвистики структурной, *семиотики* и *кибернетики*, для которой С. п. важна как попытка моделировать один из сложнейших видов умственной деятельности. С. п. рассматривает художественную литературу как сообщение, кодируемое автором и декодируемое читателем, причем кодом служит некоторый вторичный, поэтический язык, использующий в качестве субстанции плана выражения естественный (напр., русский или украинский) язык в целом с его планом выражения (фонологической системой, грамматикой) и с его планом содержания (семантикой).

Общая задача описания (моделирования) поэтического языка и его подъязыков, соответствующих отд. авторам, школам и т. д., распадается на ряд более частных задач, к четкой постановке и решению которых С. п. только приступает. Описание плана содержания означает установление набора идей, выраженных в определенном жанре, произведении, данным автором и т. п. (напр., в жанре пословицы выразимы все мысли определенного типа; предложен способ формально задавать этот круг мыслей).

В принципе возможно описание плана содержания безотносительно к плану выражения (напр., удачная формулировка литературным критиком круга идей, или «мира» отдельного автора) и плана выражения безотносительно к плану содержания (см. *Структурное стиховедение*). Практически описание плана содержания предполагает осознание и установление соответствий между выявленными смыслами и реальными текстами. Выявление существенных признаков «мира» может мыслиться как интуитивное или как опирающееся на объективные процедуры (напр., при составлении *словарей частотных* с целью связать распределение частот с иерархией ценностей в «мире» автора).

Вообще моделирование соответствий между содержанием и выражением является центральной задачей структурной поэтики. На пути от темы к художественному тексту имеется ряд промежуточных уровней. В повествовательных произведениях существует уровень сюжетных функций (ср. уровень синтаксиса в языке), которые в реальных произведениях принимают значения конкретных событий; непосредственно «идейное» содержание произведений в терминах этого уровня не улавливается (так, напр., части речи безразличны к выражаемым значениям). Простое («словарное») соответствие между единицами плана выражения или промежуточных уровней и единицами плана содержания встречается редко.

Сложность художественных соответствий между содержанием и выражением создают приемы выразительности: развертывание (конкретизация), подчеркивание (увеличение, повторение, варьирование, контраст и др. и их комбинации) и совмещение. Эти преобразования, сохраняющие тождество смысла, повышают художественную эффективность выражаемого содержания. Функции, совмещаемые в одном предмете, событии и т. п., могут относиться к разным уровням: одна — отражать элемент «мира» автора, другая — применяемый к нему прием, третья — требование сюжета и т. п.

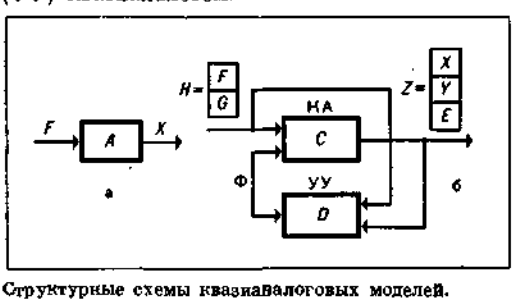
Группа функций может совмещаться в составной конструкции, не существовавшей до и вне произведения, или в «готовом предмете», заранее соединяющем нужные свойства; в первом случае органичность решения обеспечивается удачностью сцепления, во втором — фактом цельности предмета. Моделирование излюбленных автором предметов и положений, реализующих его «мир», независимо от их линейной последовательности в сюжетах (и текстах) его произведений возможно путем применения приемов выразительности непосредственно к единицам плана содержания (темам или идеям, образующим «мир» данного автора). Целостное описание отдельного произведения может иметь вид вывода его текста из темы в терминах приемов выразительности.

Лит.: Потебня А. А. Из записок по теории словесности. Х., 1905; Шкловский В. Б. О теории прозы. М., 1929; Томашевский Б. Теория литературы. Поэтика. М.— Л., 1930 [библиогр.

с. 207—233]; Бахтин М. М. Проблемы поэтики Достоевского. М., 1963; Эйзенштейн С. М. Избранные произведения, т. 3—5. М., 1964—68; Труды по знаковым системам, в. 1—6. Тарту, 1964 — 73; Статистичні параметри стилів. К., 1967; Пропп В. Я. Морфология сказки. М., 1969; Выготский Л. С. Психология искусства. М., 1969 [библиогр. с. 561—567]; Успенский Б. А. Поэтика композиции. М., 1970; Лотман Ю. М. Структура художественного текста. М., 1970; Эткинд Е. Г. Разговор о стихах. М., 1970; Лотман Ю. М. Анализ поэтического текста. Структура стиха. Л., 1972; Wellek R., Warren A. Theory of literature. New York, 1965 [библиогр. с. 317—357]; Jakobson R. Selected writings, v. 4. The Hague — Paris, 1966.

А. К. Жолковский.

СТРУКТУ́РНАЯ СХЕ́МА МОДЕ́ЛИ — графическое изображение набора операционных элементов аналоговой модели, их соединений, входов и выходов. Операционные элементы характеризуются оператором, т. е. определенной матем. зависимостью между переменными на выходе и входе. Если операционный элемент имеет несколько входов и выходов, оператор определяет зависимость вектора неизвестных на выходе от вектора входных величин. Матем. описание С. с. м. эквивалентно матем. описанию исследуемого объекта или процесса. Построение и анализ С. с. м. позволяют отвлечься от конкретной физ. природы элементов и узлов реальной модели и, проводя матем. преобразования структуры, выявить некоторые общие закономерности, характеризующие свойства модели и моделируемого объекта или процесса. На рис. приведены примеры структурных схем *квазианалоговых моделей*. Здесь X и F — векторы осн. неизвестных и заданных величин для цепей прямой аналогии, A — оператор, определяющий связь между X и F. Z и H — векторы величин, получаемых и вводимых в квазианалоговые цепи, C — модель прямой аналогии оператора, определяющего связи между Z, H и вектором Ф уравновешивающих величин, вводимых в квазианалог (КА), D — оператор устройства управления (УУ) квазианалогом. *В. Д. Самойлов.*



Структурные схемы квазианалоговых моделей.

СТРУКТУ́РНАЯ ТЕО́РИЯ АВТОМА́ТОВ — раздел *автоматов теории*, рассматривающий способы образования сложных автоматов из более простых. В отличие от *абстрактной теории автоматов*, в С. т. а. входные и выходные каналы автоматов рассматриваются как состоящие, вообще говоря, из нескольких элементарных каналов, по которым могут передаваться элементарные сигналы. Совокупность всех элементарных сигналов образует структурный алфавит. Входные и выходные сигналы автоматов являются наборами элементарных сигналов. Т. о., входные и выходные алфавиты *автоматов*, рассматриваемых в структурной теории, являются декартовыми степенями структурного алфавита. Элементы таких алфавитов наз. структурными сигналами (символами). В качестве структурного алфавита чаще всего используют двоичный структурный алфавит, состоящий из двух сигналов «0» и «1».

Рассмотрим теперь общее определение композиции автоматов. Пусть $A_1, \ldots, A_n$ — автоматы, входные и выходные сигналы которых являются структурными сигналами в одном и том же структурном алфавите. Рассмотрим некоторое мн-во, элементы которого будем наз. узлами (при графическом изображении композиции автоматов узлам соответствуют точки, через которые проходят соединения каналов). Установим взаимно однозначное соответствие между входными и выходными каналами автоматов $A_1, \ldots, A_n$ и некоторой частью узлов. Узел, соответствующий входному (выходному) каналу данного автомата, будем считать входным (выходным) узлом этого автомата. Остальные узлы разделим на две части и назовем их внеш. входными и выходными узлами. Композиция автоматов $A_1, \ldots, A_n$ задается отождествлением некоторых узлов между собой, т. е. заданием некоторого *эквивалентности отношения* (отношения отождествления) на мн-ве узлов. При этом каждый класс эквивалентности должен содержать только один узел, который является внешним входным или выходным узлом некоторого автомата, а остальные узлы должны быть входными узлами автоматов или внеш. выходными узлами. Если некоторый выходной узел автомата (внеш. входной узел) отождествлен с другим узлом, то при графическом изображении эти узлы соединяют стрелкой, идущей от первого узла ко второму.

Полученная композиция наз. сетью автоматов, или схемой. При выполнении некоторых условий корректности композиция автоматов является автоматом. Для описания функционирования композиции удобно сопоставить узлам схемы переменные, принимающие значения в структурном алфавите. Переменные, сопоставленные внеш. входным (выходным) узлам, наз. входными (выходными) переменными композиции, а переменные, сопоставленные входным (выходным) узлам автоматов, наз. входными (выходными) переменными этих автоматов. Входной (выходной) алфавит композиции состоит из всех возможных наборов значений входных (выходных) переменных, а мн-во состояний является декартовым произведением множеств состояний автоматов $A_1, \ldots, A_n$.

Если зафиксировать входной сигнал схемы (набор значений входных переменных), то применив ф-ции переходов и выходов компонентов схемы и приравняв значения переменных,

соответствующих отождествленным узлам, можно вычислить значения всех переменных, которые определят новое состояние и выходной сигнал. Если схема корректна, то новое состояние и выход определены однозначно. Одно из самых простых условий корректности схемы состоит в том, чтобы любой цикл (т. е. замкнутый путь, ведущий через компоненты по стрелкам, соединяющим узлы) содержал хотя бы одну компоненту, являющуюся *Мура автоматом*. В С. т. а. выходной сигнал автомата Мура, определяемый данным состоянием, относят обычно к тому же моменту автоматного времени, что и само состояние. Это позволяет избежать противоречий при вычислении значений переменных. Кроме того, каждый входной узел любой компоненты и каждый внеш. выходной узел должен быть связан или с выходным узлом некоторой компоненты, или с внеш. входным узлом. Применяют и другие, более слабые условия корректности схем.

Осн. задача С. т. а.— это задача структурного синтеза. Она состоит в следующем. Пусть задан некоторый набор элементарных автоматов со структурными входными и выходными сигналами и заданы некоторые допустимые правила построения композиций элементарных автоматов. Для произвольного конечного инициального автомата со структурными входными и выходными сигналами требуется найти композицию элементарных автоматов, построенную с помощью допустимых правил, которая эквивалентна этому автомату, т. е. индуцирует то же самое автоматное отображение, что и заданный автомат. Если задан *автомат частичный*, то отображение, индуцируемое композицией, должно продолжать отображение, индуцируемое данным автоматом. Возможны некоторые ослабления задачи синтеза, при которых требуется только, чтобы отображение, индуцируемое композицией, было связано с исходным отображением некоторым допустимым преобразованием (напр., сдвиг выходной последовательности по отношению к входной). В более сильных постановках требуется, чтобы композиция содержала *подавтомат*, изоморфный данному абстрактному автомату.

Не для всякой системы элементарных автоматов задача синтеза произвольного *автомата конечного* имеет решение. Если система элементарных автоматов такова, что с помощью ее можно синтезировать любой конечный автомат (любой автомат из заданного класса), то такая система наз. полной (в заданном классе автоматов). Проблема отыскания критериев полноты систем автоматов наз. *полноты проблемой*. В самой общей постановке проблема полноты алгоритмически неразрешима, т. е. не существует критериев полноты, которые можно эффективно проверить, но при некоторых дополнительных условиях такие критерии могут быть найдены.

Общих эффективных методов решения проблемы синтеза для произвольных полных систем автоматов в настоящее время не существует (не считая метода полного перебора). Поэтому на практике обычно ограничиваются решением проблем синтеза для некоторых наиболее употребительных полных систем элементарных автоматов. Лучше всего изучена проблема синтеза *автоматов без памяти*, т. е. автоматов с одним состоянием. Каждый такой автомат реализует некоторую систему ф-ций k-значной логики, где k — число символов структурного алфавита (чаще всего $k = 2$). Проблему синтеза автоматов без памяти обычно рассматривают для случая, когда элементарные автоматы сами являются автоматами без памяти. В этом случае схемы не должны иметь циклов. Такие схемы наз. *комбинационными схемами*, а проблема синтеза — проблемой комбинационного синтеза. Существует простая связь между комбинационными схемами и суперпозициями ф-ций, реализуемых элементарными автоматами. В силу этой связи проблема полноты систем автоматов без памяти (в классе автоматов без памяти) эквивалентна проблеме функциональной полноты в k-значной логике (см. *Логика многозначная*).

При рассмотрении проблемы синтеза произвольных конечных автоматов элементарные автоматы делят на два класса — элементарные автоматы без памяти (они образуют, как правило, полную систему автоматов без памяти) и запоминающие элементы (автоматы с памятью). В качестве запоминающего элемента обычно выбирают автомат Мура, обладающий полной системой переходов и выходов, т. е. такой автомат, что для любой пары состояний a и b существует входной сигнал x, такой, что $ax = b$, и входные сигналы, соответствующие различным состояниям, различны. В двоичном структурном алфавите запоминающие элементы обычно имеют только два состояния. Таковыми являются задержки и триггеры разных типов.

Схема, построенная из таких автоматов, распадается на две части — запоминающую и комбинационную. Если выбрать достаточно большое число запоминающих элементов и установить взаимно однозначное соответствие между состояниями произвольного абстрактного автомата и наборами состояний запоминающих элементов, то в силу полноты переходов и выходов можно найти такую комбинационную часть, что построенная композиция содержит подавтомат, изоморфный данному. Т. о., проблема синтеза произвольного автомата сводится к проблеме комбинационного синтеза. Соответствие между состояниями синтезируемого автомата и состояниями схемы наз. *кодированием состояний автомата*. Выбор кодирования существенным образом влияет на сложность схемы, надежность и др. характеристики ее. Поэтому проблема кодирования, т. е. проблема выбора кодирования, удовлетворяющего тем или иным условиям, имеет большое практическое значение.

Важную роль в С. т. а. играет задача оптим. синтеза, т. е. задача отыскания наилучшей (с точки зрения некоторого критерия) схемы, реализующей заданный автомат. Наиболее распространенным является критерий наи-

меньшей сложности схемы, где сложность оценивается числом элементарных автоматов (взятых, возможно, с некоторыми весами, характеризующими сложность разных элементарных автоматов). С задачей оптим. комбинационного синтеза в двухзначном структурном алфавите непосредственно связаны задачи упрощения формул *алгебры логики*, построения минимальных и кратчайших дизъюнктивных нормальных форм и т. д. В связи с этим большое значение имеет исследование сложности схем, реализующих автоматы того или иного класса. Основным при этом является изучение ф-ции Шеннона $L(n)$, равной макс. сложности наипростейшей комбинационной схемы, реализующей произвольную ф-цию алгебры логики n переменных, а также обобщения этой ф-ции для автоматов с памятью, получение для нее верхних и нижних оценок, исследование ее асимптотического поведения и пр.

Большое значение для построения практических методов синтеза имеет задача декомпозиции абстрактных автоматов, которая состоит в разложении абстрактного автомата в заданную композицию более простых автоматов (см. *Автоматов декомпозиция*). Обычно при этом рассматривают некоторые простые виды композиции, такие, как последовательное или параллельное соединение автоматов и пр.

К С. т. а. можно отнести также некоторые построения, рассматриваемые в теории *автоматов бесконечных*. Напр., *автоматы итеративные*, сети Неймана — Мура и т. п. представляют собой регулярные композиции бесконечного (или неограниченного конечного) числа экземпляров некоторого конечного автомата.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 399—402]; Hartmanis J., Stearns R. E. Algebraic structure theory of sequential machines. Englewood Cliffs, 1966 [библиогр. с. 206—208].

А. А. Летичевский.

СТРУКТУ́РНОЕ СТИХОВЕ́ДЕНИЕ — изучение организации стиха как особой формы речи и влияния стиха на различные планы и уровни речевого произведения. Отличие ритмизованного текста от неритмизованного состоит, прежде всего, в организации, упорядочении тех элементов, которые, даже будучи материальными носителями обыденной речи (напр., слоги), не релевантны в ней для выполнения основной функции — передачи смысла. Вследствие использования таких избыточных элементов как бы возникает второй, дополнительный канал передачи информации, по которому передается синхронизованный с основным «словесным» текстом «ритменный» текст.

В основе стиха как явления речи лежит особое, отличное от членения на предложения, деление потока речи на целостные, противопоставленные друг другу дискретные отрезки — «стихи», на границах и внутри которых возникают специфические семантические и интонационные явления. Однако большинство систем стихосложения не довольствуется одним разбиением на стихи (строки) и уподобляет последние друг другу по величине или внутр. структуре, что придает стихотворной речи ритмичность.

Множество допустимых структур отд. стихов определяется метром (размером), который является языком (в т. ч. и в смысле *лингвистики математической*) данного ритменного текста. Изучающая метры и их системы описательная метрика — наиболее разработанная часть стиховедения, в ней широко применяются вероятностные и статистические методы. Метрика сопоставляет стихотворному тексту частотный список встречающихся в нем вариантов структуры отдельной строки. Затем на основе статистических критериев сравнивают этот частотный список либо с аналогичными списками для других текстов, либо с теор. моделью размера этого текста, рассчитанной в предположении, что ритмические типы слов сочетаются друг с другом в соответствии с одним из известных типов вероятностных процессов, напр., процессом независимых испытаний. Описание по такой методике русских двухсложных размеров выявило существование в различные эпохи различных «образов» одного и того же метра в зависимости от предпочтения тех или иных его вариаций. Особенно большое значение приобретает эта методика в изучении чрезвычайно многообразных форм «неклассического» стиха, где без нее неустановим сам список вариаций. Намечены матем. приемы описания связи метрики с фонетической и интонационной системами языка, что дает возможность эффективного сопоставления систем стихосложения в разноязычных литературах.

Меньше разработана ритмика, изучающая ритм в его постепенном развертывании как процесс, характеризующий данное отд. произведение. Ритмическое значение строки зависит, по-видимому, не столько от статистических характеристик всего текста, сколько от соотношения ее внутренней структуры со структурой сравнительно небольшого числа предшествующих строк (такой подход перекликается с общими идеями о *поведении автоматов в случайных средах*). Подобную модель ритма построил А. Белый, который давал оценку каждой строке по формуле: $\frac{n-1}{n}$ при $1 \leqslant n < 10$ и 1 при $n > 10$, где n — число строк, лежащих между двумя ритмически тождественными строками. Построенные с помощью этой модели графики ритма обнаружили ряд интересных параллелей с композицией соответствующих текстов.

Звуковую сторону стиха изучает фоника, где предложены классификации звуковых повторов и способ построения тональной кривой стихотворения. Изменения в ходе этой кривой находят соответствие в композиционном развертывании стихотворения. Важная часть фоники — учение о рифме. Здесь выявлена семантическая функция рифмы, разработана методика вычисления степени близости риф-

мующихся сочетаний по числу одинаковых фонем в одноименных позициях, вскрыт процесс взаимопроникновения рифмы и фонических приемов внутри строки.

В известном учении о поэтическом синтаксисе и интонации проанализированы напевный и говорной типы стихотворных произведений; делались попытки измерения сравнительной силы пауз разных типов и сопоставления частот различных ритмико-синтаксических явлений с теоретически рассчитанными вероятностями.

Из обширной области «ритм и смысл» наиболее изучены т. н. «экспрессивные ореолы» размеров, а также влияние стихового членения на актуализацию семантических признаков и синтаксических связей слов («единство и теснота стихового ряда»). Плодотворным может оказаться также сопоставление существующих независимых моделей формальных и содержательных планов и уровней текста.

Лит.: Жирмунский В. Введение в метрику. Л., 1925; Белый А. Ритм как диалектика и «Медный всадник». М., 1929; Шенгели Г. Техника стиха. М., 1960; Ковалевський В. В. Ритмічні засоби українського літературного вірша. К., 1960; Ковалевський В. В. Рима. Ритмічні засоби українського літературного вірша. К., 1965; Тынянов Ю. Н. Проблема стихотворного языка. М., 1965; Теория стиха. Л., 1968; Брюсов В. Что такое стих? «Вопросы языкознания», 1968, № 6; Эйхенбаум Б. М. О поэзии. Л., 1969 [библиогр. с. 542—550]; Жовтис А. Л. О способах рифмования в русской поэзии. «Вопросы языкознания», 1969, № 2; Штокмар М. П. Библиография работ по стихосложению. М., 1934. См. также *лит.* к ст. *Математические методы в поэтике.*

С. И. Гиндин.

СУММА́ТОР — основная часть арифметического устройства, в которой осуществляется элементарная операция суммирования двух чисел. С. строится из *сумматоров одноразрядных.* В зависимости от способа соединения одноразрядных С. могут быть получены *сумматоры последовательные, сумматоры параллельные* или параллельно-последовательные С. Разновидностью параллельных С. (в зависимости от способа реализации ускорения переносов) являются сверхпараллельные и параллельно-параллельные. По принципу построения одноразрядных С. различают комбинационные, накапливающие и амплитудные С. По способу представления отрицательных чисел в машине (в прямом, дополнительном или обратном *кодах*) С. бывают без цепи циклического переноса из старшего разряда в младший или с цепью циклического переноса. Кроме суммирования, в преобладающем большинстве С. выполняются операции умножения и деления, а также логич. операции (логич. умножение и сложение, сложение по mod 2). См. также *Блоки ЦВМ типовые, Цепь переноса.*

Лит.: Зимин В. А. Электронные вычислительные машины. Основы теории, расчета и применения. М., 1962 [библиогр. с. 731—732]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575].

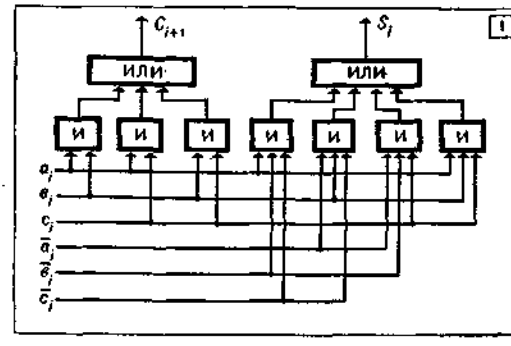
Т. Ф. Слободянюк.

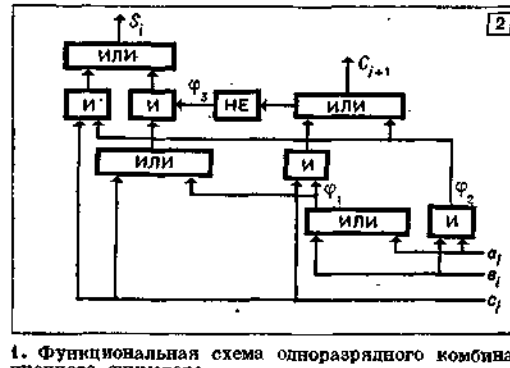
СУММА́ТОР КОМБИНАЦИО́ННЫЙ — сумматор, в котором цифры слагаемых одновременно поступают на входы. При снятии со входа *сумматора* сигналов хотя бы одного из слагаемых, значение суммы на выходе С. к. исчезает, т. к. он не обладает памятью. С. к. реализует в каждом разряде ф-ции S_i (сумма цифр i-го разряда) и C_{i+1} (перенос в старший разряд):

$$S_i = a_i\bar{b}_i\bar{c}_i \vee \bar{a}_ib_i\bar{c}_i \vee \bar{a}_i\bar{b}_ic_i \vee a_ib_ic_i;$$

$$C_{i+1} = a_ib^i \vee a_ic_i \vee b_ic_i,$$

где a_i, b_i — цифры слагаемых в данном разряде, c_i — цифры переноса из предыдущего (младшего) разряда.





1. Функциональная схема одноразрядного комбинационного сумматора.
2. Минимальный вариант системы функций одноразрядного комбинационного сумматора.

Функциональная схема одноразрядного С. к., реализующего названные функции, приведена на рис. 1. С целью повышения эффективности С. к. (экономии аппаратуры и повышения быстродействия) систему ф-ций S_i и C_{i+1}, как правило, подвергают совместной минимизации. Эта минимизация производится путем образования общих частей ф-ций, подставляемых затем в их выражения, вплоть до использования одной ф-ции в качестве аргумента другой. На рис. 2 приведен один из таких миним. вариантов системы ф-ций одноразрядного С. к.:

$$S_i = \varphi_3(\varphi_1 \vee c_i) \vee \varphi_2c_i;$$

$$C_{i+1} = \varphi_1c_i \vee \varphi_2,$$

где $\varphi_1 = a_i \vee b_i$, $\varphi_2 = a_ib_i$, $\varphi_3 = \bar{c}_{i+1}$.

С. к. обычно используют в тех случаях, когда регистры *арифметического устройства* выполнены на *триггерах* потенциального типа (см. *Потенциальная элементная структура ЦВМ*). После того как результат сложения появляется на выходах *комбинационных схем* формирования суммы, он обычно запоминается в отдельном триггерном регистре.

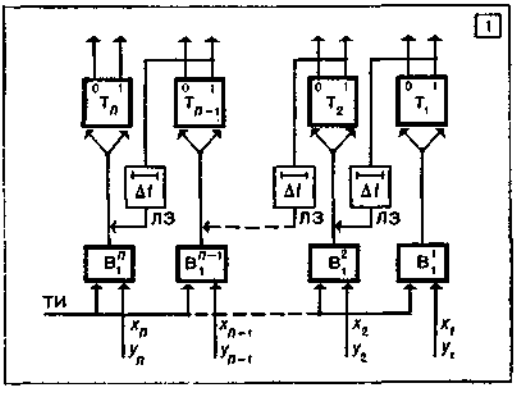
Лит.: Каган Б. М., Каневский М. М. Цифровые вычислительные машины и системы. М., 1973 [библиогр. с. 666—671]. *Т. Ф. Слободянюк.*

СУММА́ТОР НАКА́ПЛИВАЮЩИЙ — устройство, предназначенное для суммирования кодов, а также для хранения промежуточных и конечных результатов выполнения операций в ЦВМ. Основой С. н., работающего в *системе счисления* с основанием n, является *счетчик* импульсов. Отличительная особенность С. н. — поочередный прием в него слагаемых. В подавляющем большинстве случаев используются двоичные С. н., которые строятся на базе счетчиков по mod2. С. н. обычно собирают из *триггеров* (Т) со счетными входами и рассчитывают на параллельный ввод разрядов слагаемого (к-во Т в С. н. определяется разрядностью слагаемых).

По способу формирования переносов различают сумматоры с последовательными и с параллельными переносами. В состав С. н. с последовательными переносами входят триггеры (Т), линии задержки ЛЗ и входные (B_1) вентили (рис. 1). Первое слагаемое ($x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1$, где x_1 — младший разряд слагаемого, а x_n — старший разряд) через B_1 (при наличии тактирующего импульса ТИ) поступает на счетные входы триггеров; через время, достаточное для окончания переходных процессов в Т, по тем же входам поступает второе слагаемое — $y_n\ y_{n-1} \dots y_2 y_1$; каждый Т работает как счетчик по mod2.

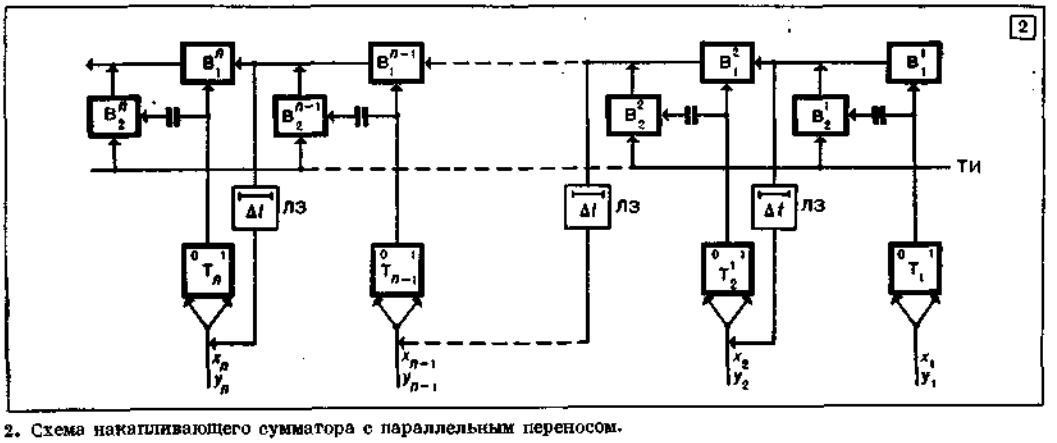
Время суммирования двух n-разрядных двоичных чисел в С. н. с последовательными переносами в основном определяется временем прохождения импульса переноса от Т младшего разряда к Т старшего разряда.

Для значительного сокращения времени суммирования используется идея параллельного переноса. В этом случае импульс переноса, возникающий при суммировании цифр любых разрядов слагаемых, передается в направлении старших разрядов, минуя все Т, находящиеся в состоянии «1» (рис. 2).



1. Схема накапливающего сумматора с последовательным переносом.

Если на пути импульса переноса имеется Т, находящийся в состоянии «0», то импульс переноса перебрасывает его в состояние «1» и дальше не передается. Те Т, мимо которых прошел импульс переноса, автоматически перебрасываются в состояние «0». В С. н. с параллельным переносом (рис. 2) вместе с по-



2. Схема накапливающего сумматора с параллельным переносом.

Если на какой-либо Т поступает две «1», то возникает импульс переноса в следующий старший разряд. Этот перенос задерживается на время окончания переходных процессов в Т и поступает на счетный вход соседнего Т.

ступлением второго слагаемого на входы вентилей $B_2^1, B_2^2, \dots, B_2^{n-1}, B_2^n$ подается тактирующий импульс ТИ. Последний проходит через вентиль группы B_2 только в том случае, если на входе вентиля группы B_2 в соответ-

ствующем разряде (напр., первом) образовался импульс переноса в результате сложения по mod2 первого и второго слагаемого. Возникший импульс переноса поступает на B_1 (в данном случае B_1^2) и через линию задержки на счетный вход соседнего старшего разряда (на T_2). Линии задержки нужны для того, чтобы импульс поступал в цепь переноса после установления переходных процессов в Т, вызванных приходом второго слагаемого. Т. о., время, необходимое для суммирования двух чисел в С. н. с цепями параллельного переноса, не зависит от к-ва разрядов слагаемых.

Существуют различные методы ускорения сложения в параллельных С. н. Чтобы выполнить макс. к-во подготовительных операций в старших разрядах сумматора до получения сигналов переноса из младших разрядов, строят сверхпараллельные, параллельно-параллельные сумматоры и сумматоры с «мгновенным» переносом. См. также *Блоки ЦВМ типовые, Цепь переноса.*

Лит.: Дроздов Е. А., Прохоров В. И., Пятибратов А. П. Основы вычислительной техники. М., 1964 [библиогр. с. 462]; Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575].

Т. Ф. Слободянюк.

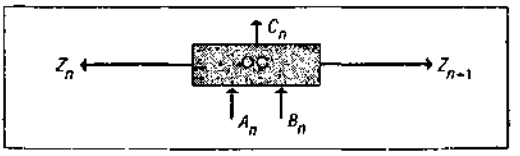
СУММА́ТОР ОДНОРАЗРЯ́ДНЫЙ — устройство, обеспечивающее суммирование цифр одного разряда двух двоичных слагаемых и перенос из предыдущего младшего разряда, а также формирование переноса в старший разряд. Условно изображенный на рис. двоичный С. о. (ОС) имеет три входа: A_n — n-й разряд первого слагаемого, B_n — n-й разряд второго слагаемого, Z_{n-1} — перенос из младшего ($n-1$)-го разряда и два выхода: C_n — сумма по модулю 2; Z_n — перенос в старший ($n+1$)-й разряд. Работу С. о. можно определить

Входные величины (аргументы)			Выходные величины (функции)	
A_n	B_n	Z_{n-1}	C_n	Z_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

по таблице, непосредственно вытекающей из правил сложения в двоичной системе счисления. Величины C_n и Z_n являются *переключательными функциями*, зависящими от трех аргументов (A_n, B_n, Z_{n-1}). В соответствии с табл. ф-ции C_n и Z_n можно записать в канонической форме:

$$C_n = \bar{A}_n \wedge \bar{B}_n \wedge Z_{n-1} \vee \bar{A}_n \wedge B_n \wedge \bar{Z}_{n-1} \vee$$
$$\vee A_n \wedge \bar{B}_n \wedge \bar{Z}_{n-1} \vee A_n \wedge B_n \wedge Z_{n-1};$$
$$Z_n = \bar{A}_n \wedge B_n \wedge Z_{n-1} \vee A_n \wedge \bar{B}_n \wedge Z_{n-1} \vee$$
$$\vee A_n \wedge B_n \wedge \bar{Z}_{n-1} \vee A_n \wedge B_n \wedge Z_{n-1}.$$

Пользуясь приведенными ур-ниями, из логич. элементов «И», «ИЛИ», «НЕТ» можно построить устр-во, реализующее ф-ции двоичного С. о. Преобразовывая и упрощая различными способами эти ур-ния, можно создавать наиболее оптим. схемы из миним. количества элементов.



Функциональная схема одноразрядного двоичного сумматора.

В зависимости от принципа построения схемы различают С. о. комбинационные (их используют чаще всего для построения вычисл. машин), накапливающие и амплитудные. *Сумматоры комбинационные,* в которых цифры слагаемых и переносы одновременно поступают на входы сумматоров, строят обычно на потенциальных элементах. Основой накапливающего С. о. является счетчик импульсов, ведущих счет по модулю K, где K — основание принятой системы счисления. Основой С. о. амплитудного типа является устр-во для сложения амплитуд токов, напряжений и других периодически изменяющихся физ. величин. См. также *Блоки ЦВМ типовые.*

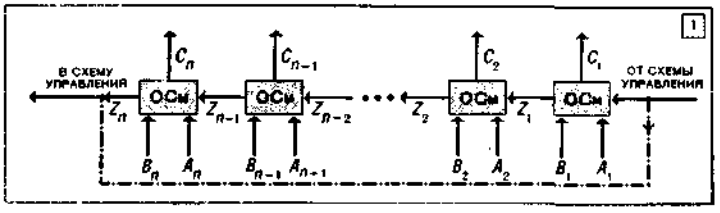
Лит.: Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575].

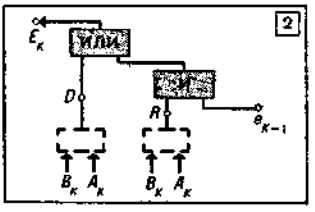
Т. Ф. Слободянюк.

СУММА́ТОР ПАРАЛЛЕ́ЛЬНЫЙ — устройство, обеспечивающее параллельное (одновременное) суммирование всех разрядов слагаемых. С. п. (рис. 1) состоит из n последовательно включенных *сумматоров одноразрядных* (ОСм), где n — количество разрядов в слагаемых числах, Z_1 — младший разряд *сумматора*, Z_n — старший разряд сумматора. Принцип действия С. п. состоит в следующем. На входы сумматора $A_1 \div A_n$ поступает первое слагаемое, через один такт на входы $B_1 \div B_n$ поступает второе слагаемое и происходит одновременное суммирование всех разрядов. В результате суммирования в каждом разряде возникает (или не возникает — в зависимости от суммируемых кодов) перенос единицы в старший соседний разряд; после возникновения переносов последние суммируются с полученной ранее суммой по mod2 двух слагаемых. В С. п. образование сигналов переноса выполняется последовательно разряд за разрядом: цифру «1» переноса из данного разряда в следующий нельзя получить прежде, чем станет известен перенос из предыдущего (младшего) разряда в данный разряд. Следо-

вательно, время суммирования в С. п. в большой степени зависит от времени реализации переноса от младшего разряда сумматора (Z_1) к старшему разряду (Z_n).

В С. п. применяют различные логические и тех. средства ускорения реализации переносов. Один из них — уменьшение количества промежуточных ступеней на пути прохождения импульса переноса. Для двоичного сумматора, построенного из элементов «И», «ИЛИ» и «НЕТ», оптимальной в этом смысле является схема на рис. 2. Сигнал переноса проходит две ступени («И» — «ИЛИ»); на другие входы этих ступеней подаются переключательные ф-ции D и R, зависящие только от цифр в слагаемых данного разряда (A и B), а не от переноса в данный разряд. Значение D и R вытекает непосредственно из преобразования канонической формы ф-ции E (переноса) $E = \bar{A} \wedge B \wedge e \vee A \wedge \bar{B} \wedge e \vee A \wedge B \wedge \bar{e} \vee A \wedge B \wedge e$ к виду $E = (\bar{A} \wedge B \vee \vee A \wedge \bar{B}) \wedge e \vee A \wedge B$, откуда $R = \bar{A} \wedge \wedge B \vee A \wedge \bar{B}$; $D = A \wedge B$. Эти ф-ции можно сформировать одновременно по всем разрядам сумматора после того, как в регистры приняты слагаемые. Это ускоряет прохождение переносов через все разряды.





1. Функциональная схема параллельного сумматора.
2. Схема формирования переноса в параллельном сумматоре.

Аппаратурные затраты в С. п., грубо говоря, в n раз больше, чем в *сумматоре последовательном*, но скорость работы С. п. значительно выше скорости работы последовательного сумматора с аналогичными частотными характеристиками элементов и в меньшей степени зависит от длины обрабатываемых кодов. С. п. применяют в тех случаях, когда требование высокой производительности вычисл. машины более важно, чем требование минимума оборудования. См. также *Блоки ЦВМ типовые.*

Лит.: Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575]; Гаврилов Ю. В., Пучко А. Н. Арифметические устройства быстродействующих ЭЦВМ. М., 1970 [библиогр. с. 275—277].

Т. Ф. Слободянюк.

СУММА́ТОР ПОСЛЕДОВА́ТЕЛЬНЫЙ — устройство, обеспечивающее последовательное (поразрядное) суммирование слагаемых. С. п. (рис.) состоит из одного двоичного *сумматора одноразрядного* (ОСм) и линии задержки (ЛЗ). Суммирование С. п. осуществляется поразрядно, начиная с младшего разряда слагаемых, чтобы обеспечить возможные переносы в следующие старшие разряды. Так, первые (младшие) разряды слагаемых A_1 и B_1 поступают на вход одноразрядного сумматора, складываются, в результате суммирования формируется сумма по модулю 2 (C_1) и перенос в следующий (в данном случае второй) разряд — Z_1. Через один такт после подачи A_1 и B_1 на вход одноразрядного сумматора поступают вторые разряды слагаемых — A_2 и B_2 и задержанный на один такт сигнал Z_1. Теперь уже суммируются три слагаемых, и в результате суммирования формируются сигналы C_2 и Z_2. Затем на вход одноразрядного сумматора поступают A_3, B_3 и Z_2 и т. д. Таким образом, цикл поразрядного суммирования повторяется n раз (где n — разрядность слагаемых). В случае возникновения переноса Z_n при сложении старших n разрядов и отсутствии переполнения разрядной сетки Z_n складывается с младшим разрядом полученной суммы, т. е. снова складываются два n-разрядных слагаемых (предварительно полученная сумма и перенос, образовавшийся в результате суммирования старших разрядов A_n, B_n и Z_{n-1}). Таким образом, цикл суммирования повторяется $2n$ раз. Обычно в цифровых вычисл. машинах последовательного действия (т. е. в тех машинах, где используется С. п.) в устр-ве управления предусматривают цепи ускорения суммирования в С. п. Чтобы исключить дополнительный цикл прохождения всех разрядов числа при циклическом переносе из старшего разряда в младший, слагаемые должны быть представлены в дополнительном (обычном или модифицированном) *коде.*

Осн. достоинство С. п.— малые аппаратурные затраты; недостаток — малое быстродействие. См. также *Блоки ЦВМ типовые, Сумматор параллельный.*

Функциональная схема последовательного сумматора.

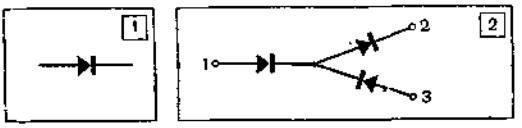
Лит.: Карцев М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575]; Гаврилов Ю. В., Пучко А. Н. Арифметические устройства быстродействующих ЭЦВМ. М., 1970 [библиогр. с. 275—277].

Т. Ф. Слободянюк.

СУПЕРВИ́ЗОР — часть *управляющей программы* операционной системы, реализующая ввод и вывод информации, обмен с внешними нако-

пителями и др. функций, являющиеся, как правило, функциями непосредственного управления оборудованием ЦВМ. См. *Операционная система.*

СХЕ́МА ВЕ́НТИЛЬНАЯ — 1) В теории релейно-контактных схем — схема, построенная из вентилей. Вентилем наз. устр-во, пропускающее ток только в одном направлении. Физ. элементом, выполняющим подобную функцию, может быть, напр., полупроводниковый диод. Условное изображение вентиля показано на рис. 1, где



1. Условное обозначение вентиля.
2. Вентильная схема.

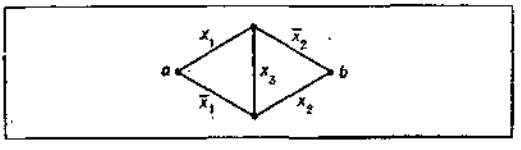
стрелка указывает направление прохождения тока. В С. в. существует проводимость из полюса α к полюсу β в том и только том случае, когда существует путь, начинающийся в α и оканчивающийся в β, причем переход от α к β везде осуществляется в направлении стрелок. Напр., в схеме на рис. 2 между полюсами *1* и *2* имеется проводимость, а между *1* и *3* — проводимости нет.

2) В вычислительной технике — схема, построенная из элементов, реализующих *конъюнкцию*. Элемент, реализующий логическую ф-цию конъюнкции, в этом случае наз. вентилем, или схемой совпадения.

Лит.: Нечипорук Э. И. О синтезе вентильных схем. «Проблемы кибернетики», 1963, в. 9.

М. И. Кратко, Г. Г. Цебуля.

СХЕ́МА КОНТА́КТНАЯ — *схема релейно-контактная,* которая содержит одни только контакты и не содержит ни внешних элементов (ручных или автоматических переключателей, кнопок включения и т. п.), ни обмоток реле. Условия, при которых такая схема выдает значение «0» или «1» на выходах, можно описать системой ф-л алгебры логики — для каждой пары: «входной полюс — выходной



Мостиковая контактная схема.

полюс» по одной ф-ле. А именно: для данной пары полюсов надо рассмотреть все пути (но без циклов), ведущие от одной вершины к другой, и для каждого пути взять *конъюнкцию* всех букв, лежащих на этом пути, а потом взять *дизъюнкцию* всех таких конъюнкций.

Напр., для полюсов (*a*, *b*) схемы, поданной на рис., получают следующую ф-лу:

$$x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3.$$

Считают, что все одинаковые буквы в С. к. одновременно принимают одно и то же значение (или «0», или «1»), при этом, если $x_i = 1$, то $\bar{x}_i = 0$, и, наоборот, если $x_i = 0$, то $\bar{x}_i = 1$.

Каждой ф-ле алгебры логики F, построенной при помощи операций $\cdot$, $\vee$, $\bar{\ }$, можно также сопоставить С. к. с одним входным и одним выходным полюсами, в которой значение выхода равно «1» в том (и только в том) случае, когда F истинна. По заданной ф-ле F эта С. к. может быть построена следующим способом. Каждой букве x ф-лы F сопоставляется замыкающий контакт x схемы, а букве $\bar{x}$ ф-лы F — размыкающий контакт $\bar{x}$ схемы. Конъюнкции подформул ф-лы F сопоставляется последовательное соединение соответствующих им подсхем, дизъюнкции — параллельное соединение.

Полученная таким образом схема будет иметь вид параллельно-последовательного соединения контактов (П-схема). Она содержит столько контактов, сколько имеется букв в ф-ле F и, следовательно, миним. формулам алгебры логики соответствуют П-схемы с миним. количеством контактов. Классом П-схем не исчерпываются, однако, все С. к. На рис. изображена т. н. мостиковая схема (Н-схема). Такого прямого соответствия между Н-схемами и формулами алгебры логики, как это имеет место для П-схем, не существует. В связи с этим методы синтеза Н-схем более сложны, чем методы синтеза П-схем, но зато Н-схемы более экономичны (требуют меньшего количества контактов), чем П-схемы. См. также *Релейно-контактных схем теория.*

Лит.: Яблонский С. В. Функциональные построения в *k*-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51.

М. И. Кратко.

СХЕ́МА КОНТА́КТНАЯ БЕСПОВТО́РНАЯ — *схема контактная,* в которой нет совпадающих контактов. С. к. б. — наиболее экономная контактная схема. Она реализует ф-цию *алгебры логики* n переменных и содержит всего n контактов. Установлено, что только немногие ф-ции алгебры логики допускают реализацию бесповторными контактными схемами.

СХЕ́МА КОНТА́КТНО-ВЕ́НТИЛЬНАЯ — схема, построенная из контактов реле и вентилей. Применение вентилей в *схемах контактных* дает возможность уменьшить число контактов, сводя его на каждом реле до двух (одного замыкающего и одного размыкающего). См. также *Схема вентильная.*

СХЕ́МА РЕЛЕ́ЙНО-КОНТА́КТНАЯ — 1) Электрическая схема, состоящая из соединенных определенным образом обмоток электромеханических реле и их контактов, а иногда и контактов ручных или автоматических переключателей, кнопок включения и т. п.

2) Графическое изображение такой электр. схемы (абстрактная С. р.-к.). Это изображение имеет вид *графа,* каждому ребру которого сопоставляется одна (и только одна) буква x_i, $\bar{x}_i$ или X_i ($i = 1, 2, \ldots, n$). Разным ребрам

могут быть приписаны одинаковые буквы. Все ребра, помеченные буквами с одним и тем же индексом, считаются частями одного и того же реле. Ребро с приписанной буквой X_i наз. обмоткой i-го реле, а с приписанной буквой x_i или $\bar{x}i$ — его контактом, точнее — замыкающим контактом в случае буквы $\bar{x}_i$ и размыкающим — в случае $\bar{x}_i$.

Каждая обмотка реле и каждый контакт С. р.-к. могут находиться или в состоянии «включено» («1»), или в состоянии «выключено» («0»). Если хотя бы одна из обмоток данного реле находится в состоянии «1», то все его замыкающие контакты пребывают в состоянии «1», а все размыкающие — в состоянии «0»; и, наоборот, если все обмотки данного реле находятся в состоянии «0», то все его замыкающие контакты пребывают в состоянии «0», а размыкающие — в состоянии «1». Состояние С. р.-к.— это совокупность состояний всех ее элементов. Говорят, что в данном состоянии С. р.-к. между ее вершинами α и β существует замкнутый путь, если в графе между вершинами α и β существует путь и все контакты, принадлежащие этому пути, находятся в состоянии «1». Обмотка реле X переходит в состояние «1» и находится в нем до тех пор, пока между некоторой парой вершин, к которым подключен источник напряжения, существует замкнутый путь, включающий в себя X.

Как правило, С. р.-к. имеет т. н. внешние элементы — ручные или автоматические переключатели, кнопки включения и т. п. Считается, что их устанавливает в состояние «0» или «1» либо человек, либо устр-во, внешнее по отношению к данной С. р.-к. В С. р.-к. выделяют также некоторое множество полюсов, называемых входными и выходными полюсами. В данном состоянии С. р.-к. для данных входного и выходных полюсов значение выхода равно «1», если между этой парой полюсов существует хотя бы один замкнутый путь; значение выхода равно «0», если между этой парой полюсов нет ни одного замкнутого пути. Введенное таким образом абстрактное понятие С. р.-ж. достаточно полно отражает многие (хотя и не все) характерные особенности реальных электр. схем, построенных из электромех. реле. С. р.-к. находят широкое применение в различного рода устр-вах автоматики и телемеханики, в схемах автомат. телефонии и т. п. См. также *Релейно-контактных схем теория.*

Лит.: Яблонский С. В. Функциональные построения в k-значной логике. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51.

М. И. Кратко.

СХЕМА СРАВНЕНИЯ — элемент, узел или устройство для выполнения операции сравнения двух величин и выделения разностного сигнала. Используется в вычисл. устр-вах, регуляторах, измерит. приборах, *преобразователях формы информации,* стабилизаторах и др. автомат. устр-вах. Различают С. с. для сравнения дискретных величин *(кодов)* и аналоговых (физ.) величин. В качестве одной из сравниваемых величин принимают известное число, заданное значение уставки (нормы), уровень опорного сигнала, эталонную величину и т. д.; в качестве второй — текущее значение вычисляемого результата, контролируемый параметр, измеряемую, преобразуемую или стабилизируемую величину. С. с. имеет два входа для сравниваемых величин и выход для разностного сигнала (рис.). Выходной сигнал С. с. может указывать знак разности между сравниваемыми величинами или знак и абсолютное значение разности. В первом случае число состояний выходного сигнала С. с. равно двум, а во втором — выражается многозначным кодом в некоторой системе счисления. Разностный сигнал — это отклонение контролируемого параметра от нормы, величина невязки или рассогласование, ошибка регулирования и т. п. Осн. показателями работы С. с. являются ее быстродействие и точность. Схемы для сравнения кодов представляют собой устр-ва типа *сумматоров* ЭЦВМ, для сравнения аналоговых величин — типа *нуль-органов,* компараторов или пороговых схем.

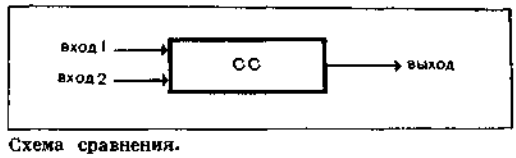


Схема сравнения.

А. И. Кондалев.

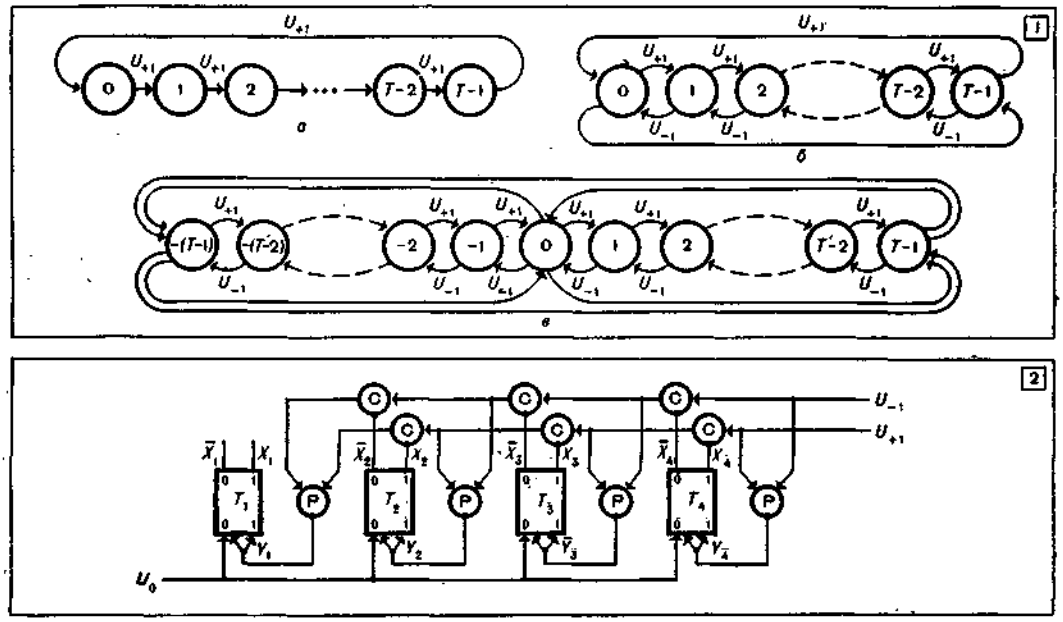
СХОДСТВА КРИТЕРИИ — величины, используемые в *распознавании образов* в качестве количественной характеристики степени сходства или близости двух сигналов, в частности, распознаваемого и эталонного. Один из способов введения С. к. на основе статистических соображений заключается в том, что в качестве С. к. сигнала x_1 с другим сигналом x_2 принимают величину, монотонно зависящую от вероятности появления *помехи,* превращающей сигнал x_2 в x_1. В этом случае отыскание *эталона,* обладающего наибольшим С. к. с распознаваемым сигналом, равносильно решению статистической задачи распознавания (см. *Статистические методы распознавания*). Если предположение о распределении вероятностей помех адекватно реальной действительности, то решение такой задачи ведет к минимизации вероятности ошибки. Иногда С. к. вводят по тем или иным эвристическим соображениям, отражающим представления исследователя о требуемой классификации сигналов. Эта классификация не обязательно удовлетворяет требованию миним. вероятности ошибки.

В. А. Ковалевский.

СЧЁТЧИК — устройство для подсчета импульсов в различных средствах автоматики, телемеханики и т. д.; часто используется как *блок ЦВМ типовый,* выполняющий операцию счета единиц. С. имеет один или два вида соседних переходов в заданном мн-ве состояний T (периоде). Из любого i-го состояния под воздействием входного сигнала «+1»

С. переходит в $(i \oplus 1)$-е состояние, а под воздействием входного сигнала «—1» — в $(i \ominus 1)$-е состояние в соответствии с задаваемыми модулями счета ($\oplus$ и $\ominus$ операции сложения и вычитания по модулю). Номера состояний С. отсчитываются от некоторого начального состояния с номером $i = 0$. Когда С. достигает предельного состояния ($i_{max} = T - 1$), он очередным входным сигналом возвращается в начальное состояние. Кроме того, в практических схемах С. обычно предусматривается возможность установки С. из любого состояния в нач. под воздействием спец. установочного сигнала.

По виду переходов С. разделяют на три осн. группы: простые, реверсивные односторонние и реверсивные двухсторонние (рис. 1). На простые С. поступают входные сигналы одного знака, обычно «+1», т. е. их *графы* переходов характеризуются наличием переходов лишь в одном направлении — прямом, определяемом увеличением номера состояний до предельного значения $i_{max} = T - 1$ (рис. 1, *а*). Реверсивные односторонние С. имеют переходы в двух направлениях — прямом и обратном. Вместе с тем в этих С. нет состояний с номерами $i < 0$ (согласно принятой нумерации) (рис. 1, *б*). Под воздействием прибавляемого сигнала («+1») С. из $(T - 1)$-го состояния возвращается в начальное состояние, а под воздействием вычитаемого сигнала («—1») — из начального состояния в $(T-1)$-е состояние, т. е. счет количеств разнополярных единиц осуществляется в нем по модулю T. В реверсивных двухсторонних С. возможны состояния с номерами $i < 0$, в соответствии с чем граф переходов этих С. состоит из двух графов односторонних С., последовательно соединенных между собой (рис. 1, *в*). Период такого С. $T = T_{i>0} + T_{i<0} - 1$, где $T_{i>0}$ и $T_{i<0}$ являются мн-вами положительных и отрицательных состояний С. По состоянию двухсторонних реверсивных С. определяется разность количеств (N') прибавляемых (N_+) и вычитаемых (N_-) сигналов $N' = N_+ - N_-$ с указанием ее знака (в отличие от односторонних реверсивных С.). Этим обеспечивается возможность выполнения в таких С. операции типа сложения и вычитания при условии представления складываемых и вычитаемых чисел число-импульсными *кодами*.

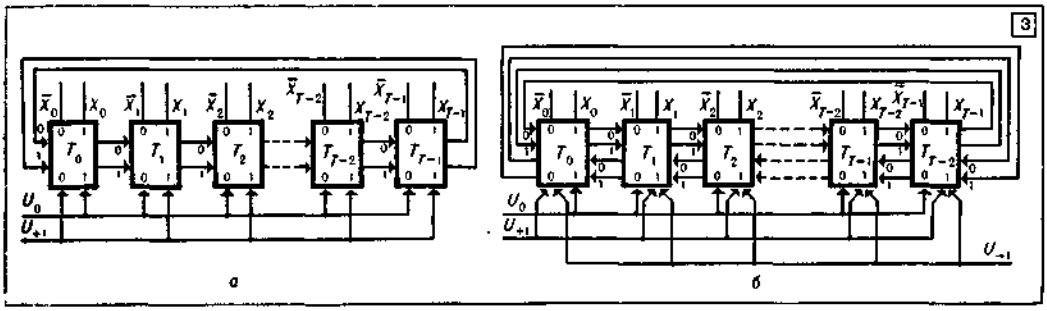


1. Графы переходов счетчиков: *а* — простого; *б* — реверсивного одностороннего; *в* — реверсивного двухстороннего (U_{+1}, U_{-1} — сигналы «+ 1», «— 1» соответственно; 0, 1, ..., $T - 1$ — состояния счетчика).
2. Блок-схема реверсивного одностороннего счетчика со сквозными переносами (С — импульсно-потенциальное совпадение; Р — импульсное разделение; U_{+1}, U_{-1} — соответственно входные сигналы «+ 1», «— 1»; Y_i — управляющий сигнал на входе триггера; U_0 — сигнал сброса счетчика в начальное состояние).

По системам кодирования состояний различают С. трех осн. типов: С. с позиционным двоичным или десятичным кодированием; С. с позиционным единичным или комбинированным кодированием; С. с непозиционным соседним кодированием.

В С. с позиционным двоичным или десятичным кодированием коды состояний отождествляются с числами, выраженными в соответствующих системах кодирования. Из этих С. широко применяют С. с двоичным кодированием (двоичные С.) не

только из-за того, что двоичная *система счисления* больше распространена, но и из-за меньшей сложности схем двоичных С. по сравнению с десятичными. Такие С. можно выполнить на *триггерах* со счетным входом и с раздельными входами. С. на триггерах с раздельными входами отличаются от С. на триггерах со счетным входом условно, поскольку в любом случае в каждом разряде реализуется функция суммирования по модулю 2, и схема одного разряда представляет собой счетный каскад с дополнительным формированием сигналов переноса и заема. В качестве примера приведена блок-схема реверсивного одностороннего С. со сквозными переносами (рис. 2). В реверсивном двухстороннем С. (переходы в котором заданы графом, как показано на рис. 1, *б*) используют схему рис. 2 в сочетании с дополнительными цепями разряда знака и управления. С целью повышения быстродействия С. применяют способы частично-групповых и групповых переносов (см. *Цепь переноса*).



3. Блок-схемы счетчиков с единичным кодированием: *а* — простого; *б* — реверсивного одностороннего.

В *потенциально-импульсной элементной структуре ЦВМ* блок-схема различных вариантов С. совпадает с их общими блок-схемами. На вход триггеров поступают импульсные сигналы, а с выходов их снимаются потенциальные сигналы. Поэтому все вентили должны иметь импульсный выход, т. е. должны быть потенциально-импульсными. С. рассматриваемой элементной структуры удобно выполнять на триггерах со входными диодно-трансформаторными вентилями. В потенциальной элементной структуре (см. *Потенциальные логические элементы*) для реализации С. количество триггеров удваивается, т. к. каждый разряд представляет собой счетный триггерный каскад, состоящий из двух триггеров, которые снабжены соответствующими вентилями. В *импульсной элементной структуре ЦВМ* для С. применяют два варианта триггерных счетных каскадов, один из которых выполнен на одном динамическом триггере и не имеет инверсного выхода, а другой — на двух таких триггерах, образующих прямой и инверсный выходы каскада. В обоих вариантах переключающие сигналы, снимаемые с выходных вентилей триггеров, можно использовать и в качестве сигналов переноса.

Рассмотренные особенности построения позиционных С. в различных элементных структурах характерны и для С. с десятичным кодированием. Каждый числовой разряд десятичного С. может иметь любое из десяти значений и поэтому должен состоять не менее чем из четырех триггеров. Способы реализации операций сложения единицы с цифрой, хранимой в десятичном разряде, и вычитания единицы из этой цифры зависят от способа кодирования десятичных цифр. Однако независимо от этого связи между отдельными десятичными разрядами в С. с десятичным кодированием аналогичны связям между двоичными разрядами в С. с двоичным кодированием.

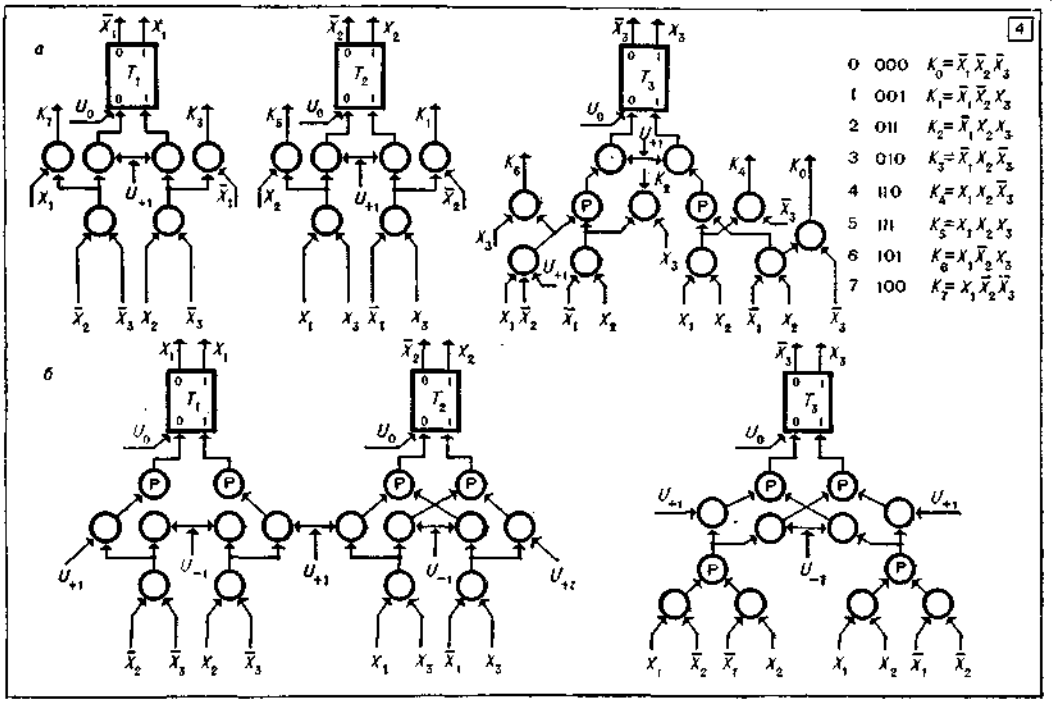
В С. с позиционным **единичным** и **комбинированным кодированием** числа определяются местоположением маркирующего кода в *регистре* таким образом, что при соседних местоположениях числа, представляемые этими кодами, отличаются на одну (единичный код) либо две (парноединичный код) единицы. Т. о., С. с единичным кодированием представляют собой сдвиговый регистр с заранее введенным маркирующим кодом, сдвигаемым с помощью входного сигнала («+1» или «—1») на один разряд в сторону, соответствующую знаку единицы, которую представляет данный сигнал. Простой и реверсивный односторонний С. с единичным кодированием (рис. 3) представляют собой обычные сдвиговые регистры, поэтому способ формирования сигналов переноса в цепях сдвига не показан. В приведенных на рис. 3 схемах реализуются все переходы согласно графам С. на рис. 1, *а* и *б*. Каждое *i*-е состояние С. определяется пребыванием в единичном состоянии только одного *i*-го разряда (или двух соседних разрядов при парно-единичном кодировании). При таком кодировании состояний С. отпадает необходимость в операции дешифровки кодов состояний С., т. е. в наличии выходного *дешифратора*, если надо, напр., образовать спец. сигналы, находящиеся во взаимно однозначном соответствии с определенными состояниями С. Реализация рассматриваемых С. в различных элементных структурах не отличается от реализации сдвиговых регистров. Однако при построении С. с единичным кодированием в потенциальной

элементной структуре целесообразно использовать маркирующий код с двумя соседними единицами, т. е. 11; при этом можно не удваивать количество триггеров в С. (что необходимо в обычном сдвиговом регистре на потенциальных элементах). С. с комбинированным кодированием состоят из k отдельных (частичных) С. с единичным кодированием. Каждый частичный С. является соответствующим разрядом всего С. с весом

$$w_i = \prod_{j=i+1}^{k} T_j,$$

где i — номер данного разряда, T_j — период частичного С. j-го разряда. Каждая комбинация возможных состояний частичных С. представляет собой состояние всего С. и при необходимости выделяется операцией дешифровки. От выбора количества частичных С. и величин их периодов зависит количество аппаратуры в С., сложность функции дешифровки и быстродействие С.

В С. с непозиционным соседним кодированием состояния кодируются т. н. соседними кодами: коды любых соседних состояний С. отличаются на код одного разряда, т. е. для осуществления перехода из i-го состояния в $(i \oplus 1)$-е или $(i \ominus 1)$-е состояние в С. переключается только один его разряд (триггер). На рис. 4 приведены общие блок-схемы простого С. с соседним кодированием с периодом $T=8$ (рис. 4, *а*) и реверсивного одностороннего С. с соседним кодированием (рис. 4, *б*). Двухсторонний реверсивный С. с соседним кодированием наиболее просто реализуется на основе использования одностороннего реверсивного С. и спец. разряда знака при представлении отрицательных чисел дополнительным до T кодом. С. с соседним кодированием строят во всех элементных структурах, где или на входах триггеров устанавливают *элементы задержки*, или сами входные каскады триггеров являются логическими задерживающими элементами. Однако для построения этих С. в потенциальной элементной структуре можно обойтись без удвоения числа триггеров на каждый разряд, если путем чередования входных разнесенных во времени сигналов по двум раздельным цепям добиться независимости функций возбуждения триггеров С., вызывающих соседние переходы, от одних и тех же переменных.



4. Блок-схемы счетчиков с соседним кодированием: *а* — простого с выходным дешифратором; *б* — реверсивного одностороннего (K_i — i-я константа состояний счетчика).

С. с соседним кодированием по своей структуре наиболее близки к рассмотренным позиционным С. с двоичным кодированием. Быстродействие С. этих типов можно считать одинаковым. Однако функции дешифровки у С. с соседним кодированием оказываются более простыми, чем у С. с двоичным кодированием.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301].

В. Н. Коваль.

ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ — составление таблиц для функций. Таблицы ф-ций являются важным вспомогательным средством при различных расчетах в математике, физике, химии, астрономии, технике и т. д. Составляли и употребляли их уже в глубокой древности. Большие работы по составлению таблиц ведутся и в наст. время.

Пусть F — некоторое компактное (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе) семейство вещественных (или комплексных) ф-ций $f(x)$, определенных на некотором мн-ве G, Φ — метрическое расширение простр. F, т. е. такое простр., которое содержит F своим подмн-вом и имеет на нем тождественную метрику.

Таблицей $T_\varepsilon^\Phi(f)$ ф-ции $f(x) \in F$, восстанавливающей $f(x)$ с точностью до ε при помощи некоторой ф-ции $\varphi(x)$ из Φ, наз. упорядоченный набор $y = (y_1, y_2, \ldots, y_p)$ чисел некоторого мн-ва ω и *алгоритм* $\Gamma(y)$ (правило), который набору y ставит в соответствие некоторую ф-цию $\varphi(x) \in \Phi$ такую, что $\rho_\Phi(\varphi(x), f(x)) \leqslant \varepsilon$, где $\rho_\Phi(\varphi(x), f(x))$ — расстояние между $\varphi(x)$ и $f(x)$ в смысле метрики простр. Φ. Числа $y_1, y_2, \ldots, y_p$ наз. параметрами таблицы $T_\varepsilon^\Phi(f)$, а $\Gamma(y)$ — расшифровывающим алгоритмом. $\Gamma(y)$ можно рассматривать как отображение мн-ва ω в простр. Φ такое, что $\Gamma(\omega)$ образует в Φ ε-сеть для F. Простейшим классом алгоритмов $\Gamma(y)$ являются вещественные многочлены $P_x^k(y)$ от p переменных $y_1, y_2, \ldots, y_p$ (степень которых не выше $k \geqslant 0$ по каждой из переменных и коэфф. которых произвольным образом зависят от $x \in G$) такие, что всякой ф-ции $f(x) \in F$ можно указать такой набор значений параметров $y_1, y_2, \ldots, y_p$, что при всяком $x \in G$

$$|f(x) - P_x^k(y)| \leqslant \varepsilon.$$

При Т. ф. важной задачей является оценка снизу «сложности» таблиц для элементов из F на основании общих свойств простр. F. Сложность таблицы характеризуется, во-первых, ее объемом (общим к-вом двоичных разрядов, необходимых для записи всех параметров таблицы), а во-вторых, сложностью расшифровывающего таблицу алгоритма (в рассматриваемом частном случае — величиной чисел p и k). Для некоторых подпростр. аналитических ф-ций показано, что если $T_\varepsilon^\Phi(f)$ — некоторая таблица, восстанавливающая ф-цию $f \in F$ с точностью до ε, то соответствующие числа p, k и ε должны удовлетворять неравенству

$$p\left(\log \frac{k+1}{\varepsilon}\right) \geqslant A(F)\, H_\varepsilon(F),$$

где $A(F) > 0$ — некоторая константа, не зависящая от p и k, $H_\varepsilon(F)$ — абс. ε-энтропия простр. F: $H_\varepsilon(F) = \log N_\varepsilon(F)$, где $N_\varepsilon(F)$ — к-во элементов покрытия наиболее экономного (т. е. состоящего из наименьшего числа мн-в) 2ε-покрытия (систему подмн-в $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ простр. F, диаметр которых не превосходит 2ε и $\sum_{k=1}^{n} \alpha_k = F$, наз. 2ε-покрытием, а подмн-ва $\{\alpha_k\}$ — элементами покрытия). В случае, когда удается вычислить осн. член ε-энтропии простр. F, можно привести более точное неравенство

$$p \log\left(\frac{k+1}{\varepsilon}\right) \geqslant H_\varepsilon(F) - o\,[H_\varepsilon(F)],$$

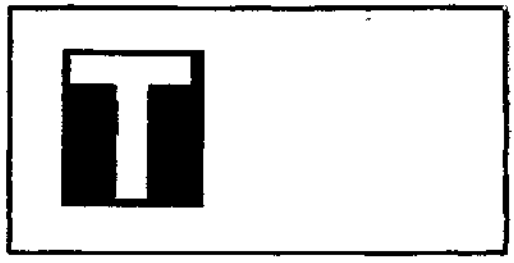
которому удовлетворяют p, k и ε. С другой стороны, доказано существование таких методов составления таблицы $T_\varepsilon^\Phi(f)$, $f \in F$, для которых

$$p \log\left(\frac{k+1}{\varepsilon}\right) \leqslant B(F)\, H_\varepsilon(F),$$

где $B(F)$ — некоторая положительная константа. К таким методам составления таблиц относится, напр., метод, основанный на запоминании коэфф. отрезка ряда Тейлора ф-ций. Кроме приведенных оценок, получены также неравенства, дающие оценку сложности таблиц и для элементов некоторых других функциональных пространств.

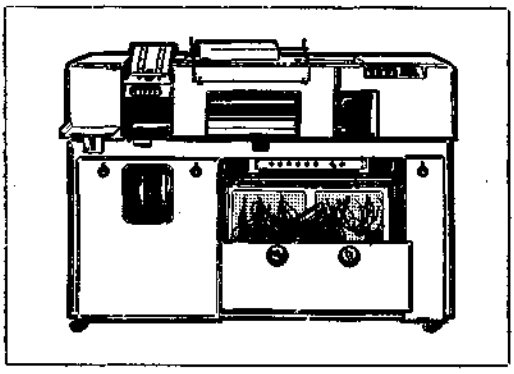
Лит.: Витушкин А. Г. Оценка сложности задачи табулирования. М., 1959 [библиогр. с. 221].

А. И. Березовский.



ТАБУЛЯТОР — электромеханическая перфорационная вычислительная машина, предназначенная для автоматической обработки информации, нанесенной в виде пробивок на *перфорационные карты*, и выдачи результатов вычислений на бумажную ленту или специальные бланки. Наиболее эффективно Т. выполняет действия сложения и вычитания. Умножение машина производит методом последовательного многократного сложения, а деление — методом многократного вычитания. Составление документов определенной формы и управление работой отдельных устр-в Т. производится автоматически в соответствии с заранее составленной программой, набираемой на коммутационной панели. В СССР выпускают Т. моделей Т-5М, Т-5МУ, Т-5МВ и ТА80-1 (рис.). Первые три модели предназначены для обработки цифровой, а последняя — алфавитно-цифровой информации. В конструкции машин, за исключением модели ТА80-1, предусмотрена возможность замены 80-колонных воспринимающих щеточных блоков 45-колонными и наоборот. Это позволяет

воспринимать информацию с 45- и 80-колонных перфокарт. Все модели Т. могут работать совместно с перфораторами—итоговыми, считывающими и репродукционными, а модели Т-5МУ, Т-5МВ и ТА80-1, помимо этого, — с электронными вычисл. и умножающими приставками (ЭВП и ЭУП), позволяющими с большей производительностью выполнять операции умножения и деления чисел. Т. входит в комплект перфорационных вычисл. машин и является основным технологическим оборудованием машиносчетных станций. Т. используют



Табулятор ТА 80-1.

также в вычисл. центрах в качестве вспомогательного оборудования для обработки небольших массивов информации, не требующих выполнения логич. операций. *С. П. Кущенко.*

ТАЙПОТРО́Н — электроннолучевая трубка для отображения информации, предназначенная для записи информации на внешних *носителях информации* (например, на специальной бумаге) и обеспечивающая регистрацию данных.

ТАКТ — 1) Промежуток времени между двумя следующими друг за другом управляющими сигналами, вырабатываемыми *устройством управления ЦВМ*. В каждом Т. управляющий сигнал поступает на одну или несколько управляющих *шин*, обеспечивая тем самым выполнение одной или одновременно нескольких микроопераций. Т. является частью цикла выполнения машиной некоторой команды. 2) В теории цифровых автоматов Т. определяется как промежуток времени между двумя последовательными моментами дискретного автоматного времени. 3) Промежуток времени между ближайшими сигналами записи и опроса в магнитных и магнитно-полупроводниковых элементах ЦВМ.

ТА́КТОВАЯ ЧАСТОТА́ — 1) Частота следования управляющих сигналов (тактов), обеспечивающих выполнение микроопераций в цифровой вычислительной машине (ЦВМ) и вырабатываемых *устройством управления ЦВМ*. В синхронных ЦВМ *такты* вырабатываются спец. синхронизирующим генератором, входящим в состав устройства управления и работающим с постоянной Т. ч. В асинхронных ЦВМ Т. ч. в общем случае не является постоянной. 2) Частота следования сигналов записи и опроса в магнитных и магнитно-полупроводниковых элементах ЦВМ.

ТВИ́СТОР — *запоминающий элемент*, представляющий собой участок проволоки с магнитной поверхностью, направление легкого намагничивания которой ориентируется по винтовой линии, и с управляющей обмоткой вокруг проволоки на этом участке. Устойчивое положение намагниченности в одном из двух направлений по винтовой линии, соответствующих записи «1» или «0», создается воздействием двух полей, возникающих при прохождении импульса тока по проводу (разрядная *шина*) и обмотке (числовая шина). Считывание информации осуществляет аксиальное поле при прохождении импульса тока по числовой шине. При этом сигнал считывания снимается с разрядной шины. Направление легкого намагничивания вдоль винтовой линии образуется или предварительным скручиванием проволоки из магнитострикционного материала (т. е. созданием винтообразных мех. напряжений), или навивкой на проволоку ленты из анизотропного магн. материала по спирали под углом 45°. Для управления Т. требуются токи величиной 1—2 *а*. При этом выходной сигнал составляет единицы милливольт. Известны запоминающие устройства с использованием Т. с циклом 1—10 *мксек*. *Лит.:* Крайзмер Л. П. Быстродействующие ферромагнитные запоминающие устройства. М.— Л., 1964 [библиогр. с. 349—371]; Бардиж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. М., 1967 [библиогр. с. 438—451]. *Ф. Н. Зыков.*

ТЕЗА́УРУС — словарь, отражающий семантические связи между словами или другими смысловыми элементами данного языка. Традиционный Т. состоит из двух частей: списка слов и устойчивых словосочетаний, сгруппированных по смысловым (или тематич.) рубрикам, и «ключа» — алфавитного словаря, где для каждого слова указаны соответствующие рубрики. Тем самым определены семантические отношения «слово *X* входит в общую рубрику со словом *Y*» и «слово *X* входит в рубрику *Y*».

В информационно-поисковых Т. указывается более широкий класс семантических отношений: родовидовые, часть — целое, синонимия, антонимия, цель — средство, часть — целое и т. д. Под семантическими отношениями подразумеваются релевантные для данного языка отношения, не имеющие (в отличие от грамматических) регулярного формального выражения в этом языке. В Т. могут выражаться различные типы семантических отношений с различной степенью дифференцированности. Во многих Т. отношения вид — род, часть — целое и т. п. объединяются в одно отношение подчинения. Положение слова в Т. характеризует его смысл в языке. Напр., знание смысловых рубрик, в которые входит данное слово в традиционном общеязыковом Т., позволяет судить о смысле этого слова. Т. применяются для установления семантическо-

го соответствия запроса и документов при автоматизированном информационном поиске и при решении др. проблем, связанных с семантическим анализом текстов. В этом случае Т. можно интерпретировать не только как систему сведений о семантических отношениях в самом языке, но и как систему представлений о внеязыковых объектах.

При более широкой трактовке Т. как приемника семантической информации в него включаются сложные высказывания и их семантические связи. Более развитый Т. способен воспринимать более сложную информацию. Объем информации, полученной Т. из данного сообщения, характеризуется степенью изменения Т. под действием данного сообщения. Эта величина характеризует как новизну поступившей информации, так и способность Т. к ее «пониманию».

Можно говорить о Т. коллектива, характеризующем информационную общность (уровень взаимопонимания) данного коллектива; о Т., характеризующем уровень описания системы знаний некоторой науки и т. д. Тип Т. определяется запасом и сложностью структуры смысловых единиц и смысловых отношений. Традиционные общеязыковые Т. существуют для англ., франц., исп. языков. Имеется ряд Т., составленных специально для *информационно-поисковых систем*. К Т. весьма близки одноязычные словари, задающие выражения основных семантических параметров каждого слова.

Лит.: Арапов М. В. Некоторые принципы построения словаря типа «тезаурус». «Научно-техническая информация», 1964, № 4; Шрейдер Ю. А. Об одной модели семантической теории информации. «Проблемы кибернетики», 1965, в. 13; Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [библиогр. с. 728—735]; Апресян Ю. Д., Жолковский А. К., Мельчук И. А. О системе семантического синтеза. «Научно-техническая информация. Серия 2», 1968, № 11; Добров Г. М. Прогнозирование науки и техники. М., 1969 [библиогр. с. 198—206]; Варга Д. Методика подготовки информационных тезаурусов. В кн.: Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [библиогр. с. 101—104].

Ю. А. Шрейдер.

ТЕЛЕМЕХА́НИКА — область науки и техники, предметом которой является разработка методов и технических средств передачи и приема (помехоустойчивых или помехозащищенных) сигналов с целью дистанционного контроля и управления различными объектами. К средствам Т. относят устр-ва телеизмерения ТИ, телесигнализации ТС, телеуправления ТУ, телекомандования ТК, вызова датчиков телеизмерения ВТИ, телерегулирования ТР, телеблокировки ТБ и телемеханической связи автоматов ТСА. В зависимости от направления передачи информации (сигналов) средства Т. разделяют на три группы: контролирующие (ТИ и ТС), в которых сигналы передаются от объектов контроля; управляющие (ТУ, ТК, ВТИ, ТР, ТБ), в которых сигналы передаются к объектам управления; двухстороннего действия (ТСА), в которых сигналы могут передаваться в обе стороны.

Контроль за работой объектов на расстоянии (телеконтроль) осуществляется при помощи устройств ТИ и ТС. Устройства ТИ передают на расстояние результаты измерений осн. параметров, характеризующих работу контролируемых объектов (напряжения и величины тока нагрузки в различных точках энергосистемы, расхода электр. энергии, газа и воды, положения в пространстве и проч.), а устройства ТС — сигналы их состояния (режимов работы — включения, отключения, изменения положения щитов, задвижек и т. п.) или сигналы служебного назначения (аварийные — о нарушениях нормального режима работы, превышениях допустимых значений параметров и т. п.). Устройства ТУ передают команды управления режимами, состоянием или положением различных объектов, а устройства ТК — сигналы-распоряжения дежурному персоналу управляемых объектов. Устройства ВТИ передают на расстояние сигналы управления, выполняющие выбор и подключение к отдельному каналу связи требуемого датчика телеизмерения. Устройства ТР воздействуют на расстоянии на настройку автомат. регуляторов, а устройства ТБ — на автомат. защиту управляемых установок. Этим устр-вам свойственны малое количество команд, высокое быстродействие (менее 0,1 *сек*) и повышенная надежность. Устройства ТСА обеспечивают телемеханическую связь между автоматизированными производственными установками. В них воздействия на систему задаются автоматическими устр-вами. Поэтому требования к быстродействию и надежности устройств ТСА повышенные.

Практически выполняемые устр-ва используют для осуществления нескольких ф-ций. Напр., устройства ТУ, как правило, дополняются устройствами ТС (устройства ТУ—ТС), кроме того, во многих случаях устройства ТУ—ТС выполняют также функции ВТИ и ТР.

В систему Т. входят также *каналы связи*, по которым осуществляется передача сигналов. В Т., как и в технике связи, используются преимущественно электр. линии и другие каналы связи. Общая блок-схема системы Т. представлена на рис. 1.

В систему ТИ (рис. 2) входит первичный измеритель (датчик) ПИ измеряемой величины А, передающий и приемный преобразователи, узлы согласования и приемный прибор ПП. На выходе передающего преобразователя образуется промежуточный параметр, который узлом согласования преобразуется в сигнал, приспособленный для передачи по каналу связи. На приемной стороне происходят обратные преобразования.

При построении управляющих устройств Т. и устройств ТС применяют спец. методы избирательного выбора (селекции) и кодообразования, которые обеспечивают сокращение необходимого количества каналов связи и повышение надежности управления. Каждому приказу соответствует определенная комбинация импульсов (кодовое слово), которая образуется при помощи кодирующего устр-ва и анализируется декодирующим устр-вом.

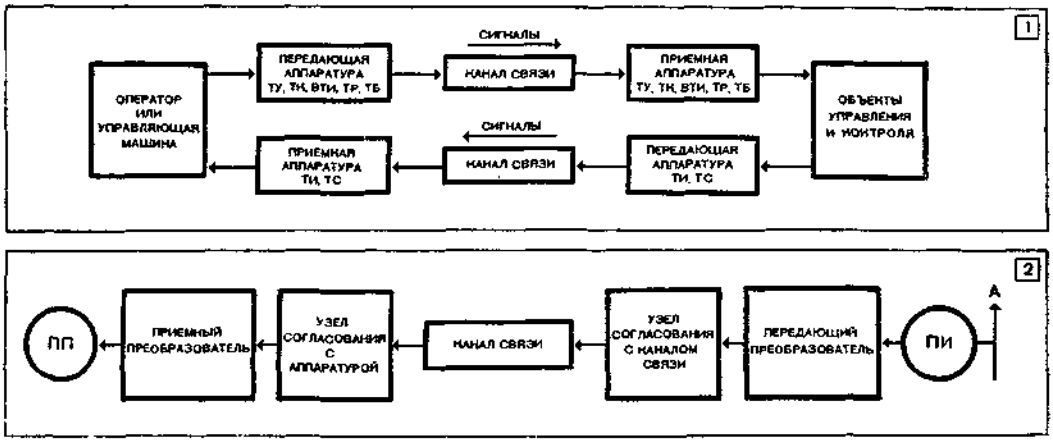
Техническое выполнение систем Т. зависит от особенностей объектов управления (с точки зрения Т.). Эти объекты разделяют на сосредоточенные и рассредоточенные, двухпозиционные и многопозиционные, а также объекты непрерывного управления.

К сосредоточенным относятся объекты, расположенные на отдельных исполнительных пунктах ИП, связанных с диспетчерским пунктом ДП радиальными каналами связи; к рассредоточенным — отдельные объекты управления или их группы, расположенные вдоль общей линии связи. Обычно по этой линии связи осуществляется передача команд телеуправления и вызова датчиков телеизмерения, а также обратная передача сигналов ТС и собственно ТИ. Кроме того, общая линия связи используется и для диспетчерской телеф. связи при временном отключении устройств Т.

При значительном количестве рассредоточенных объектов система ТУ — ТС обычно работает по вызову. Вначале производится вызов данного ИП, а затем последовательно во времени передаются команды телеуправления объектами и выбора датчиков ТИ. В соответствии с этим с данного ИП на ДП передаются сигналы ТС и данные ТИ.

Наибольшее количество объектов управления — двухпозиционных; они могут находиться в одном из двух состояний (позиций) — включенном или отключенном. Это — электр. двигатели на предприятиях, стрелки на ж.-д. транспорте и т. д. Многопозиционные объекты имеют большое число фиксированных положений. К таким объектам относятся, напр., щиты в водовыпусках ирригационных систем. Телеуправление этими объектами осуществляется передачей соответствующего количества команд на установку в заданной позиции. Поскольку при этом время установки объекта управления в новую позицию может быть значительным, то на приемной стороне устанавливается *запоминающее устройство*, контролирующее отработку команды, после выполнения которой передается сигнал ТС.

Ряд объектов управления требует установки в любом положении в заданном диапазоне, напр., узлы настройки различных автомат. регуляторов, рули управления подвижными системами (управляемые снаряды, ракеты и т. п.). Управление настройкой автомат. регуляторов производят непрерывным каналом телеуправления с передачей двух команд — «больше» или «меньше» и с контролем при помощи систем ТИ. Непрерывное управление установкой рулей управления осуществляется по соотношению параметров импульсов, образующих сигналы противоположных команд, напр., по соотношению длительности импульсов.



1. Блок-схема системы телемеханики.
2. Блок-схема системы телеизмерения.

Системы Т. используют при централизации управления крупных производственных систем, отдельные части которых рассредоточены на значительной площади и связаны между собой технологически (энергосистемы, ж.-д. транспорт, пром. предприятия, системы связи, коммунальное х-во городов, оросительные системы и др.). Для некоторых технологических процессов, особенно связанных с опасностью взрыва, выделения вредных газов или с излучениями, телемеханический контроль и управление применяют даже на близком расстоянии. Централизованный контроль и управление осуществляют операторы с пунктов управления (для малых систем) или с ДП дежурный диспетчер (для больших систем). Применение средств Т. при централизации управления не только ускоряет процесс получения информации или передачи и выполнения приказа, но и поднимает технику оперативного управления на новую ступень, обеспечивая непрерывность контроля и его объективность, независимость от поведения дежурного персонала управляемых объектов.

Устройства Т. широко применяют для контроля состояния и управления подвижными

объектами. В этом случае в качестве каналов связи для передачи сигналов на расстояние используют радиоканалы. Устр-ва телеизмерения, применяемые для этих целей, наз. устр-вами телеметрии.

Широкое развитие Т. началось в 30-х гг. 20 в. Средства Т. использовали вначале для управления уличным освещением, включением реклам, сигнализации, а затем для управления установками и подвижными объектами. В последующее время были развернуты научно-исследовательские и опытные работы в области промышленной Т. Особенно бурное внедрение Т. в нар. хозяйство СССР началось после Великой Отечественной войны. Все ДП энергосистем полностью телемеханизированы. Диспетчер по показаниям устройств ТИ и ТС осуществляет непрерывный контроль за работой осн. оборудования, а при помощи устройств ТУ может производить необходимые переключения в энергосистеме, а также запуск крупных генераторов на гидроэлектростанциях. На ж.-д. транспорте применяют устройства Т. для управления стрелками на станциях, для диспетчерского контроля движения поездов, управления разъединителями контактной сети на электрифицированных железных дорогах, тяговыми подстанциями и различными устройствами. В нефтедобыче свыше половины нефти добывают из телемеханизированных скважин.

Средства Т. широко применяют и в горнодобывающей пром-сти, на крупных пром. комбинатах, на трубопроводах, в ирригации и в др. отраслях нар. х-ва. Все это дает большой эконом. эффект, а капиталовложения на телемеханизацию окупаются за 1,5—4 года. Объем внедренных тех. средств Т. возрастает в нашей стране более чем в 10 раз за каждое десятилетие.

Огромную роль играет Т. в освоении космоса. Применение новейших достижений отечественной автоматики и Т. явилось одним из важнейших условий успешного запуска в Советском Союзе искусственных спутников Земли, кораблей-спутников с человеком на борту, автоматических межпланетных станций и луноходов. Устр-ва телеметрии передают с борта космических объектов на пункты сбора и управления данные о работе бортовых систем, необходимые биол. данные, с помощью устройств ТУ осуществляется управление этими объектами с земли.

Переход к комплексным системам управления приведет к тому, что в нар. х-ве будут преобладать крупные системы управления, состоящие из средств местной автоматики, управляющих машин и систем Т. Задачи централизованного управления крупными производственными системами настолько сложны, что возникает необходимость в *диспетчерского управления автоматизации*. На первом этапе диспетчер не устраняется от управления производственным процессом, а только освобождается от утомительных операций по контролю за многими технологическими параметрами и по определению оптимальных режимов. Эти ф-ции выполняют различные управляющие и контролирующие автомат. устр-ва, а также специализированные управляющие вычисл. машины (УВМ), работающие в режиме советчика диспетчера. В дальнейшем, когда надежность работы УВМ и телемеханических устройств будет достаточно высокой, станет возможным полная замена диспетчера.

Управление всеми объектами сложных протяженных производственных систем не может осуществляться с одного ДП. В этом случае применяется многоступенчатое управление, количество ступеней которого увеличивается по мере укрупнения производственных систем. Напр., в крупных энергосистемах имеются центр. диспетчерские пункты (ЦДП) и подчиненные им районные ДП. При объединении энергосистем оборудуются ДП следующей ступени управления, которым подчиняются ЦДП. Между ДП различных ступеней обеспечивается двухсторонний обмен информацией с помощью средств Т.

Для контроля и управления пром. предприятиями, воен. комплексами и отраслями нар. х-ва в целом все шире применяют автоматизированные системы управления. Эти системы состоят из *вычислительных центров* и аппаратуры сбора и передачи данных (обработки и воспроизведения). См. также *Системотехника*, *Автоматизированные системы управления* в народном хозяйстве.

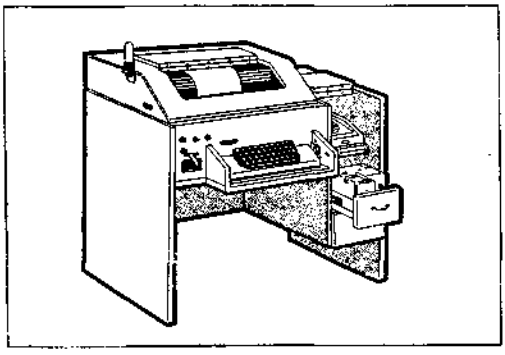
Лит.: Малов В. С. Телемеханика в энергетических системах. М.— Л., 1955 [библиогр. с. 324—325]; Купершмидт Я. А., Малов В. С., Пшеничников А. М. Современные телеизмерительные системы. М.— Л., 1961 [библиогр. с. 86—87]; Малов В. С. Телемеханика. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 95]; Райнес Р. Л., Горянинов Ю. А. Телеуправление. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 531—536]; Ильин В. А. Большие системы телемеханики. М., 1967 [библиогр. с. 134—135]; Катков Ф. А. Телеуправление. К., 1967 [библиогр. с. 370—372]; Фремке А. В. Телеизмерение. М., 1968 [библиогр. с. 256—259]; Малов В. С., Дмитриев В. Ф. Кодо-импульсные телеизмерительные системы. М., 1969 [библиогр. с. 188—191].

Ф. А. Катков.

ТЕЛЕТА́ЙП — устройство, предназначенное для ручного формирования и передачи сообщений в линию связи, а также для приема их с линии связи и выдачи в цифро-буквенной форме. Т. могут воспроизводить текст на узкой бумажной ленте либо на рулоне бумаги. В *вычислительной технике* чаще используют рулонные Т., напр., телеграфные аппараты РТА-60, Т-63.

Т. РТА-60 является электромех. устройством и состоит из передающей и приемной частей. Передающая часть содержит клавиатуру, число клавишей — 46, число регистров — 3 (что позволяет передать 31 букву рус. алфавита, 26 букв. лат. алфавита, 10 цифр, 11 знаков препинания и служебных знаков). Нажатие любой клавиши мех. шифратор преобразует в заданное расположение спец. линеек. Расположение линеек «считывают» кулачки при вращении распределителя, что вызывает замыкание и размыкание контактной системы. За один оборот распределителя

последовательно передается в линию пятиэлементный код символа, а также две служебных посылки — стартовая и стоповая. Приемная часть РТА-60 содержит электромагнит, преобразующий электр. импульсы кода в колебательное движение якоря, которое через селекторные рычаги и мех. дешифратор устанавливает в соответствующее положение печатающее колесо. Колесо состоит из трех дисков, на ободе каждого из которых выгравировано до 26 знаков. Печатающий молоточек ударяет по контуру дешифрованного знака и посред-



Телетайп Т-63.

ством красящей ленты переносит его на бумагу. Текст печатается на рулонной бумаге шириной 215 *мм*, число знаков в строке — 69. Через копировальную бумагу можно получить три копии текста, возможна также печать двумя цветами. РТА-60 оснащается рядом приставок, существенно расширяющих его возможности. Для применений в вычисл. технике особенно важны реперфоратор (одновременно с печатью принимаемые сообщения наносятся на перфоленту) и трансмиттер (автоматическая передача в линию сигналов с перфоленты).

В некоторых вычисл. машинах третьего поколения, напр., в «М-6000», в машинах семейства «ЕС ЭВМ», используют рулонный телетайп Т-63 (рис.), производимый в ГДР (конструктивно близкий к РТА-60). Осн. отличие — в устройстве печатающих механизмов: в Т-63 вместо печатающих колес используют рычаги (на каждом рычаге выгравировано три знака). Дешифратор приемной части выбирает необходимый рычаг; выбор одного из трех знаков предопределен заданием регистра; печатающий рычаг через красящую ленту наносит знак на бумагу. Перемещение вдоль строки осуществляется сдвигами каретки, передвижение бумаги — вращением печатающего валика.

Т. используют в вычисл. технике как оконечные устр-ва, которые можно удалять от центр. процессора на большое расстояние, причем передача данных выполняется по существующим телефонным и телеграфным сетям. Пользователь обращается к вычисл. системе посредством клавиатуры, а система через приемную часть Т. воспроизводит запросы пользователя и результаты вычислений в удобной для пользователя форме, т. е. Т. может служить тех. средством для диалога человека с машиной (см. *Диалога режим*). Кроме этой, главной функции, Т. используют как устройство автомат. ввода данных в ЦВМ — с заранее заготовленной перфоленты или от автомат. датчиков, формирующих пятиэлементный код; как устройство автомат. вывода данных из ЦВМ на перфоленту, а также как устройство автономной подготовки перфоленты и дешифровки (в виде машинописного текста) данных, нанесенных на перфоленту.

Конструкцию Т. непрерывно совершенствуют, расширяют набор знаков и соответственно пятиэлементный телеграфный код заменяют восьмиэлементным, ряд электромех. узлов заменяют электронными. Одновременно совершенствуют печатающие механизмы ударного типа, а также испытывают различные безударные узлы, основанные на электростатическом, ксерографическом и термографическом принципах печати. В новой модели Т. печатающая головка матричного типа, состоящая из 35 тепловых элементов, воспроизводит на теплочувствительной бумаге текст со скоростью около 1600 знаков в 1 *мин*.

Лит.: Гуров В. С., Емельянов Г. А., Етрухин Н. Н. Передача дискретной информации и телеграфия. М., 1969 [библиогр. с. 552—555].

А. Г. Чачко.

ТЕРМИНАЛ, абонентский пульт, оконечное устройство — устройство оперативного ввода и вывода информации, используемое при *взаимодействии человека с вычислительной машиной* или *вычислительной системой* (часто удаленных от пользователя). Т. являются, напр., телетайпы, различные *устройства отображения информации* на электроннолучевых трубках и т. п. Т. разделяют на пассивные (без переработки информации) и активные (имеющие собственные вычисл. машины, входящие в состав вычислительных систем). См. также *Устройства ввода — вывода данных ЦВМ.*

ТЕРМИНА́ЛЬНОЕ УПРАВЛЕ́НИЕ, управление конечным состоянием — одна из задач *оптимальных процессов теории*, состоящая в минимизации функционала $I(u) = \varphi(x(t_1))$ на траекториях системы $\dot{x} = f(x, u, t)$, $x(t_0) = x_0$, $t \in T = [t_0, t_1]$, порожденных кусочно-непрерывными управлениями $u(t)$ *(допустимыми управлениями)*, которые ограничены условием $u(t) \in U$, $t \in T$. К этой задаче сводится много других задач оптимизации со свободным правым концом. К ней приводят ряд задач оптим. маневрирования самолетов, задачи мягкой посадки на Луну, приземления космического корабля в заданной точке и др. К задачам Т. у. применим принцип максимума и метод *программирования динамического.*

Т. у. включает в себя вариационную (бесконечномерную) часть любой задачи оптимизации с подвижным или закрепленным правым концом и имеет вторую часть, которая конечномерна и может быть исследована методами *программирования математического* (в ко-

нечномерных пространствах). Необходимые условия оптимальности для первой части задачи Т. у. имеют вид принципа максимума. Необходимые условия второй части наз. *условиями трансверсальности*.

Принцип максимума дает решение как ф-цию времени $u = u(t)$. Большой интерес представляет решение вида $u(x, t)$, которое получают методом динамического программирования. Наиболее эффективно этот метод применен к минимизации интегр. среднеквадратичной *погрешности*.

При численном решении задачи Т. у., с одной стороны, удается обойти трудности удовлетворения краевых условий, свойственные общей задаче минимизации функционала, с другой стороны, общую задачу оптимизации с краевыми условиями зачастую можно свести к задаче Т. у. с помощью штрафных ф-ций.

Лит.: Летов А. М. Динамика полета и управление. М., 1969 [библиогр. с. 347—352].

Р. Габасов, Ф. М. Кириллова.

ТЕ́СТОВЫЕ ПРОГРА́ММЫ, тест-программы — программы для проведения испытаний. Некоторые Т. п. одновременно являются и диагностическими, т. е. предназначенными для определения местоположения и объяснения неисправностей оборудования или ошибок в программе.

ТЕ́СТЫ — одно из важнейших понятий теории *распознавания образов*. Первоначально их рассматривали в связи с использованием логических методов при поиске неисправностей в электр. схемах. Рассмотрим таблицу, содержащую s строк и p столбцов

	f_1	f_2		f_p
e_1				
e_2				
e_s				

Данная таблица заполнена символами 0 и 1 так, что ее столбцы попарно различны. Строки этой таблицы можно рассматривать как признаки $e_1, \ldots, e_s$, а столбцы — как образы, характеризуемые функциями $f_1, \ldots, f_p$ ($f_j(e_i) = 1$ тогда и только тогда, когда признак e_i для j-го образа выполнен). Пусть $\mathfrak{N} = \{(j_1, j_2)\}$ — некоторое подмножество пар номеров столбцов. Множество T признаков e_i наз. Т. относительно $\mathfrak{N}$, если для любой пары $(j_1, j_2) \in \mathfrak{N}$ существует признак e_i такой, что $f_{j_1}(e_i) \neq f_{j_2}(e_i)$. Очевидно, что мн-во, содержащее все признаки $e_1, \ldots, e_s$, является Т. (тривиальным Т.). Однако могут существовать и другие Т. Важным типом Т. являются тупиковые Т., т. е. такие Т., которые при удалении любого из признаков превращаются в мн-ва, не являющиеся Т. Среди тупиковых Т. находятся т. н. минимальные Т., т. е. такие, которые содержат наименьшее число признаков. Совершенно очевидно, что процедура опознания, вообще говоря, становится проще, если использовать минимальные Т. Поэтому важным вопросом в теории Т. являются методы построения минимальных Т. Приведем *алгоритм* построения всех тупиковых Т. Для этого рассматриваем символы $e_1, \ldots, e_s$, как булевы переменные. Далее для каждой пары (j_1, j_2) из $\mathfrak{N}$ находим все признаки e_i, на которых f_{j_1} отличается от f_{j_2}. Все полученные символы соединяем знаком $\vee$, а затем берем логич. произведение этих выражений. Потом раскрываем скобки и упрощаем по правилам *булевой алгебры*. Каждое из произведений дает один из тупиковых Т. Для таблицы

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
e_1	0	1	1	0	0	0	0
e_2	0	0	1	1	0	0	0
e_3	0	0	0	1	1	0	0
e_4	0	0	0	0	1	1	0
e_5	0	0	0	0	0	1	1
e_6	0	1	0	0	0	0	1

и мн-ва $\mathfrak{N} = \{(12)\ (13)\ (14)\ (15)\ (16)\ (17)\}$ получаем $(e_1 \vee e_6)(e_1 \vee e_2)(e_2 \vee e_3)(e_3 \vee e_4)(e_4 \vee e_5)(e_5 \vee e_6) = e_1e_3e_5 \vee e_2e_4e_6 \vee e_1e_2e_4e_5 \vee e_2e_3e_5e_6 \vee e_1e_3e_4e_6$. Имеем 5 тупиковых Т. $\{(e_1e_3e_5);\ (e_2e_4e_6);\ (e_1e_2e_4e_5);\ (e_2e_3e_5e_6);\ (e_1e_3e_4e_6)\}$, из которых два минимальны. Однако эти методы, если они не учитывают «дополнительной» информации, значительно трудоемки.

Среди диагностических задач, связанных с построением Т., отметим два особенно важных типа задач. 1) $\mathfrak{N}$ — содержит все пары (j_1, j_2). В этом случае Т. наз. диагностическим. Диагностический Т. позволяет отличать каждый образ от каждого. 2) $\mathfrak{N}$ — содержит все пары (j_1, j_2), где j_1 — фиксированное число. В этом случае Т. наз. проверяющим. Проверяющий Т. позволяет отличить данный образ j_1 от всех остальных. Понятие Т. можно обобщить на случай таблиц, заполненных символами 0, 1, ..., $k - 1$, и тех, которые могут содержать также и пустые клетки. Т. появляются во многих диагностических задачах.

1. Поиск неисправностей в электрических схемах. Пусть схема Σ (контактная схема или схема из функциональных элементов) имеет n входов и один выход и реализует *булеву функцию* $f(x_1, \ldots, x_n)$. Предположим, что в результате воздействия источника неисправностей она переходит в схемы $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_m$, которые реализуют соответственно булевы ф-ции $f_1'(x_1, \ldots, x_n), \ldots, f_m'(x_1, \ldots, x_n)$. При этом допустимо, что $f_i' \equiv f_j'$ (f), т. е. две неисправности функционально неразличимы. Пусть $f_1, \ldots, f_p$ — система ф-ций, характеризующая все попарно различимые классы неисправностей, и пусть $f_1 = f$. Получаем таблицу из p столбцов и $s = 2^n$ строк. Для того, чтобы ответить на вопрос, исправна ли схема или в каком состоянии она находится, необходимо, очевидно, через испытуемую схему «прогнать» наборы $e_1, \ldots, e_s$ и найти значения схемы на выходе и после этого либо сравнить полученный «столбец» с первым столбцом, либо узнать, с каким из столбцов он совпадает. Время для этой процедуры зависит от числа наборов s. Очевидно, что это время уменьшается, если рассматривать не мн-во всех наборов, а какой-либо из тупиковых Т.

2. Диагностические задачи в области медицины. При изучении определенных классов заболеваний появляется таблица, строки которой соответствуют симптомам, а столбцы — видам заболеваний. Очевидно, что если признаки проявляются дискретным образом (например, в показаниях т-ры, кровяного давления и т. п.), то получаем таблицу вышеуказанного типа, причем, если набор признаков достаточно богат, то все столбцы попарно различны. Здесь интересны две задачи: а) установить, здоров ли данный субъект, исходя из набора возможных признаков заболеваний, б) установить конкретный диагноз. Для решения этих задач полезны Т., поскольку они позволяют быстрее и более обозримо указать решение.

3. Распознавание геометрических образов. Пусть на прямоугольном дискретном табло возможно появление двух символов—0 и 1, каждый из которых может иметь несколько реализаций, отличающихся друг от друга своими размерами и положением. Требуется, задавая «вопросы» о состоянии некоторых конкретных ячеек табло (заштрихована клетка или нет), узнать, какой из символов записан на табло. Перенумеруем все клетки табло символами $e_1, \ldots, e_s$ и для каждого образа 0 и 1 выпишем «столбцы», указывающие, какие клетки в данном образе заштрихованы (1) и какие нет (0). Для решения задачи в качестве мн-ва $\mathfrak{A} = \{(j_1, j_2)\}$ возьмем такие пары номеров столбцов, что j_1 пробегает все номера образа 0, а j_2 — все номера образа 1. Тупиковые Т., очевидно, позволяют достаточно экономно опознавать образ.

4. Другие задачи. К построению Т. сводятся некоторые игровые задачи, например, игра в «Морской бой», задача о построении миним. *дизъюнктивных нормальных форм*, задача о поиске неисправностей в автоматах и т. п. Т. позволяют проанализировать логич. связи между признаками и ввести меру важности признаков. Например, можно считать, что важность признака определяют как отношение числа тупиковых Т., в которое данный признак входит, к числу всех тупиковых Т. Установление меры важности признаков полезно в решении прикладных диагностических задач и используется в диагностических задачах геологии, экономики, медицины и т. п.

Лит.: Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля электрических схем. «Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР», 1958, т. 51; Дмитриев А. Н., Журавлев Ю. И., Кренделев Ф. П. О математических принципах классификации предметов и явлений. «Дискретный анализ», 1966, в. 7.

С. В. Яблонский.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА — см. *Диагностирование сложных технических комплексов.*

ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦВМ — один из этапов проектирования ЦВМ. См. *Автоматизация проектирования ЦВМ.*

ТЕХПРОМФИНПЛАН ПРЕДПРИЯТИЯ МАТРИЧНЫЙ — экономико-математическая модель производственно-финансового планирования на предприятии. Т. п. м., как и *баланс межотраслевой* производства и распределения продукции, основан на методе затраты — выпуск, позволяющем в рамках единой матем. модели обеспечить балансовую увязку всех осн. показателей хоз. деятельности. Т. п. м. состоит из четырех взаимосвязанных составных частей — квадрантов (см. схему). I квадрант отражает взаимосвязи произв. подразделений предприятия по затратам и выпуску промежуточной и готовой продукции. Квадрант имеет форму шахматной таблицы, в которой подлежащее (выпуск продукции) и сказуемое (затраты продукции) содержат одну и ту же классификацию производственных подразделений (напр., осн. и вспомогательных цехов) и производимой ими продукции (напр., деталей, узлов, изделий). Во II квадранте отражаются осн. итоговые показатели деятельности предприятия: реализуемая (товарная) продукция и валовой оборот — как сумма реализуемой продукции и внутризаводского оборота. Данные III квадранта характеризуют затраты производственных ресурсов предприятия: трудовых ресурсов по профессиональным группам рабочих; предметов труда по видам сырья, материалов, покупных полуфабрикатов; ресурсов средств труда по группам оборудования и сооружений. В IV квадранте отражается реализация на сторону или передача своим непроизводственным службам покупных материалов и изделий. Исходными данными для расчета Т. п. м. служат плановые задания по реализации продукции предприятия и система плановых нормативов материальных и трудовых затрат на

единицу каждого вида продукции. Т. п. м. обычно включает в себя две модели; технологическую модель в натуральных единицах измерения и эконом. модель в ценностном измерении. По структуре и методу расчета обе модели идентичны. Расчеты по технологической и эконом. моделям позволяют определить: план производства деталей, узлов, полуфабрикатов, изделий в целом по предприятию и по каждому цеху; план межцеховых поставок; план материально-тех. обеспечения предприятия, а также цехов и видов продукции; план по труду и фонду заработной платы; план использования производственных мощностей; себестоимость всех видов продукции и услуг; важнейшие финансовые показатели, включая выручку от реализации продукции и прибыль. Разработка Т. п. м. обеспечивает сопоставимость и сбалансированность всех осн. показателей производственно-хоз. деятельности предприятия, облегчает проверку правильности расчетов и осуществление пересчетов при изменении отдельных плановых показателей, способствует упорядочению нормативной базы на предприятии, открывает перспективы широкого применения современной вычисл. техники в плановых расчетах, является этапом на пути перехода к оптим. планированию производства на предприятиях.

Выпуск	Затраты			
	Основные цехи и производимая ими продукция	Услуги вспомогательных цехов	Реализуемая продукция	Валовой оборот
Основные цехи и производимая ими продукция Услуги вспомогательных цехов	I квадрант		II квадрант	
Сырье, материалы, топливо, энергия со стороны Затраты труда по профессиональным группам рабочих Основные фонды и производственные мощности	III квадрант		IV квадрант	

Лит.: Федорович М. М. Математическая модель техпромфинплана. М., 1962; Терехов Л. Л. Экономико-математические методы. М., 1968 [библиогр. с. 297—298]; Экономико-математические модели. М., 1969. *Л. Л. Терехов.*

ТОЖДЕСТВЕННО ИСТИННАЯ ФОРМУЛА, общезначимая формула — формула того или иного логического языка (см. *Языки логико-математические*) истинная (при обычном понимании содержания входящих в нее логических операций) на любом непустом множестве M при любых значениях на M всех входящих в нее свободных переменных и постоянных (предметных, функциональных и предикатных). Напр., в *исчислении высказываний* Т. и. ф. является ф-ла $p \vee \neg p$, в *исчислении предикатов узком* — ф-ла $\forall x P_1^2(x, y) \rightarrow \exists x P_1^2(x, y)$, в логике предикатов второй ступени — ф-ла $\exists P \forall x P(x)$.

Ф-ла наз. выполнимой, если существуют такое непустое мн-во M и такие значения на M для всех входящих в ф-лу свободных переменных и постоянных, при которых ф-ла становится истинной, в противном случае ее наз. невыполнимой или тождественно ложной. Формула тождественно истинна тогда и только тогда, когда ее отрицание тождественно ложно. Ф-ла $\mathfrak{B}$ наз. логическим следствием из $\mathfrak{A}$, если ф-ла $\mathfrak{B}$ истинна всегда, когда истинна ф-ла $\mathfrak{A}$. Если ф-ла $\mathfrak{B}$ является логич. следствием из $\mathfrak{A}$, то $\mathfrak{A} \rightarrow \mathfrak{B}$ является Т. и. ф.

Мн-во всех Т. и. ф. исчисления высказываний разрешимо; мн-во всех Т. и. ф. узкого исчисления предикатов не разрешимо, но эффективно аксиоматизируемо и, следовательно, рекурсивно перечислимо. Мн-во всех Т. и. ф. языка второй ступени и вообще языка любой высшей ступени (см. *Логика предикатов высших ступеней*) уже не является рекурсивно перечислимым, и, тем более, не эффективно аксиоматизируемо. *В. Ф. Костырко.*

ТОНКАЯ МАГНИТНАЯ ПЛЕНКА — слой ферромагнитного вещества, по толщине которого располагается только один домен. В вычисл. технике наибольшее распространение для построения *запоминающих элементов* (ЗЭ) получили тонкие *пленки магнитные* с одноосевой анизотропией толщиной $5 \cdot 10^2 \div 1{,}5 \cdot 10^4$ Å. Для хранения информации используется свойство Т. м. п. сохранять направление вектора намагниченности в одном из двух устойчивых положений вдоль оси легкого намагничивания (ОЛН) в плоскости пленки; одно из этих положений отождествляется со значением «1», другое — со значением «0». Запись информации или изменение направления намагниченности происходит или при приложении магн. поля вдоль ОЛН процессами смещения границ или под углом к ней процессами когерентного вращения. Считывание информации в большинстве случаев

осуществляется наложением поля перпендикулярно ОЛН. При повороте вектора намагниченности пленки, в шине считывания, перпендикулярной ОЛН, наводится эдс различной полярности — в зависимости от начального направления намагниченности, т. е. в зависимости от ранее записанной информации.

Т. м. п. чаще всего изготовляют напылением ферромагнетика в вакууме и электролитическим осаждением. Ось анизотропии Т. м. п. создают наложением магн. поля параллельно ее поверхности в процессе изготовления пленки. Применяют пленки плоские и цилиндрические, с изоляционной и проводящей подложкой. Матрицы тонкопленочных ЗЭ изготовляют в виде сплошной пленки или отдельных пятен, обычно круглой или прямоугольной формы. В первом случае форма и размеры ЗЭ определяются конфигурацией управляющих шин.

ЗЭ на Т. м. п. отличаются большой скоростью переключения (единицы *нсек*) благодаря перемагничиванию за счет процесса вращения вектора намагниченности. Т. м. п. работают в широком диапазоне температур (100—200° С). Эти достоинства наряду с применением методов технологии изготовления интегральных ЗЭ на Т. м. п. и управляющих шин делают применение Т. м. п. перспективным для построения сверхоперативных и *оперативных запоминающих устройств*. Известны *запоминающие устройства* с использованием Т. м. п. в качестве ЗЭ объемом от тысяч до нескольких миллионов *бит* с рабочим циклом 200—500 *нсек* и менее.

Лит.: Китович В. В. Оперативные запоминающие устройства на ферритовых сердечниках и тонких магнитных пленках. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 233—236]; Крайзмер Л. П. Устройства хранения дискретной информации. Л., 1969 [библиогр. с. 288—309]; Запоминающие устройства современных ЭЦВМ. Пер. с англ. М., 1968. *Ф. Н. Зыков.*

ТОПОЛОГИЯ — раздел математики, изучающий топологические пространства и их непрерывные отображения.

Первым топологическим результатом была теорема Л. Эйлера (1707—83) о многогранниках. Осн. идеи *алгебраической топологии* высказали нем. математик Г.-Ф. Риман (1826—66) и франц. математик А. Пуанкаре (1854—1912). Цикл статей А. Пуанкаре явился началом бурного развития Т. В 20-х гг. 20 ст. была построена общая система осн. понятий Т., имеющая важное значение для алгебры, функционального анализа, теории ф-ций и т. д. В настоящее время идеи Т. широко применяют в алгебр. геометрии, теории чисел, ур-ниях в частных производных, геометрии, они проникают в физику (квантовая электродинамика), а отдельные понятия вошли в обиход *кибернетики* (многообразия, *графы*, симплициальная техника). Существенный вклад в развитие Т. внесли сов. математики П. С. Александров (р. 1896), П. С. Урысон (1898—1924), Л. С. Понтрягин (р. 1908) и др.

Топологическое пространство — система, состоящая из множества X (элементы которого наз. точками) и заданного семейства J подмножеств X, обладающего следующими свойствами: 1) $\varnothing \in J$; 2) $X \in J$; 3) если $G_\iota \in J$ ($\iota \in I$), то $(\bigcup_{\iota \in I} G_\iota) \in J$; 4) если I конечно и $G_\iota \in J$ ($\iota \in I$), то $(\bigcap_{\iota \in I} G_\iota) \in J$. Эти свойства воспроизводят свойства открытых мн-в евклидова пространства (множеств, содержащих вместе с каждой точкой x некоторый шар с центром x); поэтому $G \in J$ наз. открытыми мн-вами X. Если $A \subset X$, $x \in X$ и любое открытое мн-во, содержащее x, содержит точки A, отличные от x, то x наз. предельной точкой A. Т. о., топологическая структура X позволяет определить осн. понятия анализа на X, напр., сходимость последовательностей в X. На практике топологическую структуру задают с помощью некоторой базы окрестностей — семейства J_0 подмножеств X такого, что 1) любая точка $x \in X$ принадлежит некоторому подмножеству $U \in J_0$ и 2) для любых $U, V \in J_0$ и любой точки $x \in U \cap V$ существует множество $W \in J_0$, содержащее x и содержащееся в $U \cap V$. Всевозможные объединения окрестностей базы обладают свойствами открытых мн-в и задают на X Т.

Примером могут служить открытые шары (т. е. шары без границ) в евклидовом пространстве, образующие в нем базу открытых мн-в. Естественное обобщение представляет метрическое пространство, т. е. множество X с заданной на нем действительной ф-цией пары точек $\rho(x, y)$, обладающей свойствами расстояния: $\rho(x, x) = 0$, $\rho(x, y) > 0$ при $x \neq y$, $\rho(x, y) = \rho(y, x)$, $\rho(x, z) \leqslant \rho(x, y) + \rho(y, z)$. Шары метрического пространства суть мн-ва $\{x \mid x \in X, \rho(x, x_0) < r\}$ со всевозможными $x_0 \in X$ и $r > 0$; они составляют базу окрестностей, задающую Т. на X. В ряде важных случаев Т. может быть задана с помощью некоторой естественной метрики на X; в других — такая метрика существует, но «метризация» топологического пространства неестественна, поэтому предпочитают задавать Т. окрестностями надлежащего вида. Наконец, в некоторых вопросах (напр., в теории обобщенных ф-ций) встречаются не метризуемые топологические пространства. Т. о., метрика не является достаточно универсальным средством задания «близости» точек, и понятие топологического пространства к ней не сводится. Дополнение $X - G$ открытого множества G наз. замкнутым мн-вом в X.

Пусть $A \subset X$ — подмн-во топологического пространства X. Пересечения A с открытыми мн-вами X образуют семейство мн-в, удовлетворяющее перечисленным выше условиям 1) — 4); принимая их за открытые мн-ва, получаем Т. на A. Эта Т. наз. индуцированной из X.

Непрерывным отображением наз. такое отображение $\varphi : X \to Y$ топологического пространства X в топологическое пространство Y, для которого прообразы всех открытых мн-в Y суть открытые мн-ва X.

В случае, когда X и Y — евклидовы пространства, это условие равносильно обычному определению непрерывности (из $x_n \to x$ следует $\varphi(x_n) \to \varphi(x)$); такая форма наиболее удобна для его обобщения. Для каждого топологического пространства X тождественное отображение e_X ($e_X(x) = x$) непрерывно; если $\varphi : X \to Y$, $\psi : Y \to Z$ — непрерывные отображения, то $\psi \circ \varphi$ — непрерывное отображение X в Z. Если φ биективно (см. *Множеств теория*), то существует обратное отображение $\varphi^{-1} : Y \to X$, но φ^{-1} не обязательно непрерывно; если φ^{-1} также непрерывно, φ наз. гомеоморфизмом, а топологические пространства X, Y — гомеоморфными. С точки зрения Т., гомеоморфные пространства не различаются (если только в Т. не вводят добавочных структур).

Способы построения топологических пространств. Простейший способ состоит в построении суммы топологических пространств X, Y. Для этого на множестве $X \cup Y$ (где $X \cap Y = \varnothing$) в качестве открытых множеств рассматривают объединения всех открытых мн-в X и всех открытых мн-в Y. Полученное топологическое пространство $X \cup Y$ состоит из двух «отдельных кусков» X, Y. Второй способ состоит в рассмотрении произведения $X \times Y$ мн-в X, Y. Если X, Y — топологические пространства, то требуется, чтобы при надлежащей Т. на $X \times Y$ отображения-проекции $\pi_1(x, y) = x$, $\pi_2(x, y) = y$ ($x \in X$, $y \in Y$) произведения $X \times Y$ на сомножители X, Y были непрерывны. Тогда для всех открытых $G \subset X$ мн-ва $\pi_1^{-1}(G)$ («цилиндр на G») должны быть открытыми в $X \times Y$ (и аналогично для π_2). Пересечения этих цилиндров в любом конечном числе принимаются за базу окрестностей на $X \times Y$, чем и задается Т. $X \times Y$ с этой Т. наз. произведением топологических пространств X, Y. Третий способ: пусть $\varphi : X \to Y$ — сюръективно и X — топологическое пространство. Будем искать такую Т. на Y, чтобы φ было непрерывно; тогда для всех открытых мн-в $G \subset Y$ прообразы $\varphi^{-1}(G)$ открыты в X. Введем на Y Т., приняв за открытые мн-ва все мн-ва с открытыми прообразами. Полученное топологическое пространство наз. факторпространством топологического пространства X относительно отождествления φ. Факторпространства можно построить следующим способом. Пусть дано разбиение X на непересекающиеся замкнутые мн-ва F_ι ($\iota \in I$). Пусть Y — мн-во всех F_ι и отображение φ ставит в соответствие точке $x \in X$ то мн-во F_ι, которое содержит x. Тогда соответствующая φ фактортопология возникает на Y и может быть наглядно истолкована как «склеивание» точек каждого F_ι в одну точку. Четвертый способ: пусть $\varphi : X \to Y$, X, Y — топологические пространства. Для открытого $G \subset Y$ прообраз $\varphi^{-1}(G)$ часто бывает гомеоморфен произведению $G \times Z$, где Z — топологическое пространство, причем гомеоморфизм $\psi : G \times Z \to \varphi^{-1}(G)$ переводит каждое подмножество $y \times Z$ ($y \in G$) в $\varphi^{-1}(y)$. Тогда φ наз. расслоением; прообразы $\varphi^{-1}(y)$, гомеоморфные одному и тому же топологическому пространству Z, наз. слоями этого расслоения, Y — его базой, а X — пространством расслоения, или расслоенным пространством.

Примеры топологических пространств. Первый пример: пусть S^1 — окружность; произведение $S^1 \times S^1$ есть топологическое пространство, называемое тором. Второй пример: отождествление диаметрально противоположных точек на сфере приводит к проективной плоскости; то же топологическое пространство можно получить, отождествляя диаметрально противоположные точки границы круга. Третий пример: пусть S — сфера с ее обычной Т., X — множество всех касательных векторов к S длины 1. Отображение $\varphi : X \to S$ ставит в соответствие каждому вектору его начальную точку. Нетрудно ввести на X Т. т. о., чтобы φ стало непрерывным; в полученном расслоении X базой является S, а слои гомеоморфны окружности. Четвертый пример: непрерывные ф-ции f, g, ... на отрезке $[0, 1]$ образуют топологическое пространство, Т. которого порождается метрикой $\rho(f, g) = \max\limits_{[0,1]} |f(t) - g(t)|$.

Важнейшие классы топологических пространств. Говорят, что в топологическом пространстве X мн-ва A, B отделимы, если существуют такие открытые мн-ва G_1, G_2, что $A \subset G_1$, $B \subset G_2$, $G_1 \cap G_2 = \varnothing$. Обычно рассматривают топологические пространства, «правильное» устройство которых гарантировано аксиомами отделимости. Напр., если любые две точки в X отделимы, X наз. хаусдорфовым пространством. Если в хаусдорфовом пространстве X любые два непересекающихся замкнутых мн-ва отделимы, X наз. нормальным. Многие пространства обладают счетной базой окрестностей; напр., на плоскости круги рационального радиуса с центрами в точках с рациональными координатами образуют счетное семейство открытых мн-в, всевозможные объединения которых составляют все открытые мн-ва. Топологическое пространство, не представимое в виде суммы непустых топологических пространств, наз. связным. Топологическое пространство наз. компактным, если из каждого семейства $\{G_\iota\}$ открытых мн-в, покрывающего X, можно выбрать конечное подсемейство, также покрывающее X. Этот класс топологических пространств, свойство которых аналогично известному свойству замкнутого интервала, ввели под названием бикомпактных пространств П. С. Александров и П. С. Урысон. На компактном пространстве непрерывная ф-ция ограничена и достигает минимума и максимума. Пусть X_ι ($\iota \in I$) — любое семейство топологических

пространств. На произведении $\prod_{\iota \in I} X_\iota$ можно ввести естественную Т., при которой все проекции в X_ι непрерывны; тогда, если X_ι компактны, произведение также компактно (теорема А. Н. Тихонова).

Лит.: Александров П. С. Введение в теорию множеств и теорию функций, ч. 1. М.— Л., 1948; Келли Дж. Л. Общая топология. Пер. с англ. М., 1968 [библиогр. с. 361—376]; Бурбаки Н. Общая топология. Пер. с франц. М., 1969.

И. А. Шведов.

«ТОСИБА» (Tokyo Shibaura Electric Company, Ltd) — японская электротехническая фирма с широкой номенклатурой продукции. Имеет 25 заводов. Основана в 1875, разработкой ЭЦВМ занимается с 1954. ЭЦВМ разрабатывают и выпускают Электронный центр в г. Кавасаки, состоящий из Центр. научно-исследовательской лаборатории и завода ЭВМ, а также завод в г. Оме.

С 1968 фирма выпускает вычисл. машины на интегральных схемах. Из продукции фирмы известны малые настольные ЭЦВМ «TOSBAC-1500», машины средней мощности серий «TOSBAC -3400» и «TOSBAC-5100», машины большой мощности серии «TOSBAC-5400», управляющие вычисл. машины серий «TOSBAC-3000» и «TOSBAC-7000», аналоговые вычисл. машины «TOSBAC-200» и «TOSBAC-400».

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970.

С. Ф. Козубовский.

ТО́ЧКА РАВНОВЕ́СИЯ — неподвижная точка фазового пространства, соответствующая состоянию покоя динамической системы. Если дифф. уравнения

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)]; \qquad i = 1, \ldots, n \tag{1}$$

описывают процессы в какой-то динамической системе, то ее Т. р. представляет собой решение $x_i(t) \equiv \alpha_i = \text{const}$ $(i = 1, \ldots, n)$ следующей системы уравнений:

$$f_i[x_1(t), \ldots, x_n(t)] = 0; \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

В соответствии с количеством решений системы (2) динамическая система (1) может иметь одну, несколько или даже бесконечное множество (континуум) Т. р. В зависимости от поведения фазовых траекторий динамической системы в окрестности Т. р. последние могут быть устойчивыми, асимптотически устойчивыми или неустойчивыми (см. *Устойчивости непрерывных систем теория*).

Ю. Н. Чеховой.

ТО́ЧКИ ПЕРЕКЛЮЧЕ́НИЯ — точки в пространстве фазовых координат, в которых происходит переключение оптимального по быстродействию управления с $+1$ на -1 или наоборот (см. *Задача об оптимальном быстродействии*). Множество Т. п. образует поверхность переключения.

ТО́ЧНОСТЬ ВОСПРОИЗВЕДЕ́НИЯ СООБЩЕ́НИЯ — мера качества передачи сообщения по *каналу связи*. Математические требования, предъявляемые к Т. в. с. на выходе, обычно трактуют статистически. Наиболее общее условие Т. в. с. заключается в требовании, чтобы совместное распределение $P_{\xi\tilde{\xi}}(\cdot)$ сообщения на входе $\xi \in X$ и сообщения на выходе $\tilde{\xi} \in \tilde{X}$ принадлежало заданному мн-ву W *распределений вероятностей* на произведении пространств $X \times \tilde{X}$, т. е. $P_{\xi\tilde{\xi}}(\cdot) \in W$, где X и $\tilde{X}$ — пространства значений сообщений на входе и выходе канала соответственно. В приложениях наиболее часто Т. в. с. задают с помощью ф-ции двух переменных $\rho(x, \tilde{x})$, $x \in X$, $\tilde{x} \in \tilde{X}$, которая наз. ф-цией потерь. Значения ф-ции $\rho(x, \tilde{x})$ характеризуют «убыток», возникающий при передаче, в результате которой сообщение на входе x было воспринято на выходе как сообщение $\tilde{x}$. Правда, лишь в очень редких случаях удается указать хотя бы приблизительно вид ф-ции $\rho(x, \tilde{x})$, исходя из экономических или каких-либо других практических соображений. В большинстве случаев при выборе ф-ции потерь приходится руководствоваться грубыми суждениями о важности тех или иных ошибок и заботиться о том, чтобы матем. структура ф-ции была достаточно проста.

Если заданы сообщения, канал связи и метод передачи $\mathfrak{A}$ (т. е. методы кодирования и декодирования), то для каждого сообщения ξ_s, возникающего на входе в момент s, определено соответствующее сообщение на выходе $\tilde{\xi}_s$. *Математическое ожидание* $M_s = M\rho(\xi_s, \tilde{\xi}_s)$ наз. потерей в момент s при заданном способе передачи. Макс. потеря $M(\mathfrak{A})$ при заданном способе передачи $\mathfrak{A}$ определяется как предел

$$M(\mathfrak{A}) = \lim_{t\to\infty} M_0^t(\mathfrak{A}) = \sup_{0\leqslant s\leqslant\infty} M_s,$$

где $M_0^t(\mathfrak{A}) = \sup_{0\leqslant s<t} M_s$ — макс. потеря на отрезке $[0, t)$. Ср. потерей при способе передачи $\mathfrak{A}$ наз. величина

$$\overline{M}(\mathfrak{A}) = \lim_{t\to\infty} \overline{M}_0^t(\mathfrak{A}),$$

где $\overline{M}_0^t(\mathfrak{A})$ — ср. значение потери на отрезке $[0, t)$, определяемое как

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M_{s_i}, \quad 0 \leqslant s_1 < s_2 < \cdots < s_n < t \leqslant s_{n+1}$$

для источников с дискретным временем и как

$$\frac{1}{t}\int_0^t M_s ds -$$

для источников с непрерывным временем. Требования Т. в. с. состоят в том, чтобы макс. потеря M (𝔄) (или ср. потеря $\overline{M}$ (𝔄)) не превосходила некоторой заданной константы $\varepsilon > 0$. Если при этом в качестве меры качества используют M (𝔄), то это означает, что стремятся уменьшить потери при передаче в каждый момент времени и на каждом отрезке времени, а если используют меру $\overline{M}$ (𝔄), это означает, что допускают наличие, быть может, и значительных, потерь в отдельные моменты времени и добиваются только того, чтобы в среднем они не были велики. Условиями Т. в. с. часто являются требования:

а) $\sup_s P\{\xi_s \neq \tilde{\xi}_s\} \leqslant \varepsilon$;

б) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(\xi_{s_i} - \tilde{\xi}_{s_i})^2 \leqslant \varepsilon$

$\left(\text{либо } \frac{1}{t}\int_0^t M(\xi_s - \tilde{\xi}_s)^2\, ds \leqslant \varepsilon\right)$, получающиеся, если положить соответственно

$$\rho(x, \tilde{x}) = \begin{cases} 0, \text{ если } x = \tilde{x}; \\ 1, \text{ если } x \neq \tilde{x}, \end{cases}$$

или $\rho(x, \tilde{x}) = (x - \tilde{x})^2$.

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.

ТРАЕКТО́РИЯ ДОПУСТИ́МАЯ — траектория (решение) системы дифференциальных уравнений, описывающих движущийся объект в задачах *оптимального управления теории* и удовлетворяющая всем ограничениям, наложенным на задачу. Следовательно, Т. д. получается, если используют управление, удовлетворяющее всем наложенным на него ограничениям, и, кроме того, если эта траектория удовлетворяет *фазовым ограничениям*.

ТРАЕКТО́РИЯ ОПТИМА́ЛЬНАЯ — траектория, на которой достигается наименьшее или наибольшее значение оптимизируемого функционала в задачах *оптимального управления теории*.

ТРАЕКТО́РИЯ ФА́ЗОВАЯ — траектория, описывающая движение во времени в фазовом пространстве (см. *Фазовые координаты*).

ТРАНЗИ́СТОР — то же, что и *триод полупроводниковый*.

ТРАНЗИТИ́ВНЫЙ ГРАФ — ориентированный *граф*, в котором для любых трех вершин x, y, z наличие дуг из x в y и из y в z влечет наличие дуги из x в z (или петли при вершине x в случае $z = x$); для произвольного *Бержа графа* L его транзитивным замыканием наз. минимальный Т. г. Бержа, содержащий L в качестве суграфа.

ТРАНСЛЯ́ТОР, компилирующая программа, программирующая программа — программа, предназначенная для перевода (трансляции) описаний алгоритмов с одного *языка формального* на другой. Первый из этих языков наз. входным, второй — выходным. Наиболее распространены Т. с *языков процедурно-ориентированных* в *языки машинно-ориентированные* и *языки машинные*. Входной и выходной языки Т. выбираются в зависимости от принятой схемы трансляции. В схеме непосредственной трансляции выходным языком служит *команд система* ЦВМ. В схеме ступенчатой трансляции используется *язык промежуточный*, общий для группы входных языков. Т. первой ступени переводит тексты с входного языка на промежуточный язык, а Т. второй ступени — с промежуточного языка на язык конкретной ЦВМ.

Т. являются одним из осн. средств *автоматизации программирования*. Применение Т. не только облегчает составление отдельной *программы*, но и позволяет использовать в различных ЦВМ один и тот же алгоритм, написанный на некотором языке программирования. В зависимости от степени различия между входным и выходным языками Т. содержит от нескольких тысяч команд до нескольких десятков (а иногда и сотен) тысяч команд.

Различают Т. интерпретирующего и компилирующего типов. В Т. интерпретирующего типа процесс трансляции совмещается с выполнением составляемой им выходной программы. Т. компилирующего типа выдают выходную программу, которая затем может выполняться по мере необходимости. Т. интерпретирующего типа менее эффективны при пакетной обработке программ, но удобны в *диалога режиме* программиста с ЦВМ. В последнем случае, напр., при обнаружении ошибки во входном тексте, Т. может приостанавливать свою работу и выдавать сообщение о причине остановки. На основании этого сообщения программист дает Т. указание о дальнейшей работе. Он может, напр., внести исправление во входной текст и указать место, начиная с которого надо продолжать трансляцию. Подобные Т. наз. шаговыми. Шаговый принцип работы используется и в некоторых Т. компилирующего типа.

Процесс трансляции разделяется на несколько подпроцессов: синтаксический анализ и контроль текста на входном языке, анализ описаний данных и *памяти распределение* для объектов, обрабатываемых транслируемым алгоритмом, получение текста выходной программы и ее оптимизация, выдача результата работы Т. и др. Некоторые из этих подпроцессов, напр., оптимизация, могут отсутствовать.

С помощью синтаксического анализа текста на входном языке в нем распознаются некоторые синтаксические конструкции (операторы, выражения, переменные и т. п.). Одновременно выявляются допущенные синтаксические ошибки. В процессе анализа описаний данных систематизируются все сведения об обрабатываемых алгоритмом объектах. В функцию

распределения памяти входит установление соответствия между этими объектами и участками *памяти ЦВМ*. На основе синтаксического анализа и распределения памяти производится получение текста алгоритма на выходном языке. Выделенные синтаксические объекты входного языка заменяются на эквивалентные им группы синтаксических объектов выходного языка согласно семантике входного и выходного языков. В частности, если выходным языком является система команд ЦВМ, то объекты входного языка, определяющие некоторые действия, заменяются на группы команд.

Осн. целью оптимизации выходной программы является повышение скорости ее работы. Часто повышение скорости достигается за счет *эквивалентных преобразований* алгоритма на уровне входного языка. Примером такого преобразования может служить вынесение некоторых действий из циклически выполняющегося участка программы. Как правило, оптимизирующие алгоритмы используют нелинейный просмотр информации, что увеличивает время работы Т. Ввиду этого, зачастую целесообразно для одного и того же входного языка иметь два Т., один из которых позволяет осуществить быструю трансляцию, выдавая менее эффективные программы, а второй, хотя трансляция в нем происходит медленнее, выдает более эффективные программы. Первый из них целесообразнее использовать при обработке и отладке алгоритма (см. *Отладочные программы*), второй — при необходимости многократных просчетов по составленной программе.

В выдачу результатов работы Т. обычно включаются: печать в отредактированном виде входного текста, одновременная печать входного и выходного текстов, печать выявленных при трансляции ошибок, выдача выходной программы на внеш. носитель информации ЦВМ (перфокарты, перфоленту), запись выходной программы во внеш. память ЦВМ и др. Как правило, Т. накладывают некоторые количественные ограничения на входные тексты. Напр., ограничивается длина текста, к-во операторов и т.п. Нарушения этих ограничений рассматриваются как ошибки во входном тексте.

Для облегчения отладки составляемых программ Т. имеют спец. режимы работы, используя которые программист может внести в выходную программу операторы, предназначенные для выдачи дополнительной информации. Характер выдач может быть разнообразным — от выдачи значения отдельной величины до выдачи значений всех промежуточных результатов и информации о порядке выполнения операторов выходной программы. В последнем случае выходная программа выполняется в режиме интерпретации. Некоторые Т. могут составлять выходные программы разных уровней, причем программы более высокого уровня позволяют получить более подробные выдачи. Особое внимание уделяется тому, чтобы задание отладочных режимов работы Т. и выдача дополнительной информации во время отладки производились в терминах входного языка, поскольку во многих случаях пользователь хорошо знаком только с входным языком.

Развитие методов описания *алгоритмических языков* и методов трансляции привело к разработке *метатрансляторов*. Для работы метатранслятора задаются: входной текст и описание на *метаязыке* синтаксиса входного языка и семантических правил соответствия конструкций входного языка конструкциям выходного языка. Т. о., метатранслятор может использоваться в качестве Т. для целого класса входных и выходных языков.

Лит.: Современное программирование. Пер. с англ., сб. 1—2. М., 1966—67; Рендель Б., Рассел Л. Реализация АЛГОЛа-60. Пер. с англ. М., 1967 [библиогр. с. 468—472]; Хопгуд Ф. Методы компиляции. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 156—158].

В. В. Лущикович.

ТРАНСЛЯ́ТОР СИНТАКСИ́ЧЕСКИ УПРАВЛЯ́ЕМЫЙ — *транслятор*, в котором синтаксический анализ исходной программы осуществляется на основе формального описания синтаксиса входного языка. В связи с этим алгоритм анализа в Т. с. у. может обслуживать трансляцию с ряда языков, принадлежащих некоторому классу.

ТРА́НСПОРТНАЯ ЗАДА́ЧА — задача о наиболее рациональном плане перевозок однородного продукта из пунктов производства в пункты потребления. Пусть имеется m пунктов производства некоего однородного продукта $A_1, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ и n пунктов его потребления $B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_n$. В пункте A_i ($i = 1, \ldots, m$) производится a_i единиц, а в пункте B_j ($j = 1, \ldots, n$) потребляется b_j единиц продукта. Предполагают, что $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. Транспортные издержки, связанные с перевозкой единицы продукта из пункта A_i в пункт B_j равны c_{ij}. Суть Т. з. состоит в составлении оптимального плана перевозок, минимизирующего суммарные транспортные издержки и при реализации которого запросы всех пунктов потребления B_j, $j = 1, \ldots, n$, были бы удовлетворены за счет производства продукта в пунктах A_i, $i = 1, \ldots, m$. Пусть x_{ij} — к-во продукта, перевозимого из пункта A_i в пункт B_j. Тогда Т. з. математически формулируется так: определить значения переменных x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$, минимизирующих суммарные транспортные издержки $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$ при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \qquad i = 1, \ldots, m; \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \qquad j = 1, \ldots, n; \qquad (2)$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, m, \; j = 1, \ldots, n. \qquad (3)$$

Набор чисел x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, удовлетворяющий этим условиям, наз. планом перевозок, а его элементы — перевозками. План перевозок, минимизирующий суммарные транспортные издержки, наз. оптимальным.

Пусть P_{ij} — это $(m+n)$-мерный вектор, i-я и $(m+j)$-я компоненты которого равны единице, а остальные составляющие — нулю. План перевозок наз. опорным, если система векторов P_{ij}, соответствующих положительным перевозкам x_{ij}, линейно независима. Если опорный план перевозок содержит $m + n - 1$ положительных перевозок, то он невырожден. В противном случае имеет место вырожденность опорного плана перевозок. Т. з. наз. невырожденной, если все ее опорные планы перевозок невырождены, а если хотя бы один опорный план перевозок вырожден, то Т. з. вырождается. Можно доказать, что для невырожденности Т. з. необходимо и достаточно, чтобы для любого подмн-ва пунктов производства $A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_{k_1}}$, не совпадающего со всем мн-вом пунктов производства, и любого подмн-ва пунктов потребления $B_{j_1}, B_{j_2}, \ldots, B_{j_{k_2}}$ выполнялось условие

$$\sum_{l=1}^{k_1} a_{i_l} \neq \sum_{l=1}^{k_2} b_{j_l}.$$

Для устранения вырожденности, Т. з. незначительно изменяется, в результате получается новая невырожденная Т. з. В новой Т. з. объемы производств в пунктах A_i, $i = 1, \ldots, m$, равны $\tilde{a}_i = a_i + \varepsilon$, а объемы потребления пунктов B_j, $j = 1, \ldots, n$, равны

$$\tilde{b}_j = \begin{cases} b_j, & j = 1, \ldots, n-1; \\ b_j + m\varepsilon, & j = n, \end{cases}$$

где $0 < \varepsilon < \dfrac{1}{m-1}$. При достаточно малом ε решение новой Т. з. близко к решению исходной Т. з., причем новая Т. з. невырождена. Последовательность коммуникаций (A_{i_1}, B_{j_1}), (A_{i_2}, B_{j_1}), (A_{i_2}, B_{j_2}), $\ldots$, $(A_{i_{s-1}}, B_{j_{s-1}})$, $(A_{i_s}, B_{j_{s-1}})$, (A_{i_s}, B_{j_s}) наз. цепочкой, связывающей пункты A_{i_1} и B_{j_s}, (A_i, B_j) — коммуникация (дорога), связывающая пункт производства A_i с пунктом потребления B_j. Если к этой цепочке добавить коммуникацию (A_{i_1}, B_{j_s}), то получим замкнутую цепочку.

Т. з. решают спец. методами *программирования линейного*. Наиболее известны из них — метод потенциалов и т. н. венгерский метод.

Метод потенциалов основан на условиях оптимальности плана перевозок, которые формулируются так. Для оптимальности данного плана перевозок x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, необходимо и достаточно существование чисел u_i, $i = 1, \ldots, m$, и v_j, $j = 1, \ldots, n$, называемых потенциалами, таких, что выполняются следующие условия:

$$v_j - u_i \leqslant c_{ij}, \text{ если } x_{ij} = 0;$$
$$v_j - u_i = c_{ij}, \text{ если } x_{ij} > 0.$$

Этот метод дает возможность, отправляясь от некоторого невырожденного *опорного плана* перевозок, построить за конечное число итераций опорный план перевозок, также невырожденный, являющийся решением Т. з. Отдельная итерация метода заключается в преобразовании невырожденного опорного плана перевозок, полученного на предыдущей итерации т. о., что в результате получается новый невырожденный, опорный план перевозок, связанный с меньшими суммарными транспортными издержками. Преобразование опорного плана перевозок осуществляется с помощью некоторой замкнутой цепочки. На каждой итерации метода потенциалов требуется невырожденность опорного плана перевозок. Это достигается применением метода устранения вырожденности Т. з.

Венгерским методом, исходя из частичного плана перевозок, за конечное число итераций можно построить оптимальный план перевозок. Под частичным планом перевозок понимается набор чисел x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, удовлетворяющий условиям

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leqslant b_j, \quad x_{ij} \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, n.$$

Отдельная итерация венгерского метода заключается в преобразовании частичного плана перевозок, полученного на предыдущей итерации т. о., что в результате получается новый частичный план перевозок, более близкий к плану перевозок Т. з. Новый частичный план перевозок требует минимальных транспортных издержек среди всех частичных планов перевозок, осуществляющих такой же суммарный объем перевозок. Через конечное число итераций получаем оптимальный план перевозок.

Лит.: Триус Е. Б. Задачи математического программирования транспортного типа. М., 1967 [библиогр. с. 202—204]; Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. М., 1969 [библиогр. с. 375—378].

И. М. Мельник.

ТРАНСПОРТНАЯ СЕТЬ — в простейшем случае *Бержа граф* $L = (X, U)$, каждой дуге $u \in U$ которого приписана пропускная способность — целое число $c(u) \geqslant 0$, а среди вершин особо выделены две: вход x_0 и выход z. Потоком по Т. с. наз. ф-ция $\varphi(u)$, определенная на дугах, принимающая целые значения и такая, что:

1) $\forall\, u \in U\, [0 \leqslant \varphi(u) \leqslant c(u)]$;

2) для любой вершины $x \in X \setminus \{x_0, z\}$ сумма значений $\varphi(u)$ на всех дугах, заходящих в x, равна сумме значений на дугах, исходящих из x.

Сумма значений $\varphi(u)$ на дугах, заходящих в z, равна сумме значений на дугах, исходящих

из x_0, и наз. величиной потока. Разрезом Т. с., определяемым подмн-вом $A \subseteq X \setminus \{z\}$ ее вершин, содержащим x_0, наз. мн-во U_A тех дуг, которые имеют начало в A, а конец в $X \setminus A$; пропускной способностью разреза наз. сумма $\Sigma\, c\,(u)$ по всем $u \in U_A$.

Осн. теорема теории Т. с.: наибольшая величина потока по сети равна наименьшей из пропускных способностей ее разрезов. С помощью этой теоремы обосновывают следующий практически эффективный *алгоритм* Форда—Фалкерсона для нахождения наибольшего потока: пусть какой-то поток φ уже известен (напр., тривиальный $\varphi\,(u) \equiv 0$); 1) ищем такую *цепь* Q с началом x_0 и концом z, что на каждой её дуге u, ориентированной в направлении обхода цепи, $\varphi\,(u) < c\,(u)$, а на каждой дуге, ориентированной в направлении, противоположном обходу, $\varphi\,(u) > 0$; заменив $\varphi\,(u)$ на $\varphi\,(u) + 1$, если u — дуга 1-го типа, и на $\varphi\,(u) - 1$, если u — дуга 2-го типа (и не меняя значений $\varphi\,(u)$ на дугах, не принадлежащих цепи Q), увеличим поток по сети на 1; 2) если цепей указанного вида больше нет, то поток φ — наибольший.

В более общем случае Т. с. может иметь по нескольку входов и выходов, а вместо чисел $c\,(u)$ задают произвольные мн-ва $M\,(u)$ целых неотрицательных чисел, и условие (1) заменяют таким: $\forall\, u \in U\,[\varphi\,(u) \in M\,(u)]$; проблема существования потока по такой сети уже не тривиальна (т. к. некоторые $M\,(u)$ могут не содержать числа 0). В случае, когда все $M\,(u)$ — целочисленные интервалы (конечные или бесконечные), задачи существования, максимизации и минимизации потока сводятся к рассмотренной выше, а для общего случая их эффективное решение не найдено. С другой стороны, к задачам, рассматриваемым в теории Т. с., можно свести многие комбинаторные задачи, в т. ч. задачи, рассматриваемые в *графов теории*.

Лит.: Хоанг Туй. Графы и транспортные задачи. «Сибирский математический журнал», 1963, т. 4, № 2; Визинг В. Г., Плесневич Г. С. К проблеме минимальной раскраски вершин графа. «Сибирский математический журнал», 1965, т. 6, № 1; Берж К. Теория графов и ее применения. Пер. с франц. М., 1962 [библиогр. с. 293—302]; Форд Л. Р., Фалкерсон Д. Р. Потоки в сетях. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 266—272].

А. А. Зыков.

ТРАНСФЛЮКСОР — *запоминающий элемент* из магнитного материала с прямоугольной петлей гистерезиса (с двумя неравными отверстиями), действующий по принципу перераспределения магнитного потока. Т. был предложен в 1955 в качестве запоминающего элемента со считыванием информации без ее разрушения. Т. простейшего вида (в режиме запоминающего элемента *оперативного запоминающего устройства*) соединяются с электронными схемами записи и считывания посредством координатных шин. Для записи информации служат координатные шины 1 и 2, а для считывания — шины 3 и 4 (см. рис.). Подачей тока в шину 1 Т. устанавливается в нулевое (блокированное) состояние («0»). Перемычки *а* и *б* при этом намагничены в одинаковом направлении до насыщения. Импульс тока считывания любой полярности, поданный в шину 3, не трансформируется в съемную шину 4, поскольку изменение потока вокруг малого отверстия пренебрежимо мало из-за большого магн. сопротивления перемычек, намагниченных до насыщения.

Если ток считывания создает магн. поток, совпадающий с направлением потока, напр., в перемычке *а*, то дальнейшего увеличения потока вокруг малого отверстия не происходит вследствие того, что перемычка *а* уже на-

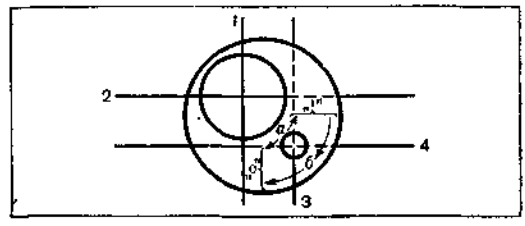


Схема трансфлюксора.

магничена до насыщения. Если ток считывания создает поток, совпадающий с направлением потока в перемычке *б*, то изменения величины потока не наблюдается вследствие намагничения до насыщения перемычки *б*. Изменения магн. потока вокруг малого и большого отверстий также не происходит, т. к. напряженность магн. поля, создаваемого током считывания вокруг большого отверстия, не превышает коэрцитивной силы. В единичное состояние («1») Т. устанавливается подачей двух полутоков, одновременно поступающих в шины 1 и 2 от электронных схем записи. Напряженность поля, создаваемого каждым из полутоков в отдельности, которые не находятся на пересечении шин 1 и 2, меньше коэрцитивной силы и не влияет на распределение магн. потока в Т. Магн. поле этих полутоков является достаточным для изменения направления намагниченности только в перемычке *а*. Таким образом, перемычки оказываются намагниченными в противоположных направлениях. Двухполярный импульс считывания, поданный в шину 3, производит изменение магн. потока вокруг малого отверстия, в результате чего в шине 4 наводится эдс. Вторая полярность импульса считывания восстанавливает первоначальное направление намагниченности вокруг малого отверстия, поэтому считывание может производиться неограниченное число раз без разрушения информации. Частота считывания с Т. ограничена нагревом магн. материала и, как правило, не превышает 1 *Мгц*. Частота записи примерно в 2—3 раза меньше, поскольку перемагничивание материала при записи производится полем, незначительно превосходящим коэрцитивную силу. Наличие двух независимых систем координатных шин для записи и считывания эффективно используется для совмещения во времени цикла записи и считывания по двум различным адресам *запоминающего*

устройства (ЗУ), благодаря чему достигается значительное увеличение быстродействия.

Свойство Т. сохранять информацию при считывании обеспечило им применение в качестве запоминающих элементов *запоминающих устройств ассоциативных* и *долговременных запоминающих устройств*. Смена информации в долговременном ЗУ обычно производится вручную путем пропускания токов соответствующей величины через большие отверстия Т. Как и обычные тороидальные сердечники с прямоугольной петлей гистерезиса, Т. могут быть использованы для построения логических элементов.

Т. изготовляются методом прессовки ферритового порошка по технологии, применяемой для производства обычных кольцеобразных запоминающих сердечников. Широко не применяются из-за сложности прошивки координатными проводами и значительной мощности в цепях управления, а по ряду показателей (быстродействию, потреблению энергии) Т. уступают некоторым другим элементам, в частности *биаксам*.

Лит.: Розенблат М. А. Бесконтактные магнитные устройства автоматики. М., 1961 [библиогр. с. 176—177]; Бардиж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. М., 1967 [библиогр. с. 438—451]; Крайзмер Л. П. Хранение информации в кибернетических системах. В кн. Информация и кибернетика. М., 1967. *А. Д. Бех.*

ТРАНСЦЕНДЕ́НТНЫЕ УРАВНЕ́НИЯ — класс уравнений в математике. См. *Уравнений классификация.*

ТРИ́ГГЕР — логическая схема с обратными связями, которая может находиться в одном из двух устойчивых состояний, обеспечиваемых этими связями. Изменение состояния Т. вызывается входными сигналами в соответствии с ур-ниями $\overline{X_1 \vee Y_1} = X_2$, $\overline{X_2 \vee Y_2} = X_1$, где Y_1, Y_2 — входы, а X_1, X_2 — выходы. В *вычислительной технике* Т. используют для промежуточного хранения цифр, представляющих собой информацию, получаемую в процессе выполнения логич. и арифм. операций и управляющую этими процессами. При этом физ. представление запоминаемых цифр такое же, как и преобразование на логич. элементах без запоминания, что позволяет включить информацию на Т. непосредственно в общий процесс переработки. Способ запоминания информации в Т. принципиально отличается от применяемого в элементах *запоминающих устройств*, где запоминание основано только на физ. представлении информации.

По виду получаемых сигналов (потенциальных и импульсных) различают статические и динамические Т. (см *Триггер статический, Триггер динамический.*) В статическом Т. одному из его устойчивых состояний условно ставится в соответствии логич. единица, другому — логич. нуль. В динамическом Т. состоянию «1» соответствует циркуляция импульсов в Т., а состоянию «0» отсутствие циркуляция. В определении устойчивое состояние Т. устанавливается подачей отрицательных (положительных) потенциалов на входы Y_1 или Y_2. Если, напр., под воздействием входного сигнала Y_1 Т. оказывается в состоянии «1», то с помощью логич. *обратной связи* он сохраняет это значение и тогда, когда значение входного сигнала Y_1 изменится на противоположное. В этом случае Т. перейдет в состояние, соответствующее «0», только под воздействием входного сигнала Y_2. Такой Т. наз. триггером с раздельными входами. Он запоминает входную информацию, не преобразовывая ее.

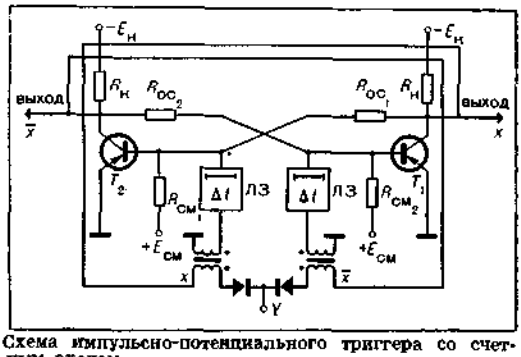


Схема импульсно-потенциального триггера со счетным входом.

Иногда удобно совмещать в Т. ф-цию запоминания с ф-цией сложения по модулю 2. Для этого применяют триггер со счетным входом, состояние которого отражает одну переменную (X), а входной сигнал — другую (Y) (рис.). Тогда сумма, представляющая новое состояние Т., выражается (в терминах *алгебры логики*) ф-цией от аргументов X и Y: $X_\Sigma = X\bar{Y} \vee \bar{X}Y$.

Для правильной работы Т. со счетным входом необходимо, чтобы задержка на линии задержки (ЛЗ) была больше длительности входного импульса. В этом случае один входной импульс переключит Т. только один раз. С другой стороны, задержка на ЛЗ должна быть меньше длительности периода входных импульсов, чтобы Т., переключенный предыдущим сигналом, был готов к работе от следующего входного импульса.

По электр. режиму транзисторов, из которых они собраны, Т. делятся на насыщенные и ненасыщенные. В насыщенном Т. открытый транзистор находится в насыщении. Для такого Т. характерны простота схемы и низкие уровни потенциалов на открытом транзисторе. Однако при переключении Т. для вывода транзистора из насыщения необходимо дополнительное время, поэтому насыщенные Т. могут работать на более низкой частоте следования входных сигналов. Насыщение транзисторов в Т. можно снимать с помощью резистора $R_э$ в цепи эмиттеров. Резистор $R_э$ ограничивает ток в цепи коллектор — эмиттер открытого транзистора и, следовательно, не позволяет транзистору насыщаться. Однако в этом случае выходное напряжение на открытом транзиторе полностью зависит от тока

нагрузки. Более эффективный метод снятия насыщения открытого транзистора — использование цепочки обратной связи в цепи база — коллектор *триода полупроводникового* или фиксации уровня напряжения на коллекторе транзистора. При использовании цепочки обратной связи напряжение на коллекторе транзистора (U_0) по абсолютной величине не может превысить напряжение перехода база — эмиттер ($U_{бэ}$) и падение напряжения на резисторе $R_{ос}$ + $|U_0| \leqslant |U_{бэ} + U_{R_{ос}}|$ за счет диодной привязки базового уровня к уровню коллекторного напряжения. С помощью резистора $R_{ос}$ можно подобрать такой режим, при котором транзистор не сможет зайти в насыщение. Уровень выходного напряжения открытого транзистора можно фиксировать относительно земли открытым диодом, тогда входное напряжение закрытого транзистора определится напряжением отсечки и падением напряжения на открытом диоде. Помимо своего осн. назначения такие схемы фиксируют уровни напряжений на выходе Т.

Каждую триггерную схему можно использовать для запоминания одного разряда двоичного числа. Несколько Т. в зависимости от способа соединения могут образовать *регистр* или *счетчик*. Тип Т. выбирают в зависимости от экономических и технических соображений, учитывая особенности каждого конкретного случая.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]. *Г. И. Корниенко.*

ТРИГГЕР ДИНАМИЧЕСКИЙ — триггер, отдельные параметры которого хотя бы в одном из двух его устойчивых состояний периодически изменяются. Т. д. представляет собой замкнутую цепь, по которой циркулируют импульсы, если *триггер* находится в состоянии «1». Два устойчивых состояния Т. д. — единичное и нулевое — обычно определяются наличием или отсутствием импульсов на его выходе. Сигнал на выходе Т. д. принимает единичные значения только в определенные моменты времени. Для циркуляции импульсов необходимо обеспечить появление выходного сигнала через определенное время после его прекращения, пока триггер находится в единичном состоянии. Это обеспечивается путем установки в цепи триггера элемента задержки (ЭЗ) (рис., *а*). Для этого нужны очень точные ЭЗ, т. к. из-за рассогласования этих элементов сигнал в длинной логич. цепочке может исчезнуть.

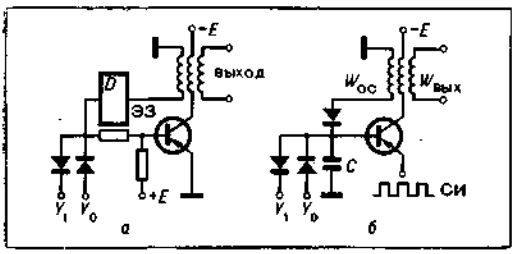


Схема динамического триггера на транзисторе: *а* — с элементом задержки; *б* — с запоминающей емкостью.

Второй способ (рис., *б*) предусматривает установку в цепи базы транзистора запоминающей емкости. От первого способа он отличается только организацией циклического повторения выходного сигнала. В этом случае выходной активный сигнал запоминается в виде особого кратковременного состояния цепи триггера. Это состояние определяется наличием заряда на запоминающей емкости *C*. До того, как емкость разрядится, на триггер поступает синхронизирующий импульс (СИ), открывающий транзистор. Возникающий при этом импульс тока коллектора трансформируется в выходной обмотке $W_{вых}$ и в обмотке *обратной связи* $W_{ос}$, поддерживая заряд емкости *C*. Процесс циркуляции импульса в Т. д. продолжается до тех пор, пока на вход установки триггера в нулевое положение Y_0 не поступит положительный импульс такой длительности, которой достаточно для разряда емкости *C*. В этом случае, чтобы установить триггер в единичное состояние, необходимо заново зарядить емкость *C* отрицательным импульсом по единичному входу Y_1. На Т. д. можно строить различные логич. схемы *вычислительной техники*, но при этом необходимо четко синхронизировать их работу во всем устр-ве.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]. *Г. И. Корниенко.*

ТРИГГЕР СТАТИЧЕСКИЙ — триггер, параметры которого в одном из двух устойчивых состояний неизменны. В устр-вах вычисл. техники *триггер* выполняется на электронных лампах, *триодах полупроводниковых* или на ферритовых сердечниках с выходными транзисторными усилителями. Схема Т. с. представляет собой двухпозиционный элемент, построенный на двух усилителях-инверторах, связанных положительными *обратными связями* (рис.). Наличие этих связей приводит к тому, что в устойчивом состоянии один транзистор открыт, а другой закрыт. Открытый транзистор удерживается в насыщенном состоянии прямым током базы, протекающим через резистор обратной связи ($R_{ос}$) и резистор в коллекторе закрытого транзистора ($R_к$) к источнику отрицательного напряжения $E_к$. В свою очередь, закрытый транзистор удерживается в этом состоянии положительным потенциалом на базе с помощью делителя на резисторах $R_{ос}$ и $R_{см}$, включенного между источником положительного напряжения $E_{см}$ и потенциалом коллектора открытого транзистора. В одном из устойчивых состояний Т. с. будет находиться до тех пор, пока внеш. запускающий сигнал не переведет его в противоположное состояние. На рис. показан Т. с. с раздельными входами, управление которым осуществляется отрицательными потенциалами Y_1 и Y_2 в плечи закрытых транзисторов. Отрицательный сигнал, приходя на базу за-

крытого транзистора, открывает его. Потенциал коллектора этого транзистора приближается к нулю и соответственно вызывает возрастание потенциала базы ранее открытого транзистора, закрывая его. Т. о. по окончании переходного процесса триггер окажется в противоположном состоянии.

Время переходного процесса при переключении триггера определяет его быстродействие. Для сокращения времени переключения триггера фиксируют оба уровня выходных напряжений. Ограничение выходного напряжения

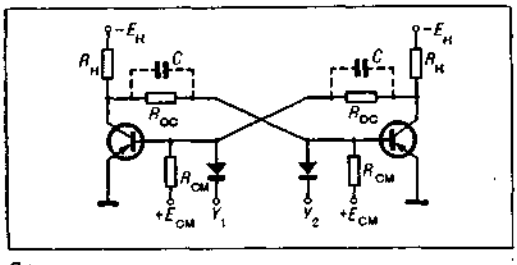


Схема статического триггера.

на коллекторе закрытого транзистора способствует ускорению перезаряда выходных емкостей нагрузки и монтажа. Для увеличения быстродействия триггера используют также конденсаторы C, включаемые параллельно резисторам обратной связи $R_{ос}$. Эти конденсаторы образуют динамическую обратную связь, форсируя переключение триггера.

Т. с. часто изготавливают в виде отдельных конструктивных ячеек; их можно рассматривать как строго определенные композиции логич. элементов, содержащих в своем составе инверторы — усилители, схемы совпадений и схемы разделений.

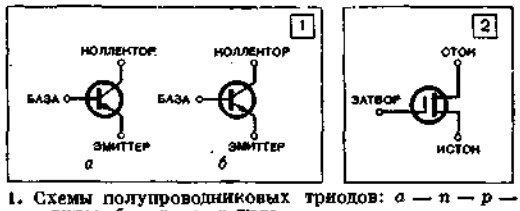
Лит.: Дроздов Е. А., Комарницкий В. А., Пятибратов А. П. Электронные цифровые вычислительные машины. М., 1968 [библиогр. с. 597—598]. *Г. И. Корниенко.*

ТРИОД ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ, транзистор — прибор для усиления, генерирования и других преобразований электрических сигналов. Т. п. — это монокристалл германия или кремния, разделенный на три зоны с поочередно меняющимися типами проводимости (электронной и «дырочной»). В соответствии с этим различают триоды $n-p-n$-типа и триоды $p-n-p$-типа (рис. 1). Работа Т. п. этих типов тождественна при условии изменения знаков всех приложенных к этим Т. п. напряжений. Электродами Т. п. являются: эмиттер, т. е. источник носителей заряда (электронов в $n-p-n$-триоде и «дырок» в $p-n-p$-триоде), база (иногда наз. основанием), являющаяся управляющим электродом, и коллектор, собирающий носители, инъектированные эмиттером.

Первым Т. п. был точечный, обладающий рядом особых свойств, важнейшим из которых было наличие области с отрицательным активным сопротивлением. Однако в производстве точечных триодов не удалось добиться требуемой повторяемости параметров от образца к образцу, и они не нашли широкого применения.

Плоскостные Т. п., в которых была достигнута высокая повторяемость параметров, стали осн. элементами, заменившими лампы в радиоэлектронной аппаратуре. Применение их в схемах ЭВМ второго поколения позволило существенно снизить потребляемую мощность, габариты и вес аппаратуры, повысить ее надежность. Плоскостной Т. п. в первом приближении представляет совокупность двух $p-n$-переходов, включенных последовательно и навстречу друг другу. В зависимости от тока между базой и эмиттером триода меняется сопротивление между эмиттером и коллектором этого триода, достигая сотен *ком* в закрытом состоянии триода (при отсутствии входного тока) и единиц *ом* в открытом состоянии. Это определяет высокую эффективность Т. п. как переключательного элемента. Для реализации различных логич. ф-ций он включается как управляемое нелинейное сопротивление. Существуют три способа включения Т. п. в качестве четырехполюсника. Включение по схеме с общим (заземленным) эмиттером позволяет получить усилитель тока или усилитель напряжения с одновременным сдвигом фазы входного сигнала на 180°. Это включение наиболее часто используется в вычисл. технике для построения логического элемента, осуществляющего инверсию сигнала. Включение по схеме с общей базой позволяет получить *усилитель* напряжения с малым входным сопротивлением и без инверсии входного сигнала. Включение по схеме с общим коллектором позволяет получить усилитель тока с малым выходным сопротивлением и без инверсии входного сигнала (эмиттерный повторитель), выполняющий логич. ф-цию тождества. Это включение часто используют и в вычисл. технике для согласования различных устр-в и блоков, а также для увеличения коэфф. разветвления логич. схем.

Осн. параметры Т. п.: коэфф. усиления тока β (для схемы с общим эмиттером) и неуправляемый обратный ток коллектора $I_{ко}$, протекающий через коллекторный $p-n$-переход при отсутствии входного базового тока. На-



1. Схемы полупроводниковых триодов: *а* — $n-p-n$-типа; *б* — $p-n-p$-типа.
2. Схема триода с МОП-структурой.

личие двух типов носителей (т. н. «основных» и «неосновных») в триоде обусловливает сильную зависимость параметров триода от т-ры, режима работы и частоты. Т. п. классифицируют по типам и группам в зависимости от

эксплуатационных параметров. В соответствии с макс. частотой генерации различают низкочастотные, среднечастотные и высокочастотные триоды. По допустимой рассеиваемой мощности различают Т. п. маломощные, средней мощности и мощные. По технологии изготовления Т. п. бывают сплавные, диффузионные, планарные и др. типов.

В 60-х годах 20 ст. получили распространение полевые и канальные триоды (рис. 2.). Управление в них осуществляется не входным током, как в плоскостном триоде, а входным напряжением, подаваемым через электрод, называемый з а т в о р о м. Между двумя др. электродами (истоком и стоком) образуется канал, по которому проходят носители только одного типа — n или p. Затвор отделен от канала либо p — n-переходом, смещенным всегда в обратном направлении, либо слоем диэлектрика. В последнем случае получается структура металл—диэлектрик—полупроводник (т. н. МДП-структура), на базе которой оказалось возможным получить не только отдельный триод, а большой набор электрорадиокомпонент (см. *Интегральная схема*). Полевые триоды обладают высоким входным сопротивлением, их параметры в меньшей степени зависят от т-ры, режима работы, частоты и др. факторов. Одновременное применение Т. п. различных типов позволяет получить схемы, не имеющие соответствующих аналогов в ламповой технике. Кремниевые триоды являются осн. элементами интегр. микросхем, применение которых лежит в основе построения вычисл. машин третьего и четвертого поколений (см. *Микроэлектронная элементная база вычислительной техники*).

Лит.: Полупроводниковые приборы и их применение. в. 1—27. М., 1956—73. *Г. И. Корниенко.*

ТЬЮРИНГА МАШИНА — математическое понятие, введенное как формальное уточнение интуитивного понятия алгоритма. Названо по имени англ. матем. А. Тьюринга (1912—54), который ввел его в 1936. Аналогичную концепцию машины позднее и независимо от Тьюринга ввел амер. математик Э. Пост (1897—1954).

В каждой Т. м. есть следующие три части: 1) неограниченная в обе стороны лента, разделенная на ячейки; 2) управляющее устройство (УУ); 3) головка (Г). С каждой Т. м. связаны два конечных алфавита: алфавит внеш. символов $A = \{a_0, a_1, \ldots, a_m\}$ и алфавит внутр. состояний $Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_k\}$ (с разными Т. м. могут быть связаны разные алфавиты). В любой момент времени в каждой ячейке ленты записана одна буква из A (считается, что A содержит пустую букву a_0, т. е. отсутствие записи в ячейке интерпретируется как запись буквы a_0), УУ находится в одном из состояний $q \in Q$ и Г обозревает одну из ячеек ленты. Часто Т. м. изображают схематически (рис.).

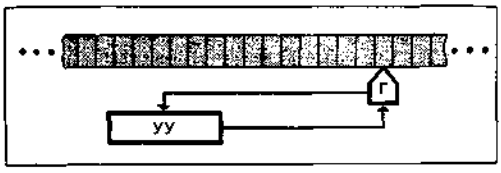


Схема машины Тьюринга.

Совокупность сведений о состоянии УУ и записи на ленте машины (с указанием обозреваемой ячейки) наз. к о н ф и г у р а ц и е й Т. м. Работа Т. м. состоит из тактов, в каждом из которых выполняется преобразование конфигурации, в которой Т. м. находится в данный момент времени t ($t = 1, 2, \ldots$), в конфигурацию, в которой машина будет находиться в момент $t + 1$. Это преобразование зависит только от состояния УУ и содержимого обозреваемой ячейки в момент t и заключается: а) в изменении состояния q_i в некоторое состояние q_l; б) в замене буквы a_j, записанной в обозреваемой ячейке, некоторой буквой a_p; в) в сдвигании Г на одну ячейку влево или вправо (Г может и не сдвигаться). Такое преобразование наз. к о м а н д о й Т. м. Символически его записывают в виде $q_i \cdot a_j \to q_l a_p R$, где R — одна из букв Л, П, Н (буквой Л обозначают сдвиг влево, П — сдвиг вправо, Н — отсутствие сдвига).

Совокупность всех команд, которые выполняет Т. м., наз. ее программой. Для каждой буквы $a_j \in A$ и состояния $q_i \in Q$ программа содержит в точности одну команду с левой частью $q_i a_j$. Поэтому работа Т. м. определяется однозначно, если фиксировать конфигурацию K_1, с которой она начинает работать. А именно: в 1-м такте K_1 преобразуется в конфигурацию K_2 выполнением единственной применимой к K_1 команды, во 2-м такте K_2 преобразуется таким же образом в конфигурацию K_3 и т. д. Работа Т. м., как описано выше, продолжается неограниченно, с какой бы конфигурации она ни начиналась, однако можно ввести некоторые правила остановки этого процесса. Напр., можно считать, что работа Т. м. прекращается на l-ом такте, если в этом такте (и, следовательно, во всех дальнейших) изменения конфигурации не происходит. При другом способе остановки процесса работы используют понятие заключительных состояний, т. е. таких состояний, придя в которые машина останавливается. Конфигурация, в которой машина останавливается, наз. з а к л ю ч и т е л ь н о й.

А. Тьюринг привел ряд убедительных доводов, что любой алгоритм может быть в некотором смысле реализован на Т. м. Это позволило уточнить важное понятие эффективно вычислимой (т. е. вычислимой с помощью алгоритма) ф-ции через понятие ф-ции, вычислимой на Т. м. (тезис Тьюринга). Последнее понятие может быть введено несколькими эквивалентными способами. Приведем один из них. Пусть Σ_1 и Σ_2 — некоторые конечные алфавиты, ф-ция f определена на некоторых словах в алфавите Σ_1 и значениями ее являются

слова в алфавите Σ_2. Выделим во мн-ве Q некоторое (начальное) состояние q_0. Если P — слово в алфавите Σ_1, то через $K(P)$ обозначим конфигурацию следующего вида: на ленте записано слово P, Г обозревает первую слева непустую ячейку, УУ находится в состоянии q_0. Конфигурацию вида $K(P)$ назовем начальной. Говорят, что Т. м. $\mathfrak{M}$ вычисляет словарную ф-цию f, если для любого слова P работа машины $\mathfrak{M}$ над конфигурацией $K(P)$ заканчивается в том и только в том случае, когда f определена на P и в конце работы на ленте записано слово $f(P)$.

Каждое слово P в алфавите из m букв можно отождествить с натуральным числом (в m-ичной системе счисления). Поэтому уточнение понятия вычислимой словарной ф-ции приводит и к уточнению понятия вычислимой числовой ф-ции. Тьюринг доказал, что класс числовых ф-ций, вычислимых на Т. м., совпадает с классом частично рекурсивных функций.

Чрезвычайно важное значение имеет существование универсальных Т. м., на которых можно в некотором смысле вычислять любую вычислимую ф-цию. При построении такой машины исходят из того, что можно осуществить такое кодирование программ и конфигураций Т. м. словами в фиксированном алфавите, напр., в алфавите $\{0,1\}$, что по коду программы Π легко восстановить любую команду из Π и по коду конфигурации K — ту команду, которая применима к K.

Универсальная Т. м. U работает следующим образом: в начальный момент на ленту записывают *код* программы Т. м. $\mathfrak{M}$ и код исходной конфигурации K, на которой $\mathfrak{M}$ должна работать. Машина U работает над такой конфигурацией подобно человеку, который, зная программу $\mathfrak{M}$, может такт за тактом выполнять работу $\mathfrak{M}$ над K, отыскивая каждый раз в программе $\mathfrak{M}$ ту команду, которую нужно выполнить в этом такте (U может делать это, учитывая все, что было сказано выше о кодировании программ и конфигураций). При этом, одному такту работы $\mathfrak{M}$ соответствуют несколько тактов машины U, которые ей нужны для отыскания и выполнения той команды, которую должна выполнить $\mathfrak{M}$.

Аналогия между универсальными Т. м. и универсальными ЭВМ заключается в том, что те и другие снабжаются, кроме исходных данных решаемой задачи, программой ее решения. По существу, универсальную Т. м. можно считать идеализированной моделью универсальной ЭВМ. При этом отвлекаются от того обстоятельства, что ЭВМ обладает конечной памятью, поскольку ее внешнюю память по мере надобности можно дополнять.

Моделирование. Описанная выше идея построения универсальной Т. м. связана с интуитивным понятием подражания одной Т. м. другой, которое уточняется в терминах понятия моделирования. Моделирование является одним из осн. способов сравнения различных Т. м. или классов таких машин. Пусть $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ — две Т. м. и φ — ф-ция, ставящая в соответствие некоторым конфигурациям машины $\mathfrak{M}_2$ конфигурации машины $\mathfrak{M}_1$. Обозначим через $\varphi^{-1}(K)$ мн-во конфигураций $\mathfrak{M}_2$ (кодов конфигурации K), которые φ отображает в конфигурацию K машины $\mathfrak{M}_1$. Будем считать, что φ удовлетворяет условиям: 1) область значений φ охватывает все конфигурации Т. м. $\mathfrak{M}_1$; 2) если K — начальная (или заключительная) конфигурация машины $\mathfrak{M}_1$, то $\varphi^{-1}(K)$ содержит только начальные (или только заключительные) конфигурации машины $\mathfrak{M}_2$.

Пусть $K_1, K_2, \ldots$ — последовательность конфигураций, возникающих одна за другой без пропуска в процессе работы машины $\mathfrak{M}_1$, и пусть $\mathfrak{M}_2$, начиная работать с некоторой конфигурации $L_1 \in \varphi^{-1}(K_1)$, порождает последовательность конфигураций $L_1, L_2, L_3, \ldots$, причем существуют числа $1 = i_1 < i_2 < \ldots$ такие, что $L_{i_r} \in \varphi^{-1}(K_r)$, где $r = 1, 2, \ldots$ Если это верно для любой конфигурации K_1 машины $\mathfrak{M}_1$, то говорят, что $\mathfrak{M}_2$ моделирует машину $\mathfrak{M}_1$ с декодирующей ф-цией φ. Тогда приведенное выше утверждение о существовании универсальной Т. м. может быть сформулировано в более сильной форме: существует Т. м., которая моделирует работу произвольной Т. м. при подходящем (весьма простом, как и всюду ниже) кодировании.

Приведем еще несколько утверждений, связанных с понятием моделирования: а) любую Т. м. можно моделировать на Т. м. с двумя состояниями, и существует Т. м., которую нельзя моделировать на Т. м. с одним состоянием; б) любую Т. м. можно моделировать на Т. м. с двумя символами внешнего алфавита; в) любую Т. м. можно моделировать на Т. м. с лентой, неограниченной только в одну сторону (считается, что Г такой машины не сходит с ленты, т. е. машина «чувствует», когда ее Г обозревает крайнюю ячейку).

Варианты машин Тьюринга. Наряду с рассмотренным выше осн. понятием Т. м., изучались и некоторые варианты этого понятия, которые можно разделить на два осн. типа. К 1-му типу относятся машины, функционирующие с ограничениями (т. е. в программах таких машин участвуют команды только некоторого спец. вида).

Напр., машинами 1-го типа являются следующие разновидности Т. м.: 1) *автоматы конечные* можно представить как Т. м., Г которых в каждом такте работы сдвигаются вправо, т. е. любая команда из программы имеет вид: $q_i a_j \to q_l a_p \Pi$; 2) автоматы Рабина—Скотта — это Т. м., имеющие команды вида: $q_i a_j \to q_l a_j R$, т. е. в процессе работы запись на ленте не меняется. Класс множеств, распознаваемых на автоматах Рабина—Скотта, совпадает с классом регулярных множеств; 3) слабостирающие (в частности, нестирающие) Т. м. В этом случае во внешнем алфавите A машины вводится частичный порядок ν, и машина может менять на ленте символ α только на символ $\beta > \alpha$. Для нестирающих машин это условие имеет следующий вид: алфавит A

состоит из букв «0», «1», причем «1» больше «0». Доказано, что при подходящем кодировании любая Т. м. может быть моделирована на нестирающей Т. м.

Машины 2-го типа представляют собой естественные обобщения Т. м. и могут отличаться от них числом лент, головок и т. д. Рассмотрим некоторые из них. 1) Многоголовочные Т. м. Каждая из Г такой машины обозревает некоторую ячейку ленты. Работа машины заключается в изменении состояния УУ, содержимого каких-нибудь из обозреваемых ячеек (возможно, всех) и передвижения некоторых Г (возможно, всех) на одну ячейку влево или вправо (разные Г могут сдвигаться в разные стороны). Кроме того, должна быть предусмотрена однозначность записи в обозреваемые ячейки, когда несколько Г обозревают одну и ту же ячейку. 2) Многоленточные Т. м. На каждой ленте находится одна или несколько головок. Работа многоленточной машины зависит от содержимого всех обозреваемых ячеек на всех лентах и аналогична работе многоголовочной Т. м. 3) В Т. м. с многомерной лентой команды машины сохраняют прежний вид (добавляется только возможность сдвигов Г в нескольких направлениях). Любая из этих трех машин может быть моделирована на Т. м. обычного вида (с одной одномерной лентой и одной Г).

Частным случаем Т. м. с многими неограниченными только в одну сторону лентами являются т. н. машины Минского (или счетчиковые машины). Внеш. алфавит каждой ленты машины Минского унарный, на каждой ленте находится одна Г. Каждая команда n-ленточной машины Минского имеет вид: $q\alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_n \to q' R_1 R_2 \ldots R_n$, где α_i — равно «0» или «1» в зависимости от того, обозревает ли Г на i-ой ленте самую левую ячейку, R_i задает сдвиг Г на i-ой ленте, причем имеется естественное ограничение: если $\alpha_i = 0$, то $R_i \in \{H, \Pi\}$. Кодируя аргумент и значение ф-ции положением Г на одной из лент (если Г обозревает x-ую ячейку, то этим задается число x), на подходящей трехленточной машине Минского можно вычислить любую частично рекурсивную ф-цию. На двухленточных машинах при указанном кодировании чисел это сделать невозможно, однако при более сложном кодировании на двухленточных машинах также можно вычислять любые частично рекурсивные ф-ции.

Машины всех указанных выше видов таковы, что их работа вполне определяется той конфигурацией, с которой машина начинает работать. Имеется еще разновидность Т. м.— Т. м. со входом,— работа которых зависит и от сигналов, получаемых Т. м. извне. Обычно сигналы извне берутся из некоторого конечного алфавита Σ, называемого алфавитом входных символов. Считается, что Σ содержит пустую букву σ_0, так что, если на вход никакого сигнала не поступает, это интерпретируется как поступление буквы σ_0. Машина со входом работает аналогично обычной Т. м., при этом команды машины имеют вид $qa\sigma \to q'a'R$, где $a, a' \in A$, $\sigma \in \Sigma$, т. е. в каждом такте работа машины определяется состоянием УУ, содержимым обозреваемой ячейки и входным символом, поступившим в данном такте.

Если снабдить машину со входом $\mathfrak{M}$ еще и выходным каналом, по которому в некоторые моменты времени $\mathfrak{M}$ может выдавать символы из алфавита Δ, то $\mathfrak{M}$ можно использовать для вычисления операторов, отображающих бесконечные последовательности букв из Σ в бесконечные последовательности букв из Δ (см. *Поведение автоматов*). Машины со входом под названием Т. м. с оракулом используют в другой ситуации для уточнения понятия *сводимости* одних алгоритм. проблем к другим (для уточнения понятия относительных вычислений предикатов и ф-ций). В этом случае работу машины $\mathfrak{M}$ со входом интерпретируют следующим образом. Фиксируют некоторое подмножество $\bar{Q}$ мн-ва состояний машины $\mathfrak{M}$ (т. н. «вопросительные состояния»), некоторый подалфавит B внешнего алфавита A и стандартный способ ψ выделения слова в алфавите B из конфигурации машины (напр., удалением из конфигурации всех букв, не принадлежащих B); наконец фиксируют некоторую ф-цию O (т. н. оракул), отображающую любое слово в алфавите B в непустой входной символ машины $\mathfrak{M}$.

Всякий раз, когда $\mathfrak{M}$ находится не в вопросительном состоянии, на вход $\mathfrak{M}$ поступает пустой символ. Если же машина приходит в состояние $q \in Q$, то на вход поступает непустой символ σ, который является значением $O(P)$, где P — слово, получаемое с помощью ψ из конфигурации, в которой машина находится в данный момент. Если при этом $\mathfrak{M}$ вычисляет некоторую ф-цию f, то говорят, что f сводится к O. Описанная концепция вычислений с оракулом применима только в случае, когда оракул — ф-ция с конечным мн-вом значений (напр., предикат). Для общего случая, когда O — произвольная функция, которая отображает слова в алфавите B на слова в алфавите Σ, возможно аналогичное, но технически более сложное описание.

Лит.: Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М., 1960; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [библиогр. с. 375—381]; Клини С. К. Математическая логика. Пер. с англ. М., 1973 [библиогр. с. 451—465]; Эббинхаус Г. Д. [и др.]. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. Пер. с нем. М., 1972.

М. К. Валиев.

У

УЗЛОВОЙ СПИСОК — способ ассоциативной организации информации о различных объектах в *памяти ЦВМ*, при котором каждый объект представляется узлом пересечения нескольких цепных списков, соответствующих значениям его признаков. Узел состоит из заголовка, узла, в котором хранится наименование объекта и адрес справочной информации о данном объекте, и нескольких списковых слов, содержащих значения признаков объекта и адреса связи, отсылающие к следующим членам цепных списков, имеющим такие же значения признаков. В заголовках узлов могут указываться некоторые характеристики объекта и самого узла (напр., число списковых слов в узле). Списковое слово может также содержать дополнительные сведения о признаках объекта, напр., указывать отношения между разными признаками данного объекта. Используя У. с., можно строить в памяти ЭЦВМ ассоциативные адресные структуры, отражающие сложные системы классификационных и ассоциативных связей между объектами. У. с. находят широкое применение при построении ассоциативно-адресных *информационно-поисковых систем* дескриптерного типа.

Лит.: Китов А. И. Программирование информационно-логических задач. М., 1967 [библиогр. с. 327].

А. И. Китов.

«УМ1-НХ» — малогабаритная управляющая цифровая вычислительная машина, предназначенная для автоматизации управления производственными процессами. Серийно выпускают ее с 1963. Построена на потенциальных маломощных транзисторных схемах (общая потребляемая мощность ЦВМ 220 *ва*); в оперативном запоминающем устройстве использованы миниатюрные интегр. элементы. В машине «УМ1-НХ» имеется встроенное устр-во связи с управляемым объектом, включающее преобразователи типа «напряжение—код», «код—напряжение» и «вал—код».

Отличительная особенность машины — относительно высокая эксплуатационная надежность (благодаря резкому снижению энерг. уровня работы элементов; осн. напряжение питания — 1,7 *в*). Система счисления — двоичная, представление чисел — с фиксированной запятой. Длина слова — 15 двоичных разрядов (14 цифровых и 1 знаковый). Структура команд — двух- и трехадресная. Время выполнения операций: сложения — 200 *мксек*; умножения — 1000 *мксек*; деления — 1200 *мксек*. Количество команд — 31. Особенностью системы команд является операция паузы, прерывающая ход программы до поступления запускающего импульса. Это позволяет машине работать в реальном масштабе времени.

Характеристики ЗУ: емкость блока программ — 2048 20-разрядных чисел; емкость долговременного ЗУ — 512 15-разрядных чисел; емкость оперативного ЗУ — 256 15-разрядных чисел.

Ввод данных: количество каналов ввода аналоговой информации (от—5 до +5*в*) — 8; количество каналов ввода информации от преобразователей «угол—код» с разрешающей способностью 11 двоичных разрядов — 8; разрядность цифрового входа — 15.

Вывод данных: количество каналов вывода аналоговой информации (0—5*в*) — 8; количество каналов вывода цифровой информации — 1. Для расширения области применения машины разработаны внеш. многоканальное устройство ввода—вывода, управляющий комплекс с переменной комплектацией на основе «УМ1-НХ», а также малый исследовательский комплекс на основе «УМ1-НХ» и «МН-7». Для снижения стоимости, повышения технологичности и серийности «УМ1-НХ» проведена модернизация (навесной монтаж заменен печатным, упрощена зашивка программ, улучшена структурная схема), вследствие чего она стала одной из самых дешевых отечественных управляющих вычисл. машин.

Лит.: Вальков В. М. [и др.]. Системы автоматического управления на базе УМ1-НХ. «Обмен опытом в электронной промышленности», 1969, в. 4; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

И. В. Берг, В. М. Вальков, Ф. Г. Старос, Ю. А. Чугунов.

УНИВЕРСА́ЛЬНАЯ СИСТЕ́МА ЭЛЕМЕ́НТОВ ПРОМЫ́ШЛЕННОЙ ПНЕВМОАВТОМА́ТИКИ (УСЭППА) — система, состоящая из отдельных конструктивно завершенных пневматических устройств (пневмоэлементов), каждое из которых выполняет строго определенную простейшую (элементарную) операцию. УСЭППА включает элементы, позволяющие реализовать непрерывные (аналоговые), дискретные и непрерывно-дискретные операции.

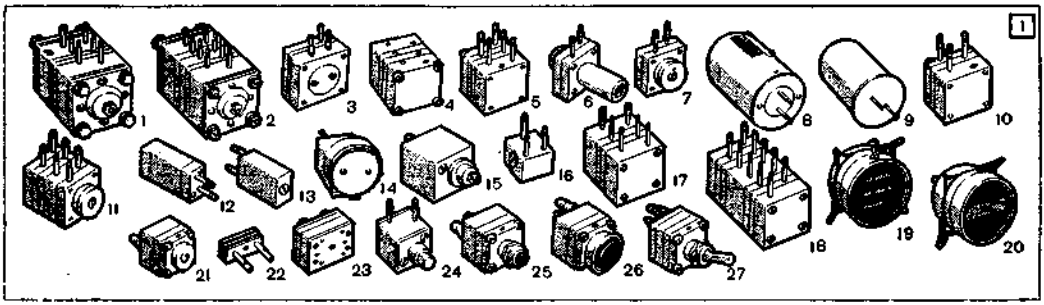
Для реализации непрерывных операций над сигналами, принимающими любые значения из рабочего диапазона давлений (как правило, от 0 до 1,4 ± 0,2 *кгс/см*^{2}), используются элементы сравнения (усилители) на два и четыре входа, повторители без смещения, со смещением, с запоминанием сигнала и др., пневмоемкости постоянные и переменные, а также пневмосопротивления (пневмодроссели) нерегулируемые и регулируемые. С их помощью создаются решающие усилители и инерционные звенья (сопротивление — емкость), составляющие основу аналоговой пневматической техники.

Для реализации алгебраических и временных логич. операций с сигналами, принимающими два значения (0 *кгс/см*^{2} и давление питания), в системе используются универсальное пневмореле (активный элемент) и сдвоенный обратный клапан (пассивный элемент). На их

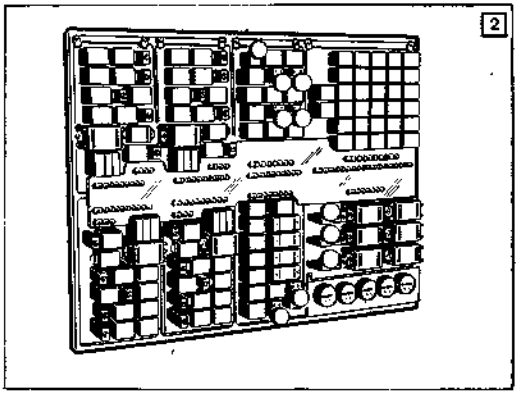
основе реализуются элементарные логич. операции (И, ИЛИ, НЕ, ЗАПРЕТ и др.), позволяющие создавать однотактные релейные (дискретные) схемы любой сложности, а также временные операции, которые могут осуществляться с использованием или естественных задержек (инерционных звеньев) или принудительных задержек от внешних пневмосигналов. Такие устройства, как генераторы и импульсаторы пневмосигналов, *триггеры* со счетным и раздельными входами, строятся не на глухой (замкнутой) камере, тогда как устройства запоминания и задержки дискретных сигналов на время действия внеш. пневмосигнала, а иногда и триггер со счетным входом, строятся с использованием глухой камеры. Все они позволяют создавать любые многотактные релейные схемы.

Для реализации непрерывно-дискретных операций в системе используются пневмоклапаны, ячейка с запоминанием непрерывного сигнала и линейное пульсирующее сопротивление. Эти элементы приспособлены для работы как с непрерывными, так и дискретными сигналами. Они позволяют существенно расширить возможности построения устройств пневмоавтоматики.

В состав УСЭППА входят также элементы управления (задатчик, кнопки, тумблер, пневмоэлектропреобразователи, электропневмопреобразователи и др.) и элементы сигнализации (бленкеры, пневмолампы, табло и др.). Все элементы УСЭППА имеют стандартные цоколи (рис. 1) и по размерам близки один к другому, что позволяет устанавливать их на спец. монтажных платах. Эти платы собирают из нескольких слоев, на поверхности которых способом печати (фрезеровкой, штамповкой, травлением и пр.) образуются полые каналы (рис. 2). Путем укомплектования плат универсальными элементами УСЭППА строятся пневматические непрерывные и прерывистые регуляторы, действующие по различным, в т. ч. и переменным, законам регулирования, системы автомат. оптимизации, различные релейные схемы пуска, управления и блокировок, системы циклической автоматики, устройства телемеханики с кодированием и декодированием сигналов и др. системы комплексной автоматизации. Различные системы могут содержать до сотен и даже тысяч элементов. Применение в пневмоавтоматике универсальных элементов позволяет дополнять УСЭППА новыми элементами и модернизировать существующие. Это расширяет функциональные возможности системы и способствует улучшению технико-экономических показателей устройств, а именно: сокращает сроки создания и освоения каждого нового прибора или системы, уменьшает стоимость приборов, увеличивает срок службы их, т. к. имеется возможность заменять отказавшие элементы, и пр. Эффективность УСЭППА еще больше повышается при серийном изготовлении не только универсальных элементов, но и простых схем из элементов-модулей и типовых секций общепром. назначения. Их также конструктивно оформляют в виде стан-



1. Набор элементов УСЭППА: 1, 2 — двух- и четырехвходовые усилители; 3 — грубый мощный повторитель; 4, 17, 23 — пневмореле (в разных конструктивных исполнениях); 5, 10 — клапаны (разгруженный, неразгруженный); 6 — точный повторитель со сдвигом; 7 — точный повторитель; 8, 9 — пневмоемкости (регулируемая и постоянная); 11 — память непрерывного сигнала; 12 — задатчик; 13, 14 — пневмосопротивления (постоянное, регулируемое); 15 — дроссельный сумматор; 16, 22 — сдвоенный обратный клапан (шариковый, с летающим диском); 18 — память дискретного сигнала; 19, 20 — индикаторы (бленкеры); 21 — конечный выключатель; 24, 25, 26 — пневмокнопки; 27 — пневмотумблер.



2. Общий вид пневматической системы управления на УСЭППА.

дартных изделий, применяемых при общепринятом способе монтажа с помощью соединительных плат (листовом, ярусном и др.). Такие наборы универсальных модулей и секций могут образовывать свою систему агрегатов. Т. о., агрегатный принцип приобретает дальнейшее развитие по сравнению с *агрегатной унифицированной системой* и способствует получению еще большего эффекта в результате его применения.

В практике пневмоавтоматики в СССР широко применяется система стандартных универсальных приборов, получившая название «Старт», приспособленная преимущественно для построения разветвленных систем стабилизации и оптимизации процессов и менее удобная для построения *дискретных систем управления*. Такая же агрегатная система может быть построена из универсальных типовых блоков циклической автоматики с использованием и более совершенных элементов (напр., таких, в которых, кроме элементов с упругими и подвижными деталями, применяются струйные и проточные элементы).

Дальнейшее совершенствование пневмоавтоматики идет по двум направлениям: по пути дополнения и модернизации элементов с использованием новых принципов в области создания аппаратуры и по пути создания новой агрегатно-модульной системы средств пневмоавтоматики, построенной на более совершенной элементной базе и допускающей применение унифицированных методов монтажа на всех стадиях агрегатизации.

Лит.: Берендс Т. К. [и др.]. Элементный принцип в пневмоавтоматике. «Приборостроение», 1963, № 11; Берендс Т. К., Ефремова Т. К., Тагаевская А. А. Элементы и схемы пневмоавтоматики. М., 1968 [библиогр. с. 302—308].

Т. К. Берендс.

UNCOL — универсальный машинно-ориентированный язык. Один из первых проектов промежуточного языка, предназначенного служить посредником при трансляции с *языков процедурно-ориентированных* на языки вычислительных машин. Разработан в 1960—61 в США. Этим термином иногда называют *языки промежуточные*.

УПОРЯДОЧЕ́НИЕ МАССИ́ВА — расположение элементов массива в порядке монотонного изменения значения некоторого признака. См. *Операции над массивами, Сортировка данных*.

УПРАВЛЕ́НИЕ В УСЛО́ВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕ́ННОСТИ — см. *Принятие решений в условиях неопределенности*.

УПРАВЛЕ́НИЕ ДА́ННЫМИ — одна из основных функций *операционной системы*. У. д. обеспечивает целесообразные для определенной программы и определенных тех. средств ЦВМ способы оперирования *данными*, находящимися на внеш. носителях (магнитные диски, ленты и барабаны, перфокарты, перфоленты). Без надлежащим образом организованного У. д. невозможно эффективно решать задачи *автоматической обработки данных* и др. важные задачи. У. д. базируется на организации всей информации, хранящейся в *памяти ЦВМ*, в единую иерархическую структуру.

Миним. количеством информации в этой структуре является логич. запись, несущая информацию об одном из мн-ва аналогичных объектов. Информация на внеш. носителях *записи* делится на блоки (или физ. записи). Блок состоит из одной или нескольких логич. записей и может быть считан (или записан) в результате одного обращения к внеш. памяти. Величина блока определяется характеристиками устр-в внеш. памяти (на магн. лентах блоком является зона памяти).

В соответствии с содержанием информация делится на файлы — совокупности логич. записей, содержащих полную (в необходимых пределах) информацию о логически связанном мн-ве объектов. Файлом может быть *программа* на входном языке, *библиотека стандартных подпрограмм* некоторого класса, собственно файл начальных или выходных данных. Обмен между внеш. и главной памятью производится через буферы, представляющие собой специально выделенные области осн. памяти. Размер буфера устанавливает либо сам программист, либо управляющая программа в соответствии с размером макс. блока в файле. На внеш. носителях файлы хранятся в томах, представляющих собой стандартные физ. единицы внеш. памяти, напр., бобина магн. ленты, пакет дисков или область на дисках, обслуживаемая одним механизмом выборки, магн. барабан. Соотношение между величиной тома и величиной файла может быть различное: либо в одном томе может содержаться несколько файлов, либо один файл может занимать несколько томов.

У. д. основано на использовании операционной системой вспомогательной информации, содержащейся в памяти ЦВМ, позволяющей найти требуемый файл по его названию и организовать последовательный просмотр его по записям и т. д. Каждый том информации имеет названия и описания всех файлов и информацию об их размещении. Каждый том идентифицируют с помощью *метки* тома (группы информационных слов), содержащей его порядковый номер и ссылку на оглавление тома. Файлы также идентифицируют с помощью меток, содержащих всю необходимую управляющую информацию. Часто один файл сопровождается группами ведущих меток, стоящих перед ним, и заключающих меток, стоящих после него. В операционной системе имеются спец. подпрограммы обработки меток, определяющие характеристики записей в файле, время его формирования, возможность чтения или записывания данных потребителем, обратившимся к файлу, и т. д. В группах меток пользователь сам может заполнять информацией некоторые из меток, в которых он хранит свою спец. информацию о файле, и обрабатывать их.

Для поиска необходимого файла операционная система ведет каталог, находящийся, как правило, в резидентном томе с прямым доступом. Обычно каталог имеет древообразную

структуру, низшим уровнем которой являются оглавления томов. Чтобы можно было обрабатывать различные файлы без повторной трансляции программы, названия файлов указывают в управляющем предложении задания. Задания, реализующие обновление одного и того же файла, используют при одном и том же его названии понятие поколения, информация о котором содержится в метке файла. Наиболее распространены последовательная организация файлов на носителях, когда записи в них располагаются последовательно без к.-л. упорядочения (применяют ее только для томов с последовательным доступом), и индексированная последовательная организация, когда записи располагаются в виде упорядоченной последовательности по некоторой части записи — по ключу (применяют ее, как правило, для томов с прямым доступом).

У. д. обычно основывается на двух способах обмена данными, находящимися во внеш. памяти (т. н. способах доступа). Первый из них, базисный, заключается в предоставлении большой свободы программисту, тем самым уменьшается степень автоматизации обмена. При базисном способе доступа, напр., в макрокоманде, задается чтение (или запись) блока, а не чтение логики записи. После окончания обмена программа самостоятельно проверяет его правильность и т. д. Второй способ обмена данными, т. н. способ доступа с очередями, более автоматизирован. При этом способе в макрокоманде требуется чтение (или запись) логич. записи. Управляющая программа, используя систему буферизации, автоматически выделяет соответствующие записи, следит за окончанием обмена, проверяет его правильность и т. д.

Лит.: Джермейн К. Б. Программирование на IBM/360. Пер. с англ. М., 1973.

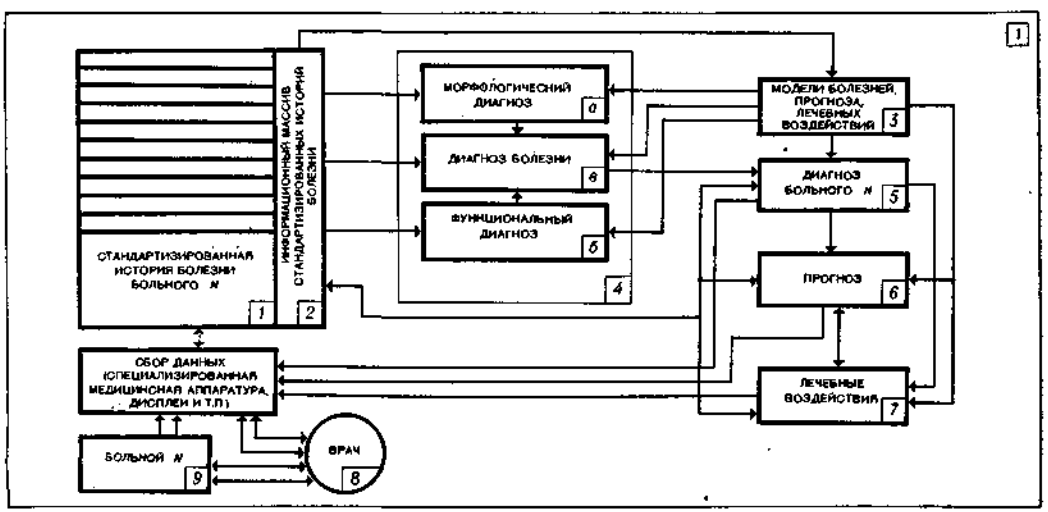
А. И. Никитин.

УПРАВЛЕ́НИЕ ЗАПА́САМИ — см. *Запасов теория.*

УПРАВЛЕ́НИЕ КОМА́НДАМИ — часть системы управления цифровой вычислительной машины, обеспечивающая задаваемый программой порядок следования команд и преобразование адресных частей команд (см. *Управление структурное в ЦВМ*).

УПРАВЛЕ́НИЕ ЛЕЧЕ́БНЫМ ПРОЦЕ́ССОМ. Лечебный процесс является сложным циклическим процессом, включающим в себя сбор и обработку медико-биологических данных, постановку диагноза, выбор стратегии лечения и проведение собственно лечения. У. л. п. может происходить с участием и без участия медицинского персонала (см. *Автоматизация медицинской диагностики*).

На рис. 1 представлена блок-схема автоматизации одного цикла лечебного процесса в *медицинской информационной системе.* Информация о состоянии здоровья больного собрана в *стандартизированной истории болезни* (СИБ) — блок 1. В блоке 2 производится накопление СИБ, т. е. создаются массивы информационной системы. Каждой СИБ присваивается свой *идентификатор,* что позволяет производить различные преобразования над информационными массивами, например, статистическую обработку, разделять признаки и симптомы на анамнестические и физикальные. Модели болезней и лечебных воздействий содержатся в *долговременном запоминающем устройстве* системы (блок 3). Диагноз болезни определяется в блоке 4, а специфические проявления и особенности течения данного заболевания у данного больного — в блоке 5. Прогнозирование течения и исхода заболевания производится в блоке 6. Выработка конкретной стратегии лечения и выбор лечебного воздействия происходят в блоке 7. Данные о состоянии больного, а также другие данные (напр.,



1. Блок-схема автоматизации цикла лечебного процесса.

выработанная системой рекомендация относительно лечебного воздействия) сначала поступают к врачу (блок 8), а уж затем врач назначает больному (блок 9) соответствующие лечебные воздействия, соглашаясь или нет с рекомендацией системы. Если врач на основании дополнительной информации не согласен с рекомендацией системы, он может использовать эту информацию для корректировки памяти (блок 3) системы. Этим и оканчивается один цикл лечебного процесса.

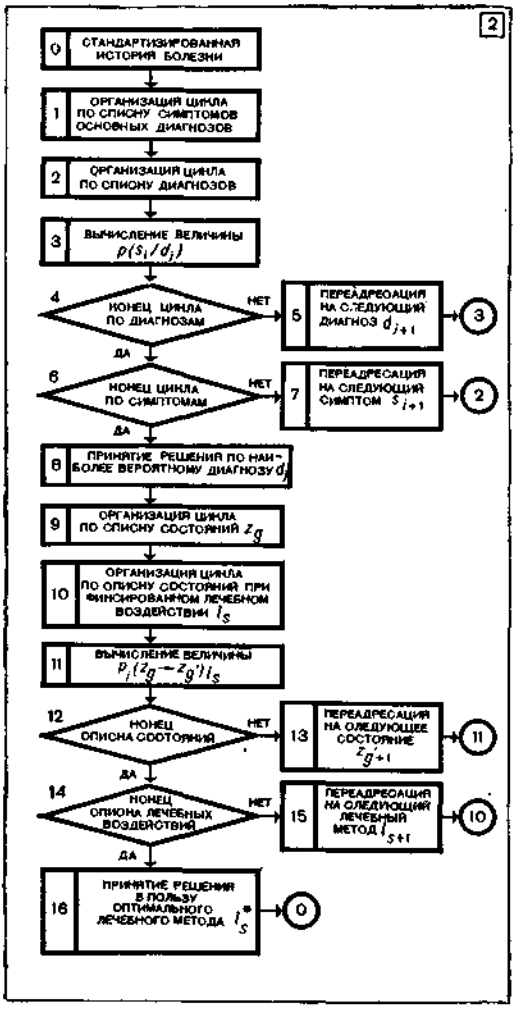
Лечебный процесс может состоять из различного числа циклов — от двух до многих десятков. Поэтому на каждом цикле производится оценка и коррекция управляющего воздействия. Диагноз выздоровления и прогноз для жизни определяются после выздоровления больного.

Сущность матем. методов принятия решений при У. л. п. состоит в следующем. После того как установлены специфические особенности заболевания больного, можно переходить к построению прогноза течения и исхода заболевания, а также к назначению лечебных воздействий. Пусть известны *модель математическая* диагностируемого объекта $\bar{f}_k$, обучающая и экзаменационная выборки $\bar{f}_{k_j} \in d_j$. Пусть l_s $(s = 1, \ldots, S)$ — лечебные воздействия (методы), которые могут больного $\bar{f} \in d_j$ с состоянием здоровья z_{gj} перевести в новое состояние $z_{g'}$ $(g, g', g'' = 0, \ldots, G;\ g \neq g' \neq g'')$, и пусть $p\,(z_{gj} \to z_{g'})_{l_s}$ — вероятность такого перехода. Обозначим через e_{sj} меру эффективности l_s-го метода лечения при d_j-ом классе. Тогда задачу нахождения оптим. совокупности лечебных воздействий можно сформулировать так: найти такую оптим. совокупность лечебных воздействий l_s^*, чтобы мера эффективности их была максимальна. В этом случае мера эффективности $e_{sj}(z_{gj} \to z_{g'})_{l_s} = p\,(d_j)_{z_g} \cdot p\,(z_{gj} \to z_{g'})_{l_s}$, а макс. значение меры эффективности, или оптим. лечебное воздействие на $(z_{gj} \to z_{g'})_{ls}$, достигается при $e_{sj}^* = \max\limits_{l_s} e_{sj}(z_{gj} \to z_{g'})_{l_s}$. Это определение действует для тех пар $(z_{gj} \to z_{g'})_{ls}$, для которых справедливо утверждение о том, что $z_{g'}$ лучше, чем z_{gj}.

Предположим, что общая эффективность лечебных воздействий e_j является аддитивной ф-цией, состоящей из e_{sj}. Тогда для определения оптим. совокупности лечебных воздействий можно сформулировать *Беллмана принцип оптимальности* многошагового процесса принятия решения: оптимальная совокупность лечебных воздействий обладает тем свойством, что, каково бы ни было первоначально назначенное лечебное воздействие l_s при состоянии здоровья больного z_{gj}, последующее лечебное воздействие должно быть оптим. относительно первоначально назначенного лечения. Исходя из этого принципа, макс. эффективность лечебных воздействий можно получить в виде

$$e_j = \max_{l_s} \sum_{\{s\}} [e_{sj}\,(z_{gj} \to z_{g'})_{l_s} + e_{sj}\,(z_{g'} \to z_{g''})_{l_s}].$$

Т. о., выбор оптим. совокупности лечебных



2. Схема решения задачи лечебного процесса.

воздействий сводится к поиску (рис. 1) на *графе* макс. пути.

Системный подход к решению задач по автоматизации лечебного процесса связан с большим объемом вычисл. работ над информационными массивами. Существенным является оптим. выбор способов представления исходных данных, поиска и выделения нужной информации из массивов, вычислений, хранения промежуточных и окончательных результатов вычислений.

Для построения и исследования решающих правил массив основных стандартизированных историй болезни преобразуется в массивы с адресно-групповым способом хранения данных. К информационным массивам системы относятся также: массивы историй болезни различных клиник, входящих в данную медицинскую информационную систему; выписки из историй болезни; стандартизированные карты обследования; таблицы экспериментальных данных; диагностические оценки симптомов и состояний; оценки эффективности лечебных воздействий; массивы критериев качества принимаемых решений; результаты принятия решений решающими правилами системы по обучающей и экзаменационной выборкам; алфавит медицинских и др. терминов; каталог программного обеспечения, с помощью которого определяется свободное место в памяти системы, адрес записи массива и сведений о массиве; описание режимов работы различных *программ*, а также описания массивов и документов.

Решение задач диагностики, прогнозирования течения заболевания и других при условии использования различных типов решающих правил и априорных данных показано на рис. 2. Специфика каждого из решающих правил определяется последовательностью использования исходных массивов и результатов вычислений, последовательностью выборки чисел из массивов, характером и последовательностью действий над числами, способом хранения и использования промежуточных результатов вычислений. При этом каждое из решающих правил можно задать списком операторов и списком режимов работы системы. В свою очередь список режимов работы и список операторов можно определить как описание задачи для управляющего блока программы. Описания соответствующих задач записываются в памяти системы и используются по мере необходимости.

Лит.: Парин В. В., Баевский Р. М. Введение в медицинскую кибернетику. М.— Прага, 1966; Медицинская информационная система. К., 1971 [библиогр. с. 283—288]; Попов А. А., Яненко В. М., Шульга В. А. Информационная модель лечебного процесса. «Кибернетика». 1971, № 6; Лелли Р., Ластед Л. Медицинская диагностика и современные методы выбора решения. В кн.: Математические проблемы в биологии. Пер. с англ. М., 1966.

А. А. Попов, В. М. Яненко, В. А. Шульга.

УПРАВЛЕ́НИЕ ОПЕРА́ЦИЯМИ — часть системы управления цифровой вычислительной машины, реализующая операции структурного управления в операции в других устройствах этой машины при исполнении команд программы (см. *Операции машинные, Управление структурное в ЦВМ*).

УПРАВЛЕ́НИЕ ОПТИМА́ЛЬНОЕ — см. *Оптимального управления теория.*

УПРАВЛЕ́НИЕ ПРОГРА́ММНОЕ — см. *Система программного управления.*

УПРАВЛЕ́НИЕ С АДАПТА́ЦИЕЙ — управление в системе с неполной априорной информацией о *процессе управляемом*, изменяющееся по мере накопления информации о процессе и применяемое с целью улучшения качества работы системы. Такое значение термина *адаптация* сложилось в теории управления под влиянием тех. приложений и несколько отличается от содержания этого термина в биологии.

В дискретном времени $i = \frac{t}{\Delta t}$, где t — время, Δt — интервал его *квантования*, возможно следующее представление процесса У. с а. Предположим, что управляемый процесс x является *марковским процессом* и описывается некоторой характеристикой информации P. Пусть в момент i заданы состояние процесса x_i и состояние информации о процессе P_i, образующие точку (x_i, P_i) в некотором фазовом пространстве. Переход в новое состояние происходит под воздействием управления u_i и возмущения z_i — *случайной величины* с вероятностным распределением $dG(x_i, P_i; u_i, z_i)$, которое может являться какой-то частью характеристики информации. Переход в новое состояние может быть определен случайными преобразованиями T_1 и T_2 так, что

$$x_{i+1} = T_1(x_i, P_i; u_i, z_i); \quad (1)$$

$$P_{i+1} = T_2(x_i, P_i; u_i, z_i). \quad (2)$$

Управление u, изменяя состояние процесса x, влияет и на характеристику информации P. В частном случае, встречающемся в приложениях, в правых частях выражений (1) и (2) может не быть P_i и x_i соответственно.

Если преобразования T_1 и T_2 заданы, то управление в момент перехода следует выбирать в виде

$$u_i = u_i(x_i, P_i). \quad (3)$$

Управление (3) обладает свойством адаптации в том смысле, что оно зависит от всей доступной в момент i информации P_i о процессе. Но обычно преобразования T_1 и, особенно, T_2 не заданы, и определение этих преобразований, как и самой характеристики информации, является частью задачи об У. с а. Действительно, для того, чтобы информация о процессе со временем накапливалась, необходимо специально выбирать T_2 так, чтобы описание процесса P_{i+1} было более полным, чем P_i. Изменения в направлении улучшения характеристики информации составляют сущность адаптации. Если с состоянием x_{i+1} связать, напр., некоторый показатель качества управления $W(x_{i+1})$, то за счет большей «информированности» управления вследствие адаптации этот показатель может улучшаться. При этом последовательность преобразований $\{T_1, T_2\}_i$, $i = 0, 1, 2, \ldots$ дает процесс У. с а.

В этом общем представлении процесса У. с а. как характеристика информации P, так и механизм адаптации, определяемый преобразованием T_2, не имеют конкретного содержания.

Развиваются теории адаптации, построенные на основе статистик случайных величин и *случайных процессов*, где в качестве характеристики информации используется функция *распределения вероятностей*, а в качестве преобразования T_2 иногда используется формула Байеса для апостериорных вероятностей. Одной из таких теорий является теория *дуального управления*, рассматривающая задачу об оптимальном У. с а. на конечном интервале работы системы.

У. с а. реализуется, в частности, всяким оператором, обучающимся управлению тем или другим процессом или аппаратом. При обучении поведение оператора изменяется, совершенствуясь преимущественно благодаря накоплению опыта (или информации).

Лит.: Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. М., 1968 [библиогр. с. 347—381]; Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. Пер. с англ. М., 1964. *В. И. Иваненко.*

УПРАВЛЕ́НИЕ СТРУКТУ́РНОЕ В ЦВМ — часть системы управления цифровой вычислительной машины, алгоритмы которой зафиксированы структурным способом. Принцип программного управления в современной ЦВМ реализуется с помощью *алгоритмов* двух видов: оперативных, т. е. вводимых в виде программ в *оперативное запоминающее устройство*, и постоянных, заложенных в структуру ЦВМ (см. *Математическое обеспечение ЦВМ внутреннее*). Оперативные алгоритмы — это *программы* решаемых задач и большинство алгоритмов *операционной системы*; они составляют верхний уровень системы управления. Промежуточные уровни управления и самый нижний уровень, непосредственно воздействующий на аппаратуру, составляют У. с. в ЦВМ.

Различают два осн. способа структурной фиксации алгоритмов. Первый — фиксация алгоритмов с помощью схем, выполненных из *элементных структур ЦВМ*. Такое У. с. в ЦВМ наз. реализованными аппаратными средствами. При втором способе алгоритмы фиксируются в виде последовательностей управляющих *кодов*, записанных в некотором долговременном запоминающем устройстве (ДЗУ). Такой способ фиксации использовали ранее только для алгоритмов программного уровня (записи подпрограмм).

В современных ЦВМ ДЗУ используют чаще всего для фиксации алгоритмов, записанных на нижнем уровне *языка ЦВМ внутреннего*. Алгоритмы, зафиксированные таким способом, наз. микропрограммами, а структурное управление, реализованное такими средствами,— микропрограммным управлением. Эти два структурных способа фиксации алгоритмов представляют различные виды реализации *автоматов управляющих*, которые и реализуют У. с. в ЦВМ. В структурном управлении современных ЦВМ эти два способа сочетаются, а распределение ф-ций между ними выбирают так, чтобы достичь высокого быстродействия ЦВМ и оптим. организации вычисл. процесса.

Независимо от способа реализации традиционные ф-ции У. с. в ЦВМ сводятся к автомат. определению и обеспечению необходимого порядка следования команд программы, подготовке адресов операндов и к управлению действиями по *переработке информации в ЦВМ*. В ЦВМ с мультипрограммированием структурным управлением еще реализуются некоторые функции операционной системы, в частности, управление прерываниями.

В соответствии с двумя традиционными ф-циями У. с. в ЦВМ можно разделить на две части: управление командами и управление операциями.

Управление командами (УК) — это часть У. с. в ЦВМ, обеспечивающая необходимый порядок следования команд, задаваемый программой, и преобразование адресных частей команд. Различают два способа организации выборки команд программы: естественный (в порядке очередности) и принудительный (с указанием в каждой команде адреса следующей команды). В современных ЦВМ преимущественно используют естественный порядок следования команд, аппаратно реализуемый в виде двоичного счетчика команд программы. В начале работы по данной программе в счетчик засылается адрес 1-й команды программы, а при исполнении каждой очередной команды содержимое счетчика возрастает на 1. Исполнение команд условного или безусловного перехода вызывает замену содержимого счетчика — в него засылается начальный адрес новой программной последовательности. Принудительный порядок следования команд применяют, если алгоритмы структурного управления реализуются, напр., как набор микропрограмм. Задание переходов между отдельными микропрограммами является специфической ф-цией, называемой схемой ветвления, и чем больше возможностей при переходах, тем удобнее строить систему микропрограмм. Напр., в ЦВМ «МИР-1» (см. «*МИР*») имеется возможность перехода по четырем направлениям, т. е. можно указать один из четырех возможных адресов перехода. Второй важной ф-цией УК является преобразование адресных частей команд, необходимость в котором возникает из-за различных видов адресации операндов в команде.

Рассмотрим, какие преобразования необходимы при непосредственной, прямой, косвенной, относительной и индексируемой адресациях. Первые два вида адресации не требуют дополнительных преобразований: при первом виде адресации в команде задается сам операнд, при втором — его прямой физ. адрес. При косвенной адресации в команде содержится адрес 2-го (или более высокого) ранга. Функция УК определяет прямой адрес операнда, т. е. оно возбуждает одно (или несколько) дополнительных обращений к ЗУ. Относительная (базовая) и индексируемая адресации требуют выполнения операции сложения для определения исполнительного адреса операнда. В состав УК вводят дополнительное оборудование: регистр базы, индекс-регистры и сумматор адресов. Это оборудование иногда выделяют в устр-во индексной арифметики.

Действия по индексации можно выполнять и в *арифметическом устройстве* (АУ), но тогда теряется возможность совмещать эти действия с операцией в АУ.

Управление операциями (УО) — вторая часть У. с. в ЦВМ, реализующая операции самого структурного управления и задающая операции в других устр-вах ЦВМ при исполнении команд программы. УО можно строить в соответствии с принципами синхронного или асинхронного управления. Принцип синхронного управления предполагает одинаковую длительность всех операций, соответствующую самой длинной операции. Все операции разбивают на одинаковое число тактов, и столько же тактовых сигналов вырабатывает счетчик тактов. Схема УО получается экономной по затратам аппаратуры, но происходит уменьшение быстродействия за счет пустых тактов в операциях с коротким циклом исполнения.

Особенность асинхронного принципа управления состоит в том, что для исполнения каждой операции затрачивается столько тактов, сколько необходимо, причем исполнение каждой очередной операции начинается по сигналу окончания предыдущей операции. Недостатком асинхронного принципа управления являются значительные затраты аппаратуры, т. к. для исполнения каждой операции строят отдельную схему. Еще в ЦВМ 1-го поколения эти два принципа объединяли и строили УО по смешанному принципу. Операции разбивали на две группы: короткие, но часто выполняемые (напр., сложение) и многотактные, хоть и редко встречающиеся в программе (деление). Первую группу операций исполняет центр. управление, построенное по синхронному принципу; вторую — местное управление, представляющее асинхронную схему. Таким образом, из осн. цикла ЦВМ вынесены длинные операции, и частично выполнение их совмещается с работой остального У. с. в ЦВМ. Примерами таких УО являются схемы управления «БЭСМ-1» и «М-220». УО современных ЦВМ строят в основном по асинхронному принципу, т. к. быстродействие является определяющим фактором эффективности ЦВМ.

Развитие структур ЦВМ в связи с требованиями значительно повысить эффективность этих машин и автоматизацию процесса подготовки и решения задач на них расширило роль и функции их структурного управления. Значительный рост потока управляющей информации, обработка которой и является ф-цией У. с. в ЦВМ, вызван такими причинами: во-первых, применением алгоритм. языков высокого уровня в качестве входных языков ЦВМ и связанным с этим расширением видов и форматов обрабатываемых данных (символьные, целые и т. п.); во-вторых, введением различных форм параллелизма в режимы обработки информации как внутри одной программы, так и для нескольких программ (напр., совмещение операций в различных устр-вах возможно вследствие введения буферов, согласующих скорости этих устр-в); в-третьих, развитием средств операционной системы, в частности ф-ций, связанных с распределением ресурсов в мультипрограммном режиме решения задач. Эти причины привели к появлению в составе У. с. в ЦВМ новых блоков: микропрограммной реализации сложных многотактных операций, осуществлявшихся в ЦВМ предыдущих поколений в виде подпрограмм, предварительного просмотра программы (т. н. опережающее устр-во), динамической адресации виртуальной памяти.

Еще более расширены ф-ции У. с. в ЦВМ с развитыми системами интерпретации. Выполнение интерпретации входного языка высокого уровня структурными средствами требует включения в состав управления новых структурных единиц: блока анализа программы, блока автомат. адресации величин, блока магазинной памяти с собственным управлением и т. п. Кроме того, У. с. в ЦВМ выполняет и традиционные операции управления: команды условного и безусловного переходов, организацию циклических процессов и индексацию. Изменения в структуре управления ЦВМ приводят к тому, что структурное управление превращается в отдельный процессор переработки управляющей информации, имеющий свои внутр. команды, буферную память и арифм. устр-во для выполнения индексации.

В ЦВМ с развитой интерпретацией высокий уровень входного языка постепенно понижается структурой управления ЦВМ до уровня элементарных операций, т. е. структурное управление строится по ступенчатому принципу. Для реализации таких схем используют принцип микропрограммного управления, заключающийся в построении У. с. в ЦВМ как набора последовательностей элементарных операций (микроопераций), в совокупности реализующих алгоритмы управления ЦВМ; под микрооперацией понимают элементарное машинное действие, обозначенное во внутреннем языке и не содержащее в себе других машинных действий, обозначенных в этом языке.

Предложенный еще в 1951 (в Англии) принцип микропрограммного управления вначале использовали для построения структурного управления только малых ЦВМ с небольшим набором операций. Совершенствование технологии изготовления ДЗУ и уменьшение времени считывания из ДЗУ до 100 *нсек* привели к широкому использованию этого принципа в ЦВМ 2-го и 3-го поколений. Схема этого принципа, ставшая теперь классической (т. н. схема Уилкса), состоит из двух диодных матриц (в одной из них закодированы микрооперации, в другой — переходы от одной микрокоманды к другой) и регистра микрокоманды. Отличия современных схем микропрограммного У. с. в ЦВМ не принципиальны, а только отражают уровень развития техники: диодные матрицы заменены ферритовыми (или иными матрицами ДЗУ), иногда в схему вводят регистр для фиксации кода, считываемого из ДЗУ.

Дальнейшим развитием принципа микропрограммного управления являются схемы ступенчатого микропрограммного управления. В их принципе совпали два направления развития схем управления — ступенчатая запись алгоритмов при программировании и микропрограммный принцип управления операциями в ЦВМ. При ступенчатой организации У. с. в ЦВМ операции n-й ступени реализуются через операции (n — 1)-й ступени и более низких ступеней.

Операциями самой низкой ступени являются микрооперации. Такой метод построения У. с. в ЦВМ позволяет при реализации в наборе команд сложных операций сократить время выполнения их по сравнению с методом реализации их в виде *подпрограмм*, а также существенно дает экономию аппаратуры У. с. в ЦВМ. При совместной реализации нескольких операций n-й ступени удается объединить одинаковые участки микропрограмм. При этом удобно использовать методы синтеза и минимизации, разработанные в теории цифровых автоматов (см. *Автоматов теория*).

Многоступенчатая организация микропрограммного управления позволяет относительно просто реализовать в ЦВМ и принцип асинхронности управления операциями, и возможности одновременной параллельной работы ряда автоматов, а это важно для обеспечения высокого быстродействия. В таком многоступенчатом У.с. можно сочетать микропрограммно реализованные уровни с аппаратно реализованными. Нижний уровень У. с. в ЦВМ обычно строится в элементном базисе машины (частота выдачи микроопераций совпадает с осн. рабочей частотой машины). В верхних уровнях структурного управления используют быстродействующие ДЗУ, т. е. в виде микропрограмм фиксируется самый верхний и промежуточные уровни внутреннего языка.

Создание эффективных систем микропрограммных структурных управлений позволило уже в ЦВМ 3-го поколения реализовать осн. системы программирования и часть операционной системы в виде библиотек микропрограмм. Еще лучших результатов можно ожидать при реализации микропрограммного управления на схемах с высокой степенью интеграции — в ЦВМ 4-го поколения.

Лит.: Паперно А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]; Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257].

А. М. Самофалова.

УПРАВЛЕ́НИЯ ОТНОШЕ́НИЕ, зависимости отношение — отношение, связывающее элементарные единицы предложения в естественном или искусственном языке.

УПРАВЛЕ́НИЯ СЛУЧА́ЙНЫМИ ПРОЦЕ́ССАМИ ТЕО́РИЯ — раздел математики, изучающий проблемы оптимизации систем, поведение которых описывается случайными процессами. У. с. п. т. возникла как синтез трех матем. дисциплин: детерминистической теории управления (включающей классическое *вариационное исчисление, программирование динамическое, Понтрягина принцип максимума*), *случайных процессов теории* и *математической статистики*. У. с. п. т. в широком смысле охватывает проблемы оптим. *статистических оценок* для *случайных процессов* (фильтрацию, интерполяцию, прогнозирование), последовательный анализ Вальда, стохастические варианты динамического программирования и принципа максимума. Методы У. с. п. т. позволяют решать многие важные прикладные задачи (напр., задачи оптимизации *массового обслуживания систем*, определения наиболее целесообразного эконом. поведения и управления технологическими процессами при наличии случайных факторов, осуществления оптим. надежностного синтеза сложных тех. систем и др.).

В У. с. п. т. наиболее распространена концепция управления по неполным данным с привлечением байесовского подхода и методов динамического программирования. Важную роль в У. с. п. т. играет понятие *марковского процесса*, т. к. марковские процессы являются достаточно хорошей матем. моделью реальных явлений, и аппарат теории марковских процессов — рекуррентные и дифф. ур-ния — приспособлен к решению задач по оптим. управлению.

Сущность общей задачи управления случайным процессом по неполным данным можно выяснить на примере управляемого процесса с дискретным временем и дискретным пространством состояний. Пусть поведение системы в моменты времени $n = 0, 1, 2, \ldots$ описывается последовательностью *случайных величин* $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots$. При этом значения ξ_n не известны экспериментатору. В его распоряжении находятся случайные величины $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots$, статистически связанные с $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots$. Вероятностную эволюцию последовательностей $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots$ и $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \ldots$ определяют априорным распределением π_0 случайной величины ξ_0 и переходными ф-циями

$$P(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\Xi_n, \mathrm{H}_n), \qquad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $P(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\Xi_n, \mathrm{H}_n)$ — условное совместное *распределение вероятностей* ненаблюдаемого состояния системы ξ_{n+1} и наблюдаемых данных η_{n+1} в момент $n + 1$ при заданных $\Xi_n = \{\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_n\}$ и $\mathrm{H}_n = \{\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n\}$. Пусть имеется семейство переходных ф-ций $\{P^d(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\Xi_n, \mathrm{H}_n),\ n \geqslant 0\}$, зависящих от некоторого параметра (управляющего воздействия) $d \in D$. Экспериментатор может в каждый момент времени на основе имеющейся информации выбрать некоторое d, влияя тем самым на течение процесса $\{\xi_n, \eta_n\}$. Значения управляющих воздействий, выбранных в моменты времени 1, 2, ..., n, обозначим через $\Delta_n = \{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$. В момент времени n экспериментатору известны H_n и Δ_n. Вся информация о Ξ_n содержится в условном распределении вероятностей Ξ_n при заданных H_n и Δ_n — $\pi_n(\Xi_n/\mathrm{H}_n, \Delta_n)$. Значение

$\pi_n(\Xi_n/H_n, \Delta_n)$ можно вычислить, зная π_0 и переходные ф-ции. Т. о., состояние рассматриваемой управляемой системы в момент n описывается вектором $\Lambda_n=(\pi_n, H_n, \Delta_n)$, $\Lambda=\pi_0$. Наблюдая в следующий момент времени случайную величину η_{n+1}, экспериментатор вычисляет π_{n+1} по *Байеса формуле*.

Допустимой стратегией наз. набор ф-ций $\delta=(\delta_1(\Lambda_0), \quad \delta_2(\Lambda_1), \ldots, \delta_n(\Lambda_{n-1}), \quad \ldots)$, определяющих в любой момент n правило выбора управляющего воздействия $\delta_n(\Lambda_{n-1})$ из *допустимого множества* управляющих воздействий $D(\Lambda_{n-1}) \subseteq D$ на основе имеющейся информации $\Lambda_{n-1}=(\pi_{n-1}, H_{n-1}, \Delta_{n-1})$. Совокупность всех допустимых стратегий обозначим через Δ. Априорное распределение π_0, семейство переходных ф-ций

$$\{P^d(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\Xi_n, H_n), \quad n \geqslant 0, \ d \in D\}$$

и стратегия $\delta \in \Delta$ определяют частично наблюдаемый процесс, управляемый стратегией δ.

Пусть задана числовая ф-ция $g_N(\Lambda_N)$, $0 \leqslant N < \infty$, характеризующая выигрыш, который получает экспериментатор, если эволюция управляемого процесса обрывается на N-м шаге, а состояние процесса — Λ_N. Критерием качества управления является

$$U(\pi_0, N, \delta) = M^{\delta}_{\pi_0} g_N(\Lambda_N), \tag{1}$$

где $M^{\delta}_{\pi_0}$ — символ *математического ожидания*, соответствующего процессу, управляемому стратегией δ, при условии, что случайная величина ξ_0 распределена по закону π_0. В случае $N=\infty$ критерий качества определяется как $\lim\limits_{n\to\infty} U(\pi_0, N, \delta)$. Часто *выигрыша функцию* можно представить в виде

$$g_N(\Lambda_N) = W^{d_1}(\Lambda_0) + W^{d_2}(\Lambda_1) + \cdots + W^{d_N}(\Lambda_{n-1}) + f(\Lambda_N),$$

где $W^{d_i}(\Lambda_{i-1})$ интерпретируется как выигрыш на i-ом шаге, а $f(\Lambda_N)$ — заключительный выигрыш. Цель управления состоит в максимизации критерия (1), ф-ция

$$U(\pi_0, N) = \sup_{\delta\in\Delta} U(\pi_0, N, \delta)$$

наз. его ц е н о й. Стратегия δ^* (δ^ε) наз. о п т и м а л ь н о й (ε-оптимальной), если

$$U(\pi_0, N, \delta^*) = U(\pi_0, N), \ (U(\pi_0, N, \delta^\varepsilon) \geqslant U(\pi_0, N) - \varepsilon, \ \varepsilon > 0).$$

Осн. проблемы У. с. п. т.: а) при каких условиях существуют оптимальные и ε-оптимальные стратегии; б) как находить эти стратегии и цену $U(\pi_0, N)$. Пользуясь методом динамического программирования, можно получить нелинейные рекуррентные (по N) *Беллмана уравнения* для $U(\pi_0, N)$, решая которые, находим $U(\pi_0, N)$, δ^*, δ^ε. Рекуррентный вид соотношений для цены дает возможность во многих важных случаях строить эффективные *вычислительные алгоритмы* для отыскания $U(\pi_0, N)$, δ^*, δ^ε. Принципиальная трудность, возникающая при решении задачи У. с. п. т., заключается в том, что с течением времени растет объем информации о состояниях управляемого процесса. Эту трудность часто преодолевают введением достаточных статистик. Достаточными статистиками наз. ф-ции от состояний Λ_n, $n \geqslant 0$ управляемого процесса, содержащие всю существенную информацию, необходимую для отыскания δ^* и δ^ε. Желательно, чтобы достаточные статистики легко вычислялись при поступлении новой информации, а именно: значение достаточной статистики в момент $n+1$ восстанавливалось по ее значению в предыдущий момент и результату наблюдения η_{n+1}. Такие достаточные статистики наз. марковскими. Отыскание марковских достаточных статистик миним. размерности является сложной задачей. Существует важный класс задач, в которых марковские достаточные статистики найти сравнительно просто. Это класс аддитивных марковских задач, в которых

а) $$P^d(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\Xi_n, H_n) = P^d(\xi_{n+1}, \eta_{n+1}/\xi_n, \eta_n), \ d \in D, \quad n \geqslant 0,$$

т. е. последовательность $\{\xi_n, \eta_n\}$ образует управляемую *Маркова цепь*;

б) $$W^d(\Lambda_n) = W^d(\eta_n, \hat{\pi}_n), \ f(\Lambda_n) \equiv 0, \quad n \geqslant 0, \quad d \in D,$$

где $\hat{\pi}_n = \hat{\pi}(\xi_n/H_n, \Delta_n)$ — распределение вероятностей ξ_n при заданных H_n и Δ_n;

в) $$D(\Lambda_n) = D(\pi_n, \eta_n, d_n).$$

В предположениях а), б), в) $\gamma_n = (\hat{\pi}_n, \eta_n, d_n)$ является марковской достаточной статистикой, а, следовательно, управление d_{n+1} в момент $n+1$ можно искать в классе функций, зависящих от H_n и Δ_n лишь через γ_n, т. е. $d_{n+1} = \delta_{n+1}(\hat{\pi}_n, \eta_n, d_n)$. В случае аддитивной марковской задачи видим, что алгоритм управления процессом по неполным данным состоит из двух этапов: вычисления значений $\hat{\pi}_n$ по хранящимся в памяти значениям $\hat{\pi}_{n-1}$, η_{n-1} и поступившим значениям d_n, η_n; формирования на основе $\hat{\pi}_n$, η_n, d_n управления в момент $n+1$. Если $\eta_n \equiv \xi_n$, т. е. состояние процесса наблюдается полностью, необходимость в первом этапе отпадает.

Рассмотрим конкретный пример аддитивной марковской задачи. Агрегат в процессе эксплуатации может находиться в одном из двух состояний: «0» — рабочее состояние,

«1» — состояние отказа. Состояние агрегата непосредственно не наблюдается. Имеется сигнализирующее устройство, в котором сигнал «0» соответствует рабочему состоянию агрегата, сигнал «1» — состоянию отказа, причем могут поступать ошибочные сигналы. В каждый момент $n = 0, 1, 2, \ldots$, на основе поступивших ранее сигналов должно быть принято одно из двух решений: $d^{(0)}$ — оставить агрегат в работе, $d^{(1)}$ — произвести ремонт агрегата. Известны вероятностные характеристики агрегата и сигнального устройства, а также ф-ция стоимостей, связанных с функционированием агрегата: а) $p_0(i)$ — вероятность того, что в начальный момент времени $n = 0$ агрегат находится в состоянии i, $i = 0,1$; б) $p(j/i, d^{(k)})$ — вероятность того, что агрегат в произвольный момент времени окажется в состоянии j, если в предыдущий момент он находился в состоянии i и было принято решение $d^{(k)}$, $i, j, k = 0,1$ (эволюция агрегата носит марковский характер); в) $p(j/i)$ — вероятность поступления сигнала j при условии, что агрегат находится в состоянии i (эта вероятность характеризует ненадежность сигнального устройства); г) $r(i, d^{(k)})$ — выигрыш за один период работы агрегата при условии, что в начале периода агрегат находился в состоянии i и было принято решение $d^{(k)}$.

По этим характеристикам легко вычислить переходные ф-ции, $\hat{\pi}_n$, $W^d(\eta_n, \hat{\pi}_n)$ и доказать существование стратегии (правила эксплуатации агрегата), максимизирующей критерий (1).

Лит.: Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М., 1966 [библиогр. с. 313—316]; Ширяев А. Н. Некоторые новые результаты в теории управляемых случайных процессов. В кн.: Transactions of the fourth Prague conference on information theory, statistical decision functions, random processes. Prague, 1967; Ширяев А. Н. Статистический последовательный анализ. Оптимальные правила остановки. М., 1969 [библиогр. с. 227—231]; Хова'рд Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 187]; Кушнер Г. Дж. Стохастическая устойчивость и управление. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 193—198].

Э. С. Штатланд.

УПРАВЛЯЮЩАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАШИНА — вычислительная машина, используемая в качестве центрального звена управляющей системы, рассчитанная на автоматический прием и обработку информации, поступающей в процессе управления, и выдачу управляющей информации непосредственно на исполнительные органы или человеку-оператору. Цель применения У. в. м. — обеспечение оптимальной работы системы управления.

У. в. м. классифицируются: по назначению — промышленного применения, аэрокосмические (бортовые), корабельные и т. п.; по принципам технической реализации — цифровые, аналоговые и гибридные; по возможностям применения — широкого назначения (для нескольких классов объектов) и специализированные (для одного типа объектов); по выполняемым функциям — машины централизованного контроля, машины-советчики, оптимизирующие машины и машины прямого управления.

В промышленности У. в. м. широко применяются с целью автоматизации процессов управления объектами с непрерывным и непрерывно-дискретным характером производства (в первую очередь на хим., нефтеперерабатывающих, цементных, металлург. и бумагоделательных предприятиях). Весьма эффективно У. в. м. используются для автоматизации различных энергетических объектов (включая атомные станции), автоматизации исследований, проводимых с помощью сложных экспериментальных установок, и для др. целей.

Применение У. в. м. в пром-сти началось в 50-х годах 20 ст. и прошло через ряд этапов развития.

1-й этап — создание и применение машин централизованного контроля и машин первичной переработки информации (напр., «Марс», «Зенит», «*МППИ-1*» и др.). Появление машин, автоматически реализующих функции контроля и регистрации параметров технологического процесса, выполняемые ранее вручную, было вызвано стремлением облегчить контакт человека-оператора, управляющего процессом, с многочисленной контрольно-измерительной аппаратурой, а также стремлением уменьшить стоимость этой аппаратуры за счет применения более совершенных техн. решений и замены многих регистрирующих устройств одним. Машины этого типа характеризуются слабым развитием вычислительной части и ее специализированным назначением. В случае производств, требующих лишь простейших функций контроля и управления, без элементов оптимизации, в ряде объектов пищевой, резино-тех. и др. отраслей пром-сти, холодильных установках, прессах и т. п., применение машин централизованного контроля дает значительный эконом. эффект.

2-й этап — создание и применение управляющих машин-советчиков и оптимизирующих машин — явился качественно новым этапом в развитии средств управления пром. объектами. Кроме выполнения обычных функций контроля и регистрации параметров, они рассчитаны на решение задач оптимизации технологических процессов, которые до этого решал человек-оператор интуитивно и недостаточно точно.

Класс машин, получивших название «советчик мастера» (напр., «СМ-1» для доменного цеха), рассчитан на работу в системах управления, замкнутых через оператора. В таких машинах имеется вычислительная часть невысокой производительности с оперативным ЗУ малого объема, устройство ввода информации с датчиков и устройства индикации и печати «советов» оператору. Устройства автомат. связи с органами управления процессом в машине нет (процессом управляет человек, используя «советы» машины). Использование «машин-советчиков» дает большой эконом. эффект. Так, применение «СМ-1» в доменном цеху, согласно

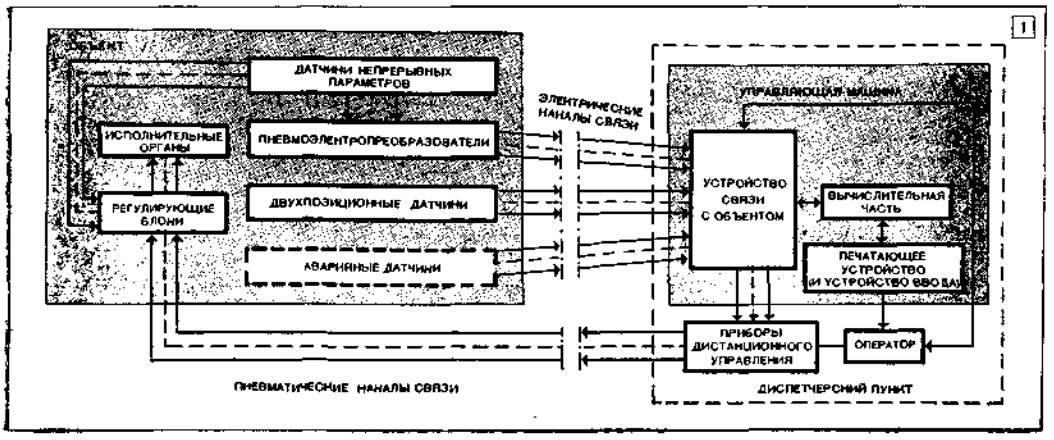
данным по трем отечественным заводам, дает экономию около 500 тыс. руб. в год (за счет улучшения режима работы печей).

Оптимизирующая машина отличается от машины типа «советчик мастера» наличием в ее составе средств автомат. исполнения «советов» и решений, воздействующих на объект управления автоматически, без участия оператора (рис. 1). Первые управляющие машины этого класса были специализированными (напр., «Сталь-1» для оптимальной резки прокатываемого металла). Эти машины промышленного назначения нашли ограниченное применение в силу ряда причин: специализированное назначение обусловливало очень узкий круг применений машины; возникли трудности производственного характера, связанные с нерентабельностью их серийного выпуска.

Более плодотворной явилась высказанная в 1958 в СССР В. М. Глушковым идея создания У. в. м. широкого назначения. Отличительными свойствами такой машины являются: универсальная, весьма развитая (по сравнению с предыдущими классами машин) вычисл. часть; ограниченная (по сравнению с универсальной математической машиной) разрядность; быстродействие машины достаточное для реализации алгоритмов управления широким кругом пром. объектов; переменный объем памяти машины; наличие устройств связи с объектом, рассчитанных на автомат. прием и выдачу информации, и др. Практикой было установлено, что оптимизация технологических процессов на базе У.в.м. позволяет повысить производительность сложных установок на 0,5—2%. К числу первых отечественных управляющих машин широкого назначения относятся *«Днепр»*, «УМ-1», «ВНИИЭМ-3» и др.

Низкая надежность первых оптимизирующих У. в. м. не позволила широко применить их для прямого управления процессами. Они использовались в основном как верхнее оптимизирующее звено системы управления, а роль нижних стабилизирующих звеньев ее выполняли обычные приборы контроля и регулирования.

На 3-м этапе появляются средства, обладающие достаточной надежностью для прямого (непосредственного) управления процессами. В качестве их выступают цифровые регуляторы — небольшие вычисл. устройства, рассчитанные на реализацию обычных законов регулирования, и цифровые управляющие машины на гибридных и интегральных элементах, способные осуществлять решение задач оптимизации процессов и задач контроля и регулирования.



1. Структурная схема автоматической системы управления непрерывным процессом.

Первая в мире попытка использовать средства цифровой *вычислительной техники* для прямого управления технологическими процессами была сделана в СССР в 1961. Для этого был сконструирован цифровой регулятор «Автооператор», опробованный на одном из хим. процессов. Испытания показали высокое качество регулирования. Проведенные в СССР и за рубежом исследования систем управления с цифровыми регуляторами показали высокое качество цифрового регулирования и их эконом. целесообразность в случае наличия 50÷÷100 контуров регулирования.

В системе цифрового регулирования (рис. 2) сигналы датчиков через коммутатор и аналого-цифровой преобразователь АЦП поступают в цифровой регулятор (малую специализированную ЦВМ). Здесь они сопоставляются с заданиями, поступающими от оператора или центр. вычисл. машины. В случае рассогласования сигнала и задания выполняются вычисления, обеспечивающие подсчет управляющего воздействия. Последнее через коммутатор выдается непосредственно на сервопривод. Цифровые регуляторы используются в основном на вновь создаваемых предприятиях (заменять систему обычных регуляторов нет смысла).

Наступающий с начала 70-х гг. 20 ст. период развития вычислительных средств системо-

техники пром. назначения характеризуется стремлением создать функционально полный и технически совершенный комплекс средств управления на базе микро- и мини- ЭВМ, отличающийся эконом. эффективностью их использования. Этот шаг подготовлен разработкой агрегатно-блочной системы средств вычисл. техники (см. *АСВТ*), агрегатной системы средств первичной переработки информации (АСПИ) и комплекса тех. средств для локальных информационно-управляющих систем (КТС ЛИУС). Совместное применение средств АСВТ и КТС ЛИУС позволит создавать для предприятий с непрерывным технологическим процессом управляющие системы любой степени сложности. Применение АСВТ совместно с АСПИ позволит создавать управляющие системы для предприятий с дискретным характером производства. Отличительными особенностями АСВТ, КТС ЛИУС и АСПИ являются *агрегатно-блочное построение средств вычислительной техники* и наличие типовых стандартных схем связи между блоками.

Системы управления, как правило, строятся по иерархическому принципу. На нижней ступени прямого управления технологическими процессами используются простые и надежные У. в. м., выполняющие функции стабилизации, элементарной оптимизации и прямого управления процессом. На второй ступени, требующей решения задач управления применительно к отдельным группам технологических процессов, применяют У. в. м., способные выполнить более сложные функции, связанные с оптимизацией работы группы процессов. Они, в свою очередь, связываются с центр. звеном системы управления предприятием, осуществляющим задачи планирования, учета и управления работой всего предприятия.

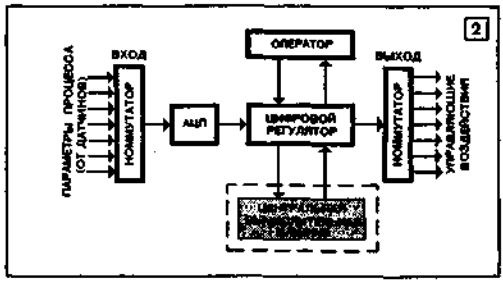
Построение иерархических систем управления (см. илл. между с. 464—465) и соответствующих агрегатно-блочных средств вычисл. техники основано на ряде системотехнических принципов, главные из которых следующие:

1. Структура систем управления в пром-сти имеет иерархический вид в силу технологических особенностей и территориального размещения объектов управления. Задачи контроля и управления на каждом уровне иерархии предъявляют различные требования к вычисл. оборудованию. Для прямого управления процессами (низший уровень иерархии) необходимо осуществлять небольшое количество операций с высокой степенью достоверности решения. По мере повышения уровня иерархии количество вычислений увеличивается, а требования к надежности реализующей их аппаратуры снижаются. В силу вышесказанного, необходимо иметь комплекс вычисл. средств, ориентированных на решение задач контроля и управления на отдельных уровнях иерархии системы.

2. Процессы управления отдельных ступеней взаимосвязаны между собой. Следовательно, вычисл. средства надо рассчитывать на работу в многомашинных системах.

3. С целью уменьшения затрат при серийном выпуске и применении средств их целесообразно строить по агрегатно-блочному принципу, ограничиваясь минимально возможной номенклатурой средств.

4. Объем памяти, разрядность информации и требуемое быстродействие У. в. м. для отдельных ступеней управления различны и имеют определенные пределы, которые следует учитывать при создании средств *системотехники* во избежание неоправданных затрат на них.



2. Блок-схема системы цифрового регулирования.

5. В отличие от универсальных вычисл. средств, требования к надежности работы средств системотехники пром. назначения, особенно средств прямого управления процессами, существенно выше.

6. Организация системы прерывания и мультипрограммный режим работы вычисл. средств, предназначаемых для нижних ступеней управления, преследуют цель не столько эффективного использования аппаратуры (как в *вычислительных системах*), сколько обеспечения нужного времени реакции средств на входную информацию.

7. Матем. обеспечение средств для нижних ступеней управления элементарно и усложняется при переходе к высшим ступеням управления. Главное его назначение — решать задачи управления и обслуживать оператора в реальном масштабе времени.

8. Возможный запас по быстродействию при использовании более совершенных элементов целесообразно использовать, где это возможно, в целях уменьшения аппаратуры вычисл. средств путем использования операций с увеличенной длиной слова, программного выполнения сложных операций.

9. При создании агрегатно-блочных средств целесообразно использовать единую методику автоматизации процесса конструирования и типовую автомат. систему изготовления их.

Лит.: Малиновский Б. Н. Цифровые управляющие машины и автоматизация производства. М., 1963 [библиогр. с. 285—286]; Ющенко Е. Л. [и др.]. Управляющая машина широкого назначения «Днепро» и программирующая программа к ней. Справочник программиста. К., 1964 [библиогр. с. 277—278].

Б. Н. Малиновский.

УПРАВЛЯ́ЮЩАЯ ПРОГРА́ММА — часть *операционной системы*, предназначенная для управления вычислительным процессом на

ЦВМ. У. п. организует обмен *процессора с внешними устройствами*, осуществляет *памяти распределение*, управление последовательностью выполнения заданий и их частей, управление массивами (файлами), реагирует на неисправности машины и другие нерегулярные ситуации, производит вызов *трансляторов* и др. обрабатывающих программ, ведет протокол вычислительного процесса и т. п.

УПРАВЛЯЮЩЕЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ, регулирующее воздействие — сигнал, поступающий на вход объекта управления от регулятора или другого устройства и влияющий на выходную (регулируемую) величину объекта управления. У. в. в системе автомат. управления изменяется таким образом, чтобы регулируемая величина соответствовала заданию (в системах стабилизации, следящих и программных) или достигала некоторого оптим. значения, в частности экстремума (в системах автомат. оптимизации, самонастраивающихся, экстремальных и др.). Характер изменения во времени У. в. зависит от вида *регулирования закона* и определяется свойствами объекта управления, характером действующих на систему возмущений, помех и задающих воздействий, а в ряде случаев — и некоторыми требованиями к виду и качеству изменения во времени регулируемой величины.

По числу У. в. объекты управления бывают одно- и многомерные. Каждое У. в. в многомерных объектах может влиять на одну или несколько выходных регулируемых величин. Характер и степень влияния на каждую регулируемую величину разные (см. *Наблюдаемости и управляемости условия*). Одной из важных задач при синтезе *многомерных систем автоматического управления* является устранение или ослабление влияния У. в. на все регулируемые величины, за исключением одной. См. также *Автономность, Дуальное управление, Процесс управляемый*.

В. Ю. Мандровский-Соколов.

«УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ И МАШИНЫ» — научно-производственный журнал. Освещает теоретические и прикладные вопросы общей теории и методологии систем, архитектуры управляющих систем и машин, информационного и матем. обеспечения АСУ, организации вычисл. процесса в системах управления и обработки данных, общих принципов построения ЭВМ и вычисл. комплексов для АСУ, элементных и алгоритмических структур ЭВМ, контроля и надежности ЭВМ и систем, периферийного оборудования и средств системной связи, автоматизации проектирования ЭВМ и систем и др. Издается Ин-том кибернетики АН УССР с 1972. Выходит 6 раз в год на рус. языке.

УРАВНЕНИЙ КЛАССИФИКАЦИЯ. Уравнение — это запись задачи поиска таких элементов x некоторого *мн-ва* X, что

$$F(x) = Y, \qquad (1)$$

где F — *оператор* (математический), т. е. заданное отображение мн-ва X на мн-во Y, y — фиксированный элемент мн-ва Y. Ур-ние общего вида (1) наз. операторным. В зависимости от того, линеен или нелинеен оператор F, ур-ние (1) наз. соответственно линейным или нелинейным. Если X и Y — мн-ва чисел, то ур-ние (1) в зависимости от характера ф-ции F обращается в алгебраическое или трансцендентное. Ф-ция $z = F(x)$ наз. алгебраической, если она удовлетворяет ур-нию вида

$$A_0(x)\,z^n + A_1(x)\,z^{n-1} + \cdots + A_n(x) = 0, \qquad (2)$$

где $A_0(x)$, ..., $A_n(x)$ — многочлены от x. Ф-ции, не удовлетворяющие ур-нию (2), наз. трансцендентными, напр., a^x, $\log_a x$, x^α (где α — иррациональный показатель), тригонометрические ф-ции. Соответственно, ур-ние (1) наз. алгебраическим, если F — алгебр. ф-ция, в противном случае это ур-ние наз. трансцендентным. Если X и Y — мн-ва чисел в многомерных пространствах (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), то получается система ур-ний. Если X и Y мн-ва ф-ций, то в зависимости от характера отображения F получаются дифф. или *интегральные уравнения* (см. также *Дифференциальных линейных уравнений с частными производными классификация*). Если $F(x) = F_1(x) + f(t)$, где $F_1 = \frac{d^n}{dt^n} + \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + \frac{d}{dt} + \frac{d^0}{dt^0}$, то ур-ние (1) наз. обыкновенным дифференциальным ур-нием n-го порядка. Если оператор F включает одновременно операции дифференцирования и интегрирования, ур-ние наз. интегро-дифференциальным.

Операторные ур-ния бывают в основном трех типов:

$$Tu = u, \qquad (3)$$

($Tu \in R$, ищется неподвижная точка оператора T);

$$Su = \theta \qquad (4)$$

(θ — нулевой элемент пространства образов);

$$Tu = \lambda u \qquad (5)$$

($Tu \in R$, λ — вещественное или комплексное число, $Tu \neq \theta$; это задача о собственных значениях, т. е. задача отыскания таких λ, при которых ур-ние (5) имеет ненулевое решение). Здесь искомая величина u — элемент данного линейного пространства R, T и S — заданные линейные или нелинейные операторы. Ур-ние (4) является наиболее общим; ур-ния (3), (5) — его частные случаи. Действительно, если E — тождественный оператор, то ур-ние (3) при $S = T - E$ принимает вид (4). Введем для ур-ния (5) условие нормировки $Gu = 1$, где G — заданный функционал, такой, что $G\theta \neq 1$. Рассмотрим пару элементов v и a (обозначается $\begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix}$), где $v \in R$, a — вещественное или комплексное число, как элемент нового

пространства R_1, определив сложение и умножение на скаляр так же, как для числовых пар. Определим преобразование T_1 элементов $\begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix}$ ф-лой $T_1 \begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Tv - av \\ Gv - 1 \end{pmatrix}$. Если $\begin{pmatrix} \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \theta_1$ — нулевой элемент пространства R_1, то ур-ние $T_1 \begin{pmatrix} v \\ a \end{pmatrix} = \theta_1$ равносильно ур-нию (5) и имеет вид (4). *М. Д. Бабич.*

УРАВНОВЕ́ШИВАНИЯ МЕ́ТОДЫ — методы сведе́ния к нулю или определенному значению рассогласования в математических машинах непрерывного действия для достижения эквивалентности между уравнениями моделируемого объекта и моделирующей системы. Под ур-ниями моделируемого объекта подразумеваются зависимости, отображающие отдельные матем. операции, включая функциональные зависимости, системы линейных и нелинейных алгебр. и дифф. ур-ний, ур-ния в частных производных. У. м. применяют также для повышения точности решения задач на моделирующих машинах, устраняя погрешности, возникающие из-за неточности установки параметров или изменения их в процессе решения. Уравновешивание контролируется достижением нулевых значений некоторых физ. величин. В электронных цепях в качестве таких величин удобнее всего брать разность потенциалов между узлами схемы. Процесс уравновешивания может протекать одновременно в различных участках моделирующей системы. Для этого применяют *следящие системы* либо *усилители операционные*, отрабатывающие *потенциально-нулевые точки*. Последовательное (поочередное) уравновешивание осуществляется либо вручную, либо с применением кодоуправляемых элементов или переключающих схем. На однозначность решения при одновременном уравновешивании влияет устойчивость решения с учетом влияния малых параметров; при последовательном уравновешивании необходимо обеспечить сходимость итерационного процесса. У. м. наглядно иллюстрируются при моделировании системы линейных алгебр. ур-ний. Систему линейных алгебр. ур-ний представим в виде

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1i}x_i + \cdots + a_{1n}x_n + \\ + f_1 = 0; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2i}x_i + \cdots + a_{2n}x_n + \\ + f_2 = 0; \qquad (1) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \cdots + a_{ji}x_i + \cdots + a_{jn}x_n + \\ + fj = 0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mi}x_i + \cdots + \\ + a_{mn}x_n + f_m = 0, \end{gathered}$$

где a_{ji} — известные коэфф., x_i — неизвестные, f_j — известные свободные члены. Ур-ния (1) запишем в матричной форме

$$AX + F = 0, \qquad (2)$$

где A — матрица коэфф., X — вектор неизвестных, F — вектор свободных членов. Предполагается, что матрица коэфф. квадратичная и достаточно хорошо обусловлена. В случае, когда *аналоговую модель* построить невозможно или нецелесообразно, применяется *квазианалоговое моделирование* с уравновешиванием. При этом ур-ния (2) заменяются ур-ниями с невязками:

$$AX + F = \varepsilon, \qquad (3)$$

где ε — вектор невязок; при $\varepsilon = 0$ система (3) превращается в систему (2). В более общем случае У. м. предусматривают введение вектора дополнительных величин Y и уравновешиваемых величин Ф. Введение этих величин иногда упрощает построение *квазианалоговой модели* и ускоряет процесс уравновешивания. Общая блок-схема уравновешивания приведена на рис. 1, где КА — квазианалоговая модель, УУ — устройство уравновешивания. Одновременное сведение всех невязок к нулю можно рассмотреть на примере матричной модели с операционными усилителями (рис. 2). В этой модели проводимости g_{ji} моделируют коэфф. a_{ji} из системы (1), I_j — свободные члены f_j, напряжения U_i — искомые неизвестные x_i, операционные усилители $У_j$ отрабатывают потенциально-нулевые точки δ_j. Ур-ние электр. цепи будет иметь вид

$$GU + I = ND, \qquad (4)$$

где G — матрица проводимостей, U — вектор напряжений, I — вектор токов, N — диагональная матрица, элементы которой представляют сумму проводимостей, подключаемых к j-й потенциально-нулевой точке, D — вектор напряжений потенциально-нулевых точек. Ур-ния (4) эквивалентны (3). Учитывая, что $D = -\frac{U}{K}$, где K — коэфф. усиления усилителей, перепишем (4) в виде

$$\left(G + \frac{N}{K}\right)U + I = 0, \qquad (5)$$

а при достаточно большом K $GU + I = 0$, что эквивалентно системе ур-ний (2).

При анализе процесса одновременного уравновешивания необходимо учитывать влияние паразитных емкостей C, появляющихся в цепи обратной связи усилителей (на рис. 2 обозначены пунктиром). С учетом этих емкостей и токов, протекающих через них, ур-ния (5) примут вид

$$\left(1 + \frac{1}{K}\right)C\frac{dU}{dt}E + \left(G + \frac{N}{K}\right)U + I = 0, \qquad (6)$$

где E — единичная матрица. Исследуя систему (6) на устойчивость любым из известных методов (см. *Устойчивость модели*), получают характеристику процесса уравновешивания.

Решение может быть получено только в том случае, если система (6) устойчива. Одним из условий устойчивости является требование отрицательности действительной части корней характеристических ур-ний системы

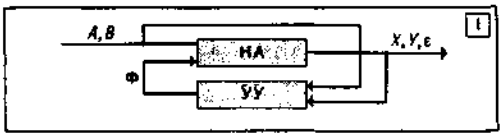
$$\left(1+\frac{1}{K}\right)CpE+G+\frac{N}{K}=0. \qquad (7)$$

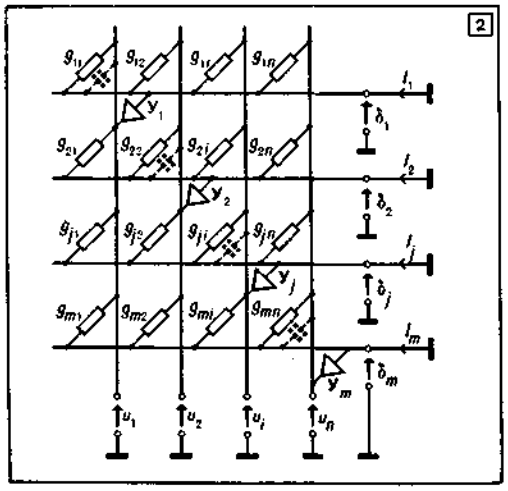
В частности, если G — симметричная и положительно определенная матрица, то условие устойчивости выполняется. Достаточным признаком устойчивости будет и выполнение неравенства $g_{jj} > \sum_{i \neq j} g_{ji}$. При последовательном уравновешивании систему (2) формируют таким образом, чтобы коэфф., стоящие на главной диагонали матрицы (т. е коэфф. типа a_{11}, a_{22}, ... , a_{jj}, ..., a_{nn}), были максимальными в каждом ур-нии. Процесс последовательного уравновешивания заключается в том, что, изменяя поочередно u_1, ..., u_j, ..., u_n, добиваются нулевых значений δ_1, ..., δ_j, ..., δ_m. Этот процесс эквивалентен методу полной релаксации, а при циклическом обходе уравновешиваемых величин — методу Некрасова. В процессе уравновешивания можно не доводить значение δ_j до нуля, а только уменьшать его. При этом будет реализован метод неполной релаксации. Необходимым и достаточным условием сходимости итерационного метода для системы линейных алгебр. ур-ний является условие, чтобы все корни характеристического ур-ния матрицы в B были по модулю меньше единицы, где $B = E - A$. Достаточным условием сходимости для симметричных матриц является положительная определенность матрицы A. Практически при определении сходимости итерационного процесса удобно пользоваться условием, что любая норма матрицы B была меньше единицы, или условием

$$a_{jj} > \sum_{i \neq j} a_{ji} \text{ или } a_{jj} > \sum_{j \neq i} a_{ji}.$$

Кроме рассмотренных методов, применяют метод минимизации. Суть метода заключается в том, что выделяется величина $S = \sum_j \delta_j^2$ или $Q = \sum_j |\delta_j|$, и на каждом шаге последовательного приближения эта величина уменьшается. Из методов, обладающих неизбежной сходимостью, находит применение также метод скорейшего спуска. Рассмотренные У. м. могут быть обобщены на системы нелинейных алгебр. ур-ний, на обыкновенные дифф. ур-ния и системы ур-ний и дифф. ур-ния в частных производных. У. м. применяют при решении некоторых задач *программирования линейного*, ими пользуются при создании специализированных матем. машин непрерывного действия.

Лит.: Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.— Л., 1963 [библиогр. с. 677—734]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]. *В. М. Самусь.*





1. Общая блок-схема уравновешиваемой квазианалоговой модели.
2. Схема матричной уравновешиваемой модели системы линейных алгебраических уравнений.

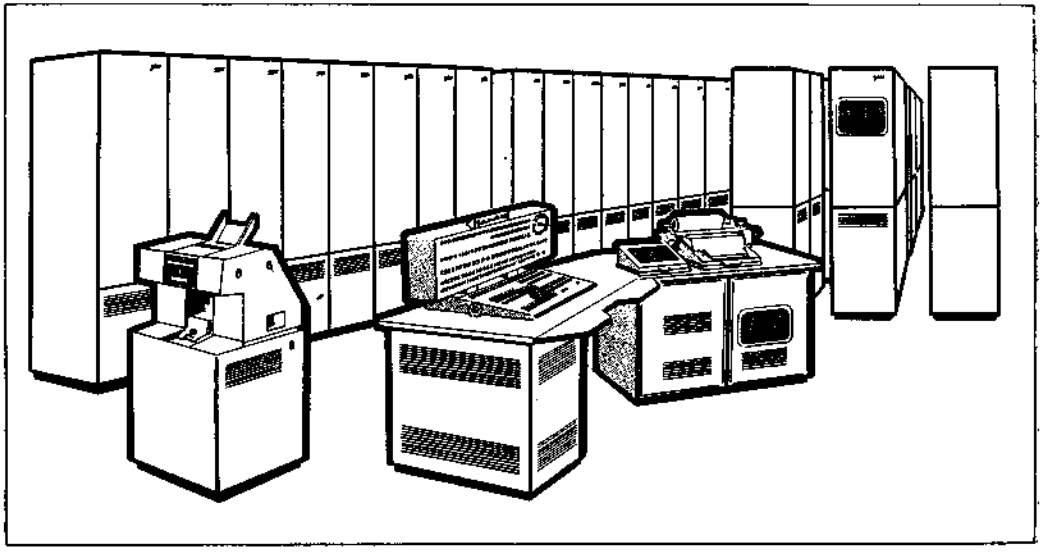
«УРАЛ» — семейство цифровых вычислительных машин общего назначения, ориентированных на решение инженерно-технических и планово-экономических задач. Первые четыре модели семейства — «Урал-1», «Урал-2», «Урал-3» и «Урал-4» — были ламповыми машинами, «Урал-11», «Урал-14» и «Урал-16» — на полупроводниковых элементах.

Созданная в 1957 «Урал-1» по производительности относилась к малым машинам (в основном инженерного применения) и отличалась дешевизной. Машина имела развитую систему команд (нескольких миним. форматов) с безусловной и условной передачей управления, систему сигнализации и ручное управление, позволявшее следить за исполнением программы и вмешиваться в ход ее выполнения для внесения исправлений в процессе отладки. Осн. тех характеристики машины: система счисления — двоичная, форма представления чисел — с фиксированной запятой, разрядность — 36, система команд — одноадресная, быстродействие — 100 операций в 1 *сек*. Оперативное ЗУ машины — на магн. барабане, объемом 1024 слова (скорость вращения 6000 об/*мин*), дополнялось внешним ЗУ на магн. ленте (40 тыс. слов) и перфоленте (10 тыс. слов). В качестве устр-в ввода — вывода использовались клавишное печатающее устр-во и устр-во на перфоленте.

В дальнейших моделях — «Урал-2», «Урал-3», «Урал-4» было введено ферритовое

ОЗУ, расширена емкость внешних ЗУ на барабане (8 × 8192 слов) и магн. ленте (12 × × 260 тыс. слов), а также значительно расширен набор устр-в ввода—вывода. Характерно, что уже машины «Урал-2», «Урал-3», «Урал-4» образовывали ряд программно и аппаратно совместимых моделей с комплектуемым по потребностям применения составом устр-в, позволяющим в некоторых пределах варьировать производительность машины.

В 1964—71 создан ряд также программно и аппаратно совместимых моделей «Урал-11», «Урал-14» и «Урал-16» — на единой конструктивной, технологической и схемной базе, обладающих следующими чертами. Машины образуют конструктивно, схемно и математически совместимый ряд ЭЦВМ с различной производительностью, гибкой блочной структурой, с широкой номенклатурой устр-в со стандартизированным способом подключения, позволяющим составлять комплект машины, наиболее подходящий для данного конкретного применения; предусмотренные конструктивные и схемные возможности позволяют комплектовать *вычислительные системы*, состоящие из нескольких машин; предусмотренные возможности резервирования отдельных устр-в машин позволяют создавать системы повышенной надежности: система схемной защиты данных, независимость программ от их места в памяти, система относительных адресов, развитая система прерываний и соответствующая система команд позволяют организовать одновременное решение нескольких задач; возможность работы в режимах с плавающей и фиксированной запятой, в двоичной и десятичной системах счисления, выборка и выполнение операций со словами фиксированной и переменной длины позволяют эффективно решать как планово-экономические, так и научно-технические задачи; система аппаратного контроля обеспечивает контроль хранения, адресации, передачи, ввода, вывода и обработки данных; большая емкость оперативного ЗУ с непосредственной выборкой слов переменной длины, эффективные аппаратные средства контроля и защиты памяти, ступенчатая адресация, развитая система прерываний и приостановок, возможность подключения памяти большой емкости с произвольной выборкой на магн. барабанах и дисках, наличие *датчика времени*, аппаратуры сопряжения с *каналами связи* и пультов операторов для связи с машиной дает возможность строить различные *обработки данных системы* коллективного пользования, работающие в *режиме разделения времени*; унификация элементов, блоков и устр-в обеспечивает хорошую технологичность серийного производства машин. Последние три модели семейства построены на полупроводниковых элементах модульной конструкции и по чисто формальным признакам (элементная база) их надо отнести к электронным *вычислительным машинам* второго поколения, хотя в архитектуре их имеется много черт, присущих машинам третьего поколения.



Цифровая вычислительная машина «Урал-16».

Осн. тех. характеристики последней модели семейства — машины «Урал-16» (рис.) таковы: представление данных — слова переменной длины, числа с плавающей запятой, числа с фиксированной запятой переменной разрядности, символы; длина слова (в *битах*) — 1, 2,..., 48; длина массива информации (в *битах*)— 24, 48, ..., 98 304; разрядность чисел с фиксированной запятой — 1, 2, ..., 48, с плавающей запятой — мантисса 39, порядок 7; система счисления — двоичная; система команд — 300 одноадресных команд; система адресации —

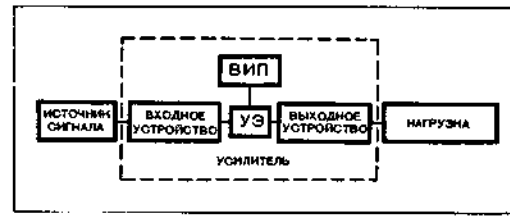
относительная, ступенчатая (номер массива — начало подмассива — относительный адрес слова заданной длины); время выполнения операций сложения 48-разрядных слов — 10 *мксек*, умножения — 30 *мксек*; к-во каналов сигналов прерывания — 64 + 24; к-во уровней прерывания — 64. Оперативное ЗУ — на ферритовых сердечниках, емкостью 131 — 524 тыс. слов, внешние ЗУ на магн. барабане — 98 ÷ 784 тыс. слов, на магн. дисках — 5 ÷ ÷ 40 млн. слов, на магн. лентах — 8 ÷ 48 млн. слов (слова длиной 24 + 2 *бита*). В качестве устр-в ввода используют устр-ва на перфокартах — 700 карт в 1 *мин*, на перфоленте — 1000 строк на 1 *сек*, ввод с каналов связи — до 2,2 млн. *бит* в 1 *сек*. В качестве устр-в вывода используют печатающее устр-во, производительностью 400 строк (по 128 знаков) в 1 *мин*, устр-во на перфокартах — 110 карт в 1 *мин*, выходной перфоратор — 80 строк в 1 *сек*, вывод в каналы связи — до 2,2 млн. *бит* в 1 *сек*, алфавитно-цифровое печатающее устр-во — 800 строк в 1 *мин*. Имеется также *экранный пульт* — устр-во индикации, предназначенное для реализации *диалога режима* — с макс. объемом воспроизводимых данных — 2048 символов.

Основу системы матем. обеспечения последних моделей семейства «Урал» составляет универсальная программа-диспетчер, выполняющая функции *операционной системы*. В состав матем. обеспечения входит также автокод АРМУ, обеспечивающий полную совместимость программ от меньшей модели к большей и запись на нем алгоритмов решения определенного круга задач. АРМУ обеспечивает запись программ для работы со словами и массивами переменной длины, выполнение операций над числами в двоичной и десятичной системах счисления с плавающей и фиксированной запятой. В системе матем. обеспечения предусмотрен *транслятор* с АРМУ на машинный язык. Имеются программы отладки на уровне языков машин и автокода АРМУ. Для обнаружения неисправностей имеется набор тест-программ. Библиотека программ, содержащая стандартные программы и программы решения различных задач, комплектуется из программ, написанных на языках отдельных ЭЦВМ, АРМУ, АЛГОЛ-60, АЛГАМС и АЛГЭК. Предусмотрено расширение библиотеки за счет программ, написанных на других языках и автокодах, после разработки соответствующих трансляторов с этих языков на язык АРМУ.

Лит.: Бураков М. В. Опыт эксплуатации цифровой вычислительной машины «Урал». М., 1962; Машины вычислительные цифровые «Урал-11», «Урал-14», «Урал-16». В кн.: Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4. Вычислительная техника. Выпуск: Электронные цифровые вычислительные машины общего назначения. М., 1968.

П. В. Походило.

УСИЛИ́ТЕЛЬ — устройство, в котором осуществляется увеличение мощности управляющего (входного) сигнала за счет энергии вспомогательного (управляемого) источника питания, причем функциональная связь между выходным и входным сигналами непрерывная и однозначная. В зависимости от вида энергии управляющего сигнала и управляемого источника У. делятся на электр., мех., гидравлические, пневматические и т. д. Наиболее широко распространены электр. У., которые в ряде областей, таких как радиосвязь, телевидение, радиолокация, радионавигация, измерительная техника и др., служат основой построения всей аппаратуры. Широко используются электр. У. в кибернетике и вычисл. технике, причем в аналоговой вычисл. технике они являются осн. элементами. Электр. У. по типу управ-



Блок-схема усилителя.

ляющего (усилительного) элемента разделяются на электронные (ламповые и полупроводниковые), диэлектрические, магнитные, криотронные и др. На рис. приведена блок-схема У. с источником сигнала и нагрузкой. Осн. частями собственно У. (на рис. обведен пунктиром) являются: а) входное устройство, передающее управляющий сигнал во входную цепь усилительного элемента УЭ и применяющееся в тех случаях, когда непосредственное подключение источника входного сигнала к УЭ по тем или иным причинам нецелесообразно; б) УЭ со вспомогательным источником питания ВИП; в) выходное устройство, предназначенное для передачи выходного сигнала на нагрузку и использующееся тогда, когда непосредственное соединение нагрузки и УЭ оказывается нежелательным. Важнейшие характеристики У. следующие: 1) коэфф. усиления — отношение количественной меры выходного сигнала к такого же вида количественной мере входного; 2) частотная характеристика; 3) переходная характеристика; 4) динамический диапазон; 5) входное сопротивление; 6) выходное сопротивление; 7) уровень собственных шумов; 8) характеристика отличия между требуемой функциональной зависимостью выходного сигнала от входного и действительной. В большинстве случаев требуемая зависимость является линейной, но иногда применяются У. с другими типами зависимости (напр., логарифмические У.). По виду характеристик У. делятся на У. тока, У. напряжения, У. мощности, У. импульсных сигналов, У. низкой частоты, У. высокой частоты, У. постоянного тока, широкополосные У., избирательные У. и др. См. также *Усилитель дифференциальный*, *Усилитель операционный*, *Усилитель отрабатывающий*. *И. Е. Ефимов.*

УСИЛИ́ТЕЛЬ ДИФФЕРЕНЦИА́ЛЬНЫЙ — *усилитель*, выходное напряжение которого пропорционально разности двух входных на-

пряжений. На рис. приведена схема простого У. д. на транзисторах ($U_{вх1}$, $U_{вх2}$ — входные напряжения). Под выходным напряжением понимают либо разность потенциалов между коллекторами (симметричный выход — $U_{вых}$), либо величину отклонения потенциала коллектора от начального значения (несимметричный выход — $U'_{вых}$). Поскольку в схеме имеется отрицательная *обратная связь* по току через резистор $R_э$, то, выбирая определенным образом параметры схемы, можно добиться того, что при $U_{вх1} = U_{вх2}$ $U_{вых}$ и $U'_{вых}$ будут незначительными (при полной симметрии схемы $U_{вых} = 0$), а при $U_{вх1} \neq U_{вх2}$ выходное напряжение (в любом случае) будет большим и пропорциональным их разности. У. д. характеризуется коэфф. усиления разности входных напряжений $K_р$ и коэфф. усиления среднего уровня их $K_у$. При произвольных $U_{вх1}$ и $U_{вх2}$ и выполнении соотношений $\alpha_1 \approx \alpha_2 = \alpha$; $R_{к1} = R_{к2} = R_к$; $R_{э2} + r_{э2} = R_{э1} + r_{э1} + \Delta R_э \approx R_{э1} + r_{э1} = R'_э$; $\beta_1 \approx \beta_2 = \beta$,

$$U_{вых} \approx (U_{вх2} - U_{вх1}) K_р + 0{,}5 (U_{вх1} + U_{вх2}) K_у, \quad (1)$$

$$U'_{вых} \approx (U_{вх1} - U_{вх2}) K'_р + 0{,}5 (U_{вх1} + U_{вх2}) K'_у, \quad (2)$$

где

$$\left.\begin{aligned} K_р &= \frac{\alpha R_к}{R'_э + 0{,}5\beta^{-1}(R_{б1} + R_{б2})}; \\ K_у &= \frac{K_р}{2R_э}\left(\frac{R_{б1}}{\beta_1} - \frac{R_{б2}}{\beta_2} - \Delta R_э\right); \\ K'_р &= 0{,}5K_р; \\ K'_у &= -\frac{K_р}{2R_э}\left(R_{э1} + r_{э1} + \frac{R_{б1}}{\beta_1}\right); \\ R_{б1} &= r_{б1} + \frac{r_1 r'_1}{r_1 + r'_1}; \\ R_{б2} &= r_{б2} + \frac{r_2 r'_2}{r_2 + r'_2}, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

α, β — коэфф. усиления по току транзистора в схеме с общей базой и общим эмиттером соответственно; $r_{бi}$, $r_{эi}$, $i = 1,2$ — базовые и эмиттерные сопротивления транзисторов T_1, T_2 соответственно. Из (1), (2) видно, что для качественной работы У. д. необходимо так выбирать параметры схемы, чтобы величина $q = \left|\frac{K_у}{K'_р}\right| \left(\text{или } \left|\frac{2K'_у}{K_р}\right|\right)$ была достаточно мала. При $U_{вх1} = U_{вх2}$ (синфазные сигналы) $U_{вых}$ и $U'_{вых}$ определяются только вторыми членами (1) и (2), поэтому величину q^{-1} называют коэфф. подавления синфазных сигналов. Из (3) следует, что для уменьшения q нужно увеличивать сопротивление $R_э$ (что приводит к необходимости увеличения напряжения источника смещения E_c) и выбирать транзисторы с большим β, что к тому же дает увеличение $K_р$. На практике вместо $R_э$ используют транзисторную схему с обратной отрицательной связью по току (схему неизменного тока), которая обладает большим дифф. сопротивлением, а вместо одиночных транзисторов используют схему составного транзистора (при этом увеличивается входное сопротивление У. д.). Другими способами увеличения коэфф. подавления синфазных сигналов являются введение обратной связи синфазного типа, резистивной перекрестной обратной связи как положительной (показана на рис. пунктиром), так и отрицательной (в многокаскадных У. д.). При этом удается повысить входное сопротивление У. д. на постоянном токе до 1 *Мом* и выше.

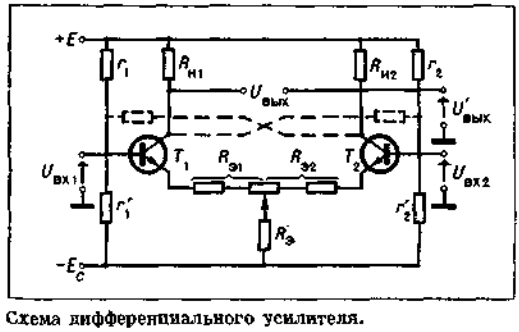


Схема дифференциального усилителя.

Осн. достоинствами У. д. являются универсальность применения и его способность подавлять одинаковые по обоим входам сигналы (эффект подавления синфазных сигналов). У. д. в широком диапазоне частот (от нуля до сотен *Мгц*) может выполнять операции сравнения, детектирования, модулирования, смешивания двух входных напряжений или входного напряжения и напряжения обратной связи, а также осуществлять генерирование сигналов и автомат. регулировку усиления. Применение У. д. дает возможность относительно свободно выбирать начальные уровни входных и выходных напряжений, получать выходной сигнал любого знака и, следовательно, парафазный сигнал. Все это обусловливает широкое использование У. д. в радиотехнике, автоматике, вычисл. и измерит. технике. Присущий У. д. эффект подавления синфазных сигналов объясняет применение их в качестве входных каскадов различных измерит. усилителей, усилителей постоянного тока (УПТ), используемых в *усилителях*

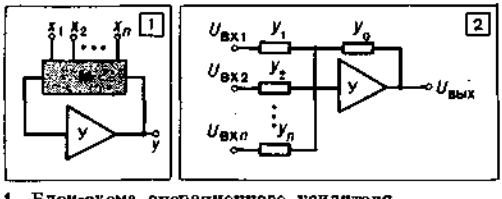
операционных, поскольку при этом появляется возможность уменьшить *дрейф нулевого уровня*, устранить различные помехи (напр., наводки). Применение У. д. в транзисторных УПТ позволяет компенсировать смещение нуля в форме тока и напряжения, увеличить входное сопротивление.

Существенным недостатком У. д. является необходимость подбора элементов схемы, причем в транзисторных У. д. этот подбор сложнее, чем в ламповых, из-за температурной зависимости некоторых величин (напр., напряжения база-эмиттер, начального тока коллектора). Практически это обстоятельство приводит к усложнению схем транзисторных У. д. вследствие введения термокомпенсирующих элементов (термосопротивлений, температурозависимых источников напряжений). С другой стороны, для У. д. характерна одна важная черта — совместимость с технологией изготовления монолитных *интегральных схем* (ИС). Свойство совместимости У. д. с технологией изготовления ИС и указанные выше достоинства их привели к тому, что в настоящее время каскады У. д. входят в состав почти всех линейных ИС.

Лит.: Эрглис К. Э., Степаненко И. П. Электронные усилители. М., 1964 [библиогр. с. 537—539]; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., ч. 1. М., 1967 [библиогр. с. 453—456].

И. Е. Ефимов.

УСИЛИ́ТЕЛЬ ОПЕРАЦИО́ННЫЙ, усилитель решающий — моделирующая электрическая цепь с усилителем постоянного тока (УПТ) в качестве уравновешивающего устройства и многополюсником, формирующим определенную математическую операцию. На рис. 1 показана общая блок-схема У. о. с параллельной цепью *обратной связи*: М — многополюсник; У — усилитель постоянного тока; x_i ($i = 1, 2, \ldots, n$), y — входные и выходная величины соответственно. УПТ должен удовлетворять следующим требованиям: 1) иметь высокий коэфф. усиления в рабочей полосе частот (от 10^3 до 10^8); 2) обладать малым *дрейфом нулевого уровня*; 3) иметь малое выходное (порядка единиц *ом*) и большое входное сопротивление (не менее единиц *Мом*). Частным случаем общей схемы является У. о.



1. Блок-схема операционного усилителя.
2. Схема операционного усилителя с многополюсником.

с многополюсником в виде звезды из двухполюсников (рис. 2), используемый для моделирования элементарных операций: умножение на постоянную величину, суммирование нескольких независимых переменных, интегрирование и дифференцирование по времени и др. Кроме того, такой У. о. можно использовать для решения дифф. ур-ний определенного вида и для осуществления некоторых функциональных преобразований. Выходное напряжение в операторной форме определяется как

$$U_{вых}(p) = \frac{-\sum_{i=1}^{n} Y_i(p)\, U_{вхi}(p)}{Y_0(p)\left[1 + \dfrac{1 + \sum_{i=1}^{n} Y_i(p)/Y_0(p)}{K(p)}\right]}, \quad (1)$$

где $Y_i(p)$ — входная проводимость i-го входа в операторной форме; $U_{вхi}(p)$ — операторное изображение i-го входного напряжения; $Y_0(p)$ — операторная проводимость цепи обратной связи; $K(p)$ — операторный коэфф. усиления УПТ при разомкнутой обратной связи, n — число входов. Как видно из (1), $U_{вых}$ является суммой входных сигналов, каждый из которых умножается на k-й передаточный коэфф., причем, последний легко определяется из (1), если положить $U^{(p)}_{вхi} = 0$ при $i \neq k$. Отношение $\dfrac{Y_i(p)}{Y_0(p)}$ определяет требуемую матем. операцию по i-му входу, которая выполнялась бы при наличии идеального УПТ, имеющего $|K(j\omega)| = \infty$ для всех частот. Член $\dfrac{1}{K(p)}\left[1 + \sum_{i=1}^{n} Y_i(p)/Y_0(p)\right]$ определяет систематическую погрешность, обусловленную неидеальностью УПТ (конечностью коэфф. усиления и ограниченностью полосы пропускания). Чем больше $|K(j\omega)|$ и чем медленнее происходит его затухание с ростом частоты сигнала, тем меньшую погрешность вносит УПТ. Пренебрегая вторым слагаемым квадратной скобки знаменателя в (1), получают идеализированное операторное ур-ние У. о., которое и используют при расчетах моделей. Выбирая конкретные двухполюсники (рис. 2), получают конкретные режимы работы, напр., при $n = 1$, $Y_1 = \dfrac{1}{R_1}$, $Y_0 = \dfrac{1}{R_0}$ из (1) имеем $U_{вых} = -\dfrac{R_0}{R_1} U_{вх1}$, т. е. операцию умножения на величину $-\dfrac{R_0}{R_1}$; если число входов n, $Y_i = \dfrac{1}{R_i}$, $Y_0 = \dfrac{1}{R_0}$, то $U_{вых} = -\sum_{i=1}^{n} \dfrac{R_0}{R_i} U_{вхi}$; если $n = 1$, $Y_1 = \dfrac{1}{R_1}$, $Y_0 = pC$, то $U_{вых}(p) = -\dfrac{1}{pR_1C} U_{вх1}(p)$, что при переходе от изображений к оригина-

лам дает $U_{вых}(t) = -\frac{1}{R_1 C}\int_0^t U_{вх1}(\tau)\,d\tau$,

т. е. У. о. в этом случае выполняет операцию интегрирования.

Важнейшей характеристикой У. о. является точность выполнения заданной матем. операции. Осн. причинами *погрешности* У. о., кроме указанных выше, являются дрейф нулевого уровня УПТ, конечность входного сопротивления и выходной проводимости его, отличие значений операционных резисторов и конденсаторов от расчетных, неточность задания входных напряжений, наличие паразитных параметров (емкость монтажа, сопротивление утечки операционных конденсаторов, паразитная емкость операционных резисторов и потенциометров установки коэфф.). Большинство из этих первичных источников погрешности У. о. носят случайный характер. Анализ полной погрешности У. о. с учетом всех перечисленных факторов представляет собой сложную задачу. Обычно рассматривают влияние указанных первичных ошибок на ошибку на выходе при воздействии некоторых стандартных сигналов (синусоидальный, ступенчатый) и по результатам такого анализа судят о точности. Приведенная погрешность выполнения операций У. о. современных аналоговых машин может принимать значения от сотых долей до нескольких процентов в зависимости от типа машины, выполняемой операции и точностных характеристик элементов У. о.

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Полонников Д. Е. Широкополосные решающие (операционные) усилители. «Автоматика и телемеханика», 1960, т. 21, № 12; Вычислительная техника. Справочник. Пер. с англ., т. 1—2. М.— Л., 1964; Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Пер. с англ., т. 1. М., 1967 [библиогр. с. 453—456]. *И. Е. Ефимов.*

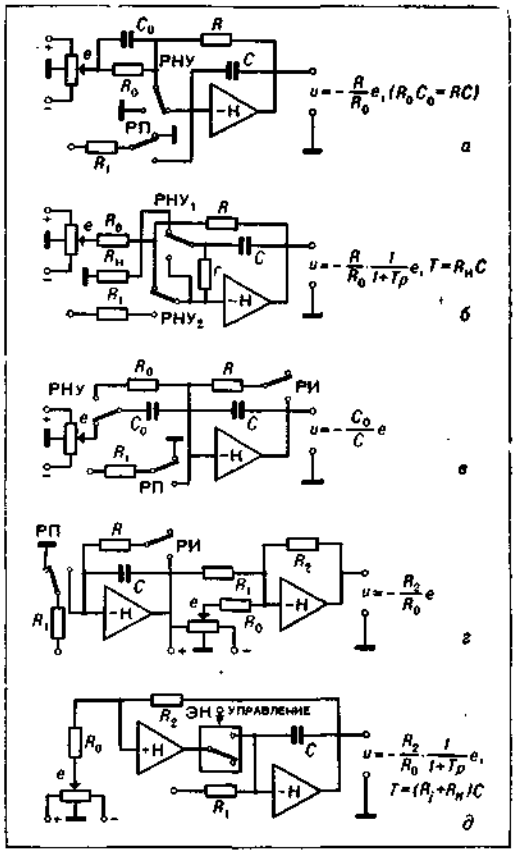
УСИЛИ́ТЕЛЬ ОТРАБА́ТЫВАЮЩИЙ — усилитель для автоматического уравновешивания *квазианалоговых моделей*. При анализе квазианалогов У. о. аппроксимируют усилительным звеном с действительным отрицательным достаточно большим коэфф. усиления, не зависящим от частоты усиливаемого сигнала. При выполнении условий устойчивости уравновешивания и ограниченности выходного напряжения У. о. напряжение на его входе мало (принимается за нуль). Поэтому при подключении У. о. к квазианалогу узел квазианалога, соединенный с входом У. о., становится потенциально-нулевым практически мгновенно (из-за малой длительности переходных процессов в У. о.). К-во У. о. в квазианалоге равно к-ву узлов, которые должны быть потенциально-нулевыми. В динамических квазианалоговых моделях применяют переключаемые У. о. *Г. И. Грездов.*

УСИЛИ́ТЕЛЬ РЕША́ЮЩИЙ — то же, что и *усилитель операционный*.

УСЛО́ВИЯ СТАЦИОНА́РНОСТИ — то же, что и *оптимальности необходимые условия*.

УСЛО́ВИЯ ТРАНСВЕРСА́ЛЬНОСТИ — граничные условия, позволяющие определить положение концов кривой, доставляющей *экстремум* функционалу, на поверхностях, которым принадлежат концы допустимых кривых (см. *Задача с подвижными концами*).

УСТАНО́ВКА НАЧА́ЛЬНЫХ УСЛО́ВИЙ — режим решающей схемы АВМ, в котором формируются значения напряжений на выходах *усилителей операционных*, соответствующие



Схемы установки начальных условий: РНУ — реле начальных условий, РП — реле пуска, РИ — реле разряда интегрирующего конденсатора, $R_к$ — сопротивление электронного ключа (ЭК) в открытом состоянии, R_i — выходное сопротивление усилителя +К.

в определенном масштабе начальным условиям решаемого дифф. ур-ния. Значения напряжений нач. условий определяются по масштабу представления искомой переменной из ур-ний структурной схемы моделирования. Нач. условия могут задаваться либо зарядом интегрирующего конденсатора, либо подключением к выходу интегратора дополнительного сумматора, который добавляет напряжение нач. условий. Интегрирующий конденсатор

заряжается перед началом интегрирования непосредственно от источника напряжения нач. условий или косвенным путем (через усилитель постоянного тока (УПТ)). На схеме (рис. *а*) заряд интегрирующего конденсатора осуществляется путем перевода интегратора в режим инерционного звена с форсирующей емкостью во входной цепи. При равенстве постоянной времени $R_0C_0 = RC$ выходное напряжение будет устанавливаться практически мгновенно. Недостаток такой схемы — необходимость точного подбора постоянной времени, т. к. при $R_0C_0 < RC$ процесс достижения установившегося значения выходного напряжения замедляется, а при $R_0C_0 > RC$ происходит скачок напряжения на выходе, который может привести к временной перегрузке УПТ. Быстрый процесс У. н. у. обеспечивается переводом интегратора в режим масштабного звена (рис., *б*), к выходу которого подключается интегрирующий конденсатор. Время установки выходного напряжения зависит в этом случае от сопротивления $R_н$, которое определяется условиями устойчивости применяемого в схеме УПТ и обычно достаточно мало. Сопротивление r служит для сохранения отрицательной обратной связи в момент коммутации и выбирается в пределах нескольких сотен *ком*. Если процесс решения повторяется с частотой 10 *гц* и выше, для У. н. у. применяется схема (рис., *в*), в которой интегратор переводится в режим емкостного масштабного звена. Емкости C и C_0 перед У. н. у. предварительно разряжаются. При малом внутреннем сопротивлении источника У. н. у. происходит практически мгновенно.

В АВМ с периодизацией решения часто используются схемы У. н. у. (рис., *г* и *д*), обладающие хорошими динамическими характеристиками. Недостаток этих схем — бо́льшая, по сравнению с предыдущими, сложность, хотя в схеме (рис., *г*) в качестве дополнительного сумматора можно использовать сумматоры, имеющиеся в схеме набора задачи. Кроме того, при использовании этой схемы для У. н. у. шкалу изменения переменных следует выбирать в два раза меньшей во избежание возможной перегрузки дополнительного сумматора. Дополнительный усилитель в схеме (рис., *д*) должен иметь положительный коэфф. усиления и малое выходное сопротивление. Высокие требования предъявляются и к электронному ключу (высокое сопротивление и отсутствие остаточного тока в закрытом состоянии, низкое сопротивление — в открытом и т. д.).

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963; Вычислительная техника. Справочник. Пер. с англ., т. 1. М.— Л., 1964.

Ю. П. Космач.

УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ТЕОРИЯ — раздел *автоматического управления теории*, изучающий условия, при которых дискретная система (ДС) обладает устойчивостью. Когда эти условия принимают вид конкретных неравенств, зависящих только от параметров системы, их называют *устойчивости критериями*. Устойчивость (в широком понимании) — способность системы стремиться из различных начальных состояний к некоторому равновесному (стационарному) состоянию.

Весьма широкий и наиболее изученный класс ДС может быть описан разностными ур-ниями вида

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{y}_n); \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (1)$$

где $\mathbf{y}_n = (y_n^{(1)}, \ldots, y_n^{(m)})$ — вектор фазовых координат $y_n^{(i)}$, однозначно определяющий динамическое состояние ДС; n — дискретная независимая переменная; $\mathbf{g}(\mathbf{y}) = (g^{(1)}(\mathbf{y}), \ldots, g^{(m)}(\mathbf{y}))$ — однозначная вектор-функция, ограниченная на любом ограниченном множестве значений $\mathbf{y}$. Система уравнений (1) представляет собой дискретный аналог *системы автономной* обыкновенных дифференциальных ур-ний. Будем рассматривать ее решения в евклидовом фазовом пространстве $G^m = \{\mathbf{y}_n\}$. Состоянию покоя ДС в G^m соответствует *точка равновесия* (инвариантная точка) $\mathbf{y}^0$, для которой справедливо тождество $\mathbf{y}^0 \equiv \mathbf{g}(\mathbf{y}^0)$. Обобщением понятия «инвариантная точка» является инвариантное мн-во M, для которого из $\mathbf{y}_n \in M$ следует $\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{y}_n) \in M$.

Подстановка $\mathbf{y}_n = \mathbf{x}_n + \mathbf{y}^0$ приводит (1) к виду:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_n + \mathbf{y}^0) - \mathbf{y}^0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n), \quad \mathbf{f}(0) = 0. \quad (2)$$

Решение $\mathbf{y}^0$ наз. невозмущенным движением, уравнения (2) — уравнениями возмущенного движения, а их решения $\mathbf{x}_n$ — возмущенными движениями системы (1). Невозмущенным движением системы (2) является тривиальное решение $\mathbf{x}^0 = 0$.

Невозмущенное движение системы (1) наз. устойчивым по Ляпунову (или просто устойчивым), если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\lambda(\varepsilon) > 0$, что при всех $n \geqslant 0$ из $\|\mathbf{x}_0\| < \lambda(\varepsilon)$ в силу системы (2) следует $\|\mathbf{x}_n\| < \varepsilon$ (здесь $\|\mathbf{x}_n\|$ — евклидова норма $\mathbf{x}_n$). Если, кроме того, $\lim\limits_{n\to\infty} \mathbf{x}_n = 0$ при любом $\mathbf{x}_0$, то невозмущенное движение системы (1) наз. асимптотически устойчивым. Если для некоторого $\varepsilon > 0$ невозможно подобрать число $\lambda(\varepsilon) > 0$, удовлетворяющее приведенному определению, то невозмущенное движение системы (1) неустойчиво. Как следует из определений, вопрос об устойчивости невозмущенного движения системы (1) полностью решается исследованием устойчивости тривиального решения системы (2), поэтому в дальнейшем будем рассматривать только ур-ния возмущенного движения. В тех случаях, когда тривиальное решение системы (2) устойчиво (асимптотически устойчиво) при любых начальных состояниях $\mathbf{x}_0 \in E^m = \{\mathbf{x}_n\}$, говорят об устойчивости (асимптотической устойчивости) в целом;

если же устойчивость (асимптотическая устойчивость) имеет место лишь при $x_0 \in R$, где R — некоторая односвязная область в E^m, говорят об устойчивости (асимптотической устойчивости) в области R.

Наиболее общим методом анализа устойчивости ДС является дискретный аналог 2-го (прямого) метода Ляпунова. Он сводит задачу исследования устойчивости системы (2) к изучению свойств некоторой непрерывной ф-ции $v(x_n)$ (ф-ции Ляпунова) и ее первой разности $\Delta v_n = v_{n+1} - v_n = v[f(x_n)] - v(x_n) = \Delta v(x_n)$ вдоль траекторий системы (2). Ф-цию $v(x)$ называют положительно (отрицательно) определенной, если

$$v(0) = 0; \quad v(x) > 0 (< 0) \text{ при } x \neq 0. \qquad (3)$$

Если условия (3) выполняются не при всех x, а только в некоторой области R, являющейся окрестностью начала координат, то говорят о положительной (отрицательной) определенности ф-ции $v(x)$ в области R. Основой 2-го метода Ляпунова являются следующие три теоремы.

Теорема 1. Пусть в области $R(\rho)$, внутри которой $\|x_n\| < \rho$, ф-ция v_n положительно определена, а ее первая разность Δv_n вдоль траекторий системы (2) неположительна. Тогда тривиальное решение системы (2) устойчиво по Ляпунову.

Теорема 2. Если при тех же предположениях о ф-ции v_n ее первая разность Δv_n вдоль траекторий системы (2) отрицательно определена, то тривиальное решение системы (2) асимптотически устойчиво.

Следствия: 1) Если условия теоремы 1 (2) выполнены в области $R(\rho)$, заданной неравенством $v_n < \rho$, то тривиальное решение системы (2) устойчиво (асимптотически устойчиво) в R. 2) Если $R = E^m$, $v_n \to \infty$ при $\|x_n\| \to \infty$ и выполнены условия теоремы 1 (2), то тривиальное решение системы (2) устойчиво (асимптотически устойчиво) в целом.

Теорема 3. Пусть в сколь угодно малой окрестности начала координат ф-ция v_n может принимать отрицательные значения, а ее первая разность Δv_n вдоль траекторий системы (2) отрицательно определена в области $R(\rho)$, внутри которой $\|x_n\| < \rho$. Тогда тривиальное решение системы (2) неустойчиво.

Следующая теорема является одной из модификаций теорем 1—2.

Теорема 4 (дискретный аналог теорем Барбашина — Красовского и Ла Салля). Пусть выполнены все условия теоремы 1 и следствия 2 и, кроме того, L ограничено и представляет собой мн-во всех точек из E^m, в которых $\Delta v_n = 0$. Тогда: а) тривиальное решение системы (2) асимптотически устойчиво в целом, если L не содержит др. целых траекторий; б) если M — макс. инвариантное мн-во из L, то все решения системы (2) при $n \to \infty$ неограниченно приближаются к M.

Теоремы 1—4-я допускают наглядную геом. интерпретацию. Предположим для простоты, что положительно определенная ф-ция $v(x_n)$ выпукла. Тогда ур-ние

$$v_n = v(x_n) = c = \text{const} \qquad (4)$$

определяет в E^m семейство замкнутых, непересекающихся, вложенных друг в друга поверхностей, зависящих от параметра c (рис. 1); причем поверхность $v_n = c_1$ расположена внутри поверхности $v_n = c_0$, если $c_1 < c_0$. До тех пор, пока вдоль траекторий системы ф-ция v_n убывает ($\Delta v_n < 0$), изображающая точка системы скачкообразно переходит с наружных поверхностей на внутренние. Если Δv_n отрицательно определена, т. е. ф-ция v_n убывает всюду, кроме начала координат, то изображающая точка при своем движении асимптотически стремится к поверхности $v_n = 0$, т. е. к точке $x_n = 0$.

Условия теорем 1—4-й не являются критериями устойчивости, поскольку в настоящее время не существует конструктивных методов выбора ф-ции Ляпунова для системы (2). Однако для ряда частных случаев такие критерии получены; ниже приведены наиболее важные из них.

Важный класс ДС составляют линейные ДС, для которых ур-ние (2) принимает вид

$$x_{n+1} = Ax_n, \qquad (5)$$

где A — числовая квадратная матрица. Если положить

$$v_n = x_n^T P x_n; \quad P^T = P, \qquad (6)$$

где P — положительно определенная матрица, а символ «т» обозначает транспонирование, то вдоль траекторий системы (5) $\Delta v_n = -x_n^T Q x_n$, где

$$Q = P - A^T P A. \qquad (7)$$

Справедлива следующая теорема (дискретный аналог теоремы Ляпунова).

Теорема 5 (теорема Бромберга). Пусть $Q > 0$; тогда матрица $P > 0$, удовлетворяющая матричному уравнению (7), существует в том и только в том случае, если все корни $\lambda_i(A)$ уравнения

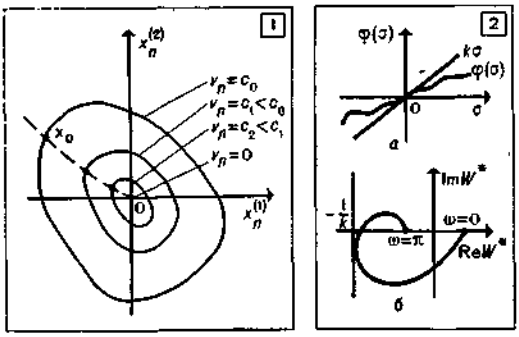
$$D(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0 \qquad (8)$$

лежат внутри круга единичного радиуса, т. е. если

$$|\lambda_i(A)| < 1, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (9)$$

Из теорем 5-й и 2-й следует, что условие (9) является условием асимптотической устойчивости системы (5); оно является необходимым и достаточным, в чем можно убедиться и непосредственно, записав решение ур-ния (5). Известно несколько эффективных критериев, гарантирующих выполнение условия (9),

поэтому отыскивать корни ур-ния (8) нет необходимости. Так, напр., подстановка в ур-ние (8) $\lambda = \frac{\nu+1}{\nu-1}$ сводит рассматриваемую задачу к проблеме Гурвица и позволяет воспользоваться одноименным критерием (см. *Гурвица теорема*). Применение принципа аргумента к многочлену $D(\lambda)$ позволяет получить дискретный аналог критерия Михайлова: система (5) асимптотически устойчива в том и только в том случае, если при изменении ω от 0 до



1. Геометрическая интерпретация 2-го метода Ляпунова.
2. Геометрическая интерпретация частотного критерия устойчивости.

π вектор $D(e^{j\omega})$ поворачивается против часовой стрелки на угол $m\pi$. При рассмотрении разомкнутых и замкнутых ДС из критерия Михайлова непосредственно следует дискретный аналог частотного критерия Найквиста, который для ДС формулируется так же, как и для непрерывных систем.

Если вектор-функция $\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ из уравнения (2) непрерывна по совокупности своих аргументов, то в окрестности начала координат ее можно представить в виде абсолютно сходящегося степенного ряда. Ограничившись линейными членами разложения, получим первое приближение системы (2)

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{B}\mathbf{x}_n; \quad \mathbf{B} = \| b_{ij} \| = \left\| \frac{\partial f_i(\mathbf{x}_n)}{\partial x_n^{(j)}} \right\|_{\mathbf{x}_n=0};$$

$$i, j = 1, \ldots, m. \tag{10}$$

Следующие теоремы являются дискретными аналогами теорем Ляпунова об устойчивости в малом (см. *Ляпунова методы*).

Теорема 6. Если все корни ур-ния

$$\det(\mathbf{B} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \tag{11}$$

лежат внутри круга единичного радиуса, то тривиальное решение системы (2) асимптотически устойчиво в достаточно малой своей окрестности (иногда говорят: асимптотически устойчиво в малом).

Теорема 7. Если хотя бы один корень ур-ния (11) расположен вне круга единичного радиуса, то тривиальное решение системы (2) неустойчиво.

Для широкого класса нелинейных ДС система ур-ний (2) может быть приведена к квазилинейному виду

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}_n\mathbf{x}_n, \tag{12}$$

где $\mathbf{A}_n = \mathbf{A}(\mathbf{x}_n) = \| a_{ij}(\mathbf{x}_n) \|_1^m$, ф-ции $a_{ij}(\mathbf{x}_n)$ определены всюду в E^m или в некоторой окрестности начала координат. В соответствии с принципом сжатых отображений Банаха для устойчивой системы (12) справедливо неравенство

$$\| \mathbf{A}_n\mathbf{x}_n \| < \| \mathbf{x}_n \|. \tag{13}$$

На основе (13) и различных определений нормы матрицы для системы (12) установлен следующий результат.

Теорема 8. Тривиальное решение системы (12) асимптотически устойчиво в целом, если при всех $\mathbf{x}_n$ выполнено одно из неравенств

$$\max_{(i)} \sum_{j=1}^{m} | a_{ij}(\mathbf{x}_n) | < 1; \tag{14}$$

$$\max_{(j)} \sum_{i=1}^{m} | a_{ij}(\mathbf{x}_n) | < 1; \tag{15}$$

$$\max_{(i)} \lambda_i(\mathbf{A}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_n) < 1, \tag{16}$$

где $\lambda_i(\mathbf{A}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_n)$ $(i = 1, \ldots, m)$ — собственные значения матрицы $\mathbf{A}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_n$.

Весьма эффективные критерии устойчивости получены для нелинейных ДС, ур-ние которых содержит явно выраженную линейную часть:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{a}\varphi(\sigma_n); \quad \sigma_n = \mathbf{b}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_n, \tag{17}$$

где $\mathbf{A}$ — квадратная числовая матрица; $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ — числовые векторы-столбцы; $\varphi(\sigma)$ — скалярная нелинейная ф-ция.

Для линейной части системы (17) введем понятие частотной характеристики

$$W^*(j\omega) = \mathbf{b}^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}e^{j\omega} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{a}. \tag{18}$$

Тогда для системы (17) следующая теорема устанавливает частотный критерий устойчивости Попова — Цыпкина.

Теорема 9. Тривиальное решение системы (17) асимптотически устойчиво в целом, если: *а*) $0 < \sigma\varphi(\sigma) < k\sigma^2$; $\varphi(0) = 0$; *б*) все корни ур-ния (8) лежат внутри круга единичного радиуса и *в*) при всех вещественных $\omega \in [0, \pi]$ выполнено неравенство

$$\mathrm{Re}\, W^*(j\omega) + \frac{1}{k} > 0. \tag{19}$$

В случае, если условие (*б*) теоремы 9 не выполнено (т. е. линейная часть системы неустойчива), систему (17) следует предварительно

преобразовать с помощью подстановки $\varphi(\sigma) = \tilde{\varphi}(\sigma) - \varepsilon\sigma$:

$$x_{n+1} = \tilde{A}x_n + a\tilde{\varphi}(\sigma_n); \quad \tilde{A} = A - \varepsilon ab^T. \quad (20)$$

Если при этом удастся подобрать такое ε, чтобы матрица $\tilde{A}$ удовлетворяла условию (*б*), то теорему 9 следует применить к преобразованной системе (20).

Условие (*а*) теоремы 9-й не зависит от конкретного вида ф-ции $\varphi(\sigma)$ и требует лишь, чтобы ее график находился в секторе, заключенном между осью σ и прямой $k\sigma$ (рис. 2, *а*), Т. о., теорема 9-я гарантирует устойчивость целого класса систем. Способность системы сохранять устойчивость при любых нелинейных характеристиках $\varphi(\sigma)$, принадлежащих указанному сектору, наз. абсолютной устойчивостью в секторе $(0, k)$. Условие (*в*) теоремы 9-й также допускает наглядную геом. интерпретацию. Неравенство (19) означает, что годограф частотной характеристики линейной части системы должен лежать справа от вертикальной прямой, проходящей через точку с координатами $\left(-\frac{1}{k}, 0\right)$ (рис. 2, *б*).

Теорема 9-я выделяет в пространстве параметров $\{A, a, b\}$ системы область абсолютной устойчивости Ω, причем все аналогичные области, которые можно получить с помощью ф-ций Ляпунова вида (6), содержатся в Ω. В дальнейшем 9-я теорема была обобщена на случай более сложных систем, описываемых ур-ниями следующего вида:

$$x_{n+1} = Ax_n + Bf(z_n); \quad z_n = C^T x_n, \quad (21)$$

где A, B и C — квадратные числовые матрицы порядка m; $z_n = (\sigma_{1,n}, \ldots, \sigma_{m,n})$ — вектор-столбец; $f(z_n) = (f_1(\sigma_{1,n}), \ldots, f_m(\sigma_{m,n}))$ — нелинейная вектор-функция.

Теорема 10. Тривиальное решение системы (21) асимптотически устойчиво в целом, если: *а*) $0 < \sigma_i f_i(\sigma_i) < k_i\sigma_i^2$; $i = 1, \ldots, m$; $f(0) = 0$; *б*) все корни ур-ния (8) лежат внутри круга единичного радиуса и *в*) при всех вещественных $\omega \in [0, \pi]$ выполнено неравенство

$$K^{-1} + \frac{1}{2}[C^T(Ie^{j\omega} - A)^{-1}B + B^T(Ie^{-j\omega} - A^T)^{-1}C] > 0, \quad (22)$$

где $K = \mathrm{diag}\{k_1, \ldots, k_m\}$.

Теорема 10 гарантирует системе (21) абсолютную устойчивость, которая, как и в предыдущем случае, означает устойчивость класса нелинейных систем, удовлетворяющих условию (*а*).

Теоремы 9 и 10 используют весьма слабую информацию о нелинейных ф-циях, входящих в ур-ния (17), (21); учитывается лишь принадлежность этих ф-ций некоторым секторам. В тех случаях, когда о ф-циях $\varphi(\sigma)$, $f_i(\sigma_i)$ имеется дополнительная информация, частотные критерии (19), (22) могут быть существенно усилены. Так, напр., удается эффективно использовать сведения об ограниченности, монотонности, нечетности ф-ций $\varphi(\sigma)$, $f_i(\sigma_i)$; об ограниченности их производных $d\varphi/d\sigma$, $df_i(\sigma_i)/da_i$ и т. п. Достаточно общий метод получения таких усиленных частотных критериев устойчивости предложил сов. ученый В. А. Якубович.

В конце 60-х гг. началось активное изучение нелинейных ДС с квазилинейной частью, ур-ния которых имеют вид:

$$x_{n+1} = A_n[x_n + a_n\varphi(\sigma_n)]; \quad \sigma_n = b^T x_n, \quad (23)$$

где $A_n = A(\sigma_n) = \|a_{ij}(\sigma_n)\|_1^m$; $a_n = a(\sigma_n) = (\alpha_1(\sigma_n), \ldots, \alpha_m(\sigma_n))$; b — числовой вектор-столбец; $a_{ij}(\sigma)$, $\alpha_i(\sigma)$ — четные непрерывные ф-ции; $\varphi(\sigma)$ — разрывная (в общем случае) нечетная ф-ция; $\varphi(0) = 0$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 11. Тривиальное решение системы (23) асимптотически устойчиво в целом, если при всех $\sigma \in (0, \infty)$: *а*) все корни уравнения $\det[A(\sigma) - \lambda I] = 0$ лежат внутри круга единичного радиуса и *б*) существует такая симметрическая положительно определенная матрица P, что $P - M > 0$ и

$$\rho(\sigma) = \sqrt{a^T[M + M(P - M)^{-1}M]\,ab^T(P - M)^{-1}b\varphi^2 + b^T(P - M)^{-1}Ma\varphi} < \sigma,$$

где $M = M(\sigma) = A^T(\sigma)PA(\sigma)$; $a = a(\sigma)$; $\varphi = \varphi(\sigma)$.

Приведенные критерии находят применение при исследовании устойчивости динамических ДС и, в частности, дискретных (импульсных) систем автомат. регулирования. Напр., ур-ниями (5) описываются линейные системы с амплитудно-импульсной модуляцией, ур-ниями (17) и (21) — нелинейные амплитудно-импульсные системы соответственно с одним и несколькими нелинейными элементами, ур-ниями (21) — широтно-импульсные системы, ур-ниями (23) — частотно-импульсные системы и т. д. (см. *Модуляция импульсная*).

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Проблемы теории импульсных систем управления. Итоги науки. М., 1966 [библиогр. с. 173—174]; Якубович В. А. Абсолютная устойчивость импульсных систем с несколькими нелинейными или линейными нестационарными блоками. «Автоматика и телемеханика», 1967, № 9; 1968, № 2; Бромберг П. В. Матричные методы в теории релейного и импульсного регулирования. М., 1967 [библиогр. с. 320—321]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970 [библиогр. с. 330—336].

В. М. Кунцевич, Ю. Н. Чеховой.

УСТОЙЧИВОСТИ КРИТЕРИИ — математически сформулированные правила, позволяющие по виду дифференциального уравнения динамической системы, например, системы

автоматического регулирования, сделать заключение о ее устойчивости. Наиболее подробно У. к. разработаны для линейных стационарных систем вида

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где $a_{ij} = \text{const}$.

Для асимптотической устойчивости системы (1) необходимо и достаточно, чтобы корни ее характеристического уравнения

$$\det \| a_{ij} - \delta_{ij}\lambda \| = 0, \quad (2)$$

где $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$, $\delta_{ii} = 1$, при $i = j$, имели отрицательные вещественные части. Поэтому правила, по которым можно судить о знаках вещественных частей корней уравнения (2), не решая его, являются У. к. для систем вида (1). Уравнение (2) может быть записано в виде

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0, \quad (3)$$

где a_i ($i = 0, 1, \ldots, n$) — действительные числа, $a_0 > 0$. Неравенства относительно коэффициентов a_i, гарантирующие устойчивость системы (1), наз. алгебраическими У. к. К ним относятся, напр., критерии Рауса и Гурвица (см. *Гурвица теорема*).

Критерий Рауса. Для того, чтобы все корни характеристического уравнения (3) имели отрицательные вещественные части, необходимо и достаточно, чтобы все элементы столбца 1 таблицы Рауса

Номер строки	1	2	3	...
1	$c_{1,1} = a_0$	$c_{2,1} = a_2$	$c_{3,1} = a_4$	...
2	$c_{1,2} = a_1$	$c_{2,2} = a_3$	$c_{3,2} = a_5$	...
3	$c_{1,3}$	$c_{2,3}$	$c_{3,3}$	...
...	...	...	...	
$i+3$	$c_{1,i+3}$	$c_{2,i+3}$	$c_{3,i+3}$	...
...	...	...	...	...

были положительными. В строке 1 таблицы выписывают коэффициенты уравнения (3) с четными индексами, а в строке 2 — с нечетными. В последующих строках выписывают коэффициенты $c_{k,i}$, определяемые формулами

$$c_{k,i} = \begin{vmatrix} c_{k+1,i-2} & r_{i-3} \\ c_{k+1,i-1} & 1 \end{vmatrix}, \text{ где } r_{i-3} = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}.$$

Из критерия Рауса выводится важное следствие: все коэффициенты характеристического уравнения устойчивой системы должны быть одного знака. Для уравнений 1-го и 2-го порядков это следствие определяет необходимые и достаточные условия устойчивости. Критерий Рауса весьма экономичен по объему вычислительной работы, и его алгоритмическая форма удобна для использования ЦВМ.

Критерий Гурвица. Для того, чтобы все корни характеристического уравнения (3) имели отрицательные вещественные части, необходимо и достаточно, чтобы все определители Гурвица

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \ldots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_k \end{vmatrix}, \quad k = 1, 2, \ldots, n$$

были положительными. Определители Δ_k строятся следующим образом: по главной диагонали откладываются коэффициенты $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Вправо по строке от этих элементов расположены коэффициенты с индексами, убывающими каждый раз на единицу, влево — с возрастающими.

Существенным недостатком алгебраических У. к. является то, что они не позволяют выяснить, каким образом нужно изменить параметры неустойчивой системы высокого порядка, чтобы сделать ее устойчивой. Применение критериев Михайлова и Найквиста позволяет избежать этого недостатка, а также исследовать устойчивость линейных систем с запаздыванием и с распределенными параметрами.

Критерий Михайлова. Рассматривая левую часть характеристического уравнения (3) как ф-цию комплексного переменного s, получим характеристическую функцию системы (1)

$$D(s) = a_0s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n.$$

Характеристическая функция для линейной системы с запаздыванием является трансцендентной функцией от s

$$F(s) = D_0(s) + D_1(s)\, e^{-s\tau}, \quad (4)$$

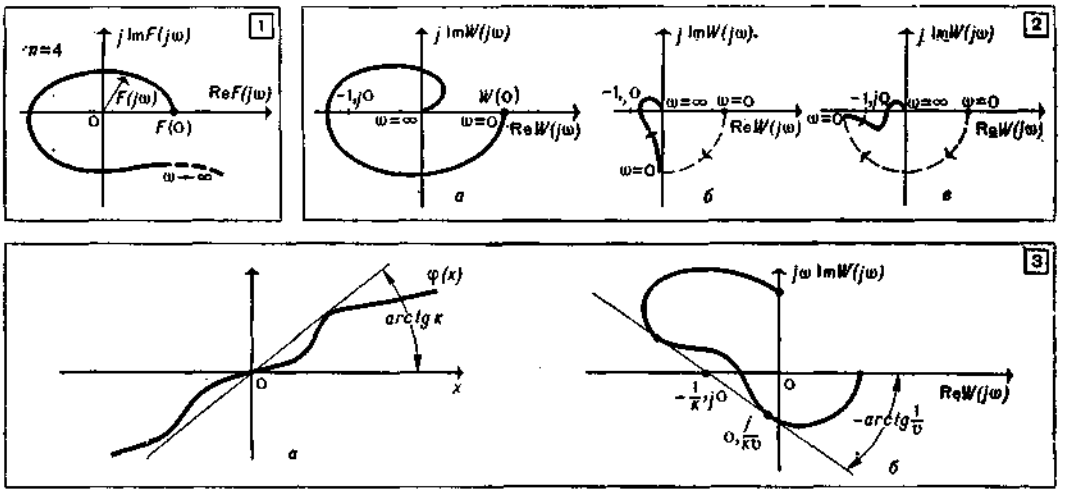
где $D_0(s)$ — полином степени n, $D_1(s)$ — полином степени не больше n, τ — время запаздывания. К виду (4) приводятся также характеристические функции систем регулирования некоторых объектов с распределенными параметрами, напр., гидротурбины с трубопроводом. Подставив в выражение (4) $s = j\omega$, где ω — действительная переменная, j — мнимая единица, получим ф-цию $F(j\omega)$, график которой в комплексной плоскости наз. кривой Михайлова. Критерий Михайлова формулируется следующим образом: для того, чтобы линейная система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы вектор характеристической ф-ции $F(j\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ повернулся, нигде не обращаясь в нуль, вокруг начала координат против часовой стрелки на угол $\frac{\pi n}{2}$, т. е. последовательно прошел через n квадрантов комплексной плоскости (рис. 1). Для обыкновенной линейной системы, у которой $\tau = 0$, ф-ция $F(j\omega)$ вырождается в ф-цию

$$D(j\omega) = D_0(j\omega) + D_1(j\omega).$$

Критерий Найквиста. Пусть передаточная ф-ция разомкнутой системы автоматического регулирования $W(s)$ удовлетворяет следующим условиям: 1) ф-ция $s^{\nu} W(s)$ является аналитической в правой полуплоскости и на мнимой оси; 2) $(j\omega)^{\nu} W(j\omega) \neq -1$, $0 < \omega < \infty$; 3) $\lim\limits_{s \to \infty} s^{\nu} W(s) = \text{const} \neq -1$ ($\nu \geqslant 0$ — целое число).

Кривая, описываемая концом вектора $W(j\omega)$ при изменении ω от $+\infty$ до $-\infty$, наз. амплитудно-фазовой частотной характеристикой разомкнутой системы (рис. 2). Найквист установил зависимость между числом оборотов этой кривой вокруг точки $(-1, j0)$ в плоскости W и числом корней характеристического уравнения замкнутой системы, обладающих положительной вещественной частью. Для статических систем ($\nu = 0$) критерий Найквиста формулируется следующим образом: для того, чтобы замкнутая система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы вектор амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутой системы $W(j\omega)$ при изменении ω от 0 до $+\infty$ повернулся вокруг точки $(-1, j0)$ на угол $k\pi$ (против часовой стрелки), где k — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной вещественной частью (рис. 2, *а*). Для проверки устойчивости астатической системы ($\nu \geqslant 1$) необходимо построить амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой системы и дополнить эту характеристику дугой бесконечно большого радиуса с центральным углом, равным $-\nu\frac{\pi}{2}$ (рис. 2, *б*, *в*). Критерий Найквиста (как и критерий Михайлова) применим к системам с запаздыванием и с распределенными параметрами, если их передаточные ф-ции удовлетворяют условиям (1—3). Критерий Найквиста получил широкое практическое применение, поскольку он применим в тех случаях, когда дифф. уравнения системы (или некоторых ее звеньев) не известны, а известны лишь их частотные характеристики, которые можно определить экспериментально.

У. к. для импульсных систем. Для устойчивости импульсной системы необходимо и достаточно, чтобы корни ее характеристического уравнения вида (3) лежали внутри окружности единичного радиуса в плоскости комплексного переменного λ. Если выполнить конформное отображение плоскости комплексного переменного λ на плоскость комплексного переменного w с помощью дробно-линейного преобразования $\lambda = \frac{1+w}{1-w}$, то внутренность единичного круга $|\lambda| < 1$ отобразится на левую полуплоскость $\operatorname{Re} w < 0$. После такой замены комплексного переменного для исследования устойчивости импульсных систем автоматического регулирования можно применять все приведенные выше У. к.



1. Кривая Михайлова.
2. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы: *а* — $\nu = 0$ (система устойчива при $k = 2$); *б* — $\nu = 1$ (система устойчива при $k = 0$); *в* — $\nu = 2$ (система устойчива при $k = 0$).
3. Геометрическая интерпретация критерия Попова: *а*) условие (6); *б*) условие (7).

Критерий Пóпова. Рум. математик В. М. Пóпов предложил частотный У. к. для определенного класса нелинейных систем. Пусть нелинейная система автоматического регулирования состоит из устойчивой линейной части (ЛЧ) с передаточной ф-цией $W(s)$, охваченной нелинейной *обратной связью* с характеристикой

$$y = \varphi(x), \tag{5}$$

где y — входной, а x — выходной сигналы ЛЧ. Тогда замкнутая система устойчива, если

$$0 \leqslant x\varphi(x) \leqslant kx^2 \tag{6}$$

и при некотором значении параметра υ и всех значениях ω от 0 до ∞ выполняется

неравенство

$$\frac{1}{k} + \operatorname{Re}[(1 + j\omega v)\, w(j\omega)] > 0. \qquad (7)$$

Условие (6) означает, что график ф-ции $\varphi(x)$ должен лежать в секторе, образованном осью абсцисс и прямой, проходящей через начало координат с коэффициентом наклона k (рис. 3, *а*). Условие (7) будет выполнено, если числа k, v выбрать так, чтобы годограф ф-ции

$$W^*(\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega) + j\omega \operatorname{Im} W(j\omega)$$

(т. н. видоизмененная частотная характеристика) лежал справа от прямой, проходящей через точки $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ и $\left(0, \frac{j}{kv}\right)$ (рис. 3, *б*).

В отличие от У. к. для линейных систем, критерий Пóпова устанавливает в общем случае лишь достаточные условия устойчивости. Имеется много модификаций критерия Пóпова — для импульсных систем, для систем со многими нелинейностями вида (5), для дифференцируемых, монотонных, нечетных и т. п. ф-ций (5) и др. (см. *Устойчивости дискретных систем теория*, *Устойчивости непрерывных систем теория*).

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Воронов А. А. Основы теории автоматического управления, ч. 1—2. М.— Л., 1965—66 [библиогр. ч. 1, с. 382—392; ч. 2, с. 357—366]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [библиогр. с. 756—760]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—2. М., 1967 [библиогр. кн. 1, с. 743—763; кн. 2, с. 653—674]. *О. С. Яковлев.*

УСТОЙЧИВОСТИ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ ТЕОРИЯ — раздел прикладной математики и *автоматического управления теории (кибернетики технической)*, изучающий условия, при которых непрерывная система (НС) обладает устойчивостью. Устойчивость (в широком смысле) — это свойство системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим из различных начальных состояний. Достаточно широкий и наиболее изученный класс НС, т. н. системы с сосредоточенными параметрами, можно описать в виде нормальной системы обыкновенных дифф. уравнений

$$\frac{dy_i}{dt} = Y_i(t, y_1, \ldots, y_n), \qquad (1)$$
$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где y_i — переменные, описывающие состояние НС, t — время, или в векторно-матричной форме

$$\frac{dy}{dt} = Y(t, y), \qquad (2)$$

где $y = (y_1, \ldots, y_n)$, $Y = (Y_1, \ldots, Y_n)$ — n-мерные векторы-столбцы. Пусть $\eta = \eta(t)$ — некоторое наперед заданное частное решение ур-ния (2) (невозмущенное движение), устойчивость которого требуется исследовать. Разность $x = y - \eta(t)$ есть отклонение решения $y(t)$ от $\eta(t)$. Переменные $x_i = y_i - \eta_i$ удовлетворяют уравнениям возмущенного движения

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(t, x_1, \ldots, x_n), \qquad (3)$$
$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

где $X_i(t, x_1, \ldots, x_n) = Y_i(t, x_1 + \eta_1, \ldots, x_n + \eta_n) - Y_i(t, \eta_1, \ldots, \eta_n)$, или в векторно-матричной форме

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x), \qquad (4)$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $X = (X_1, \ldots, X_n)$ — n-мерные векторы-столбцы, причем $X(t, 0) \equiv 0$. Предположим, что ф-ции X_i удовлетворяют условиям существования и единственности решения системы (3).

Определение 1. Невозмущенное движение системы $\eta = \eta(t)$ $(0 < t < \infty)$ наз. устойчивым по Ляпунову при $t \to \infty$ (или, короче, устойчивым), если для любых $\varepsilon > 0$ и $t_0 \in (0, \infty)$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$ такое, что для всех возмущенных движений, удовлетворяющих условию $\|x(t_0)\| < \delta$ справедливо неравенство $\|x(t)\| < \varepsilon$ при всех $t_0 \leqslant t < \infty$. В противном случае оно называется неустойчивым. Под *нормой вектора* x здесь и далее понимаем евклидову норму $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$.

Определение 2. Невозмущенное движение $\eta = \eta(t)$ $(0 < t < \infty)$ наз. асимптотически устойчивым при $t \to \infty$, если оно устойчиво по Ляпунову и для любого $t_0 \in (0, \infty)$ существует $\Delta = \Delta(t_0)$ такое, что для всех возмущенных движений, удовлетворяющих условию $\|x(t_0)\| < \Delta(t_0)$, существует предел $\lim_{t \to \infty} |x(t)| = 0$. Сфера $\|x(t_0)\| < \Delta(t_0)$ при фиксированном t_0 является областью притяжения невозмущенного движения. Если областью притяжения является все пространство $-\infty < x_i < \infty$, т. е. $\Delta = \infty$, то невозмущенное движение наз. асимптотически устойчивым в целом. Кроме этих осн. определений устойчивости существует много других (устойчивость по Лагранжу, орбитальная устойчивость, L_2-устойчивость, устойчивость инвариантного множества и др.). Понятие устойчивости относится к движению, а не к системе, но для краткости говорят об устойчивых и неустойчивых системах, подразумевая под устойчивостью НС устойчивость их невозмущенного движения.

Важный класс НС составляют линейные НС (ЛНС), для которых уравнение (4) имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x, \qquad (5)$$

где $A(t)$ — $n \times n$-матрица, элементы которой в общем случае являются функциями времени. Для случая, когда $A(t) = A$ — постоянная матрица, верна следующая теорема.

Теорема 1. ЛНС (5) с постоянной матрицей A устойчива тогда и только тогда, когда все характеристические числа (собственные значения) $\lambda_j = \lambda_j(A)$ матрицы A обладают неположительными вещественными частями

$$\operatorname{Re}\lambda_j(A) \leqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n, \tag{6}$$

причем характеристические числа с нулевой вещественной частью допускают лишь простые элементарные делители. Если $\operatorname{Re}\lambda_j(A) < 0$ ($j = 1, \ldots, n$), то линейная система асимптотически устойчива.

Характеристические числа матрицы A являются корнями ее характеристического (векового) уравнения

$$\Delta(\lambda) = \det(A - \lambda I) = 0, \tag{7}$$

где I — единичная матрица.

Поскольку уравнения высоких степеней не имеют общих выражений для корней, то важное значение приобретают правила, по которым можно судить о знаках действительных частей корней уравнения (7), не решая его. Эти правила являются *устойчивости критериями* для системы (5) с постоянной матрицей. Критериями такого типа являются, напр., критерии Рауса, Гурвица, Михайлова, Найквиста.

Среди ЛНС с переменными параметрами более всего изучены системы с периодической матрицей

$$A(t + \omega) = A(t) \qquad \omega > 0. \tag{8}$$

К этому классу относятся, напр., *системы управления на переменном токе.*

Теорема 2 (Флоке). Для ЛНС (5) с ω-периодической матрицей, нормированная при $t = 0$ фундаментальная матрица решений (матрицант) имеет вид

$$X(t) = \Phi(t) \cdot e^{\Lambda t}, \tag{9}$$

где $\Phi(t)$ — кусочно-гладкая ω-периодическая неособенная матрица, причем $\Phi(0) = I$ и Λ — постоянная матрица.

Матрицу $X(\omega)$ наз. матрицей монодромии. Собственные значения ρ_j ($j = 1, \ldots, \eta$) матрицы монодромии, т. е. корни характеристического уравнения

$$\det[X(\omega) - \rho I] = 0, \tag{10}$$

называются мультипликаторами.

Теорема 3. ЛНС (5) с ω-периодической непрерывной матрицей устойчива тогда и только тогда, когда все характеристические числа матрицы монодромии (мультипликаторы) ρ_j расположены внутри замкнутого единичного круга $|\rho| \leqslant 1$, причем мультипликаторы, лежащие на окружности $|\rho| = 1$, допускают лишь простые элементарные делители.

Для асимптотической устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все мультипликаторы находились строго внутри единичного круга ($|\rho| < 1$).

Поскольку в общем случае не существует метода определения мультипликаторов, изложим один из приближенных способов их вычисления. С помощью точек $t = t_k$, $k = 0, 1, \ldots, m-1$ разобьем интервал $[0, \omega]$ на m равных частей, и пусть

$$\Delta t_k = t_{k+1} - t_k = \frac{\omega}{m} = h.$$

В дифф. уравнении

$$\frac{dx}{dt} = A(t)X, \quad X(0) = I$$

заменим ω-периодическую матрицу $A(t)$ кусочно-постоянной матрицей

$$A_h(t) = \overline{A}_k \text{ при } t_k \leqslant t < t_{k+1}, \tag{11}$$
$$k = 0, 1, \ldots, m-1,$$

где $\overline{A} = \frac{1}{h}\int\limits_{t_k}^{t_{k+1}} A(t)\,dt$. Обозначим символом $x_h(t)$ непрерывную матрицу, удовлетворяющую в точках непрерывности матрицы (11) дифф. уравнению

$$\frac{dx_h}{dt} = A_h(t)X_h. \tag{12}$$

Тогда

$$X_h(\omega) = e^{h\overline{A}_{m-1}} \cdot e^{h\overline{A}_{m-2}} \cdot \ldots \cdot e^{h\overline{A}_0} \tag{13}$$

и

$$\lim_{h\to 0} X_h(\omega) = X(\omega). \tag{14}$$

Так как корни $\hat{\rho}_j(h)$ характеристического уравнения

$$\det[X_h(\omega) - \hat{\rho} I] = 0 \tag{15}$$

являются непрерывными функциями параметра h, то в силу соотношения (14) имеем

$$\lim_{h\to 0} \hat{\rho}_j(h) = \rho_j, \qquad j = 1, \ldots, n. \tag{16}$$

Таким образом, выбрав h достаточно малым, из уравнения (15) можно определить мультипликаторы ρ_j с любой степенью точности.

Нелинейные НС (ННС) вида (4) исследованы значительно меньше, чем ЛНС. Для исследования устойчивости системы (4) рус. математик А. М. Ляпунов (1857 — 1918) выяснил условия, при которых задача об устойчивости решается по первому приближению. Для этого правые части уравнений (3) раскладывают в ряд по степеням x_i и уравнение (4) записывают в виде

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \varphi(t, x), \tag{17}$$

где $\varphi(t, x)$ — непрерывная вектор-функция от высших степеней x.

Пусть для случая $A(t) = A$ (где A — постоянная матрица) выполняется условие

$$\frac{\|\varphi(t, x)\|}{\|x\|} \to 0 \text{ при } x \to 0$$

равномерно по t.

Теорема 3. Если система первого приближения $\frac{dx}{dt} = Ax$ асимптотически устойчива, то тривиальное решение $x \equiv 0$ системы (17) асимптотически устойчиво по Ляпунову при $t \to \infty$. Если же хотя бы одно собственное значение матрицы A обладает положительной вещественной частью, то оно неустойчиво по Ляпунову при $t \to \infty$. Аналогичные теоремы доказаны и для общего случая $A = A(t)$.

В критических случаях (когда вещественная часть хотя бы одного собственного значения матрицы A равна нулю) уравнения первого приближения не всегда дают ответ на вопрос об устойчивости полной системы. Одним из существенных результатов в области исследования критических случаев является теорема Андронова—Витта. Пусть автономная система

$$\frac{dy}{dt} = f(y) \tag{19}$$

допускает ω-периодические решения $\eta(t) \equiv \equiv \eta(t + \omega)$. Тогда система первого приближения имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = f'_y[\eta(t)]\, x, \tag{20}$$

где $f'_y(\eta) = \left[\left.\frac{\partial f_i(y)}{\partial y_j}\right|_{y=\eta}\right]_1^n$ — ω-периодическая $(n \times n)$-матрица.

Теорема 4 (Андронова — Витта). Пусть система первого приближения (20) имеет один простой мультипликатор, равный 1, а остальные ее мультипликаторы находятся строго внутри единичного круга ($|\rho_j| < 1$). Тогда ω-периодическое решение $\eta(t)$ системы (19) устойчиво по Ляпунову при $t \to \infty$.

Метод исследования устойчивости ННС по первому приближению гарантирует лишь асимптотическую устойчивость в малом (т. е. для достаточно малых начальных отклонений) и не охватывает полностью критических случаев, а также не применим к системам, для которых не выполнено условие (18).

Осн. универсальным методом решения задач теории устойчивости ННС, позволяющим получать условия асимптотической устойчивости в некоторой области и даже в целом, является прямой метод Ляпунова, который сводится к построению спец. вспомогательных функций (см. *Ляпунова методы*). Основу этого метода составляют теоремы, которые наиболее просто формулируются для автономных систем.

Теорема 5 (1-я теорема Ляпунова). Если для дифф. уравнений (4) существует такая функция $v(x) \geqslant 0$, обращающаяся в нуль лишь в начале координат, что ее полная производная по времени $\dot{v}(x)$, полученная в силу уравнений (4), неположительна или тождественно равна нулю, то невозмущенное движение $y(t)$ системы (2) устойчиво.

Теорема 6 (2-я теорема Ляпунова). Если выполнены условия теоремы 5 и функции $v(x)$ и $\dot{v}(x)$ обращаются в нуль только в начале координат, то невозмущенное движение $y(t)$ системы (2) устойчиво асимптотически.

Теорема 7 (3-я теорема Ляпунова). Если для дифф. уравнений (4) существует такая функция $v(x)$, что ее полная производная по времени $\dot{v}(x)$, составленная в силу уравнений (4), удовлетворяет условиям теоремы 6-й и в сколь угодно малой окрестности начала координат функция $v(x)$ может принимать отрицательные значения, то невозмущенное движение $y(t)$ системы (2) неустойчиво.

Практическое применение этих теорем затруднено тем, что общего метода построения функций $v(x)$ (функций Ляпунова) не существует.

Наиболее исследованным является класс ННС, описываемый векторно-матричным уравнением вида

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^* x, \tag{21}$$

где A — постоянная $(n \times n)$-матрица, b и c — n-мерные постоянные векторы (знак * означает эрмитово сопряжение), $\varphi(\sigma)$ — нелинейная ф-ция σ.

Осн. результаты для абсолютной устойчивости таких систем получены с помощью т. н. частотных методов.

Определение 3. Абсолютная устойчивость системы (21) — это асимптотическая устойчивость в целом для некоторого класса нелинейностей $\varphi(\sigma)$.

Классы функций $\varphi(\sigma)$ задаются квадратичными неравенствами вида

$$W(\varphi, \sigma) = \alpha\varphi\sigma + \beta\varphi^2 + \gamma\sigma^2 \geqslant 0, \tag{22}$$

где α, β и γ — некоторые числа. Напр., наиболее распространенный (и наиболее изученный) класс $\varphi(\sigma)$ задается так:

$$0 \leqslant \varphi(\sigma) \cdot \sigma \leqslant k\sigma^2, \ k < \infty$$

или

$$\varphi\sigma - k^{-1}\varphi^2 \geqslant 0, \qquad k < \infty. \tag{23}$$

При исследовании абсолютной устойчивости применяют два подхода: прямой метод Ляпунова в сочетании с методом матричных неравенств Якубовича—Калмана и метод интегр. оценок Попова. При первом подходе используется ф-ция Ляпунова вида

$$V(x) = x^* H x + \vartheta \int_0^\sigma \varphi(\sigma)\, d\sigma,$$

где $H = H^*$ — постоянная $(n \times n)$-матрица и ϑ — некоторая постоянная, которые выбираются из условия $V > 0$, $\dot{V} < 0$ для заданного класса нелинейностей $\varphi(\sigma)$. При решении задачи выбора матрицы H и параметра ϑ применяется спец. прием (S-процедура), состоящий в том, что условие $\dot{V} < 0$ заменяется условием $\dot{V} + W(\varphi, \sigma) < 0$ (показано, что в данном случае S-процедура не приводит к «ухудшению» результата). Проблема выбора H и ϑ сводится к нахождению условий существования реше-

ния некоторых матричных неравенств. Эти условия следуют из спец. алгебр. леммы Якубовича — Калмана и имеют вид частотных неравенств, которые накладывают ограничения на параметры системы.

При втором подходе уравнение системы записывается в интегр. форме

$$\sigma(t) = \sigma_0(t) + u(t), \quad u(t) = -\int_0^t k(t-\tau)\,\varphi(\tau)\,d\tau, \quad \varphi(t) = \varphi[\sigma(t)], \qquad (24)$$

где $\sigma_0(t)$ — реакция линейной части системы на ненулевые начальные условия, $u(t)$ — составляющая решения $\sigma(t)$, обусловленная наличием *обратной связи* (нелинейного регулятора), $k(t)$ — импульсная переходная характеристика линейной части системы. Предполагается, что она удовлетворяет условиям

$$\int_0^\infty |k(t)|\,dt < \infty, \quad \int_0^\infty |\dot{k}(t)|\,dt < \infty. \qquad (25)$$

При $\sigma_0(t) = c^* e^{At} x(0)$ и $k(t) = c^* e^{At} b$ выражения (21) и (24) совпадают. Однако уравнение (24) является более общим, т. к. оно охватывает случай линейной части системы с распределенными параметрами. Метод интегр. оценок Пóпова (назван по имени рум. матем. В. М. Пóпова, который впервые применил его для решения задачи об абсолютной устойчивости) основан на совместном изучении уравнения (24) и положительных функционалов следующего вида:

$$I = \int_0^t F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})\,dt, \qquad (26)$$

где $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ — квадратичная форма, при составлении которой исходят из квадратичных связей, которым удовлетворяют входы и выходы нелинейностей. Так, для класса нелинейностей, заданного условием (23), рассматривается форма $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma}) = \varphi(\sigma - k^{-1}\varphi) + \vartheta\varphi\dot{\sigma}$, где ϑ — некоторая положительная постоянная.

Аргументами формы $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ являются вещественные величины φ, σ и $\dot{\sigma}$. Считая φ, σ и $\dot{\sigma}$ независимыми переменными, распространим (с сохранением эрмитовости) форму $F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})$ на комплексные значения φ, σ и $\dot{\sigma}$. Положим

$$\tilde{F}(p, \tilde{\varphi}) = F(\tilde{\varphi}, \tilde{\sigma}, p\tilde{\sigma}), \qquad (27)$$

где $\tilde{\sigma} = -\chi(p)\,\tilde{\varphi}$, $p = i\omega$. Здесь $\tilde{\varphi}$ — комплексная величина, p — чисто мнимый параметр и $\chi(p) = L\{k(t)\}$ — *передаточная функция* линейной части системы (символ $L\{\cdot\}$ обозначает операцию преобразования по Лапласу).

Теорема 8. Предположим, что выполнено условие (25). Тогда, если а) $I = \int_0^t F(\varphi, \sigma, \dot{\sigma})\,dt \geqslant -\varepsilon_0$, где ε_0 — некоторая постоянная, зависящая от начальных условий $\sigma(0)$ и такая, что $\varepsilon_0 \to 0$ при $\sigma(0) \to 0$; б) форма $F(0, \sigma, \dot{\sigma})$ является неотрицательной формой σ и $\dot{\sigma}$; в) форма $\tilde{F}(p, \tilde{\varphi})$ является отрицательно определенной формой $\tilde{\varphi}$ для всех $p = i\omega$, $-\infty \leqslant \omega \leqslant \infty$, то система (24) абсолютно устойчива. Условие (в) накладывает ограничения на частотную характеристику линейной части системы $\chi(i\omega)$ в виде частотного неравенства, при выполнении которого гарантируется абсолютная устойчивость системы для заданного класса нелинейностей.

Характерно, что для одних и тех же классов нелинейностей оба подхода в большинстве случаев дают одни и те же условия абсолютной устойчивости. Хотя второй подход охватывает более широкий класс систем, вида (24), первый подход не утратил своего значения. Его аппарат позднее был применен к исследованию асимптотической устойчивости в области (определение области притяжения), к получению условий диссипативности и изучению других свойств системы (21).

Центральным результатом, полученным при использовании частотных методов, является следующая теорема.

Теорема 9 (частотный критерий Пóпова). Система (21) или (24) абсолютно устойчива, если а) $\varphi(\sigma)$ — однозначная непрерывная функция, принадлежащая классу нелинейностей, выделяемому условием (23); б) линейная часть системы асимптотически устойчива; в) при всех $0 \leqslant \omega \leqslant \infty$ выполнено неравенство

$$k^{-1} + \mathrm{Re}\,(1 + \vartheta i\omega)\,\chi(i\omega) > 0, \qquad (28)$$

где $\chi(p) = c^*(A - pI)^{-1}b$ — передаточная функция линейной части системы (21) (или $\chi(p) = L\{k(t)\}$ для системы (24)), а ϑ — произвольная постоянная, выбираемая из условия выполнения (28).

Эти подходы были обобщены на случай систем со многими нелинейностями

$$\frac{dx}{dt} = Ax + B\varphi(\sigma), \quad \sigma = c^* x, \qquad (29)$$

где A, B, C — постоянные соответственно $(n \times n)$, $(n \times m)$ и $(m \times n)$ матрицы, $\varphi(\sigma) = \|\varphi_j(\sigma_j)\|$ — m-мерный вектор нелинейностей.

Теорема 10. Система (23) абсолютно устойчива, если а) $\varphi_j(\sigma_j)$ — однозначные непрерывные ф-ции, удовлетворяющие условиям

$$0 \leqslant \varphi_j(\sigma_j)\,\sigma_j \leqslant k_j \sigma_j^2, \qquad k_j < \infty, \qquad (30)$$
$$j = 1, \ldots, m;$$

б) линейная часть системы асимптотически устойчива; в) при всех $-\infty \leqslant \omega \leqslant \infty$ выполнено неравенство

$$\tau K_0^{-1} + \mathrm{Re}\,[\tau I + \vartheta i\omega]\,\chi(i\omega) > 0, \qquad (31)$$

где $K_0 = \mathrm{diag}\,\{k_j\}$ — диагональная матрица, $\tau \geqslant 0$, ϑ — диагональные матрицы, выбираемые из условия выполнения неравенства (31), $\chi(p) = C^*(pI - A)^{-1} \times B$ — передаточная матрица линейной части системы, под $\mathrm{Re}\,U$ подразумевается $\mathrm{Re}\,U = \frac{1}{2}\{U + U^*\}$. Как и в предыдущей теореме, утверждения теоремы 7 справедливы и для случая линейной части системы с распределенными параметрами. В дальнейшем были получены условия абсолютной устойчивости для систем (в т. ч.— в некоторых критических случаях) с нестационарными, неоднозначными (гистерезисными) и разрывными нелинейностями, а также для систем, обладающих множеством равновесных состояний. Получены критерии устойчивости, учитывающие более тонкие свойства нелинейностей, как, напр., ограниченность производной, монотонность, нечетность и т. д. Для этого были рассмотрены функции Ляпунова вида

$$V = z^*Hz + \vartheta \int_0^{\sigma} \varphi(\sigma)\, d\sigma,$$

где $z = (x, \varphi)$, или функционалы

$$I = \int_0^T F(\varphi, \sigma, \dot{\varphi}, \dot{\sigma})\, dt,$$

где $F(\varphi, \sigma, \dot{\varphi}, \dot{\sigma})$ — квадратичная форма φ, σ, $\dot{\varphi}$ и $\dot{\sigma}$.

Достаточно общий формализованный метод получения частотных критериев абсолютной устойчивости предложил сов. математик В. А. Якубович.

Лит.: Гантмахер Ф. Р., Якубович В. А. Абсолютная устойчивость нелинейных регулируемых систем. В кн.: Труды II Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. в. 1. М., 1965; Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М., 1966; Якубович В. А. Частотные условия абсолютной устойчивости систем управления с несколькими нелинейными или линейными нестационарными блоками. «Автоматика и телемеханика», 1967, т. 28, № 6; Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М., 1967 [библиогр. с. 466—469]; Чезари Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 324—465]; Попов В. М. Гиперустойчивость автоматических систем. Пер. с рум. М., 1970 [библиогр. с. 435—453]. *М. М. Лычак, О. С. Яковлев.*

УСТО́ЙЧИВОСТИ СИСТЕ́М АВТОМАТИЧЕ́СКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ ТЕО́РИЯ — раздел прикладной математики и *автоматического управления теории* (технической кибернетики), изучающий условия, при которых системы обладают устойчивостью. В зависимости от вида систем различают *устойчивости дискретных систем теорию* и *устойчивости непрерывных систем теорию.*

УСТО́ЙЧИВОСТЬ ВЫЧИСЛИ́ТЕЛЬНЫХ АЛГОРИ́ТМОВ — см. *Устойчивость разностных схем.*

УСТО́ЙЧИВОСТЬ МОДЕ́ЛИ — свойство модели, состоящее в том, что отклонение ее реальных выходных сигналов от идеальных не превышает допустимо малых величин, если сигналы возмущающих воздействий находятся в заданных пределах, а независимые переменные модели изменяются на конечном интервале. В качестве идеальных принимаются выходные сигналы модели, реализующей абсолютно точно требуемые матем. зависимости, в которых нет сигналов воздействий. Понятие У. м. соответствует известной в матем. теории устойчивости понятию устойчивости движения при постоянно действующих возмущениях ур-ний. Сигналы помех модели в матем. теории устойчивости наз. возмущениями ур-ний. Идеальные, реальные выходные сигналы модели и разность этих сигналов определяют соответственно невозмущенное, возмущенное движение и отклонение возмущенного движения от невозмущенного. Во многих случаях анализ У. м. можно свести к более простому анализу устойчивости движения по Ляпунову (см. *Ляпунова методы*).

У. м. инерционных объектов, движение которых описывается интегро-дифф. ур-ниями, зависит преимущественно от устойчивости моделируемых объектов, поскольку при исследовании с помощью модели неустойчивых объектов обычными методами разность между идеальными и реальными выходными сигналами модели в большинстве случаев достигает недопустимо больших значений. Однако неустойчивость указанных моделей, а также моделей безынерционных объектов, которые описываются алгебр. ур-ниями, может быть обусловлена и неидеальностью самих моделей: паразитными источниками инерционности (напр., сосредоточенными и распределенными паразитными емкостями и индуктивностями), отклонениями от номинала параметров модели, погрешностью аппроксимаций функциональных зависимостей или методов поиска экстремумов и т. д.

Паразитные источники инерционности оказывают большое влияние на У. м. в том случае, когда схема набора модели содержит замкнутые безынерционные контуры, в состав которых не входят инерционные блоки (интегрирующие, апериодические и т. д.), замкнутые контуры с четным числом блоков, выполняющих операции инвертирования знака их входных сигналов совместно с др. матем. операциями. Так, модель обычно бывает неустойчивой, если в состав ее схемы набора, реализованной на базе *усилителей операционных*, входят замкнутые безынерционные контуры с четным числом усилителей и с коэфф. передачи в разомкнутом состоянии $K_{\text{р.к.}} > 1$.

Возможность существования эффекта неустойчивости таких моделей иллюстрируется следующим примером. Пусть в модели (рис. 1) безынерционного объекта, описываемого системой ур-ний

$$-x_1 + k_1x_2 = k_2;$$
$$k_3x_1 - x_2 = k_4,$$

где $k_1 > 1$, $k_3 > 1$, передаточные ф-ции сумматора по каждому входу из-за влияния пара-

зитных параметров, инерционности *усилителей* имеют вид $k_i(p) = -\dfrac{k_i}{1+T_i p}$ (p — комплексная переменная, $T_i > 0$). При этом полюса изображения по Лапласу для выходных сигналов модели $X_1(t)$ и $X_2(t)$ имеют положительные вещественные части, что говорит о неустойчивости модели. Появление в схеме набора модели замкнутых безынерционных контуров возможно не только при моделировании безынерционных объектов, но и при моделировании объектов, движение которых описывается системой обыкновенных дифф. ур-ний, содержащих производные одного порядка нескольких зависимых переменных. Так, в схеме набора модели объекта, движение которого описывается системой ур-ний

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 \dot{x}_2 + y_1(t); \\ \dot{x}_2 &= k_4 x_2 + k_5 x_1 - k_6 \dot{x}_1 + y_2(t), \end{aligned} \qquad (1)$$

где $k_i > 0$ ($i = 1, \ldots, 6$), $k_3 k_6 > 1$, $x_i(0) = x_{i0}$, содержится замкнутый контур, выделенный на рис. 2 жирной линией, с коэфф. $K_{\text{р.к.}} = k_3 k_6 > 1$. Неустойчивые отдельные контуры, входящие в модель, обычно являются причиной неустойчивости всей модели, что и имеет место в рассмотренном случае.

Исследование объекта с помощью модели надо начинать с проверки У. м. Для этого можно подвергнуть небольшим вариациям ее входные сигналы, начальные условия, параметры. Если данные вариации приводят к небольшим изменениям решения, то имеет место У. м. В противном случае добиваются устойчивости путем проведения соответствующих преобразований, для чего предварительно необходимо определить причину неустойчивости. С этой целью во многих случаях можно использовать прямые методы Ляпунова. Но из-за сложности этих методов на практике обычно пользуются более простыми критериями устойчивости, которые применимы в частных случаях: алгебр. критерием Раусса — Гурвица, частотными критериями Михайлова, Найквиста и т. д. (см. *Устойчивости критерии*).

Для обеспечения У. м. неустойчивого объекта, движение которого описывается системой ур-ний

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)\, x_j(t) + f^i(t), \qquad (2)$$

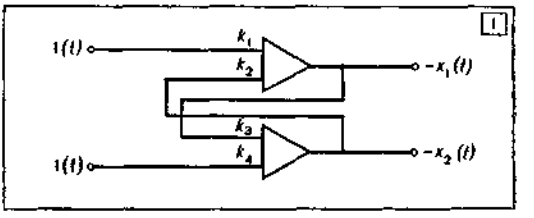
($i = 1, \ldots, n$, $x_i(0) = x_{i0}$), целесообразно использовать переменный масштаб каждой зависимой переменной $x_i(t)$ объекта:

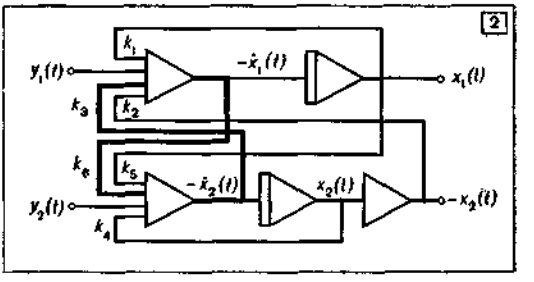
$$x_i(t) = y_i(t)\, e^{\alpha t}, \qquad (3)$$

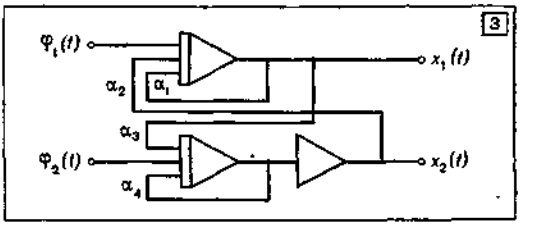
где α — достаточно большое положительное число. После подстановки выражения (3) в систему (2) эта система имеет вид

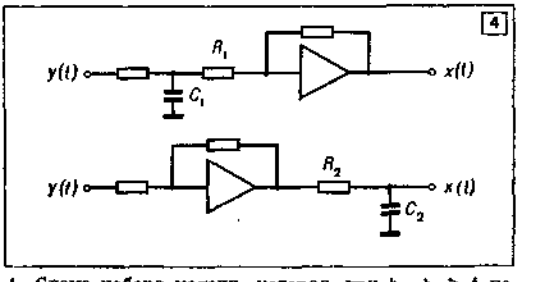
$$\dot{y}(t) = \sum_{j=1\,(j\neq i)}^{n} a_{ij}(t)\, y_i(t) - [a_{ii}(t) + \alpha]\, y_i(t) + e^{-\alpha t} f_i(t). \qquad (4)$$

Величину α можно выбирать экспериментальным путем или с помощью известных оценок наибольших собственных чисел матриц, если в (2) коэфф. являются постоянными. При экспериментальном определении α варьируют









1. Схема набора модели, которая при k_1, $k_3 > 1$ неустойчива из-за инерционности сумматоров-инверторов.
2. Схема набора модели инерционного объекта, содержащая неустойчивый замкнутый безынерционный контур.
3. Схема набора модели, иллюстрирующая возможность исключения безынерционных контуров.
4. Схема решающих апериодических блоков, устойчивость которых зависит от величин сопротивлений R_1 и R_2 и емкостей C_1 и C_2.

диагональные коэфф. матрицы ур-ний (2) до тех пор, пока модель станет устойчивой. При моделировании некоторых неустойчивых нелинейных объектов можно также применять переменный масштаб вида (3).

Преобразованием, часто приводящим к устойчивым моделям неустойчивых объектов, движение которых описывается дифф. ур-ниями с краевыми условиями, является изменение масштаба независимой переменной $t = -t_1$. Т. о., задача решается в «обратном времени». При этом все функциональные зависимости в исходных ур-ниях должны быть однозначными. Для моделей линейных объектов преобразование $t = -t_1$ приводит к положительному результату в том случае, когда все корни характеристического ур-ния движения объекта имеют положительные вещественные части. Методика моделирования неустойчивых объектов в общем случае разработана еще недостаточно. При определении условий устойчивости объекта особое внимание уделяют уменьшению влияния неидеальности модели на ее устойчивость.

Для этого из схемы набора модели исключают безынерционные неустойчивые контуры, если они имеются, приводя исходную систему дифф. ур-ний к нормальному виду. Напр., после исключения производных в правых частях ур-ний системы (1) при $k_1 - k_3k_4 > 0$, $k_4 - k_1k_6 > 0$, $k_5 - k_2k_6 > 0$ эта система приобретает вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \varphi_1(t), \\ \dot{x}_2 &= -\alpha_3 x_1 - \alpha_4 x_2 + \varphi_2(t), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\alpha_i > 0$ ($i = 1, \ldots, 4$). Схема набора модели (рис. 3) для решения ур-ний (5) не содержит, в отличие от схемы (рис. 2), замкнутых безынерционных контуров. Если составленная согласно неприведенным к нормальному виду исходным дифф. ур-ниям *структурная схема модели*, содержащая при этом безынерционные замкнутые контуры, не отражает структуры объекта, то исследовать его можно с помощью модели, структурная схема которой составлена согласно приведенным к нормальному виду исходным дифф. ур-ниям. В противном случае это говорит о том, что при матем. описании движения объекта не были учтены существенные малые параметры. Для продолжения исследований на модели целесообразно уточнить матем. описание объекта. В модели должны быть устойчивыми также все решающие блоки (суммирующие, интегрирующие, нелинейные и т. д.) в режиме автономного функционирования при всех возможных входных сигналах. К устойчивости решающих блоков могут приводить дополнительные корректирующие связи в различных участках схемы блоков, напр., включение емкости в цепь *обратной связи* операционного усилителя. Однако такие дополнительные связи обычно приводят к увеличению динамических погрешностей блока при быстро изменяющихся входных сигналах. Если применение корректирующих связей нежелательно или не приводит к требуемому эффекту, то следует изменить параметры схемы решающего блока или всю схему. Напр., решающие блоки (рис. 4) при малых величинах сопротивлений R_1, R_2 и достаточно больших значениях емкостей C_1, C_2 будут неустойчивыми из-за влияния инерционности усилителя. Для достижения устойчивости можно уменьшить величины C_1, C_2 и увеличить R_1, R_2.

Если в схеме набора модели отсутствуют неустойчивые блоки и контуры, а решающие блоки выполняют требуемые матем. операции с меньшими погрешностями, чем погрешности матем. описания моделируемого инерционного объекта, то можно считать, что неидеальность модели практически не влияет на ее устойчивость. Для уменьшения влияния различных паразитных источников инерционности на У. м. безынерционного объекта, схема набора которой состоит из суммирующих усилителей и потенциометров установки масштабных коэфф., включают в схему дополнительные интегрирующие или (вместо суммирующих) апериодические блоки. Постоянные времени этих блоков во много раз превышают постоянные времени, обусловленные паразитными параметрами. При этом исходная система алгебр. ур-ний

$$Ax = b \tag{6}$$

преобразуется в систему дифф. ур-ний

$$\tau\dot{x} + Ax = b \tag{7}$$

(A — матрица, τ — диагональная матрица, b — вектор-столбец коэфф.). Решив (7), получают значение вектора x, если собственные числа матрицы A имеют отрицательные вещественные части, поскольку только при данном условии система (7) описывает устойчивое движение. Модель, реализованная на базе операционных усилителей современных АВМ по методу непосредственного моделирования, в большинстве случаев работает устойчиво, если все диагональные элементы матрицы A одного знака и превосходят абсолютные значения недиагональных элементов, стоящих в той же строке и том же столбце. Если матрица A не удовлетворяет данному условию, то путем перестановок столбцов или строк местами в некоторых случаях несложно привести ее к требуемому виду. Другой способ обеспечения устойчивости в случае неособенной матрицы A состоит в том, что обе части ур-ний (7) предварительно умножают на транспонированную матрицу A':

$$\tau_1 x + A'Ax = A'b. \tag{8}$$

Собственные числа матрицы AA' всегда имеют отрицательные вещественные части, поэтому модель, описываемая ур-нием (8), является устойчивой. Схемы набора для решения ур-ния (8) характеризуются тем, что каждый из коэфф. матрицы A дважды вводится в схему.

Если модели инерционных или безынерционных объектов реализованы с помощью гибридных решающих блоков, в которых используются аналоговая и цифровая формы

представления информации, то на У. м. влияют дополнительные факторы: квантование во времени, по уровню, запаздывание, устойчивость вычисл. *алгоритмов* цифровых блоков и др. При анализе устойчивости гибридных моделей применяются классические критерии устойчивости импульсных систем, а также эмпирические упрощенные критерии.

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М., 1967 [библиогр. с. 466—469]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Верлань А. Ф., Годлевский В. С. Моделирование трансцендентных уравнений при исследовании устойчивости. «Автоматика и телемеханика», 1968, № 9; Рыбашов М. В., Дудников Е. Е. Градиентные методы решения линейных равенств, неравенств и задач линейного программирования на аналоговых вычислительных машинах. М., 1970 [библиогр. с. 141—142]; Лебедев А. Н. Применение аналоговых вычислительных устройств в судовых системах автоматического управления. Л., 1970 [библиогр. с. 304—309]; Пароди М. Локализация характеристических чисел матриц и ее применение. Пер. с франц. М., 1960 [библиогр. с. 162—166].

В. С. Годлевский, П. А. Матевосян.

УСТО́ЙЧИВОСТЬ ПО ЛЯПУНО́ВУ — см. *Ляпунова методы, Устойчивости непрерывных систем теория.*

УСТО́ЙЧИВОСТЬ РА́ЗНОСТНЫХ СХЕМ — непрерывная зависимость решения разностной задачи от входных данных. Под разностной схемой (р. с.) понимают систему разностных ур-ний, аппроксимирующую ту или иную задачу матем. физики. Предположим, что исходная дифф. задача поставлена корректно, т. е., что ее решение существует, единственно и непрерывно зависит от входных данных. Запишем исходную дифф. задачу в виде

$$Lu(x) = f(x), \quad x \in G, \tag{1}$$

где G — область изменения независимых переменных x, L — линейный дифф. *оператор*, $f(x)$ — входные данные (правые части осн. ур-ния и граничных условий и начальные данные). При численном решении задачи (1) методом конечных разностей область G заменяется дискретным мн-вом точек G_h — сеткой. Параметр h (шаг) характеризует плотность сетки, так что $G_h \to G$ при $h \to 0$. Аппроксимировав входящие в ур-ние (1) дифф. операторы разностными, а правую часть $f(x)$ сеточной ф-цией $\varphi_h(x)$, получим р. с.

$$L_h y_h(x) = \varphi_h(x), \quad x \in G_h, \tag{2}$$

где L_h — линейный разностный оператор. Считают, что разностная задача (2) поставлена корректно, если при всех достаточно малых h и при любых правых частях $\varphi_h(x)$ ее решение $y_h(x)$ существует, единственно и непрерывно зависит от входных данных $\varphi_h(x)$, причем эта зависимость равномерна по h. Свойство равномерной относительно h непрерывной зависимости решения разностной задачи от входных данных и наз. У. р. с.

Для вычисления на ЭВМ практически пригодны только устойчивые р. с. Предположим, что мн-во функций, заданных на сетке G_h, образует линейное нормированное пространство H_h (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе). Тогда У. р. с. вида (2) означает, что для решения задачи (2) при всех достаточно малых h и при любых $\varphi_h(x) \in H_h$ справедлива оценка

$$\| y_h \|_{(1h)} \leqslant M \| \varphi_h \|_{(2h)}, \tag{3}$$

где $M > 0$ — постоянная, не зависящая от h и φ_h, а $\| \cdot \|_{(1_h)}$ и $\| \cdot \|_{(2h)}$ — некоторые нормы в H_h. Решение задачи (2) сходится к решению задачи (1), если $\| y_h - u \|_{(1_h)} \to 0$ при $h \to 0$. Для разности $z_h(x) = y_h(x) - u(x)$ получаем задачу

$$L_h z_h(x) = \Psi_h(x), \ \Psi_h(x) = \varphi_h(x) - \\ - L_h u(x), \quad x \in G_h, \tag{4}$$

где правая часть $\Psi_h(x)$ — *погрешность* аппроксимации схемы (2). Из приведенных выше определений следует, что если разностная задача (2) поставлена корректно и аппроксимирует корректно поставленную задачу (1), то решение $y_h(x)$ задачи (2) сходится к решению $u(x)$ задачи (1).

Рассмотрим некоторые р. с. для ур-ния теплопроводности

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leqslant T, \\ &u(x, 0) = u_0(x), \ u(0, t) = u(1, t) = 0. \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

В области $G\,(0 < x < 1, \ 0 < t \leqslant T)$ построим сетку $G_{h\tau} = G_h \times G_\tau$, $G_h = \{x_i = ih, \quad i = 1, 2, \ldots, N-1\}$, $G_\tau = \{t_n = n\tau, \ n = 0, 1, \ldots, k\}$, где $h = 1/N$ — шаг по пространству, $\tau = T/k$ — шаг по времени. Аппроксимируем задачу (5) системой разностных ур-ний

$$\left.\begin{aligned} &y_{t,i}^n = \Lambda\,(\sigma y_i^{n+1} + (1-\sigma)\, y_i^n), \\ &i = 1, 2, \ldots, N-1, \\ &y_0^n = y_N^n = 0, \quad n = 0, 1, \ldots \\ &\ldots, k-1, \ y_i^0 = u_0(x_i). \end{aligned}\right\}, \tag{6}$$

где

$$y_{t,i}^n = (y_i^{n+1} - y_i^n)/\tau; \tag{7}$$

$$\Lambda y_i = (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1})/h^2, \\ i = 1, 2, \ldots, N-1, \ y_0 = y_N = 0.$$

Погрешность аппроксимации Ψ схемы (6) — величина порядка $\tau + h^2$, т. е. $\Psi = O(\tau + h^2)$; если $\sigma = 0{,}5$, то $\Psi = O(\tau^2 + h^2)$, и если $\sigma = 0{,}5 - h^2/(12\tau$, то $\Psi = O(\tau^2 + h^4)$. Р. с. (6) содержит параметры σ, h и τ, которыми можно управлять в определенных пределах. При практическом использовании схемы (6) важно выяснить область изменения

параметров σ, h, τ, в которой схема (6) является устойчивой или, иными словами, определить условия устойчивости р. с. Исследование устойчивости р. с. (6) можно произвести, напр., методом разделения переменных или методом энерг. неравенств.

В методе разделения переменных решение задачи (6) ищут в виде суммы

$$y_i^{n+1} = \sum_{k=1}^{N-1} c_k^n \mu_k(x_i), \qquad (8)$$

где $\mu_k(x_i) = \sqrt{2}\sin \pi k x_i$, $k = 1, 2, \ldots, N-1$ — собственные функции оператора (7), c_k^n — коэфф., подлежащие определению. Известно, что ф-ции $\mu_k(x)$ образуют ортонормированную в смысле скалярного произведения

$$(y, v) = \sum_{i=1}^{N-1} y_i v_i h \qquad (9)$$

систему на мн-ве H_N сеточных ф-ций, обращающихся в нуль при $i = 0$ и $i = N$. Подставив ур-ние (8) в ур-ние (6) и приняв во внимание линейную независимость ф-ций $\mu_k(x)$, находим рекуррентное соотношение для определения c_k^{n+1}:

$$c_k^{n+1} = q_k c_k^n, \quad q_k = (1 - (1-\sigma)\tau\lambda_k)/(1 + \sigma\tau\lambda_k),$$

где λ_k — собственное значение номера k оператора (7),

$$\lambda_k = \frac{4}{h^2}\sin^2\frac{\pi k h}{2}.$$

Если выполнено условие

$$\sigma \geqslant \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau}, \qquad (10)$$

то $|q_k| \leqslant 1$, $k = 1, 2, \ldots, N-1$ и, следовательно,

$$\|y^{n+1}\|^2 = (y^{n+1}, y^{n+1}) = \sum_{k=1}^{N-1} (c_k^{n+1})^2 \leqslant$$
$$\leqslant \sum_{k=1}^{N-1} (c_k^n)^2 = \|y^n\|^2,$$

т. е. схема (6) устойчива в норме

$$\|v\| = \sqrt{(v, v)} = \left(\sum_{i=1}^{N-1} v_i^2 h\right)^{1/2}. \qquad (11)$$

Неравенство (10) является условием У. р. с. (6).

Метод энергетических неравенств состоит в замене задачи (6) энерг. тождеством

$$\|y_t\|^2 + (\sigma - 0{,}5)\tau\|y_{t\bar{x}}\|^2 + (y_{\bar{x}}\|^2)_t = 0, \qquad (12)$$

где $\|\cdot\|$ определяется согласно (11),

$$y_{\bar{x}} = y_{x,i} = (y_i - y_{i-1})/h, \text{ и } \|y_{\bar{x}}\|^2 = \sum_{i=1}^{N} y_{x,i}^2 h.$$

Учитывая оценку $\|y_{\bar{x}}\|^2 \leqslant 4\|y\|^2/h^2$, справедливую для всех сеточных ф-ций, равных нулю при $i = 0$ и $i = N$, получим из (12) энерг. неравенство

$$\left[(\sigma - 0{,}5)\tau + \frac{h^2}{4}\right]\|y_{t\bar{x}}\|^2 + (\|y_{\bar{x}}\|^2)_t \leqslant 0.$$

Из этих неравенств следует, что, если выполнено условие (10), для решения задачи (6) справедлива оценка $\|y_{\bar{x}}^n\| \leqslant \|y_{\bar{x}}^0\|$, $n = 0, 1, \ldots$, означающая У. р. с. (6) в норме $\|y\|_* = \|y_{\bar{x}}\|$.

Любую р. с. можно рассматривать независимо от тех или иных исходных дифф. ур-ний как операторное ур-ние (см. *Уравнений классификация*) в некотором линейном пространстве. Напр., всякую двухслойную р. с. можно записать в виде ур-ния

$$B\frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} + Ay^n = \varphi^n, \quad n = 0, 1, \ldots, \qquad (13)$$

где A и B — линейные операторы, действующие в некотором пространстве H_h (пространстве сеточных ф-ций), $y^n = y(t_n)$ — ф-ция дискретного аргумента $t_n = n\tau$ со значениями в H_h. Запись двухслойной р. с. в виде (13) наз. канонической формой двухслойной р. с. Условия У. р. с. (13) формулируются в виде ряда требований, налагаемых на операторы A и B. Пусть H_h — действительное гильбертово пространство со скалярным произведением (y, v) и нормой $\|y\| = \sqrt{(y, y)}$. Если в схеме (13) оператор A не зависит от t, является самосопряженным и положительным, то для устойчивости схемы (13) достаточно потребовать выполнения условия

$$(Bx, x) \geqslant 0{,}5\tau(Ax, x), \quad \forall x \in H_h. \qquad (14)$$

При этом условии для решения задачи (1) справедлива оценка

$$(Ay^n, y^n) \leqslant (Ay^0, y^0), \quad n = 0, 1, \ldots.$$

Отсюда видно, что У. р. с. определяется такими весьма общими свойствами разностных операторов, как их самосопряженностью и положительностью. При таком общем подходе к исследованию устойчивости структуру операторов A и B можно не конкретизировать. Любую трехслойную р. с. можно записать в каноническом виде (y^0, y^1 заданы)

$$By_{\mathring{t}} + \tau^2 R y_{\bar{t}t} + Ay = \varphi^n, \quad n = 1, 2, \ldots, \qquad (15)$$

где $y = y^n$, $y_{\mathring{t}} = (y^{n+1} - y^{n-1})/(2\tau)$, $y_{\bar{t}t} = (y^{n+1} - 2y^n + y^{n-1})/\tau^2$, $\tau > 0$. Если A и R — самосопряженные положительные операторы, не зависящие от $t_n = n\tau$, то для устойчивости схемы (15) достаточно, чтобы выполнялись условия

$$(Bx, x) \geqslant 0, \ (Rx, x) > \frac{1}{4}(Ax, x), \ \forall x \in H_h.$$

Лит.: Рябенький В. С., Филиппов А. Ф. Об устойчивости разностных уравнений. М., 1956 [библиогр. с. 169—171]; Годунов С. К., Рябенький В. С. Разностные схемы. М., 1973 [библиогр. с. 397]; Самарский А. А., Гулин А. В. Устойчивость разностных схем. М., 1973 [библиогр. с. 400—413]; Рихтмайер Р. Д., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. Пер. с англ. М., 1972 [библиогр. с. 381—413].

А. А. Самарский, А. В. Гулин.

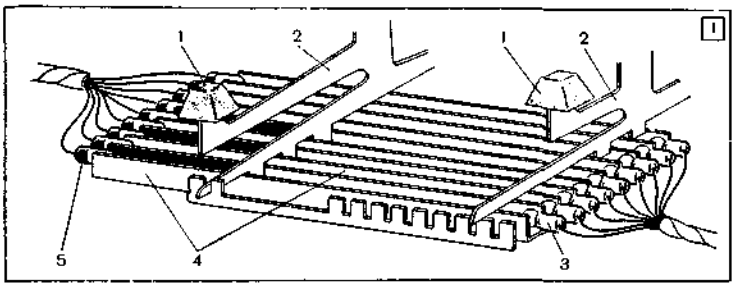
УСТОЙЧИВОСТЬ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА — непрерывная зависимость решения, полученного *численным методом*, от входных данных. См. *Устойчивость разностных схем.*

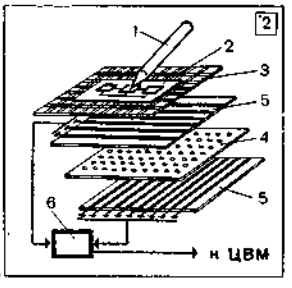
УСТРОЙСТВА ВВОДА—ВЫВОДА ДАННЫХ ЦВМ — специализированные устройства, осуществляющие ввод программ и исходных данных в ЦВМ и вывод из ЦВМ результатов вычислений, а также выполняющие необходимые при этом преобразования *данных* из одной формы представления в другую. У. в.—в. д. ЦВМ относятся к внешним устройствам ЦВМ. В первых ЦВМ для ввода информации использовались штеккеры и переключатели, а для вывода — мех. цифровые индикаторы. Необходимость ускорения ввода — вывода и регистрации результатов вычислений вызвала применение У. в.—в. д. ЦВМ на основе *перфорационных карт*, электрифицированных пишущих машинок, *телетайпов*. Характеристики этих устройств непрерывно улучшаются; одновременно разрабатываются принципиально новые средства, связанные с новыми применениями и с ростом быстродействия ЦВМ. В табл. 1 приведены основные типы У. в.—в. д. ЦВМ, классифицированные по видам представляемой с их помощью информации (по мере усложнения видов — от простейших дискретных и цифровых значений до речевого обмена с машиной). В ней выделены устр-ва только для ввода, только для вывода и для двухстороннего обмена данными между человеком и ЦВМ (графа «совмещенный ввод — вывод»).

Клавиатуры КЛ приобретают все большее значение как простое и эффективное устр-во непосредственного ввода данных. Скорость ввода ограничена здесь возможностями человека (до 200 знаков в 1 *мин*); количество клавишей на пульте определяется набором символов входного языка (обычно 32—64 шт., но достигает и 100 шт.). Современные КЛ — бесконтактные, с использованием электромагн., емкостного и фотоэлектр. (рис. 1) принципов формирования сигналов и с кодирующей частью на интегральных элементах. Панели графического ввода, как и КЛ, предназначены для непосредственной передачи данных в ЦВМ, но в форме чертежей и рисунков. Напр., панель с контактным карандашом ПКК (рис. 2) обеспечивает ввод в ЦВМ эскиза при его обводке.

Устройства считывания с *носителей информации* требуют предварительной подготовки данных, зато допускают многократное использование носителей и обеспечивают высокую скорость считывания. Напр., фотосчитывающий механизм ФСМ-5 выполняет съем данных с 5 ÷ 8-позиционной перфоленты фотоэлектр. способом при прямом и обратном движении ленты, в стартстопном или непрерывном режиме. В последнем случае скорость считывания составляет 1000 строк в 1 *сек.* Устр-во ввода перфокарт типа ВУ-700-3М для 45- или 80-колонных перфокарт перерабатывает 700 карт в 1 *мин.* Макс. скорость, обеспечиваемая совр. вводом с перфорационных карт ПКВ и *перфорационных лент* ПЛВ — около 20 000 знаков в 1 *сек.* Когда требуется малая скорость ввода (порядка 2—10 карт в 1 *мин*), используют упрощенные ПКВ без магазинов и средств транспортировки карт, с контактным считыванием.

Для считывателей графиков СГ также используют заранее подготовленный носитель (бумажную ленту или пленку с нанесенными на них графиками). В СГ типа «Силуэт» съем сигнала осуществляется оптико-электронным преобразованием на видиконе при скорости до 40 ординат в 1 *сек.* Возможно последовательное считывание до трех непересекающихся кривых и параллельное считывание пар ординат для получения фазовых соотношений между двумя кривыми. В лучших





1. Бесконтактная (фотоэлектрическая) клавиатура: 1 — клавиша; 2 — рычаг с прорезями; 3 — блок источников света; 4 — световые лучи (проходят через прорези и задерживаются выступами рычага); 5 — блок фотоэлементов.
2. Панели графического ввода с контактным карандашом: 1 — карандаш или шариковая ручка; 2 — эскиз; 3 — лист полихлорвинила с сеткой линий, соответствующих проводникам; 4 — панели (46 *см* × 61 *см*) из стекловолокна толщиной 0,1 *мм* с нанесенными через 5 *мм* проводниками; 5 — тонкая полиэфирная пленка с отверстиями в местах пересечения проводников; 6 — устройство выработки цифровых значений координат.

образцах СГ производится считывание до 30 кривых, в т. ч. пересекающихся, при скорости 200 ординат в 1 *сек*. Считыватели меток СМ позволяют перенести в ЦВМ ряд дискретных позиций, значения которых определены их положением на бланке. Метки наносятся карандашом или чернилами (простыми, люминесцентными, магнитными) и считываются соответственно фотоэлектр. или электромагн. способом. СМ типа «Бланк» имеет 984 позиции (24 по ширине и 41 по длине). Бланки выполняются на белой бумаге, метки наносятся карандашом; скорость ввода — 150 документов в 1 *мин*. Считыватели знаков СЗ производят съем ограниченного набора машинописных или стандартизованных рукописных символов. Так, устр-во «РУТА-701» рассчитано на документы, содержащие сочетания 10 цифр и 5 специальных знаков при скорости ввода 150 знаков в 1 *мин*.

Объединение функций устр-в ввода и вывода улучшает обмен данными человека с машиной. Поэтому дополнительно к пишущим машинкам ПМ и телетайпам ТТ разработан ряд совмещенных устр-в. В частности, устр-во Р601 реализует поколонное считывание, перфорацию и сортировку 80-колонных перфокарт при скорости ввода 350 карт в 1 *мин* и скорости вывода 160 колонок в 1 *сек*. Особенно широко применяются *системы отображения информации* вида электронолучевых трубок для отображения информации со *световыми карандашами* (ЭЛТ—СВК).

Современные У. в.— в. д. ЦВМ не только вводят в машину и выводят из нее информацию, но и выполняют сбор, редактирование, накопление, обмен с *процессорами* и выбор форм представления данных. Накопление осуществляется в автономном *запоминающем устройстве* (чаще всего на магн. барабане МБ или магн. ленте МЛ), для редактирования и указания форм используют ЭЛТ в сочетании с КЛ или ЭЛТ—СВК.

Необходимый набор У. в.— в. д. ЦВМ определяется внутренними требованиями *вычислительной системы*, связанными с наладкой программ, и конкретным ее применением (внешними требованиями). В табл. 2 выделено три осн. вида обработки данных в ЦВМ — пакетная, мультиобработка и обработка в *реальном масштабе времени*. Пакетная обработка больших массивов информации свойственна *вычислительным центрам*. Соответствующие У. в.—в. д. ЦВМ должны обеспечивать высокоскоростной ввод и вывод с заранее подготовленных носителей, что определяет применение *устройств обмена ЦВМ* на перфокарте ПКО и перфоленте ПЛО и *алфавитно-цифровых печатающих устройств* АЦПУ. Если вычисл. центр предназначен для переработки документов, к устр-вам ввода добавляются *читающие автоматы* и микрофильмирующие аппараты. Режим мультиобработки при активном обмене с рядом пользователей свойственен информационно-поисковым, диагностическим и обучающим системам, а также системам проектирования. Простейшие У. в.—в. д. ЦВМ для науч., инженерных и банковских расчетов могут представлять собой ПМ; более широкие возможности дает спе-

Основные типы устройств ввода — вывода данных ЦВМ Таблица 1

Вид информации	Ввод	Вывод	Совмещенный ввод—вывод
Двоичная (сигналы типа «да» — «нет»)	Переключатели (ПК), штекеры (ШК)	Индикаторы информации (ИИ)	—
Символьная (цифровая, буквенная, иероглифическая)	КЛ, ПКВ и ПЛВ	ИИ, АЦПУ, перфораторы карточный (ПЕРК) и ленточный (ПЕРЛ)	ПМ, ТТ, ПКО и ПЛО, специальные графопостроители (СГП), устройства на МБ и МЛ.
Графическая	ПКК, панели с емкостным (ПЕК) и звуковым (ПЗК) карандашами, СГ	Устройства отображения информации, в основном ГП и экраны (ЭКР)	ЭЛТ—СВК
Документальная (бланки, чеки, билеты, жетоны)	СМ и СЗ, читающие автоматы (ЧА)	Устройства отображения информации, в основном проекционные (ПР), микрофильмирующие устройства (МФ), АЦПУ	
Речевая	Устройства распознавания речевых сигналов (РР)	Устройства синтеза речевых сигналов (СР)	

циальная КЛ и ЭЛТ; наконец, сочетание ПМ и ЭЛТ позволяет дополнительно регистрировать результаты вычислений. Проектирование и конструирование требует графического взаимодействия; к предшествующему оконечному устр-ву добавляется световой карандаш для ввода и графопостроитель ГП — для вывода рабочих чертежей. Иногда, чтобы не загружать систему выполнением чертежей, данные для них выводят на перфокарты, а построение выполняет особое устр-во. Наряду с терминалами в системы мультиобработки включается центр. группа У. в.— в. д. ЦВМ для пакетной обработки данных, что позволяет равномерно загрузить вычислительную систему, решая в свободные от обращений пользователей промежутки времени фоновые задачи.

Режим работы в реальном масштабе времени свойственен системам контроля и управления. При управлении отдельным процессом (аппаратом) мультиобработка состоит в обслуживании ряда программ, действующих в замкнутом контуре, а также во взаимодействии с человеком-оператором. Соответственно У. в.— в. д. ЦВМ содержат *устройства связи с объектом* и оборудование пунктов управления (КЛ, ИИ, ЭЛТ). Для ряда применений, напр., бортовых систем, перспективен речевой ввод данных.

Для эффективного использования вычисл. машин создают средства, использующие лучшие качества людей и машин и компенсирующие их недостатки (симбиозные У. в.— в. д.), в частности, совершенствуют документальный, графический и речевой обмен. Большинство из У. в.—в. д. ЦВМ применяют для ввода и вывода информации в *гибридных вычислительных машинах*. Об устр-вах ввода—вывода в *аналоговых вычислительных машинах* см. *Наборное поле, Устройство индикации АВМ*.

Применения систем ввода — вывода данных ЦВМ

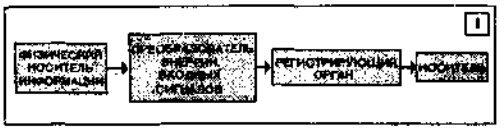
Таблица 2

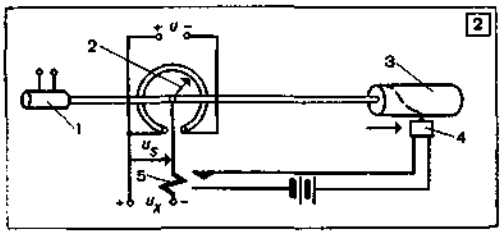
Вид обработки	Область применения	Устройства ввода данных	Устройства вывода данных
Наладка программ	Все указанные ниже применения	КЛ, ПМ	ИИ
Пакетная обработка	Вычислительный центр	(ЧА), ПКО, ПЛО, МВ, МЛ	АЦПУ (МФ)
Мультиобработка	Справка от информационного центра	КЛ, ТТ	СР
	Обмен с системой программированного обучения	КЛ	ПР (СР)
	Научные и инженерные расчеты, медицинская диагностика	КЛ, ПМ, ПМ	ЭЛТ, ЭЛТ
	Проектирование и конструирование	КЛ, СВК, ЭЛТ, СГП	(ПЕРК), ГП
Обработка в реальном масштабе времени (пункты управления)	Контроль и управление процессом (аппаратом)	КЛ (РР)	ИИ, ЭЛТ, АЦПУ (ГП)
	Контроль и управление большими системами (производством, движением, войсками)	КЛ (РР)	ИИ, ЭЛТ, ЭКР, АЦПУ (ГП)

Лит.: Колганов Т. П. Периферийное оборудование современных ЭЦВМ. «Кибернетика», 1967, № 4; Изделия радиопромышленности. Каталог, т. 4 [в. 1—2]. Вычислительная техника. Раздел: Вводные и выводные устройства электронных вычислительных машин. М., 1966—68; Арутюнов М. Г., Маркович В. Л. Скоростной ввод — вывод информации. Способы регистрации и восприятия информации. М., 1970 [библиогр. с. 336—350].

А. Г. Чачко.

УСТРОЙСТВА ЗАПИСИ АНАЛОГОВОЙ ИНФОРМАЦИИ — приборы, предназначенные для регистрации на подходящем носителе непрерывно изменяющейся информации. Первые У. з. а. и. были сконструированы на основе обычных показывающих измерительных приборов присоединением карандашей или перьев к стрелкам этих приборов. Развитие метеорологии, сейсмологии, радиотелеметрии, автоматики, *вычислительной техники* и др. потребовало создания и усовершенствования новых методов и средств автомат. регистрации





1. Общая схема работы устройств записи аналоговой информации.
2. Схема устройства с развертывающим преобразованием.

аналоговой информации. В настоящее время существует большое к-во принципиальных и конструктивных решений У. з. а. и. Общая схема работы всех У. з. а. и. показана на рис. 1. Поступающая в прибор энергия физ. носителя информации преобразуется в энергию другой формы, пригодную для воздействия на регистрирующий орган. Регистрирующий орган, взаимодействуя с носителем, оставляет на нем след, который становится видимым либо сразу, либо после дополнительной обработки. По методам преобразования входного сигнала различают приборы с прямым, следящим, развертывающим и цифровым преобразованием.

В приборах прямого преобразования энергия входного сигнала непосредственно используется для воздействия на регистрирующий орган. Таким прибором является, напр., широко используемый в аналоговой вычисл. технике шлейфовый осциллограф. При протекании входного тока через шлейф последний вместе с зеркальцем вращается в поле постоянного магнита, отклоняя тем самым световую точку на поверхности барабана. К числу приборов с прямым преобразованием относят также самопишущие вольтметры и амперметры, самопишущие гальванометры и логометры, разнообразные мех. устр-ва.

В устр-вах со следящим преобразованием для воздействия на регистрирующий орган используется не сам входной сигнал, а рассогласование между входным и вспомогательным, компенсирующим, сигналом. Вспомогательный сигнал обычно вырабатывается с помощью реверсивного электродвигателя. Приводимый в движение усиленным сигналом рассогласования реверсивный электродвигатель в то же время согласованно перемещает регистрирующий орган. Приборам такого типа свойственны высокая точность и большая мощность, но малое быстродействие. *Следящие системы* преобразования используют в автомат. электронных потенциометрах и разного рода уравновешенных мостах.

В системах развертывающего преобразования сочетаются компенсационный метод измерения с импульсным воздействием на регистрирующий орган. Компенсирующий сигнал в таких системах не копирует входной сигнал, а независимо от него периодически изменяется во всем диапазоне с достаточно высокой частотой. В момент совпадения компенсирующего сигнала с входным возникает импульс, который и воздействует на регистрирующий орган. У. з. а. и. с преобразователями этого типа весьма перспективны. В них высокая точность сочетается с большим быстродействием. Кроме того, автономность и цикличность компенсирующего сигнала дают возможность многократно использовать такие устр-ва. На рис. 2 приведена схема прибора с развертывающим преобразованием для регистрации напряжения U_x. На валу двигателя 1, вращающегося с постоянной скоростью, закреплен движок реохорда 2 и барабан с носителем 3. В момент совпадения напряжений U_x и U_s реле 5 отключается, замыкая цепь отметчика 4, медленно перемещающегося вдоль образующей барабана.

С развитием цифровых методов контроля, управления и вычислений широко применяют приборы с цифровым преобразованием входного сигнала. В них данные записываются либо обычными знаками, либо элементарными отметками, располагаемыми в определенных позициях. Применение десятичной, двоичной и двоично-десятичной систем счисления позволяет объединить У. з. а. и. с вычислительными машинами и др. устрвами автоматики и телемеханики (см. *Аналого-цифровой преобразователь*).

У. з. а. и. разнообразны по типам регистрирующих органов и характеру взаимодействия их с носителем. Все известные методы регистрации можно разделить на три группы. Первую группу составляют методы регистрации, осуществляемые путем нанесения слоя вещества, вторую — путем деформации или снятия слоя вещества и третью — посредством изменения состояния вещества носителя.

В приборах 1-й группы в качестве носителя применяют обычную бумагу, на которую наносятся чернила, графит или краски. Регистрирующими органами являются держатели с графитом, перьями, печатающими или копирующими стержнями. Приборы этой группы инерционны, и для приведения их в действие нужна значительная мощность. В приборах 2-й груп-

пы в качестве носителя используют бумагу, покрытую тонким мягким слоем красящего вещества. Регистрирующим органом является резец, снимающий тонкий верхний слой. 3-я группа наиболее многочисленна и широко распространена. Здесь используют электротермическую, электрохим. и светочувствительную бумагу, а также ферромагнитные, диэлектр. и люминесцирующие слои, наносимые на некоторую основу. Мех. регистрирующие органы в них заменены соответственно электр., магнитным, электронными или оптическими органами.

Лит.: Розенберг И. М. Способы автоматической регистрации изменений. М., 1964; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [библиогр. с. 380—381].

Л. А. Казакевич.

УСТРОЙСТВА ОТОБРАЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ — специализированные устройства, обеспечивающие прием информации от вычислительной машины, преобразование ее в визуальную форму и воспроизведение на экране. У. о. и. являются частью *систем отображения информации* и разделяются на устройства прямого видения, проекционные и графические регистрирующие.

В качестве У. о. и. прямого видения, как правило, применяют У. о. и. на электроннолучевых трубках ЭЛТ. Они обеспечивают универсальность кодирования (возможность использования любых символов, цвета и яркости), широкий диапазон порождаемых изображений (от отдельных чисел до трехмерных конструкций и рисунков) и гибкость обращения с данными (возможность редактирования). В типичной схеме воспроизведения информации посредством ЭЛТ (рис. 1) источником информации является ЦВМ; приемником—прожектор ПР и отклоняющие элементы ОЭ трубки; символы формируются генераторами ГЕН (точечным, буквенно-цифровым или графическим); управление данными УД реализуется человеком через устройство взаимодействия (клавиатура, *световой карандаш* и др.). В схеме использована ЭЛТ общего назначения с разрешающей способностью 2000 ÷ ÷ 4500 линий (на кадр), скорость записи данных — 7000 ÷ 10 000 *м/сек* и яркость изображения — 100 ÷ 600 *нт*. Недостатками таких У. о. и. являются: аналоговый метод управления лучом, высокое напряжение, большая потребляемая мощность, необходимость периодически возобновлять информацию, а также большие габариты устройства (длина трубки). Эти недостатки частично устранены в У. о. и. на основе специализированных ЭЛТ, рассматриваемых ниже.

Профильно-лучевые ЭЛТ *(характроны)* воспроизводят только буквенно-цифровые данные. В них между прожектором (электронной пушкой) и экраном устанавливаются спец. трафареты, через которые формируются символы (обычно 64 знака, но может быть и до 200). В У. о. и. на характронах достигается высокая четкость и качество знаков при постоянной их яркости и экономии памяти, но замедлена запись сложных изображений. При частом использовании объединения текущей и фоновой информации удобны У. о. и. на ЭЛТ с совмещенной проекцией, в которых опорные данные поступают через спец. окно от кинопроектора, что существенно экономит память, однако возникают погрешности совмещения. Для одновременной графической индикации многих быстроразвивающихся процессов разработаны У. о. и. на ЭЛТ с несколькими (до 10-ти) прожекторами.

Важной характеристикой ЭЛТ является способность к накоплению (запоминанию) данных. Накопительная ЭЛТ прямого видения суммирует входную информацию на спец. сетке. Возникает потенциальный рельеф, сохраняющийся потоком электронов от орошающей пушки (динамическая память). Возможно выборочное и полное стирание данных. Такое У. о. и. характеризуется высокой яркостью, но сравнительно низкой разрешающей способностью.

В У. о. и. на ЭЛТ с темновой записью *(хемитронах)* экран покрыт спец. составом, который темнеет при воздействии электронного луча. Потемнение сохраняется на длительный срок (статическая память) и уничтожается нагревом. В У. о. и. на трубках с электростатической записью накопительным элементом является диэлектрическая пленка — экран (при записи заряжается отрицательно). Проявляющий элемент — окрашенный порошок (заряжен положительно). После записи трубку наклоняют и экран опыляется порошком, частицы которого, прилипая к пленке, делают изображение видимым.

Цветные ЭЛТ по мере совершенствования их находят применение в У. о. и. Наиболее отработанный тип таких ЭЛТ — трубка с экраном, покрытым тройками точек люминофора (для каждого из трех основных цветов), с тремя электронными пушками и с теневой маской, обеспечивающей пропускание лучей только на соответствующие точки экрана (используется в телевидении). Ведутся разработки У. о. и. на других типах цветных трубок, напр., с полосками люминофора на общем экране, с одним люминофором, цвет которого меняется в зависимости от приложенного электр. напряжения или изменения плотности луча, либо интенсивности луча, с раздельными (монохроматическими) экранами и последующим оптическим совмещением. Для всех цветных У. о. и. по сравнению с черно-белыми существенно усложняется управление и, гл. обр., точность совмещения цветов.

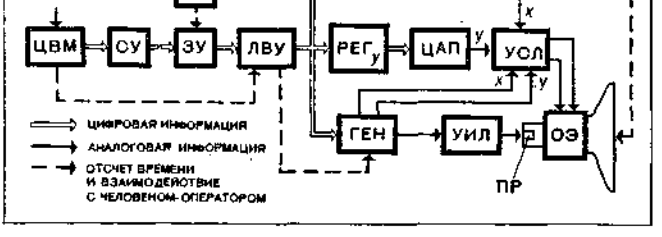
Плоские ЭЛТ (вследствие расположения прожектора параллельно экрану с последующим поворотом луча) позволяют повысить компактность устройств отображения. По яркости и разрешающей способности они не уступают обычным ЭЛТ, но требуют высоких отклоняющих напряжений.

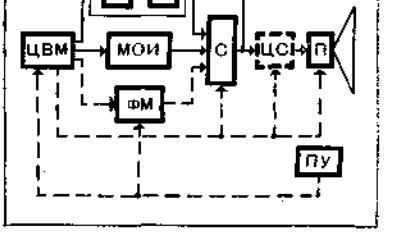
Дальнейшее развитие техники воспроизведения данных на ЭЛТ, которое идет по пути улучшения характеристик трубок общего

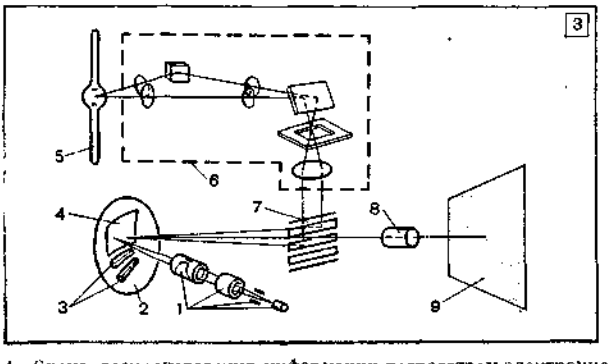
назначения, конструирования семейства узкоспециализированных трубок и создания встроенных процессоров, обеспечивающих хранение и регенерацию изображения, позволит У. о. и. на ЭЛТ успешно конкурировать с новейшими индикаторами информации (люминесцентными экранами, плазменными панелями и экранами на жидких кристаллах).

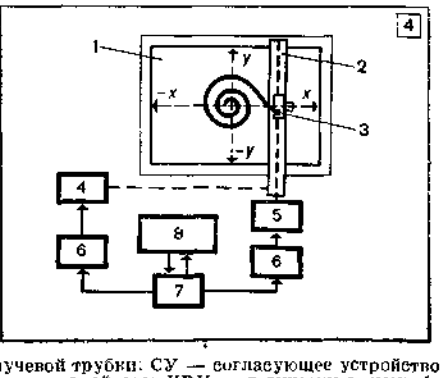
В проекционных У. о. и. (рис. 2) ЦВМ управляет блоком формирования первичных изображений ФПИ, состоящем из источника И и носителя информации Н. В случае необходимости ЦВМ извлекает сопряженное опорное изображение из магазина опорных изображений МОИ, эти изображения совмещаются (блок совмещения С) и проектируются на экран (блок проекции П), т. е. образуется вторичное изображение ВИ. Между блоками С и П иногда вводится набор цветных светофильтров ЦС, позволяющий окрасить все изображение или его части в различные цвета. Пульт управления ПУ позволяет человеку-оператору менять степени совмещения, условия проекции и окраску и наносить на изображение метки (через блок формирования меток ФМ). Формирование первичных изображений может быть обратимым и необратимым.

Проекционные У. о. и. с обратимым изображением разделяют на электронные, лазерные, фотохромные и пленочные модуляторы света. В электронных У. о. и. первичное изображение формируется на ЭЛТ, а увеличение реализуется оптической системой Шмидта. Достаточная разрешающая способность и яркость получаются лишь при средних размерах экрана (порядка 2,5 $м^2$); при бо́льших увеличениях оба эти параметра уменьшаются, т. к. определяются характеристиками одного и того же элемента — люминофора ЭЛТ. Для формирования многоцветного крупномасштабного изображения весьма перспективно использование лазеров (аргоновых — для получения синего и зеленого цветов; гелиево-неоновых — для получения красного цвета). Каждый из осн. цветов модулируется информацией независимо. После этого лучи смешиваются, изображение развертывается по горизонтали и вертикали и проектируется









1. Схема воспроизведения информации посредством электроннолучевой трубки: СУ — согласующее устройство (совместимость по длине слов, уровням и т. д.); ЗУ — запоминающее устройство; ЛВУ — логически-временное устройство (упорядочивание, монтаж и хронирование данных); РЕГ$_x$ и РЕГ$_y$ — регистры текущих координат электронного луча; ЦАП — цифро-аналоговый преобразователь; УОЛ — устройство отклонения луча; УИЛ — управление интенсивностью луча; ЧЕЛ — человек-оператор.
2. Структурная схема проекционного устройства отображения информации.
3. Пленочный модулятор света («Эйдофор»): 1 — электронная пушка, отклоняющая и фокусирующая системы; 2 — круглое зеркало, покрытое масляной пленкой; 3 — разравнивающие ножи; 4 — область сканирования; 5 — ксеноновая лампа; 6 — оптическая система; 7 — зеркало Шлирена; 8 — объектив; 9 — экран.
4. Графопостроитель с шаговым приводом: 1 — рабочий стол; 2 — штанга; 3 — каретка с пишущей головкой; 4 — шаговый двигатель, перемещающий штангу по оси x; 5 — шаговый двигатель, перемещающий каретку по штанге (по оси y); 6 — блок управления шаговым двигателем; 7— интерполятор; 8 — цифровая вычислительная машина.

на экран. Разработаны лишь механические методы развертки с помощью призм и зеркал, что ведет к инерционности системы, сказывается на яркости и постоянстве изображения. Существенные недостатки прямых проекционных систем на ЭЛТ и лазерах побуждают использовать промежуточные носители записи информации. В фотохромных У. о. и. источником информации является ультрафиолетовый луч (спец. лампы, ЭЛТ с волоконной оптикой и аргоновые лазеры). Носитель — спец. органический материал, прозрачность которого меняется под действием ультрафиолетового излучения. Время формирования кадра — до 10 *мксек* при разрешающей способности 1000 линий/*мм*. Проекция данных реализуется видимым светом, причем можно стереть все изображение или его часть инфракрасным лучом. Осн. недостатки фотохромных систем — малая яркость и накопление в материале необратимых изменений, приводящее к его негодности после нескольких сотен срабатываний.

В пленочных модуляторах света (рис. 3) источником информации является электронный луч, а носителем — тонкая масляная пленка, находящаяся под постоянным потенциалом. Прикосновение луча к любой точке пленки создает заряд, деформирующий поверхность пленки. Деформации «считываются» светом мощной ксеноновой лампы, отбрасываемым на пленку полосками зеркала, фокусируется объективом и проектируется на экран. Разрешающая способность У. о. и.— более 1000 линий на кадр при световом потоке до 3000 *лм* и размерах экрана 200 *м*². Опорные изображения и метки можно наносить на ту же пленку, используя дополнительную электронную пушку. Главный недостаток пленочных модуляторов света — выход из строя катода ввиду загрязнения маслом (срок службы — не более 100 часов). Пленочные модуляторы света обеспечивают многоцветную индикацию в реальном времени, в т. ч. для быстропротекающих процессов, что позволяет применять их в военно-тактических системах и системах управления воздушным движением.

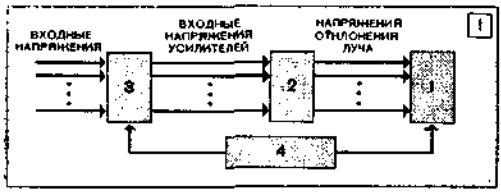
К проекционным У. о. и. с необратимой фиксацией относятся стилографические, фотохим., фотопластические и термопластические системы. В стилографических У. о. и. изображение прочерчивается пером (скрайбером) в непрозрачном покрытии носителя. Перо имеет быстродействующий привод, перемещающий его в плоскости изображения. Такие устройства служат для представления сравнительно медленно меняющихся данных. В фотохимических проекционных У. о. и. источником первичного изображения служит спец. ЭЛТ, а носителем — фотопленка (негативная или обратимая). Эти У. о. и. содержат блоки ускоренного проявления пленки (влажного или сухого). В фотопластических и термопластических проекционных У. о. и. источник (электронный луч, заряженное металлическое перо или фотополупроводниковая матрица) формирует на пленке распределение зарядов, соответствующее изображению. После термообработки на пленке появляется рельеф, считывание которого осуществляется через зеркало Шлирена. Осн. достоинствами проекционных У. о. и. с необратимой фиксацией являются высокая разрешающая способность (до 1000 линий в кадре — для стилографических, до 3500 линий в кадре — для фотохим. У. о. и.) и возможность получения больших изображений с высокой яркостью и наличие регистрации данных; недостатками — большое время формирования кадра (1 ÷ 2 *сек* у термопластических и 4 ÷ 12 *сек* — у фотохим.), трудности внесения изменений в сформированный кадр и связанная с этим необходимость периодической смены кадров. Наиболее распространены фотохим. и стилографические проекционные устр-ва и пленочные модуляторы света. Фотохим. и электромех. У. о. и. используются, когда время обмена в системе не ограничено или является комфортным.

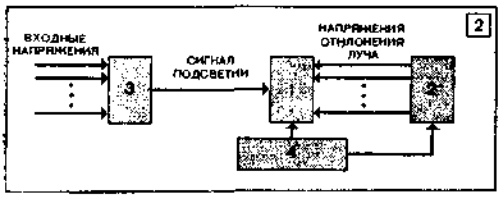
В графических регистрирующих У. о. и. используют те же методы, что и в проекционных У. о. и. с необратимой фиксацией. В частности, стилографический двухкоординатный метод является основой *графопостроителей* (рис. 4), которые служат для вывода из ЦВМ крупномасштабных графиков, таблиц, структур и чертежей на неподвижный или вращающийся на барабане носитель — бумагу. Точность воспроизведения — от ±0,5 *мм* до ±0,01 *мм*, скорость записи — 0,5 ÷ 40 *м/мин*, размеры документов — до 2,5 × 2,5 *м*². Осн. достоинство — получение точных, в т. ч. рабочих, чертежей, что позволяет автоматизировать проектирование; недостатки — малая скорость и трудности быстрого внесения изменений. Несоответствие между быстродействующими ЦВМ и медленным выводом графической информации устраняется при использовании электрографического, электрохим., электроискрового или электротермического методов нанесения изображения, а также посредством микрофильмирующих устр-в. Скорость воспроизведения информации здесь составляет от 25 000 до 500 000 знаков в 1 *сек* (т. е. приблизительно в 20 раз превосходит скорость записи графопостроителей), плотность записи достигает 9 млн. *бит/см*². Ускоренное проявление позволяет выдавать пленку со скоростью до 50 *мм/сек*. В качестве источника данных наряду со специализированными ЭЛТ можно использовать и непосредственное нанесение электронным лучом данных на пленку либо на матрицу светоизлучающих диодов. Методы фотоувеличения позволяют получить в дальнейшем документацию необходимых форматов.

См. также *Индикаторы информации*.

Лит.: Эйгенброт Б. М. Применение электронно-лучевых трубок для многоточечного контроля. М.— Л., 1965 [библиогр. с. 93—95]; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [библиогр. с. 380—381]; Гиленко В. Т. [и др.]. Автоматические построители графиков ЦВМ. М., 1969 [библиогр. с. 78—79]; Пул Г. Основные методы и системы индикации. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 398—403]; Computer graphics. Techniques and applications. New York, 1969. *А. Г. Чачко.*

УСТРОЙСТВО ИНДИКАЦИИ АВМ — устройство, обеспечивающее возможность визуального наблюдения за результатами решения поставленной на АВМ задачи. Осн. требованиями к устройствам индикации являются: достаточно высокая точность регистрации (на порядок выше возможной точности решения задачи), хорошая частотная характеристика (не хуже частотных характеристик операционных блоков машины), возможность наблюдения нескольких кривых одновременно и удобство сопряжения со схемой управления





1. Блок-схема электроннолучевого индикатора статического типа.
2. Блок-схема электроннолучевого индикатора динамического типа.

АВМ. Указанным требованиям отвечают электроннолучевые индикаторы (ЭЛИ). В СССР серийно выпускаются несколько типов электроннолучевых индикаторов (И-4, И-6 и И-10). В них осн. узлом является электроннолучевая трубка со статической фокусировкой и статическим отклонением луча, не требующим большой мощности управления положением луча по сравнению с системой магнитного отклонения. По способу воспроизведения кривых ЭЛИ делятся на статические и динамические.

Основными узлами ЭЛИ статического типа являются (рис. 1): электроннолучевая трубка (1) с источником питания и схемой формирования луча, схема управления отклонением луча (2), схема коммутации входных напряжений (3) и схема управления устройством (4).

В устройствах статического типа (И-4 и И-6) яркость луча поддерживается постоянная, допускается лишь подсветка или гашение (для образования меток времени); «вычерчивание» кривой производится вследствие перемещения луча по экрану ЭЛИ в соответствии с характером изменения входного напряжения. В ЭЛИ статического типа необходимость одновременного наблюдения нескольких кривых реализуется поочередным подключением входных напряжений ко входу усилителя вертикального отклонения луча. Коммутация входных напряжений чаще всего осуществляется с помощью контактов или электронных схем, подключающих ко входу усилителя отдельные участки наблюдаемых кривых. Если АВМ работает в режиме быстрой периодизации решений, входные напряжения могут подключаться ко входу усилителя с периодом, равным времени решения задачи, зрительно образуя комплекс исследуемых кривых.

Отличительной особенностью индикаторов динамического типа (напр., И-10) является независимость положения луча от входных наблюдаемых переменных (рис. 2). «Растровая развертка» луча по вертикали и горизонтали производится генераторами развертки луча, входящими в состав системы отклонения луча (2); визуализация луча обеспечивается его подсветкой в моменты равенства входного напряжения напряжению развертки по вертикали, это равенство отмечается с помощью *схем сравнения* (3). Для наблюдения нескольких переменных используется несколько схем сравнения, так что число одновременно наблюдаемых кривых принципиально не ограничено. Обычно в ЭЛИ с растровой разверткой луча при помощи дополнительных схем сравнения на экране образуют масштабную «сетку», используемую для измерения переменных совместно с вертикальными прямыми — метками времени. В состав устройств управления индикаторов входят схемы, обеспечивающие сопряжение ЭЛИ с аналоговой машиной для управления машиной от ЭЛИ или для управления ЭЛИ от АВМ, а также схемы управления разверткой луча по времени и схемы генерации меток времени.

И. М. Витенберг.

УСТРОЙСТВО ИНТЕГРИРУЮЩЕЕ, интегратор — вычислительное устройство, предназначенное для интегрирования зависимостей типа $Z = Z_0 + \int_{x_0}^{x} y dx$, где Z — выходная; x и y — входные переменные (перемещение, угол поворота, электрическое напряжение и т. п.), Z_0 — начальное значение выходной переменной, x_0 — начальное значение переменной интегрирования. У. и. используются как операционные элементы в вычисл. устройствах и машинах непрерывного и дискретного действия. У. и. могут выполнять операции интегрирования по зависимой и по независимой переменной, напр., по времени (см. *Устройство интегро-дифференцирующее*).

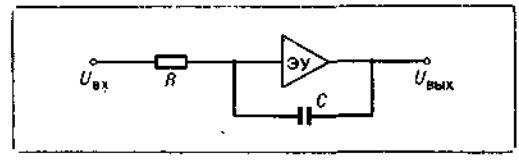


Схема интегрирующего устройства с электронным усилителем.

По способам представления величин У. и. делятся на интеграторы аналоговые (АИУ), цифровые (ЦИУ) и комбинированные (КИУ). В зависимости от принципа действия разли-

чают мех., электромех., пневматические, электронные и другие У. и. АИУ выполняют операции интегрирования в *аналоговых вычислительных машинах*. В АИУ часто применяют электронные схемы интегрирования, осн. элементом которых является конденсатор C, напряжение на котором U пропорционально интегралу по времени от тока, протекающего через АИУ, $U = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$. Наибольшее распространение получила схема (рис.) с включением конденсатора в цепь *обратной связи* электронного усилителя (ЭУ) (т. н. операционный интегрирующий усилитель), из-за сравнительно высокого частотного диапазона и точности выполнения операцив интегрирования. Напряжение на его выходе $U_{вых} = U^0_{вых} - \frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} U_{вх}\,dt$, т. е. интегрирование выполняется по времени, при этом $U_{вых}$ — начальное значение выходного напряжения при $t = t_0$. ЦИУ является осн. элементом *цифровых интегрирующих машин* и цифровых дифф. анализаторов. Информация в ЦИУ представлена в виде *кодов*. Интегрирование в ЦИУ производится реализацией ф-л численного интегрирования при конечноразностном представлении переменных. В КИУ входные и выходные переменные представляются и непрерывно, и дискретно; интегрирование выполняется соответственно вычисл. устройствами непрерывного и дискретного действия. В КИУ отсутствуют отдельные недостатки АИУ и ЦИУ, а имеются достоинства обоих этих устр-в.

Существуют и точечные У. и. Точечным У. и. одномерной ф-ции $y = y(t)$ на конечном отрезке (T_0, T) наз. электр. модель дискретного аналога ур-ния

$$h\frac{dz}{dt} + y = 0, \quad T_0 \leqslant t \leqslant T,$$

в котором $y(t)$ — задаваемая, $z = z(t)$ — получаемая ф-ция, а h — шаг их дискретизации. См. также «*ЭГДА*».

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Пухов Г. Е. О решении конечных уравнений на гибридных вычислительных системах. «Кибернетика», 1969, № 2.

В. Д. Самойлов.

УСТРОЙСТВО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕЕ — аналоговое решающее устройство (функциональный преобразователь), выходная величина которого z является производной или первообразной функцией (интегралом) от входной величины y либо по времени t, либо по невременному аргументу x. Таким образом, У. и.-д. предназначено для выполнения следующих матем. операций над физ. величинами: $z = \frac{dy}{dt}$, $z = \frac{dy}{dx}$, $z = \int y\,dt$, $z = \int y\,dx$. При интегрировании и дифференцировании по времени t достаточно иметь в У. и.-д. один вход для ввода аргумента y и один выход для съема выходной величины z; а при выполнении тех же операций по невременному аргументу x требуется второй вход для ввода в устройство физ. величины x. У. и.-д. с двумя входами может быть использовано для интегрирования и дифференцирования по времени t. Наличие двух входов — условие необходимое, но недостаточное для интегрирования и дифференцирования по невременному аргументу x. Для выполнения операций по такому аргументу У. и.-д. должно обеспечивать выполнение операции умножения и дифференцирования по времени t в двух цепях. Действительно, предположим, что цепи А и Б являются входными (рис.), и через них в У. и.-д. (на рис. ИДУ) вводятся соответственно x и y, а цепь В — выходная, и с нее снимается величина z. Принимаем также, что при таком использовании цепей выполняется операция интегрирования

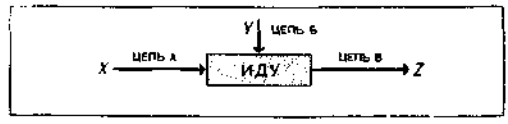


Схема работы интегро-дифференцирующего устройства.

$$z = \int y\,dx. \qquad (1)$$

Продифференцировав левую и правую части этого ур-ния по времени t, получим

$$\frac{dz}{dt} = y\frac{dx}{dt}. \qquad (2)$$

Последнее выражение означает, что в цепях А и В должно обеспечиваться дифференцирование по времени t, а совокупность цепей А и Б должна обеспечивать умножение. Все У. и.-д. с двумя входными цепями, как правило, обеспечивают выполнение операции умножения типа [А · Б = В], но не во всех обеспечивается выполнение операций дифференцирования, напр., в цепях А и В или в цепях А и Б, т. е. не для всех У. и.-д. возможна запись ур-ния [А · Б = В] в дифф. виде. Если нет возможности обеспечить хотя бы в одной из цепей дифференцирование по времени, такое устр-во является только множительным, но не интегро-дифференцирующим. Если обеспечивается дифференцирование по времени только в одной цепи устр-ва, т. е. возможна запись только левой или только правой части ур-ния [А · Б = В] в дифф. виде, то У. и.-д. интегрирует или дифференцирует только по времени t. Соединяя такие У. и.-д. в схему, можно обеспечить функционирование схемы в соответствии с ур-нием (2).

Обеспечивая различные комбинации использования цепей У. и.-д. с тремя цепями (две входных и одна выходная), можно получить

шесть различных интегро-дифференцирующих операций (см. табл.).

У. и.-д. различают: 1) по физ. принципам действия — мех., электромех., электр.; 2) по роду процессов, используемых для выполнения операций, — У. и.-д. со стационарным процессом, У. и.-д. с нестационарным процессом; 3) по выполняемым операциям — интеграторы и дифференциаторы; 4) по структуре — обратимые и необратимые. Из мех. У. и.-д. можно выделить: У. и.-д. фрикционного типа (дисковые с роликом, дисковые с шариковой обой-

№ пп	Цепи ИДУ			Снимаемый результат
	А	Б	В	
1	x	y	z	$z=\int y dx$
2	z	y	x	$z=\int \frac{dx}{y}$
3	y	x	z	$z=\int x dy$
4	z	x	y	$z=\int \frac{dy}{x}$
5	x	z	y	$z=\frac{dy}{dx}$
6	y	z	x	$z=\frac{dx}{dy}$

мой, грибовидные). Из электромеханических наибольшее распространение получили тахомашинные У. и.-д. на базе тахомашин постоянного и переменного тока (асинхронные). Группу электрических У. и.-д. представляют RC-цепи и *усилители операционные* постоянного тока (ОУПТ) в режиме интегрирования или дифференцирования. Реже в качестве интегро-дифференцирующих элементов используются RL- и RM-цепи.

Важным свойством У. и.-д. является их обратимость, когда при замене входа выходом и наоборот без нарушения направленности действия собственно интегро-дифференцирующего элемента (ИДЭ) интегратор становится дифференциатором и наоборот. Естественная обратимость свойственна только тахомашинным ИДЭ, а для остальных У. и.-д. можно получить искусственное обращение с использованием следящих систем. Производные и первообразные ф-ции второго и более высокого порядка n получают обычно путем каскадного соединения соответственно двух или n однотипных устройств (звеньев). Каскадное соединение ИДЭ чаще выполняется посредством различных «развязывающих» усилителей или с помощью следящих систем. У. и.-д. типа решающих усилителей соединяются в каскадные схемы путем непосредственного включения выхода предыдущего усилителя на вход последующего.

Каскадное соединение решающих усилителей — осн. схемный прием при наборе (моделировании) дифф. ур-ний на аналоговых вычисл. машинах. *К. Г. Самофалов.*

УСТРО́ЙСТВО ОБМЕ́НА ЦВМ — устройство, управляющее обменом информацией между различными устройствами ввода — вывода и *оперативным запоминающим устройством* (ОЗУ) цифровой вычислительной машины (ЦВМ) и позволяющее выполнять операции ввода — вывода параллельно с выполнением программы вычислений.

К устройствам ввода—вывода относятся перфораторы, пишущие машинки, различные печатающие устройства и др. Работа каждого устройства ввода — вывода обеспечивается отдельным устройством управления, формирующим последовательность управляющих сигналов, необходимых для выполнения соответствующей операции ввода — вывода. У. о. обеспечивает стандартную форму связи между разнотипными устройствами ввода — вывода, основным ОЗУ и процессором. Оно получает из процессора управляющую информацию и преобразует ее в определенную последовательность сигналов, необходимую для устройства управления выбранным устройством ввода — вывода. После запуска устройства ввода — вывода У. о. группирует или разгруппировывает данные и синхронизирует их передачу в соответствии с циклами работы основного ОЗУ. Для этого У. о. хранит и корректирует адрес, по которому производится запись или выборка информации из осв. ОЗУ. Если от устройства ввода — вывода поступают сигналы приоритетности, запроса на прерывание и т. д., которые должны быть учтены программой, У. о. преобразует их в стандартную форму, необходимую для процессора.

Для передачи данных между осн. ОЗУ и устр-вом ввода—вывода применяются два режима: монопольный и мультиплексный. В монопольном режиме У. о. ЦВМ обслуживает только одно устр-во ввода—вывода при передаче группы данных: нескольких слов, целого массива данных или последовательности массивов с соответствующей управляющей информацией и информацией о состоянии устройства ввода — вывода. В мультиплексном режиме У. о. обслуживает одновременно несколько устройств ввода — вывода. Выполнение каждой операции ввода — вывода происходит в течение нескольких коротких интервалов времени. Интервалы, относящиеся к различным операциям, чередуются в соответствии с сигналами запроса от устройств ввода—вывода. В течение каждого интервала времени передается небольшая группа данных.

У. о. входит в структуру ЦВМ обычно под названием канал. Существуют два типа каналов: селекторный и мультиплексный. Средства канала, необходимые для выполнения отдельной операции ввода — вывода, называются подканалом. Он представляет собой ЗУ канала, используемое для хранения различной управляющей информации и информации о состоянии устройства ввода — вывода.

Возможность работы канала в том или другом режиме определяется количеством подканалов. Селекторный канал имеет только один подканал и работает только в групповом режиме. Когда селекторный канал не занят выполнением операций передачи данных, он осуществляет последовательный просмотр всех подключенных устройств ввода — вывода с целью получения информации об их состоянии. Мультиплексный канал имеет несколько подканалов и может работать как в мультиплексном, так и в групповом режимах. В любой момент времени он может переключиться с одного режима работы на другой, и любая операция в любом подканале может быть частично выполнена в мультиплексном режиме и частично в групповом. Когда мультиплексный канал работает в мультиплексном режиме, он способен обеспечить одновременно выполнение по одной операции ввода — вывода в каждом подканале. Если канал не занят обслуживанием какого-либо устройства ввода — вывода, он осуществляет последовательный просмотр подключенных устройств с целью получения сигналов запроса на передачу данных или сигналов прерываний. Когда мультиплексный канал работает в групповом режиме, все средства канала используются подканалом, участвующим в групповой операции, т. е. этот подканал проявляет себя как отдельный селекторный канал. Остальные подканалы при этом бездействуют.

В канале сосредоточены наиболее общие средства, необходимые для управления операциями ввода — вывода. В некоторых случаях эти средства реализуются в виде автономного оборудования, специально предназначенного для управления устройствами ввода — вывода, что позволяет полностью совместить выполнение операций ввода — вывода с выполнением программы вычислений. В других случаях для управления работой устройств ввода — вывода в большей или меньшей степени могут быть использованы возможности процессора, при этом степень взаимного влияния может выражаться как задержкой работы процессора циклами обслуживания устройств ввода — вывода, так и полной блокировкой его деятельности. Однако распределение оборудования, общего для канала и процессора, выполняется автоматически и задержки в работе выражаются только в увеличении времени выполнения программы.

Лит.: Вычислительная система IBM/360. Пер. с англ. М., 1969. *Л. А. Корытная.*

УСТРОЙСТВО ПЕРЕЗАПИСИ ДЛЯ ЦВМ — устройство для переноса фиксированной на одном носителе информации на другой носитель, с изменением или без изменения ее вида и типа носителя. Перезапись производится автономно по отношению к ЦВМ и позволяет подготовить информацию для ЦВМ на носителе, наиболее подходящем для непосредственного считывания, в оперативную память. Так, напр., распространено устр-во для перенесения данных с перфокарт на магн. ленту. Оно содержит два приемника перфокарт, два промежуточных накопителя, вспомогательную память с коммутатором, два распределителя и блок записи на магн. ленту. Аппаратура считывателя преобразует коды, принятые с перфокарт, в соответствующие коды для магн. ленты, генерирует контрольные и управляющие сигналы для реализации записи. Сигнал ошибки прекращает переписывание данных: перфокарта откладывается в сторону, магн. лента возвращается в предыдущее положение, а последнее сообщение, записанное на ней, стирается. Скорость перезаписи — 400 перфокарт в 1 *мин.*

У. п. для ЦВМ с перфоленты на перфокарты БЛП-1 обеспечивает преобразование перезаписываемого 5-, 6- и 7-разрядного кода ленты в двоично-позиционный код 80-колонных перфокарт, автоматический контроль перезаписи и исправление ошибок. Скорость ввода данных — 200 строк в секунду, 120 карт в минуту.

Лит.: Анисимов Б. В., Четвериков В. Н. Преобразование информации для ЭЦВМ. М., 1968 [библиогр. с. 330—331]. *Е. А. Ермоленко.*

УСТРОЙСТВО СВЯЗИ С ОБЪЕКТОМ — комплекс специализированных блоков, осуществляющий необходимый информационный обмен между объектом управления и цифровой управляющей машиной. Этот комплекс позволяет получать в необходимом для цифровых вычислений виде информацию о состоянии управляемого объекта, выполняет в ряде случаев некоторые логические и арифм. операции, связанные с простыми формами обработки информации, и обеспечивает выполнение операций, завершающих процесс управления (выработку, передачу и поддержание в необходимых пределах управляющих воздействий на объект). Функции У. с. с о. определяются объемом и характером задач, поставленных перед управляющей машиной. В отличие от обычных вычисл. машин управляющая машина (УМ) реализует *алгоритм* управления, находясь в непосредственном информационном контакте с управляемым объектом, его источниками и приемниками информации. Включенная в систему автоматического управления, она находит оптимальные решения матем. уравнений, отображающих сущность процесса управления, и на основе получаемых результатов воздействует на регулируемый объект, обеспечивая наиболее выгодные условия его эксплуатации.

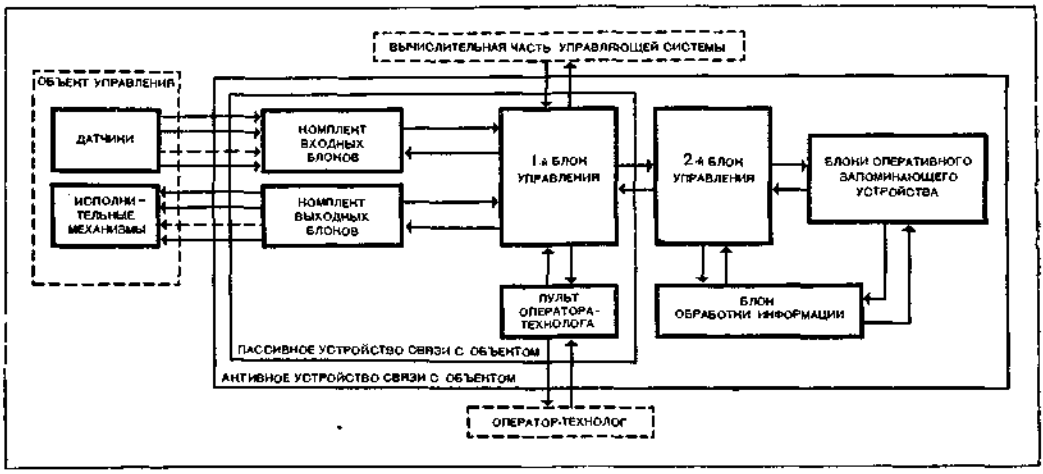
Значительная часть контролируемой и управляющей информации (от датчиков, замеряющих непрерывно меняющиеся технологические параметры) имеет иную физ. природу, чем информация, циркулирующая внутри управляющей машины. У аналоговых датчиков выходные сигналы представляют собой непрерывные функции времени и в заданных пределах могут иметь любые значения. Т. о., при включении вычисл. машины в систему управления возникает задача согласования физ. формы информации на стыках между аналоговыми и цифровыми звеньями системы. К-во типов существующих аналоговых датчиков чрезвычайно велико. Выходные сигналы их

могут быть представлены электр. величинами, мех. перемещениями или углом поворота вала, давлением и др. Операцию преобразования выходных сигналов датчиков в цифровые коды осуществляют *аналого-цифровые преобразователи* (прямые преобразователи). В составе У. с. с о. прямые преобразователи работают гл. обр. совместно с коммутаторами, на вход которых подаются сигналы от датчиков объекта.

От технологических объектов поступает также дискретная информация (показания цифровых измерительных приборов и сигналы двухпозиционных датчиков). Цифровые измерительные приборы применяют для определения основных технологических параметров (давление, расходы энергии и вещества, т-ра и др.). Их использование упрощает задачу связи до передачи дискретных данных от выходного регистра прибора на входной регистр У. с. с о. Цифровой прибор включает датчик и преобразователь аналог—код. Упрощение последнего достигается путем использования спец. датчиков, выдающих показания в цифровой форме.

Датчики двухпозиционных сигналов характеризуют состояние объекта только качественно: напр., объект включен (открыт); объект отключен (закрыт); совпадение действительного и заданного положений объекта; остановка объекта в промежуточном положении; правильность выбора объекта для управления и т. п. Двухпозиционные сигналы принимают два значения («да» — «нет», «замкнуто» — «разомкнуто»). Эти сигналы наз. р е л е й н ы м и сигналами. В качестве выходных величин в двухпозиционных датчиках используются обычно крайние значения токовых или пневматических сигналов стандартного диапазона или состояние контактов (замкнуто — разомкнуто). Если эти состояния обозначить через «0» и «1», то каждый двухпозиционный датчик можно принять за один разряд некоторого двоичного числа. Часть двухпозиционных датчиков в конкретной системе управления может использоваться в качестве «аварийных». Наличие сигнала на выходе такого датчика означает необходимость срочного изменения *программы* машины и перехода на аварийную *подпрограмму*.

К числу датчиков дискретных сигналов можно отнести также датчики интегральных значений параметров (расходомеры, счетчики количества и т. п.). Они целесообразны для осуществления элементарных вычислений вне машины, связанных гл. обр. с измерением расхода жидкостей, сыпучих тел, электроэнергии и т п., когда измеряемые величины используются для расчетов периодически, через большие интервалы времени. В таких случаях добавление к первичному датчику интегрирующей приставки существенно уменьшает количество передаваемой в машину информации. В качестве первичных датчиков чаще всего используются датчики «число-импульсного» типа, выдающие импульсные сигналы постоянного тока или напряжения, частота следования их пропорциональна измеряемому параметру.



Блок-схема пассивного и активного устройств связи с объектом.

Незначительный объем информации (численные значения различных величин с указанием отличительного признака) вводит оператор-технолог с помощью алфавитно-цифровых пультов ручного ввода, которые можно отнести к двухпозиционным датчикам. Управляющая информация, вырабатываемая вычисл. частью цифровой УМ, представлена в дискретном виде. Часть ее сохраняется в виде двухпозиционных сигналов, остальную необходимо преобразовать в непрерывную форму для согласования с входными характеристиками исполнительных органов аналогового действия. Такую операцию выполняют преобразователи код—аналог, или обратные.

Выходные сигналы двухпозиционного управления используются для воздействия на

исполнительные механизмы релейного типа — электрические или пневматические реле, электроприводы двухпозиционных задвижек и т. п. Двухпозиционные выходные сигналы («включить» — «выключить», «да» — «нет») могут группироваться в многоразрядные сигналы, выдаваемые одновременно по одному адресу. С помощью многоразрядных сигналов организуется выдача информации на *алфавитно-цифровые печатающие устройства*, устройства вычерчивания графиков, сигнально-символические устройства (табло сигнализации, мнемосхемы, звуковые сигналы и т. п.), цифровые табло и др.

В зависимости от выполняемых функций У. с. с о. разделяются на пассивные и активные. Пассивные У. с. с о. работают только по командам вычисл. части машины или оператора-технолога. Их ф-ции сводятся к выполнению команд опроса датчиков и команд выдачи управляющих воздействий на исполнительные механизмы объекта управления. Они содержат (см. рис.) комплект входных блоков, комплект выходных блоков и блок управления. В состав комплектов входных и выходных блоков, обеспечивающих прием и выдачу аналоговой и дискретной информации всех видов, входят преобразователи аналог—код и код—аналог, коммутаторы, усилители и т. п. Количество и типы входных и выходных блоков в составе устр-в связи с объектом определяются информационно-топографическими характеристиками управляемого объекта.

Блок управления обеспечивает связь У. с. с о. с вычисл. частью УМ и управление всеми блоками устройства, расшифровывает команды, поступающие от вычисл. части машины, и осуществляет необходимый обмен информацией через блоки ввода—вывода. Активные У. с. с о. не только выполняют все ф-ции пассивных, но и способны, кроме того, работать в автономном режиме слежения за состоянием управляемого процесса; они выполняют определенные алгоритмы преобразования информации, связанные с реализацией простых алгоритмов контроля и управления (напр., алгоритм регистрации параметров и сигнализации их отклонений от нормы, алгоритм регулирования по одному из простых законов и т. п.). Активные У. с. с о. с точки зрения состава аппаратуры отличаются от пассивных наличием блоков управления и обработки информации, обеспечивающих автономность работы устройства, управления его работой в различных режимах и обработку входной и выходной информации. В состав активного У. с. с о. могут входить и блоки оперативного ЗУ. Построение У. с. с о. по активному принципу позволяет повысить надежность системы управления в целом и одновременно повысить эффективность использования УМ за счет сокращения потока информации, поступающей от объекта в вычисл. часть машины.

При проектировании У. с. с о. общепринятым является принцип *агрегатно-блочного построения средств вычислительной техники*. При этом целесообразно агрегатировать не только набор входных и выходных блоков, но и блоки управления и обработки информации, чтобы при усложнении задач управления легко можно было перейти от пассивных У. с. с о. к активным с разным набором выполняемых ф-ций непосредственно в процессе создания и развития системы управления.

Лит.: Египко В. М. Учет информационных особенностей процессов и алгоритмов при проектировании электронных цифровых управляющих машин. «Управляющие машины и системы», 1967, в. 2.

В. М. Египко.

УСТРОЙСТВО УПРАВЛЕНИЯ ЦВМ — устройство, обеспечивающее координацию действий всех устройств цифровой вычислительной машины (ЦВМ) в соответствии с программой решаемой задачи. ЦВМ автоматически выполняет определенные последовательности операций в соответствии с командами программы, которая вводится в машину непосредственно перед началом вычислений. В современных вычисл. системах У. у. ЦВМ обеспечивает совместную работу центральных вычислителей с остальными устройствами системы. Устройство осуществляет интерпретацию программы вычислений и выполнение отдельных групп операций; оно связано с *арифметическим устройством*, *запоминающим устройством*, устройствами ввода — вывода ЦВМ и обеспечивает их совместную работу. У. у. ЦВМ содержит следующие основные узлы: регистр команд, *счетчик* команд, *дешифратор* операций, *сумматор* адресный, индекс-регистры, *шины* адресов, команд и чисел и различные тактирующие узлы, вырабатывающие необходимые последовательности управляющих сигналов. Регистр команд обеспечивает хранение кода команды. Часть разрядов регистра команд (регистр кода операции) предназначена для хранения кода выполняемой операции, остальные разряды (для хранения кодов адресов операндов) связаны с регистром адреса запоминающего устройства; они могут быть связаны также со счетчиком команд и с другими устройствами ЦВМ, в зависимости от ее структуры. Счетчик команд обеспечивает хранение кодов адресов команд, поступающих из ЗУ на регистр команд, и осуществляет управление переходом к выполнению следующей команды в соответствии с программой вычислений. С регистром кода операции связан дешифратор операций, количество выходных шин которого равно количеству операций цифровой вычислительной машины. Каждой операции соответствует своя временная последовательность управляющих сигналов, реализующая необходимую для выполнения данной операции последовательность микроопераций.

У. у. ЦВМ осуществляет также управление выполнением программы вычислений. Большинство логических возможностей машины обеспечивается тем, что У. у. ЦВМ обладает способностью автоматически изменять последовательность выполнения команд программы. Изменение этой последовательности У. у. производит по специальным командам, основными

из которых являются команды условного и безусловного переходов.

Существуют два основных принципа управления выполнением операций в ЦВМ: синхронный и асинхронный. При синхронном управлении все операции ЦВМ выполняются в течение одинакового количества *тактов*. Длительность цикла выполнения операции, выраженная в тактах, выбирается по самой длинной операции; при выполнении более коротких операций некоторые такты не используются. В устройстве синхронного управления выполнением операций тактовая частота задается специальным генератором тактовых сигналов. Выходные сигналы генератора поступают на счетчик тактовых сигналов, связанный с дешифратором их, количество выходных шин которого равно количеству тактов в цикле команды. Сигналы с дешифратора поступают на входы схемы распределения тактовых сигналов, которая представляет собой совокупность различных логических схем, вырабатывающих необходимые управляющие сигналы. Выходы схемы распределения связаны с соответствующими управляющими шинами. У. у. ЦВМ, реализующее принцип синхронного управления выполнением операций, строится при относительно малых затратах оборудования (быстродействие машины при этом снижается за счет излишних затрат времени на выполнение коротких операций).

При асинхронном управлении для выполнения каждой операции используется столько тактов, сколько необходимо, причем выполнение любой операции может быть начато в любой момент времени по сигналу окончания выполнения предыдущей операции. Для управления выполнением каждой операции строится отдельная схема. В простейшем случае схема управления имеет вид сдвигового регистра или линии задержки, управляемой тактовыми сигналами, с числом отводов, равным необходимому количеству тактов. Отводы связаны с соответствующими управляющими шинами. Тактовый сигнал последовательно во времени поступает на все отводы и осуществляет управление выполнением операции. Управление выполнением всего набора операций машины обеспечивается путем параллельного соединения схем управления отдельными операциями. При выполнении какой-либо операции выбор соответствующей схемы управления производится с помощью дешифратора операций в зависимости от кода, хранящегося в регистре кода операции. У. у. ЦВМ, реализующее принцип асинхронного управления, позволяет обеспечить более высокое быстродействие по сравнению с устройством синхронного управления. Его недостатком является увеличение затрат оборудования при технической реализации. Обычно применяют смешанный (синхронно-асинхронный) принцип управления. С конца 60-х гг. при построении устройств управления находит применение принцип *микропрограммного управления* в *цифровой вычислительной машине*.

Лит.: Паперное А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]; Вычислительная техника. Справочник. Пер. с англ., т. 2. Цифровые вычислительные машины. М.— Л., 1964 [библиогр. с. 810—816].

Л. А. Корытная.

УСТРОЙСТВО ЦИФРОВОЙ РЕГИСТРАЦИИ — устройство для фиксации результатов вычислений в символьном виде на носителе, обеспечивающее длительное хранение информации с целью визуальных просмотров. У. ц. р. состоит из регистратора, непосредственно формирующего результирующее изображение на носителе, и согласующего блока, транслирующего последовательность кодовых посылок в эквивалентные им сигналы управления регистратором.

В среднескоростных ($5 \div 1500$ знаков в 1 *сек*) У. ц. р. используются преимущественно электромех. регистраторы «молоточкового» типа с шрифтоносителями в виде «тип-штанг», шаровых головок, матричных колес, знаковых барабанов и цепей. В некоторых У. ц. р. применяются немеханические быстродействующие (до $6 \div 10^4$ знаков в 1 *сек*) регистраторы, основанные на фотографическом, ксерографическом, электроискровом, термографическом, ферографическом и термопластическом способах записи (см. *Алфавитно-цифровое печатающее устройство*). По числу одновременно фиксируемых символов У. ц. р. делят на параллельные и последовательные, по способу перемещения носителя — на непрерывные и старт-стопные, по характеру элементов алфавита, из которых формируется символьное изображение кодового эквивалента,— на знакопечатающие и знакосинтезирующие.

Согласующий блок У. ц. р. обеспечивает сопряжение регистратора с источником информации (ЭВМ, системы централизованного контроля, оператор и т. п.). В его функции входит: формирование сигналов начала и конца работы, расшифровка кода операции (регистрация, протяжка носителя), выдача сигналов синхронизации и готовности к выполнению очередной команды, перекодирование информации, а также реализация требуемого алгоритма связи.

Лит.: Кальмансон В. А. Быстродействующие печатающие устройства электронных вычислительных машин. М., 1967 [библиогр. с. 177—186]; Темников Ф. Е. Автоматические регистрирующие приборы. М., 1968 [библиогр. с. 380—381].

В. В. Резанов.

ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА МЕТОД — метод исследования динамических систем, основанный на изучении возможных движений системы в фазовом пространстве. Фазовым пространством (простр. состояний) наз. пространство переменных $x_1, \ldots, x_n$ динамической системы, описываемой дифф. уравнениями

$$\frac{dx_k}{dt} = X^k(x_1, \ldots, x_n), \qquad k = 1, \ldots, n. \tag{1}$$

Здесь x_k — зависимые переменные, t — независимая переменная (время), X_k — ф-ции, удовлетворяющие при заданных для $t = t_0$ начальных значениях

$$x_1 = x_1^0, \ldots, x_n = x_n^0 \tag{2}$$

условиям существования решений

$$x_k = \varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0; \ t - t_0), \tag{3}$$

$$k = 1, \ldots, n.$$

В пространстве $x_1, \ldots, x_n$ значения функций (3) представляют координаты изображающей точки, которая при изменении времени t (если его рассматривать как параметр) описывает фазовую траекторию. Совокупности всех возможных начальных значений отвечает совокупность фазовых траекторий, образующая в пространстве $x_1, \ldots, x_n$ фазовую картину движения.

Точки фазового пространства, для которых $X_k(x_1, \ldots, x_n) = 0$ $(k = 1, \ldots, n)$, наз. особыми точками и изображают состояния равновесия системы. Особые точки могут быть изолированными либо составлять некоторую область (напр., отрезок или пластинку). Замкнутые фазовые траектории, для которых

$$\varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0, t_0) = \varphi_k(x_1^0, \ldots, x_n^0, t_0 + \tau),$$

$$k = 1, \ldots, n,$$

изображают периодические движения системы периода τ и могут быть изолированными либо образовывать некоторую область (напр., кольцо или тор). Особые точки и замкнутые траектории могут быть устойчивыми или неустойчивыми, в зависимости от того, служат они элементами притяжения или отталкивания для окрестных траекторий. Поверхности в фазовом пространстве, которые служат элементами притяжения или отталкивания для всех окрестных траекторий, наз. сепаратрисными.

Ф. п. м. состоит в определении фазовых траекторий либо всей фазовой картины движения, характеризующей такие свойства системы, как существование и устойчивость установившихся движений, характер переходных движений и др. Метод наиболее нагляден, если система (1) имеет второй порядок, для которой фазовое пространство — плоскость.

Пусть система описывается уравнениями

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + P(x_1, x_2); \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + Q(x_1, x_2), \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где a_{ik} — постоянные коэффициенты; $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$; P, Q — члены, обращающиеся в начале координат в нуль по крайней мере как бесконечно малые второго порядка. Обозначим через λ_1, λ_2 корни характеристического уравнения

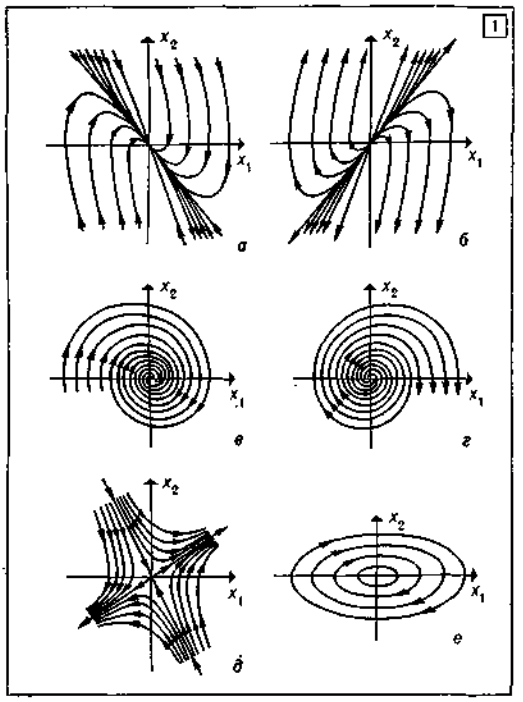
$$D(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \tag{5}$$

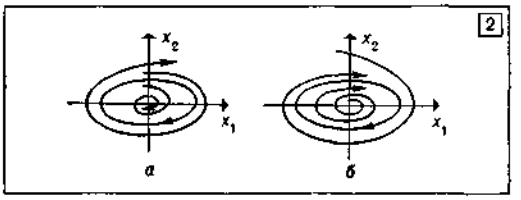
Франц. математик А. Пуанкаре (1854—1912) показал, что система (4) может иметь особые точки следующих типов: 1) устойчивый узел (если λ_1 и λ_2 — вещественные отрицательные), в который апериодически вливаются окрестные траектории; 2) неустойчивый узел (если λ_1 и λ_2 — вещественные положительные), от которого траектории апериодически расходятся; 3) устойчивый фокус (если λ_1 и λ_2 — комплексные с отрицательными вещественными частями), на который траектории наматываются спиралями; 4) неустойчивый фокус (если λ_1 и λ_2 — комплексные с положительными вещественными частями), с которого траектории разматываются спиралями; 5) седло (если λ_1 и λ_2 — вещественные разных знаков), в которое входят две и из которого выходят две траектории, а остальные траектории с ним не соприкасаются; 6) возможен фокус или центр (если λ_1 и λ_2 — чисто мнимые), в зависимости от вида ф-ций P и Q; в том случае, если особая точка — центр, ее окружают замкнутые траектории, вложенные друг в друга (рис. 1). Изолированные замкнутые траектории Пуанкаре назвал предельными циклами (рис. 2).

Если $P \equiv 0$, $Q \equiv 0$, то система (4) линейна, типы ее особых точек сохраняются, характерные для них траектории охватывают всю плоскость x_1, x_2, в случае чисто мнимых корней имеется определенно центр, предельных циклов быть не может. Если P и Q — кусочно-линейные функции, то система (4) представляет собой ряд *подсистем* линейных дифф. уравнений, каждая из которых справедлива в определенной области q_i плоскости x_1, x_2; в каждой области q_i фазовые траектории

могут быть определены как часть траекторий соответствующей линейной системы; сшиванием траекторий, принадлежащих отдельным областям q_i, определяются траектории на всей плоскости x_1, x_2. Для построения фазовых траекторий используют также графические и графо-аналитические методы и методы моделирования.

Поведение решений нестационарных и неавтономных систем дифф. уравнений, правые части которых зависят явно от времени t, определяется на мн-ве моментов времени T и





1. Типы особых точек: *а* — устойчивый узел; *б* — неустойчивый узел; *в* — устойчивый фокус; *г* — неустойчивый фокус; *д* — седло; *е* — центр.
2. Предельные циклы: *а* — неустойчивый; *б* — устойчивый.

мн-ве состояний X; в этом случае под фазовым пространством (простр. событий) понимают мн-во $T \times X$.

Лит.: Немыцкий В. В., Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.— Л., 1949 [библиогр. с. 541—546]; Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., 1959 [библиогр. с. 905—912]; Нелепин Р. А. Точные аналитические методы в теории нелинейных автоматических систем. Л., 1967 [библиогр. с. 438—447]; Флюгге-Лотц И. Метод фазовой плоскости в теории релейных систем. Пер. с англ. М., 1959. *Р. А. Нелепин.*

ФАЗОВЫЕ КООРДИНАТЫ — координаты, которыми полностью описывается положение точки в фазовом пространстве. Известно, что дифф. ур-ния движения точки, полученные на основании физ. законов, имеют обычно порядок, выше первого. Введением дополнительных переменных можно систему обыкновенных дифф. ур-ний свести к системе 1-го порядка. При этом новые переменные имеют, как правило, физ. смысл импульсов, моментов и пр. Простр. векторов, в котором каждый вектор описывается исходными и вновь введенными коорд., наз. фазовым пространством, а коорд. точки — Ф. к.

Абстрагируясь от происхождения системы, часто (напр., в *оптимального управления теории*) коорд. любой системы, которую можно описать обыкновенными дифф. ур-ниями 1-го порядка, называют Ф. к. *Б. Н. Пшеничный.*

ФАЗОВЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ — ограничения на решения (траектории) системы дифференциальных уравнений в задачах *оптимального управления теории*. Эти ограничения задают требованием, чтобы рассматриваемые траектории не покидали некоторой заданной области пространства. Чаще всего эти ограничения для всех моментов времени задают в виде неравенства $g(x(t)) \leqslant 0$, где $g(x)$ — некоторая ф-ция *фазовых координат* x, а $x(t)$ — значение фазовых координат объекта в момент времени t.

ФАКТОГРАФИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВАЯ СИСТЕМА — см. *Информационно-поисковая система фактографическая.*

ФАКТОРИЗАЦИИ МЕТОД — метод решения краевых задач для линейных дифференциальных (или разностных) уравнений или систем таких уравнений. Этот метод сводит исходную *краевую задачу* к двум задачам Коши, называемым прямым и обратным ходом факторизации. Напр., решение Ф. м. краевой задачи для системы разностных ур-ний 2-го порядка

$$A_k u_{k-1} + B_k u_k + C_k u_{k+1} = f_k,$$
$$k = 1, \ldots, N-1,$$

с краевыми условиями

$$B_0 u_0 + C_0 u_1 = f_0, \quad A_N u_{N-1} + B_N u_N = f_N$$

сводится к вычислению вспомогательных *матриц* $P_0, P_1, \ldots, P_{N-1}$ и векторов $q_0, q_1, \ldots, q_{N-1}$ по рекуррентной системе (прямой ход факторизации)

$$P_0 = -B_0^{-1} C_0, \quad q_0 = B_0^{-1} f_0;$$
$$P_k = -(A_k P_{k-1} + B_k)^{-1} C_k,$$
$$q_k = (A_k P_{k-1} + B_k)^{-1} (f_k - A_k q_{k-1})$$

и к вычислению решения $u_N, u_{N-1}, \ldots, u_0$ исходной краевой задачи по рекуррентной

системе (обратный ход факторизации)

$$u_N = (A_N P_{N-1} + B_N)^{-1} (f_N - A_N q_{N-1});$$

$$u_k = P_k u_{k+1} + q_k.$$

Ф. м. тесно связан с методом исключения Гаусса (см. *Линейных алгебраических систем уравнений способы решения*) и в случае разностных ур-ний является одним из вариантов численной реализации метода Гаусса для решения соответствующей системы линейных алгебр. ур-ний. Ф. м. распространяется также на краевые задачи для систем дифф. или разностных ур-ний высоких порядков. *Вычислительные схемы* Ф. м. легко программируются на ЭВМ, не требуют большого объема запоминающего устр-ва и весьма часто образуют устойчивый (см. *Устойчивость разностных схем*) вычисл. процесс.

Лит.: Шаманский В. Е. Методы численного решения краевых задач на ЭЦВМ, ч. 1. К., 1963 [библиогр. с. 192—194]. *М. Ф. Бейко.*

«ФЕРРАНТИ» (Ferranti, Ltd) — английская электротехническая фирма, выпускающая управляющие вычислительные машины для промышленности и машины спец. назначения, системы цифрового программного управления, устройства отображения информации, инерциальные системы навигации, тренажеры, интегральные схемы и т. д. Разрабатывает ЭВМ с 1948. Осн. продукция последних лет — малогабаритные управляющие машины на кремниевых интегральных схемах серии «Аргус» — модели 400, 500 и 600, а также миниатюрная машина спец. назначения FM-1600-B. Отдел систем автоматизации фирмы разрабатывает машины «Аргус» и матем. обеспечение к ним (на з-де Витеншейв, в пригороде Манчестера), отдел цифровых систем выпускает машины FM-1600-B (на з-де в г. Бреквелл).

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовский.*

ФЕРРИТ-ДИОДНАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ — система, основанная на использовании ферритовых сердечников и диодов. Во всех схемах феррит-диодных элементов ферритовые сердечники играют роль *запоминающих элементов*, хранящих в течение некоторого времени информацию, а диоды выполняют вспомогательные функции в качестве элементов цепей связи, управления и т. п. Обычно в Ф.-д. с. э. используют ферритовые сердечники с прямоугольной петлей гистерезиса, которые после перемагничивания при отсутствии намагничивающего поля находятся в одном из двух возможных устойчивых состояний, соответствующих значениям остаточной индукции. Разные полярности остаточной индукции используют для представления «0» и «1» в двоичной *системе счисления*.

По способу считывания запоминаемой информации феррит-диодные элементы делятся на дроссельные и трансформаторные. В схеме элемента дроссельного типа (рис., *а*) управление считыванием и продвижением информации осуществляется с помощью двухполярных тактирующих серий импульсов T_1 и T_2, сдвинутых относительно друг друга на полпериода. Если сердечник ячейки 1 находится в состоянии, соответствующем логической единице, то с приходом положительного импульса серии T_1 сердечник перемагничивается в состояние нуля. При этом запоминающий дроссель потребляет значительную энергию перемагничивающего импульса. В результате ток, поступающий на обмотку записи W_1

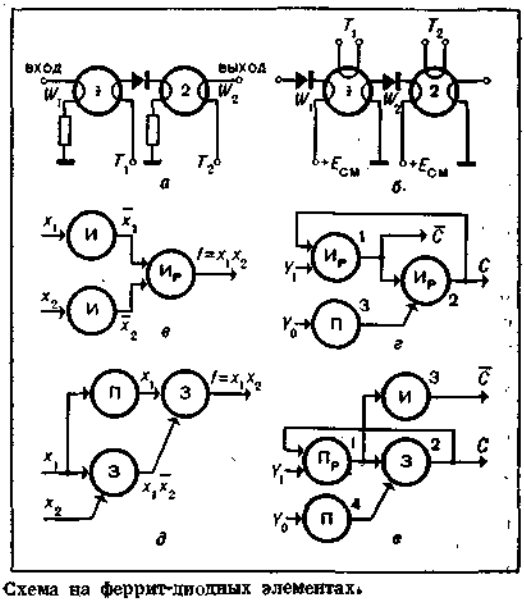


Схема на феррит-диодных элементах.

ячейки 2, мал и определяет уровень помех в феррит-диодных элементах дроссельного типа. Если же в ячейке 1 не была записана «1», то в течение положительного полупериода тактирующей серии T_1 сердечник ячейки 1 перемагничиваться не будет и в обмотке записи W_1 ячейки 2 появится сильный ток и переключит сердечник 2 в состояние единицы. Таким образом, ячейка феррит-диодного элемента дроссельного типа инвертирует входную информацию.

В элементах трансформаторного типа (рис., *б*) продвижение информации осуществляется при поочередном воздействии тактовых импульсов тока T_1 и T_2 в направлении от сердечника 1 к сердечнику 2. Полярность обмоток и тактирующих импульсов выбрана так, что последние стремятся перевести сердечник из состояния «1» в состояние «0», т. е. считывают единицу. При этом, если в сердечнике ранее была записана «1», то с приходом тактового импульса в обмотке выхода W_2 этого сердечника наводится эдс такой полярности, что следующий сердечник перемагничивается в состояние «1». Таким образом, феррит-диодные элементы трансфор-

маторного типа работают в режиме повторителей входной информации. При считывании с сердечника ранее записанной «1», кроме эдс, наводимой в обмотке выхода W_2 и необходимой для правильной передачи информации, в обмотке записи W_1 наводится и эдс, играющая роль помехи. Для уничтожения помехи используется источник напряжения $E_{см}$ либо компенсирующий резистор R, через который обмотки записи и выхода элемента подключают к земле. Во втором случае обратное движение информации исключается за счет падения напряжения на общем резисторе R, которое компенсирует эдс, наводимую в обмотке записи W_1 во время считывания «1» с сердечника.

Для устранения влияния *обратной связи* и повышения надежности работы применяются трехтактные схемы феррит-диодных элементов. В таких схемах продвижение информации организуется с помощью трех тактирующих серий. При этом используется либо перекрытие импульсов тактирующих серий во времени, либо создание компенсирующих обмоток, благодаря чему в момент считывания информации с какого-либо сердечника предыдущий сердечник удерживается под воздействием еще не окончившегося в нем тактового или компенсирующего импульса тока в состоянии «0». При таком способе устранения влияния обратной связи на каждую единицу информации требуется три сердечника, а общее время сдвига информации составляет три такта. Недостатками трехтактных схем являются относительная сложность, структурная избыточность и невысокое быстродействие.

Основные логические схемы на феррит-диодных элементах реализуются по разному в зависимости от типа элементов. Элементы трансформаторного типа повторяют входную информацию, поэтому *дизъюнкция* реализуется на входе обмотки записи такого элемента с помощью диодов разделения, которые одновременно являются диодами выходных обмоток элементов, образующих аргументы дизъюнкции. В элементах дроссельного типа для реализации дизъюнкции в чистом виде необходима повторная инверсия, так как дроссельная ячейка работает как инвертор. Для осуществления инверсии в элементах трансформаторного типа используется элемент запрета (см. *Феррит-транзисторная система элементов*). *Конъюнкция* в элементах дроссельного типа реализуется на основе трех элементов разделения с инверсией (рис., *в*; здесь И — инвертор, x_1 и x_2 — входные сигналы, $И_р$ — функция разделения с инверсией). Для организации этой же функции на элементах трансформаторного типа (рис., *д*) необходимы два элемента запрета и элемент разделения.

Триггер с раздельными входами на феррит-диодных элементах трансформаторного типа состоит из четырех элементов (рис., *е*). Элемент выполняет лишь роль задержки, необходимой в триггере для правильного обмена информацией с логическими элементами. Элемент 3 используется для формирования инверсного выхода триггера $\bar{C}$.

В отличие от триггера на трансформаторных элементах в цепи триггера на дроссельных элементах (рис., *г*; здесь П — повторитель, Y_1 — входной сигнал) образуется сигнал инверсного выхода $\bar{C}$. *Элемент задержки* 3 также служит для задержки сигнала Y_0. Для синхронизации сигналов выходов C и $\bar{C}$, как и в триггере на трансформаторных элементах, необходимо ввести в схему еще один элемент-повторитель для задержки сигнала $\bar{C}$ на один такт. Феррит-диодные элементы трансформаторного и дроссельного типов мало отличаются друг от друга по быстродействию и аппаратурным затратам при построении из них логических узлов. Однако первые оказываются более чувствительными к разнице в величинах подключенных нагрузок, чем аналогичные дроссельные элементы.

Достоинствами феррит-диодных элементов являются их простота, высокая однородность цепей информационных и тактирующих сигналов и небольшое число типов стандартных элементов, недостатками — необходимость борьбы с помехами, большой расход мощности в тактирующих сериях, малая нагрузочная способность и низкая технологичность при серийном производстве из-за наличия сердечников с обмотками. Несмотря на эти недостатки феррит-диодных элементов, их применяли при построении узлов ЦВМ и систем автоматики. С появлением потенциальных элементных систем, особенно в интегральном исполнении, такие элементы используют весьма ограниченно.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]; Ионов И. П. Магнитные элементы дискретного действия. М., 1968. *Г. И. Корниенко.*

ФЕРРИТ-ТРАНЗИСТОРНАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ — набор логических элементов, которые выполняются с помощью ферритовых сердечников и транзисторов. Феррит-транзисторный элемент состоит из *ячейки запоминающего устройства* и четырехполюсника связи. Роль ячейки ЗУ играют обычно ферритовые сердечники с прямоугольной петлей гистерезиса, которые после перемагничивания и исчезновения намагничивающего поля находятся в одном из двух возможных устойчивых состояний, соответствующих двум полярностям остаточной индукции. Разные полярности остаточной индукции используют для обозначения нуля и единицы в двоичной системе счисления. Четырехполюсник связи, выполненный на основе транзистора, обеспечивает передачу информации в нужном направлении, согласует ячейку ЗУ и нагрузку и участвует в формировании импульсного сигнала, увеличивая его мощность за счет энергии внешних источников питания.

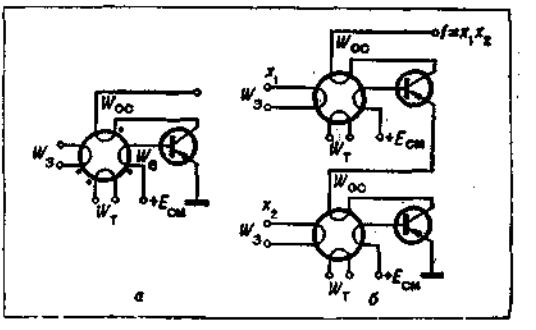
Управление продвижением информации в логических цепях на феррит-транзисторных элементах осуществляется по двухтактной схеме, в которой в два последовательно соединенных элемента тактовые сигналы при-

ходят сдвинутыми на полпериода. В первый такт в ячейку ЗУ феррит-транзисторного элемента (рис., *а*) записывается единица, если единица была и предыдущем элементе. Запись производится импульсом тока в обмотку записи $W_з$ с выхода предыдущего каскада. В следующий такт в тактовую обмотку $W_т$ поступает сигнал опроса. Однако ток импульса опроса только начинает перемагничивание сердечника из состояния единицы в состояние нуля. Дальнейшее перемагничивание осуществляется, главным образом, за счет энергии питания транзистора. Наводимое в витках выходной (базовой) обмотки $W_в$ напряжение вызывает открывание транзистора, закрытого ранее напряжением смещения $E_{см}$. Появляющийся в коллекторе ток, проходя по обмотке обратной связи $W_{ос}$, вызывает дальнейшее изменение индукции в сердечнике в том же направлении, в каком действует импульс опроса, а это в свою очередь ведет к увеличению напряжения, и на выходной обмотке $W_в$ развивается лавинообразный процесс, который не прекращается до полного перемагничивания сердечника в нуль. После этого напряжение на базовой обмотке транзистора $W_в$ уменьшается до нуля и транзистор закрывается. Считывание единицы в этом элементе предполагает запись единицы в следующий каскад, т. е. феррит-транзисторный элемент повторяет информацию, записанную на входе. Поэтому на этих элементах легко реализуется операция дизъюнкции, выполняемая с помощью элемента, имеющего соответствующее количество обмоток записи. Если хотя бы на одну из обмоток поступает единичный сигнал с предыдущего каскада, единица записывается в ячейку ЗУ элемента. Для согласования между цепями сигналов аргументов применяются по мере надобности буферные элементы — повторители.

Если в схеме, реализующей дизъюнкцию двух аргументов, одну из обмоток записи включить навстречу другой, то эта схема будет работать в качестве элемента запрета. В этом случае в ячейку ЗУ феррит-транзисторного элемента запишется единица только в том случае, если будет сигнал на нормально включенной обмотке записи и не будет сигнала на встречно включенной входной обмотке запрета. В противном случае (т. е., если есть одновременно оба числа) магн. поля, создаваемые токами сигналов на обмотках записи и запрета, направлены навстречу и поэтому взаимно компенсируются. Если же на обмотку записи подать тактирующую серию импульсов предыдущего каскада, то получим схему, реализующую операцию инверсии.

На феррит-транзисторных элементах легко реализовать и операцию конъюнкции. Эта схема состоит из запоминающих ячеек с последовательно соединенными транзисторами (рис., *б*; здесь f — реализуемая функция, x_1 и x_2 — входные сигналы), число которых равно числу аргументов. Если во все ячейки предварительно записана единица, то при считывании все транзисторы открываются и в нагрузку поступает входной сигнал. Если же хотя бы одна ячейка находилась во время считывания в состоянии, соответствующем записи нуля, то общая цепь выхода схемы оказывается разомкнутой и выходного сигнала нет.

Построение *триггеров* на феррит-транзисторных элементах в принципе не отличается от аналогичных схем на феррит-диодных элементах трансформаторного типа (см. *Феррит-диодная система элементов*). При построении логических схем на феррит-транзисторных элементах затрачивается значительное количество аппаратуры. Однако хорошие техн. характеристики (помехоустойчивость, усиление выходного сигнала, надежность и малое потребление энергии по тактовым каналам), дают возможность строить многообмоточные феррит-транзисторные элементы, имеющие несколько обмоток записи и обмоток запрета и реализующие довольно сложные логические функции.



Феррит-транзисторные элементы: *а* — принципиальная схема элемента; *б* — схема реализации конъюнкции.

Ф.-т. с. э. широко использовали при построении различных логических устройств *вычислительной техники*, особенно специализированных ЦВМ и устройств систем автоматики из-за простоты наладки и контроля работоспособности устройств, построенных на них. Однако после появления твердотельных и гибридных *интегральных схем* Ф.-т. с. э. применяют значительно реже.

Лит.: Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]; Ионов И. П. Магнитные элементы дискретного действия. М., 1968. *Г. И. Корниенко.*

ФИКСА́ТОР, адрес второго ранга, косвенный адрес — адрес (имя), содержимым (значением) которого является адрес операнда. Использование Ф. в *языках программирования* позволяет представлять *программы* в виде, не зависящем от места их размещения в *памяти ЦВМ*, от места размещения обрабатываемых массивов и от их размерности. См. также *Адрес* в программировании.

ФИКСИ́РОВАННАЯ ЗАПЯТА́Я — см. *Арифметика с фиксированной запятой.*

ФИЛОСОФСКИЕ ВОПРОСЫ КИБЕРНЕ́ТИКИ — вопросы, связанные с осмыслением вклада кибернетики в научное мировоззрение и общую методологию науки. Философское значение *кибернетики* состоит, гл. обр., в том, что она открыла для исследования точными — матем. и естественно-научными — средствами сторону реального мира, относящуюся к процессам управления и информационным процессам, прежде всего, в *сложных системах управления*. Возникновение кибернетики, развитие входящих в нее или тесно связанных с ней научных дисциплин (*информации теории, логики математической* и *алгоритмов теории, программирования линейного* и *программирования динамического, игр теории* и *операций исследования, лингвистики математической, семантики* логической, *семиотики*), теор. и практические работы, относящиеся к созданию и матем. обеспечению ЭВМ — главной техн. базы кибернетики, а также проникновение методов и идей математики, кибернетики и логики в биол., эконом. и др. науки выдвинули целый комплекс познавательных проблем. Первоначально кибернетику неправильно понимали некоторые представители научной, в частности философской, общественности, и понадобилась большая работа по разъяснению ошибочности и вредности высказывавшихся ими взглядов на кибернетику как на «лженауку». Важное значение для преодоления этого имело издание на русском языке основополагающих книг Н. Винера, У.-Р. Эшби, А. Тьюринга, Дж. фон Неймана и др. зарубежных авторов, а также первых отечественных книг по кибернетике и ее общим вопросам.

В советской науке, начиная с середины 50-х годов, была проведена большая работа по гносеологическому анализу и общеметодологическому обоснованию кибернетики. Эта работа шла на фоне формирования осн. направлений кибернетики и развертывания научных исследований в ее различных отраслях. В разработке Ф. в. к. приняли участие как ведущие советские представители этого направления и связанных с ним наук (П. К. Анохин, А. И. Берг, Н. А. Бернштейн, В. М. Глушков, Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, А. А. Ляпунов, В. В. Парин, С. В. Яблонский и др.), так и философы (Л. Б. Баженов, Б. В. Бирюков, Э. Я. Кольман, И. Б. Новик, А. Г. Спиркин, В. С. Тюхтин, А. Д. Урсул, Б. С. Украинцев и др.).

Разработка Ф. в. к. в СССР и др. странах социализма ведется на основе диалектического материализма. На разработку Ф. в. к. на Западе оказывают влияние различные направления идеалистической философии. Так, представители неотомизма пытаются истолковать нерешенные общетеор. проблемы кибернетики в духе спиритуализма, неопозитивисты по сути дела отвергают значение результатов кибернетики для научного мировоззрения. Тем не менее, стихийно-диалектическое и материалистическое начало пробило себе дорогу в спец. естественно-научных работах выдающихся зарубежных специалистов по кибернетике (Н. Винера, У.-Р. Эшби, Дж. фон Неймана). Однако в некоторых из этих работ встречаются методологически неприемлемые взгляды (особенно на вопрос о «мыслящих машинах» и о социальном значении развития кибернетической техники), их нередко используют буржуазные идеологи, пишущие о грядущей «эре роботов» и о наступающем, будто бы, подчинении людей кибернетическим машинам.

Осн. направления исследований в области Ф. в. к. заключаются в анализе кибернетики как комплексного научного направления, определении ее места в системе научного знания, в осуществлении мировоззренческого, методологического и логико-гносеологического анализа основных идей, понятий, результатов, методов и теорий кибернетики; в использовании достижений кибернетики для обогащения философских категорий и принципов, в методологическом анализе приложений кибернетики в различных областях естественных и гуманитарных наук, техники и нар. х-ва; в философско-прогностическом анализе перспектив дальнейшего развития основных направлений кибернетики; в раскрытии социальных аспектов кибернетики и кибернетической техники, роли кибернетики и ее техн. средств (особенно электронной вычисл., управляющей и информационно-логической техники) в решении проблем социального развития (см. *Социологические вопросы кибернетики*).

В уяснении предмета кибернетики фундаментальную роль сыграли работы сов. ученых. Первоначальная характеристика кибернетики амер. математиком Н. Винером (1894—1964) как теории управления и связи в машинах и живых организмах получила развитие по ряду идейных направлений. Среди них — направления, представляющие кибернетику как науку об общих законах преобразования информации в сложных управляющих системах (В. М. Глушков, А. Н. Колмогоров), как общую теорию причинных сетей, трактуемых с точностью до изоморфизма (А. А. Марков), как науку об общих закономерностях процессов управления и строения систем, в которых оно осуществляется (А. А. Ляпунов, С. В. Яблонский) и как науку о процессах управления в сложных динамических системах, основанную на теор. фундаменте математики и логики и применении средств совр. *автоматики* и *вычислительной техники* (А. И. Берг). При этом, отправляясь от рассмотрения объективных условий возникновения кибернетики (автоматизация произ-ва, усложнение общественных связей и возрастание роли управления в различных сферах общественного произ-ва и социальной жизни, прежде всего в экономической сфере) и ее теор. и техн. источников (радиоэлектроника, ряд важных разделов математики, в частности статистич. методы, матем. логика, а также нейрофизиология, психология и др.), было показано, что появление в середине 20 ст. новой науки с исключительно широким предметом исследования — науки об управлении и информации — было объективной необходимостью.

Кибернетика осуществляет определенный формализованный подход к объектам различной природы — тех., биол., социальным. Смысл этого подхода состоит в том, чтобы выделить в них стороны, связанные с управлением и переработкой информации. Результатом этого акта абстракции является понятие «система управления». С этих позиций предметом исследования кибернетики являются сложные динамические системы как носители процессов управления и переработки информации. При этом «бедность» содержания понятия системы управления, выступающего в качестве исходного пункта теоретической кибернетики, как некоторая формально-математическая схема, обусловливает исключительную общность как теоретических построений, так и приложений кибернетики. Но сколь бы ни был широк предмет кибернетики, она подходит к познанию мира под определенным — информационным — углом зрения и не перестает быть специальной наукой. Поэтому нет оснований говорить о том, что кибернетика может заменить философию, сама стать философией и т. д.

Общность кибернетической концепции управления (и относящихся к ней понятий о системе управления, *алгоритме* управления, *информации* и т. д.) обусловливает синтетическую роль кибернетики. Кардинальная идея кибернетики о наличии общих сторон и закономерностей в строении и функционировании систем управления различной природы, в информационных процессах в разных областях и о возможности исследования этих сторон и закономерностей методами, характерными для логико-матем. и естественно-научных дисциплин, не только открыла новые пути исследований явлений жизни и психики, социально-эконом. процессов, создания совр. автоматов и т. п., но и привела к дальнейшему развитию многих философских принципов и категорий. Так, представление о роли *обратных связей* в процессах управления углубляет философское учение о взаимодействии причины и следствия, а кибернетический подход к процессам управления в сложных системах, необходимо предполагающий привлечение вероятностно-статистических идей и концепции «вероятностной вселенной» (Н. Винер), обогащает философское учение о диалектике необходимости и случайности. В ряде случаев кибернетика влечет за собой изменение привычных взглядов на те или иные философские категории. Напр., кибернетическая концепция управления как перевода управляемого объекта из одного состояния в другое в соответствии с целью (задачей) управления влечет за собой определенное переосмысление телеологического (от греч. τέλος, род. падеж τέλεος—результат, завершение, цель) подхода. Если до кибернетики представление о цели обычно считалось неотделимым от идеалистически понимаемой телеологии, то теперь становится очевидным, что это понятие, кибернетически осмысленное, органически входит в число наиболее общих понятий, используемых для описания реальности (см. *Целесообразность* в кибернетике).

Кибернетика ввела в научный обиход целый спектр понятий, носящих по существу общенаучный характер и приближающихся по своему статусу к философским категориям. В числе этих понятий — информация, обратная связь, а также понятие модели, алгоритма, оптимизации, надежности и др. Эти понятия значительно расширяют научные представления об «общих свойствах» мира и человеческой деятельности в нем. Так, понятие информации оказывается, фактически, в одном ряду с такими понятиями, как движение, энергия, пространство и время. Осмысливаемое как своеобразная мера неоднородности (разнообразия) объектов природы, оно обнаруживает глубокое объективное содержание, а понимаемое как снятие неопределенности приобретает существенный гносеологический аспект. Отсюда естественные связи этого понятия с категорией отражения диалектического материализма, с гносеологическим и психическим понятием образа, отсюда же использование идей теории информации (как классической теории амер. математика К. Шеннона и ее вариантов, так и теорий, в которых наука пытается учесть феномены осмысленности и ценности сообщений) для дальнейшей разработки теории отражения, в частности, теории психического отражения в психологии. Понятие информации оказывается методологически эффективным во многих других отношениях, напр., в осмыслении явлений сложности и организации (когда, благодаря естественности понимания информации как отрицательной *энтропии*, открывается возможность трактовки процесса управления как, при определенных условиях, негэнтропийного процесса).

Глубокое воздействие оказывает кибернетика на проблематику логики и методологии науки. Вокруг взаимоотношения кибернетики с логикой группируется весьма обширный круг Ф. в. к., таких, как вопросы о логич. основаниях кибернетики, о взаимоотношении кибернетики и логики, об оценке познавательной роли логич. (логико-матем.) формализации, конструктивизации и алгоритмизации. Эти вопросы естественно влекут за собой методологическую проблематику *эвристики*, автоматизации поиска дедуктивных доказательств, в т. ч. и новых теорем (см. *Доказательство теорем на ЭВМ*), философские исследования в области логич. семантики и семиотики — изучение роли знаков и знаковых систем, *языков искусственных* и естественных в познании и деятельности людей, анализ понятия смысла и значения языковых выражений, семантических свойств информации и т. д. Эти философские рассмотрения обнаруживают тесную связь кибернетики с проблемами, возникающими при исследованиях мышления (и, значит, с наукой, изучающей мышление с помощью метода формализации,— логикой). Эта связь состоит, в частности, в том, что с возникновением кибернетики все прило-

жения логики к технике стали осуществляться в круге идей кибернетики и с помощью ее техн. средств *(релейно-контактных схем теория,* переросшая после оформления кибернетики в *автоматов теорию).* Однако наиболее важным результатом этих рассмотрений — основным гносеологическим результатом кибернетики — является тезис о том, что любой вид интеллектуальной деятельности, коль скоро он четко и однозначно описан на к.-л. естественном или искусственном языке, в принципе можно автоматизировать (промоделировать) с помощью некоторой машины. Этот результат следует из доказанной в теории алгоритмов теоремы о существовании универсального алгоритма и постулата об универсальности «обычной» цифровой ЭВМ (которая, в предположении *абстракции потенциальной осуществимости,* оказывается просто «реализацией» *Тьюринга машины* или любого другого «уточнения» понятия алгоритма). Этот результат имеет огромное значение и для понимания возможностей кибернетики как научно-тех. направления, и для осознания той кардинальной особенности процесса познания, реализуемого совр. (и, конечно, будущей) наукой, что оно необходимо требует использования кибернетических машин как «усилителей интеллекта» (см. *Мыслительной способности усилитель*). При этом особую важность приобретает проблема возможностей и путей реального осуществления автоматизации тех или иных интеллектуальных процессов — проблема, которая, по мере роста вычисл. мощи машин и прогресса программирования, в т. ч. эвристического, будет, по-видимому, все больше дополняться вопросом о ее практической целесообразности. Рассмотрение этой проблемы приводит к двум тесно связанным друг с другом философским вопросам — о существе метода моделирования и о задаче дальнейшего развития логики.

Существо методов кибернетики, ее способов подхода к исследуемым явлениям тесно связано с моделированием. Ведущая роль моделирования в практических разработках и теор. исследованиях кибернетики общепризнана. Именно кибернетика подняла прием моделирования — в его различных формах: моделирования детерминистского и вероятностного, *моделирования физического* и *моделирования математического,* аналогового и цифрового, структурного и функционального, информационного и др.,— до уровня общенаучного метода. Среди философских проблем моделирования следует отметить оценку моделирования как эффективного средства изучения сложных систем, связанного со специфическим функциональным подходом кибернетики (т. е. с описанием их как *«черных ящиков»*), с выявлением в модельном описании диалектики функции и структуры изучаемых объектов. Анализ диалектического единства моделирования на уровнях учета поведения (функционирования), структуры и «субстрата» изучаемых систем приводит к заключению о большой значимости моделирования на уровне п о в е д е н и я. Модель выступает как одно из мощных — но отнюдь не универсальных — средств экспериментального исследования (в машинном эксперименте), как специфический способ отражения объективной реальности, не претендующий на однозначное изображение оригинала, но тем не менее являющийся важным (и нередко единственно возможным) путем к интерпретации и научному объяснению явлений и к предсказанию новых фактов. Это понимание роли моделирования необходимо для философского осмысления кибернетического подхода к биологии, физиологии и нейрофизиологии, медицине и психологии, для философского обобщения полученных здесь результатов. Моделирование вовсе не отменяет «традиционные» методы исследования этих наук, что со всей ясностью показали проходившие в последние годы в среде биологов, математиков и философов дискуссии о соотношении в биол. исследованиях чисто функционального, связанного с моделированием, подхода и подхода «субстратно-структурного» (идущего, в частности, от молекулярной биологии); при правильной методологической организации исследований моделирование органически взаимодействует с «традиционными» методами в изучении жизни и психики.

Проблема моделирования в кибернетике тесно связана с проблемами дальнейшего развития логики как основы моделирования. Эти проблемы состоят в исследовании путей ослабления традиционных для постулатов математической логики о п о т е н ц и а л ь н о й о с у щ е с т в и м о с т и и б е з о ш и б о ч н о с т и логич. процедур и вычислений, в разработке схем формализации мышления, с одной стороны, в большей мере учитывающих реальные ограничения, которым подчиняется человеческое мышление, а с другой стороны,— в большей мере воплощающих гибкость и эвристическую силу мысли и надежность функционирования реализующих ее нервно-физиологич. аппаратов. Хотя исследования в этом направлении, по существу, только начинаются (см. *Нейронные сети, Программирование эвристическое, Искусственный разум*), именно они, по-видимому, явятся магистральной линией развития кибернетики, т. к. связаны с созданием схем программирования автоматов с принципиально новыми возможностями.

Лит.: Философские вопросы кибернетики. М., 1961; К о л м о г о р о в А. Н. Автоматы и жизнь. В кн.: Возможное и невозможное в кибернетике. М., 1964; Б е р г А. И. Избранные труды, т. 2. М.— Л., 1964; Н о в и к И. Б. О моделировании сложных систем. (Философский очерк). М., 1965 [библиогр. с. 316—333]; Г л у ш к о в В. М. Мышление и кибернетика. М., 1966; П а р и н В. В. [и др.]. Проблемы кибернетики. Некоторые итоги и проблемы философско-методологических исследований. М., 1969 [библиогр. с. 162—176]; Д у б р о в с к и й Д. И. Психические явления и мозг. Философский анализ проблемы в связи с некоторыми актуальными задачами нейрофизиологии, психологии и кибернетики. М., 1971 [библиогр. с. 361—384]; У р с у л А. Д. Информация. М., 1971 [библиогр. с. 285—294]; В и н е р Н. Кибернетика и общество. Пер. с англ. М. 1958; В и н е р Н. Кибернетика или Управление и связь в животном и машине. Пер. с англ. М., 1958; Э ш б и У. Р. Введение в кибернетику. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 396—399]; Т ь ю р и н г А. Мо-

жет ли машина мыслить? Пер. с англ. М., 1960; Эшби У. Р. Конструкция мозга. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 404—407]; Нейман Дж. фон. Теория самовоспроизводящихся автоматов. Пер. с англ. М., 1971 [библиогр. с. 322—326].

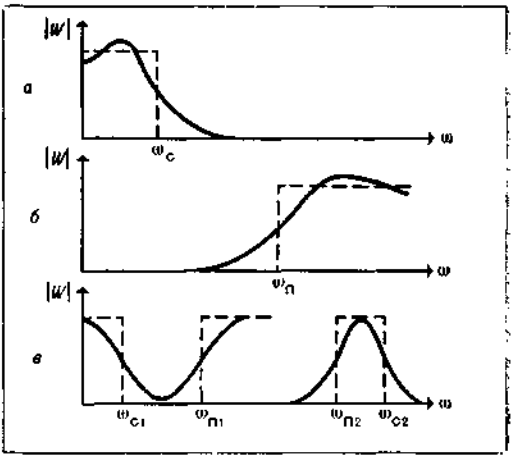
А. И. Берг, Б. В. Бирюков.

ФИЛЬТР — устройство, осуществляющее определенное преобразование входного сигнала в частотной или временно́й областях. Операция преобразования сигнала, выполняемая Ф., наз. фильтрацией. В зависимости от вида входного сигнала различают Ф. непрерывные и дискретные. Ф. обоих этих видов могут быть линейными или нелинейными. В зависимости от физ. природы сигналов, подвергающихся фильтрации, различают Ф. электр., мех., электромех., акустические и др.

Свойства Ф. могут быть описаны как во временно́й области — дифф. уравнениями, так и в частной — с помощью частотных характеристик (см. *Частотные характеристики систем автоматического управления*). Эти характеристики Ф. используют часто, т. к. их удобнее применять и они более наглядно иллюстрируют физ. свойства Ф. По виду частотных характеристик Ф. (с некоторой степенью идеализации) различают Ф. нижних частот, не вносящие значительных затуханий амплитуды входного сигнала в диапазоне частот от 0 до ω_c (частоты среза) и практически не пропускающие сигналы с более высокой частотой (рис., *а*); Ф. высоких частот, полосовые Ф., обладающие теми же свойствами, но используемые в диапазонах от $\omega_{п1}$ (граничной частоты пропускания) до ∞ и от ω_{c1} до $\omega_{п1}$ соответственно (рис., *б*, *в*), запирающие Ф. (Ф.-«пробки»), не пропускающие сигналов, частоты которых лежат в диапазоне $\omega_c \div \omega_п$ (рис., *в*). В ряде случаев при аналитических исследованиях реальные частотные характеристики аппроксимируются эквивалентными идеальными прямоугольными характеристиками, причем такая аппроксимация позволяет при существенном упрощении анализа получить во многих случаях практически приемлемые результаты. Эквивалентная прямоугольная характеристика Ф. обычно выбирается из условия равенства среднеквадратичных значений выходных сигналов Ф. с идеальной и реальной характеристиками.

В системах автомат. управления и др. устройствах тех. кибернетики, в электротехнике, радиотехнике, связи и т. д. Ф. выполняют функции *корректирующих устройств*, обеспечивающих требуемые динамические или частотные свойства, служат для выделения полезного сигнала на фоне *помех* (сглаживание), или, в более общем случае, предназначаются для преобразования входных сигналов таким образом, чтобы выходной сигнал обладал желаемыми свойствами: напр., опережал по времени входной сигнал (экстраполяция) или отставал от него (см. *Запаздывания блок*).

Ф., параметры и структура которых обеспечивают минимизацию некоторого показателя качества (интегральных квадратичных критериев, функции риска и др.), наз. оптимальными. Для синтеза оптимального Ф. (определения его структуры и параметров) применяют методы Винера — Колмогорова, Калмана, ряд методов, основанных на минимизации функций риска (см. *Дуальное управление*) и др. Другая группа методов, напр., метод Филипса (для отыскания оптим. параметров линейных Ф.), метод Винера, метод Ван-Триса (для отыскания оптим. параметров нелинейных Ф.) и др., позволяет определить оптим. параметры для заданной структуры. Показано, что для нормальных стационарных случайных вход-



Частотные характеристики фильтров: *а* — нижних частот; *б* — высоких частот; *в* — запирающего и узкополосного.

ных сигналов при нормальных помехах оптимальный Ф., минимизирующий среднеквадратичный функционал, является линейным. Значительные затруднения возникают при синтезе Ф., работающих о нестационарными случайными входными сигналами и с входными сигналами, свойства которых в определенной степени не известны.

Оптимальный Ф. при нестационарных входных сигналах или недостаточной информации о свойствах полезного входного сигнала и помех можно построить, использовав т. н. адаптивный подход. Разработан ряд алгоритмов действия таких адаптивных (обучающихся) Ф. При обучении может использоваться выходной сигнал Ф., что повышает эффективность работы адаптивного Ф. при использовании миним. априорной информации о входном сигнале и помехах.

Различные методы синтеза позволяют получить только структуру и значения параметров Ф. Техническое же воплощение этой структуры не однозначно и не формализовано. Одна и та же структура может быть осуществлена по-разному с помощью различных по своей природе и свойствам элементов. Так, напр., электр. Ф. могут быть реализованы на пассивных элементах R, L, C; в виде усилителей с комплексной *обратной связью*; с квар-

цевыми и магнитострикционными резонаторами и т. п.

Лит.: Босый Н. Д. Электрические фильтры. К., 1960 [библиогр. с. 608—612]; Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем. М., 1970 [библиогр. с. 228—242]. *Б. Ю. Мандроевский-Соколов.*

ФИЛЬТРАЦИЯ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА — одна из задач *предсказания случайных процессов теории.* Ф. с. п. состоит в следующем: на некотором мн-ве E наблюдается *случайный процесс* $\xi(t) = \zeta(t) + \eta(t)$, где $\zeta(t)$ — интересующий нас сигнал, а $\eta(t)$ — искажающие сигнал помехи (шум); требуется построить в определенном смысле наилучшую оценку $\hat{\zeta}(t_0)$ значения процесса $\zeta(t)$ в некоторый момент времени t_0. Иначе говоря, требуется построить такой функционал $f\{\xi(t),\ t \in E\}$ от результатов наблюдения, который можно было бы с наибольшим основанием приравнять $\zeta(t_0)$. В качестве ошибки, возникающей от замены $\zeta(t_0)$ на $\hat{\zeta}(t_0)$, обычно рассматривают среднеквадратическую *погрешность* $\sigma^2 = M[\zeta(t_0) - \hat{\zeta}(t_0)]^2$.

Оценка, для которой среднеквадратическая погрешность минимальна, имеет вид

$$\hat{\zeta}(t_0) = M\{\zeta(t_0)/\xi(t),\ t \in E\}. \qquad (1)$$

Ф-ла (1) определяет условное *математическое ожидание* величины $\zeta(t_0)$ при известном $\xi(t)$. Однако получить из соотношения (1) удобные ф-лы, явно выражающие $\hat{\zeta}(t_0)$ через результаты наблюдений $\xi(t)$ на мн-ве E, удается только в некоторых спец. случаях при дополнительных предположениях относительно $\zeta(t)$ и $\xi(t)$. Поэтому часто при минимизации среднеквадратической погрешности ограничиваются рассмотрением функционалов специального вида (напр., линейных или полиномиальных).

Задача линейной Ф. с. п. состоит в отыскании оценки $\tilde{\zeta}(t_0)$, линейно зависящей от результатов наблюдения и имеющей миним. среднеквадратическую погрешность. Ограничение только линейными оценками уменьшает точность Ф. с. п., однако, это компенсируется возможностью получить в большом числе случаев явное решение, удобное для практического использования. Кроме того, в практически важном случае, когда $\zeta(t)$ и $\eta(t)$ — независимые *гауссовские случайные процессы*, решение задачи линейной фильтрации $\tilde{\zeta}(t_0)$ совпадает с оптим. решением $\hat{\zeta}(t_0)$.

Пример 1. Пусть $\zeta(t)$ и $\eta(t)$ — независимые стационарные случайные процессы со *спектральными плотностями* $f_\zeta(\lambda)$ и $f_\eta(\lambda)$ соответственно, а $E = (-\infty, +\infty)$, т. е. процесс $\xi(t)$ наблюдается во все моменты времени. Тогда среднеквадратическая погрешность равна

$$M[\zeta(t_0) - \hat{\zeta}(t_0)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_\zeta(\lambda) f_\eta(\lambda)}{f_\zeta(\lambda) + f_\eta(\lambda)}\, d\lambda. \qquad (2)$$

Т. о., полное отделение возможно только тогда, когда спектры сигнала и шума не перекрываются.

Пример 2. Пусть процессы $\zeta(t)$ и $\eta(t)$ независимы; предположим также, что *корреляционные функции* $B_\zeta(t, s)$ и $B_\eta(t, s)$ процессов $\zeta(t)$ и $\eta(t)$ известны. Будем искать решение линейной задачи Ф. с. п. в виде $\tilde{\zeta}(t_0) = \int_E c(t) \times \xi(t)\, dt$, где $c(t)$ — неизвестная весовая функция. Тогда $c(t)$ удовлетворяет интегр. ур-нию

$$\int_E c(t)\,[B_\zeta(t, s) + B_\eta(t, s)]\, dt = B_\zeta(t_0, s). \qquad (3)$$

Явные решения задачи линейной Ф. с. п. получены для стационарных процессов с дробно-рациональными спектральными плотностями в случае, когда E — конечный отрезок или полубесконечный интервал. К задаче Ф. с. п. сводится решение важных задач радиофизики, радиоэлектроники, *автоматического управления теории, распознавания образов.*

М. И. Ядренко.

ФОНД АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ — систематизированная библиотека апробированных алгоритмов и программ решения на ЦВМ задач различных классов, описанных согласно спец. методике в стандартной форме. Ф. а. и п. предназначен для снабжения потребителей различными видами матем. обеспечения (см. *Математическое обеспечение ЦВМ*). В СССР такие фонды комплектуются во всех низовых орг-циях, использующих вычисл. технику, и в рамках ведомств, отраслей, республик (см. *Государственный фонд алгоритмов и программ*).

Алгоритмы и программы, представляющие интерес только для конкретной орг-ции или ведомства, в необходимом к-ве экземпляров сохраняются в их Ф. а. и п., а в отраслевой или респ. фонды посылается о них только информация в стандартной форме. Алгоритмы и программы, представляющие интерес для многих орг-ций, пересылаются в отраслевой или респ. фонды и после соответствующей апробации включаются в его библиотеку.

За рубежом создаются Ф. а. и п. фирм, разрабатывающих и эксплуатирующих вычисл. технику, а также фонды орг-ций, специализирующихся на консультациях потребителей ЦВМ. В таком случае каждый Ф. а. и п. является собственностью к.-л. фирмы.

И. В. Сергиенко.

ФОНД СПРАВОЧНО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ — см. *Справочно-информационный фонд.*

FORMAC — система программирования для решения математических задач, связанных с выполнением численно-аналитических выкладок. Разработана 1964 в США. Язык системы является расширением языка ФОРТРАН-IV. F. включает в себя операции и операторы. Помимо операций, заимствованных из языка *ФОРТРАН*, введены следующие 4 операции: 1) *FMCDIF* $(f, v_1, m_1, v_2, m_2, \ldots, v_n, m_n)$, где f — выражение, которое должно быть продиф-

ференцировано, а пары v_j, m_j указывают переменные и порядок дифференцирования (напр., для получения первой производной выражения $7x^3 \sin x^2$ следует писать *LET Y = FMCDIF* (7 * x**3* sin (x ** 2), x, 1); ответ в машинной записи будет x ** 2 · 0 * sin× × (x ** 2 · 0) * 21 · 0 + x ** 4 · 0 * cos × × (x ** 2 · 0) * 14 · 0; 2) *FMCCOMB* — бинарная комбинаторная операция; 3) *FMCFAC* — факториал; 4) *FMCDFC* — бифакториал.

Операторы языка F. следующие: *LET* — конструирует выражения, *SUBST* — выполняет подстановки, *EXPAND* — раскрывает скобки, *COEFF* — определяет коэфф. при переменной или переменной в заданной степени, *PART* — расчленяет выражения на термы, множители, аргументы ф-ций и т. п., *EVAL* — вычисляет значения выражений при заданных значениях переменных, *MATCH* — сравнивает два выражения на идентичность или эквивалентность, *FIND* — устанавливает зависимость выражений от заданных переменных, *CENSUS* — подсчитывает машинные слова, термы или множители в выражении, *AUTSIM* — производит управление арифм. действиями при автомат. упрощении выражений.

Система F. реализована на машине «IBM-7090/94» как набор *подпрограмм*, дополняющих *библиотеку стандартных подпрограмм* системы на базе языка ФОРТРАН-IV. В качестве основы для внутр. формы представления выражений применяется польская запись с ограничителем. Алгоритм упрощения и связанные с ним алгоритмы сравнения на эквивалентность (или идентичность) базируются на принципе лексикографического упорядочения компонент выражений.

Лит.: Кожевникова Г. П. FORMAC — язык системы программирования аналитических преобразований. В кн.: Теория автоматов, в. 3. К., 1967; Sammet J. E., Bond E. R. Introduction to FORMAC. «IEEE transactions on electronic computers», 1964, v. EC-13, № 4. *И. Р. Акельрод, Л. Ф. Белоус.*

ФОРМАЛИЗМ в математике — 1) термин, часто употребляемый как синоним термина «формальная система». Применяется при изучении той или иной матем. теории, рассматриваемой с содержательной точки зрения и соответствующих ей формальных систем. Последние наз. Ф. данной содержательной теории. 2) Направление в основаниях математики, в котором матем. теории рассматриваются как интерпретируемые формальные системы *(исчисления)*. Программу этого направления сформулировал нем. математик Д. Гильберт (1862—1943). В основу ее положено допущение, что матем. конструкции можно рассматривать независимо от содержательного смысла матем. понятий. Гильберт, выдвинув свою программу, ставил цель доказать разрешимость и непротиворечивость всей математики. Он считал, что любое утверждение в математике разрешимо. Для этого сама матем. теория должна рассматриваться как неинтерпретируемая формальная система, а изучение ее должно вестись в некоторой метатеории. При метаматем. исследованиях Гильберт допускал только т. н. финитные методы, носящие, чаще всего, комбинаторный характер. Доказательства непротиворечивости по Гильберту должны быть абсолютными, т. е. не должны опираться на интерпретации в др. теориях. Хотя в *Теореме о неполноте* показана несостоятельность программы Д. Гильберта, исследования, проведенные в рамках этой программы, имели большое значение для развития других направлений в основаниях математики и для развития многих разделов *логики математической* (в частности, *доказательств теории*).

Лит.: Клини С. К. Математическая логика. Пер. с англ. М., 1973 [библиогр. с.451—465]. *М. И. Кратко.*

ФОРТРАН — язык программирования, ориентированный на описание инженерных и научных задач. Один из первых *языков программирования*. Разработан в 1956 (США) для систем автомат. программирования на ЭЦВМ. *Транслятор* с Ф. на язык машины опробован в 1956. С тех пор появился ряд вариантов Ф., из которых наиболее известны Ф.-II, Ф.-IV и их обобщения, разработанные амер. ассоциацией стандартов.

Идеи, заложенные в языке Ф., нашли развитие в более поздних языках *АЛГОЛ-60*, *АЛГОЛ-68*, *ПЛ-1* и др. Вместе с тем до настоящего времени Ф. остается самым распространенным: он прост в изучении, написании *программ* и их отладке, а трансляторы с него на языки машин весьма экономичны. Наличие транслятора с Ф., обеспечивающее пользователю доступ к мировой библиотеке программ, созданной на базе этого языка, практически обязательно для любой неспециализированной ЭЦВМ.

Алфавит языка включает в себя 26 лат. заглавных букв, цифры, точку, запятую, круглые скобки, знаки арифм. операций: +, —, *, /, ** (знак возведения в степень), знаки логических операций: · *AND* ·, · *OR* ·, · *NOT* · и операций отношения: >(· *GT* ·), ⩾ (· *GE* ·), =, ≠, <, ⩽, изображаемые, как правило, сочетаниями букв. Кроме того, в качестве осн. символов в язык введен ряд слов: *IF* (если), *DO* (делай), *GO TO* (перейди к ...), *ASSIGN* (присвой), *READ* (читай), *WRITE* (пиши), *PRINT* (печатай), *PUNCH* (перфорируй) и т. д.

В средства языка включены такие простейшие понятия, как число, переменная величина, сравнение, цикл, переходы в программе, способы ввода информации в память машины, способы печати. Для приказов о вводе и выводе информации из машины в программу включают операторы ввода — вывода. Для некоторых из них нужно указывать, в каком «формате» следует вводить или выводить информацию.

Так, оператор *READ N*, *L* вводит информацию с перфокарт, определяя значения переменных списка *L*, при этом оператор *FORMAT* с меткой *N* определяет для него, как эти значения нанесены на перфокарте: к-во позиций, тип величин. При печати совершенно аналогично оператор *FORMAT* определяет для оператора *PRINT N*, *L* разметку строки на бумаге и форму представления элементов *L* в

строке. Скажем, при печати величины A требуется занять десять позиций с начала строки, представить A как вещественное число (без порядка, фиксированное) с двумя знаками после запятой. Это можно указать так:

PRINT 1, *A*

1 *FORMAT* (F. 10.2).

Существенным понятием в языке Ф. является понятие *подпрограмм*. Ф.-программа компонуется из отдельных подпрограмм, которые могут транслироваться независимо друг от друга и вызываться по мере надобности с помощью оператора *CALL* или по названию, упомянутому в выражении. Каждая из подпрограмм имеет свой заголовок: имя и список параметров. Передача информации между подпрограммами осуществляется через параметры и общие переменные, которые в подпрограммах в этих случаях следует описать в операторе *COMMON*, напр.:

COMMON A, B КЗО, ARRAY (100).

Принцип построения конструкций языка Ф. можно проиллюстрировать следующим примером программы выбора максимального числа (назовем его *BIG*) из любого наперед заданного набора N чисел ($N < 1000$). Значение N ($N = 10$) и сами числа заданы на перфорационных картах, каждое число занимает 6 столбцов карты:

```
  PROGRAM MAX
  DIMENSION A (1000)
  READ 1, N, (A (I), I = 1, N, 1)
1 FORMAT (I3/(5F6. 2))
  BIG = A (1)
  DO 5I = 2, N, 1
  IF (BIG — A (I)) 3, 5, 5
3 BIG = A (I)
5 CONTINUE
  PRINT 2, N, BIG
2 FORMAT ('THE LARGEST OF THESE' I5,
  C' NUMBER S  IS' F 6. 2)
  STOP
  END
```

Колода 3-х карт данных:

10

1.01 □□ — 13.9 □ 5.15 □□ 9.29 □□ 3.1

0.15 □□ — 15.7 □ 2.03 □□ 4.10 □□ 8.7

Числовой материал по приказу *READ* прочитывается с перфокарт как элементы числового вектора A, макс. длина которого указывается после слова *DIMENSION*. Строка *DO* $5I = 2, N, 1$ интерпретируется как приказ выполнить последовательно для $I = 2, 3, \ldots, N$ группу строк (операторов) вплоть до строки с меткой 5. Строка *IF* (*BIG* — *A* (*I*)) 3, 5, 5 интерпретируется как условный переход в программе на строки с метками 3 или 5 в зависимости от того, является разность *BIG* — *A* (*I*) отрицательной, равной нулю или положительной. Вследствие работы программы в этом случае будет напечатано на бумаге:

THE LARGEST OF THESE 10 *NUMBERS IS* 9 · 29.

Лит.: Mc Gracken D. D. Aguide to FORTRAN programming. New York — London, 1961; Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ. Пер. с англ. М., 1969.

В. П. Шириков.

«ФУДЗИЦУ» («Фудзи цусинки Сэйдзо», Fujitsu, Ltd) — японская фирма по выпуску электротехнического и электронного оборудования и средств связи, а также вычислительных машин и внешних устройств к ним. Основана в 1935, ЭЦВМ выпускает с 1954. Фирма выпускает две серии ЭЦВМ на интегральных схемах — «FACOM-270 Series» и «FACOM-230 Series» и системы цифрового программного управления станками «FANUC». Наиболее совершенная ЭЦВМ фирмы — «FACOM-230-60» — одноадресная машина с фиксированной длиной слова 42 двоичных разряда; имеет два ЗУ на магн. сердечниках — на 262 тыс. и 786 тыс. слов, с временем обращения, соответственно, 0,92 *мксек* и 6 *мксек*; время выполнения арифм. операций при работе с фиксированной запятой: вычитания и сложения — 1,26 *мксек*, умножения — 4 *мксек*, деления — 10 *мксек*; имеет ЗУ на магн. лентах, барабанах и дисках, графопостроители и целый ряд других внешних устройств.

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970.

С. Ф. Козубовский.

ФУНКЦИИ, СОХРАНЯЮЩИЕ КОНСТАНТУ — функции *алгебры логики* такие, что $f(0, \ldots, 0) = 0$ (функция, сохраняющая нуль) или $f(1, \ldots, 1) = 1$ (функция, сохраняющая 1). Аналогично в k-значной логике ф-цией, сохраняющей константу i, наз. ф-ция $f(i, \ldots, i) = i$; $(0 \leqslant i \leqslant k - 1)$. Для любой константы класс всех ф-ций, сохраняющих эту константу, очевидно, является *классом замкнутым функций алгебры логики*.

ФУНКЦИИ, СОХРАНЯЮЩИЕ МНОЖЕСТВО — функции *алгебры логики* или *логик многозначных* такие, что если для некоторого множества E (сохраняемого этими функциями), выполняется условие $\alpha_1 \in E, \alpha_2 \in E, \ldots, \alpha_n \in E$, то $f(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in E$. Очевидно, что для любого мн-ва E семейство всех ф-ций, сохраняющих это мн-во E, является *классом замкнутым функций алгебры логики*.

ФУНКЦИИ, СОХРАНЯЮЩИЕ РАЗБИЕНИЕ — функции *алгебры логики* или *логик многозначных*, связанные с некоторым разбиением D множества значений их аргументов следующим образом: $f(\tilde{\alpha}) \sim f(\tilde{\beta}) \pmod D$, если $\tilde{\alpha} \sim \tilde{\beta} \pmod D$, где $D = \{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_l\}$ — раз-

биение мн-ва значений X их аргументов, т. е. $\bigcup_{i=1}^{l} \varepsilon_i = X$, $\varepsilon_i \cap \varepsilon_j = \varnothing$, если $i \neq j$, $\alpha \sim \beta \pmod D$, если α и β принадлежат одному и тому же мн-ву ε_i и наборы $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \sim \tilde{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_n) \pmod D$, если $\alpha_1 \sim \beta_1 \pmod D$, $\alpha_2 \sim \beta_2 \pmod D$, ..., $\alpha_n \sim \beta_n \pmod D$. Очевидно, что для любого разбиения D мн-во ф-ций, сохраняющих это разбиение, является *классом замкнутым функций алгебры логики*.

ФУНКЦИОНА́Л — *оператор* (математический), значениями которого являются вещественные числа.

ФУНКЦИОНА́ЛЬНАЯ СТРУКТУ́РА ЭВМ — абстрактная модель, устанавливающая состав, порядок и принципы взаимодействия всех частей (элементов, блоков, устройств) машины или системы и указывающая на необходимое для ее реализации оборудование. Разработка Ф. с. ЭВМ является неотъемлемой частью всех этапов проектирования ЭВМ. См. *Автоматизация проектирования ЦВМ*.

ФУНКЦИОНА́ЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕ́НТ ЭВМ — наименьшая единица *функциональной структуры ЭВМ* при ее технической реализации; может быть выполнена в виде электрической законченной схемы. Напр., Ф. э. ЭВМ на различных уровнях могут быть: *логический элемент ЦВМ, триггер, счетчик, сумматор, арифметическое устройство, запоминающее устройство* и т. п.

ФУ́НКЦИЯ РАССТАНО́ВКИ — целочисленная функция, играющая главную роль в методике обработки информации и исключающая сплошной перебор при занесении и поиске информации. Пусть имеется последовательность объектов, при этом каждому объекту соответствует некоторая информация. Для простоты предполагается, что объект и информация изображаются двоичными *кодами*, помещающимися вместе в одной ячейке *памяти ЦВМ*. Применение методики Ф. р. целесообразно, когда $n \ll 2^l$, где n — максимум числа разных объектов в последовательности, а l — длина кода, изображающего объект. Задача состоит в том, чтобы создать в памяти таблицу объектов с информацией о них, вход в которую производится по коду объекта.

Для составления таблицы используется сначала пустое расстановочное поле длиной в $N \geqslant n$ ячеек, заполнение которого производится с помощью произвольной Ф. р. $f(a)$, определенной на двоичных кодах длины l и принимающей значения от нуля до $N-1$. При рассмотрении очередного объекта a делается попытка направить его в ячейку расстановочного поля с номером $s = f(a)$. Если ячейка s пуста, она отводится для хранения объекта a и информации о нем. Если она уже оказалась занятой объектом, тождественным a, это значит, что объект встретился в последовательности повторно. Если ячейка s занята другим объектом, начинают просматриваться ячейки с адресами $s+1$, $s+2$ и т. д. (счет ведется по mod N) до тех пор, пока не будет найдена пустая ячейка или ячейка, уже содержащая объект a.

Обычный метод последовательного размещения объектов в таблице, приводящего к сплошному перебору таблицы при поиске, получается при $f(a) \equiv 0$. Наиболее эффективен такой выбор Ф. р., при котором ее значения равномерно распределены в диапазоне $0 \div N-1$ на случайных последовательностях объектов. В этом случае число тактов, требуемое для размещения объекта, пропорционально $\ln n$ при $N = n$, а при $N \geqslant 1{,}5\ n$ — в среднем ограничено константой, не зависящей от n. В случае двоичной кодировки объектов N обычно берется равным 2^p и Ф. р. вычисляется по правилу: двоичный код объекта делится на куски, по длине не превышающие p, которые затем складываются друг с другом по mod 2^p. Метод Ф. р. реализован при создании *альфа-системы*.

Лит.: Ершов А. П. Организация Альфа-транслятора. В кн.: Альфа-система автоматизации программирования. Новосибирск, 1967; Peterson W. W. Addressing for random-access storage. «IBM journal of research and development», 1957, v. 1, № 2.

А. П. Ершов.

ФУ́НКЦИЯ РЕШЕ́ТЧАТАЯ — функция, значения которой определены только при дискретных значениях аргумента. Если задана непрерывная функция времени $f(t)$, то ее значения при дискретных значениях аргумента $t = t_n$ образуют Ф. р. $f(t_n)$. Разность двух соседних значений аргумента $T_n = t_{n+1} - t_n$ $(t_{n+1} > t_n)$ определяет интервал дискретности (период *квантования*) по времени; при переменных T_n получаем Ф. р. с переменным интервалом дискретности, которую обозначают через $f\{n\}$.

Если положить $t = t_n + \varepsilon T_n$, где ε — параметр, то $f(t_n + \varepsilon T_n) = f\{n, \varepsilon\}$ при $0 < \varepsilon \leqslant 1$ будет представлять собой смещенную Ф. р., в которой значения аргумента смещены вправо относительно t_n; при $-1 < \varepsilon \leqslant 0$ получаем смещенную Ф. р. со сдвигом значений аргумента влево. При $T_n = \text{const} = T$ получаем Ф. р. и смещенные Ф. р. с постоянным интервалом дискретности. Их принято обозначать через $f[nT]$ и $f[nT, \varepsilon T]$, соответственно. Иногда вводят в рассмотрение новую переменную $\bar{t} = \frac{t}{T}$ (относительное время), тогда Ф. р. будет ф-цией целочисленных значений аргумента, а смещенная Ф. р. будет равна $f[n, \varepsilon]$. Ф-ции, значения которых при $t = t_n$ равны значениям Ф. р., можно рассматривать как ее огибающие, одной из которых является *функция ступенчатая*.

Ф. р. могут быть заданы также решениями разностных ур-ний, рекуррентными соотношениями, таблицами и т. д. Ф. р. и их *Лапласа дискретные преобразования* широко используют при *дискретных систем автоматиче-*

ского управления анализе и *дискретных систем автоматического управления синтезе.*

Лит.: Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. М., 1970 [библиогр. с. 330—336].

Ю. В. Крементуло.

ФУНКЦИЯ СТУПЕНЧАТАЯ — функция $x^*(t)$, скачкообразно изменяющая свое значение в моменты времени t_n и остающаяся неизменной в интервалах времени между этими моментами: $t_{n-1} < t \leqslant t_n$. Ф. с.— удобная аппроксимация различных сигналов, описывающих процессы включения и выключения различных устройств. Аналитически Ф. с. записывают так:

$$x^*(t_n) = \sum_{n=-\infty}^{t} x(t_n)\{1[t-t_n] - 1[t-t_{n+1}]\},$$

где $x(t_n)$ — значение функции в моменты времени t_n; $1[t]$ — ф-ция, равная нулю при $t<0$ и равная единице при $t>0$,— единичная Ф. с. Таким образом, Ф. с. является как бы некоторой огибающей решетчатой ф-ции. Если $t_{n+1} = T = \text{const}$, то с помощью Ф. с. можно описать сигнал на выходе устр-ва, состоящего из идеального импульсного элемента с постоянным периодом и фиксатора нулевого порядка. Реакция динамической системы на входной сигнал типа единичной Ф. с. наз. переходной ф-цией системы (см. *Переходный процесс*).

Б. Ю. Мандровский-Соколов.

ФУРЬЕ ИНТЕГРАЛОВ СПОСОБЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ. Интеграл Фурье (и. Ф.) функции $f(x)$, принадлежащей пространствам $L_1(-\infty, \infty)$ или $L_2(-\infty, \infty)$ (см. *Пространство абстрактное* в функциональном анализе), имеет вид

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{i\omega x} dx.$$

И.Ф. широко используется в *автоматического управления теории*, в теории дифф. ур-ний, в спектральном анализе, *распознавании образов*, при анализе речевых сигналов и т. д. Рассмотрим некоторые способы вычисления и.Ф. в зависимости от гладкости подынтегральной ф-ции.

1. $f(x)$ — непрерывная ф-ция, приближенно равная нулю вне отрезка $[T_1, T_2]$ и заданная табл. своих значений в точках $x_1 = T_1$; $x_2 = T_1 + \Delta x$, $x_3 = T_1 + 2\Delta x$, ..., $x_{n+1} = T_1 + n\Delta x = T_2$, $\Delta x = \dfrac{T_2 - T_1}{n}$. Тогда

$$F(\omega) \approx \sum_{j=1}^{n} \int_{x_j}^{x_{j+1}} f(x)\, e^{i\omega x} dx \approx \sum_{j=1}^{n} f(x_j) \times$$

$$\times \int_{x_j}^{x_{j+1}} e^{i\omega x}\, dx = \frac{e^{i\omega\Delta x} - 1}{i\omega} \sum_{j=1}^{n} f(x_j)\, e^{i\omega x_j}. \quad (1)$$

Если $|f(x)| < \dfrac{c}{|x|^r}$, $c>0$, $r>1$, $x \overline{\in} [T_1, T_2]$ и *погрешности*, с которыми задается ф-ция в точках x_j, взаимно независимы и распределены равновероятно на отрезке $[0, \delta]$, то справедлива следующая оценка полной погрешности Δ (см. *Погрешностей вычислений теория*) приведенного *алгоритма:*

$$|\Delta| \leqslant \frac{c}{r-1}\left(\frac{1}{|T_2|^{r-1}} + \frac{1}{|T_1|^{r-1}}\right) +$$

$$+ \left(\omega_f(\Delta x) + \frac{5\delta}{\sqrt{3(n-1)}}\right)(T_2 - T_1) +$$

$$+ 2^{-\tau_1} \max_{r=1,2,\ldots,n} \frac{|\operatorname{Re} A_r| + |\operatorname{Im} A_r|}{|\omega_r|} \times$$

$$\times (5 + c(n) + 2^{\tau_1}|\varepsilon|),$$

где $\omega_f(\Delta x) = \max\limits_x |f(x+\Delta x) - f(x)|$ — модуль непрерывности $f(x)$, $\tau_1 = \tau - 0{,}08406$, τ — число двоичных цифр в мантиссах чисел для ЦВМ с плавающей запятой,

$$A_r = \sum_{j=1}^{n} f(x_j)\, e^{i\omega_r x_j}, \quad \omega_r = \frac{r}{T_2 - T_1},$$

$c(n)$ — к-во арифм. операций для вычисления $\sin x$, ε — *округления погрешность* при вычислении A_r. Для вычисления A_r применяют алгоритм быстрого преобразования Фурье. Отличительной особенностью этого алгоритма является высокая эффективность по сравнению с известными до сих пор алгоритмами. Он основывается на возможности вычисления коэфф. A_r итерационным методом, что приводит к значительной экономии вычислительного (машинного) времени. Напр., при $n = 2^{10}$ требуемое время сокращается прибл. в 100 раз. С ростом n преимущество быстрого преобразования Фурье становится еще более ощутимым. Быстрое преобразование Фурье можно с успехом применять и для вычисления интегралов типа свертки, *автокорреляционной функции*, двумерного преобразования Фурье и т. д.

2. Увеличение степени гладкости $f(x)$ не ведет к существенному увеличению точности ф-лы (1) и поэтому может оказаться более целесообразным следующий способ, который изложен для прибл. вычисления обратного *Фурье преобразования.* Пусть $F(\omega)$ — достаточно гладкая ф-ция, заданная на оси и обращающаяся в нуль на бесконечности. Сделаем замену $\omega = i\dfrac{1+\tau}{1-\tau}$, $\tau = e^{i\theta}$, $-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi$ и положим

$$\tilde{f}_{(\tau)} = F\left(i\,\frac{1+\tau}{1-\tau}\right)\frac{1}{1-\tau},$$

$$F(\omega) = \tilde{f}\left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)\frac{2i}{\omega + i}.$$

Аппроксимируем $\tilde{f}(\tau)$ многочленом интерполяции $un(\tilde{f}, \tau)$:

$$\tilde{f}(\tau) \approx u_n(\tilde{f}, \tau) = \sum_{-n}^{n} \tilde{a}_k \tau^k,$$

где

$$\tilde{a}_k = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^{n} \tilde{f}(\tau_j)\, \tau_j^{-k} =$$

$$= \frac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^{n} F(\omega_j) \frac{\tau_j^{-k}}{1-\tau_j},$$

$$\tau_j = e^{i\frac{2\pi}{2n+1}}, \quad \omega_j = -\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n+1} j,$$

тогда

$$F(\omega) \approx \sum_{-n}^{n} \tilde{a}_k \left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)^k \frac{2i}{\omega + i}.$$

Для вычисления коэфф. $\tilde{a}_k$ целесообразно применять алгоритм быстрого преобразования Фурье. При этом нужно учитывать, что если $F(\omega)$ — вещественна, то $\tilde{a}_k$ — вещественны. Положим

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{-i\omega x}\, d\omega \approx$$

$$\approx \frac{1}{2\pi} \sum_{-n}^{n} \tilde{a}_k \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\omega - i}{\omega + i}\right)^k \frac{2i}{\omega + i} e^{-i\omega x}\, d\omega.$$

Тогда имеет место следующее соотношение:

$$f(x) \approx \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{0}^{n} \tilde{a}_k e^{-x} P_k(x), & x > 0, \\ -\dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{-n}^{-1} \tilde{a}_k e^{x} P_{-k-1}(-x), & x < 0, \end{cases}$$

где $P_k(x)$ — многочлены Лягерра, ортогональные на полуоси $[0, \infty)$ с весом e^{-2x}. Справедлива оценка $|\Delta_{L_2}| \leqslant 2\sqrt{2}\; E_n(\tilde{f}, \gamma)$, где Δ_{L_2} — абс. погрешность метода в метрике L_2, γ — граница единичной окружности, $E_n(\tilde{f}, \gamma)$ — величина наилучшего приближения $\tilde{f}(\tau)$ многочленами вида $\sum_{-n}^{n} a_k t^k$ (в метрике Чебышева $C[-\pi, \pi]$) (см. *Аппроксимация функций* равномерная (чебышевская)).

Если $\tilde{f}(\tau)$ имеет ограниченную r-ю производную $\tilde{f}_\theta^{(r)}(\tau)$, то

$$E_n(\tilde{f}, \gamma) \leqslant \frac{\pi}{2} \frac{\max\limits_{-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi} |f_\theta^r(\tau)|}{(n+1)^r}.$$

Для того, чтобы получить аналогичную оценку в пространстве $C(-\infty, \infty)$, введем ф-цию $f_1(\tau) = \dfrac{F(\omega)}{(1-\tau)^2}$ и построим $u_n(f_1, \tau) = \sum_{-n}^{n} \gamma_k \tau^k$, $\gamma_k = \dfrac{1}{2n+1} \sum_{j=-n}^{n} f_1(\tau_j)\, \tau_j^{-k}$.

Положим $\tilde{f}(\tau) = (1-\tau) \cdot f_1(\tau) \approx \sum_{-n}^{n} \tilde{b}_k \tau^k$, где $\tilde{b}_k = \gamma_k - \gamma_{k-1}$. Тогда

$$f(x) \approx f_n(x) =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{0}^{n+1} \tilde{b}_k \cdot e^{-x} \cdot P_k(x), & x > 0, \\ -\dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{-n}^{-1} \tilde{b}_k \cdot e^{x} P_{-k-1}(-x), & x < 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Справедлива оценка абсолютной погрешности метода в метрике C $|\Delta_C| \leqslant 4\sqrt{2\pi} \cdot E_n(f_1, \gamma)$.

Если $f_1(\tau)$ имеет $f_{1\theta}^{(r)}$, то

$$|f(x) - f_n(x)| \leqslant \frac{(2\pi)^{3/2}}{(n+1)^2} \max_{-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi} |f_{1\theta}^{(r)}(\tau)|.$$

Коэффициенты a_k и γ_k действительны, что дает возможность существенно упростить *программы* вычисления их. В более общем случае, когда в окрестности бесконечности

$$F(\omega) = \frac{b_{-1}}{\omega} + b_0 + b_1\omega + \cdots + b_p\omega^p +$$

$$+ F_1(\omega), \quad F_1(\omega) = O\left(\frac{1}{\omega^2}\right),$$

следует ф-лу (2) применить к $F_1(\omega)$. В результате получают:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{-i\omega x} d\omega \approx -b_{-1} \cdot i \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \operatorname{sign} x + \sqrt{2\pi}\, [b_0 \delta(x) + i b_1 \delta^{(1)}(x) +$$

$$+ \cdots + i^p \delta^{(p)}(x)] +$$

$$+ \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{0}^{n+1} \tilde{b}_k^{(1)} e^{-x} \cdot P_k(x), & x > 0 \\ -\dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\sum_{-n}^{-1} \tilde{b}_k^{(1)} e^{x} P_{-k-1}(-x), & x < 0, \end{cases}$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, $b_k^{(1)}$ — коэфф. интерполяционного многочлена для $F_1(\omega)$.

3. В случае, когда подынтегральная ф-ция принадлежит H_l, $l \geqslant 1$ — гильбертовому пространству 2π-периодических, комплексно-значных ф-ций $f(x)$, $-\infty < x < \infty$, отличающихся более чем на константу, l-е про-

изводные которых (в обобщенном смысле) квадратично интегрируемы, со скалярным произведением

$$(f, g) = \int_0^{2\pi} \frac{d^l f}{dx^l} \cdot \overline{\frac{d^l g}{dx^l}}\, dx,$$

построен функционал

$$\Psi_f^{\omega,n} = \frac{c(\omega, n, l)}{n} \sum_{j=1}^{n} e^{i\omega \frac{2\pi}{n} j} \cdot f\left(\frac{2\pi}{n} j\right),$$

где

$$c(\omega, n, l) = \frac{1}{\zeta(l, \omega/n) \cdot [\omega/n - \omega]^{2l} \cdot \zeta(l, (n-\omega)/n)},$$

$$\zeta(l, \alpha) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1 + t/\alpha)^{2l}}, \quad 0 < \alpha < 1,$$ который

является оптимальной (в смысле минимизации погрешности метода) аппроксимацией функционала

$$F_f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x)\, e^{i\omega x} dx$$

в пространстве линейных функционалов вида

$$\varphi_f(\omega) = \sum_{j=1}^{n} c_j f\left(\frac{2\pi}{n} j\right), \quad \sum_{j=1}^{n} c_j = 0.$$

При вычислении функционала $\Psi_f^{\omega,n}$ целесообразно использовать алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Лит.: Иванов В. В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. К., 1968 [библиогр. с. 281—285]; Бабушка И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 354—358]. *В. К. Задирака.*

ФУРЬЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ — преобразования, определяемые соотношениями

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t} dt \qquad (1)$$

и

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{i\omega t} d\omega, \qquad (2)$$

где t, ω — действительные переменные, $i = \sqrt{-1}$. Эти соотношения наз. соответственно прямым и обратным Ф. п. и обозначаются иногда так: $F(\omega) = \Phi[f(t)]$ и $f(t) = \Phi^{-1}[F(\omega)]$. Часто множитель $1/\sqrt{2\pi}$ в (1) заменяют единицей, при этом множитель $1/\sqrt{2\pi}$ в (2) заменяют на $1/2\pi$ (и наоборот). Соотношение (2) равносильно формуле Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)\, e^{-i\omega\lambda} d\lambda, \qquad (3)$$

которая имеет место, если, напр., $f(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле во всяком конечном промежутке и абсолютно интегрируема в промежутке $(-\infty, +\infty)$. При этом, если $f(t)$ имеет разрывы непрерывности в точках $t = t_k$, то (3) при $t = t_k$ дает значение $f(t) = {}^1/_2 \times [f(t_k + 0) + f(t_k - 0)]$.

Ф-цию $F(\omega)$ часто наз. спектральной плотностью (или просто спектром) $f(t)$. Представим $F(\omega)$ в виде $F(\omega) = |F(\omega)| \times e^{-i\theta(\omega)}$, где $\theta(\omega) = \arg F(\omega)$, тогда $|F(\omega)|$ наз. амплитудным, а $\theta(\omega)$ — фазовым спектром $f(t)$. Предположим, что $f(t) = 0$ при $t < 0$, тогда

$$F(\omega) = 1/\sqrt{2\pi} \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t} dt \qquad (4)$$

и

$$f(t) = 1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{i\omega t} d\omega. \qquad (5)$$

Соотношение (4) наз. односторонним Ф. п., в отличие от двухсторонних Ф. п., определяемых (1), (2) и (5).

Интегральную ф-лу Фурье (3) можно еще представить в виде

$$f(t) = 1/\pi \int_0^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos \tau(\lambda - t)\, d\lambda \qquad (6)$$

или

$$f(t) = \int_0^{\infty} [a(u) \cos tu + b(u) \sin tu]\, du, \qquad (7)$$

где $a(u) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos tu dt$, $b(u) = 1/\pi \times \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin tu dt$.

Если $f(t)$ — четная ф-ция, то (6) принимает вид

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos tu du \int_0^{\infty} f(\lambda) \cos u\lambda d\lambda, \qquad (8)$$

для нечетной функции

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin tu du \int_0^{\infty} f(\lambda) \sin u\lambda d\lambda. \qquad (9)$$

Формула (8) наз. косинус-формулой, а (9) — синус-формулой Фурье.

Ф. п. применяют при решении задач мат. физики, решений уравнений в частных производных, *интегральных уравнений*, в электро- и радиотехнике, в *автоматического управления теории* и при решении др. задач.

Лит.: Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. Пер. с англ. М.—Л., 1948; Левин В. И. Ряды и интегралы Фурье, элементы операционного исчисления. М., 1948; Диткин В. А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М., 1961 [библиогр. с. 508—520]; Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., 1962 [библиогр. с. 235—236]. *Ю. В. Крементуло.*

ХАРАКТЕРИСТИ́ЧЕСКАЯ ФУ́НКЦИЯ в теории игр — функция, заданная на коалициях, т. е. на подмножествах множества игроков, значениями которой являются множества векторов выигрышей игроков, составляющих соответствующие коалиции. Х. ф. описывает возможности коалиций предоставлять выигрыши своим членам. В классических *играх кооперативных* значением Х. ф. является вещественное число, означающее сумму, которую члены коалиции могут разделить между собой. См. также *Игр теорию*.

ХАРАКТРО́Н — электроннолучевая трубка (профильно-лучевая), используемая для вывода информации в символьном виде при *взаимодействии человека с вычислительной машиной*. Символы в ней формируются спец. трафаретами. См. *Устройства отображения информации*.

ХЕМИТРО́Н — электроннолучевая трубка (с темновой записью), обеспечивающая визуальное представление данных при *взаимодействии человека с вычислительной машиной*. См. *Устройства отображения информации*.

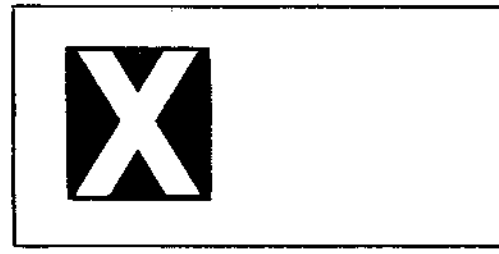
ХИ́НЧИНА — ПО́ЛАЧЕКА ФО́РМУЛА — формула для вычисления вероятностного распределения числа требований в однолинейной системе массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком и произвольным законом распределения времени обслуживания. Пусть λ — параметр входящего потока, $H(x)$ — ф-ция распределения времени обслуживания, ρ — загрузка системы, т. е. $\rho = \lambda\int_0^\infty x\,dH(x)$. Определим *длину очереди* как число требований, находящихся в системе обслуживания в данный момент времени в стационарном режиме системы. Введем преобразование Лапласа — Стилтьеса $h(s)$ распределения $H(x)$ времени обслуживания и производящую ф-цию $\varphi(z)$ распределения $\{p_k\}_0^\infty$ длины очереди

$$h(s) = \int_0^\infty e^{-sx}\,dH(x), \quad \varphi(z) = \sum_{k=0}^\infty p_k z^k.$$

Если $\rho < 1$, то Х.— П. ф.

$$\varphi(z) = \frac{(1-\rho)(1-z)\,h[\lambda(1-z)]}{h[\lambda(1-z)] - z}$$

справедлива. По этой ф-ле можно легко найти моменты распределения длины очереди, а также вероятности превышения очередью заданного уровня. Х.—П. ф. широко применяют на практике для оценки возможных простоев транспортных средств, к-ва продукции, накапливающейся на складах, объема информации, содержащейся в запоминающих устройствах вычисл. машин и т. д. С ее помощью можно вычислять оптим. значения емкости склада, объем ассоциативной памяти, а также рассчитывать минимально необходимую интенсивность обслуживания из расчета непереполнения существующих емкостей. См. также *Массового обслуживания система*. *Н. В. Яровицкий.*



«ХИТА́ЧИ» (Hitachi, Ltd) — японская электротехническая фирма, производящая вычислительные машины. Основана в 1910. Заводы фирмы выпускают центральные процессоры, системы матем. обеспечения для ЭЦВМ, запоминающие устройства, периферийное оборудование, интегральные схемы и транзисторы и т. д. На базе ЭЦВМ «Спектра-70» «Х.» выпускает серию машин «HITAC-8000 Series», наиболее крупные из них — «HITAC-8500» (1968) и «HITAC-8700» (1971). Ранее была выпущена серия больших машин «HITAC-5020». Фирма выпускает и малые ЭЦВМ («HITAC-10»), гибридные вычисл. машины на интегральных схемах («HITACHI-505-E» и «HIDAS-2000») и управляющие вычисл. машины («HIDIC-100» и HIDIC-300»).

Лит.: Иньков Ю. И. Электронная вычислительная техника и капиталистическая экономика. М., 1968; Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тараватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970. *С. Ф. Козубовский.*

ХО́МСКОГО ГРАММА́ТИКИ — класс *грамматик формальных*, введенных в рассмотрение амер. лингвистом Н. Хомским. Х. г. имеет вид $G = (V, V_1, Q, S)$, где V и V_1 — непересекающиеся конечные множества («терминальный» и «вспомогательный» словари), Q есть совокупность правил вида $A \to B$, где A и B суть цепочки над $V \cup V_1$, а символ $\to$ не принадлежит $V \cup V_1$, S есть начальный символ («предложение»). Грамматикой непосредственно составляющих наз. Х. г., в которой каждое правило из Q имеет вид: $\alpha y \beta \to \alpha w \beta$, где y — элемент из V_1, а α, β, w — непустые цепочки над $V \cup V_1$. Х. г. наз. контекстно-свободной, если α и β суть пустые символы, т. е. правила имеют вид: $y \to w$. В противном случае Х. г. наз. контекстно-связанной. Х. г. наз. автоматной, или грамматикой с конечным числом состояний, если все правила из Q имеют вид: $X \to y$, $X \to Y$, $X \to \wedge$ или $X \to xY$, где X, Y суть элементы из V_1, $\wedge$ — пустая цепочка, а x и y суть элементы из V.

Лит.: Хомский Н. Три модели описания языка. «Кибернетический сборник», 1961, № 2.

«ХО́НИУЭЛЛ КОРПОРЕ́ЙШЕН» (Honeywell Corporation) — крупная американская фирма, специализирующаяся на производстве вычислительных машин и устройств. Основана в 1953 под названием «Миннеаполис — Хонниуэлл». Нынешнее название — с 1964. В 1970 к «Х. к.» присоединилось отделение вычисл. техники фирмы «Дженерал электрик». С этого времени фирма производит ЦВМ своей

разработки и ЦВМ присоединившейся фирмы. Первая ЦВМ «DDP-24» выпущена в 1963, с 1966 выпускается семейство «200» — ряд программносовместимых ЦВМ, которые в отличие от многих других рядов ЦВМ не имеют программной и информационной совместимости с системой *«IBM-360»*. С 1970 выпускают семейство ЦВМ «GE-625», «GE-635», «GE-645» и «GE-655», предназначенные для работы в системах коллективного пользования. Модель «GE-655» является наиболее эффективной ЦВМ для систем телеобработки. На базе машин последнего семейства с 1971 выпускаются ЦВМ «6000» производительностью от 0,25 до 1,8 млн. операций в 1 *сек.* Начиная с модели «6050», ЦВМ имеют сдвоенный процессор. К моделям «6040», «6060» и «6080» придается блок коммерческой обработки, повышающий эффективность трансляции с *КОБОЛа*. Семейство имеет усовершенствованную операционную систему «GEKOS-6000», обеспечивающую работу в режимах пакетной обработки, разделения времени и дистанционной выборки.

Лит.: Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis — New York, 1968.

Ю. П. Селиванов.

ХЭ́ММИНГА КОД — двоичный линейный код, предназначенный для исправления одиночных ошибок. См. *Кодирование автоматное, Коды корректирующие.*

ЦВМ АСИНХРО́ННАЯ — цифровая вычислительная машина, в которой величина рабочего такта зависит от вида выполняемой операции и от операндов (плавающий рабочий такт). В ЦВМ а. момент начала выполнения очередной операции определяется сигналом, формируемым в момент окончания предыдущей операции. В машине обычно используется принцип местного управления, при котором осн. исполнительные устройства (арифм. устройство, оперативное и внешнее запоминающие устройства, устройства ввода и вывода) имеют блоки местного управления, формирующие управляющие сигналы, которые обеспечивают автономную работу этих устройств, и сигналы, фиксирующие моменты окончания работы исполнительных устройств. Устройство управления по кодам выполняемых операций и сигналам, поступающим из блоков местного управления, координирует работу исполнительных устройств при реализации программы вычислений. Асинхронный принцип управления позволяет сравнительно просто согласовывать во времени работу устройств с различным быстродействием, напр., арифметического и устройства вывода.

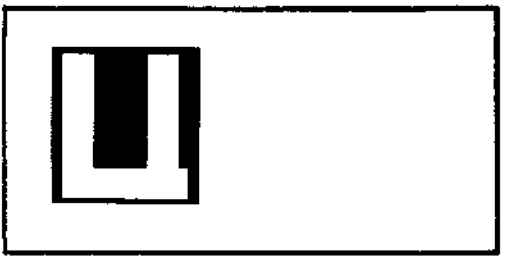
В ЦВМ а. легко совмещать работу различных устройств ЦВМ и контролировать ход вычисл. процесса по сигналам окончания операций. Быстродействие ЦВМ а. (при прочих одинаковых условиях) значительно выше, чем *ЦВМ синхронных*, у которых величина рабочего такта постоянна.

Осн. недостаток ЦВМ а.— большие аппаратурные затраты. Поэтому применять асинхронный принцип управления целесообразно только тогда, когда предъявляются высокие требования по быстродействию и в состав ЦВМ входит большое количество устройств с различным быстродействием. Асинхронный принцип управления находит широкое применение в *вычислительных системах* и ЦВМ с мультипрограммным управлением.

Во многих ЦВМ применяется смешанный метод управления: для части операций используется плавающий рабочий такт, а для остальных — постоянный.

Лит.: Паперно А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]. *Ю. А. Бузунов, Е. Н. Вавилов.*

ЦВМ СИНХРО́ННАЯ — вычислительная машина дискретного действия, в которой величина рабочего такта для каждой операции постоянна. В ЦВМ с. величина рабочего такта определяется временем выполнения самой «длинной» операции; при выполнении других (особенно «коротких») операций происходит потеря машинного времени. Поэтому быстродействие ЦВМ с. существенно ниже быстродействия *ЦВМ асинхронных*, однако они просты по устройству и надежны в эксплуатации. Синхронный принцип управления с постоянным рабочим тактом для всех операций часто используется в ЦВМ, имеющих *оперативное запоминающее устройство* (ОЗУ) с периодической выборкой информации (напр., магнитный барабан); величина рабочего такта в таких ЦВМ равна периоду обращения к ОЗУ. Для повышения быстродействия ЦВМ с. все операции разбиваются на группы так, что время выполнения каждой из операций одной группы приблизительно одинаково, и для каждой группы устанавливается соответствующая постоянная величина рабочего такта.



В связи с низкой производительностью ЦВМ с. синхронный принцип управления часто совмещают с асинхронным (смешенное управление). Для операций, время выполнения которых существенно зависит от операндов (умножение и деление чисел в ЦВМ с фиксированной запятой, арифм. операции в ЦВМ с плавающей запятой и др.), применяется асинхронный принцип управления (плавающий рабочий такт). При выполнении др. операций используется синхронный принцип управления (постоянный рабочий такт). В таких ЦВМ сигналы, управляющие работой исполнительных элементов, формируются как в центр. устройстве управления, так и в блоках местного управления.

Лит.: Паперно А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]. *Ю. А. Бузунов, Е. Н. Вавилов.*

ЦЕЛЕВА́Я ФУ́НКЦИЯ, функция цели — функция, наибольшее (наименьшее) значение которой на *допустимом множестве* ищется в задачах *программирования математического*. От свойств Ц. ф. зависят существование, единственность и характеристические свойства решения.

ЦЕЛЕСООБРА́ЗНОСТЬ в кибернетике — общая характеристика поведения сложных динамических систем, направленного на достижение определенного конечного результата и реализующегося на основе механизмов *обратной связи* и *адаптации*. Понятие целесообразного поведения дает возможность рассмотреть под единым углом зрения и процессы жизнедеятельности человека и высших животных, и функционирование различных сервосистем в технике.

Понятие Ц. первоначально сложилось в классическом естествознании, где оно означало приспособленность организмов к условиям окружающей среды, научная же интерпретация понятия обрела относительную завершенность в рамках рефлекторной теории. Возникновение *кибернетики* радикально изменило эмпирическую базу научной интерпретации понятия Ц. Это выразилось, прежде всего, в создании искусственных автомат. устройств, реализующих в условиях произ-ва функции

контроля и управления, которые традиционно считались прерогативой человеческого разума. Функционирование кибернетических устр-в, олицетворяющих своеобразное единство природы и человеческого разума, наделяется чертами целесообразного поведения. Это дало новый импульс развитию научной интерпретации понятия Ц., потребовало ее экспликации (уточнения) в терминах кибернетики. Первая такая экспликация принадлежит амер. математику Н. Винеру (1894—1964) и его сотрудникам (А. Розенблюту и Дж. Бигелоу). Согласно этому определению, понятие целесообразного или «телеологического» означает, что акт или поведение можно считать направленным к достижению «цели», т. е. финального условия, при котором система устанавливает определенное соотношение во времени или в пространстве с другой системой, а термин «телеология» употребляется как синоним цели, контролируемой обратной связью.

Более строгая экспликация понятия Ц. в терминах кибернетики, раскрывающая «механизм» целесообразного поведения, оказалась возможной, когда сложилась т. н. «физиология активности» — теоретическая концепция, зародившаяся на стыках физиологии, психологии и кибернетики. В свете представлений физиологии активности любая приспособительная реакция, конституирующая ту или иную форму целесообразного поведения, складывается по следующей основной функциональной схеме: потребность (выражающая изменение внутренних отношений, происшедшее под влиянием «среды индивида» или «среды вида»); установка; отобранный под влиянием установки стимул; реакция; обратная связь; сличение; придание исходу сличения благодаря влиянию установки функции положительного или отрицательного подкрепления; коррекция. Иначе говоря, самые разные формы приспособительных реакций, независимо от того, вызываются ли последние стимулами, исходящими из внешней или внутренней среды организма, реализуются по все той же основной функциональной схеме, т. е. опираются непосредственно не на заранее преформированную (внешним стимулом), а на активно — под влиянием «успеха» (плюс эффект сличения) или «неуспеха» (минус эффект сличения) — коррегируемую совокупность исполнительных возбуждений. Именно в этом противопоставлении принципа «микроэтапной коррегируемости» механистическому принципу «исходной преформируемости» заключается то новое понимание функциональной структуры адаптивных актов, конституирующих целесообразное поведение, которое сложилось в рамках биокибернетического подхода.

Некоторые ученые выделяют в качестве характерного признака целесообразного поведения свойство самосохранения, выживаемости системы в условиях непостоянства внешней среды. Так, напр., сов. математик А. Н. Колмогоров (р. 1903) считает, что понятие «действовать целесообразно» включает умение охранять себя от внешних воздействий, «способность содействовать размножению особи». В таком понимании Ц. формируется исторически, в процессе прогрессивной эволюции, предпосылкой которой является естественный отбор видов. По утверждению сов. физиолога Н. А. Бернштейна, Ц., определяемая активно преследуемой целью самосохранения, выживания, не является необходимым и изначальным условием эволюции, поскольку элементарные механизмы дарвиновского «survival of the fittest» («выживания наиболее приспособленного») осуществляются посредством флуктуационных наследуемых мутаций и не требуют целенаправленности, активного предпрограммирования.

Конкурентная борьба флуктуирующих мутантов, которая лежит в основе естественного отбора, является здесь случайной. Ц. возникает там, где факторы случайности играют второстепенную роль по сравнению с факторами активного программирования, и жизнедеятельность организмов выступает как борьба за выдерживание этой программы, как процесс вырабатывания негэнтропии (отриц. *энтропии*), преобладающий над деструктивными изменениями. Возрастание негэнтропии и связанные с ним информационные процессы составляют то общее, что характеризует активное целесообразное поведение человека и функционирование различных сервомеханизмов абиогенной природы.

Информационные процессы, способность высокоорганизованных систем вырабатывать и осуществлять цели своей деятельности составляют фундаментальную характеристику всех сложных форм поведения. Для обозначения и формализации этой характеристики англ. кибернетик А.-М. Эндрю ввел понятие hedony, представляющее собой функцию, значение которой выражает степень достижения цели. По его мнению, hedony относится как к биологическим побуждениям животных, выражающимся в активных действиях, так и к целенаправленному функционированию кибернетических устр-в. Понятие «hedony» связано с винеровским понятием «аффективного тонуса», обуславливающим процесс выработки условного рефлекса. Вместе с тем представления о способности достаточно сложных автоматов самостоятельно вырабатывать цели своей работы, о «свободе воли» автоматов основываются на элементарных ошибках антропоморфизма.

Целеполагающая деятельность человека моделируется (имитируется) антиэнтропийным целенаправленным функционированием автомата. Качественное своеобразие этих, по существу, отражательных процессов связано с принципиальным различием в способах выработки (постановки) целей, с обусловленностью последних законами реальной действительности. Как указывает В. И. Ленин, «...цели человека порождены объективным миром и предполагают его,— находят его как данное, наличное» (Полное собрание сочинений, т. 29, с. 171), однако взаимоотношение созна-

тельной деятельности человека и природы не сводится к простому совпадению. Человек выделяет себя из природы. В основе его целеполагающей деятельности лежит желание подчинить мир себе. Поэтому цели деятельности человека представляются ему внешними по отношению к окружающей природе, хотя они порождены природой. Содержание этих целей определяется не только (и не столько) биологическими побуждениями, но прежде всего социальными мотивами, ибо оно складывается в процессах общественной жизни человека. Между тем, содержание целей функционирования автомат. устройств определяет человек. Целенаправленное функционирование машины несет в себе отпечаток целеполагающей деятельности человека, сопровождающейся возрастанием организованности в окружающей среде. Машина выступает в качестве орудия труда, в то время как цель трудового процесса исходит от человека. Объективная целенаправленность функционирования устр-в, определяемая как внутренняя необходимость, как побуждение, взятое вне связи с целеполагающей деятельностью человека, не может иметь другой интерпретации, кроме телеологической, лишь выраженной в терминах кибернетики.

Лит.: Бернштейн Н. А. Пути развития физиологии и связанные с ними задачи кибернетики. В кн.: Биологические аспекты кибернетики. М., 1962; Колмогоров А. Н. Автоматы и жизнь. В кн.: Возможное и невозможное в кибернетике. М., 1964; Свинцицкий В. Н. Понятие целесообразности и функционирование кибернетических систем. В кн.: О сущности жизни. М., 1964; Бассин Ф. В. О подлинном значении нейрофизиологических концепций Н. А. Бернштейна. «Вопросы философии», 1967, № 11. *В. Н. Свинцицкий.*

ЦЕНТРА́ЛЬНАЯ ПРЕДЕ́ЛЬНАЯ ТЕОРЕ́МА — теорема, устанавливающая условия, при выполнении которых *распределение вероятностей* суммы большого числа независимых слагаемых близко к *нормальному распределению*. Имеется последовательность взаимно независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots$. Пусть

$$a_k = M\xi_k,\ \sigma_k^2 = D\xi_k,\ S_n = \xi_1 + \xi_2 + \cdots + \xi_n;$$

$$A_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n;$$

$$B_n^2 = \sigma_1^2 + \cdots + \sigma_n^2;$$

$$F_n(x) = P\{S_n - A_n < xB_n\},$$

где a_k и A_n — *математические ожидания* соответственно величин ξ_k и S_n, σ_k^2 и B_n^2 — их *дисперсии*; $F_n(x)$ — ф-ция распределения нормированной и центрированной суммы S_n. Говорят, что к последовательности $\xi_1, \xi_2, \ldots$ применима Ц. п. т., если при любом x $F_n(x)$ имеет своим пределом при $n \to \infty$ нормальную ф-цию распределения

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Условия применимости Ц. п. т. особенно просты, если все величины ξ_k последовательности имеют одну и ту же ф-цию распределения; в этом случае для выполнения Ц. п. т. достаточно, чтобы величины ξ_k имели конечную дисперсию, отличную от нуля. В довольно общей форме Ц. п. т. доказал рус. математик А. М. Ляпунов. Точная формулировка теоремы Ляпунова такова: пусть $C_k = M|\xi_k - a_k|^{2+\delta}$, где $\delta > 0$, и $C_n = c_1 + c_2 + \ldots + c_n$; если отношение $L_n = C_n : B_n^{2+\delta}$ стремится к нулю при $n \to \infty$, то к последовательности $\xi_1, \xi_2, \ldots$ применима Ц. п. т. Смысл условия Ляпунова состоит в требовании, чтобы отдельные слагаемые $(\xi_k - a_k) : B_n$ оказывали лишь незначительное влияние на сумму $(S_n - A_n) : B_n$.

В приложениях Ц. п. т. важную роль играют оценки разности $F_n(x) - \Phi(x)$. Если величины ξ_k имеют одну и ту же ф-цию распределения (так что все $a_k = a$, $\sigma_k^2 = \sigma^2$) и у них существуют конечные третьи моменты, то имеет место оценка

$$|F_n(x) - \Phi(x)| \leqslant \frac{c\beta_3}{\sigma^3\sqrt{n}},$$

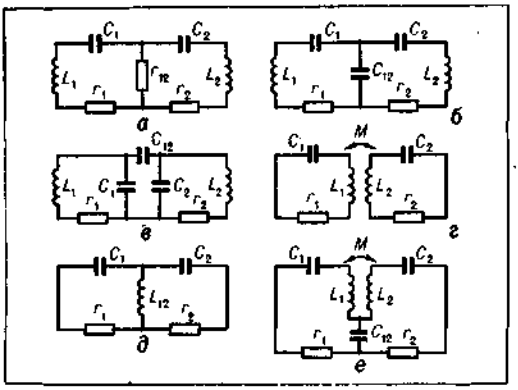
где $\beta_3 = M|\xi_k - a|^3$ и C — абс. постоянная. Как показал сов. математик В. М. Золотарев, для C имеет место оценка: $C \leqslant 0{,}9051$. Ц. п. т. может быть перенесена на последовательность случайных векторов. См. также *Вероятностей теория*. *Н. П. Слободенюк.*

ЦЕНТРА́ЛЬНЫЙ ЭКОНО́МИКО-МАТЕМАТИ́ЧЕСКИЙ ИНСТИТУ́Т АКАДЕ́МИИ НАУ́К СССР — научно-исследовательское учреждение в г. Москве. Создан в 1963. Осн. направления исследований: разработка основ системы оптим. планирования и управления нар. х-вом с применением матем. методов и электронной вычисл. техники, комплекса экономико-матем. моделей и методов для прогнозирования и перспективного планирования нар. х-ва и его различных звеньев, методологических и методических проблем построения автоматизированных систем управления в отраслях пром-сти и других звеньях нар. х-ва, проблем совершенствования централизованного планирования и хозрасчетной системы самостоятельности отраслей и предприятий; экспериментальная проверка разрабатываемых экономико-матем. моделей; исследования по уровню жизни. Есть ученый совет по присуждению ученых степеней кандидатов и докторов наук и аспирантура. Ин-т издает журнал «Экономика и математические методы».

Лит.: Федоренко Н. П. Экономисты-математики — народному хозяйству. «Вестник АН СССР», 1971, № 1. *Н. В. Махров.*

ЦЕ́ПИ СВЯЗА́ННЫЕ — электрические цепи (контуры), в которых процессы, протекающие в одной цепи, оказывают влияние на процессы в другой цепи. В зависимости от вида энергии, общего для Ц. с., различают магнитные, электр. и комбинированные связи. В том случае, если Ц. с. имеют общий резистор, связь между ними наз. гальванической (рис., *а*).

При емкостной связи общим для Ц. с. является электр. поле конденсаторов C_{12} (рис., *б*, *в*). При общем магнитном потоке Ц. с. связь наз. индуктивной (трансформаторной) (рис., *г*). При этом взаимное влияние осуществляется через взаимную индуктивность катушек L_1 и L_2 автотрансформаторную (кондуктивную) связь (рис., *д*), осуществляемую через общую катушку индуктивности L_{12}. При комбинированной трансформаторно-емкостной связи влияние цепей друг на друга осуществляется с помощью взаимной индуктивности катушек и



Принципиальные схемы колебательных электрических контуров с различными видами связей.

общего электр. поля конденсатора C_{12} (рис., *е*). Ц. с. применяются при построении *аналоговых вычислительных машин*. *А. Г. Тимошенко.*

ЦЕПО́ЧКА — конечная последовательность символов. Понятие «Ц.», принятое в *лингвистике математической*, тождественно понятию «слово» в теории алгоритмов.

ЦЕПЬ г р а ф а — последовательность вида $Q = x_0u_1x_1u_2x_2...x_{l-1}u_lx_l$, где ребра u_1, u_2, ..., u_l все различны и ребро u_i соединяет (в любом направлении) вершины x_{i-1} и x_i ($i = 1, 2, ..., l$) графа $L = (X, U, P)$. Вершина x_0 наз. начальной, вершина x_l — конечной, а число $l \geqslant 0$ — длиной Ц. Ц. наз. простой, если все ее вершины различны. Ц., содержащая все ребра графа, наз. э й л е р о в о й, а простая Ц., содержащая все вершины графа, — г а м и л ь т о н о в о й. Если в Q каждое ребро u_i — дуга, идущая из x_{i-1} в x_i ($i = 1, 2, ..., l$), то Ц. наз. ориентированной (допуская, наряду с дугами, также петли, получим путь). Если в Q разрешить повторения ребер, то получим маршрут. См. также *Графов теория*. *Г. А. Донец, А. А. Зыков.*

ЦЕПЬ ОКРУГЛЕ́НИЯ — спец. оборудование в *сумматорах*, предназначенное для округления получаемого результата с целью уменьшения погрешностей при выполнении арифм. операций. При этом погрешность результата выполнения операций не превышает половины значения младшего разряда числа. Ц. о. состоит, как правило, из одного *триггера* и *цепи переноса* между этим триггером и младшим разрядом сумматора. При сдвиге мантиссы вправо на триггере Ц. о. запоминается старшая из цифр сдвинутой за пределы сетки части мантиссы. При последующем суммировании эта цифра в виде переноса поступает на младший разряд сумматора. См. *Арифметика с плавающей запятой*, *Операции над числами*. *Д. А. Поспелов.*

ЦЕПЬ ПЕРЕНО́СА — спец. тракт в сумматорах и счетчиках цифровой вычислительной машины для передачи цифры переноса из одного разряда в другой. В *сумматорах последовательных* Ц. п. состоит из задержки, включенной в виде элемента обратной связи в одноразрядной суммирующей схеме. В *сумматорах параллельных* Ц. п. состоит из множества каналов с задержками с выходов одноразрядных суммирующих схем на входы схем соседних старших разрядов. Увеличению быстродействия параллельных сумматоров препятствуют последовательный характер формирования переносов и возникновение сквозных переносов (переносов, возникающих последовательно в нескольких соседних разрядах), приводящих к тому, что время суммирования значительно увеличивается.

Для устранения потерь времени от сквозных переносов в сумматоре часто наряду с Ц. п. из младшего разряда в соседний старший разряд конструируют цепи группового переноса на несколько разрядов (внутри группы перенос в каждом разряде возникает одновременно, а между группами может быть организован сквозной либо одновременный перенос). Показано, что математическое ожидание длины максимального переноса в двоичных параллельных сумматорах стремится к величине, равной $\log_2 n$, где n — число разрядов сумматора; поэтому число разрядов в группе выбирают с учетом значения n. Для ускорения переносов часто используют спец. сумматоры (сверхпараллельные и параллельно-параллельные). Поскольку $\log_2 n \ll n$, часто при проектировании сумматоров используют асинхронный принцип управления окончанием суммирования. В этом случае конструируют специальную схему, определяющую момент завершения переносов.

Лит.: Р а б и н о в и ч З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]; К а р ц е в М. А. Арифметика цифровых машин. М., 1969 [библиогр. с. 559—575].

Д. А. Поспелов.

ЦИКЛ г р а ф а — *цепь* $x_0u_1x_1u_2x_2...x_{l-1}u_lx_0$, в которой $l \geqslant 1$ и последняя вершина совпадает с начальной. Если нет других совпадений вершин, Ц. наз. простым. Ц., содержащий все ребра *графа*, наз. э й л е р о в ы м, а простой Ц., содержащий все вершины графа, — г а м и л ь т о н о в ы м. Если каждое ребро u_i — дуга, идущая из x_{i-1} в x_i ($i = 1, 2, ..., l$; $x_l = x_0$), то Ц. наз. ориентированным, или о р ц и к л о м. Допуская повторения ребер, получим определение циклического (замкнутого) маршрута. *А. А. Зыков.*

ЦИКЛ ПРОГРА́ММЫ — многократно используемый в процессе вычисления участок программы. Ц. п. соответствуют циклам вычислительных процессов. Для организации Ц. п. в *языках программирования* обычно предусматриваются специальные *операторы*.

ЦИКЛОМАТИ́ЧЕСКОЕ ЧИСЛО́ — изоморфная характеристика $\lambda(L) = m(L) - n(L) + \varkappa(L)$ *графа* L, где $n(L)$ — количество его вершин, $m(L)$ — количество ребер, а $\varkappa(L)$ — количество компонент (см. *Графов теория* и *Графов связность*).

Осн. свойства Ц. ч.: $\lambda(L) \geqslant 0$; $\lambda(L) = 0$ тогда и только тогда, когда граф L не содержит *циклов*; при $\lambda(L) > 0$ из L можно удалить $\lambda(L)$ ребер так, чтобы оставшийся суграф не имел циклов и обладал прежним количеством компонент; любой же суграф, полученный из L удалением меньшего к-ва ребер, содержит циклы.

Всякий суграф T, удовлетворяющий условиям $\varkappa(T) = \varkappa(L)$, $m(T) = m(L) - \lambda(L)$, $\lambda(T) = 0$, наз. к а р к а с о м графа L, а удаленные ребра — хордами L (относительно T). Каждая компонента каркаса есть дерево, содержащее все вершины соответствующей компоненты исходного графа L. *А. А. Зыков.*

ЦИ́ПФА ЗАКО́Н — закономерность распределения слов в тексте вида $F_n \approx \frac{C}{n^\gamma}$, где F_n — количество появлений n-го слова в тексте. К этому надо добавить условие, что миним. значение F_n равно единице и количество слов с минимальным значением F_n пропорционально общему количеству слов в тексте. Нормальное значение параметра $\gamma = 1$, а величина C определяется из условия $1 \approx \frac{C}{N^\gamma}$, где N — количество слов в тексте. Параметр n наз. рангом слова в тексте.

Известные попытки теоретического объяснения Ц. з. основаны на том, что величины F_n интерпретируются как проявление некоторых вероятностей, имеющих силу для однородного ансамбля текстов. Существует несколько схем такого вывода: на основе «компромисса» между говорящим и слушающим, из соображений миним. стоимости оптимального кода, из термодинамических соображений наиболее вероятного распределения при данной суммарной «сложности» текста.

Ц. з. отражает не статистические свойства ансамблей (и тем более не языка в целом), а выражает некие фундаментальные свойства замкнутых связных текстов. На таких текстах Ц. з. выполняется гораздо лучше, чем на больших однородных совокупностях текстов. Известны аналоги Ц. з. в информатике, социологии и биологии (напр., распределение статей по данной тематике в разных изданиях, людей по доходам, родов по количеству видов и т. п.).

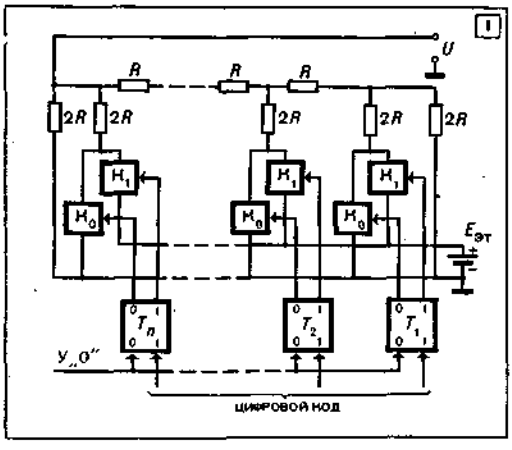
Лит.: Ф р у м к и н а Р. М. Статистические методы изучения лексики. М., 1964 [библиогр. с. 111—114]; Ш р е й д е р Ю. А. О возможности теоретического вывода статистических закономерностей текста (к обоснованию закона Ципфа). «Проблемы передачи информации», 1967, т. 3, в. 1; М а н д е л ь б р о т Б. О рекуррентном кодировании, ограничивающем влияние помех. В кн.: Теория передачи сообщений. Пер. с англ. М., 1957; Z i p f G. K. Human Behaviour and the principle of least effort. Cambridge, 1949.

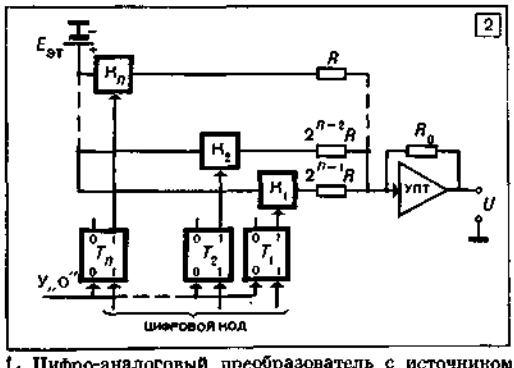
Ю. А. Шрейдер.

ЦИ́ФРО-АНА́ЛОГОВЫЕ ПРЕОБРАЗОВА́ТЕЛИ, п р е о б р а з о в а т е л и к о д — а н а л о г — устройства, осуществляющие автоматическое декодирование входных величин, представленных числовыми кодами, в эквивалентные им значения какой-нибудь физической величины. Количественная связь между входной числовой величиной N_i и ее аналоговым эквивалентом $A(t_i)$ выражается соотношением $A(t_i) = N_i \Delta A + |\delta A_i|$, где ΔA — аналоговый эквивалент единицы младшего разряда *кода*, а δA_i — погрешность преобразования. Коды N_i обычно представляются в двоичной, двоично-десятичной или десятичной системе счисления. Выходные физ. величины $A(t_i)$ чаще всего представляют собой временны́е интервалы, угловые перемещения, электр. напряжения (токи), частоту колебаний и фазовые сдвиги. Различают Ц.-а. п. время-импульсные, накапливающие и весового типа. В р е м я - и м п у л ь с н ы е преобразователи служат для преобразования кодов в мех. перемещения и электр. напряжения через промежуточный параметр — временной интервал. Преобразование кодов в угловое перемещение основано на использовании шаговых двигателей с импульсным питанием. Числовой код преобразуется в число-импульсный с постоянным периодом следования импульсов, которыми питается шаговый двигатель. За время $t = TN$ шаговый двигатель отрабатывает угол поворота $\varphi = \Delta\varphi \frac{t}{T}$ (здесь T — период следования импульсов, N — код, численно равный к-ву счетных импульсов, $\Delta\varphi$ — единичный шаг двигателя, эквивалентный одному импульсу). Если число-импульсный код подать в счетчик, управляющий декодирующей матрицей, то время преобразования кода в напряжение будет пропорционально величине кода, а изменение напряжения на выходе матрицы в течение этого времени — линейным.

Преобразователи с н а к а п л и в а ю щ и м и е м к о с т я м и основаны на заряде конденсатора импульсами *эталонного напряжения*. Управление зарядом осуществляется кодовым регистром. Существуют такие разновидности накапливающих Ц.-а. п.: 1) Ц.-а. п., для заряда которых используют последовательность импульсов некоторой стандартной величины, а число их равно преобразуемому коду; 2) Ц.-а. п., которые заряжаются последовательностью эталонных импульсов, амплитуды которых пропорциональны разрядным весам кода; 3) преобразователи, эталонный импульс которых (равный половине полной шкалы выходного напряжения) подается, начиная с младших разрядов кода, на конденсатор, постоянная времени которого подбирается так, чтобы за один такт он разряжался наполовину;

в результате этого в конце последнего такта устанавливается напряжение, эквивалентное цифровому коду; 4) преобразователи, в которых в начале цикла преобразования формируется некоторый эталонный импульс, а затем происходит потактное удвоение напряжения на конденсаторе. Осн. недостатком таких преобразователей является их небольшая точность. Работа преобразователей **весового типа** основана на использовании источников эталонных напряжений, величины которых пропорциональны разрядным весам





1. Цифро-аналоговый преобразователь с источником эталонной эдс и декодирующей матрицей $R - 2R$. 2. Цифро-аналоговый преобразователь со звездообразным делителем и УПТ.

декодируемых чисел. Структура Ц.-а. п. зависит от способа формирования эталонных напряжений и их коммутации в процессе преобразования. Ц.-а. п. с одним источником эталонного напряжения $E_{эт}$ и декодирующей матрицей на двух номиналах сопротивлений R и $2R$ для декодирования двоичных чисел показан на рис. 1. Такая матрица имеет постоянное выходное сопротивление $R_{вых} = \frac{2}{3}R$. Напряжение на выходе Ц.-а. п. определяют из зависимости $U = \frac{E_{эт}}{3R}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i 2^i R$, где $\alpha_i = 1$ при коде «1» в i-м разряде и $\alpha_i = 0$ при коде «0» в i-м разряде ($i = 1, 2, \ldots n$).

При использовании в Ц.-а. п. звездообразного делителя со «взвешенными» сопротивлениями (рис. 2) для обеспечения требуемой точности суммирования применяют усилители постоянного тока (УПТ) с большим коэфф. усиления и малым сопротивлением в цепи обратной связи $R_0 \ll R$. В этом случае аналоговое напряжение будет равно $U = \frac{R_0}{R}E_{эт}\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i}{2^{n-i}}$.

Существуют Ц.-а. п., построенные на основе стабилизированных источников тока $I_{ст}$ с последовательным делителем на «взвешенных» сопротивлениях. Нагрузка на стабилизаторы тока в таком преобразователе не одинакова и зависит от разряда, в котором установлен стабилизатор. Напряжение на выходе $U = I_{ст}R\sum_{i=1}^{n}\alpha_i 2^{i-1}$, где $I_{ст}$ — ток стабилизатора. В Ц.-а. п. со стабилизаторами тока и декодирующей матрицей $R - 2R$ на каждый стабилизатор тока приходится одинаковая нагрузка $R_{нагр} = \frac{2}{3}R$, а аналоговое напряжение $U = \frac{2}{3}I_{ст}R\sum_{i=1}^{n}\frac{\alpha_i}{2^{n-i}}$.

Осн. характеристиками Ц.-а. п. являются быстродействие, точность и число каналов. Под быстродействием понимается макс. частота поступления на вход декодируемых чисел, при которой сохраняется номинальная точность преобразования. Точность преобразователей характеризуется относительной приведенной погрешностью преобразования, которая включает в себя статич. и динамич. составляющие. В статич. погрешности входит погрешность метода, определяемая принципом действия преобразователя, и инструментальная погрешность, зависящая от того, что компоненты преобразователя не идеальны. Динамич. погрешность является следствием переходных процессов в цепях преобразователя. В промежутках между поступлением входных кодов должна производиться аппроксимация выходного сигнала. Степень несоответствия аппроксимирующей кривой идеальной ф-ции в каждый момент времени представляет собой погрешность аппроксимации. Число каналов определяется по выходу и входу; для входа — равно к-ву источников цифровой информации, подключенных к Ц.-а. п., для выхода — к-ву приемников аналоговой информации.

Лит. см. к ст. *Аналого-цифровой преобразователь.*

А. И. Кондалев.

ЦИФРО-АНАЛОГОВЫЙ КОМПЛЕКС, аналого-цифровой комплекс — см. *Комплексирование машин.*

ЦИФРОВАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАШИНА (ЦВМ) — устройство переработки информации, представленной в цифровых *кодах*. Современные ЦВМ являются сложными элект-

ронными устройствами, состоящими из сотен тысяч элементов. Быстродействие больших цифровых вычислительных машин достигает десятков и сотен миллионов операций в секунду. Память современных ЦВМ способна хранить миллионы единиц информации. Большинство ЦВМ являются алгоритмически универсальными средствами переработки информации, с помощью которых решаются сложные матем. и информационно-логические задачи, создаются различные автоматизированные системы управления, моделируются сложные процессы и явления и т. п. (Илл. между с. 464—465).

Первое механическое устройство, предназначенное для выполнения арифм. операций, было создано в начале 17 ст., однако бурное развитие средств дискретной *вычислительной техники* началось лишь в конце 40-х годов 20 ст., когда для создания элементов цифровых машин начали использовать электронные лампы.

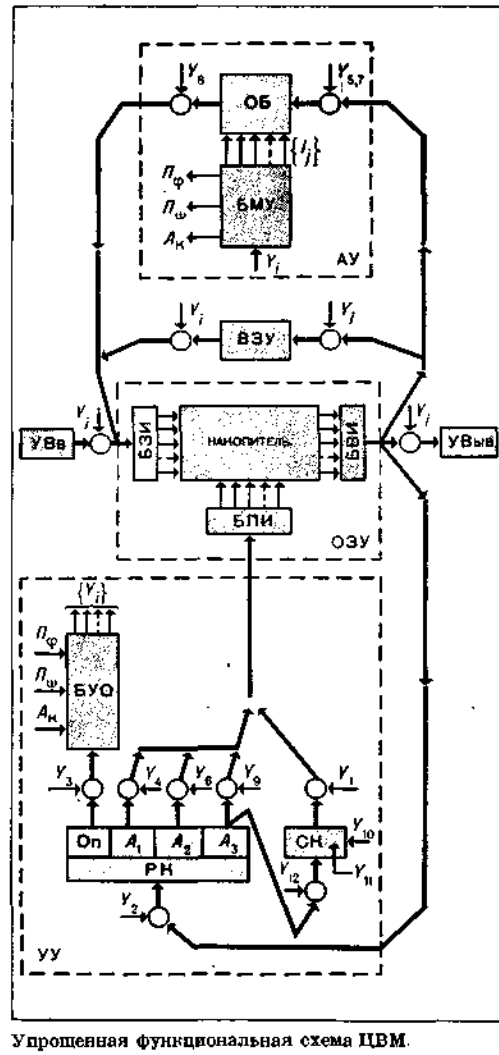
Идея создания ЦВМ принадлежит англ. математику Ч. Беббиджу (1792—1871), который, построив несколько моделей мех. полуавтоматических машин, в 1833 спроектировал универсальную автомат. вычисл. машину, назвав ее «аналитической машиной». Однако ввиду низкого уровня техники этот проект не был реализован.

В 1944 в США была создана релейная ЦВМ «*Mark-1*», в 1945 — первая электронная ЦВМ «ENIAC», а в конце 40-х годов ЭЦВМ начинают разрабатывать также в СССР (см. «*МЭСМ*») и в Англии. В 50-х годах в схемах ЦВМ начали использовать транзисторы, которые к началу 60-х годов почти полностью вытеснили из вычисл. техники электронные лампы.

Середина 60-х годов является временем внедрения в ЦВМ *интегральных схем;* в 1965 было выпущено семейство вычисл. систем «*IBM-360*» на интегральных схемах. Прогресс электроники шел по пути все большей интеграции электронных схем: были созданы *большие интегральные схемы* БИС'ы (см. *Микроэлектронная элементная база вычислительной техники*), и в 1970 создаются машины, элементной базой которых являются БИС'ы.

В процессе развития (к 1974) ЦВМ прошли 5 стадий, в соответствии с этим и сами машины принято делить на поколения — от нулевого до четвертого (см. *Вычислительная машина*). В основу периодизации развития ЦВМ положена их элементная база (реле и электронные лампы — у машин 0-го и 1-го поколений, полупроводниковые элементы — у 2-го, интегральные схемы — у 3-го, большие интегральные схемы — у 4-го поколения машин). Развитие элементной базы открывало новые возможности по совершенствованию алгоритмической и логической структуры ЦВМ. Во 2-й половине 60-х годов начали выпускать многопроцессорные машины — *вычислительные системы*, а в конце 60-х появились гигантские высокопроизводительные вычисл. системы, способные выполнять несколько десятков миллионов операций в 1 *сек* (см. «*CDC-7600*»).

Типовая схема современной ЦВМ (рис.) содержит следующие осн. устройства: *запоминающее устройство* (ЗУ), предназначенное для хранения *программы* вычислений, исходных данных, а также промежуточных и окончательных результатов решения задачи; *арифметическое устройство* (АУ), преобразующее информацию; устройства ввода, обеспечивающие ввод и запись исходной информации в *память ЦВМ;* устройства вывода, предназначенные для выдачи результатов решения задачи (см. *Устройства ввода—вывода данных ЦВМ*, об-



Упрощенная функциональная схема ЦВМ.

щий вид этих устр-в см. на илл. между с. 176—177 1-го тома); *устройство управления ЦВМ* (УУ), синхронизирующее работу всех устройств в процессе выполнения программы. Кроме того, ЦВМ, как правило, содержит еще мультиплексные и селекторные каналы,

связывающие память машины, УУ и внешние устройства (см. *Устройство обмена ЦВМ*).

Информация в ЦВМ (буквы, цифры, спец. знаки) представляется в большинстве случаев в двоично кодированном виде, а числа — в двоичной *системе счисления*. Это связано прежде всего с наличием надежных, экономичных и быстродействующих элементов с двумя устойчивыми состояниями. Кроме того, в двоичной системе счисления технически просто реализуется выполнение операций. В устройствах ввода — вывода информации используется двоично-восьмеричная, двоично-десятичная и др. системы счисления. В некоторых ЦВМ (напр., «*МИР*») двоично-десятичная система применяется в качестве основной при выполнении арифм. операций. Единицей информации, с которой оперирует машина, в ЦВМ является *машинное слово*. Им может быть команда, число или группа буквенно-цифровых знаков. Число двоичных разрядов, отводимых под машинное слово, обычно составляет несколько десятков разрядов. В некоторых машинах длина слова является переменной и измеряется числом *байтов* (8 двоичных разрядов).

В ЦВМ используются две формы представления двоичных чисел: с фиксированной и с плавающей запятой. Представление чисел в форме с фиксированной запятой позволяет при простой структуре АУ получить высокое быстродействие ЦВМ. Однако для ЦВМ с фиксированной запятой усложняется процесс программирования в связи с необходимостью введения масштабных коэффициентов для исключения возможности перевыполнения разрядной сетки. Применение чисел в форме с плавающей запятой увеличивает время выполнения арифм. операций и усложняет АУ, но программирование в этом случае значительно проще ввиду того, что, как правило, нет процедуры масштабирования.

Каждая ЦВМ выполняет определенный набор операций. Система операций ЦВМ должна быть, как правило, алгоритмически полной и обеспечивать простое и экономное программирование. Операции, выполняемые ЦВМ, условно разделяются на арифметические, логические, операции управления, ввода — вывода и др. Обычно в ЦВМ используется от нескольких десятков до нескольких сотен различных операций в соответствии с выбранной *команд системой*.

В современных ЦВМ обычно используют командно-адресный принцип управления. Машинная команда содержит информацию об операции, которую необходимо произвести на данном шаге выполнения программы (код операции), а также информацию об операндах. Операнды в команде чаще всего задаются их адресами, однако, могут быть заданы и непосредственно. Во многих случаях адрес в команде является адресом не самого операнда, а адресом поля в памяти, содержащим адрес операнда (т. н. косвенная адресация). Распространена и относительная адресация операндов, которая заключается в том, что для нахождения адреса операнда адрес, содержащийся в команде, складывается с некоторым базовым адресом.

В ЦВМ наиболее распространены одно-, двух- и трехадресные команды. По емкости памяти, необходимой для хранения программ, и по времени выполнения программ эти типы команд приблизительно одинаковы. Для повышения эффективности решения задач разных классов в некоторых ЦВМ используются команды с переменным числом адресов («IBM-360», «Днепр-21»). В ЦВМ с магазинной (стековой) памятью применяются нуль-адресные, а при использовании ассоциативного ЗУ — безадресные команды.

Для обеспечения большой производительности ЦВМ и расширения класса решаемых на них задач память машины должна иметь большую емкость и малое время обращения (при большой надежности работы и малой стоимости). Однако построить одно ЗУ, которое удовлетворяло бы всем перечисленным требованиям, не представляется возможным. Поэтому современные ЦВМ имеют иерархическую (многоуровневую) систему памяти. Основой этой иерархии является компромисс между емкостью ЗУ и его быстродействием. Каждый уровень памяти характеризуется емкостью ЗУ, *временем обращения к запоминающему устройству* и стоимостью, причем с увеличением быстродействия увеличивается стоимость и уменьшается емкость ЗУ. Чаще всего в ЦВМ применяют следующие уровни памяти: *регистры*, сверхоперативные ЗУ (СОЗУ), оперативные ЗУ (ОЗУ) и внешние ЗУ (ВЗУ). Структура памяти и характеристика ЗУ различных уровней определяется классом цифровых вычислительных машин.

Вычислительная мощность (производительность) ЦВМ определяется в основном их быстродействием и объемом памяти. Существует несколько методов определения *быстродействия ЦВМ*, напр., за быстродействие принимают величину, обратную средневзвешенному времени выполнения одной операции. Для определения быстродействия операциям присваиваются веса в соответствии с относительной частотой употребления их в некотором выбранном классе задач, наиболее типичном для данных ЦВМ. Такое быстродействие, имеющее размерность «операций/*сек*», наз. номинальным. Оно лишь частично определяет эффективное быстродействие машины, которое, кроме того, зависит и от способа организации обмена информацией между ОЗУ, ВЗУ и внешними устройствами, и от качества *операционной системы*. Вычислительная мощность цифровых вычислительных машин зависит и от объемов ЗУ на каждом из уровней иерархии памяти.

Процесс выполнения одной типовой трехадресной команды с прямой адресацией (напр., команды сложения двух чисел) можно проследить по схеме, приведенной на рис. Рассмотрение процесса начинается с того момента, когда на спец. регистре УУ — счетчике команд СК находится адрес очередной команды программы. Блок управления операциями

БУО формирует управляющие импульсы $\{Y_i\}$, которые определяют последовательность микроопераций, обеспечивающую выполнение команды. По сигналу Y_1 *адрес* ячейки, в которой хранится очередная команда программы, передается в блок поиска информации БПИ, который вызывает команду из ОЗУ в блок воспроизведения информации БВИ. По сигналу Y_2 команда заносится в регистр команд РК. По сигналу Y_3 код операции передается в БУО, и в соответствии с этим кодом БУО формирует дальнейшую последовательность управляющих сигналов $\{Y_i\}$. По сигналу Y_4 1-й адрес A_1 передается в ОЗУ и из ячейки с этим адресом выбирается 1-й операнд, который по сигналу Y_5 переписывается в операционный блок ОБ АУ. Аналогично 2-й операнд выбирается из ОЗУ по адресу A_2 (сигнал Y_6) и засылается по сигналу Y_7 в ОБ АУ. Последующие сигналы Y_i поступают в блок местного управления БМУ АУ, который вырабатывает сигналы $\{I_j\}$, управляющие процессом выполнения операции в ОБ. Кроме того, БМУ формирует в случае переполнения сигнал $П_ф$, сигнал окончания операции A_k и сигнал $П_ω$, который вырабатывается при выполнении некоторых условий, напр., при получении отрицательного результата, равенстве двух чисел и т. п. Сигналы $П_ф$, $П_ω$ и A_k подаются в БУО УУ и используются при формировании управляющих сигналов $\{Y_i\}$. После окончания выполнения операции в АУ по сигналу Y_8 результат передается в блок записи информации БЗИ ОЗУ; по сигналу Y_9 адрес A_3 передается в БПИ ОЗУ, и результат операции записывается в память. Сигнал Y_{10} увеличивает содержание СК на единицу, подготавливая выборку очередной команды программы.

По назначению ЦВМ делят на вычисл. машины общего назначения (универсальные) и специализированные. Первые предназначены для решения широкого класса задач, они имеют разветвленную систему операций, иерархическую структуру ЗУ и развитую систему ввода — вывода информации. Специализированные ЦВМ предназначены для решения узкого круга задач. Характеристики специализированных ЦВМ и их структура определяются спецификой решаемых задач и поэтому эти ЦВМ решают такие задачи более эффективно, чем машины общего назначения. Специализированные ЦВМ широко применяются в качестве основного звена автоматизированных систем управления (АСУ) и обеспечивают управление по заданным алгоритмам различными объектами и процессами (см. *Управляющая вычислительная машина, Специализированная вычислительная машина*).

По вычислительной мощности ЦВМ условно делят на малые, средние и большие. Малые ЦВМ имеют сравнительно невысокое номинальное быстродействие (сотни—тысячи операций в секунду) и объем ОЗУ порядка десятков тысяч байт («МИР», «*Наири*») и предназначены, главным образом, для инженерных расчетов и для работы в составе многомашинных вычисл. систем. ЦВМ средней мощности имеют быстродействие порядка нескольких десятков тысяч операций в 1 *сек*, емкость ОЗУ — десятки тысяч, а ВЗУ — миллионы байтов (ЦВМ семейств «*Урал*», «*Минск*», «*Раздан*»). Быстродействие ЦВМ большой мощности достигает сотен тысяч — миллионов операций в 1 *сек*, емкость ОЗУ у них — до миллиона, а ВЗУ — десятки миллионов байтов («БЭСМ-6», «CDC-7600»).

Лит.: Китов А. И., Криницкий Н. А. Электронные цифровые машины и программирование. М., 1961 [библиогр. с. 567—568]; Папернов А. А. Логические основы цифровых машин и программирования. М., 1968 [библиогр. с. 583—585]; Современное состояние и особенности развития вычислительной техники за рубежом. К., 1968; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

Ю. А. Бузунов, Е. Н. Вавилов, П. В. Походзило.

ЦИФРОВАЯ ИНТЕГРИРУЮЩАЯ МАШИНА — *специализированная вычислительная машина,* работа которой основана на принципе суммирования приращений. Решение задач в Ц. и. м. выполняется при помощи цифровых интеграторов (ЦИ) и *сумматоров* (см. *Устройство интегрирующее*), обмен информацией между решающими блоками осуществляется в виде приращений, а программирование задач сводится к коммутации решающих блоков. Ц. и. м. предназначены для решения с высокой скоростью и точностью задач, имеющих непрерывный характер, и могут с успехом применяться для управления динамическими системами и подвижными объектами, а также для цифрового моделирования динамических объектов и процессов. Принцип построения Ц. и. м. основан на том, что все решаемые на них задачи сводятся к системе ур-ний Шеннона, которая в симметричной форме имеет вид

$$\left.\begin{aligned} dy_{pk} &= \sum_{j=1}^{N} A_{pkj}dz_j; \\ dy_{qk} &= \sum_{j=1}^{N} A_{qkj}dz_j; \\ dz_k &= y_{pk}dy_{qk}; \\ dz_1 &= dx, \\ k &= 2,\ 3,\ \ldots,\ N. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Здесь x — независимая, а z_k, y_{pk} и y_{qk} — зависимые переменные; A_{pkj} и A_{qkj} — постоянные коэфф., которые принимают значения, равные нулю или единице, и определяют конкретную систему ур-ний Шеннона. В Ц. и. м. система ур-ний Шеннона решается в цифровой форме. Так как в нее входят лишь операции суммирования, умножения и дифференцирования, то интегрирование ур-ний (1) в Ц. и. м. осуществляется только двумя типами решающих блоков: сумматорами приращений и ЦИ. Из них первые осуществляют операции суммирования, а вторые — выполняют в цифровой форме операции численного

интегрирования по Стилтьесу. В общем случае ф-ла численного интегрирования по Стилтьесу n-го порядка точности имеет следующий вид

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki}\nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2}\nabla y_{pk\,(i+1)}\nabla y_{qk\,(i+1)} + \sum_{\alpha=1}^{\frac{2n-9+(-1)^n}{4}} \sum_{\beta=\alpha+1}^{n-\alpha-3} a_{\alpha\beta n}\,[\nabla y_{pk\,(i+1-\alpha)} \times \nabla y_{qk\,(i+1-\beta)} - \nabla y_{pk\,(i+1-\beta)}\nabla y_{qk\,(i+1-\alpha)}]. \quad (2)$$

При $n = 4, 5, 6, \ldots$ получают частные ф-лы численного интегрирования по Стилтьесу. Для построения ЦИ часто используют ф-лу трапеций

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki}\nabla_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2}\nabla y_{pk\,(i+1)}\nabla y_{qk\,(i+1)}, \quad (3)$$

ф-лу квадратичных парабол

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki}\nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{2}\nabla y_{pk\,(i+1)}\nabla y_{qk\,(i+1)} + \frac{1}{12}[\nabla y_{pki}\nabla y_{qk\,(i+1)} - \nabla y_{pk\,(i+1)}\nabla y_{qki}] \quad (4)$$

и ф-лу прямоугольников

$$\nabla z_{k\,(i+1)} = y_{pki}\nabla y_{qk\,(i+1)}, \quad (5)$$

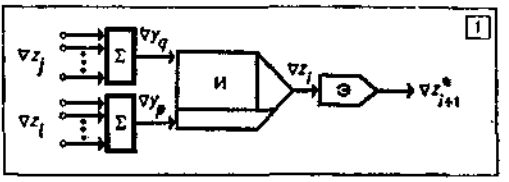
вытекающую из ф-лы (2).

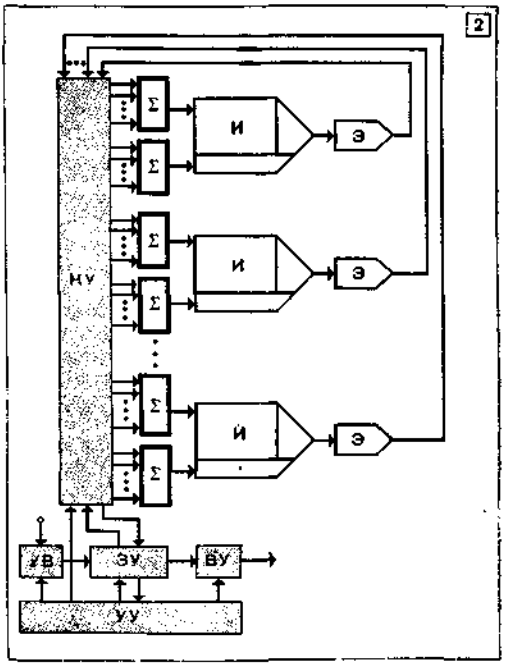
В интеграторах, основанных на ф-лах трапеций и квадратичных парабол, для получения высокой точности должны быть использованы многоразрядные приращения ∇y_{qk}, ∇y_{pk} и ∇z_k. Если же в основу ЦИ положена формула прямоугольников, используются одноразрядные приращения переменных, при которых сохраняется порядок точности, получаемый в случае ф-лы прямоугольников, и в то же время достигаются наименьшие затраты оборудования. Такие ЦИ являются наиболее простыми. Однако быстродействие и точность подобных интеграторов невелики. Для ЦИ, построенных на основе ф-лы трапеций или ф-лы квадратичных парабол, характерны значительная скорость работы, высокая точность и большая информационная производительность на единицу оборудования. При использовании ф-лы квадратичных парабол скорость и точность этих ЦИ в сотни и тысячи раз превосходят скорость и точность ЦИ, работающих на основе ф-лы прямоугольников.

При использовании в Ц. и. м. точных ф-л численного интегрирования и многоразрядных приращений, кроме сумматоров приращений и ЦИ, в структуру машины необходимо вводить экстраполяторы приращений (рис. 1), которые предназначены для экстраполяции приращений на один шаг вперед, с целью получения информации, необходимой для работы ЦИ. В основе построения экстраполяторов положена ф-ла экстраполяции приращений

$$\nabla z^*_{k\,(i+1)} = \sum_{\alpha=1}^{n} (-1)^{\alpha-1}\binom{n}{\alpha}\nabla z_{k\,(i+1-\alpha)}. \quad (6)$$

ЦИ, сумматоры и экстраполятор приращений можно объединить в обобщенный интегратор (рис. 1). Совокупность разностных ур-ний ЦИ, сумматоров и экстраполяторов образует ал-





1. Схема обобщенного интегратора: Σ — сумматор приращений; И — интегратор; Э — экстраполятор. 2. Структура цифровой интегрирующей машины.

горитм Ц. и. м. В общем случае структура Ц. и. м., в которой реализуется указанный алгоритм, включает наряду с ЦИ (И), сумматорами (Σ) и экстраполяторами приращений Э, электронный коммутатор КУ, устр-во управления УУ, устр-ва ввода УВ и вывода ВУ информации (рис. 2), а последовательная Ц. и. м.— и запоминающее устр-во ЗУ.

Ц. и. м. делятся на последовательные и параллельные. В последовательных Ц. и. м. имеется один реальный обобщенный интегратор, последовательно выполняющий ф-ции

всех интеграторов, участвующих в решении задачи. В параллельных Ц. и. м. имеется N реальных интеграторов, работающих параллельно. В зависимости от приращений переменных Ц. и. м. делятся на многоразрядные и одноразрядные. В многоразрядных используют более точные формулы численного интегрирования — ф-лы трапеций и квадратичных парабол, а в одноразрядных — простейшую формулу прямоугольников. При этом отпадает необходимость в экстраполяторах приращений. Одноразрядные Ц. и. м., которые работают на основе ф-лы прямоугольников без экстраполяции приращений, обычно наз. цифровыми дифференциальными анализаторами (ЦДА). Информация между ЦИ в них передается в виде одноразрядных приращений, закодированных в бинарной или тернарной форме. Если многоразрядные Ц. и. м. строятся с экстраполяторами приращений, то они наз. экстраполяционными. Можно, однако, исключить экстраполяторы из структуры многоразрядных Ц. и. м. В этом случае процесс вычислений для сохранения точности ведется итерационным методом. Машины, в которых нет экстраполяторов приращений, наз. интерполяционными Ц. и. м.

Ц. и. м. строят с фиксированной и плавающей запятой. Преимуществом первых является простота структуры, однако в таких машинах из-за необходимости масштабирования переменных существенно осложняется программирование. Программирование в этом случае состоит из следующих этапов: переход от исходных зависимостей к эквивалентным ур-ниям Шеннона; составление коммутирующих прямоугольных матриц, состоящих из коэфф. A_{pkj} и A_{qkj}; определение начальных значений переменных; масштабирование переменных и, наконец, ввод исходной информации и настройка коммутации интеграторов в соответствии с коммутирующими матрицами. В Ц. и. м. с плавающей запятой в результате исключения операции масштабирования достигается макс. простота программирования. Оно сводится к коммутации обобщенных интеграторов и к вводу в интеграторы начальных значений переменных. Однако Ц. и. м. с плавающей запятой имеют более сложную структуру и требуют больших затрат оборудования.

Вследствие параллельного выполнения элементарных арифм. операций в решающих блоках и параллельной работы обобщенных интеграторов скорость работы параллельных Ц. и. м. при прочих равных условиях превышает быстродействие универсальных ЦВМ в сотни и тысячи раз. При этом обеспечивается точность до 5—6 десятичных знаков. Так как Ц. и. м. может быть построена с использованием лишь одного решающего блока — обобщенного цифрового интегратора, то возникает возможность сконструировать однородные цифровые интегрирующие структуры (ОЦИС), которые состоят из однотипных стандартных блоков, включающих обобщенный цифровой интегратор, окруженный несколькими слоями коммутирующих ячеек. Коммутирующие ячейки предназначены для соединения интеграторов в соответствии с решаемой задачей. Различают линейные, плоские и пространственные ОЦИС. Наиболее эффективны ОЦИС в микроэлектронном исполнении, когда каждый стандартный блок выполняется в виде единой большой *интегральной схемы*.

Лит.: Воронов А. А. [и др.]. Цифровые аналоги для систем автоматического управления. М.— Л., 1960 [библиогр. с. 191—194]; Майоров Ф. В. Электронные цифровые интегрирующие машины. М., 1962 [библиогр. с. 405]; Каляев А. В. Введение в теорию цифровых интеграторов. К., 1964 [библиогр. с. 286—288]; Неслуховский К. С. Цифровые дифференциальные анализаторы. М., 1968 [библиогр. с. 256—257]; Каляев А. В. Теория цифровых интегрирующих машин и структур. М., 1970 [библиогр. с. 448—460]; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 783—820].

А. В. Каляев.

ЦИФРОВА́Я МОДЕ́ЛЬ СЕТЕВО́ГО ГРА́ФИКА — разновидность специализированного моделирующего устройства для определения критического пути и других характеристик сетевого графика при решении задач сетевого планирования и управления. При построении Ц. м. с. г. используют временну́ю аналогию, при которой продолжительность выполнения работ сетевого графика моделируется временем задержки электр. сигнала. Величину задержки задают цифровым кодом и реализуют схемами на основе счетчиков, регистров и т. п. Один из возможных вариантов схемы цифровой модели отдельной работы сетевого графика приведен на рис. Счетчики С1 и С2 имеют одинаковую емкость. В исходном положении схемы в С1 записано число импульсов, дополняющее продолжительность работы до полной емкости счетчика. С2 находится в нулевом состоянии. При поступлении из генератора импульсов ГИ сигнала начала работы триггер T_1 устанавливается в единичное состояние и открывает схему совпадения И, через которую в счетчики начинают поступать импульсы тактовой частоты. Через промежуток времени, пропорциональный продолжительности работы, переполнится счетчик С1 и установит в единичное состояние триггер T_2, который зафиксирует на своем выходе факт выполнения работы. Триггер T_1 будет сброшен в нулевое состояние сигналом переполнения С2, который выполняет в схеме роль восстановителя информации, записанной в С1.

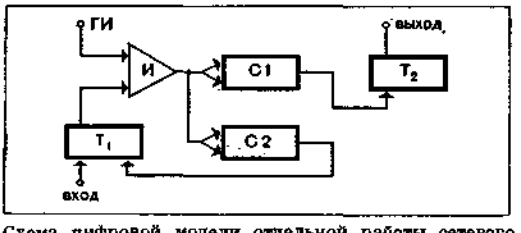


Схема цифровой модели отдельной работы сетевого графика.

Цифровые модели отдельных работ связываются своими входами и выходами в структуру, топологически подобную исследуемому сетевому графику, образуя Ц. м. с. г. Временна́я задержка входного сигнала в такой Ц. м. с. г. пропорциональна величине критического пути. Задавая спец. режимы работы на Ц. м. с. г., можно получить и другие характеристики сетевого графика. В частности, используя генераторы случайных последовательностей импульсов с заданными законами распределения, можно исследовать вероятностные сети.

Ц. м. с. г. используют при построении специализированных вычислительных машин для решения задач *операций исследования*. См. также *Электронное моделирование задач математического программирования, «АСОР»*. *В. В. Васильев.*

ЦИФРОВО́Й ДИФФЕРЕНЦИА́ЛЬНЫЙ АНАЛИЗА́ТОР — *специализированная вычислительная машина*, в состав которой входит цифровой интегратор, реализующий простейшие формы численного интегрирования. Ц. д.а. относится к классу *цифровых интегрирующих машин*.

ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННОЕ МНОЖЕСТВО — множество M, в котором введено *отношение* порядка, т. е. для некоторых пар элементов x, y установлено абстрактное отношение $x < y$ (x предшествует y); при этом ни для какого x не должно быть $x < x$, и из $x < y$ и $y < z$ должно следовать $x < z$ (иногда Ч. у. м. называют упорядоченными). В алгебре Ч. у. м. обычно определяют как мн-во, на котором задано рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение $\leqslant$, называемое также порядком. С отношением $<$, введенным выше (тогда его называют строгим порядком), отношение $\leqslant$ связано следующим образом: $a \leqslant b \Leftrightarrow a < b$ или $a = b$.

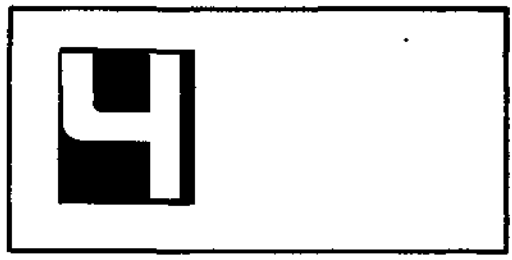
Примеры. 1. Мн-во действительных чисел с обычным упорядочением; $x < y$ означает, что число $y - x$ положительно. В этом случае для любой пары элементов $x = y$ либо $x < y$, либо $y < x$.

2. Мн-во всех матриц $A = (a_{ij})$ с действительными элементами; $A < B$ означает, что $a_{ij} \leqslant b_{ij}$ для всех i, j, но $A \neq B$. Очевидно, что существуют «несравнимые» матрицы $A \neq B$, для которых ни $A < B$, ни $B < A$.

3. Мн-во всех непрерывных ф-ций $f(x)$ на отрезке $[a, b]$; $f < g$ означает, что для всех $x \in [a, b]$ $f(x) \leqslant g(x)$, но $f(x) \not\equiv g(x)$. В этом случае также существуют пары $f \neq g$, для которых ни $f < g$, ни $g < f$.

Понятие частичной упорядоченности важно в сочетании с *алгебраическими структурами* (напр., абелевой группой), или алгебраическими и топологическими (в теории частично упорядоченных линейных пространств). Частичная упорядоченность в кибер. системах часто имеет характер иерархического подчинения. Простейшей моделью такого подчинения является отношение подчинения между гранями симплекса: $x < y$ означает, что грань x является собственной гранью грани y.

Если M — Ч. у. м. с порядком $<$, то положив $a \prec b$ в том и только том случае, когда $b < a$, определим на M новый порядок. Возникающее при этом Ч. у. м. наз. двойственным (или дуальным) к M. Для всякого высказывания о Ч. у. м. существует двойственное высказывание, получаемое заменой символа $<$ на $\prec$. Напр., нижний конус A^{∇} подмн-ва A в Ч. у. м. M определяется условием $A^{\nabla} = \{x \mid x \in M, x \leqslant a$ для всех $a \in A\}$, а верхний конус A^{Δ} — условием: $A^{\Delta} = \{x \mid x \in M, x \geqslant a$ для всех $a \in A\}$. Элемент $a \in M$ наз. максимальным, если $a^{\Delta} = a$, или минимальным, если $a^{\nabla} = a$. Элемент a в Ч. у. м. M наз. наибольшим (или единицей), если $a \geqslant x$ для всех $x \in M$. Двойственным образом определяется наименьший элемент (или нуль). Конечно, всякий наибольший (наименьший) элемент максимален (минимален), но не наоборот. Если среди элементов нижнего конуса a^{∇}, отличных от a, существует наибольший элемент b, то говорят, что a покрывает b (или что b непосредственно предшествует a, или a непосредственно следует за b). Если Ч. у. м. M имеет «0» и «1», то ряд $0 = a_0 < a_1 < \ldots < a_n = 1$, где a_i покрывает a_{i-1}, наз. композиционным рядом.



В исследовании Ч. у. м. и их применений чрезвычайно полезен принцип двойственности: если справедлива какая-либо теорема о Ч. у. м., сформулированная в общелогических терминах и терминах порядка, то справедлива и двойственная ей теорема.

Если для любых элементов x и y из Ч. у. м. M имеет место одно и только одно из трех утверждений: $x = y$, $x < y$, $y < x$, то множество M наз. линейно упорядоченным (или совершенно упорядоченным, а также цепью). Всякий минимальный (максимальный) элемент линейно упорядоченного мн-ва является наименьшим (наибольшим). Вообще говоря, подмножества линейно упорядоченного мн-ва не имеют миним. элементов; напр., во мн-ве $\{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots\}$, упорядоченном обычным отношением «меньше», часть $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\}$ не имеет миним. элемента. Если каждая часть M имеет миним. элемент, M наз. вполне упорядоченным множеством. Напр., мн-во натуральных чисел Z_+ вполне упорядочено, а мн-во Z всех целых чисел — нет. По теореме Цермело (1904), любое мн-во может быть вполне упорядочено, т. е. в нем можно ввести отношение порядка, обладающее описанным выше свойством. Ч. у. м. M, N наз. изоморфными, если существует такое биективное отображение $\varphi : M \to N$, что из $x' < x''$ следует $\varphi(x') < \varphi(x'')$. Если M частично упорядочено, то для любого $x \in M$ подмножество $\{y \mid y \in M, y < x\}$ наз. отрезком M. Для двух вполне упорядоченных мн-в M и N можно показать, что либо M изоморфно отрезку N, либо N — отрезку M: если верно то и другое, то M изоморфно N. Изоморфизм есть *эквивалентности отношение* между вполне упорядоченными мн-вами; классы эквивалентности наз. ординальными (порядковыми) числами. Ord M обозначает ординальное число, соответствующее M. Для ординальных чисел вводится отношение $<$: Ord $M <$ Ord N, если M изоморфно отрезку N, но не N. Конечное ординальное число есть класс эквивалентности, содержащий отрезок натурального ряда $\{1, 2, \ldots, n\}$, с есте-

ственным упорядочением. Наименьшее бесконечное ординальное число ω есть класс, содержащий весь натуральный ряд $\{1, 2, \ldots, n\}$, с естественным упорядочением. Порядковые числа важны как средство доказательства по методу трансфинитной индукции, который является естественным обобщением обычного метода полной индукции. Пусть требуется доказать предложение $P(\alpha)$, формулировка которого содержит произвольное ординальное число α. Принцип трансфинитной индукции состоит в том, что если верно $P(1)$ и из справедливости $P(\beta)$ для $\beta < \alpha$ следует справедливость $P(\alpha)$, то $P(\alpha)$ верно для всех α. Этот принцип можно доказать как теорему в рамках аксиоматической теории мн-в. Применение его требует предварительного полного упорядочения мн-ва объектов, для которых доказывается предложение, что приводит к их трансфинитной нумерации; такое упорядочение возможно в силу аксиомы выбора Цермело. С помощью трансфинитной индукции доказывается ряд важных теорем математики, напр., теорема Хана—Банаха в функциональном анализе. Важным является также построение различных матем. объектов с помощью трансфинитной индукции. Применение трансфинитной индукции часто заменяется подходом, основанным на теореме Цорна. Пусть M — Ч. у. м., $X \subset M$; если $y \in M$ и для всех $x \in X$ $x \leqslant y$, то y наз. мажорантой X. Если всякое линейно упорядоченное подмножество $X \subset M$ имеет мажоранту, M наз. индуктивным. Теорема Цорна о том, что всякое индуктивное упорядоченное мн-во обладает по крайней мере одним максимальным элементом, широко применяется в алгебре, функциональном анализе и др. областях математики. Наглядное представление об этой теореме дает упорядочение подмножеств данного мн-ва «по вложению» ($X < Y$ означает $X \subset Y$, $X \neq Y$).

Доказательства с помощью теоремы Цорна состоят в том, что ищется макс. подмножество M_0 данного мн-ва M, обладающее некоторым свойством, а затем доказывается, что предположение $M_0 \neq M$ приводит к противоречию; отсюда заключают, что требуемым свойством обладает все мн-во M.

Лит.: Alexandroff P. Diskrete Räume. «Математический сборник», 1937, т. 2, в. 3; Канторович Л. В., Вулих Б. З., Пинскер А. Г. Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах. М.— Л., 1950 [библиогр. с. 543—546]; Курош А. Г. Лекции по общей алгебре. М., 1962 [библиогр. с. 383—387]; Скорняков Л. А. Элементы теории структур. М., 1970 [библиогр. с. 145]; Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа. В кн.: Кибернетический сборник, в. 7. М., 1963; Бурбаки Н. Начала математики, ч. 1. Основные структуры анализа, кн. 2. Теория множеств. Пер. с франц. М., 1965. *А. В. Гладкий.*

ЧАСТИЧНО-РЕКУРСИВНЫЕ ФУНКЦИИ — см. *Рекурсивные функции.*

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ — характеристики, получаемые при применении преобразования Фурье *импульсной переходной функции* (импульсной характеристики). Для устойчивой линейной стационарной системы при подаче на вход гармонического колебания $x_1(t) = A_1 \sin \omega t$ ее установившаяся реакция $x_2(t) = A_2(\omega) \sin[\omega t + \psi(\omega)]$. Отношение комплексных изображений выходной и входной величин такой системы в установившемся режиме гармонических колебаний

$$K(j\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1} e^{j\psi(\omega)} = N(\omega) e^{j\psi(\omega)} \quad (1)$$

есть ее частотная характеристика (амплитудно-фазовая частотная характеристика, комплексная передаточная ф-ция, комплексная частотная ф-ция). В нестационарной линейной системе амплитуда $A_2(t, \omega)$ и сдвиг фазы $\psi(t, \omega)$ выходных колебаний изменяются во времени, поэтому частотная характеристика $K(t, j\omega)$ зависит от времени t как параметра и называется параметрической. Аналитически $K(j\omega)$ можно получить из *передаточной функции* $K(s) = \frac{D(s)}{F(s)}$ заменой параметра *Лапласа преобразования* s на $j\omega$.

Частотная характеристика лежит в основе получения различных видов характеристик систем автомат. управления. В соответствии с (1) модуль частотной характеристики есть отношение амплитуд выходного и входного колебаний системы $N(\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1}$, а его зависимость от частоты представляет амплитудную частотную характеристику системы. Аргумент $\psi(\omega)$ частотной характеристики определяет сдвиг по фазе выходного колебания системы относительно входного колебания, а его зависимость от частоты наз. фазовой частотной характеристикой системы. Амплитудную и фазовую частотные характеристики можно определить аналитически или (для устойчивых систем) экспериментально, подавая на вход системы синусоидальное воздействие известной частоты и измеряя отношение амплитуд и сдвиг фаз между выходными установившимися колебаниями и входным воздействием.

Частотную характеристику $K(j\omega)$ при фиксированном значении частоты ω можно изображать радиус-вектором в полярной системе координат. Кривая, описываемая концом вектора $K(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞, наз. амплитудно-фазовой частотной характеристикой системы. При построении годографа этой характеристики в декартовой системе координат $K(j\omega)$ представляют в виде $K(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$, где $P(\omega) = N(\omega) \cos \psi(\omega)$ — вещественная (реальная) частотная характеристика, $Q(\omega) = N(\omega) \times \sin \psi(\omega)$ — мнимая частотная характеристика системы.

Логарифмические частотные характеристики находятся логарифмированием выражения (1): $\ln K(j\omega) = \ln N(\omega) + j\psi(\omega)$. Кривые зависимости $\ln N(\omega)$ и $\psi(\omega)$ от частоты, отложенной в логарифм. масштабе, наз. соответственно логарифм. амплитудной частотной характеристикой системы и логарифмической фазовой частотной характеристикой. Обычно на практике по оси ординат откладывают не $\ln N(\omega)$, а пропорциональную ему величину

20 lg $N(\omega)$, измеряемую в децибелах. Так как при логарифмировании произведение амплитудных характеристик звеньев системы заменяется суммой их логарифм. амплитудных частотных характеристик, то применение логарифм. частотных характеристик упрощает исследование систем автомат. управления. Между $\ln N(\omega)$ и $\psi(\omega)$ для класса *минимально-фазовых систем* существует взаимно однозначная связь. Частотная характеристика линейных стационарных импульсных систем $K^*(j\times\times\bar{\omega}, \varepsilon)$ определяется через импульсную переходную функцию $k[n, \varepsilon]$ либо через частотную характеристику $K(j, \bar{\omega})$ приведенной непрерывной части соответственно следующим образом:

$$K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\bar{\omega}n} k[n, \varepsilon]; \qquad (2)$$

$$K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{j(\bar{\omega}+2\pi n)\varepsilon} Kj(\bar{\omega} + 2\pi n), \quad (3)$$

где $\bar{\omega} = \omega T$ — относительная частота, T — период импульсного элемента (см. *Функция решетчатая*). Ее можно получить также из передаточной функции $K^*(z, \varepsilon)$ заменой z на $e^{j\bar{\omega}}$.

Частотную характеристику импульсной системы можно представить в виде $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon) = N^*(\bar{\omega}, \varepsilon) \cdot e^{j\psi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)}$, при этом, как и для непрерывных систем, зависимости $N^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ и $\psi^*(\bar{\omega}, \varepsilon)$ определяют соответственно амплитудную и фазовую частотную характеристики, а кривая, описываемая концом вектора $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$, — амплитудно-фазовую частотную характеристику. В отличие от непрерывных систем частотная характеристика импульсных систем $K^*(j\bar{\omega}, \varepsilon)$ является функцией не только частоты $\bar{\omega}$, но и параметра ε, в связи с чем эти системы характеризуются семейством частотных характеристик при разных значениях ε. Частотные характеристики импульсных систем являются периодическими ф-циями частоты $\bar{\omega}$ с периодом $\bar{\omega}_0 = 2\pi$.

В *системах управления на переменном токе* полезный сигнал после модулятора представляется огибающей амплитудно-модулированного сигнала несущей частоты. При исследовании таких систем применяются частотные характеристики по огибающей — т. н. эквивалентные частотные характеристики.

Ч. х. с. а. у. используют при анализе устойчивости, качества переходных процессов и динамической точности, синтезе корректирующих устройств и т. д. См. также *Лапласа дискретные преобразования, Дискретных систем автоматического управления синтез, Дискретных систем автоматического управления анализ, Непрерывных систем автоматического управления синтез, Устойчивости дискретных систем теория.*

Лит.: Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л., 1962 [библиогр. с. 596—600]; Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М., 1963 [библиогр. с. 926—963]; Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1972 [библиогр. с. 756—760]; Теория автоматического регулирования, кн. 1—2. М., 1967 [библиогр. кн. 1, с. 743—763; кн. 2, с. 653—674].

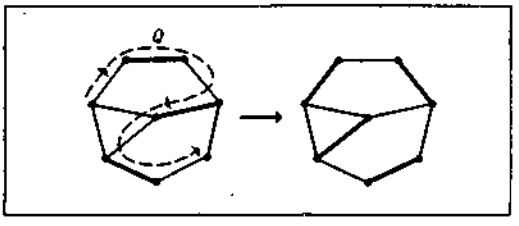
Г. Ф. Зайцев.

ЧЕ́БЫШЕВА ЗАДА́ЧА РАВНОМЕ́РНОГО ПРИБЛИЖЕ́НИЯ — см. *Аппроксимация функций равномерная* (чебышевская).

ЧЕЛОВЕ́К-ОПЕРА́ТОР — человек, принимающий участие в управлении объектами и системами и являющийся составным элементом *эргатической системы*. В *системе «человек—машина»* Ч.-о. может выступать в роли приемника и ретранслятора информации, анализировать информацию и принимать решения, вырабатывать управляющие команды, осуществлять контроль исправности элементов системы, программировать работу системы и ее узлов, а также быть исполнителем той или иной команды. Многоканальностью восприятия и передачи информации, рациональным использованием избыточной информации, способностью при некотором обучении действовать в системах управления с различными функциональными и структурными схемами и др. человек выгодно отличается от *автомата*. Малая пропускная способность, сравнительно быстрое наступление усталости, способность отвлекаться и забывать, большая зависимость от внеш. воздействий и др. свойства человека, уступающие свойствам существующих автоматов, определяют рациональное распределение функций между человеком и автоматами в управляемых системах. *В. Е. Кабикин.*

ЧЕРЕДУ́ЮЩАЯСЯ ЦЕПЬ — *цепь* графа $L = (X, U, P)$ с выделенным в нем суграфом $L' = (X, U', P)$, обладающая тем свойством, что ребра, принадлежащие U' («жирные»), чередуются с ребрами, не принадлежащими U' («тонкими»). Сдвиг суграфа L' в L по Ч. ц. Q с мн-вом ребер V — это замена L' новым суграфом $L'' = (X, U'', P)$, где $U'' = (U' \setminus V) \cup (V \setminus U')$, т. е. замена вдоль цепи Q всех «жирных» ребер «тонкими» и наоборот.

Суграф L', ребра которого не имеют друг с другом общих вершин, наз. паросочетанием *графа* L; если Q — простая Ч. ц. относительно L', такая, что ее начальная и конечная вершины не инцидентны никаким ребрам из U', то сдвиг L' по Q приводит к новому паросочетанию L'', содержащему на одно ребро больше, чем L' (см. рис.); если же Ч. ц. указанного вида в L нет, то паросочетание L' содержит наибольшее возможное к-во ребер. Этим пользуются в *графов теории* и ее



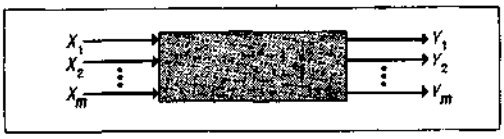
приложениях (напр., при решении задачи об оптим. назначении кандидатов на должности). Метод, основанный на сдвигах суграфов по Ч. ц., наз. еще венгерским. *А. А. Зыков.*

ЧЕРНИ́ЛА МАГНИ́ТНЫЕ — разновидность легко наносимого на основу (бумага, картон и т. п.) слоя магнитного *носителя информации.* Магнитную запись осуществляют, изменяя состояние сплошного магн. носителя («невидимая» запись) с регистрацией посредством магн. головок либо нанесением Ч. м. (с раствором красящих веществ) заданных геометрических образцов в виде видимых отпечатков соответствующей информации, например, цифровой.

«ЧЁРНЫЙ ЯЩИК» — система, в которой внешнему наблюдателю доступны лишь входные и выходные величины, а внутреннее устройство ее и процессы, в ней протекающие, неизвестны. Ряд важных выводов о поведении системы можно сделать, наблюдая лишь реакции выходных величин на изменение входных. Такой подход, в частности, открывает возможности изучения систем, устройство которых либо неизвестно, либо слишком сложно для того, чтобы можно было по свойствам составных частей этих систем и структуре связей между ними делать выводы об их поведении.

Пусть на вход системы подаются воздействия $X_1, X_2, \ldots, X_m$, на выходе ее получают выходные $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ (рис.). Наблюдая достаточно долго за поведением такой системы, и, если потребуется, выполняя активные эксперименты над ней, т. е. изменяя некоторым определенным образом входные воздействия, можно достигнуть такого уровня знаний свойств системы, чтобы иметь возможность предсказать изменение ее выходных координат при любом заданном изменении входных. Однако, как бы детально не изучалось поведение «Ч. я.», мы не сможем получить однозначного решения о его внутреннем устройстве, ибо одним и тем же поведением могут обладать разные системы. Они неотличимы друг от друга для наблюдателя, которому доступны только их входные и выходные координаты.

Поэтому изучение системы методом «Ч. я.» принципиально не может привести к однозначному выводу об ее внутр. структуре, поскольку поведение ее ничем не отличается от поведения изоморфных ей систем.



«Черный ящик».

Метод, использующий «Ч. я.», широко применяют для решения задач моделирования управляемых систем (особенно при исследовании сложных киберн. систем) в тех случаях, когда представляет интерес поведение системы, а не ее строение.

ЧЁРЧА ТЕ́ЗИС — положение, согласно которому понятие частично-рекурсивной функции является строгим математическим уточнением функции вычислимой в интуитивном смысле. Назван по имени амер. математика А. Чёрча (р. 1903). См. *Алгоритмов теория.*

ЧИСЛА́ ФОРМА́Т — вид представления числа, задаваемый либо описанием характеристики числа, либо с помощью шаблона. При задании Ч. ф. указываются такие параметры, как основание *системы счисления;* способ задания (с фиксированной или с плавающей запятой), разрядность (к-во знаков до и после запятой), порядок числа, наличие операционного знака и т. д. Ч. ф. определяет форму его представления на носителе информации при хранении и выводе его на числовую интерпретацию при обработке.

ЧИСЛЕ́ННЫЕ МЕ́ТОДЫ — методы приближенного или точного решения задач чистой или прикладной математики, основанные на построении конечной последовательности действий над конечным множеством чисел. Ч. м. являются предметом изучения *вычислительной математики.* Для решения и исследования задач прикладной математики в наст. время принята и представляется наиболее эффективной следующая методология. Во-первых, составляется *модель математическая* (м. м.) процесса. Обычно м. м. формулируется в терминах интегр. и дифф. уравнений ф-ций непрерывного аргумента. Это т. н. континуальная м. м. Она является экономным способом описания конечной совокупности (ансамбля) дискретных объектов, когда к-во этих объектов становится большим. Такой м. м. является, напр., интегро-дифф. уравнение Больцмана, описывающее поведение ансамбля частиц в некотором объеме. Во-вторых, осуществляется переход от континуальной м. м. к дискретной м. м. Этот переход заключается в замене ф-ций непрерывного аргумента ф-циями дискретного аргумента и ур-ний континуальной м. м. конечно-разностными ур-ниями. При этом интеграл заменяется конечной суммой, а производная — разностным отношением. В результате, как правило, приходят к системе большого к-ва ур-ний с большим к-вом неизвестных (дискретная м. м.). В-третьих, составляется Ч. м. или *вычислительный алгоритм* (в. а.) для решения полученной системы ур-ний с некоторой указанной точностью. В-четвертых, производится программирование, т. е. перевод в. а. на язык вычисл. машин.

Указанные четыре этапа составляют «технологическую цепочку» современной вычисл. математики. Содержащиеся в ней переходы от исходной совокупности дискретных объектов (напр., ансамбль молекул в заданном объеме газа) к континуальной модели, а затем к другой системе дискретных объектов (разностная сетка) необходимы для уменьшения объема перерабатываемой информации. Так, в указанном примере ансамбль очень большого к-ва частиц (10^{24}) заменяется совокупностью ячеек сетки в значительно меньшем к-ве (10^5—10^6), а законы сохранения в каждом акте со-

ударения заменяются законами сохранения для ячеек сетки, что приводит также к большой, но доступной для ЭВМ системе ур-ний. Указанный порядок не является обязательным. Так, в нейтронной физике иногда не приходят к континуальной м. м., а пользуются статистической выборкой нейтронов, получая прибл. представление ансамбля нейтронов с помощью системы «представителей», подчиняющихся тем же законам *(Монте-Карло метод)*. Аналогично этому, при расчете плазмы пользуются моделью «больших молекул». В экономике также, как правило, конечная совокупность дискретных объектов непосредственно описывается дискретной моделью.

В последнее время в вычисл. математике все больше утверждается точка зрения автономии дискретных м. м. При этом континуальной м. м. отводится роль посредника между различными дискретными м. м. и средства логически замкнутого описания процесса. При переходе от континуальной м. м. к дискретной производится замена континуального *оператора* соответствующим дискретным. Так, дифф. оператор заменяется разностным, интеграл — суммой и т. д. Такая замена приводит к появлению погр. аппроксимации. В практических вычислениях следует учитывать также *округления погрешность*, возникающую в ЭВМ при операциях над маш. числами, имеющими ограниченное к-во *значащих цифр*. Учитывая это, получают реальный в. а. в отличие от теоретического в. а. Это привело к необходимости проводить анализ погр. округления и гарантированных оценок точности реальных вычислений и дало толчок к возникновению интервального анализа (см. *Погрешность*, *Погрешностей вычислений теория*).

Особое значение при этом приобрел анализ устойчивости вычисл. алгоритма (см. *Устойчивость разностных схем)*, т. е. анализ критериев и условий роста погр. округления и аппроксимации. Следует отметить, что во многих вычисл. алгоритмах, разработанных до появления ЭВМ, приняты во внимание только погр. аппроксимации, а погр. округления не учтены и вследствие этого такие в. а. нередко оказывались неустойчивыми. В совр. в. а. требование устойчивости является совершенно необходимым.

Осн. вопросом теории в. а. является получение в. а., удовлетворяющих требованиям высокой точности, устойчивости и экономичности, которая может быть измерена некоторым условным маш. временем (см. *Вычислительных алгоритмов характеристики)*. Эти требования независимы, фактически взаимно противоречивы и тем самым определяют «пространство» матем. теории в. а. Составление в. а., удовлетворяющего этим требованиям, представляет собой сложную задачу оптимизации в. а. Существуют разнообразные Ч. м. для решения многих важных классов задач (см. ст. о способах решения соответствующих типов ур-ний и классов задач).

Основой Ч. м. решения задач матем. физики является дискретизация задачи с последующим сведением полученных, вообще говоря, нелинейных ур-ний к системе линейных алгебр. ур-ний. В связи с этим Ч. м. можно подразделить по способу дискретизации на проекционные и конечно-разностные, а по способу решения линейной системы — на прямые и итерационные. В *проекционных методах* искомая ф-ция аппроксимируется некоторым элементом конечномерного векторного простр., который является линейной комбинацией элементов некоторой полной системы ф-ций (метод Фурье—Ритца—Галеркина). В *конечноразностных методах* искомая ф-ция задается ее значениями на дискретном мн-ве точек, и эти значения подлежат определению. В наст. время происходит идейное сближение двух указанных групп методов, поскольку дискретная ф-ция в разностных методах может рассматриваться как линейная комбинация разностных или полиноминальных ф-ций с конечным носителем.

Решения больших систем линейных ур-ний, полученные *прямыми методами* (напр., метод исключения Гаусса, метод Крамера), не всегда устойчивы, поэтому в последнее время предложены новые, спец. методы решения, особенно эффективные для матриц регулярной структуры (редкие матрицы с диагональным преобладанием),— это скалярная, векторная и матричные факторизации, получившие широкое распространение в задачах матем. физики. Все большую роль начинают играть *итерационные методы*, которые, в сочетании с *дробных шагов методом*, являются весьма устойчивыми и обеспечивают быструю сходимость.

Итерационные и прямые методы для своей опт-ции требуют информации о спектре матрицы, по крайней мере о верхней и нижней границах спектра. Это приводит к необходимости разыскивать собственные значения матрицы (см. *Собственных значений и собственных векторов матриц способы вычисления)*. Задача о собственных значениях возникает также при исследовании устойчивости гидродинамических течений или мех. систем. Большое значение имеют методы сведения нелинейных ур-ний к системе линейных, особенно метод итераций по нелинейности (простой и по Ньютону), метод предикатор-корректор, квазилинеаризации и др.

В последнее время большое значение приобретают нерегулярные системы, к которым приводят задачи о потоках в различного рода сетях (тепловых, энергетических сетях, трубопроводах). Здесь теория разностных схем сочетается с *графов теорией*.

Все большее значение приобретают Ч. м., основанные на дискретной м. м., исключающей (полностью или частично) континуальную модель (метод Монте-Карло, метод частиц). В методе Монте-Карло величине x, которую нужно вычислять, ставится в соответствие некоторая *случайная величина* ξ, *математическое ожидание* которой равняется x. Величина ξ и *случайный процесс* моделируются на

ЭВМ, и средняя ξ по достаточно большому к-ву испытаний принимается за приближенное значение x. В наст. время матем. техника метода Монте-Карло значительно выросла, разработаны остроумные методы построения случайных величин и случайных процессов и уменьшения их *дисперсии*.

Для т. н. *некорректно поставленных задач*, возникающих во многих важнейших приложениях математики, разработано много новых Ч. м. (см. *Некорректно поставленных задач способы решения*). Уже имеются результаты по созданию оптим. Ч. м. решения некоторых таких классов задач. За критерий оптимальности обычно принимается требование минимизации погрешности Ч. м. или минимизации к-ва осн. операций ВМ при заданной погр. При этом учитывается факт многократного решения задачи одного и того же типа. Для решения сложных задач на *вычислительных системах* разработана теория т. н. параллельных в. а., или p-алгоритмов. Многие из указанных Ч. м. запрограммированы и являются частью библиотек стандартных программ матем. обеспечения совр. ВМ (см. *Математическое обеспечение ЦВМ*).

В связи с большим разнообразием Ч. м., ведущих начало от конкретных задач, возникла необходимость их классификации и унификации, что в свою очередь приводит к *приближенных методов общей теории*, тесно связанной с функциональным анализом, *топологией*, *информации теорией* и т. д. Алгоритмов, которыми пользуются в совр. Ч. м., очень много. Если их реализовать в виде системы достаточно универсальных *программ*, они могут стать производственными (управляющими) алгоритмами и послужить основой совр. технологии и производства. *Н. Н. Яненко.*

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ — методы, непосредственно использующие рекуррентное соотношение Беллмана для построения оптимального поведения в многоэтапных задачах.

Рекуррентное соотношение Беллмана имеет вид

$$f_m(p) = \max_{q \in S(p)} \{g(p, q) + f_{m-1}(T_q(p))\}, \quad (1)$$

$$p \in D, \quad N \geqslant m \geqslant 2;$$

$$f_1(p) = \max_{q \in S(p)} g(p, q), \quad (2)$$

где p — состояние процесса, D — мн-во состояний, q — управление, $S(p)$ — мн-во возможных управлений в состоянии p, T_q — оператор перехода при применении управления q, $g(p, q)$ — ф-ция дохода за один шаг, N — число шагов, $f_m(p)$ — значение ф-ции критерия, определяемое при осуществлении оптим. поведения на m шагов процесса, если его начальное состояние p. Из рекуррентных соотношений следует, что точное решение задачи *программирования динамического* можно получить лишь в том случае, если мн-во D является конечным. Пусть число элементов мн-ва D равно n, число элементов в каждом из мн-в $S(p)$ не превышает l. Тогда на каждом шаге процесса динамического программирования мы должны использовать соотношение (1) не более n раз. Однократное использование этого соотношения требует вычисления сумм вида

$$g(p, q) + f_{m-1}(T_q(p)) \quad (3)$$

не более l раз. Пусть c — верхняя граница числа операций для вычисления выражения (3). Тогда общее число операций можно приближенно оценить сверху величиной $cnlN$; при этом требуется память порядка nN ячеек. Если мн-ва $S(p)$ и (или) мн-во D являются бесконечными, то эти мн-ва аппроксимируются некоторыми мн-вами с конечным числом элементов. Если мн-во D представляет собой некоторое компактное подмн-во эвклидова пространства, то для получения дискретной аппроксимации этого подмножества можно ввести в этом пространстве некоторую дискретную сетку, узлы которой, принадлежащие D, образуют аппроксимирующее мн-во. Однако этот способ эффективен лишь для задач, в которых размерность мн-ва D не превышает трех, т. к. при большей размерности для получения приемлемой точности решения аппроксимирующее мн-во должно содержать слишком большое число узлов. Эти трудности частично преодолеваются с помощью метода множителей Лагранжа, когда удается путем включения части ограничений аддитивного типа в функционал с неопределенными множителями уменьшить размерность пространства состояний. Если ф-ции $g(p, q)$ вогнуты по p, q, то удается уменьшить время счета путем более эффективного поиска максимума в соотношениях (1), (2).

Лит. см. к ст. *Программирование динамическое.* *Н. Э. Шор.*

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН — числа, определяющиеся по закону распределения *случайной величины* и дающие некоторое представление о расположении ее значений на числовой оси. Наиболее важные Ч. х. с. в. — *математическое ожидание* и *дисперсия*. Важными Ч. х. с. в. являются также моменты и квантили. Момент порядка k случайной величины ξ с ф-цией распределения $F(x)$ определяется по ф-ле $m_k = M\xi^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k dF(x)$. В частности, $m_1 = M\xi$, $D\xi = m_2 - (m_1)^2$. При некоторых дополнительных предположениях закон распределения случайной величины однозначно восстанавливается, если известны все моменты (напр., это так, если в некотором интервале сходится ряд $\sum \frac{m_{2n}}{(2n)!} t^n$). Квантилью порядка p $(0 < p < 1)$ случайной величины ξ с ф-цией распределения $F(x)$ наз. такое x_p, что $P\{\xi < x_p\} = F(x_p) = p$. Квантиль порядка 1/2 наз. медианой. Квартили

$x_{1/4}$, $x_{1/2}$, $x_{3/4}$, **децили** $x_{0,1}$, $x_{0,2}$, ..., $x_{0,9}$ и **процентили** $x_{0,01}$, $x_{0,02}$, ..., $x_{0,99}$ делят числовую прямую соответственно на 4, 10 и 100 интервалов, вероятности попадания в которые равны (по крайней мере, когда $F(x)$ — непрерывная ф-ция). Квантили существуют у каждого распределения, но они не обязательно однозначно определены. Таблицы квантилей широко используются в *математической статистике*. *М. И. Ядренко.*

ЧИТА́ЮЩИЙ АВТОМА́Т, оптическое читающее устройство — устройство, осуществляющее автоматическое распознавание оптических изображений букв, цифр или других знаков, напечатанных или написанных на бумаге в форме, удобной для чтения этих знаков человеком. Ч. а. предназначены для автомат. ввода печатной или письменной информации в *вычислительные машины* или в другие системы переработки информации. Применение Ч. а. позволяет избежать больших затрат ручного труда, необходимого при вводе данных с помощью перфокарт или перфолент. На стадии исследования находятся в настоящее время Ч. а., распознающие не отдельные буквы, а сочетания нескольких соседних букв или целые слова, фразы, и т. п. Такие Ч. а. обеспечили бы более надежный ввод информации за счет избыточности текста.

Ч. а. должен для каждого знака вырабатывать *код*, соответствующий его наименованию в алфавите и не зависящий от несущественных особенностей конкретного изображения. Напр., если очередным символом на читаемом документе является буква «А», то автомат должен выдать код буквы «А» независимо от толщины линий изображения, от его расположения в поле зрения автомата и от различных дефектов (загрязнений, непропечаток и т. п.), если эти дефекты не делают изображение буквы «А» более похожим на какую-нибудь другую букву.

Вырабатываемые Ч. а. коды обычно реализуются в виде электр. сигналов. Таким образом, Ч. а. осуществляет преобразование изображения в электр. сигнал. На первый взгляд такую же ф-цию выполняют телевизионная камера и фототелеграфный аппарат. Однако Ч. а. принципиально отличается от этих устр-в: Ч. а. не только преобразует изображение в электр. сигнал, но и существенным образом перерабатывает этот сигнал. Ч. а. отбраковывает сигналы, соответствующие посторонним изображениям, отбрасывает несущественные детали изображения и извлекает из изображения наиболее существенную информацию о его принадлежности к определенному классу, т. е. информацию об абстрактном образе этого изображения. Следовательно, Ч. а. осуществляет *распознавание образов*.

Принцип действия Ч. а. заключается в следующем. Механизм подачи документов (рис.) отделяет очередной документ от стопки, содержащей несколько десятков или сотен документов, которые должны быть прочитаны. Чаще всего отделение документа осуществляется с помощью вакуумных присосок так же, как и в некоторых полиграфических машинах. Для чтения текста микрофильма применяют механизм подачи, подобный лентопротяжному устр-ву кинопроектора. Однако такие механизмы применяются редко, т. к. чтение документов, напечатанных на бумаге, в настоящее время применяется более широко по сравнению с чтением микрофильмов. Механизм подачи продвигает документ к сканирующему устр-ву, которое ищет строки документа и одно за другим развертывает изображения знаков в строке.

Процесс развертки так же, как и в телевизионных камерах, состоит в поочередном измерении «черноты», т. е. коэфф. поглощения света для отдельных очень маленьких, напр., размером 0,1 × 0,1 *мм*², элементарных участков, на которые раскладывается изображение знака. Измерение черноты производится с помощью светочувствительных приборов: передающих телевизионных трубок, фотоумножителей, фотодиодов или др.

В последнее время вместо систем развертки часто применяют системы параллельной дискретизации, в которых с помощью многих светочувствительных элементов (фотодиодов) осуществляется одновременное измерение черноты многих элементарных участков изображения. Такая система напоминает по своему устройству сетчатку глаза. Всякое сканирующее устройство, как и искусственная *сетчатка*, в конечном итоге преобразует изображение в электр. сигналы, т. е. выполняет лишь простейшую ф-цию, свойственную телевизионной камере. Выбор того или иного способа преобразования не является существенным с точки зрения возможностей распознавания. Он влияет преимущественно на скорость работы Ч. а. и на объем входящей в его состав аппаратуры, причем увеличение скорости требует, как правило, увеличения объема аппаратуры.

Наиболее существенной частью Ч. а., которая определяет вероятность правильного распознавания, допустимые вариации начертания символов, требования к качеству печати и т.п., является распознающее устр-во. В большинстве современных Ч. а. такое устр-во сравнивает анализируемое изображение (или соответствующий ему сигнал) с некоторыми идеализированными, обобщенными изображениями — *эталонами*, которые являются типичными представителями изображений каждого класса. Обычно точное совпадение изображения с эталоном не требуется. Сравнение происходит путем вычисления величин, характеризующих сходство изображения с эталоном (см. *Сходства критерии*). Напр., в простейшем случае, когда чернота каждого элементарного участка принимает только два значения — «0» для белого участка и «1» для черного — роль такой величины может играть число элементарных участков, для которых чернота изображения и эталона совпадают.

Эталоны хранятся в распознающем устр-ве либо в виде записанных на магнитном носителе электр. сигналов, которые соответствуют

эталонным изображениям, либо реализуются в виде специальных электр. цепей, параметры которых характеризуют компоненты эталона. Такую цепь строят так, что, подавая на ее входы сигнал, соответствующий распознаваемому изображению, на выходе цепи получают новый сигнал, величина которого характеризует сходство, т. е. степень совпадения входного сигнала с эталоном.

Напр., если изображение представлено в виде электр. напряжений, получаемых одновременно с выходов многих фотоэлементов, то эталон можно реализовать в виде набора проводимостей, каждая из которых проводит ток от соответствующего фотоэлемента к общему узлу. Суммарный ток в этом узле равен скалярному произведению вектора напряжений (т. е. вектора, компонентами которого служат напряжения на выходах фотоэлементов) на вектор проводимостей. При соответствующей нормировке последнего ток пропорционален косинусу угла между этими векторами, т. е. характеризует их близость. В частности, число участков с одинаковой чернотой может быть представлено как скалярное произведение вектора изображения со специально построенным эталоном и реализовано с помощью подобной цепи. В распознающем устр-ве отыскивается эталон, сходство которого с данным изображением является наибольшим. Номер этого эталона или соответствующий код служит результатом распознавания и выдается из Ч. а. в вычислительную машину или на перфорирующее устр-во.

Распознавание знаков является частным случаем проблемы распознавания образов. Это одна из наиболее трудных проблем в современной кибернетике. Даже в простейшем случае распознавания печатных букв электр. сигналы, получаемые при развертке изображений одного класса, чрезвычайно разнообразны. Это обусловлено непостоянством толщины и контрастности линий, наличием случайных дефектов печати и загрязнений бумаги, непостоянством расположения изображений в поле зрения сканирующего устр-ва. Это разнообразие изображений приводит к необходимости либо разрабатывать сложные процедуры нормализации изображений, т. е. приведения к стандартному расположению, стандартным размерам и т. п., либо предусматривать по нескольку эталонов на каждый класс и производить сравнивание с каждым эталоном по нескольку раз при различных взаимных расположениях эталона и изображения. Первый из указанных путей приводит к сравнительно большой вероятности ошибок, т. к. нормализация, выполняемая до распознавания, при наличии случайных помех оказывается ненадежной. Второй путь приводит к снижению скорости распознавания и к усложнению устр-в. Более совершенные методы распознавания, свободные от обоих указанных недостатков, находятся в стадии исследований (см. *Распознавание зрительных образов*).

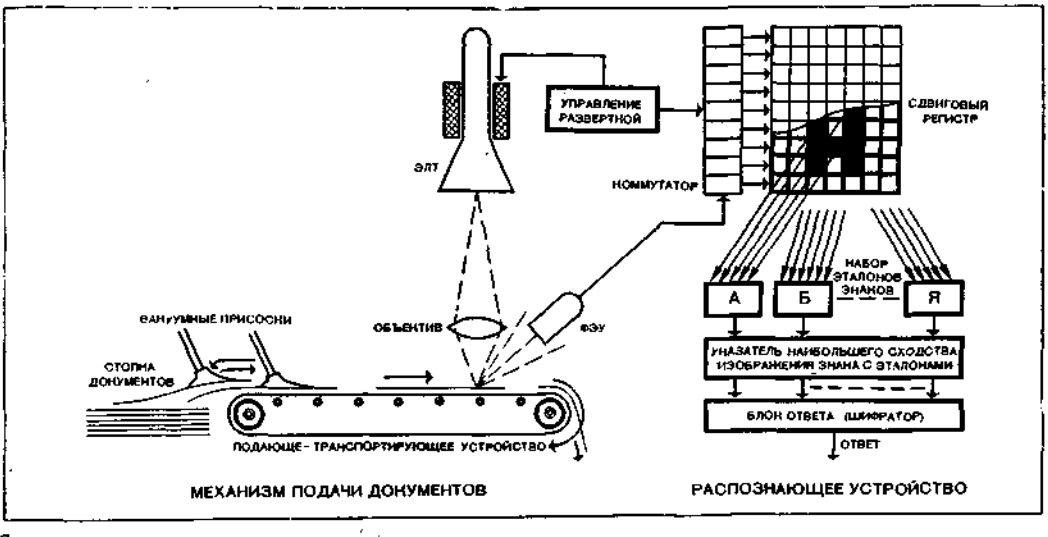


Схема читающего автомата.

Современные Ч. а. существенно различаются по своим возможностям. Простейшие из них приспособлены лишь для чтения стилизованных шрифтов, т. е. шрифтов, в которых знакам придана специальная, несколько необычная форма с целью упрощения процесса автомат. распознавания. Такие Ч. а. требуют применения спец. пишущих машинок для заполнения читаемых документов, что существенно ограничивает сферу их применения. Более дорогими и сложными являются Ч. а., рассчитанные на распознавание шрифта обычной пишущей машинки. Наличие в алфавите похожих букв, таких как Ш—Щ, Э—З и др., а также низкое качество изображений знаков,

характерное для обычной пишущей машинки, делают проблему получения высокой достоверности распознавания в этом случае очень трудной. Ч. а. этого типа по их сложности и стоимости можно сравнить с малыми ЦВМ, а их качество характеризуется вероятностью ошибок, которая большей частью лежит в пределах 10^{-5} (для высокого качества печати) — 10^{-3} (в подавляющем большинстве случаев).

Наиболее совершенными считаются многошрифтовые Ч. а., рассчитанные на чтение текстов, напечатанных различными типографскими или машинописными шрифтами. Такие Ч. а. имеют в своем составе *оперативное запоминающее устройство*, в котором хранятся эталоны одного или двух-трех шрифтов. Распознаваемый знак сравнивается с этими эталонами. Эталоны нескольких других шрифтов (до нескольких десятков различных шрифтов) хранятся на *ленте магнитной* или *диске магнитном* и по мере надобности быстро переписываются в оперативное запоминающее устр-во. Такие Ч. а. являются сложными и дорогими вычисл. устр-вами; их можно сравнивать с большими ЦВМ. Они могут воспринимать как простые документы типа банковских чеков, где читаемые знаки расположены в единственной строке, так и многострочные документы или страницы из книг и журналов. Перестройка Ч. а. для чтения документов другого типа, формата, шрифта осуществляется путем программного управления работой автомата. Программа его работы хранится на магнитной ленте или диске и так же, как в ЦВМ, вводится в оперативную память. Скорость работы Ч. а. этого типа (с учетом затрат времени на перемещение документа, поиск строк и т. п.) достигает нескольких сот знаков в 1 *сек*.

Создано также несколько образцов Ч. а. для распознавания рукописных знаков, прежде всего рукописных стилизованных цифр. Цифры должны быть написаны с определенными ограничениями, напр., вписаны в рамочки стандартного размера или даже написаны по заранее напечатанному на бланке трафарету (как это сделано для почтовых индексов на конвертах). Для распознавания рукописных знаков метод сравнивания с эталонами мало пригоден. Вместо непосредственного сравнивания используют различные методы анализа геом. структуры изображения. Несмотря на указанные ограничения стиля написания, разработанные методы распознавания рукописных знаков еще не позволяют получить такую высокую вероятность правильного распознавания рукописных знаков, как в случае распознавания их человеком. Наметившиеся новые пути решения проблемы распознавания позволяют рассчитывать на появление Ч. а., пригодных для надежного распознавания печатных знаков произвольных шрифтов, а также рукописных знаков.

Ч. а. применяют в тех случаях, когда требуется вводить в вычисл. машины большое количество документов. Ч. а. средней производительности может заменить труд нескольких десятков человек, работающих с обычными перфорирующими устр-вами. Поэтому сравнительно высокая стоимость Ч. а. быстро окупается. Даже в случае, когда документы нужно перепечатывать на машинке специально для Ч. а., использование Ч. а. оказывается оправданным в связи с тем, что ошибки можно отыскивать и исправлять непосредственно во вводимом в ЦВМ документе. В тех же случаях, когда документ с самого начала печатается шрифтом, пригодным для автомат. чтения, и после подписания или проверки определенными лицами должен быть введен в машину, экономическая эффективность применения Ч. а. очень велика. Примером такого документа может служить наряд на получение определенного товара со склада. Название товара, количество, стоимость, наименование получателя и др. данные могут быть сразу отпечатаны на пишущей машинке. После того, как на наряде поставлены все необходимые подписи, в т. ч. подпись получателя, человек, проверивший наличие всех подписей, может передать этот наряд для ввода в ЦВМ через Ч. а. Таким способом удобно вести учет выданных товаров и расчеты с получателями.

Ч. а. широко используются для обработки банковских чеков, различных счетов, заявок, статистических отчетов и т. п. Ч. а. другого типа, рассчитанные на чтение страниц с типографским текстом, используются при *машинном переводе* с одного языка на другой, *реферировании автоматическом* науч. статей, при лингвистических исследованиях и др. Сфера применения Ч. а. все более расширяется по мере повышения их качества и снижения стоимости.

Лит.: Автоматизация ввода письменных знаков в электронные вычислительные машины, т. 1—2. Вильнюс, 1969; Уилсон Р. Оптические читающие устройства. Пер. с англ. М., 1969.

В. А. Ковалевский.

ЧИТА́ЮЩИЙ АВТОМА́Т КОРРЕЛЯЦИО́ННЫЙ — устройство для распознавания машинописных или типографских букв и цифр, основанное на *корреляционном методе распознавания*. На входе такого устр-ва находится изображение машинописного знака, выходным же сигналом является *код* буквы или цифры, которой это изображение соответствует.

Для каждого распознаваемого изображения в Ч. а. к. определяют *сходства критерии* с некоторыми эталонными изображениями и указывают номер *эталона*, для которого величина этого сходства максимальна. Мера сходства, вычисляемая в Ч. а. к., по своему виду не отличается от известного в статистике коэфф. корреляции, и, по аналогии с последним, названа корреляцией. Как правило, каждой букве или цифре соответствует единственный эталон, и число эталонов равно числу распознаваемых знаков (10 эталонов при распознавании цифр, 33 эталона при распознавании букв и т. д.).

С целью повышения достоверности распознавания или расширения возможностей автомата иногда используют несколько эталонных изображений для некоторых или для всех

знаков. Поскольку величина корреляции эталонного и распознаваемого изображений существенно зависит от положения последнего в поле зрения, необходимо принимать меры для того, чтобы распознаваемое изображение занимало одно и то же положение, т. е. необходимо осуществлять центрирование изображения. Наиболее помехоустойчивый метод центрирования заключается в вычислении коэфф. корреляции распознаваемого изображения и всех эталонов при всех возможных их взаимных расположениях. При этом фиксируется номер эталона, обеспечивающего максимум корреляции при таком взаимном расположении, когда макс. корреляция является наибольшей. Кроме указанных вычислений, в *читающем автомате* должны быть приняты меры для разделения знаков в строке. Ч. а. к. применяют для чтения машинописных или типографских текстов, напечатанных заданным шрифтом.

Лит.: Ковалевский В. А. Корреляционный метод распознавания изображений. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1962, т. 2, № 4; Баранко А. С. [и др.]. Корреляционный читающий автомат со сдвиговым регистром ЧАРС. В кн.: Читающие автоматы и распознавание образов. К., 1965; Ковалевский В. А. Алгоритм разделения машинописной строки на знаки при отсутствии пробелов. В кн.: Труды III Всесоюзной конференции по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации, т. 3. М., 1967. *М. И. Шлезингер.*

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ТЕОРИЯ — теория, изучающая влияние вариации параметров на динамические свойства систем. См. *Динамических систем теория чувствительности.*

ШАГ КВАНТОВА́НИЯ — см. *Квантование.*

ШЕННО́НА ЛАБИРИ́НТ — см. *Игрушки кибернетические.*

ШЕННО́НА МЫШЬ — см. *Игрушки кибернетические.*

ШЕННО́НА ФУ́НКЦИЯ — функция $L(n)$, равная такому наименьшему числу, что любую функцию *алгебры логики* $f(x_1, \ldots, x_n)$ от n переменных можно реализовать *схемой контактной*, содержащей не более чем $L(n)$ контактов. Впервые ввел ее амер. математик К. Шеннон (р. 1916) (отсюда и название — «Ш. ф.»). Впоследствии подобную ф-цию изучали для схем из произвольных элементов и для отдельных классов таких схем (напр., параллельно-последовательных схем). В настоящее время термин Ш. ф. относится к семейству всех таких ф-ций, но каждый раз при этом указывают, какой класс схем рассматривается. Изучалось асимптотическое поведение Ш. ф. для класса всех ф-ций алгебры логики, а также для многих важных *классов замкнутых функций алгебры логики.* *М. И. Кратко.*

ШЕ́ПЛИ ВЕ́КТОР — функция, описывающая априорное распределение сил отдельных игроков в *игре кооперативной* на основе *характеристической функции.* Таким образом, Ш. в. является одним из *оптимальности принципов* для нестратегических игр. Для каждой игры он существует и единственен. Ш. в. вычисляется по ф-ле

$$\Phi_i(v) = \sum_{K \in I} \frac{(|K|-1)!\,(n-|K|)!}{n} \times$$

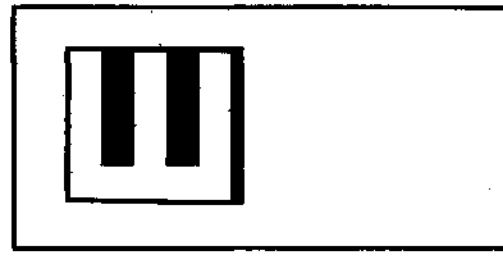
$$\times [v(K) - v(K - \{i\})],$$

где $|K|$ — число игроков коалиции K, $I = \{1, \ldots, n\}$, $v(K)$ — характеристическая ф-ция. Эта ф-ла получается на основании естественных аксиом симметрии (Ш. в. не зависит от нумерации игроков), эффективности (неэффективный игрок получает свой миним. гарантированный выигрыш) и аддитивности (Ш. в. суммы двух игр равен сумме Ш. в. этих игр). Ш. в. применяют в оценках рынков, для обработки данных голосования и т. п. *Ю. Грунд.*

ШЕ́ФФЕРА ШТРИХ, Шеффера функция, отрицание конъюнкции — *булева функция* двух аргументов. Обозначают ее знаком $/$ и задают следующей таблицей истинности:

X	Y	X/Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ш. ш. коммутативен, но не ассоциативен и не дистрибутивен по отношению к *дизъюнкции* и *конъюнкции.* Эта ф-ция является функционально полной и двойственной ф-ции *Пирса стрелка.* *В. Н. Коваль.*



ШИ́НА — физический канал передачи информационных или управляющих сигналов в *цифровой вычислительной машине* (ЦВМ). В зависимости от назначения передаваемых сигналов Ш. бывают кодовые и управляющие. Кодовые Ш. предназначены для передачи *кодов* командных и информационных слов. В ЦВМ параллельного действия имеется система кодовых Ш., каждая из которых служит для передачи одного разряда кода слова. В ЦВМ последовательного действия все разряды кода слова передаются по одной и той же Ш. последовательно, один за другим. Управляющие Ш. предназначены для передачи сигналов, обеспечивающих выполнение *микроопераций.* *Л. А. Корытная.*

ШИФРА́ТОР — устройство для кодирования сигналов. Применяют в телеуправлении, связи, радиолокации, вычисл. технике и др. отраслях техники, связанных с передачей, хранением и обработкой информации. В зависимости от структуры выходных сигналов различают Ш. одноимпульсные и многоимпульсные.

В одноимпульсных Ш. кодирование осуществляется генерированием импульсов, характеризующихся видом тока, амплитудой, длительностью, полярностью, фазой, формой импульсов и частотой.

В многоимпульсных Ш. сигнал характеризуется количеством импульсов в сигнале, порядком следования или совокупностью нескольких признаков. Многоимпульсные Ш. распространены больше, чем одноимпульсные, т. к. аппаратура преобразования многоимпульсных сигналов менее громоздка (в расчете на единицу количества информации), чем аппаратура шифрования и дешифрования одноимпульсных сигналов, кроме того, помехоустойчивость при передаче многоимпульсного кода лучше. В вычисл. технике применяют преимущественно многоимпульсные Ш. По назначению их можно разделить на две осн. группы. Ш. 1-й группы предназначены для кодирования символов при ручной записи программ на технические *носители информации.* Схема такого Ш. содержит ряд входных шин — по количеству кодируемых символов и ряд выходных шин — по количеству разрядов в коде. Возбуждение одной из входных шин вызывает образование определенной комбинации выходных сигналов. Сигнал на входную шину подает оператор нажатием клавиши соответствующего символа на клавишной панели Ш. Ш. 2-й группы, работающие автоматически, предназначены для

кодирования данных, выраженных какой-либо физ. величиной. В зависимости от вида входного сигнала непрерывной формы Ш. делятся на два осн. типа — Ш. напряжения, когда входной сигнал выражен электр. напряжением, и Ш. положения, когда входной сигнал выражен мех. перемещением элемента (обычно поворотом вала). Погрешность преобразования Ш. напряжения находится в пределах 0,05%. Осн. преимуществом их перед Ш. положения является возможность использования одного устройства для многих входных сигналов посредством несложной коммутации, большая скорость работы (до сотен тысяч преобразований в 1 *сек*). Ш. положения могут иметь более низкую погрешность — до 0,001%, т. к. параметры, характеризующие мех. устройства, в меньшей мере подвержены воздействию окружающей среды, чем электр. параметры.

Лит.: Ричардс Р. К. Элементы и схемы цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1961.

И. Т. Пархоменко.

ШТРАФНАЯ ФУНКЦИЯ — вспомогательная функция, используемая в *штрафов методе* решения задачи *программирования математического.* Ш. ф. характеризует с достаточной степенью точности то мн-во, в котором может меняться аргумент. Если обозначить это мн-во через X, то соответствующая Ш. ф. $\Psi(x, r)$ должна обладать следующими свойствами: а) $\Psi(x, r)$ — непрерывна; б) $\Psi(x, r) = 0$, если $x \in X$; если $x_0 \overline{\in} X$, а последовательность x_k сходится к x_0 и $r_k \to +\infty$, то величины $\Psi(x_k, r_k) \to +\infty$. Если область X задана системой неравенств $g_i(x) \leqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, то $\Psi(x, r)$ можно выбрать в виде $\Psi(x, r) = r \sum_{i=1}^{m} \varphi(g_i(x))$, где $\varphi[g_i(x)] = 0$ для $g_i(x) < 0$, и $\varphi[g_i(x)] = [g_i(x)]^2$ для $g_i(x) \geqslant 0$.

Б. Н. Пшеничный.

ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ МЕТОД — один из *оптимизации методов*, то же, что и *штрафов метод.*

ШТРАФОВ МЕТОД — метод решения задачи *программирования математического,* основанный на сведении задачи с ограничениями к минимизации некоторой вспомогательной функции без ограничений. Осн. идея метода состоит в следующем. Строят спец. ф-цию — *штрафную функцию,* которая равна 0 в допустимой области и быстро возрастает вне ее. После этого решают задачу минимизации суммы штрафной ф-ции и целевой функции задачи одним из известных *алгоритмов.* Напр., если требуется минимизировать ф-цию $g_0(x)$, где x — n-мерный вектор, при ограничениях $g_i(x) \leqslant 0$, $i = 1, \ldots, m$, то штрафную ф-цию можно построить по следующему правилу

$$\Psi(x, r) = r \sum_{i=1}^{m} \varphi[g_i(x)],$$

где $r > 0$, а

$$\varphi[g_i(x)] = \begin{cases} [g_i(x)]^2, & \text{если } g_i(x) \geqslant 0; \\ 0, & \text{если } g_i(x) < 0. \end{cases}$$

После этого вместо исходной задачи решают задачу минимизации ф-ции $F(x, r) = g_0(x) + \Psi(x, r)$. Доказано, что при достаточно общих предположениях решение последней задачи приближается к решению исходной, если $r \to \infty$.

Б. Н. Пшеничный.

ШУМ КВАНТОВАНИЯ — см. *Квантование.*

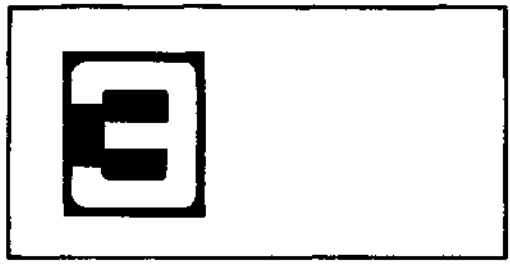
ШУМ ПОИСКОВЫЙ — выдача *информационно-поисковой системой* документов, нерелевантных данному запросу. Коэффициент Ш. п. S связан с *коэффициентом точности поиска* P соотношением $S = 1 - P$. См. *Релевантность документа, Эффективность информационного поиска* техническая.

ЭВРИ́СТИКА — в широком смысле слова — раздел психологии, раскрывающий природу мыслительных операций человека при решении различных задач независимо от их конкретного содержания. В более узком смысле — Э.— это догадки, основанные на общем опыте решения родственных задач. Попытки систематизировать Э. принадлежат Р. Декарту, Г. В. Лейбницу, Б. Больцано и др. В большинстве случаев Э.— прием, позволяющий сокращать к-во просматриваемых вариантов при поиске решения задачи, причем этот прием обычно не гарантирует наилучшее решение. Напр., человек, играя в шахматы, пользуется эвристическими приемами выработки решений, т. к. продумать весь ход игры с начала до конца практически невозможно из-за слишком большого числа вариантов игры (надо обдумать около 10^{120} вариантов). Методы Э. широко применяются в кибернетике (см. *Программирование эвристическое. Эвристические методы в распознавании*).

А. Г. Ивахненко.

ЭВРИСТИ́ЧЕСКИЕ МЕ́ТОДЫ В РАСПОЗНАВА́НИИ — методы решения задач распознавания, обучения или самообучения распознаванию, основанные на интуитивных, опирающихся на предшествующий опыт, соображениях. Этим Э.м. в р. отличаются от формальных методов, логически выводимых из определенных гипотез о мн-вах распознаваемых сигналов, о классе, к которому заведомо принадлежит решающая функция, и т. п. Эвристические методы могут привести к быстрому и успешному решению той или иной проблемы в тех случаях, когда имеется опыт решения сходных в каком-либо отношении проблем. В подобных случаях решение удается найти без больших затрат усилий и времени на изучение закономерностей, специфичных для данной конкретной проблемы. Решение находят на основе *аналогий* и не вполне осознанных ассоциаций с решениями других похожих проблем.

Целенаправленная деятельность человека в подавляющем большинстве случаев является эвристической, т. к. формальные правила для наилучших в каком-либо смысле действий почти всегда неизвестны. В качестве типичного примера можно привести игру в шахматы, для которой стратегия, приводящая к выигрышу, неизвестна. Тем не менее, человек, используя накопленный опыт и различные интуитивные соображения, может играть в шахматы настолько успешно, что вычисл. машина, обладающая колоссальными преимуществами в скорости просмотра вариантов продолжения игры, не может соперничать с сильным шахматистом. Наиболее яркий пример Э. м. в р. представляет собой *персептрон*. Амер. нейрофизиолог Ф. Розенблатт предложил принцип действия персептрона по аналогии с известными из физиологии схемами связей между нервными клетками в живом мозге. Ф. Розенблатт пришел к весьма эффективному методу обучения *распознающей системы*. С формальной точки зрения этот метод представляет



собой сходящийся итерационный алгоритм отыскания гиперплоскости, разделяющей два точечных мн-ва в n-мерном простр. признаков (см. *Распознавание образов*). Персептрон можно с успехом использовать для решения задач обучения в тех случаях, когда в выбраном простр. признаков такая разделяющая гиперплоскость существует.

Осн. недостком Э. м. в р. является отсутствие гарантии успешного решения задачи. В случае неудачной попытки применить интуитивные соображения, пути продвижения к решению поставленной задачи остаются неопределенными. В подобных случаях приходится прибегать к детальному экспериментальному и теор. изучению закономерностей, специфичных для данной проблемы. В результате такого изучения могут либо возникнуть новые эвристические соображения, либо будет найдено достаточное к-во данных для формальной постановки задачи и ее матем. решения. Так, напр., попытка применения простейшего «трехслойного» персептрона к распознаванию изображений в том случае, когда изображения, отличающиеся только переносом в поле зрения, надо отнести к одному классу, оказалась неудачной. Изучение проблемы показало, что для ее успешного решения необходимо ввести дополнительное ограничение: веса ассоциативных элементов, отличающихся переносом, должны быть одинаковыми.

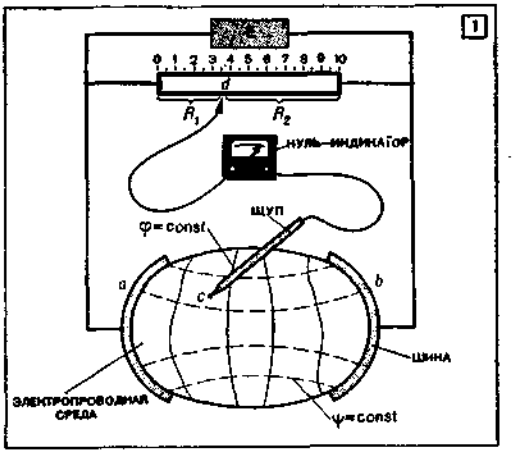
Часто эффективными являются комбинированные методы, основанные на одновременном использовании двух критериев выбора решений: формального и эвристического. Напр., в случае, когда экспериментальных данных мало, а ур-ние матем. модели содержит много коэфф., только доопределение решения задачи по второму, эвристическому критерию позволяет найти единственную оптим. оценку всех коэфф. При одном критерии задача не имеет единственного (регулярного) решения.

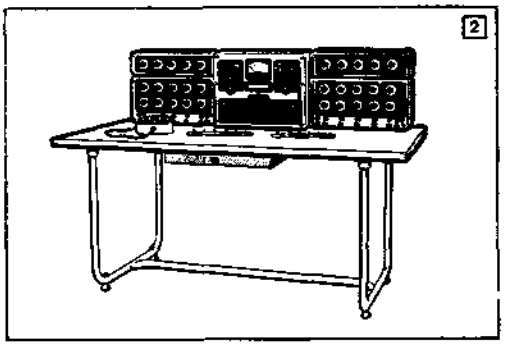
Лит.: Ивахненко А. Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. К., 1971 [библиогр. с. 364—367]; Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики. Пер. с англ. М., 1965 [библиогр. с. 468—473]; Фогель Л., Оуэнс А., Уолш М. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 220—228].

А. Г. Ивахненко.

«ЭГДА», интегратор ЭГДА — аналоговая математическая машина, предназначенная для решения различных технических задач, а также получения интегральных характеристик поля. Работа интегратора основана на использовании метода ЭГДА — электрогидродинамической аналогии (см. *Моделирование*

на сплошных средах). Электр. схема интегратора (рис. 1) представляет собой электр. мост, состоящий из градуированного потенциометра R_1 и R_2 и собственно модели из электропроводного материала (металлической фольги, электролита или электропроводной бумаги), изготовленной в соответствии с правилами геом. подобия. К металлическим шинам *a* и *b* подключается источник напряжения *E*, величина которого, для удобства отсчетов, принимается за 100%, тогда потенциалы на шинах будут $\varphi_a = 0$ и $\varphi_b = 1 = 100\%$. На обрезанных краях модели между шинами *a* и *b* значение потенциалов изменяется от 0 до 100%. Т. о., потенциал φ_d в точке *d* на потенциометре определяется из ур-ния $(\varphi_d - \varphi_a)/(\varphi_b - \varphi_a) = R_1/(R_1 + R_2)$. Плечи потенциометра R_1 и R_2 можно выбрать так, чтобы φ_d принимало любое значение между φ_a и φ_b, т. е. между 0 и 100%. Соотношение, определяющее величину потенциала φ_d, устанавливается на потенциометре по градуированной шкале. Щуп передвигают по модели до тех пор, пока нуль-индикатор не покажет отсутствия тока,— в этой точке потенциал равен φ_d. Определив ряд точек с заданным потенциалом φ_d и соединив их между собой, получим линию равного потенциала — эквипотенциаль. Линии тока можно построить тем же методом, обратив задачу. В интеграторе ЭГДА при моделировании на электропроводной бумаге источником питания служит выпрямитель постоянного тока на напряжение 12—30 *в*, нуль-индикатором — гальванометр. Для электролитической ванны используют переменный ток частотой 50—100 *гц*, а гальванометр подключается через вектормерное устройство. Для расширения класса решаемых задач и повышения точности решения схема интегратора дополняется потенциометрическими делителями напряжения и тока (для реализации граничных условий 1, 2 и 3-го рода), автомат. измерительным устройством с цифровым отсчетом, автомат. графопостроителем, стабилизированным источником питания и т. д. Существуют и уникальные конструкции интеграторов, предназначенные для решения определенного класса задач, и универсальные интеграторы. В СССР серийно выпускается универсальный интегратор «ЭГДА-9/60» (рис. 2), широко использующийся для решения различных задач гидро- и аэромеханики, фильтрации, электро- и радиотехники, строительной механики, построения ф-ций, осуществляющих конформное отображение, и т. д.



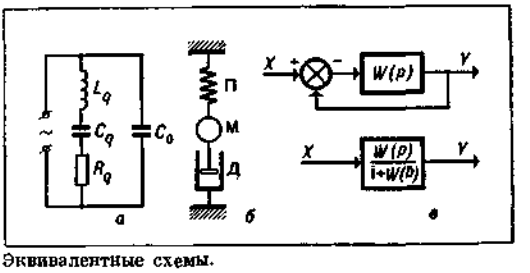


1. Схема интегратора ЭГДА.
2. Интегратор «ЭГДА-9/60».

Лит.: Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. К., 1961 [библиогр. с. 157—165]; Математическое моделирование на интеграторах ЭГДА-9/60. К., 1968. *В. И. Панчишин.*

ЭЙЛЕРА ЦЕПЬ — *цепь*, содержащая все ребра *графа*. Нахождение Э. ц. в графе означает такой непрерывный обход всех его ребер, при котором никакое ребро не проходит дважды.

ЭКВИВАЛЕ́НТНАЯ СХЕ́МА — 1) Схема замещения — комбинация простейших элементов электрич. цепи (сопротивлений, емкостей, индуктивностей), которая по своим свойствам эквивалентна некоторому реальному устройству и наглядно отражает сущность процессов в нем. Многие реальные устройства вообще не содержат катушек индуктивности, резисторов и конденсаторов, однако для упрощения анализа эти устройства замещают электрическими Э. с. Напр., кварцевый резонатор представляет собой пластинку, вырезанную из кристалла кварца и помещенную между двумя электродами. В радиотех. устройствах



Эквивалентные схемы.

такой прибор ведет себя как колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности L_q, двух конденсаторов C_q и C_0 и резистора R_q (рис. *а*). Многие процессы в механич., тепловых, хим. и др. системах описываются теми же дифференциальными уравнениями, что и процессы в соответствующих электрических схемах. Это позволяет при анализе реального процесса заменить его соответствующей Э. с. Так, механической системе, состоящей из сосредоточенной массы М, пружины П и демпфера Д (рис. *б*), можно сопоставить Э. с., аналогичную изображенной на рис. *а* (без конденсатора C_0). Электрические и электронные Э. с. лежат в основе аналогового моделирования соответствующих процессов (см. *Аналоговая модель*).

2) В теории автоматического управления — схема, полученная из исходной путем ее эквивалентного структурного преобразования. Так, две схемы, изображенные на рис. *в* ($W(p)$ — *передаточная функция* звена), эквивалентны друг другу в указанном смысле. *А. А. Тунин.*

ЭКВИВАЛЕ́НТНОСТИ ОТНОШЕ́НИЕ (эквивалентность, эквиваленция) на множестве A — рефлексивное, симметричное и транзитивное бинарное отношение, т. е. такое подмножество E прямого произведения $A \times A$, которое удовлетворяет следующим трем условиям: для всякого a из A $(a, a) \in E$; если $(a, b) \in E$, то $(b, a) \in E$; если $(a, b) \in E$ и $(b, c) \in E$, то $(a, c) \in E$.

Простейшими примерами Э. о. являются отношение равенства, состоящее из всех пар вида (a, a), а также Э. о., совпадающее с множеством $A \times A$. Всякое Э. о. E на мн-ве A определяет разбиение A на попарно непересекающиеся классы эквивалентности или E-классы: $Ea = \{b : (a, b) \in E\}$, и обратно, каждое разбиение мн-ва A однозначно определяет Э. о. на A. Мощность мн-ва всех E-классов (т. е. фактор-множества по E) наз. рангом $r(E)$ Э. о. E.

Пересечение любого мн-ва Э. о. (на одном и том же мн-ве A) является снова Э. о. Суммой $E_1 + E_2$ двух Э. о. E_1 и E_2 наз. транзитивное замыкание объединения $E_1 \cup E_2$. Очевидны следующие неравенства:

$$\max(r(E_1), r(E_2)) \leqslant r(E_1 \cap E_2) \leqslant r(E_1) \cdot r(E_2)$$

и $$1 \leqslant r(E_1 + E_2) \leqslant \min(r(E_1), r(E_2)).$$

Всякое Э. о. E на множестве A распространяется на множество функций, отображающих A в A:

$$(f, g) \in E \rightleftarrows \forall x ((f(x), g(x)) \in E).$$

Чтобы распространить E на мн-во ф-ций от нескольких аргументов, сначала распространяют E на мн-во кортежей элементов из A покомпонентно:

$$((x_1, \ldots, x_n)(y_1, \ldots, y_n)) \in E \rightleftarrows \underset{1 \leqslant i \leqslant n}{\forall i} ((x_i, y_i) \in E).$$

Всякая ф-ция f, отображающая A в B, порождает Э. о. $E_f = \{(x, y) : f(x) = f(y)\}$ на A, которое наз. иногда ядром функции f. Для каждого класса A синтаксических объектов с ф-цией значения f (приписывающей каждому a из A некоторое значение fa) Э. о. E_f считается естественным Э. о. на A. Напр., термы произвольной алгебры эквивалентны, если они изображают одинаковые ф-ции; автоматы эквивалентны, если они имеют одинаковое поведение; программы эквивалентны, если они вычисляют одинаковые функции; номера эквивалентны, если они являются номерами одного и того же объекта.

Важнейшими задачами в таких случаях являются проблема эквивалентности (т. е. проблема разрешения Э. о.), называемая иногда проблемой тождества и состоящая в построении *алгоритма*, дающего для любых двух объектов ответ на вопрос, эквивалентны они или нет, а также проблема *эквивалентных преобразований*. Проблема эквивалентности (алгоритмически) неразрешима для многих естественных классов объектов, возникающих в различных областях математики, напр., для классов вычислимых функций, *Тьюринга машин* и др. алгоритмов, для некоторых групп и пр. В то же время она имеет положительное решение для *автоматов конечных* с поведением любого общепринятого типа.

Лит.: Новиков П. С. Об алгоритмической неразрешимости проблемы тождества. «Доклады АН СССР», 1952, т. 85; Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М., 1965 [библиогр. с. 375—381]; Мальцев А. И. Алгебраические системы. М., 1970 [библиогр. с. 384—387]. *Ю. И. Янов.*

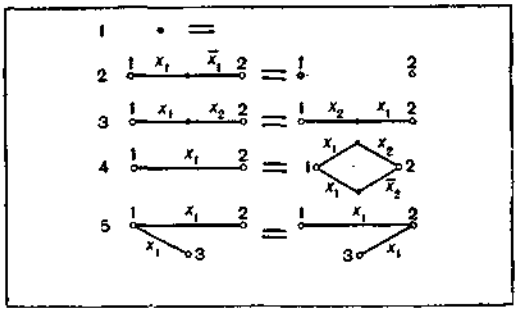
ЭКВИВАЛЕ́НТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВА́НИЯ — построение по заданным объектам эквивалентных объектов в том или ином смысле. Типичными примерами объектов, к которым применяются Э. п., являются алгебраические выражения, *алгоритмы*, *автоматы*, *схемы контактные*, *алгоритмов схемы* и др. Э. п. играют важную роль в задаче минимизации; полные системы Э. п. являются одной из форм аксиоматизации алгебр. и других систем.

В общей постановке проблема Э. п. состоит в получении эффективной процедуры, порождающей *эквивалентности отношение* (э. о.), т. е. все пары эквивалентных объектов. В том случае, когда класс объектов рекурсивно перечислим, общая проблема Э. п. равносильна задаче получения эффективной процедуры, порождающей для каждого объекта α все объекты, ему эквивалентные и только их, т. е. класс эквивалентности, содержащий α. Обычно проблема Э. п. ставится в усиленной форме: на мн-вах пар объектов задаются определенные операции замыкания и требуется найти конечное или рекурсивное подмножество рассматриваемого э. о., замыкание которого совпадало бы с этим э. о. Как правило, рассматриваются следующие операции.

Пусть для объектов определено понятие подобъекта, т. е. такой части объекта, которая сама является объектом рассматриваемого вида. Операцией замены с помощью пары (α, β) наз. операция, дающая по объекту γ объект

γ', получающийся из γ заменой к.-л. вхождения подобъекта α объектом β (если α не входит в γ, то считается, что γ' совпадает с γ). Замыканием относительно замен мн-ва R пар объектов наз. наименьшее мн-во $\overline{R}$ такое, что: 1) $R \subseteq \overline{R}$, 2) если $(\alpha, \beta) \in \overline{R}$, то $(\beta, \alpha) \in \overline{R}$ и 3) если $(\alpha, \beta) \in \overline{R}$ и $(\gamma, \delta) \in \overline{R}$, то $(\gamma, \delta') \in \overline{R}$, где δ' получается из δ операцией замены с помощью пары (α, β).

Наряду с операцией замены обычно рассматривают еще операцию подстановки (над



Полная система правил для контактных схем.

парами объектов), которая состоит в том, что все вхождения некоторого элементарного подобъекта в оба элемента пары (α, β) заменяются одним и тем же объектом γ. Подмножество $R \subseteq E$ наз. полным для E или полной системой правил Э. п., если его замыкание относительно замен и подстановок совпадает с E. Э. о., замкнутое относительно замен, наз. конгруэнцией. Очевидно, что полное подмножество существует только для конгруэнций, причем подмножество R является полным для конгруэнций E тогда и только тогда, когда любой объект γ можно перевести в любой E-эквивалентный ему объект δ только операциями замены с помощью пар из $\widetilde{R}$, где $\widetilde{R}$ — замыкание R относительно подстановок. В связи с этим пары (α, β) из конгруэнции E наз. правилами Э. п., а операция замены с помощью пары (α, β) наз. применением правила (α, β).

Характерным примером описанной подстановки являются Э. п. в алгебрах. Для алгебры $\mathfrak{A} = (A, \varphi_1, \ldots, \varphi_m)$ произвольной сигнатуры $\Phi = (\varphi_1^{(n_1)}, \ldots, \varphi_m^{(n_m)})$ проблема Э. п. совпадает с задачей алгебр. аксиоматизации и состоит в следующем. На мн-ве всех термов сигнатуры Φ рассматривается естественная конгруэнция, т. е. такое э. о. E, что $(\alpha, \beta) \in E$ тогда и только тогда, когда термы α и β представляют одну и ту же ф-цию алгебры $\mathfrak{A}$. Пары (α, β) из E наз. равенствами или тождествами и вместо $(\alpha, \beta) \in E$ обычно пишут $\alpha = \beta$. Операция подстановки состоит в замене всех вхождений некоторой переменной произвольным термом. Требуется найти конечное полное для E мн-во равенств.

Напр. для *булевой алгебры* $(A, \bar{x}, x \vee y, x \wedge y)$ конечную полную систему образуют следующие 10 равенств:

1. $x \vee y = y \vee x$;
2. $x \wedge y = y \wedge x$;
3. $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$
4. $x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$;
5. $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$;
6. $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$;
7. $(x \wedge y) \vee y = y$;
8. $(x \vee y) \wedge y = y$;
9. $(x \wedge \bar{x}) \vee y = y$;
10. $(x \vee \bar{x}) \wedge y = y$.

В такой постановке проблема Э. п. имеет положительное решение далеко не для всех алгебр. Известно, что она решается положительно для всех двухэлементных алгебр, а также для всех конечных групп. В то же время для любого $n \geqslant 3$ существуют алгебры (группоиды) с n элементами, для которых эта задача не имеет положительного решения. Существуют также бесконечные *группы* и конечные полугруппы, для которых указанная задача решается отрицательно. Она решается отрицательно и для алгебры регулярных событий (см. *Алгебры событий*), возникающей в связи с изучением *автоматов конечных*. В последнем случае рассмотрены некоторые модификации описанной постановки проблемы Э. п., допускающие положительное решение.

Другим типичным примером такой постановки проблемы Э. п. являются Э. п. контактных схем. Две контактные схемы считаются эквивалентными, если существует такое взаимно однозначное соответствие между их полюсами, что парами соответственных полюсов обе схемы реализуют одну и ту же ф-цию. Подсхемы определяются как подграфы с сохранением букв, приписанных ребрам. Полюсами подсхем следует считать вершины, являющиеся полюсами схемы, и те вершины, которые инцидентны ребрам схемы, не входящим в подсхему. Следующее мн-во, состоящее из пяти пар эквивалентных схем, является полным (полюса обозначены кружками и занумерованы так, что соответственным полюсам приписаны одинаковые номера, см. рис.), причем, первое правило обозначает, что схема, состоящая из одной вершины, не являющейся полюсом, эквивалентна пустой схеме.

Правила (α, β), принадлежащие конгруэнции E, наз. локальными, поскольку их применение сохраняет E (т. е. переводит объекты в E-эквивалентные им) независимо от объекта, в котором производится замена подобъекта α объектом β. Иногда отсутствие полной системы таких правил вынуждает расширять допустимые средства Э. п. за счет нелокальных правил (α, β), применимость которых (т. е. сохранение э. о.) может зависеть от окрестности подобъекта α и, в частности, от объекта в целом. Содержательные примеры нелокальных правил возникают при Э. п. схем алгоритмов. Не суще-

ствует конечных полных систем локальных правил Э. п. для автоматов. В связи с задачей минимизации особый интерес приобретают т. н. направленные Э. п., когда при каждом применении правил Э. п. не увеличивается сложность (в к.-л. смысле) преобразуемого объекта.

В том случае, когда дополнение к э. о. рекурсивно перечислимо (что бывает, напр., с естественным э. о. на мн-вах алгоритмов или программ, вычисляющих всюду определенные функции), общая проблема Э. п. равносильна проблеме эквивалентности, т. е. проблеме разрешения отношения эквивалентности.

Лит.: Мурский В. Л. Об эквивалентных преобразованиях контактных схем. «Проблемы кибернетики», 1961, в. 5; Янов Ю. И. О системах тождеств для алгебр. «Проблемы кибернетики», 1962, в. 8; Мурский В. Л. О преобразованиях конечных автоматов. «Проблемы кибернетики», 1965, в. 15; Янов Ю. И. О локальных преобразованиях схем алгоритмов. «Проблемы кибернетики», 1968, в. 20; Янов Ю. И. О направленных преобразованиях формул. «Математические заметки», 1969, т. 6, № 6.

Ю. И. Янов.

ЭКВИВАЛЕ́НТНЫЕ СОСТОЯ́НИЯ АВТОМА́ТА — состояния автомата, индуцирующие один и тот же *оператор автоматный*. В процессе *минимизации числа состояний автомата* Э. с. а. отождествляются.

ЭКВИВАЛЕ́НТНЫХ ВОЗМУЩЕ́НИЙ МЕ́ТОД — приближенный метод определения моментов решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений по заданным характеристикам случайных параметров, входящих в уравнения; заключается в обработке результатов многократного интегрирования исходных уравнений при различных, определенным образом выбранных неслучайных начальных условиях и неслучайных эквивалентных возмущениях. Э. в. м. применяют для исследования точности функционирования динамических систем при случайных возмущениях. Пусть динамическая система описывается системой обыкновенных дифф. ур-ний

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(X_1, X_2, \ldots, X_n, V_1, V_2, \ldots, V_m, t),$$
$$i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (1)$$

удовлетворяющих условиям существования и единственности в области D $(X_1^0, X_2^0, \ldots, X_n^0, t^0)$, где $f_1, \ldots, f_n$ — неслучайные ф-ции, $V_1, V_2, \ldots, V_m$ — случайные параметры, $X_1, X_2, \ldots, X_n$ — искомые случайные ф-ции. Предполагается, что для параметров V_r заданы матем. ожидания, равные нулю, и моменты связи μ до q-го порядка включительно

$$M[V_r] = 0, \qquad r = 1, 2, \ldots, m, \qquad (2)$$

$$\mu_{r_1 r_2 \ldots r_k} = M[V_{r_1} V_{r_2} \ldots V_{r_k}], \qquad (3)$$
$$k = 1, 2, \ldots, q; \quad r_1, r_2, \ldots, r_k = 1, 2, \ldots, m,$$

а решение системы (1) может быть разложено в ряд Маклорена по параметрам V_r.

Пусть решение системы (1) имеет вид

$$X_i = \varphi_i(t, V_1, V_2, \ldots, V_m) \qquad (4)$$
$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

Тогда, разлагая (4) в ряд Маклорена q-й степени по величинам V_r и воздействуя на обе части этого разложения оператором матем. ожидания с учетом (3), получим

$$\nu_1 = M[X] = \varphi_0 + \sum_{k=1}^{q} \frac{1}{k!} \sum_{r_1=1}^{m} \sum_{r_2=1}^{m} \cdots$$
$$\cdots \sum_{r_k=1}^{m} \left(\frac{\partial^k \varphi}{\partial V_{r_1} \partial V_{r_2} \ldots \partial V_{r_k}} \right)_0 \mu_{r_1 r_2 \ldots r_k}, \qquad (5)$$

где $\varphi_0 = \varphi(t, 0, 0, \ldots, 0)$. Для вычисления матем. ожидания координат реальных систем, использовать непосредственно формулу (5) практически невозможно, т. к. для этого нужно располагать значениями производных, входящих под знак сумм. Поэтому сумму (5) вычисляют иным путем: в разложении решения (4) в ряд Маклорена вместо V_r подставляются некоторые их частные значения ξ_{rs}.

Всего берется N различных комбинаций параметров $\xi_{r_k s}$ $(s = 1, 2, \ldots, N)$, чему соответствует N равенств. Затем вводятся неопределенные коэффициенты α_s, на которые умножаются правые и левые части этих равенств, после чего они почленно складываются. В результате получается соотношение

$$S = \sum_{s=1}^{N} \alpha_s x_s = \sum_{s=1}^{N} \alpha_s \varphi_0 + \sum_{k=1}^{q} \frac{1}{k!} \sum_{r_1=1}^{m} \sum_{r_2=1}^{m} \cdots$$
$$\cdots \sum_{r_k=1}^{m} \left(\frac{\partial^k \varphi}{\partial V_{r_1} \partial V_{r_2} \cdots \partial V_{r_k}} \right)_0 \sum_{s=1}^{N} \alpha_s \times$$
$$\times \xi_{r_1 s} \xi_{r_2 s} \cdots \xi_{r_k s}. \qquad (6)$$

Из сопоставления (5) и (6) следует, что сумма S будет представлять собой приближенное значение матем. ожидания переменной X

$$S = \sum_{s=1}^{N} \alpha_s x_s = M[X], \qquad (7)$$

если величины α_s и $\xi_{r_k s}$ удовлетворяют системе алгебр. ур-ний

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{s=1}^{N} \alpha_s = 1; \\ &\sum_{s=1}^{N} \alpha_s \xi_{r_1 s} \xi_{r_2 s} \cdots \xi_{r_k s} = \mu_{r_1 r_2 \ldots r_k}; \\ &k = 1, 2, \ldots, q; \quad r_1, r_2, \ldots, r_k = \\ &= 1, 2, \ldots, m. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Величины x_s, входящие в (7), представляют собой результат интегрирования системы (1) при конкретных ξ_{rs}.

Чтобы алгебр. система (8) была совместной, необходимо количество пробных комбинаций N принять равным к-ву ур-ний системы (8): $N = C^q_{m+q}$. Найдя α_s из системы (8), можно определить не только матем. ожидание, но и центральные моменты произвольного (p-го) порядка

$$\nu_p = M[X^p] = \sum_{s=1}^{N} \alpha_s x_s^p,$$

где x_s^p — p-я степень решения x_s системы (1).

Аналогично могут быть найдены любые моменты связи для ф-ций $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Так, например, момент связи

$$\nu_p = M[X_{k_1} X_{k_2} \ldots X_{k_p}],$$

$$k_1, k_2, \ldots, k_p = 1, 2, \ldots, n$$

определяется по формуле

$$\nu = \sum_{s=1}^{N} \alpha_s x_{k_1 s} x_{k_2 s} \ldots x_{k_p s},$$

$$k_1, k_2, \ldots, k_p = 1, 2, \ldots, n,$$

где $x_{k_1 s}, x_{k_2 s}, \ldots, x_{k_p s}$ представляют собой решения системы (1), полученные при частных значениях параметров V_r, равных $\xi_{r_k s}$.

Э. в. м. связан с выполнением простых, но весьма громоздких вычислений и, как правило, реализуется с помощью ЦВМ.

Лит.: Казаков И. Е., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М., 1962 [библиогр. с. 325—328].

В. Г. Грищутин, А. М. Плашенко.

ЭКВИФИНА́ЛЬНОСТЬ СИСТЕ́МЫ УПРАВЛЕ́НИЯ — динамическое свойство системы, осуществляющей движение (переход) различными путями из различных начальных состояний в одно и то же финальное состояние. Эквифинальностью обладают биол., эконом. и многие сложные тех. системы, порядок смены состояний у которых не задан единственным образом. *Автоматы конечные* как матем. модели некоторых систем управления также обладают свойством эквифинальности, имея в законе функционирования конечное число путей переходов из мн-ва начальных состояний A_0 в заданное (финальное) состояние a_f. Путем в автомате A является конечная последовательность попарно чередующихся внутр. состояний a_{i_s}, $i = 0, 1, \ldots, f$, $s = 1, 2, \ldots, k$ и входов x_{i_s}, т. е. $l = a_{i_0} x_{i_1} a_{i_1} x_{i_2} \ldots \ldots a_{i_{h-1}} x_{i_h} a_{f_h}$, где k является длиной пути. Не могут обладать свойством эквифинальности непрерывные автомат. системы, модели которых удовлетворяют аксиоме единственности выхода $\bar{y}_{[t_0, t_1]}$ при заданном начальном состоянии $\bar{x}(t_0)$ для данного входа $\bar{u}_{[t_0, t_1]}$. В связи с этим оптим. управление такими системами по заданному критерию (быстродействие, минимум расхода топлива и т. п.), осуществимое при условии единственности выхода, является достаточно простым качеством их функционирования, не удовлетворяющим условиям эквифинальности. Э. с. у. определяется условиями существования конечного, вообще неупорядоченного мн-ва L путей переходов l_i системы из определенного мн-ва начальных состояний A_0 в финальное состояние $a \in A_f$. Условия Э. с. у., представленные в матем. форме, являются необходимыми при описании законов функционирования сложных систем. Эти условия являются одним из универсальных элементов анализа биол., эконом. и др. систем управления при изучении законов их функционирования. Так, *наблюдаемости и управляемости условия* основываются на свойствах системы, определяющих единственным образом выход системы. Условия эквифинальности, исключающие в общем случае единственность выхода системы, позволяют более глубоко и строго определить понятие закона функционирования сложных систем. Это дает принципиальную возможность перенести методику синтеза оптим. управления обобщенных систем на задачи управления сложными, напр., логико-динамическими системами и др. Использование формальных условий Э. с. у. в аппарате исследований *сложных систем управления* расширяет понятие оптимальности качества управления до многокритериальной оптимизации, позволяя выделять определенные группы критериев для различных путей переходов из начальных в финальное состояние. Такая модель оптимизации закона функционирования систем управления в вычисл. плане очень близка к модели оптимизации многокритериальных сетей, для которых разработаны эффективные методы дискретного программирования.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Бир С. Кибернетика и управление производством. Пер. с англ. М., 1965.

К. Д. Жук.

ЭКОНОМЕ́ТРИЯ — направление в экономике, основанное на применении математических моделей для анализа и прогнозирования экономических явлений и связанное с определением и оценкой адекватности реальных явлений математическим представлениям о них. В настоящее время трудно разделить матем. экономику и Э., с одной стороны, Э. и эконом. статистику — с другой. Можно лишь подчеркнуть связь матем. экономики и Э. Построение матем. модели экономики всегда подтверждается оценками адекватности такой модели реальной действительности. Эконом. статистика имеет дело с установившимися и относительно несложными эконом. исчислениями. Появление Э. связано с утверждениями о недостаточности таких экономико-статистических исчислений для эконом. анализа и прогнозирования. Наибольшее развитие получили в Э. методы множественной корреляции. Выводы, получаемые с помощью эконометриче-

ских построений, имеют ограниченное значение, во всяком случае с доверием к полученным оценкам можно относиться лишь при незначительных изменениях параметров. Опыт показывает, что достаточно точное прогнозирование эконом. характеристик и показателей требует внесения в модели факторов социального значения.

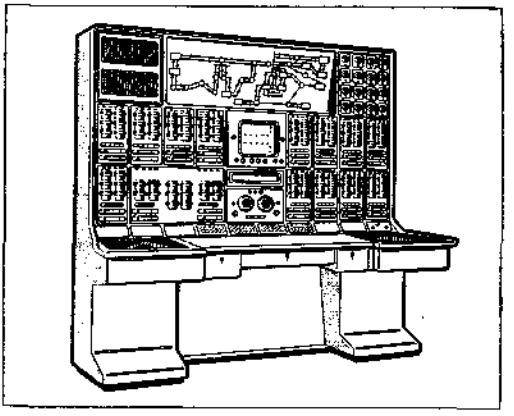
Э. имеет широкое поле применений: матем. модели и оценки предложены для измерения эконом. развития, эконом. циклов, величины спроса и предложения, эластичности спроса, издержек производства и темпов накопления, межотраслевых производственных связей и т. п. (см. *Модели роста, Модели экономики*).

Лит.: Шляпентох В. Э. Эконометрика и проблемы экономического роста. М., 1966; Ланге О. Введение в эконометрию. Пер. с польск. М., 1964; Тинтнер Г. Введение в эконометрию. Пер. с нем. М., 1965 [библиогр. с. 338—353]. *В. В. Шкурбо.*

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ в управлении народным хозяйством — см. *Кибернетика экономическая, Математическая экономика.*

«ЭКРАН» — серия специализированных вычислительных устройств для распределения активной нагрузки между электростанциями в энергосистемах. Первым в СССР устройством этого назначения был «Э.», разработанный в 1945—47 в Уральском политехническом ин-те. В 1959—62 в Ин-те автоматики (Киев) была разработана и выпущена малая серия устройств «ЭКРАН-4» (на электронных лампах с диодными функциональными преобразователями), предназначенных для перспективного и оперативного расчета наивыгоднейшего режима сложных гидротепловых энергосистем, включающих электростанции с заданным расходом энергоносителя. «ЭКРАН-4» решает систему нелинейных алгебраических ур-ний, выведенных на основе метода неопределенных множителей Лагранжа с учетом ур-ний связи (включая изопериметрические условия).

«ЭКРАН-7» (рис.) выполнен полностью на полупроводниках с применением импульсных *преобразователей функциональных*. Входная информация: характеристики относительных приростов расхода топлива и расходные характеристики станций при заданных составах работающего оборудования, параметры и оперативная схема осн. электрической сети, графики нагрузки линий межсистемных связей и энергосистемы, цены топлива и расходы энергоносителя, заданные на расчетный период. Возможен ввод информации о фактической нагрузке электростанций через систему телеизмерения, а также запоминание и сравнение этой информации с информацией оптимального режима. Для характеристик относительных приростов расхода топлива используется кусочнолинейная аппроксимация с произвольно расположенными точками излома. Характеристики гидроэлектростанций, работающих при переменных напорах, воспроизводятся импульсными функциональными преобразователями двух переменных с автономной настройкой узлов интерполирования. Вывод информации (оптимальных нагрузок и расходов топлива) осуществляется на автоматическую цифропечатающую машину и по вызову — на цифровые измерительные приборы с автоматическим масштабированием. Электроннолучевой индикатор с длительным послесвечением дает возможность наблюдать (по вызову) заданные графики, введенные характеристики, оптимальные графики нагрузки станций, изменения уровней воды в водохранилищах и т. п. Нашел применение в нескольких энергосистемах.



Специализированное вычислительное устройство «ЭКРАН-7».

Лит.: Синьков В. М. [и др.]. Вычислительное устройство для распределения активной нагрузки при заданном расходе топлива. «Электричество», 1960, № 8; Богословский А. В., Закидальский А. И., Шукайло Е. М. Специализированное вычислительное устройство для распределения активных нагрузок. В кн.: Системы и средства автоматизации производств и управления. К., 1968. *В. М. Синьков.*

ЭКРАННЫЙ ПУЛЬТ — *устройство ввода — вывода данных ЦВМ*, состоящее, как правило, из объединенных в одну систему телевизионного экрана, светового карандаша и электрифицированной пишущей машинки. Э. п. позволяет визуально контролировать вводимую с клавиатуры информацию и вносить поправки с помощью *светового карандаша*. На экран можно выводить и графическую информацию (графики, чертежи), в которую также можно вносить исправления с помощью светового карандаша. Э. п. позволяет осуществлять *диалога режим* работы человека и машины (см. *Взаимодействие человека с вычислительной машиной*).

ЭКСПЕРИМЕНТ БЕЗУСЛОВНЫЙ — эксперимент, в котором входная последовательность, подаваемая на автомат, полностью определена до начала эксперимента. См. *Эксперименты с автоматами.*

ЭКСПЕРИМЕНТ КРАТНЫЙ — эксперимент, проводимый над несколькими копиями *автомата*. См. *Эксперименты с автоматами.*

ЭКСПЕРИМЕНТ ПРОСТОЙ — эксперимент, проводимый над одним автоматом. См. *Эксперименты с автоматами.*

ЭКСПЕРИМЕ́НТ УСЛО́ВНЫЙ — эксперимент, в котором символы, подаваемые на вход автомата, зависят от символов на его выходе. См. *Эксперименты с автоматами.*

ЭКСПЕРИМЕНТА́ЛЬНЫХ ДА́ННЫХ СПО́СОБЫ СТАТИСТИ́ЧЕСКОЙ ОБРАБО́ТКИ — способы обработки данных, применяемые на одном из наиболее важных этапов исследования в различных областях естествознания и техники. Для обработки данных обычно применяются методы *вероятностей теории* и *математической статистики.* В основе этих методов лежит *больших чисел закон,* согласно которому при большом к-ве независимых опытов *вероятность* событий приближенно заменяют соответствующими частотами, а *математическое ожидание* (м. о.) *случайных величин* — их средними арифм. значениями. Однако на практике часто приходится ограничиваться сравнительно небольшим к-вом опытов. Отсюда возникает дополнительная задача оценки точности характеристик, получаемых из опыта.

Условимся обозначать через X_ν случайное значение случайной величины X, которое она принимает в результате ν-го опыта, а через x_ν — конкретное значение случайной величины X, полученное в результате ν-го опыта. Для определения полных *погрешностей* оценок м. о. m_x^*, *дисперсии* d_x^*, ф-ций распределения, плотностей вероятности случайных величин, корреляционных моментов R_{xy}^* и коэфф. *корреляции* r_{xy}^* случайных величин X и Y (см. *Статистические оценки, Эмпирическая функция распределения*), помимо оценок погр. метода, следует дополнительно произвести анализ наследственных погр. и *округления погрешностей.* Выполним это на примере оценки $m_x^* = \frac{1}{n}\sum_{\nu=1}^{n} x_\nu$. Предположим, что вместо x_ν мы имеем дело с $x_{\nu,\varepsilon}$, причем для дисперсии случайной величины $E_\nu = x_\nu - x_{\nu,\varepsilon}$ справедливо соотношение $D(E_\nu) = \sigma^2$. Тогда вместо m_x^* получим $m_{x,\varepsilon}^* = \frac{1}{n}\sum_{\nu=1}^{n} x_{\nu,\varepsilon}$. Предполагая E_ν попарно независимыми, в соответствии с неравенством Чебышева с вероятностью 0,96 справедлива следующая оценка наследственной погр. $|m_x^* - M_{x,\varepsilon}^*| \leqslant 5\sigma/\sqrt{n}$; в случае, когда E_ν — попарно независимые и нормально распределенные случайные величины с нулевыми м. о. и дисперсией $D(E_\nu) = \sigma^2$,

$$p(|m_x^* - M_{x,\varepsilon}^*| \leqslant \delta) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz = 2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right),$$

где

$$M_{x,\varepsilon}^* = \frac{1}{n}\sum_{\nu=1}^{n} X_{\nu,\varepsilon},$$

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt,$$

а p — вероятность того, что $|m_x^* - M_{x,\varepsilon}^*| \leqslant \delta$. Для последнего интеграла составлены таблицы, которыми можно воспользоваться в практических расчетах. При условии $(n+1)\,2^{-\tau} < 0{,}1$ для погр. округления вычисления m_x^* на ЦВМ в режиме с плавающей запятой справедлива оценка

$$|m_{x,\varepsilon}^* - m_{x,\varepsilon,\tau}^*| \leqslant 1{,}06 \max_\nu |x_{\nu,\varepsilon}| \times \frac{n+2)(n-1)}{2n} \cdot 2^{-\tau},$$

где τ — к-во разрядов у мантиссы числа. При большом n эта погрешность может оказаться весьма значительной. Чтобы избежать этого, необходимо производить сложение на ЦВМ по возможности без округлений. Известно, что $X_{\nu,\varepsilon,\tau}$ являются асимптотически по τ равномерно распределенными на $\left(-\frac{1}{2}2^{-\tau}, \frac{1}{2}2^{-\tau}\right)$ случайными величинами. В случае, когда $X_{\nu,\varepsilon,\tau}$ попарно независимы, с вероятностью 0,96 справедлива оценка $|m_{x,\varepsilon}^* - M_{x,\varepsilon,\tau}^*| \leqslant \frac{5\cdot 2^{-\tau}}{2\sqrt{3n}}$, где $m_{x,\varepsilon,\tau}^* = \frac{1}{n} \times \sum_{\nu=1}^{n} x_{\nu,\varepsilon,\tau}$. Учитывая, что закон распределения величины $M_{x,\varepsilon,\tau}^*$ близок к нормальному, можно получить еще более точную оценку для погр. округления.

Совокупность n случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_n$ можно рассматривать как коорд. случайной точки в n-мерном простр., или как составляющие n-мерного случайного вектора. М. о. произвольной ф-ции n случайных величин $X_1, X_2, \ldots X_n$ определяется ф-лой

$$M[\varphi(X_1, X_2, \ldots, X_n)] = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1, \ldots dx_n,$$

где $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — плотность вероятностей n-мерного случайного вектора, которая определяется соотношением

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \lim_{\Delta x_k \to 0} \frac{p(x_k \leqslant \underset{k=1,2,\ldots,n}{X_k} < x_k + \Delta x_k}{\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \ldots \Delta x_n}.$$

где $p(x_k \leqslant \underset{k=1,2,\ldots,n}{X_k} < x_k + \Delta x_k)$ — вероятность совместного выполнения двойных неравенств $x_k \leqslant \underset{k=1,2,\ldots,n}{X_k} < x_k + \Delta x_k$. Полагая $\varphi(X_1, \ldots, X_n) = X_1^{r_1} \ldots X_n^{r_n}$, получим момент n-мерного случайного вектора $X(X_1, \ldots, X_n)$ порядка $r_1 + r_2 + \ldots + r_n$. Если по очереди принять один из индексов $r_1, \ldots, r_n$ равным 1, а остальные — 0, получим м. о. случайных величин $X_1, \ldots, X_n$. М. о. $m_{x_1}, \ldots, m_{x_n}$ составляющих $X_1, \ldots, X_n$ случайного вектора X определяют n-мерный вектор m_x, который естественно назвать м. о. случайного вектора X. Полагая по очереди один из индексов $r_1, \ldots, r_n$ равным 2, а остальные — равными 0, получим дисперсии случайных величин $X_1, \ldots, X_n$. Наконец, полагая, что два из индексов $r_1, \ldots, r_n$ равны 1, а остальные — 0, получим корреляционные моменты случайных величин $X_1, \ldots, X_n$:

$$K_{\nu\mu} = M[(X_\nu - m_{x_\nu})(X_\mu - m_{x_\mu})],$$

$$\nu, \mu = 1, 2, \ldots, n$$

$$(K_{\nu\nu} = D_{x_\nu}, \quad \nu = 1, 2, \ldots, n; \quad K_{\nu\mu} = K_{\mu\nu}).$$

Совокупность $K_{\nu\mu}$ составляющих случайного вектора образует симметричную корреляционную матрицу случайного вектора $K = \| K_{\nu\mu} \|$. Во многих практически важных случаях m_x и K полностью определяют числ. характеристики случайного вектора. Действительно, плотность вероятности многомерного нормального закона распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n \pi^n |K|}} e^{-\frac{1}{2}(K^{-1}u, u)},$$

$$u = x - m_x.$$

Метод максимума правдоподобия для этого случая сводится к *наименьших квадратов методу* (см. *Аппроксимация функций среднеквадратичная*). Для вычисления элементов матрицы K и оценок их точности можно воспользоваться соответствующими соотношениями для случайных величин.

Случайной функцией наз. ф-ция, значение которой при каждом данном значении аргумента (или нескольких аргументов) является случайной величиной. М. о. случайной ф-ции $X(t)$ наз. ф-ция $m_x(t)$, значение которой при каждом данном значении аргумента равно м. о. случайной ф-ции при этом t: $m_x(t) = M[X(t)]$. Ф-ция $m_x(t)$ представляет собой некоторую среднюю ф-цию, около которой группируются и относительно которой колеблются всевозможные реализации $x(t)$. Дисперсия ф-ции $X(t)$ — такая ф-ция, значение которой при каждом данном значении аргумента равно дисперсии значения ф-ции $X(t)$ при этом значении аргумента. Как и в случае случайного вектора, для характеристики разброса ф-ции $X(t)$ недостаточно знания дисперсии. Для учета связи между значениями случайной ф-ции при различных значениях аргумента необходимо задать, кроме дисперсии, *корреляционную функцию* $K_x(t, t') \cdot m_x(t)$ и $K_x(t, t')$ являются менее полными характеристиками $X(t)$, чем ее конечномерные законы распределения. Однако во многих практически важных случаях они полностью определяют закон распределения ф-ции $X(t)$, как, напр., это имеет место для нормально распределенной случайной ф-ции.

Общей вычисл. ф-лой для оценки $m_x(t)$ является

$$m_x(t) \approx m^*_{n,u} = \frac{1}{2nu} \sum_{s=1}^{n} \int_{t-u}^{t+u} x_s(u)\, du \approx$$

$$\approx m^*_{n,p,\Delta} = \frac{1}{2np} \sum_{s=1}^{n} \sum_{\nu=-P+Q}^{P+Q-1} x_s(\nu \cdot \Delta\tau), \quad (1)$$

где $x_1, \ldots, x_n$ — n реализаций $X(t)$, u — оценка снизу такого макс. числа u^*, что на отрезке $[t-u, \ t+u]$ $m_x(t)$ с заданной точностью не отличается от прямой

$$(-P+Q)\Delta\tau = -u + t, \quad P \cdot \Delta\tau = u.$$

Смысл прибл. равенств $\approx$ и $\approx$ существенно различен. В первом случае — это оценка для $m_x(t)$, которая при любом n может значительно отличаться от самой $m_x(t)$, однако вероятность этого факта сколь угодно мала, когда n достаточно велико. Во втором случае — это обычное прибл. равенство, причем

$$|m^*_{n,u} - m^*_{n,p,\Delta}| \leqslant \max_{1 \leqslant s \leqslant n} \omega_{x_s}(\Delta\tau),$$

где ω_{x_s} — модуль непрерывности реализации $x_s(t)$. Если $X(t)$ — стационарная эргодическая случайная ф-ция, то $u^* = \infty$ и вместо (1) можно записать

$$m_x(t) \approx m^*_P = \frac{1}{P} \sum_{\nu=1}^{P} x(\nu \cdot \Delta\tau). \quad (2)$$

На основании неравенства Чебышева $p(|X - m_x| \geqslant \varepsilon) \leqslant D_x / \varepsilon^2$ и известного выражения

$$D(M^*_P) = \frac{1}{2}\left[R_x(0) + 2\sum_{r=1}^{P}\left(1 - \frac{r}{P}\right) R_x(r\Delta\tau)\right],$$

где R_x — *автокорреляционная функция* случайной ф-ции $X(t)$, получается

$$p(|m^*_P - m_x| \geqslant \varepsilon) \leqslant \frac{1}{\varepsilon^2 P}\left[R_x(0) + \right.$$

$$\left. + 2\sum_{r=1}^{P}\left(1 - \frac{r}{P}\right) R_x(r\Delta\tau)\right].$$

Если $X(r\Delta\tau + i\Delta\tau)$ и $x(i\Delta\tau)$ для $r \geqslant P$, $i = 1, 2, \ldots$ независимы, то, учитывая известное неравенство $R_x(i\Delta\tau) \leqslant R_x(0) = D_x$, получим

$$p(|m_P^* - m_x| \geqslant \varepsilon) \leqslant \frac{2\tilde{P} - 1}{\varepsilon^2 P} D_x.$$

Естественно предположить, что $X_1 = m_P^* - m_x$ имеет нормальный закон распределения, плотность которого

$$f_1(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{m_P^*}}} e^{-\frac{x_1^2}{2D_{m_P^*}}}.$$

Тогда

$$p(|X_1| \leqslant \varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{m_P^*}}} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} e^{\frac{-x_1^2}{2D_{m_P^*}}} dx_1 =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\varepsilon}{\sqrt{2D_{m_P^*}}}}^{\frac{\varepsilon}{\sqrt{2D_{m_P^*}}}} e^{-u^2} du,$$

откуда

$$p(|X_1| \leqslant \varepsilon) \geqslant$$

$$\geqslant \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\varepsilon}{\sqrt{2d}}}^{\frac{\varepsilon}{\sqrt{2d}}} e^{-u^2} du, \quad d = \frac{2\tilde{P} - 1}{P} D_x.$$

При автомат. определении оценки м. о. на ЦВМ с целью экономии памяти машины выгодно вычислять m_P по рекуррентной ф-ле

$$m_P^* = P - 1/P m_{P-1}^* + x(p\Delta\tau)/P.$$

Т. к. с ростом P число $x(P\Delta\tau)/P$ может быстро выйти из разрядной сетки машины, то выгоднее применять ф-лу

$$m_{kP_0}^* = \frac{k-1}{k} m_{(k-1)P_0}^* + \frac{m_{P_0}(k)}{k};$$

$$m_{P_0}^*(\nu) =$$

$$= \frac{x[(\nu - 1)P_0 \cdot \Delta\tau + \Delta\tau] + x[(\nu - 1)P_0\Delta\tau + 2\Delta\tau] + \cdots + x[\nu \cdot P_0 \cdot \Delta\tau]}{P_0}.$$

Если в ф-лах (1) и (2) положить $x = (m_\eta - \mathrm{H})^2$, то получим оценку дисперсии D_η случайной ф-ции $\mathrm{H}(t)$. Если $x = [\mathrm{H}(t) - m_\eta][\Xi(t + \theta) - m_\xi]$, где $\mathrm{H}(t)$ и $\Xi(t)$ — случайные ф-ции, то получим оценку взаимной корреляционной ф-ции $R_{\eta\xi}(\theta)$; в частности, для $\mathrm{H} = \Xi$ получим автокорреляционную функцию $R_{\eta\eta}(\theta)$.

Весьма важной характеристикой стационарной случайной ф-ции является ее спектральная плотность $S(\omega)$, являющаяся *Фурье преобразованием* от корреляционной ф-ции. Существует два способа построения оценок спектральной плотности. Первый из них состоит в определении оценок корреляционной ф-ции и в вычислении ее преобразования Фурье (см. *Фурье интегралов способы вычисления*). Второй способ основывается на построении оценки спектральной плотности согласно соотношению

$$S(\omega) = \lim_{L \to \infty} \frac{L}{4\pi} m\{|X_L(i\omega)|^2\},$$

где $X_L(i\omega) = \int_{-L}^{L} x(t) e^{-i\omega t} dt$. Для первого и второго способов при вычислении преобразования Фурье целесообразно использовать *алгоритм* быстрого преобразования Фурье. Для получения состоятельной оценки можно применить сглаживание $S(\omega)$ и соответствующей оценки при помощи преобразования Стеклова

$$S_h(\omega) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{h} S(\omega + u) du$$

или более общего преобразования вида

$$\bar{S}_h(\omega) = \frac{1}{2h} \int_{h}^{h} W_h(u) S(\omega + u) du;$$

$$\frac{1}{2h} \int_{h}^{-h} W_h(u) du = 1, \quad W_h(u) \geqslant 0.$$

В наст. время не снижается интерес к созданию специализированных вычисл. устройств как непрерывного, так и дискретного действия для целей корреляционного анализа. Их, как правило, используют для реализации сравнительно простых и однообразных *вычислительных алгоритмов* корреляционной обработки больших массивов исходных данных. Кроме того, существуют *корреляторы*, предназначенные для измерений характеристик стационарных случайных ф-ций. Они дают возможность вычислять оценки m_x, $R_{\eta\xi}$ и $R_{\eta\eta}$ по методу осреднения одной или многих реализаций и текущие оценки m_x, $R_{\eta\xi}$ и $R_{\eta\eta}$ в масштабе времени поступающего на вход сигнала при сколь угодно долгом его наблюдении.

Одной из характерных задач обработки экспериментальных данных является задача выявления скрытых периодичностей, т. е. задача распознавания спектральной структуры реальных процессов $X(t)$ по результатам их измерений, которую можно сформулировать следующим образом. Предполагается, что на $[-L, L]$

$$X(t) = \sum_{j=1}^{n} (A_j \cos \omega_j t + B_j \sin \omega_j t) + n(t),$$

где $n(t)$ — случайный остаток. Задача сводится к определению ω_j, A_j, B_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ и статистических характеристик остатка. Для вычисления статистических характеристик $n(t)$ используются приведенные выше алгоритмы.

Для обработки статистических данных методами теории вероятностей и матем. статистики созданы специализированные автоматизированные системы. Одна из них разработана в Институте кибернетики АН УССР на базе ЭВМ «М-220». Она осуществляет автомат. построение рабочих программ для решения указанных потребителем задач. В системе имеются средства для автомат. пополнения ее матем. обеспечения (см. *Математическое обеспечение ЦВМ*). В ВЦ Московского гос. ун-та на базе ЭВМ «Сетунь» создана автоматизированная система статистической обработки результатов измерения волновых колебаний уровня моря и ряда других океанологических параметров, ее можно применять и для обработки материалов других измерений.

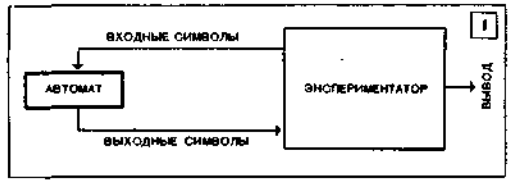
Лит.: Васманов В. В. Вычислительные математические приборы. М., 1958 [библиогр. с. 200—204]; Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1962 [библиогр. с. 873—878]; Дрейер А. А., Черепенникова Ю. Н. Автоматизированная система статистической обработки материалов измерений на ЭЦВМ «Сетунь». М., 1968 [библиогр. с. 171—172]; Иванов В. В. Алгоритмы автоматической оценки вероятностных характеристик производственных процессов. В кн.: Труды I Всесоюзного симпозиума по статистическим проблемам в технической кибернетике. М., 1970; Сергиенко И. В. [и др.]. Некоторые вопросы построения автоматизированной системы обработки статистических данных. «Кибернетика», 1970, № 2; Задирака В. К. Оценка преобразования Фурье. «Кибернетика», 1971, № 4.

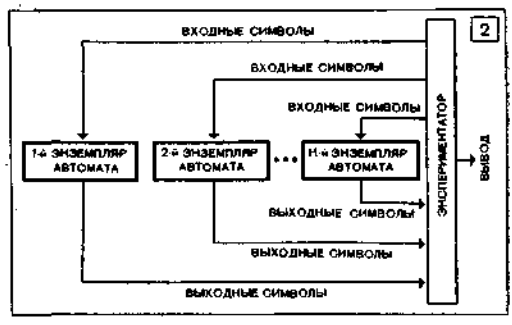
В. К. Задирака, В. В. Иванов, И. В. Сергиенко.

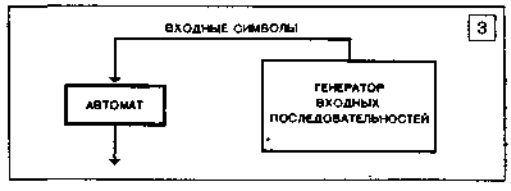
ЭКСПЕРИМЕ́НТЫ С АВТОМА́ТАМИ — процесс приложения входных последовательностей к автоматам, наблюдения получаемых выходных последовательностей и вывода заключений, основанных на этих наблюдениях. Автомат, над которым проводится эксперимент, обычно считается *«черным ящиком»*, в котором доступны наблюдению только входные и выходные полюсы, а внутреннее устр-во и процессы в нем неизвестны. Заключения следует делать только на основе приложенных воздействий, наблюдаемых реакций и априорной информации об автомате, которая имеется в распоряжении при решении данной задачи (это может быть, напр., таблица переходов, верхняя оценка числа состояний автомата и т. д.).

Точнее, понятие эксперимента по существу совпадает с понятием вычислимого функционала. Пусть зафиксирован некоторый класс $\mathfrak{A}$ *автоматов инициальных* со входным алфавитом X и выходным алфавитом Y. Введем следующие обозначения: $\{X\}$ — совокупность всех конечных мн-в слов в алфавите X; $\{X, Y\}$ — совокупность всех конечных мн-в пар слов вида (x, y), где x — слово в алфавите X, а y — слово в алфавите Y. Если $\alpha \in \{X\}$ и $A \in \mathfrak{A}$, то $[\alpha, A]$ — элемент из $\{X, Y\}$, состоящий из всех тех пар вида (x, y), что $x \in \alpha$, а y — слово, в которое A перерабатывает x.

Формальное определение эксперимента следующее: это тройка (Δ, Ω, F), где Δ — мн-во конструктивных объектов, называемое мн-вом априорных информаций (в качестве элементов Δ могут быть, напр., таблицы переходов автоматов, мн-ва таких таблиц и т. п.), Ω — мн-во конструктивных объектов, называемое мн-вом заключений (в качестве элементов Ω могут быть, напр., таблицы переходов с отмеченным начальным состоянием), F — эффективная функция от двух аргументов δ и η, где $\delta \in \Delta$, $\eta \in \{X, Y\}$, принимающая значения как из







1. Схема простого эксперимента.
2. Схема кратного эксперимента.
3. Схема безусловного эксперимента.
4. Схема условного эксперимента.

$\{X\}$, так и из Ω (предполагается, что $\{X\} \supset \bigcap \Omega = \varnothing$).

Пусть A — автомат, которому сопоставлен некоторый элемент δ' из мн-ва Δ априорных информаций. Тогда результат $E(A)$ эксперимента $E = (\Delta, \Omega, F)$ с автоматом A определяется следующим образом. Шаг 0. Находится $\alpha_0 = F(\delta', \Lambda)$, где Λ — пустой элемент. Если $\alpha_0 \in \Omega$, то $E(A) = \alpha_0$ и процесс останавливается. Если $\alpha_0 \in \{X\}$, то находится

$\eta_0 = [\alpha_0, A]$ и осуществляется шаг 1. Шаг i ($i = 1, 2, \ldots$). Находится $\alpha_i = F(\delta', \eta_{i-1})$. Если $\alpha_i \in \Omega$, то $E(A) = \alpha_i$ и процесс останавливается. Если $\alpha_i \in \{X\}$, то находится $\eta_i = [\alpha_i, A]$ и осуществляется шаг $i + 1$.

Классификация экспериментов. Эксперименты можно классифицировать по числу требуемых для их проведения экземпляров (копий) исследуемого автомата (один автомат наз. копией другого, если оба автомата имеют одинаковые таблицы переходов и находятся в одном и том же состоянии перед началом эксперимента). А именно: 1) простые эксперименты (рис. 1), когда требуется единственный экземпляр автомата (т. е. слова из $\alpha_0 \cup \alpha_1 \cup \alpha_2 \cup \ldots$ являются продолжением друг друга); 2) кратные эксперименты, когда требуется более чем один экземпляр автомата (рис. 2).

Разновидностью кратного эксперимента можно считать эксперимент с одним автоматом, снабженным «возвратной кнопкой», т. е. устр-вом, которое после подачи входной последовательности позволяет экспериментатору возвращать автомат в исходное состояние. Такая ситуация имеет место, напр., когда «заказчик» задумал некоторый оператор T и не в состоянии описать его на языке, доступном «исполнителю», но зато в состоянии ответить на любые вопросы типа: «Во что T перерабатывает входную последовательность $x(1), \ldots, x(t)$?» В этом случае «заказчик» выступает в роли обладателя воображаемого «черного ящика», с которым можно проводить кратные эксперименты.

Эксперименты еще можно классифицировать по виду зависимости от предыстории процесса — на 1) безусловные (однородные, неразветвленные) эксперименты (рис. 3), когда прикладываемая входная последовательность (или последовательности в случае кратного эксперимента) полностью определена заранее (т. е. функция F зависит только от 1-го аргумента δ'), и 2) условные (неоднородные, разветвленные) эксперименты (рис. 4), когда каждый последующий символ прикладываемой входной последовательности (или последовательностей в случае кратного эксперимента) экспериментатор выбирает в зависимости от поданных ранее входных последовательностей и полученных выходных последовательностей (т. е. функция F существенно зависит от 2-го аргумента η).

Меры «стоимости» экспериментов. Длина эксперимента E с автоматом A — это общее число входных символов, прикладываемых к автомату A в процессе проведения эксперимента. Высота эксперимента E (кратного) с автоматом A — это число букв в самом длинном простом эксперименте, входящем в данный кратный эксперимент. В случае простого эксперимента понятия длины и высоты совпадают. Иногда рассматривают и др. меры «стоимости» экспериментов. Кратность эксперимента с автоматом A — это число копий автомата A, необходимых для проведения данного эксперимента (простой эксперимент — это эксперимент кратности 1, а кратный — это кратности 2 и более). Порядок эксперимента с автоматом A — это число частей данного эксперимента, разделенных операциями принятия решений (безусловный эксперимент — это эксперимент порядка 1, а условный — порядка 2 или более).

Основные задачи. 1. Диагностическая задача. Известно, что данный автомат A, таблица переходов которого имеется у нас, находится в одном из состояний $q_{i_1}, q_{i_2}, \ldots, q_{i_r}$. Найти это состояние.

2. Установочная задача. Известно, что автомат A, таблица переходов которого имеется, находится в одном из состояний $q_{i_1}, q_{i_2}, \ldots, q_{i_r}$. Установить A в известное состояние. Множество состояний $\{q_{i_1}, q_{i_2}, \ldots, q_{i_r}\}$, одно из которых, как известно экспериментатору, является начальным, наз. мн-вом допустимых состояний. Диагностическая задача, следовательно, является задачей определения начального состояния A, а установочная состоит в определении конечного состояния A. Эксперимент, который решает диагн. задачу, наз. диагностическим, а эксперимент, решающий установочную задачу,— установочным. Диагн. задача ставится и для простых, и для кратных экспериментов; установочная же имеет смысл только для простых экспериментов.

3. Задача расшифровки (распознавания) автоматов имеет несколько вариантов. Рассмотрим основные из них. а) Задача распознавания автоматов из заданного класса. Известно, что автомат A, как неинициальный, принадлежит заданному конечному классу M неинициальных автоматов. Требуется определить этот автомат (т. е. среди автоматов класса M выделить тот, который совпадает с A). б) Задача инициальной расшифровки автоматов не более чем с k состояниями. Известно, что инициальный автомат A с заданными входным и выходным алфавитами имеет не более k состояний. Требуется определить инициальный автомат (напр., в виде таблицы переходов с отмеченным начальным состоянием), в котором реализован тот же оператор, что и в автомате A. в) Задача остаточной расшифровки автоматов не более, чем с k состояниями, заключается в том, чтобы с помощью подходящего простого эксперимента E определить инициальный автомат, в котором реализован тот же оператор, что и в автомате A с начальным состоянием, в которое он перешел после эксперимента E. Если A является сильно связным приведенным автоматом, то остаточная расшифровка для A означает по существу не что иное, как определение его таблицы переходов (с точностью до нумерации состояний) с помощью простого эксперимента. г) Общая задача остаточной (инициальной) расшифровки автоматов отличается от предыдущих задач тем, что заранее неизвестна верхняя оценка числа состояний ан-

томата A, а заданы только входной и выходной алфавиты.

Некоторые результаты. Основы теории Э. с а. заложил амер. математик Э. Мур. Он же получил и первые результаты в этом направлении. В частности, Мур показал, что диагн. задачу для приведенного автомата с k состояниями, два из которых являются допустимыми, всегда можно решить простым безусловным экспериментом длины l, где $l \leqslant k - 1$.

Этот результат равносилен следующему: если к.-н. два состояния автомата A с k состояниями неотличимы входными словами длины $k - 1$, то они неотличимы и входными словами большей длины. Если диагн. задачу для автомата с k состояниями, r из которых являются допустимыми, вообще можно решить путем проведения простого безусловного (условного) эксперимента, то ее можно решить и путем простого безусловного (условного) эксперимента длины l, где $l \leqslant (r - 1)\, k^r$. Установочную задачу для автомата с k состояниями, r из которых являются допустимыми, всегда можно решить с помощью простого безусловного эксперимента длины l, где $l \leqslant \frac{1}{2}(r - 1) \times (2k - r)$. В классе всех автоматов с k состояниями эта оценка не может быть понижена.

Класс автоматов $\{A_1, \ldots, A_N\}$ наз. исключительным, если ни одно состояние любого автомата A_i не эквивалентно никакому состоянию автомата A_j. Если известно, что автомат A принадлежит исключительному классу автоматов $\{A_1, \ldots, A_N\}$, где A_i имеет k_i состояний, а $k_{i+1} \leqslant k_i$, то автомат A может быть распознан простым безусловным экспериментом длины l, где $l \leqslant (k_i + k_2 - 1)\left[\left(\sum_{i=1}^{N} k_i\right) - 1\right]$.

Задачу инициальной расшифровки автоматов не более чем с k состояниями можно решить кратным безусловным экспериментом высоты h, где $h \leqslant 2k - 1$. В классе всех автоматов с k состояниями эта оценка не может быть понижена. Задачу остаточной расшифровки автоматов не более чем с k состояниями можно решить простым безусловным экспериментом длины l, где $l \leqslant 4mkm^{2k}\ln nk)$ (m — число букв входного, а n — выходного алфавитов).

Пусть для любых m, n и k $\mathfrak{A}(m, n, k)$ означает некоторое мн-во (быть может, мн-во всех) автоматов с фиксированными m-буквенным входным и n-буквенным выходным алфавитами и k состояниями и $\mathfrak{A}_E(m, n, k)$ — мн-во тех автоматов из $\mathfrak{A}(m, n, k)$, которые обладают заданным свойством E. Утверждают, что почти все автоматы из $\mathfrak{A}(m, n, k)$ обладают свойством E, если

$$|\mathfrak{A}_E(m, n, k)| \,/\, |\mathfrak{A}(m, n, k)| \to 1 \text{ при } k \to \infty.$$

Оказывается, что указанные выше оценки длин экспериментов, как правило, достигаются лишь для небольшой доли автоматов. Это явление было обнаружено после установления следующих результатов. Пусть $\mathfrak{A}(m, n, k)$ — множество всех приведенных автоматов с заданными m, n и k. Тогда диагн. задачу для почти всех автоматов из $\mathfrak{A}(m, n, k)$ с двумя допустимыми состояниями решают простым безусловным экспериментом длины l, где $l \leqslant \log_m \log_n k + 4$; установочную задачу для почти всех автоматов из $\mathfrak{A}(m, n, k)$ с $r \leqslant k$ допустимыми состояниями можно решить с помощью простого безусловного эксперимента длины l, где $l < 5 \log_n k$. Пусть $\mathfrak{A}(m, n, k)$ — мн-во всех автоматов с заданными m, n и k. Тогда задачу инициальной расшифровки для почти всех автоматов из $\mathfrak{A}(m, n, k)$ можно решить кратным безусловным экспериментом высоты $c \log_m k$ и задачу остаточной расшифровки — простым безусловным экспериментом длины $k^{c'}$, где c и c' — независящие от k константы.

Легко видеть, что невозможен эксперимент, который для всех (даже для почти всех) автоматов решил бы общую задачу инициальной (остаточной) расшифровки. Однако имеет место следующее. Пусть $\mathfrak{A}(m, n, k)$, как и выше, мн-во всех автоматов с заданными m, n и k. Утверждают, что с частотой $1 - \varepsilon$ автоматы обладают заданным свойством E, если $|\mathfrak{A}_E(m, n, k)| / |\mathfrak{A}(m, n, k)| \geqslant 1 - \varepsilon$ для всех k. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует кратный (простой) эксперимент, который с частотой $1 - \varepsilon$ решает общую задачу инициальной (остаточной) расшифровки. При этом высота (длина) соответствующего кратного (простого) эксперимента оказывается относительно небольшой — порядка $\log k$ (порядка k^c), где k — число состояний того «черного ящика», к которому применяется данный эксперимент.

Лит.: Барздинь Я. М. О расшифровке автоматов при отсутствии верхней оценки числа состояний. «Доклады АН СССР», 1970, т. 190, № 5; Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395]; Коршунов А. Д. О верхней оценке длин кратчайших однородных экспериментов по распознаванию заключительного состояния для почти всех автоматов. «Доклады АН СССР», 1969, т. 184, № 1; Мур Э. Ф. Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. Пер. с англ. М., 1966 [библиогр. с. 265—268]; Хиббард Т. Н. Точные верхние границы длин минимальных экспериментов, определяющих заключительное состояние, для двух классов последовательных машин. В кн.: Кибернетический сборник. Новая серия, в. 2. М., 1966.

Я. М. Барздинь.

ЭКСПЕ́РТНЫХ ОЦЕ́НОК МЕ́ТОДЫ в прогнозировании — один из трех основных классов методов *научно-технического прогнозирования*, базирующийся на предположении, что на основе мнений экспертов возможно построить адекватную модель будущего развития объекта прогнозирования. Исходной информацией при этом служат мнения специалистов, занимающихся исследованиями и разработками в прогнозируемой области. Э. о. м. разделяют на индивидуальные и кол-

лективные, в зависимости от того, разрабатывается ли прогноз на основе суждений одного эксперта или группы их. Индивидуальные экспертные оценки бывают двух типов: оценки типа «интервью» и аналитические. Среди методов коллективных экспертных оценок различают метод комиссии, метод отнесенной оценки и дельфийский метод.

Оценка типа «интервью» — это беседа прогнозиста с экспертом, в ходе которой прогнозист, в соответствии с заранее разработанной программой, ставит перед экспертом вопросы относительно перспектив развития прогнозируемого объекта. Процесс аналитической экспертной оценки заключается в самостоятельной работе эксперта, направленной на анализ тенденций и оценку будущего состояния и путей развития прогнозируемого объекта. Из методов аналитической экспертной оценки наиболее распространены морфологический метод и метод составления аналитических обзоров. В основе морфологического метода лежит заранее разработанная схема рассмотрения прогнозируемых объектов, предназначенная для выявления возможных вариантов решений некоторой многоаспектной проблемы. При этом выделяют различные типы характеристик анализируемых объектов, их различные свойства с указанием элементов каждого типа. Перебрав все возможные сочетания характеристик каждого типа, формулируют различные варианты развития анализируемых объектов. В процессе анализа каждого из выделенных вариантов эксперт определяет перспективные с точки зрения достижения определенной цели в будущем.

Применение методов коллективной экспертной оценки позволяет повысить точность и степень конкретизации прогноза. Метод комиссии — это проведение группой экспертов дискуссии с целью выработки общей позиции по вопросам будущего развития прогнозируемых объектов. При использовании данного метода сказывается взаимное влияние экспертов, известна инерционность в отказе от однажды высказанного публично мнения, нередко и влияние др. факторов, что может привести к нежелательным последствиям. Эти недостатки можно частично устранить с помощью метода отнесенной оценки, или метода *«мозгового штурма»*.

Дальнейшим развитием методов коллективной экспертной оценки явилась разработка дельфийского метода (по названию древнегреч. города Дельфы, где при храме Аполлона, согласно преданиям, существовал дельфийский оракул). Дельфийский метод предполагает отказ от прямых коллективных обсуждений. Дебаты заменяют разработанной программой последовательных индивидуальных опросов, проводимых обычно в форме заполнения таблиц экспертной оценки. Ответы экспертов обобщают и вместе с новой дополнительной информацией и обобщенными аргументами передают их в распоряжение экспертов, после чего они уточняют свои первоначальные ответы. Такая процедура повторяется несколько раз до достижения приемлемой сходимости всех высказанных мнений. Весьма важными задачами коллективной экспертизы является оценка некоторых аспектов развития прогнозируемого объекта, которая не может быть получена иными методами (напр., аналитическим расчетом, в результате эксперимента и т. д.), а также определение степени согласованности мнений экспертов по конкретным перспективам развития, сформулированным перед этим отдельными специалистами. Поэтому в процессе коллективной экспертизы должна быть обеспечена взаимная независимость суждений экспертов; оценки, как правило, переводят в количественную форму; эксперт указывает структуру аргументов, послуживших ему основанием для той или иной оценки; эксперт указывает степень своего знакомства с областью, к которой относится определенная оценка. Успеху коллективной экспертизы во многом содействует заинтересованное и ответственное отношение экспертов.

Новым этапом развития методики экспертных оценок в прогнозировании является метод «прогнозного графа». Сущность его состоит в построении (на основе экспертных) оценок и последующем анализе модели сложной сети взаимосвязей, возникающих при решении перспективных науч.-тех. проблем. При этом обеспечивается возможность формирования множества различных вариантов науч.-тех. развития, каждый из которых ведет в перспективе к достижению целей развития прогнозируемой отрасли. Последующий анализ модели позволяет определить оптим. (по тем или иным критериям) пути достижения цели. При таком подходе к разработке прогнозов повышается обоснованность решений, принимаемых в области планирования и управления процессами науч.-тех. и эконом. развития.

Лит.: Глушков В. М. О прогнозировании на основе экспертных оценок. «Кибернетика», 1969, № 2; Добров Г. М. Прогнозирование науки и техники. М., 1969 [библиогр. с. 198—206]; Ершов Ю. В. Анализ согласованности мнений при коллективной экспертной оценке перспектив развития конкретной отрасли техники. В кн.: Материалы по науковедению, в. 5. К., 1970; Kendall M. G. Rank correlation methods. New York, 1955 [библиогр. с. 166—170]; Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. Пер. с англ. М., 1970 [библиогр. с. 487—563].

В. М. Глушков, Г. М. Добров.

ЭКСТРАПОЛИ́РОВАНИЕ В ОБУЧЕ́НИИ РАСПОЗНАВА́НИЮ О́БРАЗОВ — определение результата распознавания для произвольного сигнала на основании заданных результатов распознавания для отдельных сигналов, образующих *обучающую выборку*.

Распознающая система (или распознающий алгоритм) служит для того, чтобы на основании наблюдаемого сигнала, характеризующего некоторый объект, выбирать одно из возможных решений. Цель обучения распознающей системы состоит в том, чтобы по известным правильным решениям, указанным учителем для некоторой выборки сигналов, определить решения для сигналов, не вошедших в выборку. Этот процесс, с одной стороны, подобен обучению человека «на примерах», с другой,

может рассматриваться как восстановление некоторой функции по ее значениям в отдельных точках, т. е. как *экстраполирование функции* (или ее интерполирование).

Очевидно, что экстрополирование или *интерполирование функции* имеет смысл только в том случае, если на искомую функцию с самого начала наложены определенные ограничения, т. е. указан класс, к которому заведомо принадлежит искомая функция. Класс функций можно либо четко очертить, либо задать не вполне определенно, указав предпочтительность тех или иных функций. Предпочтительность характеризуется некоторым функционалом, заданным на мн-ве функций. Примером такого функционала может служить некоторая оценка сложности функции. Если никаких ограничений нет, то экстраполирование теряет смысл, т. к. в этом случае функцию можно продолжить совершенно произвольно.

В наиболее простом и привычном случае функций одномерного аргумента (т. е. функций одной переменной) достаточно наложить на функции довольно общие и сравнительно слабые ограничения, для того чтобы экстраполирование с приемлемой точностью было возможно. Напр., достаточно предположить существование и ограниченность производной, чтобы экстраполирование (в данном случае — интерполирование) было возможно с погрешностью, обратно пропорциональной числу равномерно распределенных точек, в которых значения функции заданы. Однако в общем случае функций многомерного аргумента при таких же общих предположениях о функциях экстраполирование неосуществимо.

Случай многомерного аргумента, характерный для большинства практически важных задач распознавания, отличается тем, что точки, в которых необходимо задать значения функции, образуют многомерную решетку. Число точек в этой решетке возрастает с ростом размерности N аргумента как m^N, где m — число значений, которое принимает каждая компонента аргумента. Даже при минимальном значении $m = 2$ (компонента является переменной величиной, если она принимает, по крайней мере, два различных значения) число точек, равное 2^N, увеличивается с ростом размерности N так быстро, что уже при N порядка нескольких десятков задать 2^N точек практически невозможно.

Поэтому в случае экстраполирования функций многомерного аргумента необходимо налагать значительно более строгие ограничения на класс функций. С этой «трудностью многомерности» исследователи сталкиваются при решении задач обучения в тех случаях, когда распознаваемые объекты характеризуются большим числом признаков. В таких задачах аргументом решающей функции является набор признаков. Размерность N такого аргумента равна числу признаков. Поэтому при распознавании объектов, характеризуемых несколькими десятками признаков, для преодоления трудности многомерности необходимо заранее знать достаточно узкий класс, к которому принадлежит решающая функция.

Достаточно узким классом функций следует считать класс, характеризующийся сравнительно небольшим значением *эпсилон-энтропии*, так что *информации количество*, содержащееся в обучающей выборке, должно быть не менее ε-энтропии класса. Обычно, если класс функций представим в параметрической форме, это требование можно более грубо сформулировать так: число неизвестных параметров функции должно быть того же порядка, что и длина обучающей выборки. Конечно, выбираемый класс функций должен быть адекватным данной конкретной задаче, иначе искомая решающая функция может оказаться не принадлежащей выбранному классу функций и поэтому не будет найдена. Выбор класса решающих функций можно осуществить путем изучения закономерностей, которым подчиняются наблюдаемые сигналы в конкретном случае решаемой задачи (см. *Модели объектов распознавания*). *В. А. Ковалевский.*

ЭКСТРАПОЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА — одна из задач *предсказания случайных процессов теории*. Э. с. п. состоит в построении оценки $\hat{\xi}(t_0)$ значения *случайного процесса* в точке t_0, не принадлежащей множеству E, по результатам наблюдения процесса $\xi(t)$ на E. Иначе говоря, требуется указать такой *функционал* $\hat{\xi}(t_0) = f\{\xi(t), t \in E\}$ от результатов наблюдения, который можно было бы с наибольшим основанием приравнять к значению $\hat{\xi}(t)$. Обычно в качестве меры точности экстраполирования принимают среднеквадратическую погрешность $\sigma^2 = M\{\xi(t_0) - \hat{\xi}(t_0)\}^2$. Оценка, для которой среднеквадратическая погрешность минимальна, имеет вид

$$\hat{\xi}(t_0) = M\{\xi(t_0)/\xi(t), \quad t \in E\}. \qquad (1)$$

Ф-ла (1) определяет условное *математическое ожидание* $\xi(t_0)$ при известных $\xi(t)$, $t \in E$. Однако, построение с помощью соотношения (1) явных экстраполяционных ф-л возможно лишь в исключительных случаях: либо когда имеется явное выражение для условного распределения $\xi(t_0)$ при известных $\xi(t)$, $t \in E$, либо при некоторых спец. предположениях относительно процесса $\xi(t)$ (напр., $\xi(t)$ — *марковский процесс*; $\xi(t)$ — компонента многомерного марковского процесса). В практически важном случае *гауссовского случайного процесса* $\xi(t)$ оптим. экстраполирование $\hat{\xi}(t_0)$ линейно выражается через результаты наблюдения. Поэтому при изучении задач экстраполирования часто ограничиваются рассмотрением линейных функционалов (см. *Оператор*) от результатов наблюдения (задача линейного Э. с. п.). Ограничение одними только линейными функционалами уменьшает точность экстраполирования, но это компенсируется существенным упрощением задачи и удобством практического

использования получаемых результатов. Если наилучшую линейную оценку $\tilde{\xi}(t_0)$ значения $\xi(t_0)$ искать в виде $\tilde{\xi}(t_0) = \int\limits_E c(t)\,\xi(t)\,dt$, где $c(t)$ — неизвестная *весовая функция*, то из условия минимума среднеквадратической погрешности $M[\tilde{\xi}(t_0) - \xi(t_0)]^2$ для ф-ции $c(t)$ получается *интегральное уравнение*

$$\int\limits_E B_\xi(t, s)\,c(t)\,dt = B_\xi(t_0, s), \quad (s \in E). \qquad (2)$$

Здесь $B_\xi(t, s) = M\xi(t)\,\xi(s)$ — *корреляционная функция* процесса $\xi(t)$, предполагающаяся известной. В ряде случаев (при спец. предположениях относительно E и процесса $\xi(t)$) можно получить явные решения интегр. ур-ния (2). В частности, явные решения задачи Э. с. п. получены для стационарных случайных процессов с дробно-рациональной *спектральной плотностью*. Характер получаемых при этом результатов можно проиллюстрировать следующими примерами.

Пример 1. Если $\xi(t)$ — стационарный случайный процесс со спектральной плотностью $f(\lambda) = \dfrac{A}{|\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_n|^2}$, а $E = (-\infty, 0)$ (наблюдается все прошлое процесса $\xi(t)$), то $\tilde{\xi}(t_0) = c_0\xi(0) + c_1\xi'(0) + \cdots + c_{n-1}\xi^{(n-1)}(0)$, где $c_0, \ldots, c_{n-1}$ — некоторые константы, $\xi^{(i)}(0)$ — производная порядка i процесса $\xi(t)$ в точке 0.

Пример 2. Если $\xi(t)$ — стационарный случайный процесс со спектральной плотностью $f(\lambda) = A\dfrac{\lambda^2 + \alpha^2}{\lambda^4 + \alpha^4}$ и $E = (-\infty, 0)$, то $\tilde{\xi}(t_0) = c_0\xi(0) + c_1\int\limits_{-\infty}^{0} e^{\alpha t}\,\xi(t)\,dt$. Если тот же процесс наблюдается на $E = (-T, 0)$ то

$$\tilde{\xi}(t_0) = c_0\xi(0) + c_0'\xi(-T) + \int\limits_{-T}^{0} [c_1 e^{\alpha t} + c_1^1 e^{-\alpha t}]\,\xi(t)\,dt.$$

Здесь c_0, c_0^1, c_1, c_1^1 — константы, зависящие от t_0 и α.

Методы Э. с. п. широко используются в *автоматического управления теории*, теории связи, радиофизике, в *распознавании образов*.

М. И. Ядренко.

ЭКСТРАПОЛИ́РОВАНИЕ ФУ́НКЦИЙ — приближенное определение значений некоторой функции в точках, лежащих вне отрезка, принадлежащего области определения функции, по ее значениям во внутренних точках этого отрезка. Другими словами, если известны значения ф-ции $y = f(x)$ на отрезке $[x_0, x_n]$, то по ее значениям в точках $x_0, x_1, \ldots, x_n$ $(x_0 < \ldots < x_n)$ можно экстраполировать значения ф-ции в точках, лежащих вне отрезка $[x_0, x_n]$. Аппаратом для этого служит, напр., Э. ф. при помощи интерполяционных многочленов (см. *Интерполирование функций*), когда в качестве значения $f(x)$ в точке x берется значение многочлена $P_n(x)$ степени n, принимающего в $n+1$ точке x_i заданные значения $y_i = f(x_i)$.

Д. К. Лисенбарт.

ЭКСТРЕМА́ЛЬ (от лат. extremus — крайний) — такая функция одного или нескольких аргументов, которая доставляет экстремум (максимум или минимум) некоторой переменной величине, зависящей от функций и называемой функционалом. Напр., функционалом является к-во тепла, выделяющееся в обмотке якоря электродвигателя за время пуска, причем функция, от которой зависит этот функционал, есть зависимость тока якоря от времени. Э. в данном случае является такая зависимость тока электродвигателя от времени, при которой достигается минимум потерь тепла во время пуска. Э. используют для составления оптим. программ работы и синтеза структур систем автомат. управления.

Л. М. Бойчук.

ЭКСТРЕМА́ЛЬНОЕ РЕГУЛИ́РОВАНИЕ — способ автоматического управления, заключающийся в установлении такого режима работы объекта, при котором непосредственно измеряемый показатель качества (некоторая функция координат системы) имеет максимальное (минимальное) значение. Э. р. является частным случаем оптимального управления, для которого показатель качества является непосредственно измеряемым. При Э. р. решаются задачи: 1) нахождения градиента целевой функции, определяющего направление движения к экстремуму в пространстве регулируемых координат при наличии помех, возмущений и инерционности объекта оптимизации; 2) организации устойчивого движения системы в направлении точки экстремума за минимально возможное время, либо при минимизации других показателей (напр., функционала, характеризующего среднеквадратическое уклонение от точки экстремума).

Задачу Э. р. можно решить, использовав разомкнутый или замкнутый принцип управления (см. *Система экстремального регулирования*). Э. р. является одним из способов управления производственными процессами (см. *Регулятор экстремальный, Оптимизатор автоматический*).

В. М. Кунцевич, А. А. Туник.

ЭКСТРЕМА́ЛЬНЫЕ ЗАДА́ЧИ в теории графов — задачи на отыскание минимума (максимума) какой-нибудь числовой характеристики графа, принадлежащего некоторому выделенному классу. Примером могут служить задача о нахождении точных верхних и нижних граней для хроматического числа *графа* с заданными к-вами вершин и ребер, задача об определении наибольшего к-ва ребер графа с фиксированными к-вами вершин и радиусом и т. п. Чаще всего такие задачи вкладываются

в схему: заданы некоторые графы $F_1, \ldots, F_l$; требуется найти наибольшее к-во $m(n; F_1, \ldots, F_l)$ ребер, какое может содержать n-вершинный граф L^n, в который не вложим по крайней мере один из исходных (граф K вложим в L, если в L существует часть, изоморфная K); кроме того, требуется описать мн-во всех графов, экстремальных для $F_1, \ldots, F_l$.

Наибольший вклад в разработку методов решения задач указанного типа внесли венгер. математики. Первую такую задачу поставил и решил в 1940 П. Туран. Он доказал, что при любом натуральном n единственным экстремальным n-вершинным графом для полного $p+1$-вершинного графа является граф $T^{n,p}$, описываемый следующим образом: пусть r — остаток от деления n на p; разобьем n вершин графа на p непересекающихся подмн-в, из которых r содержат по $\left[\frac{n}{p}\right]+1$ вершин, а остальные $p-r$ подмн-в — по $\left[\frac{n}{p}\right]$ вершин; две вершины смежны тогда и только тогда, когда они принадлежат различным подмн-вам. Подсчитано, что к-во ребер графа $T^{n,p}$ равно $\frac{p-1}{2p}(n^2-r^2)+\frac{r(r-1)}{2}$.

Как правило, определить экстрем. граф L^n и к-во его ребер удается лишь при достаточно больших значениях n. В связи с этим многие авторы исследовали предельные свойства экстрем. графов. Доказано, что если $p+1$ — миним. из хроматических чисел графов $F_1, \ldots, F_l$ и L^n — экстрем. граф для этих графов, то $m(L^n) = m(T^{n,p}) + O(n^{2-c})$. Здесь $m(K)$ — к-во ребер графа K, c — положительная константа, зависящая от $F_1, \ldots, F_l$

Этот результат значительно усиливает следующая теорема. Пусть граф L^n — экстремальный для графов $F_1 \ldots, F_l$. Если для всех $i = 1, \ldots, l$ хроматическое число $\chi(F_i) \geqslant p+1$ и $\chi(F_1) = p+1$, причем для некоторой раскраски графа F_1 при помощи цветов «1», ..., «$p+1$» цветом «1» окрашено r вершин, то

$$m(L^n) = m(T^{n,p}) + O(n^{2-\frac{1}{r}})$$

и вершины L^n можно разбить на p непересекающихся подмн-в $A_1, \ldots, A_p$ так, чтобы выполнялись условия: а) всякое A_i содержит $\frac{n}{p}+O(n^{1-\frac{1}{2r}})$ вершин; б) к-во ребер, соединяющих вершины из A_i, не превосходит $O(n^{2-\frac{1}{r}})$ $(i = 1, \ldots, p)$; в) степень каждой вершины графа равна $\frac{n}{p}(p-1)+O(n^{1-\frac{1}{r}})$; г) за исключением не более $O(n^{2-\frac{1}{r}})$ пары $\langle x, y\rangle$ вида $x \in A_i$, $y \in A_j$ $(i \neq j)$ образованы смежными вершинами.

Миним. информацию предельные теоремы дают при $p = 1$. В этом случае ключевой, но еще не решенной задачей является задача отыскания экстрем. графа для полного двудольного графа с к-вом вершин в каждой доле t. Установлено, что к-во ребер такого графа не превосходит $cn^{2-\frac{1}{t}}$ (c — некоторая константа), однако хорошие нижние оценки при произвольном t неизвестны.

Для решения некоторых экстрем. задач при больших значениях n существует т. н. метод прогрессивной индукции, основанный на использовании предельных теорем. В частности, доказана следующая теорема. Для того, чтобы граф $T^{n,p}$ $(p > 1)$ был экстремальным для графов $F_1, \ldots, F_l$, начиная с некоторого n необходимо и достаточно, чтобы $\chi(F_i) \geqslant p+1$ $(i = 1, \ldots, l)$ и для некоторого i_0 в графе F_{i_0} существовало ребро, удаление которого уменьшало бы хроматическое число графа. При этих условиях граф $T^{n,p}$ при достаточно большом n является единственным экстрем. графом.

Лит.: Зыков А. А. О некоторых свойствах линейных комплексов. «Математический сборник. Новая серия», 1949, т. 24, № 2; Ершов А. П., Кожухин Г. И. Об оценках хроматического числа связных графов. «Доклады АН СССР», 1962, т. 142, № 2; Визинг В. Г. О числе ребер в графе с данным радиусом. «Доклады АН СССР», 1967, т. 173, № 6; Turán P. On the theory of graphs. «Colloquium mathematicum», 1954, v. 3, № 1; Simonovits M. A method for solving extremal problems in graph theory, stability problems. В кн.: Theory graphs. Budapest, 1968.

М. К. Гольдберг.

ЭКСТРЕМА́ЛЬНЫЕ ЗАДА́ЧИ НА ГРА́ФАХ — задачи, заключающиеся в отыскании наибольшего или наименьшего значения какой-либо числовой функции, определенной на сети, заданной некоторым *графом*. К таким задачам относятся *задача о кратчайшем пути*, задача о *критическом пути*, задача об отыскании *допустимого пути*, *сетевая задача*, *сетевая задача неоднородная* и др.

ЭКСТРЕМУМ (лат. extremum — крайнее) — значение некоторой величины или функции $f(x)$, являющееся ее максимумом или минимумом. Различают *экстремум локальный* — Э. в некоторой произвольно малой окрестности данной точки, и *экстремум глобальный* — Э. во всей рассматриваемой области значений x. Локальным максимумом или минимумом ф-ций $f(x)$, заданных на числовой оси, является такое значение $f(x_0)$, для которого выполняется соответственно неравенство $f(x) \leqslant f(x_0)$ или $f(x) \geqslant f(x_0)$ для всех x, находящихся внутри интервала $(x_0-\delta, x_0+\delta)$, где $\delta > 0$ — достаточно малое число. Для дифференцируемых ф-ций, заданных в явном виде, Э. достигается только в тех точках x_0, где $f'(x_0) = 0$ (необходимое условие существования Э.). Для нахождения точек Э. решают

ур-ние $f'(x) = 0$ и каждый из полученных корней $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ исследуют одним из таких двух способов (которые дают достаточные условия существования Э.). 1) Находят знаки $f'(x)$ в точках ξ_k и ξ_{k+1}

$$(x_{k-1} < \xi_k < x_k < \xi_{k+1} < x_{k+1})$$
$$(k = 1, 2, \ldots, n).$$

Если $f'(\xi_k)$ и $f'(\xi_{k+1})$ имеют одинаковые знаки, то Э. нет; если $f'(\xi_k) < 0$, а $f'(\xi_{k+1}) > 0$, то имеем точку минимума; если $f'(\xi_k) > 0$, а $f'(\xi_{k+1}) < 0$, то имеем точку максимума. 2) Находят $f''(x_k)$, $f'''(x_k)$, $f^{IV}(x_k)$, ... Если порядок первой, отличной от 0, производной из этого ряда — четный, то ф-ция $f(x)$ имеет или максимум (когда производная отрицательная), или минимум (когда производная положительная). Если же порядок этой производной нечетный, то ф-ция не имеет Э.

Если ф-ция $y = f(x)$ задана неявно (при помощи ур-ния $F(x, y) = 0$), то решают систему $F(x, y) = 0$, $\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = 0$ и полученные решения (x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n) подставляют в $\frac{\partial F(x, y)}{\partial y}$ и $\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2}$. Если в точке (x_i, y_i) эти частные производные имеют разные знаки, то при данном x_i ф-ция имеет минимум; если же они имеют одинаковые знаки, то ф-ция имеет максимум. Если одна из этих производных равна 0, аналитические методы становятся более сложными. См. также *Минимизации функций методы*, *Оптимизации методы* численные. *А. Т. Хавро.*

ЭКСТРЕ́МУМ АБСОЛЮ́ТНЫЙ — наименьшее (наибольшее) значение функционала во всей области его определения. Если аргумент ограничен некоторыми условиями, описывающими допустимую область изменения, то Э. а. — наименьшее (наибольшее) значение функционала в этой области.

ЭКСТРЕ́МУМ ГЛОБА́ЛЬНЫЙ — крайнее (наибольшее или наименьшее) значение числовой функции на всем множестве значений, принимаемых этой функцией, т. е. ее глобальный максимум или глобальный минимум. Задача отыскания точек, в которых достигается Э. г., является задачей *программирования математического*. Если эти точки ищут во всем простр. независимых переменных, то задачу наз. задачей на безусловный экстремум. Если же их ищут при некоторых ограничениях на независимые переменные, то задачу наз. задачей на условный экстремум. См. также *Глобального поиска методы*. *В. П. Гуленко.*

ЭКСТРЕ́МУМ ЛОКА́ЛЬНЫЙ — значение функционала в точке, в которой выполняется следующее условие: существует такая окрестность точки, что наименьшего (наибольшего) значения в данной окрестности функционал достигает именно в рассматриваемой точке.

ЭКСТРЕ́МУМА ДРЕЙФ — изменение координат точки экстремума статической характеристики объекта управления в результате действия на него внешних возмущений. В объектах с одним регулирующим воздействием различают такие два типа Э. д.: горизонтальный (дрейф вдоль оси регулирующих воздействий) и вертикальный (вдоль оси показателя экстремума). В объектах с n регулирующими воздействиями Э. д. происходит в $(n+1)$-мерном пространстве, образованном n осями регулирующих воздействий и $(n+1)$-ой осью показателя экстремума. При анализе и синтезе экстремальных систем задаются гипотезами относительно характера Э. д. Наиболее часто Э. д. принимают в виде единичного скачка, линейно-нарастающего возмущения, а также случайного процесса, как правило, с нормальным распределением. Горизонтальным типом Э. д. задаются для анализа переходных процессов в экстремальных системах (см. *Экстремальное регулирование*). При наличии Э. д. вертикального типа экстремальные системы (см. *Система экстремального регулирования*) теряют работоспособность при скорости Э. д. выше некоторой критической, поэтому ее определение является чрезвычайно важным для оценки предельных возможностей и быстродействия экстремальной системы. Расчет экстремальных систем при случайном Э. д. позволяет определить точность поддержания экстремума и критическую дисперсию случайного возмущения, при которой экстремальная система сохраняет работоспособность.

Лит. см. к ст. *Система экстремального регулирования*. *А. А. Туник.*

ЭЛЕКТРИ́ЧЕСКИЕ МОДЕЛИ́РУЮЩИЕ СЕ́ТКИ — моделирующие устройства, *машинные переменные* в которых соответствуют с точностью до постоянных масштабов искомым неизвестным из конечноразностных уравнений, аппроксимирующих исходные дифференциальные; предназначены для решения дифференциальных уравнений. Существует два

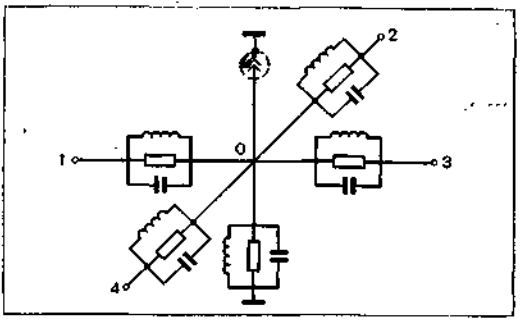


Схема узла электрической моделирующей сетки.

метода построения Э. м. с.: физический и математический. Физ. метод заключается в том, что исследуемый объект любой физ. природы разбивается на большое конечное число ячеек, каждая из которых замещается электр. схемой, состоящей из резисторов, индуктивностей,

емкостей и т. д., моделирующих определенные физ. свойства ячеек. Электр. модели ячеек соединяются между собой, образуя Э. м. с. Матем. метод основан на аппроксимации исходного дифф. ур-ния в частных производных системой алгебр. или обыкновенных дифф. ур-ний (производные по времени оставляют иногда в дифф. форме), для решения которой строится модель, называемая также Э. м. с. Если класс возможных Э. м. с., построенных по физ. методу, ограничен чисто аналоговыми устр-вами, основанными на принципе подобия между объектом и моделью, то матем. подход часто приводит к квазианалоговым Э. м. с., в основу которых положен более общий принцип — принцип эквивалентности ур-ний объекта и модели в отношении получаемых результатов (см. *Подобия теория*).

Э. м. с. может быть построена только на омических сопротивлениях, если коэфф. системы алгебр. ур-ний удовлетворяют условиям: а) матрица коэфф. симметричная; б) диагональные коэфф. матрицы по модулю больше или равны сумме модулей побочных коэфф. той же строки; в) все побочные коэфф. имеют знак, противоположный знаку диагональных коэфф. Если эти условия не выполнены, то строят либо Э. м. с. на реактивных элементах, либо квазианалоговые Э. м. с. с ручным или автомат. уравновешиванием. В последнем случае Э. м. с. содержат электронные блоки: усилители постоянного тока, *преобразователи функциональные* и др. В состав оборудования Э. м. с., кроме собственно сетки, входят еще устр-во для задания краевых условий, измерительное устр-во, блок питания и др.

Э. м. с. широко используют в теплофизике, электродинамике, гидро- и аэромеханике, строит. механике и др. для решения дифф. ур-ний с краевыми условиями. На рис. показан узел Э. м. с. для решения двумерных дифф. ур-ний в частных производных 2-го порядка (0 — центр. узел, 1—4 — соседние узлы). Путем соответствующего выбора параметров элементов можно моделировать ур-ния эллиптического, параболического и гиперболического типов.

Недостатки описанных Э. м. с. (громоздкость схем, трудность в автоматизации ввода и вывода данных, узкий класс решаемых задач) можно устранить при переходе к алгоритм. Э. м. с. с переменной структурой. Вычисления в таких Э. м. с. осуществляются последовательно с помощью аналогового арифм. устр-ва в соответствии с выбранным *алгоритмом* решения задачи, а промежуточные и окончательные результаты хранятся либо в *запоминающем устройстве* АВМ, либо оператор записывает их на бумаге. В последнее время Э. м. с. используют для построения гибридных систем типа «сетка — ЦВМ», осн. достоинства которых — большие точность вычислений и быстродействие.

Лит.: Тетельбаум И. М. Электрическое моделирование. М., 1959 [библиогр. с. 318—319]; Воянский Б. А., Бухман В. Е. Модели для решения краевых задач. М., 1960 [библиогр. с. 447]; Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Пер. с англ. М., 1962. *В. В. Крамской.*

ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ТЕОРИЯ — совокупность знаний о свойствах электрических и магнитных цепей, о закономерностях и методах анализа протекающих в них процессов, о методах синтеза таких цепей по принятым критериям качества. Областью исследования Э. ц. т. являются такие устр-ва и сигналы в цепях, характеристики и условия наблюдения которых таковы, что в некоторой ограниченной области простр. существенно проявляется лишь одна сторона электромагн. процесса. Это обстоятельство позволяет перейти от распределенных в простр. векторных величин составляющих напряженности электр. поля, вектора электр. смещения, вектора плотности электр. тока, вектора напряженности магн. поля и вектора магн. индукции к таким интегральным понятиям, как эдс, напряжение, электр. заряд, ток, магн. поток, и от реальных электр. и магн. цепей (РЦ) к графо-аналитической абстракции, выражаемой в представлении РЦ в различной форме через набор идеальных электр. и магн. элементов (электр. и магн. сопротивлений, емкостей, индуктивностей, источников напряжений, токов и потоков и пр.), отражающий осн. явления, происходящие в реальном устр-ве.

Совокупность электр. элементов, предназначенная для интерпретации реального устр-ва, электромагн. процессы в котором можно описывать с помощью понятий об эдс, токе и напряжении, наз. идеальной электрической цепью (ЭЦ). Аналогично совокупность магн. элементов, предназначенная для интерпретации реального устр-ва с образующими замкнутые контуры ферромагнитными телами, в которых при наличии магнитодвижущих сил образуются магн. потоки, наз. идеальной магнитной цепью (МЦ). При наличии в реальном электр. устр-ве электронных ламп, транзисторов, фоторезисторов, полупроводниковых диодов и др. электронных элементов интерпретирующий набор элементов наз. электронной цепью.

Представление реальной цепи посредством идеальной выполняют, учитывая характеристики используемых сигналов, т. к. они существенно влияют на степень абстракции протекающих физ. процессов. Напр., для определенного типа проволочного резистора наиболее существенным параметром на низких частотах является активное сопротивление, а на высоких — емкостное. В то же время для среднего диапазона частот нельзя пренебрегать ни активной, ни реактивной составляющей сопротивления, и в этом случае данный резистор целесообразно рассматривать как сложную RLC-цепь. Следовательно, интерпретация реального резистора идеальными электр. элементами должна быть различной в зависимости от спектра частот рабочих сигналов цепи. Если же рассматривать ЭЦ и МЦ, то для них возможны формальные определения и формальные

преобразования, основывающиеся на совокупности некоторых понятий, не связанных с сигналами. Абстрагирование цепи до уровня объекта исследования, независимого от сигнала, позволяет локализовать собственные свойства цепей безотносительно к характеристикам сигналов, а тем самым и выполнить важные обобщения в рамках единой теории абстрактных цепей. В связи с этим современный подход в Э. ц. т. связывается с применением фундаментальной теории пространства состояний (фазового пространства), согласно которой цепи рассматривают с позиции теории систем и соответствующих ей понятий: объект, состояние, вход, выход, эквивалентность, устойчивость систем и состояний и т. п. Сущностью теории систем является отыскание не физ. *аналогий* в осн. свойствах исследуемой системы, а матем. связей между ними, вследствие чего изучение систем, в том числе и цепей, сопровождается решением в том или ином виде следующих проблем: а) выявление осн. свойств объектов, входящих в состав системы; б) определение *соотношений между этими* свойствами; в) представление взаимодействия между различными объектами в виде соотношений между их свойствами; г) составление полной совокупности соотношений между свойствами системы; д) составление ур-ний связи между свойствами, изменяемыми экспериментатором (входы), и свойствами, которые наблюдаются, но непосредственному изменению не подлежат (выходы).

Э. ц. т. включает в себя две осн. области исследования — анализ и синтез ЭЦ и МЦ. Анализ цепей связан с решением задач нахождения состояний, напр., расчета распределения токов, напряжений, зарядов и потокосцеплений в элементах цепи, задач устойчивости электрич. и магн. цепей как систем, задач по определению чувствительности к изменениям характеристик и т. д. При этом число независимых ур-ний, которое обычно можно составить, равно числу неизвестных, благодаря чему задачи анализа сопровождаются решением определенных систем ур-ний. Задачи же синтеза цепей сложнее и заключаются в разработке методов построения цепей с заданными свойствами, напр., для электронных цепей одной из важных задач синтеза является задача построения цепей, описываемых желаемыми матем. ур-ниями. В задачах синтеза цепей число ур-ний, которое можно составить, обычно меньше числа неизвестных, поэтому и решение их практически всегда неоднозначно.

Реальная электр. цепь — это объект, состоящий из совокупности проводящих тел и сред, образующих замкнутые пути для электр. тока. А поскольку интерпретирующая ее ЭЦ является абстрактным образом, то в зависимости от назначения и форма представления ЭЦ различна: схема соединения, геом. образ, матричная форма представления и др. Важное практ. значение имеет материальное воплощение абстрактной ЭЦ в набор реально соединенных физ. элементов, характеристики которых максимально приближены к идеальным. Это позволяет создавать моделирующие устр-ва для анализа и исследования сложных РЦ и ЭЦ и конструировать новые приборы с наперед заданными характеристиками.

В основе большинства методов анализа ЭЦ лежит идея расчленения их на составные части — элементы цепи. Элементы разделяются на пассивные (резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы и пр.) и активные (источники тока, источники напряжения, электронные лампы, транзисторы и пр.). Совокупность взаимосвязей между элементами образует схему соединения. Схема соединения ЭЦ без указания характера элементов наз. ее геом. образом. Те элементы ЭЦ, которые могут соединяться с остальными только двумя полюсами (зажимами), наз. двухполюсниками. Аналогично вводят понятия о трехполюсниках, четырехполюсниках и вообще о многополюсниках. Точки, в которых соединяются три и более полюсов, наз. у з л а м и ЭЦ; части, соединяющие два любых узла — ее ветвями, а *любой замкнутый путь, проходящий по* нескольким ветвям — к о н т у р о м ЭЦ. Процессы, происходящие в ЭЦ, подразделяются на установившиеся (стационарные) и переходные (нестационарные), а сами ЭЦ, в зависимости от реакции на процессы — на линейные и нелинейные, и в зависимости от соотношений между длиной волны переменного сигнала и фазового распределения вдоль каждой ветви — на ЭЦ с сосредоточенными и ЭЦ с распределенными параметрами.

В зависимости от целей анализа свойства ЭЦ могут быть выражены различными способами, напр., при помощи алгебр. или дифф. ур-ний или путем определения реакции цепи на воздействие на входы определенных элементарных ф-ций. Если известна реакция цепи на элементарную ф-цию, то для линейных ЭЦ реакцию на произвольный входной сигнал можно определить на основе принципа суперпозиции (принципа наложения, см. *Расчета электрических цепей методы*).

В качестве элементарных ф-ций часто используют синусоидальные сигналы и соответствующие им разложения входных сигналов в ряд или интеграл Фурье (методы преобразования Фурье). Однако, методам преобразования Фурье присущ существенный недостаток — с их помощью можно получать лишь составляющие установившегося режима, поэтому в общем случае нельзя получать выходной сигнал как функцию времени.

Трудности преобразований Фурье в значительной мере устраняются переходом в область комплексного переменного с выполнением интегрирования в комплексной плоскости. Соответствующее преобразование, являющееся обобщением интеграла Фурье, носит название преобразования Лапласа. Оно используется для решения дифф. ур-ний и определения реакции цепей на непрерывные сигналы, а также для решения разностных ур-ний и определения реакции на дискретные сигналы. Однако для последних целей наиболее

удобным оказывается применение специально разработанного метода — z-преобразования.

Достоинство методов преобразования заключается в том, что они позволяют исследователю оперировать не с дифф. ур-ниями, а с алгебраическими. Такое же достоинство свойственно и методу передаточных ф-ций, которые для цепей с постоянными параметрами могут быть определены как отношение преобразования Лапласа выходной величины к соответствующему преобразованию входной при наличии нулевых начальных условий.

Этот метод обладает еще и тем достоинством, что размерность передаточной ф-ции часто оказывается ниже размерности соответствующей системы алгебр. или дифф. ур-ний. Поскольку ЭЦ ввиду неединственности количества входов и выходов обычно относятся к классу многосвязных систем, то для них часто применяют понятие передаточной матричной ф-ции. Регулярное применение передаточные ф-ции находят при расчете процессов в ЭЦ и при анализе их устойчивости.

При применении к анализу ЭЦ метода пространства состояний уравнения цепи записываются в виде ур-ния состояния, которое для линейного случая ЭЦ в матрично-векторной форме имеет вид

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + B(t)V;$$

$$Y = C(t)X + D(t)V,$$

где X — вектор переменных состояния, определяемый в n-мерном пространстве координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$; V — вектор входных ф-ций, определенный в m-мерном пространстве; Y — вектор выходных ф-ций, определяемый в p-мерном пространстве; $A(t)$ — основная матрица ЭЦ; $B(t)$, $C(t)$ и $D(t)$ — матрицы связи ЭЦ.

При этом понятие состояния ЭЦ можно схематично охарактеризовать как минимальную информацию об ЭЦ, необходимую для определения при известной входной ф-ции ее выхода, а также ее состояний в будущем. Следовательно, состояние цепи в момент t_1 содержит всю ту информацию о прошлом ($t \leqslant t_1$) цепи, которая необходима для определения реакции на произвольный входной сигнал в будущем ($t \geqslant t_1$). По этой причине состояние цепи связывается с ее памятью, поэтому для RLC-цепей компонентами вектора x должны быть токи в индуктивностях L и напряжения на конденсаторах C.

Традиционные методы анализа стационарных и нестационарных процессов в ЭЦ связаны с использованием трех групп ур-ний. Первая группа образуется из ур-ний, составляемых для отдельных элементов цепи с применением обобщенного закона Ома. Вторая — путем применения первого правила Кирхгофа. Третья группа ур-ний составляется на основе применения второго правила Кирхгофа. Для анализа динамических процессов в ЭЦ используют различные формы представления сигналов и параметров ЭЦ — комплексная, операторная, точечная и т. п. Метод ур-ний Кирхгофа и Ома из-за громоздкости применяют редко, так как имеются методы, для которых к-во требуемых вычислений можно существенно сократить, применяя ряд приемов и принципов. Различают методы анализа, для которых эффект уменьшения к-ва вычислений достигается применением методов формального преобразования собственно ЭЦ (методы трансфигурации, иначе, преобразования подсхем), и методы, общая идея которых заключается в особом выборе группы сигналов, характеризующих отдельные процессы в сложной ЭЦ, для которой можно составить и решить независимую систему ур-ний и через которую при помощи достаточно простых зависимостей можно выразить все оставшиеся неизвестные сигналы. Кроме того, существует отдельная группа методов расчета (прямые методы), которая позволяет в случае необходимости находить проще лишь искомые составляющие процесса в ЭЦ.

Методы трансфигурации основаны на возможности замены по определенным правилам как ЭЦ в целом, так и отдельных ее частей (подсхем) более простыми цепями. В результате такой замены система токов и напряжений не изменится (эквивалентные преобразования) или будет получена новая ЭЦ с иными сигналами, геом. образом и числом узлов и контуров, но такая, что между системой токов, напряжений, эдс и системой исходной ЭЦ будет сохранена заданная взаимосвязь (неэквивалентные преобразования). Простейшими примерами эквивалентных преобразований являются метод свертывания параллельных ветвей, метод эквивалентного генератора, метод преобразования n-лучевой звезды в эквивалентный многоугольник и т. п. Методы трансфигурации применимы к расчету сколь угодно сложных линейных ЭЦ.

Ко второй группе методов — методам определяющих координат (неизвестных) — относятся: метод контурных токов, метод узловых напряжений и общий метод определяющих координат. Другим осн. направлением исследования Э. ц. т. является синтез цепей по заданной реакции на входной сигнал. Применительно к линейным ЭЦ (например, для фильтров) синтезом часто наз. определение структуры цепи и числовых значений составляющих ее элементов по известным операторным выражениям этой цепи или временным характеристикам при воздействии на вход сигнала определенной формы. Практ. решение этой задачи связано, во-первых, с выяснением возможности физ. реализации ЭЦ с реакцией, соответствующей заданной, при помощи обычных элементов (конденсаторов, индуктивностей, резисторов), поскольку конкретное решение задачи синтеза с помощью линейных пассивных ЭЦ может не существовать (напр., когда потребуется отрицательное сопротивление), и, во-вторых, с разработкой метода конкретной реализации цепи с заданной реакцией в виде схемы соединения, а

затем в виде физ. ЭЦ, поскольку решение может быть многозначным. Практически соответствие реакции ЭЦ заданной реакции возможно лишь для ограниченной области определения аргумента. Соответствие при этом является приближенным, поэтому в задачах синтеза ЭЦ вводят параметр, характеризующий степень близости получаемой реакции к желаемой.

Более широкие возможности открывает синтез цепей из нелинейных элементов, каковыми являются большинство электронных устр-в. Синтез электронных цепей является основой электронного матем. моделирования. При этом моделировании используют свойства электр. и электронных цепей (а иногда и магнитных), а также *подобия теорию, автоматического управления теорию* и многие области математики. *Электронное моделирование* занимается синтезом цепей, являющихся моделями различных объектов (см. *Аналоговая модель, Квазианалоговая модель, Модель переменной структуры, Модель физическая*) и матем. операций, теор. вопросами построения соответствующих вычисл. и управляющих электронных установок, машин и устр-в (см. *Аналоговая вычислительная машина*) и методами решения с их помощью разнообразных задач (см. *Электрические моделирующие сетки*). В этом случае задачи синтеза можно сформулировать иначе. Так, для одной из групп моделирующих цепей под синтезом понимается определение для заданного набора элементов, образующих модели различных матем. операций (суммирования, умножения, интегрирования, функционального преобразования и т. п.), структуры цепи и числовых значений масштабных коэффициентов по заданным ур-ниям моделируемого объекта. Для квазианалоговых моделирующих цепей (см. *Квазианалоговое моделирование*) задача синтеза заключается в использовании принципа образования потенциально-нулевых узлов (см. *Потенциально-нулевая точка*) и принципа образования узлов с нулевыми собственными проводимостями (см. *Нулевых собственных проводимостей узлов метод*) при создании моделей.

В Э. ц. т. возникло новое направление — применение *электронных вычислительных машин* для анализа и синтеза электронных, электрических и магнитных цепей (см. *Машинное проектирование интегральных схем*). Для этого направления характерно создание *численных методов* расчета алгебр. и дифф. ур-ний, строгая формализация осн. понятий Э. ц. т., в частности, понятия синтеза цепей, разработка формальных языков для описания цепей и т. п. Применение ЭЦВМ накладывает свой отпечаток на выбор удобной системы параметров и на критерий оптимальности методов анализа и синтеза цепей.

Лит.: Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. М., 1951 [библиогр. с. 325—332]; Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники, ч. 1—3. М.—Л., 1959; Атабеков Г. И. Теория линейных электрических цепей. М., 1960 [библиогр. с. 696—699]; Пухов Г. Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. К., 1967 [библиогр. с. 560—564]; Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 1—2. Л., 1967; Ланнэ А. А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. М., 1969 [библиогр. с. 279—292]; Максвелл Д. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. Пер. с англ. М., 1952; Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. Пер. с англ. М., 1963.

В. В. Аристов.

«ЭЛЕКТРОН» — *аналоговая вычислительная машина* (АВМ), предназначенная для интегрирования систем обыкновенных линейных и нелинейных дифференциальных уравнений до 55-го порядка с постоянными и переменными коэффициентами. Ее можно использовать для решения некоторых алгебр., трансцендентных и интегр. ур-ний. Машина обеспечивает одновременное выполнение до 205 линейных операций (суммирование, умножение на постоянный коэфф. и инвертирование знака) и до 165 нелинейных операций различной сложности (в том числе умножение и деление двух переменных). Машина может выполнять и некоторые логич. операции, напр., до 30 функциональных переключений в зависимости от определенных соотношений между переменными или по заданной во времени программе. В качестве аргумента при интегрировании ур-ний используется время. Все переменные, входящие в систему, подлежащую решению, воспроизводятся в машине напряжениями постоянного тока, изменяющимися в диапазоне — 100 ÷ + 100 *в*.

«Э.» построена по структурно-секционному принципу: состоит из 5 идентичных секций, в каждую из которых входит шкаф счетно-решающих блоков, шкаф питания и стабилизатор сетевого напряжения. В состав машины входят также центральный пульт управления, два переносных пульта управления и аппаратура для проверки и настройки всех счетно-решающих блоков. Каждая из 5 секций может работать автономно или в сочетании с другими. Если секция работает автономно, то управление ею осуществляется при помощи центрального или переносного пульта управления или же пульта управления секцией. Возможности каждой секции определяют счетно-решающие блоки. Решающие усилители—ламповые. Макс. время интегрирования — 1000 *сек*. Интегрирующие емкости (полистироловые): 1 *мкф* ± ± 0,1% и 0,1 *мкф* ± 2%. Операционные сопротивления и потенциометры — микропроволочные. Точность выполнения отдельных матем. операций при постоянных или медленно изменяющихся входных сигналах характеризуют среднеквадратические приведенные погрешности следующих порядков: для операции интегрирования при постоянной времени 1 *сек* и времени интегрирования до 300 *сек* — 0,3%; для операции масштабного усиления — 0,1%; для операции умножения (деления) электронными схемами — 0,5%; для выполнения аналогичных операций электромех. схемами — 0,1%. Потребляемая мощность — не более 25 *квт*.

Лит.: Александров Б. П. [и др.]. Опыт использования аналоговой вычислительной машины «Электрон». В кн.: Передовой научно-технический производственный опыт, № 30—63—490/13. М., 1963.

В. С. Годлевский.

ЭЛЕКТРОННАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАШИНА (ЭВМ) — вычислительная машина, основными элементами которой являются электронные приборы (электронные лампы, транзисторы, интегральные элементы, параметроны, магнитные элементы и т. п.).

Первая ЭЦВМ «ENIAC» была создана в Пенсильванском ун-те (США) 1946. Это была специализированная вычисл. машина, предназначенная для баллистических расчетов при стрельбе. Машина работала в десятичной системе счисления, она состояла из 18 000 ламп, быстродействие ее — 200 *мксек* для операции сложения и 2300 *мксек* — при умножении. В 1948 в США была выпущена первая серийная универсальная ЭЦВМ «IBM-603», состоявшая из 1400 ламп и работавшая с тактовой частотой 50 *кгц*. Первая отечественная ЭЦВМ «*МЭСМ*» была разработана в Ин-те электротехники АН УССР в 1950.

ЭВМ принципиально отличались от существовавших к тому времени вычисл. машин других типов (мех., электр., электромех. и др.) как компонентами, так и формой образования и представления сигнала. ЭВМ обладают рядом преимуществ: более компактны, надежны, потребляют меньше энергии, обладают значительно большим быстродействием, удобнее стыкуются с внешними источниками информации, в удобном виде выдают результаты обработки информации. ЭВМ можно объединять в комплексы вычисл. машин для переработки информации на разных уровнях или в *вычислительные системы* для переработки больших массивов информации при совместной работе.

По способу обработки представляемой информации ЭВМ делятся на *цифровые вычислительные машины* (ЦВМ), оперирующие с информацией, представленной в цифровой (дискретной) форме, *аналоговые вычислительные машины*, обрабатывающие данные, представленные в аналоговой (непрерывной) форме, *гибридные вычислительные машины*, в которых перерабатываемая информация представляется частично в дискретной, частично в непрерывной формах. См. также *Вычислительная машина*, *Вычислительная техника*.

П. В. Походзило.

ЭЛЕКТРОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ — исследование процессов различной физической природы путем синтеза моделирующих (электрических или электронных) цепей, в которых распределение токов, напряжений или других величин находится в определенном соответствии с математическими зависимостями, описывающими процессы, происходящие в изучаемом объекте. Моделирующие цепи строятся путем установления аналогий между ур-ниями объекта и ур-ниями самой цепи (см. *Квазианалоговое моделирование*). Одной из первых была использована аналогия между протеканием процессов в различных электр. цепях. Моделирующие цепи такого типа строились для исследования систем электропередач и получили название расчетных столов переменного тока. Такая модель представляет собой уменьшенную копию исследуемой линии электропередачи, отличающуюся от моделируемого объекта тем, что в состав ее вместо элементов с распределенными по длине параметрами входят катушки индуктивностей, конденсаторы и резисторы.

Другой большой класс электронных моделей — это модели, предназначенные для решения дифф. ур-ний в частных производных. Этими ур-ниями описывают процессы фильтрации влаги через грунт, деформации толстых балок и стержней, распространения радиоволн и др. До настоящего времени, по существу, еще не разработаны достаточно эффективные методы их решения на ЦВМ. Поэтому в задачах подобного рода моделирующие цепи часто являются практически единственным средством, позволяющим получить решение в приемлемые сроки. При синтезе подобных моделей используют два осн. принципа. Первый из них состоит в том, что сплошную среду, в которой происходит процесс, условно рассматривают как состоящую из отдельных ячеек. Процесс в каждой такой ячейке воспроизводится спец. электр. схемой, состоящей из сопротивлений или из сопротивлений и конденсаторов. Эти отдельные схемы соединяются между собой точно так же, как соединены ячейки в исследуемой схеме. Условия на границах области, представляющей интерес, моделируют путем подключения источников электр. напряжения или тока к свободным выводам соответствующих схем, расположенных на границе. В результате получается одно-, двух- или трехмерная электр. сетка, в которой распределение токов или напряжений между точками соединений отдельных деталей схем аналогично распределению соответствующих величин в исследуемой системе (см. *Электрические моделирующие сетки*). Чем больше число ячеек, на которые разбита моделируемая система, тем точнее аналогия. Поэтому при конструировании электр. сеток часто пользуются т. н. методом «электрической лупы». Сущность этого метода состоит в том, что область пространства, представляющего наибольший интерес, разбивается на более мелкие ячейки. Это позволяет исследовать процессы в этой области с большей подробностью. Спец. устр-во, состоящее из схем, соответствующих более мелким ячейкам, может подключаться к различным точкам сетки. Это соответствует перемещению лупы вдоль исследуемого пространства. Ввиду того, что сеточные модели, предназначенные для решения дифф. ур-ний в частных производных, очень сложны и имеют большие габариты, их, как правило, не выпускают серийно. В США строились машины, состоящие только из одной электр. схемы, которая одновременно может воспроизводить процесс лишь в одной ячейке. После того как процесс решения для одной ячейки полностью закончен, результаты этого решения запоминаются, а схема переключается на воспроизведение процесса в соседней ячейке и т. д. Хотя такие машины позволяют значительно снизить количество используемого оборудования, они не получили широкого распространения, так как

при этом резко увеличивается время решения задачи.

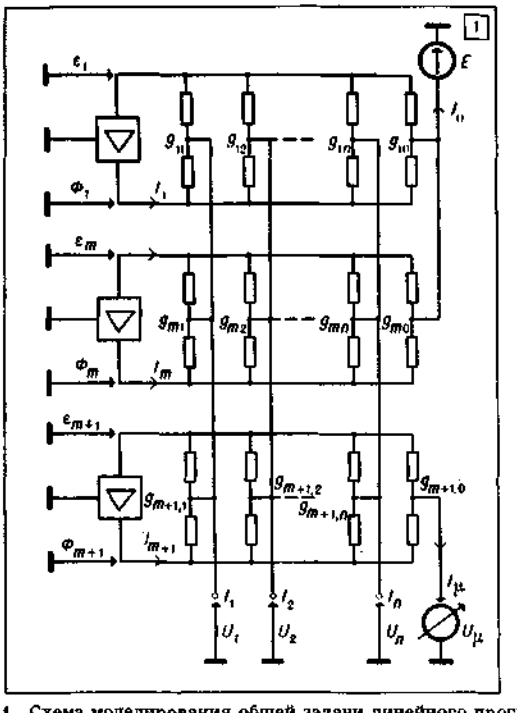
Второй подход к решению той же проблемы состоит в использовании сплошных сред (см. *Моделирование на сплошных средах*). Наибольшее распространение получили т. н. электролитические ванны. При этом распределению величин в исследуемой системе ставится в соответствие распределение электр. токов и потенциалов в электропроводящей жидкости. Изготовляя сосуды с фигурным дном и вводя в электропроводящую жидкость спец. фигурные электроды, можно с большой степенью точности моделировать границы исследуемой области. В СССР, США и др. странах строили модели, в которых в качестве электропроводящей среды использовали спец. электропроводящую бумагу или другие «твердые» среды. Модели на твердых средах более компактны и удобны в эксплуатации, чем модели с использованием электролитических ванн.

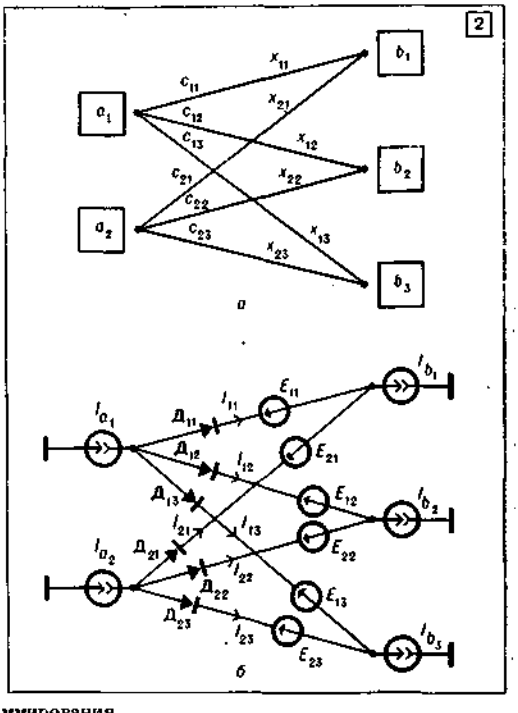
Наиболее многочисленно семейство электронных моделирующих машин, предназначенных для воспроизведения процессов в системах, описываемых обыкновенными дифф. ур-ниями. Эти машины состоят из набора электронных функциональных блоков, каждый из которых предназначен для выполнения одной из таких матем. операций, как умножение, сложение, воспроизведение нелинейных функций, интегрирование по времени. Их часто наз. электронными дифф. анализаторами.

Лит. см. к ст. *Аналоговая вычислительная машина.*

Г. П. Галузинский.

ЭЛЕКТРО́ННОЕ МОДЕЛИ́РОВАНИЕ ЗАДА́Ч МАТЕМАТИ́ЧЕСКОГО ПРОГРАММИ́РОВАНИЯ — решение задач *программирования математического* с помощью аналоговых устройств. Используется наряду с применением цифровой техники для задач сравнительно небольших размеров. На электронных моделирующих устройствах можно достаточно эффективно решать, напр., общую задачу *программирования линейного* при числе неизвестных до 20—30 и таком же числе ограничений, классическую *транспортную задачу* с числом коммуникаций до 1000—1500, задачи сетевого планирования и управления с числом ветвей до 1000 и др. задачи. Вследствие простоты и наглядности получения решения с помощью Э. м. з. м. п., возможности быстрого изменения условий задачи и, следовательно, оперативности оценки различных вариантов задачи это моделирование широко используют в исследовательской и расчетной практике планирования.





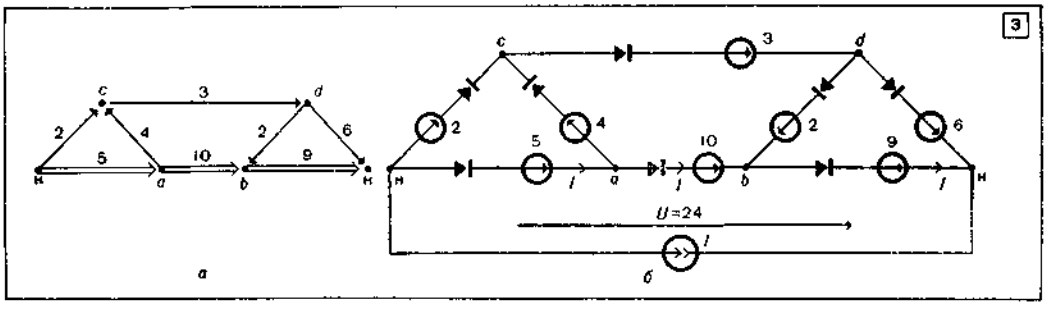
1. Схема моделирования общей задачи линейного программирования.
2. Модель транспортной задачи линейного программирования: *а* — схематическое изображение транспортной задачи; *б* — электрическая схема.

Известны *градиентные методы* моделирования, отличительной особенностью которых является то, что оптим. решение задачи программирования ищется как установившееся решение системы дифф. ур-ний, описывающей по-

ведение точки в многомерном пространстве с координатами, пропорциональными искомым неизвестным. Так, разработана схема для решения задачи программирования с линейными ограничениями в виде неравенств и *целевой функцией*

$$F(x) = c_1x_1 + \cdots + c_jx_j + \cdots + c_nx_n. \quad (1)$$

Ограничения $f_i(x) = a_{i1}x_1 + \cdots + a_{ij}x_j + \cdots + a_{in}x_n - b_i \geqslant 0$ моделируются с помощью *усилителя операционного* с диодом в цепи задаваемых величин и изменять в требуемую сторону, начиная со значения, полученного на первом шаге. Эта операция составляет существо второго и последнего шага, на котором получается оптим. решение. Как только величина целевой ф-ции начинает превышать оптим. значение, система, состоящая из ограничений и целевой ф-ции, становится несовместной, что выражается в резком выходе операционных усилителей из нормального линейного режима и увеличении выходных напряжений до 100 *в* и более.



3. Модель задачи сетевого планирования и управления: *а* — сетевой график; *б* — электрическая модель сетевого графика.

обратной связи. Напряжение на выходе усилителя равно либо нулю (при соблюдении неравенства), либо предельной величине, если $f_i(x) < 0$. Эти напряжения определяют процесс минимизации, так как они вместе с напряжением $\frac{dF}{dx_j}$ подаются на интегрирующий усилитель. Диод в обратной связи интегратора моделирует ограничение $x_j \geqslant 0$. Когда минимум целевой ф-ции достигается на границе области, что, в частности, всегда получается в задачах линейного планирования, решение представляет собой колебательный режим в области точки минимума. Градиентные методы можно использовать также для решения некоторых задач *программирования нелинейного*. В Ин-те кибернетики АН УССР разработана теория *квазианалогового моделирования*, которую с успехом применяют для Э. м. з. м. п. Характерной особенностью квазианалоговых методов и схем моделирования задач матем. программирования является подход к этим задачам как к алгебр. объектам. Это позволяет строить более простые модели и решать большинство задач без применения итерационных методов.

На рис. 1 приведена одна из возможных схем моделирования общей задачи линейного программирования с помощью *преобразователя линейного обратимого*. Целевая ф-ция реализуется вместе с системой линейных ограничений задачи. При реализации этого способа на модели на первом шаге получают допустимое решение и соответствующее этому решению значение целевой ф-ции. Величину целевой ф-ции можно теперь перевести в разряд

Существует и другой подход к моделированию задач матем. программирования: исследуют аналогию между решениями цепи, состоящей из источников напряжения, источников тока, диодов, сопротивлений и трансформаторов, и оптим. векторами задач. Мощность, потребляемая в электр. цепи, уподобляется целевой ф-ции. Поскольку эта мощность минимальна, токи и напряжения, моделирующие переменные, являются аналогами оптимального решения задачи матем. программирования. Эти идеи широко используются при моделировании сетевых задач. Схематическое изображение транспортной сети, состоящей из двух пунктов производства, трех пунктов потребления и шести ветвей, связывающих их друг с другом, показано на рис. 2, *а*. Ур-ния этой задачи имеют вид

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= a_1; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= a_2; \\ x_{11} + x_{21} \qquad &= b_1; \\ x_{12} + x_{22} \qquad &= b_2; \\ x_{13} + x_{23} \qquad &= b_3; \end{aligned} \quad (2)$$

$$c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} \to \min, \quad x_{ij} \geqslant 0.$$

Электр. схема, моделирующая ур-ние (2), приведена на рис. 2, *б*. Другой задачей, часто встречающейся в практике планирования, является задача о нахождении длиннейшего (критического) пути на графе. Подобные задачи возникают в системах сетевого планирования и управления. Простейшая электр. модель сетевого графика состоит из диодов, источников напряжения и источника тока —

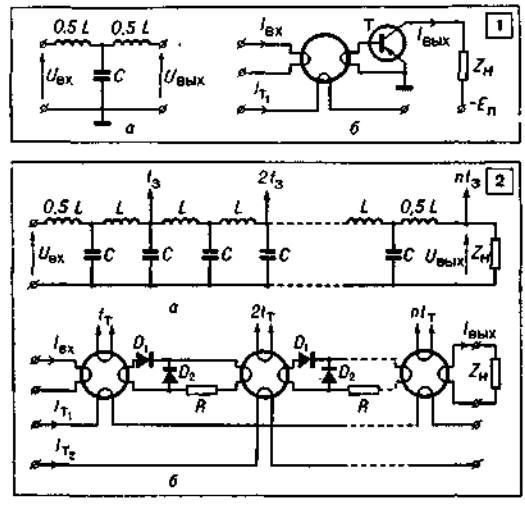
аналогично схеме модели Денниса для определения кратчайшего пути, однако, в отличие от нее диод и источник напряжения включены последовательно. На рис. 3, *б* приведена электр. модель сетевого графика рис. 3, *а*. Величины эдс на рис. 3, *б* обозначены цифрами в условных единицах. Критический путь на графе между исходным (н) и завершающим (к) событиями будет изображаться путем протекания тока от внешнего источника. Описанные схемы послужили основой для создания машин «АСОР-1» и «Оптимум-2».

Для моделирования сетевых задач матем. программирования очень эффективным является также цифро-аналоговый метод. Здесь аналогами ветвей и узлов сети являются дискретные элементы, но соединяются они между собой аналогично конфигурации сети. Существуют цифро-аналоговые схемы для моделирования задач сетевого планирования и управления, задач об экстрем. потоках в сети, об оптим. связывающей сети и др. Цифро-аналоговые устр-ва по сравнению с аналоговыми обладают рядом достоинств, осн. из которых являются автомат. ввод и вывод информации и возможность сопряжения этих устр-в с ЦВМ для совместной работы.

Лит.: Пухов Г. Е. Избранные вопросы теории математических машин. К., 1964; Васильев В. В., Клепикова А. Н., Тимошенко А. Г. Решение задач оптимального планирования на электронных моделях. К., 1966 [библиогр. с. 161—164]; Рыбашов М. В., Дудников Е. Е. Градиентные методы решения линейных равенств, неравенств и задач линейного программирования на аналоговых вычислительных машинах. М., 1970 [библиогр. с. 141—142]; Pyne I. B. Linear programming on an electronic analogue computer. «Communication and electronics», 1956, № 24; Деннис Дж. В. Математическое программирование и электрические цепи. Пер. с англ. М., 1961 [библиогр. с. 212—214].

А. Н. Клепикова.

ЭЛЕМЕ́НТ ЗАДЕ́РЖКИ — электрическая схема, которая имеет один вход и один или несколько выходов и служит для временно́й задержки импульсных сигналов. В зависимости от способа передачи информации в цифровой вычислительной машине (ЦВМ) Э. з. могут быть двух типов: асинхронные и синхронные. В Э. з. асинхронного типа по мере поступления сигналов на их вход на выходе возникает сигнал через время, равное времени задержки $t_з$, величина которого определяется параметрами схемы Э. з. В Э. з. синхронного типа информация передается принудительным путем при помощи синхронизирующих импульсов, и при поступлении на вход Э. з. информационного импульса на выходе он возникает через время, равное времени одного такта $t_т$. Э. з. делятся на пассивные (рис. 1, *а*), не обладающие усилительными свойствами, и активные, усиливающие сигнал (рис. 1, *б*). В качестве усилительного элемента используется электронная лампа или транзистор. Основным параметром Э. з. асинхронного типа является время задержки сигнала, которое в основном зависит от величины активного сопротивления R, индуктивности L (либо взаимоиндуктивности M) и емкости C схем с сосредоточенными параметрами и от длины линии l, диэлектрической проницаемости ε и магнитной проницаемости μ среды между проводниками линии в схемах с распределенными параметрами. Время задержки, напр., в звене из пассивных элементов L — C определяется формулой $t_з = \sqrt{LC}$, а время задержки в линии с распределенными параметрами $t_{зл} = 0{,}33 \cdot 10^{-10} \times l\sqrt{\varepsilon\mu}$. Время задержки пассивных Э. з. может составлять единицы микросекунд со стабильностью порядка 1% от величины $t_з$. Активные Э. з. часто используются для построе-



1. Схемы элемента задержки: *а* — асинхронная пассивная L — C схема, где $U_{вх}$ и $U_{вых}$ — напряжения на входе и выходе элемента задержки, L и C — индуктивность и емкость его; *б* — синхронная активная схема феррит-транзисторного элемента, где $I_{вх}$ и $I_{вых}$ — сила токов на входе и выходе его, $I_т$ — сила тока в тактовой обмотке, $E_п$ — напряжение источника питания, Т — транзистор, $Z_н$ — сопротивление нагрузки.

2. Цепочечные схемы соединения *n* элементов задержки асинхронного и синхронного типов: *а* — линия задержки на пассивных элементах L — C, где $U_{вх}$ и $U_{вых}$ — напряжения на входе и выходе схемы, $t_з$ — время задержки одного звена; *б* — тактовая линия задержки на феррит-диодных элементах, где $I_{вх}$ и $I_{вых}$ — сила тока на входе и выходе схемы, I_{T_1} и I_{T_2} — сила тока в тактовых обмотках, $t_т$ — время одного такта, D_1 и D_2 — диоды, R — сопротивление.

ния различных схем одновибраторов (ждущих мультивибраторов), которые выполняют функцию задержки и формирования сигнала. Эти схемы позволяют получить время задержки до нескольких секунд с достаточно простой регулировкой времени в широких пределах. Обычно они используются в тех случаях, когда к стабильности времени задержки не предъявляют особо высоких требований. Для увеличения времени задержки Э. з. включаются в виде цепочки, состоящей из *n* звеньев и образующей линию задержки в схемах асинхронного типа (рис. 2, *а*) и т. н. тактовую ли-

нию в схемах синхронного типа (рис. 2, *б*). Общее время задержки для линии задержки определяется соотношением $t_{лз} = nt_з$.

Для тактовой линии $t_{тл} = nt_т$. Линии задержки обеспечивают время задержки от долей микросекунд до 10 *сек*. Э. з. используются в узлах ЦВМ, построенных на основе *потенциально-импульсной элементной структуры ЦВМ* либо *импульсной элементной структуры ЦВМ*, а также на основе элементных структур, использующих магнитные или параметрические элементы, напр., в *сумматорах накапливающих* с последовательным переносом для задержки сигналов переноса, в динамических *триггерах* для организации динамической памяти, в схемах на феррит-диодных и ферритранзисторных ячейках и *параметронах* для согласования по времени сигналов, в электрических схемах распределителей (коммутационных устройств) для образования сигналов, сдвинутых по времени, и т. д.

Лит.: Васильева Н. П., Гашковец И. С. Логические элементы в промышленной автоматике. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 156—157]; Гиршберг В. В. [и др.]. Единая серия полупроводниковых логических и функциональных элементов (ЭТ). М.— Л., 1966 [библиогр. с. 112]. *Л. Я. Нагорный.*

ЭЛЕМЕНТА́РНАЯ СИСТЕ́МА — максимально упрощенная с целью удобства исследования, рассматриваемая как единое целое, формализация некоторой реально существующей или проектируемой системы. Сам выбор формализации реальной системы как Э. с. исключает для исследователя возможность расчленения системы на составные части, звенья, узлы и т. д. и рассмотрения внутренней взаимосвязи между ними. При изучении достаточно сложных систем зачастую бывает удобно выбирать такую формализацию, при которой рассматриваемая система представляется в виде упорядоченной совокупности Э. с., обладающей определенной структурой и внутренними связями.

Э. с. обладает такими особенностями, свойственными системам: 1) в каждый момент времени состояние Э. с. может быть охарактеризовано количественно с помощью некоторой величины, называемой ее мгновенной характеристикой; 2) мгновенная характеристика Э. с. изменяется с течением времени по определенным законам функционирования; 3) Э. с. может испытывать влияние внешних воздействий среды (входные воздействия); 4) Э. с. может сама оказывать влияние на среду (выходные воздействия); 5) характер изменения мгновенных характеристик и формирования выходных воздействий Э. с. может носить вероятностный смысл.

Отличительной особенностью Э. с. служит постоянство ее элементарной структуры, которая заключается в наличии состояния, входного воздействия и выходного воздействия. При формализации реальных процессов решение о выборе объектов, принимаемых в качестве Э. с., принимается в зависимости от уровня дробления, на котором проводятся исследования в каждом отдельном случае. Так, производственное предприятие иногда может рассматриваться как Э. с. При этом мгновенными характеристиками служат такие величины, как наличие производственных мощностей, введенных в данный момент времени, показатели выполнения плана, наличие материалов и полуфабрикатов на всех этапах производства и др. Входными воздействиями являются поступления материалов, информация об изменении плановых заданий и т. д. Выходные воздействия — выпускаемая продукция, информация о ходе выполнения плана. В других случаях при изучении функционирования того же предприятия в качестве Э. с. могут быть выбраны цеха, бригады и даже отдельные станки. Для исследования Э. с. применяются разнообразные матем. методы: марковские и полумарковские процессы, методы *программирования математического* и *моделирования математического*, *автоматов теория*. *Н. В. Яровицкий.*

ЭЛЕМЕНТА́РНЫЕ ОПЕРА́ЦИИ НАД СЛОВА́МИ — операции над словами, каждая из которых является совокупностью операций над цифрами (символами), составляющими данные слова. Э. о. н. с. являются компонентами операций более высоких уровней — машинных операций, встроенных процедур и др. Набор Э. о. н. с. должен обеспечивать алгоритмы выполнения любой заданной системы операций ЦВМ. Из соображений эффективности система *операций машинных* ЦВМ существенно избыточна, в соответстви с этим и набор Э. о. н. с. не может быть ограничен операциями, необходимыми для обеспечения алгоритмической полноты системы операций машины.

Несмотря на большое разнообразие видов Э. о. н. с., выделяют типовые элементарные операции, к которым относятся следующие: сдвиг слова, дешифрирование слова, прибавление единицы (или «—1»), элементарное суммирование двух слов, сравнение слов, передача слов, поразрядное сложение слов по модулю *m*, поразрядное дополнение слов, поразрядное логич. сложение слов и поразрядное логич. умножение слов. Для переработки нечисловой информации система элементарных операций включает действия посимвольной обработки слов, а именно: посимвольный сдвиг слова, посимвольное сравнение слов, дешифрирование символов, счет символов.

Э. о. н. с., в которых результаты действий над цифрами каждого разряда не зависят от цифр смежных разрядов исходных слов, относятся к поразрядным операциям (передача слова, логические операции сложения и умножения, поразрядное сложение по модулю *m*, поразрядное дополнение). Элементарное суммирование слов, прибавление к *коду* единицы, дешифрирование и сдвиг слова, а также элементарные действия посимвольной обработки слов не относятся к поразрядным операциям, т. к. разряды результирующего слова в этих операциях формируются не только в зависимости от соответствующих разрядов исходных слов, но могут являться и ф-цией предыдущих разрядов (операции суммирования и счета) или определяться частью или полным

значением исходного слова (операции сдвига и дешифрирования).

Операция сдвига заключается в смещении цифр (символов) слова, хранящегося в *регистре*, влево или вправо на заданное число разрядов (символов). Так, при сдвиге вправо на k разрядов состояние 1-го разряда регистра переместится в $(k+1)$-й разряд, 2-го — в $(k+2)$-й и т. д., при сдвиге влево на k разрядов состояние n-го разряда переместится в $(n-k)$-й разряд и т. д. По способу запоминания цифр, выходящих из регистра, сдвиги делятся на линейные и циклические. При выполнении линейного сдвига цифры, выходящие из регистра, либо теряются, либо поступают в другой регистр; при циклических сдвигах выдвигаемые цифры поступают в освобождающиеся разряды того же регистра; при линейном сдвиге в освободившиеся разряды регистра могут записываться нули, единицы, символы «пусто» либо приниматься новая информация из другого регистра. Если содержанием регистра является последовательность k-разрядных символов, операция сдвига на один символ заключается в сдвиге на k разрядов, осуществляемых обычно для повышения быстродействия, одновременно.

Операция дешифрирования заключается в преобразовании значений слов в сигналы. Каждому значению слова в двоичном алфавите (диапазону значений) соответствует единичный сигнал, возникающий и сохраняющийся только при данном значении слова (диапазоне значений). К типовым относят операции дешифрирования значения слова и дешифрирования диапазона значений слова, реализуемые с помощью *дешифраторов* 1-го и 2-го рода; получаемые сигналы используются в качестве управляющих.

Операция прибавления в слову единицы (или «—1») — о п е р а ц и я с ч е т а — преобразует данное значение числового слова в одно из смежных его значений. Операция счета, вместе с проверкой на равенство нулю содержимого регистра с обрабатываемым словом, обеспечивает выполнение *арифметических операций ЦВМ*. В отдельных случаях оказывается целесообразным построение специализированных вычисл. устр-в для выполнения арифм. действий на базе операций счета единиц. С помощью операции счета и посимвольного сдвига может реализоваться операция счета символов. При этом каждый посимвольный сдвиг сопровождается прибавлением единицы в *счетчик*, где формируется результат операции. Аналогично может быть организован отсчет нужного к-ва символов из данной последовательности, напр., для передачи в другое устр-во; при этом в счетчике запоминается число, указывающее к-во отсчитываемых символов, а при сдвигах символов в счетчик засылаются «—1». Операция счета широко используется в управлении для образования последовательностей адресов команд, счета к-ва циклов при выполнении различных операций, формирования временных тактов различных длительностей и др.

Операция элементарного суммирования заключается в образовании арифм. суммы двух чисел, представленных в одинаковой *системе счисления*, с естественными весами разрядов, с одинаковым к-вом разрядов и с точкой, расположенной перед одним и тем же разрядом. Операция суммирования является осн. содержанием операции сложения, которая по сравнению с суммированием усложнена за счет возможного представления чисел в форме с плавающей точкой, различных знаков слагаемых, принятым способом представления отрицательных чисел и др. Особенностью операции суммирования является зависимость значения i-го разряда результата операции (суммы) не только от i-х разрядов исходных слов, но и от переноса p_{i+1}, образованного при суммировании младших $(i+1)$-х разрядов, который в свою очередь является ф-цией переноса p_{i+2} из $(i+2)$-х разрядов. При последовательном суммировании производится поразрядная обработка исходных слов, начиная с младших разрядов; при параллельном — обработка всех разрядов производится одновременно. Осн. блоком, используемым для реализации любых модификаций суммирования, является *сумматор одноразрядный*, предназначенный для образования суммы по модулю m, трех цифр (двух цифр слагаемых и цифры переноса из младших разрядов) и формирования переноса, возникающего при их сложении.

Операция сравнения слов определяет отношение старшинства двух слов; она является осн. содержанием машинной операции условного перехода, обязательно содержащейся в системе операций универсальных ЦВМ. Обычно термин «сравнение» относится к операции, выполняемой над полными числами с учетом их знаков, т. е. к алгебр. сравнению. Модификацией этой операции является сравнение абс. величин или сравнение по модулю, часто применяющееся в вычислениях, напр., при определении конца итерационного процесса по заданной точности и др.

Особо следует отметить модификацию операции сравнения для обнаружения равенства значений двух величин, с помощью которой реализуется условный переход по точному совпадению слов, определяется совпадение символов при обработке нечисловой информации и др. Выполнение операции сравнения обычно производится в блоках *арифметического устройства*, предназначенных для сложения — вычитания с добавлением некоторых элементов, определяющихся с учетом реализуемой модификации операции сравнения. Сравнение на равенство, в отличие от других модификаций, целесообразно выполнять схемно, объединяя сравниваемые величины поразрядно на элементах совпадения. Элементарная операция сравнения на равенство в схемной реализации весьма полезна при организации операции посимвольной обработки нечисловой информации. Сравнение символов на равенство, являющееся осн. содержанием операции посимвольного просмотра строк, выпол-

няется при этом с макс. быстродействием при незначительных аппаратурных затратах. Элементарные операции сравнения символов и посимвольных сдвигов обеспечивают распознавание символов и упорядочение их последовательностей, т. е. эти операции необходимы для универсальной обработки нечисловой информации.

Передача слова заключается в считывании слова из одной ячейки памяти, пересылки его и записи в другую ячейку. Используется передача слова при обмене информацией между устр-вами ЦВМ, а также в процессе переработки информации в устр-вах. Если представление информации в данных устр-вах одинаково, обмен информацией между ними сводится к операциям передачи слов. В устр-вах, преобразующих информацию, напр., в операционном устройстве применяется, как прямая, так и инверсная передача слов. Напр., если отрицательное число задано обратным кодом в результате инверсной передачи слова, представляющего это число, получают положительное число, представленное прямым кодом, и наоборот. Может производиться передача из одного регистра в другой не всего слова, а некоторой его части — так выполняется выделение абсолютного значения, знака, порядка, дробной или целой части числа и др. Т. о., информация при передаче может преобразовываться.

Поразрядное сложение слов по модулю m заключается в сложении по модулю m цифр соответствующих разрядов слов. Эта операция является частью операции сложения чисел и, т. о., входит в состав арифм. операций. Поразрядное сложение слов по модулю входит в число элементарных операций, являющихся функциональной частью соответствующей машинной операции.

Поразрядное дополнение слова преобразует код каждого разряда слова в обратный. При двоичном кодировании последовательность разрядов слова $x_0x_1x_2 \ldots x_n$ преобразуется в последовательность $\bar{x}_0\bar{x}_1\bar{x}_2 \ldots \bar{x}_n$, где $\bar{x}_k = 1 - x_k$, т. е. выполняется инвертирование слова; операция поразрядного дополнения может являться функциональной частью машинной операции инвертирования. Поразрядное дополнение всех цифр числа (без разряда знака) превращает прямой код отрицательного числа в обратный и наоборот, и является частью операции сложения в машинах с представлением чисел в прямом коде. Модификации операции инвертирования используются при выполнении перемены знака числа; для этого при представлении чисел в прямом коде выполняется инвертирование разрядов знаков; для чисел, представленных в обратном коде, производится инвертирование всех разрядов слова.

Поразрядное логическое сложение двух слов заключается в дизъюнкции соответствующих разрядов этих слов. Логическое сложение входит в число элементарных операций, являющихся функциональной частью соответствующей машинной операции. Логич. сложение может использоваться для модификации кодов *команд* и чисел. Напр., с помощью логич. сложения можно записать новый *адрес* на очищенное адресное поле команды. Для этого выполняется логич. сложение слова команды с очищенным адресным полем и слова, содержащего новый адрес в части, соответствующей очищенному полю команды, и нули — в остальных разрядах слова.

Поразрядное логическое умножение двух слов заключается в конъюнкции соответствующих разрядов этих слов. Логич. умножение является функциональной частью соответствующей машинной операции. Пользуясь логич. умножением, можно выполнить выделение любой части слова. Напр., можно выделить порядок или мантису числа, любой адрес или код операции в слове команды и др. Для выделения любой части слова используется набор с единицами в тех разрядах, которые должны быть выделены, и с нулями — в остальных разрядах. Реализация типовых Э. о. н. с. производится в *блоках ЦВМ типовых*.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301].

И. П. Окулова.

ЭЛЕМЕНТА́РНЫЕ ТЕО́РИИ. Э. т. $Th(K)$ класса K алгебраических систем сигнатуры Ω наз. совокупность всех замкнутых формул логики предикатов первой ступени сигнатуры Ω, истинных на всех системах из класса K. Если класс K состоит из одной системы $\mathfrak{A}$, Э. т. класса K наз. Э. т. системы $\mathfrak{A}$. Две алгебр. системы одной сигнатуры наз. элементарно эквивалентными, если их Э. т. одинаковые. Э. т. класса K наз. полной, если любые две K-системы элементарно эквивалентны. Под Э. т. сигнатуры Ω понимается Э. т. какого-то класса алгебр. систем сигнатуры Ω. Равносильное определение: Э. т. сигнатуры Ω — это непротиворечивая совокупность замкнутых формул сигнатуры Ω логики предикатов первой ступени, замкнутая относительно следствий. Э. т. T сигнатуры Ω наз. рекурсивно (конечно) аксиоматизируемой, если существует такая рекурсивная (конечная) совокупность $T_1 \subseteq T$, что T есть множество всех следствий из T_1, которые являются формулами логики предикатов первой ступени сигнатуры Ω. Если Σ — совокупность замкнутых формул логики предикатов первой ступени сигнатуры Ω, через $\mathrm{Mod}(\Sigma)$ обозначается класс всех моделей для Σ, т. е. всех алгебр. систем сигнатуры Ω, на которых истинны все формулы из Σ. Класс K алгебр. систем сигнатуры Ω наз. аксиоматизируемым, если существует такая совокупность Σ замкнутых формул сигнатуры Ω, что $K = \mathrm{Mod}(\Sigma)$. В этом случае Σ наз. совокупностью аксиом для K. Класс K тогда и только тогда аксиоматизируем, когда $K = \mathrm{Mod}(Th(K))$. Э. т. T сигнатуры Ω наз. разрешимой, если существует алгоритм, который по произвольной замкнутой формуле логики предикатов первой ступени сигнатуры Ω определяет, принадлежит эта формула теории T или нет. Напр., класс плотно линейно

упорядоченных множеств без наименьшего и наибольшего элементов аксиоматизируем, его Э. т. разрешима, любые две системы из этого класса элементарно эквивалентны, значит, Э. т. этого класса полна; кроме этого, Э. т. рассматриваемого класса конечно аксиоматизируема. Класс конечных циклических групп не является аксиоматизируемым, однако его Э. т. разрешима и, значит, рекурсивно аксиоматизируема. Имеются примеры конечно аксиоматизируемых неразрешимых Э. т. Такими являются Э. т. *групп*, колец, полей и др. Однако полная рекурсивно аксиоматизируемая теория обязательно разрешима. Поэтому для доказательства разрешимости рекурсивно аксиоматизируемой теории достаточно доказать, что эта теория полна. Известно несколько методов доказательства полноты.

Метод категоричности сводится к замечанию, что Э. т., категоричная в некоторой бесконечной мощности и не имеющая конечных моделей, обязательно полна. Теория наз. категоричной в мощности α, если все ее модели мощности α изоморфны. Напр., Э. т. алгебр. замкнутых полей фиксированной характеристики рекурсивно аксиоматизируема и категорична в каждой несчетной мощности, а конечных моделей не имеет. Поэтому эта теория полна и разрешима. В частности, разрешима Э. т. поля комплексных чисел. Были получены необходимые и достаточные условия для того, чтобы полная теория, имеющая бесконечную модель, была категорична в счетной мощности. Говорят, что две формулы той же сигнатуры, что и сигнатура теории T, эквивалентны в теории T, если эти формулы имеют одинаковые свободные переменные и для любой модели $\mathfrak{A}$ теории T и любого способа приписывания в качестве значений этих свободных переменных элементов модели $\mathfrak{A}$, либо обе формулы одновременно истинны при этих значениях неизвестных, либо обе они ложны. Условия счетной категоричности: для каждого n существует конечное число формул с n свободными переменными $x_1, \ldots, x_n$ такое, что каждая формула соответствующей сигнатуры со свободными переменными $x_1, \ldots, x_n$ эквивалентна в теории T одной из этих формул. Но наиболее впечатляющий результат, полученный до сих пор при изучении категоричных теорий,— это следующая теорема: полная теория конечной или счетной сигнатуры, категоричная в одной несчетной мощности, категорична и во всякой другой несчетной мощности. Итак, метод категоричности для доказательства разрешимости сводится к доказательству категоричности рассматриваемой теории.

Из более глубоких соображений используют метод модельной полноты. Система $\mathfrak{A}$ сигнатуры Ω наз. элементарной подсистемой системы $\mathfrak{B}$ той же сигнатуры, если $\mathfrak{A}$ является подсистемой системы $\mathfrak{B}$ и для всякой формулы $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ логики предикатов первой ступени сигнатуры Ω (ее свободными переменными $x_1, \ldots, x_n$) и всяких $a_1, \ldots, a_n$ из $\mathfrak{A}$ из истинности $\Phi(a_1, \ldots, a_n)$ в $\mathfrak{A}$ следует истинность $\Phi(a_1, \ldots, a_n)$ в $\mathfrak{B}$. Э. т. наз. модельно полной, если для любых $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in \mathrm{Mod}(T)$ из того, что $\mathfrak{A}$ является подсистемой $\mathfrak{B}$, следует, что $\mathfrak{A}$ является элементарной подсистемой $\mathfrak{B}$. Оказывается, что модельно полная теория, имеющая минимальную модель, является полной. Минимальной наз. такая модель Э. т., которая изоморфно вкладывается в любую другую модель этой Э. т. Полной является и такая модельно полная теория, все модели которой универсально эквивалентны. Универсально эквивалентными наз. такие алгебр. системы сигнатуры Ω, на которых истинны одни и те же универсальные формулы, а универсальной наз. формула в предваренной форме, не содержащая кванторов существования. Используя технику модельной полноты, можно доказать полноту и разрешимость теории вещественно замкнутых полей, в частности поля действительных чисел и некоторых других Э. т. Однако до 1965 почти не было найдено др. примеров разрешимых Э. т. классов полей, кроме отмеченных выше. В 1965 были открыты серии классов полей с разрешимой Э. т., в частности, была доказана разрешимость Э. т. поля p-адических чисел. Важным является также результат о разрешимости Э. т. конечных полей и полей вычетов. Среди результатов, не относящихся к полям, следует упомянуть теорему о разрешимости Э. т. упорядоченных абелевых групп и теорему о разрешимости Э. т. абелевых групп.

С развитием теории сложности алгоритмов появилась возможность оценивать сложность алгоритмов и для разрешимых Э. т. С этой точки зрения алгоритмы, получаемые с помощью теоретико-множественных методов, неэффективны. Более эффективны алгоритмы, получаемые при помощи непосредственного преобразования формул (метод элиминации кванторов). Такие алгоритмы, напр., оказываются обычно примитивно рекурсивными. Первые доказательства разрешимости Э. т. (для теории натуральных чисел, для Э. т. алгебраически замкнутых полей фиксированной характеристики и для вещественно замкнутых полей и др.) были получены именно методом элиминации кванторов. В настоящее время этим методом строится алгоритм для Э. т. поля p-адических чисел.

Теорию неразрешимых Э. т. разработал амер. матем. А. Тарский в 40-х годах, хотя неразрешимость логики предикатов первой ступени и неразрешимость арифметики натуральных чисел были доказаны несколько раньше. Осн. инструмент в теории Тарского — метод интерпретаций. Э. т. T наз. существенно неразрешимой, если каждая теория $T_1 \supseteq T$ той же сигнатуры неразрешима. Теория T сигнатуры $\langle P^{(2)} \rangle$ наз. относительно элементарно определимой или относительно интерпретируемой в теории T_1 сигнатуры Ω, если существуют такие формулы $\Phi(x, z_1, \ldots, z_s)$, $\Psi(x, y; z_1, \ldots, z_s)$ сигнатуры Ω, что для каждой или соответственно для некоторой модели $\mathfrak{A}$ теории T можно найти такую мо-

дель $\mathfrak{B}$ теории T_1, которая обладает следующим свойством. Можно найти такие $h_1, \ldots, h_s \in \mathfrak{B}$, что множество $A = \{b \in \mathfrak{B} \mid \Phi(b; h_1, \ldots, h_s)$ истинно в $L\}$ вместе с так определенным на A *предикатом* P, что $P(x, y)$ истинно тогда и только тогда, когда $\Psi(x, y; h_1 \ldots, h_s)$ истинно в $\mathfrak{B}$, образует алгебр. систему, изоморфную системе $\mathfrak{A}$. Это определение распространяется и на теории T произвольной конечной сигнатуры. Оказывается, что если существенно неразрешимая конечно аксиоматизируемая теория T относительно интерпретируема в теории T_1, то T_1 тоже неразрешима. Возможность эффективного применения этой теоремы Тарского связана с существованием конечно аксиоматизируемой существенно неразрешимой подтеории арифметики натуральных чисел. Этим методом доказана неразрешимость Э. т. многих классов колец, поля рациональных чисел и др. классов полей.

Большой интерес вызвали теории классов конечных систем. Первый результат — неразрешимость Э. т. класса конечных моделей. Важен результат сов. математика А. И. Мальцева (1909—67) о неразрешимости Э. т. конечных групп. Для изучения Э. т. классов конечных систем и в некоторых других случаях теорема Тарского едва ли может быть полезна. Был предложен новый метод. Скажем, что теория T сигнатуры Ω неотделима, если не существует рекурсивного множества формул сигнатуры Ω, содержащего все тождественные истинные замкнутые формулы сигнатуры Ω и содержащегося в T. Оказывается, что если неотделимая теория T относительно элементарно определима в теории T_1, то теория T_1 тоже неотделима. Это замечание позволило доказать неотделимость многих теорий. В качестве T при этом удобно брать Э. т. всех конечных бинарных предикатов, Э. т. конечных симметричных бинарных предикатов и подобные Э. т.

Лит.: Ершов Ю. Л. [и др.]. Элементарные теории. «Успехи математических наук», 1965, т. 20, № 4.

М. А. Тайцлин.

ЭЛЕМЕНТА́РНЫХ ФУ́НКЦИЙ СПО́СОБЫ ВЫЧИСЛЕ́НИЯ. Вычисление элементарных ф-ций (э. ф.) на ЭЦВМ является одной из самых распространенных матем. операций и имеет большое практическое значение. Под э. ф. понимается ф-ция $y = f(x)$, содержащая конечное число вычисл. операций, производимых над аргументом, зависимой переменной и некоторыми постоянными. Под вычисл. операциями здесь понимается четыре арифм. действия, возведение в целую степень, извлечение корня, взятие тригонометрических и обратных им ф-ций, логарифмирование и потенцирование.

Э. ф. в основном делятся на алгебр. и трансцендентные. Простейшей алгебр. ф-цией является степенная ф-ция $y = x^n$, где n — действительное число. Простейшими трансцендентными ф-циями являются: показательная ф-ция $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$; логарифмическая ф-ция $y = \log_a x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$; тригонометрические ф-ции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ и др.; обратные тригонометрические ф-ции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arc\,tg} x$ и др. Кроме перечисленных выше э. ф., на практике часто употребляются и более сложные э. ф., такие, как прямые и обратные гиперболические ф-ции, целые алгебр. многочлены и дробно-рациональные алгебр. ф-ции. При вычислении э. ф. на ЭЦВМ используются различные *численные методы*. Выбор метода вычисления зависит прежде всего от таких важнейших характеристик ЭЦВМ, как быстродействие, разрядность, форма представления чисел, емкость *запоминающих устройств* и т. д. Осн. методами вычисления э. ф. являются следующие: степенные разложения, многочленные приближения, разложения в цепные дроби, рациональные приближения, итерационные процессы. Иногда э. ф. ищутся как решения дифф. ур-ний. Остановимся на некоторых из перечисленных выше методов.

Наиболее просто степенные ряды (разложения) получаются при помощи разложения э. ф. $y = f(x)$ в ряд Тейлора — Маклорена

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{y^{(k)}(0)}{k!} x^k.$$

Так, напр., степенное разложение ф-ции $y = \sin x$ может быть записано в следующем рекуррентном виде:

$$y_{n+1} = y_n + u_{n+1}, \text{ где } u_{n+1} = -u_n \frac{x^2}{2n(2n+1)},$$

$n = 1, 2, \ldots$; $y_1 = u_1 = x$. Т. к. разложение в ряд Тейлора — Маклорена является наилучшим только в окрестности точки $x = 0$, то, естественно, оно не может удовлетворить потребности практики для вычисления э. ф. на заданном интервале. Так, напр., для получения 10 верных цифр при вычислении ф-ции $y = \ln(1 + x)$, когда $x \in [0, 1]$, требуется 10^{10} членов разложения в ряд Тейлора и всего 14 членов при разложении по полиномам Чебышева.

Одним из простейших методов получения разложений по полиномам Чебышева является метод экономизации степенных рядов. Суть метода состоит в уменьшении числа членов степенного ряда за счет замены членов ряда с высокими степенями соответствующими полиномами Чебышева. Используя свойство ортогональности полиномов Чебышева, можно непосредственно получить разложения э. ф. по этим полиномам (для $x \in [-1, 1]$) в виде $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n T_n(x)$, где $T_n(x)$ — полиномы Чебышева первого рода,

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} f(x)\, dx,$$

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{1} (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}} f(x)\, T_n(x)\, dx, \quad n \neq 0.$$

Так, напр., $e^{kx} = I_0(k) + 2\sum_{n=1}^{\infty} I_n(k)\,T_n(x)$, где $I_n(x)$ — ф-ция Бесселя первого рода порядка n мнимого аргумента. Промежуточное положение между разложениями в ряд Тейлора — Маклорена и разложениями по полиномам Чебышева занимает разложение э. ф. в ряды невязок, имеющие вид

$$y = \Psi(y_0)\sum_{n=0}^{\infty} a_n z_0^n,$$

где $z_0 = F(x, y_0)$, y_0 — приближенное значение искомой э. ф., причем неявная ф-ция $F(x, y(x)) = 0$, когда $y(x)$ точно совпадает со значением э. ф. в точке x. В тех случаях, когда из ур-ния $z_0 = F(x, y_0)$ можно найти $x = \varphi(y_0, z_0)$ и разложить ф-цию $y(x) = y[\varphi(y_0, z_0)]$ в ряд Тейлора — Маклорена по степеням z_0, получим искомое разложение в ряд невязок. Так, для ф-ции $y = e^x$, взяв $z_0 = x - \ln y_0$, получим $x = z_0 + \ln y_0$, откуда

$$e^x = e^{z_0 + \ln y_0} = y_0 e^{z_0} =$$

$$= y_0\left[1 + \frac{z_0}{1!} + \frac{z_0^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots\right].$$

При $y_0 = 1$ получаем разложение ф-ции $y = e^x$ в ряд Тейлора—Маклорена. В качестве начального приближения y_0 выгодно брать наилучшие приближения э. ф. на заданном интервале изменения аргумента. Ряд невязок имеет более быструю сходимость на заданном интервале, чем разложение э. ф. в ряд Тейлора, но имеет более медленную сходимость, чем разложение по полиномам Чебышева. Так, для ф-ции $y = e^x$ при $x \in [0, 1]$ для получения 10 верных цифр необходимо взять 14 членов разложения в ряд Тейлора, 11 членов разложения в ряд невязок с наилучшим постоянным приближением и 9 членов при разложении по полиномам Чебышева. К преимуществам разложения в ряд невязок необходимо отнести тот факт, что они имеют легко вычисляемые коэффициенты.

Важную роль при вычислении э. ф. играют итерационные процессы. Итерационные ф-лы до четвертого порядка включительно могут быть получены на основе модифицированного метода Чебышева

$$y_{i+1} = y_i - \frac{z(x, y_i)}{z_y^{(1)}(x, y_i)} - \frac{z_y^{(2)}(x, y_i)\,z^2(x, y_i)}{2!\,[z_y^{(1)}(x, y_i)]^3} -$$

$$- \frac{3\,[z_y^{(2)}(x, y_i)]^2 - z_y^{(1)}(x, y_i) z_y^{(3)}(x, y_i)}{3!\,[z_y^{(1)}(x, y_i)]^5}\,z^3(x, y_i),$$

где $z = F(x, y) = 0$, x — аргумент, $y = f(x)$ — искомая э. ф. Оставив в ф-ле два члена, получим известный метод Ньютона, т. е. итерационный метод второго порядка. Итерационные ф-лы до четвертого порядка включительно для вычисления э. ф. $y = \sqrt[n]{x}$ могут быть получены из ур-ния $z = \frac{y_i^n}{x} - 1$ в виде:

$$y_{i+1} = \frac{1}{n}\left[(n-1)\,y_i + \frac{x}{y_i^{n-1}}\right] - \frac{n-1}{2n^2}\times$$

$$\times\frac{(y_i^n - x)^2}{y_i^{2n-1}} - \frac{(n-1)(2n-1)}{6n^3}\,\frac{(y_i^n - x)^3}{y_i^{3n-1}}.$$

Подставив в эту ф-лу выражение $y_i = \sqrt[n]{x}\times(1 + \delta_i)$, получим соответственно выражения относительных *погрешностей* для итерационных ф-л второго, третьего и четвертого порядков в виде

$$\delta_{i+1} = \frac{n-1}{2!}\,\delta_i^2 - \frac{(n-1)(n+1)}{3!}\,\delta_i^3 +$$

$$+ \frac{(n-1)(n+1)(n+2)}{4!}\,\delta_i^4 - \cdots;$$

$$\delta_{i+1} = \frac{(n-1)(2n-1)}{6}\,\delta_i^3 -$$

$$- \frac{(n-1)(2n^2+n-1)}{8}\,\delta_i^4;$$

$$\delta_{i+1} = \frac{(n-1)(6n^2-5n+1)}{24}\,\delta_i^4.$$

В качестве начальных приближений для итерационных ф-л берутся обычно начальные приближения в виде полиномов нулевой и первой степени, обладающие миним. величиной либо абс., либо относительной погрешности. Наилучшие начальные приближения выпуклой (вогнутой) ф-ции $y = f(x)$ на $x \in [a, b]$ для $f(x) > 0$ или $f(x) < 0$, обладающие миним. величиной абс. ошибки, определяются по формулам

$$y_0 = \frac{m+M}{2},\ \text{где}\ m = \min_{x\in[a,b]} f(x),\ M = \max_{x\in[a,b]} f(x);\ y_0 = Ax + B,\ \text{где}\ A = \frac{f(b) - f(a)}{b-a},$$

$$B = \frac{f(a) + f(c)}{2} - A\,\frac{a+c}{2},$$ значение c находят из ур-ния $f'(c) = A$. Наилучшие начальные приближения выпуклой (вогнутой) э. ф., обладающие миним. величиной относительной погрешности, определяются по формулам

$$y_0 = \frac{2mM}{m+M},\ \text{где}\ m = \min_{x\in[a,b]} f(x),\ M = \max_{x\in[a,b]} f(x);$$

$$y_0 = A(x+p),\ \text{где}\ p = \frac{by(a) - ay(b)}{y(b) - y(a)},$$

$$A = \frac{2y(c)\,y(b)}{y(b)(c+p) + y(c)(b+p)},$$ величину c находят из ур-ния $(c+p)\,y'(c) = y(c)$. Важную роль при вычислениях на ЭЦВМ, рабо-

тающих с произвольной значностью, играют рекуррентные ф-лы, полученные на основе выражений вида $z\left(\frac{x_m}{n}\right) = f\ [z(x_m)]$, либо $z(nx_m) = f[z(x_m)]$ путем замены $x_m = \frac{x}{n^m}$ при принятом обозначении $z_m = z(x_m)$. На основе оценок погрешностей полученных рекуррентных ф-л в эти ф-лы в случае необходимости вводят нормирующий множитель, уменьшающий их погрешность. Примером ф-лы такого типа может служить выражение для вычисления $z = \operatorname{ctg} x$, имеющее вид $z_{i-1} = \frac{1}{2}\left(z_i - \frac{1}{z_i}\right)$, $i = n,\ n-1, \ldots, 0$, где $z_n = \operatorname{ctg} \frac{2^n}{x}$, откуда $z_0 = \operatorname{ctg} x$.

Лит.: Линский В. С. Вычисление элементарных функций на автоматических цифровых машинах. В кн.: Вычислительная математика, сб. 2. М., 1957; Люстерник Л. А., Червоненкис О. А., Янпольский А. Р. Математический анализ. Вычисление элементарных функций. М., 1963 (библиогр. с. 240—245); Теслер Г. С. Вычисление некоторых элементарных функций на ЦВМ. В кн.: Математическое обеспечение ЭВМ и эффективная организация вычислительного процесса, в. 2. К., 1967; Благовещенский Ю. В., Дородницына А. А. Вычисление элементарных трансцендентных функций на ЭВМ с произвольной значностью. В кн.: Математическое обеспечение ЭВМ и эффективная организация вычислительного процесса, в. 1. К., 1967. *Ю. В. Благовещенский, Г. С. Теслер.*

ЭЛЕМЕ́НТНАЯ СТРУКТУ́РА ЦВМ — совокупность принципов построения элементарных компонент цифровой вычислительной машины, осуществляющих переработку информации на уровнях операций над цифрами (в элементах машины) и *элементарных операций над словами* как систем операций над цифрами (в блоках машины).

К осн. понятиям Э. с. ЦВМ обычно относят следующие: 1) представление цифр в элементах и соединительных цепях; 2) систему связей между элементами; 3) систему элементарных операторов; 4) функционально-схемные особенности элементов системы; 5) способы выполнения элементарных операций над словами (в типовых блоках и *автоматах управляющих*); 6) главные конструктивно-технологические черты элементной базы. Данные понятия относятся лишь к элементам общего назначения, из которых строятся *комбинационные схемы* и *накапливающие схемы*; элементы спец. назначения, такие, как, напр., формирующие элементы в *запоминающем устройстве* данным термином обычно не охватываются. Указанные понятия разделяются на две осн. группы: 1-я (объединяющая первые три понятия) определяет особенности выполнения операции над отдельными цифрами, а 2-я — особенности выполнения операции над упорядоченными последовательностями цифр. При этом способы выполнения элементарных операций над словами существенно зависят от выполнения операций над отд. цифрами.

По способам представления цифр различают элементы без запоминания и элементы с запоминанием. В элементах без запоминания снятие информации со входа элемента приводит к восстановлению начального состояния носителя, в элементах с запоминанием — не вызывает такого восстановления его. Напр., к элементам без запоминания относятся элементы с применением транзисторов (транзисторно-диодные элементы), к элементам с запоминанием — элементы с применением ферритов в качестве носителей информации (феррит-диодные и феррит-транзисторные элементы). Здесь подразумевается запоминание информации в результате изменения состояния носителя без искусственного удержания его в измененном состоянии с помощью положительной обратной связи после отключения входного сигнала. Т. е., имеется в виду запоминание информации в комбинационных элементах либо в комбинационных частях *триггеров* (при применении их в качестве отдельных запоминающих элементов). В отличие от элементов с носителем без запоминания элементы с запоминающим носителем, названные *логическими задерживающими элементами* (ЛЗЭ), требуют принудительного приведения носителя в исходное состояние после либо во время каждого такта съема информации. Это вызывает необходимость фиксированного временнбго разделения между тактами записи и съема. Указанная классификация весьма существенна для построения логич. схем. Внутри же данных классов выделяются подклассы способов физ. представления цифр в элементах, определяющие электронно-тех. особенности построения схем.

Представление цифр в соединительных цепях осуществляется информационными сигналами. Различают информационные сигналы импульсные и потенциальные. В основе такой классификации лежат различия в причине образования фронта сигнала (спада сигнала). Если спад сигнала наступает без внеш. воздействия на образующий этот сигнал элемент, то сигнал считается импульсным (напр., выходные сигналы динамических триггеров), если же спад сигнала возникает вследствие внеш. воздействия на образующий его элемент, то сигнал считается потенциальным (напр., выходные сигналы статических триггеров). В зависимости от того, носителями каких типов выходных сигналов являются элементы, они классифицируются на потенциальные, импульсные и потенциально-импульсные, причем элементы ЛЗЭ, как правило, являются импульсными, а среди остальных элементов встречаются все три указанных типа.

Система связей между элементами определяет принципы передачи и переработки информации в комбинационных и в накапливающих схемах.

В комбинационных схемах различают два способа передачи информации от элемента к элементу — асинхронный и синхронный (и соответствующие этим способам —

классы комбинационных схем). При использовании асинхронного способа информация передается естественным путем, т. е. без спец. внеш. воздействия. В случае синхронной передачи информация между любыми элементами передается спец. синхронизирующими сигналами. Если представить, что процесс преобразования информации в комбинационной схеме разделен на отдельные дискретные такты, то асинхронный способ передачи обусловливает однотактный процесс преобразования, а синхронный способ — многотактный (как правило, двухтактный либо трехтактный процесс применительно к одному каскаду схемы). Для ЛЗЭ единственно возможным способом передачи является синхронный (см. *Элементные структуры на логических задерживающих элементах*).

В накапливающих схемах в каждом элементарном цикле переработки информации происходит съем информации с триггеров, преобразование ее комбинационными элементами и запоминание преобразованной информации на триггерах. Для удовлетворения условий правильного обмена информацией между запоминающими и преобразующими элементами необходимо, чтобы переключения триггеров происходили лишь после первых двух (обычно совмещаемых) действий.

В связи с этим в накапливающих схемах существуют два осн. способа обмена информацией между триггерами и комбинационными элементами — однотактный и двухтактный. При однотактном способе обмена информацией разнесение во времени несовместимых действий элементарного цикла осуществляется, как правило, с помощью радиотех. задержек переключения триггеров, при двухтактном — путем введения промежуточных устойчивых состояний схемы с помощью дополнительных триггеров и синхронизирующих сигналов.

Выбор тех или иных способов передачи информации осуществляется в зависимости от способа представления цифр, в соответствии с чем выделяют три типовых системы связей и в соответствии с ними осн. классы Э. с. ЦВМ: а) потенциальная система связей, основанная на использовании исключительно потенциальных информационных сигналов; как правило, в ней реализуется асинхронный способ передачи и двухтактный обмен информацией соответственно в комбинационных и накапливающих схемах; б) потенциально-импульсная система связей, основанная на использовании потенциальных и импульсных информационных сигналов, причем здесь, как правило, на выходах триггеров образуются только потенциальные сигналы, но переключаются триггеры только импульсными сигналами; в отличие от предыдущей системы, здесь применяется (благодаря использованию задержек импульсных сигналов) однотактный обмен информацией в накапливающих схемах; в) импульсная система связей, основанная на использовании только импульсных информационных сигналов. В отличие от предыдущей, в ней используется преимущественно синхронный способ передачи, а в модификации этой структуры на ЛЗЭ — только синхронный.

Система элементарных операторов характеризует принципиальные качественные особенности логич. ф-ций, реализуемых системой элементов. Каждый элементарный оператор может быть получен из элементного комбинационного оператора (логич. ф-ции, реализуемой комбинационным элементом, либо комбинационной частью запоминающего элемента) путем выполнения спец. процедуры, в результате которой к-во аргументов ф-ции уменьшается до минимума при сохранении всех ее свойств.

Напр., элементному оператору $\overline{x_1x_2x_3 \vee x_4x_5x_6 \vee x_7x_8x_9}$ соответствует элементарный оператор $\overline{y_1y_2 \vee y_3y_4}$.

Сохранение в элементарных операторах лишь принципиальных функциональных свойств элементных операторов позволяет выделить относительно небольшое к-во типовых (функционально полных либо избыточных) систем элементарных операторов, которым соответствует обширное ми-во систем элементных операторов, применяемых в большинстве известных ЦВМ. В первую очередь это следующие системы элементарных операторов:

1) $x \vee y,\ xy,\ \bar{x}$; 2) $x \vee y,\ xy,\ \overline{xy}$;

3) $x \vee y,\ \overline{xy}$; 4) $x \vee y,\ \overline{x \vee y}$;

5) $\overline{xy}$; 6) $\overline{xy \vee zu}$;

7) $\bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$.

Характерно, что указанные системы могут использоваться в элементных структурах, существенно отличающихся физ. принципами построения элементов, но приспособлены они лучшим образом для к.-л. определенного принципа реализации. Вместе с тем использование одной системы элементарных операторов в физически различных системах элементов обусловливает аналогичное построение логич. схем на основе этих систем.

Функциональные особенности системы элементов определяются системой элементных операторов и способами их реализации, в т. ч. способами построения триггеров и восстановления информационных сигналов. *Операторы элементные*, представляющие собой логич. ф-ции, реализуемые элементами, разделяются на элементные комбинационные операторы и элементные запоминающие операторы как жестко определенные композиции комбинационных операторов. Первые из них представляют собой базисные *переключательные функции*, суперпозициями которых являются любые переключательные ф-ции, реализуемые в машине в процессе переработки информации; основой элементных комбинационных операторов являются выбранные *операторы элементарные*. Вторые представляют собой ф-ции, выполняемые триггерами (вне зависимости от способа их реализации). Эти операторы выражаются в виде суперпозиций элементных ком-

бинационных операторов, т. е. в соответствующих операторных формах с учетом вида информационных сигналов.

Однако вне зависимости от операторных форм имеются два вида элементных запоминающих операторов — с раздельными входами и со счетным входом. Выражения этих классов в сокращенной дизъюнктивной нормальной форме соответственно следующие:

$$\delta_{t+1} = \delta_t \cdot \bar{y}_0 \vee y_1 \cdot \bar{y}_0; \quad \delta_{t+1} = \bar{\delta}_t \cdot y \vee \delta_t \cdot \bar{y},$$

где: δ_t и δ_{t+1} — состояния (единичный выход) триггера в момент времени t и следующий исчисляемый момент дискретного времени ($t + 1$), y_1, y_0 и y — входные сигналы (единичный, нулевой и общий) триггеров с раздельными входами и со счетным входом соответственно. Логич. выражения для реальных триггеров получаются на основе приведенных выражений в результате перевода их в операторную форму с учетом характеристик информационных сигналов и временных соотношений между ними. Способы реализации элементных операторов зависят от выбранного способа представления цифр в элементах и цепях связи. Как правило, триггеры реализуются на основе тех же принципов представления цифр, что и комбинационные элементы.

Система элементов реализует функционально полный набор элементных операторов, содержит в своем составе усилительные элементы для поддержания необходимых характеристик (восстановления) информационных сигналов, что в совокупности обеспечивает ее тех. полноту (в смысле возможности реализации любой схемы). В связи с отсутствием либо наличием усиления выходного сигнала комбинационные элементы соответственно подразделяются на элементы с пассивным и активным выходом (триггеры обязательно обладают активным выходом); в последнее время отдают предпочтение комбинационным элементам с усилением выходного сигнала. Несмотря на наличие усиления выходного сигнала это не исключает целесообразность использования спец. элементов с особо мощным усилением.

В соответствии с приведенными характеристиками выделяются классы типовых Э. с. ЦВМ и др. устр-в для переработки информации, осн. из которых являются следующие: *потенциальная элементная структура ЦВМ* на полупроводниках и *интегральных схемах*; *потенциально-импульсная элементная структура ЦВМ* на полупроводниках; *импульсная элементная структура ЦВМ* на полупроводниках; Э. с. ЦВМ на ферритах; Э. с. ЦВМ на параметронах. В вычисл. машинах наиболее распространены 1-е три класса Э. с. ЦВМ, из которых в настоящее время получают предпочтение потенциальные Э. с. ЦВМ, как более надежные, однородные и технологичные (в особенности Э. с. ЦВМ на интегральных схемах).

Способы выполнения элементарных операций над словами разделяются на осн. подгруппы характеристик операций — в *дешифраторах, регистрах, счетчиках* и *сумматорах* различных функциональных типов. Ниже перечислены лишь осн. характеристики типовых блоков ЦВМ (см. *Блоки ЦВМ типовые*). Дешифраторы 1-го рода (с выводом всех конституэнт) по способам построения подразделяются на линейные, прямоугольные и пирамидальные, из которых более обширным многовариантным классом является прямоугольный. Дешифраторы 2-го рода, выделяющие диапазоны числовых значений дешифрируемого слова, подразделяются в основном на дешифраторы, реализующие скобочную и бесскобочную формы записи образуемых ф-ций. Регистры как блоки, выполняющие операции промежуточного оперативного хранения, передачи и сдвига слов, подразделяются по способам приема и выдачи, а также по видам и способам преобразования (сдвига) информации. Счетчики как регистры, выполняющие операции счета единиц информации (простые, реверсивные, односторонние и реверсивные двусторонние) по способам представления состояний подразделяются на счетчики с позиционным кодированием, с непозиционным кодированием, с единичным и комбинированным кодированием. Внутри данных классов также имеет место соответствующая детализация на варианты.

Сумматоры как блоки, выполняющие элементарную операцию сложения (образование суммы числовых значений двух слов), различаются по способам построения на два осн. класса: последовательные и параллельные. В классе последовательных сумматоров выделяются варианты с задержкой и с запоминанием переноса и с различными модификациями комбинационной части. В обширном классе параллельных сумматоров по способу построения выделяются подклассы накапливающих, комбинационных и комбинационно-накапливающих сумматоров и внутри их (также, как и в счетчиках) варианты со сквозными, групповыми и частично-групповыми переносами. Из поразрядных логич. операций главными можно считать логич. сложение и логич. умножение. Их реализация осуществляется на спец. комбинационных схемах с занесением результатов в регистры вычисл. устр-ва либо целиком на его компонентах, используемых для арифм. операций (см. *Операции над числами*).

В соответствии с типами и с приведенными характеристиками способов выполнения элементарных операций над словами проводится классификация типовых блоков вычисл. машин, причем каждый вариант какого-либо типа блока определяется комбинацией значений данных характеристик. Выбор этой комбинации осуществляется исходя из требований, предъявляемых к блоку, и параметров системы элементов, на базе которой он реализуется.

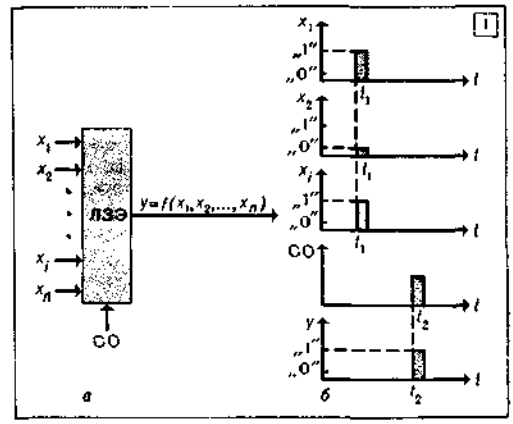
Главные конструктивно-технологические черты элементной базы являются именно той характеристикой Э. с. ЦВМ, по которой можно классифицировать поколения *электронных вычислительных машин*: элементы на электронных лампах (1-е поколение), на полупровод-

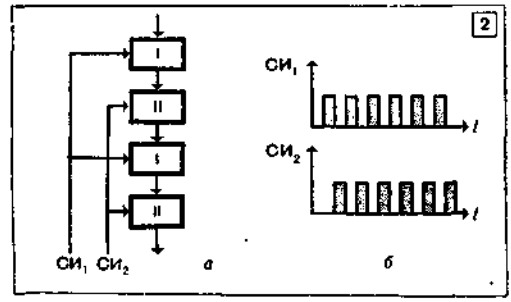
никах как отдельных деталях (2-е поколение), на таких же компонентах, но в микроминиатюрном исполнении (промежуточное между вторым и третьим поколениями), на интегральных полупроводниковых элементарных схемах (3-е поколение), на такого же рода схемах, но со средним уровнем интеграции (промежуточное между третьим и четвертым поколениями), на такого же рода схемах, но с высоким уровнем интеграции (больших интегральных схемах — БИСах, 4-е поколение), на оптико-электронных БИСах с использованием световых (а не электр.) информационных сигналов (5-е поколение). Последние три градации являются перспективными (по отношению к состоянию на 1970 г.). Каждой из этих градаций свойственны специфические особенности конструктивной реализации схем и технологии их изготовления. Поколения вычисл. машин, классифицируемые по данной характеристике их элементных структур, вместе с тем существенно отличаются не только элементными, но и алгоритм. структурами.

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Вавилов Е. Н., Портной Г. П. Синтез схем электронных цифровых машин. М., 1963 [библиогр. с. 437—438]; Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]; Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. М., 1968 [библиогр. с. 324—328]; Ричардс Р. К. Элементы и схемы цифровых вычислительных машин. Пер. с англ. М., 1961. *З. Л. Рабинович.*

ЭЛЕМЕ́НТНЫЕ СТРУКТУ́РЫ НА ЛОГИ́ЧЕСКИХ ЗАДЕ́РЖИВАЮЩИХ ЭЛЕМЕ́НТАХ — система элементов цифровой вычислительной машины, в которой каждый элемент, кроме логических функций, выполняет и функцию запоминания. Сигнал на выходе *логического задерживающего элемента* (ЛЗЭ) в момент подачи входных сигналов не возникает. Для формирования выходного сигнала на спец. вход ЛЗЭ подается сигнал опроса (СО). На рис. 1 дано условное обозначение ЛЗЭ и временна́я диаграмма работы ЛЗЭ. Значение выходного сигнала («0» или «1») в момент времени t_2 определяется значениями входных сигналов в момент времени t_1 и видом *булевой функции* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, которую реализует ЛЗЭ. Таким образом, в функциональном отношении ЛЗЭ аналогичен логическим элементам без запоминания.

При передаче информации в схемах, выполненных на ЛЗЭ, возникает необходимость жесткой синхронизации сигналов. Чаще всего такая синхронизация осуществляется по двухтактной схеме. При этом все ЛЗЭ разбиваются на две группы, каждая из которых управляется синхронизирующими импульсами (СИ), разнесенными во времени на полпериода (рис. 2). В первом такте информация в моменты поступления $СИ_1$ передается от элементов 1-й группы к элементам 2-й группы, а в моменты поступления импульсов $СИ_2$ — от элементов 2-й группы к элементам 1-й группы. Аналогично строятся трехтактные схемы передачи информации: элементы разбиваются на три группы, каждая из которых управляется синхронизирующими импульсами, разнесенными во времени на 1/3 периода. Двухтактные схемы передачи информации чаще всего применяются в элементных структурах ЦВМ на ферритах, а трехтактные — на параметронах. Одиотактные схемы передачи информации практически не применяются, т. к. при построении таких схем необходимо принимать спец. меры для селективной (однонаправленной) передачи сигналов. Кроме того, между каждой парой соединенных между собой ЛЗЭ необходимо включить спец. схемы задержки,





1. Условное обозначение логического задерживающего элемента (*а*) и временна́я диаграмма его работы (*б*).
2. Двухтактная схема передачи информации логическим элементом (*а*) и временна́я диаграмма его работы (*б*).

обеспечивающие разнос во времени информационных и опросных (синхронизирующих) сигналов.

В элементных структурах на ферритах применяются логические элементы следующих типов: элемент «ИЛИ», реализующий булеву ф-цию $f(x, y) = x \vee y$, элемент запрета, реализующий булеву ф-цию $f(x, y) = \bar{x}y$, и элемент, реализующий константу «единица» (генератор единиц). Единица («1») в элементных структурах на ферритах обычно представляется импульсом определенной полярности, а нуль («0») — отсутствием импульса. В элементной структуре на параметронах «0» и «1» кодируются гармоническими колебаниями, от-

личающимися по фазе на π радиан. При таком кодировании цифр функция «инверсия» реализуется переключением выходных клемм ЛЗЭ. Осн. ЛЗЭ в элементной структуре на параметронах является *мажоритарный элемент*, реализующий булеву функцию $f(x, y, z) = xy \vee xz \vee yz$. Кроме того, в этой системе элементов широко применяются универсальные ЛЗЭ, реализующие операции Пирса и Шеффера.

Лит.: Вавилов Е. Н., Портной Г. П. Синтез схем электронных цифровых машин. М., 1963 [библиогр. с. 437—438]; Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301].

Ю. А. Бузунов, Е. Н. Вавилов.

ЭЛЕМЕ́НТНЫЙ СИ́НТЕЗ ЦВМ — структурный синтез автоматов и их композиций в базисе заданной системы элементов. На этапе Э. с. ЦВМ из заданных элементов создают работоспособные схемы *сумматоров*, *дешифраторов*, *регистров*, *счетчиков*, схемы *автоматов управляющих* и др. Э. с. ЦВМ, удовлетворяющий заданным требованиям быстродействия и надежности при миним. структурных затратах, разделяют на следующие этапы: 1) выбор варианта структуры с учетом особенностей элементной базы; 2) получение аналитических ф-ций, описывающих работу заданной схемы в некоторой стандартной (канонической) форме; 3) запись аналитических выражений в заданной системе *операторов элементных*; 4) обеспечение требуемого качества физ. характеристик схемы; 5) сравнение различных вариантов схемы.

Выбор канонической формы представления ф-ций определяется наличием достаточно эффективных методов ее получения, а также наличием хорошо изученных и простых методов минимизации в соответствии с выбранными критериями. Существенное влияние на выбор канонической формы, а также на методы ее минимизации оказывает заданная функционально полная система элементных операторов. В связи с этим в каждом конкретном случае применения той или иной функционально полной системы элементов возникает задача миним. представления логич. уравнений, описывающих работу заданной схемы с помощью заданной системы элементных операторов.

Возможны два пути решения этой задачи. Первый состоит в произвольном способе перевода некоторой стандартной (в частности, булевой) записи в опорную операторную и минимизации этой записи. При этом предполагаются известными алгоритмы минимизации ф-ций, представленных в операторном виде. Второй путь предполагает использование известных (напр., в *булевой алгебре*) методов минимизации ф-ций и последующего перевода их в операторную запись. В настоящее время используются оба способа перевода, но общий алгоритм минимизации для произвольных систем операторов не сформулирован, и, вообще говоря, неизвестно, существует ли он.

Существующие методы минимизации *блоков ЦВМ типовых* сравнительно просты и удобны для формализации, однако методы синтеза произвольных схем с памятью, содержащих обычно также существенную комбинационную часть, разработаны в значительно меньшей мере. Выделение для сложной схемы ее комбинационной и запоминающей части позволяет соответственно использовать при Э. с. ЦВМ возможности развитого аппарата синтеза *комбинационных схем*. При этом задача минимизации затрат аппаратуры решается путем раздельной минимизации для комбинационной и запоминающей части.

В связи с развитием элементно-технологической базы ЦВМ, что ведет к дальнейшему укрупнению модулей элементов, выравниванию стоимости элементов памяти (триггеров) и комбинационных схем, повышению роли стандартизации, методы Э. с. ЦВМ с указанным выше разделением на комбинационные и запоминающие части становятся неэффективными. В этих условиях минимизация элементов памяти уже не играет доминирующей роли и путем некоторого избыточного увеличения элементов памяти при кодировании можно настолько упростить комбинационную часть, что общие затраты аппаратуры, выраженные в условных единицах (напр., в стоимости реализации входа логич. схемы), будут минимальны (с учетом перераспределения нагрузок, уменьшения требуемого числа входов и т. д.).

Таким образом, надо решать задачу оптимизации схемы в целом, а не задачу минимизации ее составных частей. При этом оптимизация для типовых блоков ЦВМ достигается получением численных формул, выражающих затраты аппаратуры и быстродействие в зависимости от заданных требований, предъявляемых к узлу, и параметров его элементной структуры и выбором оптим. варианта после сопоставления всех полученных вариантов. Что же касается оптимизации схем произвольных автоматов, то в этом случае используют методики, состоящие в представлении автомата в виде композиции более простых автоматов (компонент композиции), которые выбирают, исходя из свойств кодируемого автомата. В качестве таких компонент часто используют регистровые структуры (см. *Автомат регистровый*), которые (с постепенным увеличением разрядности) переходят в ряд стандартных модулей на основе современной технологии. Макс. технологичность реализации схем ЦВМ достигается при минимизации числа типов узлов, а также при повторяемости и однородности структуры. В этом аспекте весьма перспективен Э. с. ЦВМ на основе однородных структур (см. *Вычислительные среды*).

Практическое выполнение Э. с. схем на 3 и 4-м этапах основано на использовании идеи присвоения логич. операторам упрощенных физ. зависимостей, позволяющих учитывать качество физ. характеристик схем. В этом случае, кроме логич. характеристики, каждому элементному оператору присваиваются качественная и весовая характеристики. Качественная характеристика включает в себя приближенную зависимость между физ.

значениями входных сигналов и сигналов на выходе оператора, а также разность между временем установления входного и выходного сигналов. Весовая характеристика является ф-цией стоимости, габаритов, срока службы, а также других факторов, подобных этим. Все эти характеристики используют для обеспечения требуемого качества схем, а также для сравнения схем с точки зрения заданного критерия. На 3-м этапе Э. с. ЦВМ требуется согласование работы элементов и узлов во времени. Поскольку асинхронные схемы в ЦВМ используют сравнительно мало, ниже рассмотрим примеры построения синхронных структур.

Характерной проблемой, возникающей при реализации схем современными элементами, является устранение возможных нарушений работы из-за явлений риска и гонок. Явление риска *(риска проблема)* заключается в возможности неправильного срабатывания схемы из-за неодновременности возникновения сигналов на прямом и инверсном выходах *запоминающего элемента* во время его переключения из одного состояния в другое. Риск по переменной x_i имеет место, если при изменении значения аргумента x_i функция f не меняет своего значения, но при подстановке в конкретное представление этой ф-ции как для аргумента, так и для инверсии одного и того же значения ф-ция изменяет свое значение. Если имеется риск по соответствующему аргументу при изменении значения ф-ции с «0» на «1», то говорят о риске в нуле, а при изменении с «1» на «0» — о риске в единице.

При представлении булевой ф-ции произвольной *дизъюнктивной нормальной формой* отсутствует риск в нуле, а при представлении произвольной конъюнктивной нормальной формой — риск в единице. Представления булевых ф-ций в виде сокращенных дизъюнктивных нормальных форм и сокращенных конъюнктивных нормальных форм свободны от риска по всем переменным. Для устранения опасности риска необходимо, чтобы элемент, на входах которого он происходит, имел более двух входов, причем сигнал хотя бы на одном из них при переключении должен оставаться неизменным: равным нулю для элементов «И» и равным единице — для элементов «ИЛИ».

Возникновение явления гонок *(гонок проблема)* связано с тем, что изменение состояния реальных элементов памяти происходит неодновременно либо из-за случайного разброса времени их переключения, либо из-за различий коммутационных задержек и длины цепочек элементов на входах элементов памяти. Элемент, выигравший эти гонки, раньше других изменит свое состояние и через цепь *обратной связи* изменит сигналы на входах других элементов, что нарушит требуемую последовательность функционирования автомата. Устранить такие нежелательные последствия можно не только путем подсчета и точного согласования времени прохождения сигналов со временем переброса запоминающих элементов, а и с помощью спец. противогоночного *кодирования состояний автомата.*

Решение вопросов временно́го согласования значительно упрощается при введении спец. тактирующего генератора, обеспечивающего принудительное тактирование; при этом автомат становится автоматом синхронным. Относительно просто решается проблема гонок и проблема согласования переходов автомата из одного состояния в другое при использовании принудительного многофазного (в частности, двухфазного) тактирования и удвоения числа запоминающих элементов (см. *Потенциальная элементная структура ЦВМ, Элементная структура ЦВМ*).

Для правильного функционирования устр-ва необходимо, чтобы автомат, попав в заданное состояние под воздействием входного сигнала x_1, с достаточно большой длительностью, оставался в нем до прихода следующего сигнала x_2, а не продолжал переходить из этого состояния в новое состояние до тех пор, пока не закончится действие сигнала. Такую независимость функционирования устройств обеспечивает использование двухфазного тактирования, т. к. переход в любые два соседних состояния тактируется различными фазами синхронизации, а эти фазы соответственно разнесены во времени.

Разработан ряд вариантов использования двухфазного тактирования для схем автоматов на потенциальных элементах, в частности, некоторые такие методы требуют удвоения не числа запоминающих элементов, а числа состояний, что обеспечивается добавлением одного *триггера.* Чтобы не допустить гонок в менее наглядных конструкциях, чем вариант с удвоением числа триггеров, необходимо выполнение следующего условия: для любых двух «связанных» пар состояний $a - b$ и $c - d$ («связанность» пар состояний $a - b$ и $c - d$ выполняется при условии $a \neq b \neq c \neq d$, причем a, b, c, d — состояния автомата, отвечающие условию, что существует, по крайней мере, один входной сигнал x автомата, при котором $ax = b$, $cx = d$) достаточно, чтобы коды этих состояний A, B, C, D были такими, чтобы в них существовала хотя бы одна переменная кодирования, принимающая в кодах A и B значение, противоположное ее значению в кодах C и D. Следовательно, опасности гонок нет, когда наборы A и B, C и D не связаны хотя бы по одной двоичной переменной.

Рациональное временно́е согласование служит не только обеспечению надежности, но часто позволяет существенно сократить затраты аппаратуры. Напр., если возможная частота работы элементов существенно выше требуемой частоты сдвига *кода* в n-разрядном сдвиговом регистре на потенциальных элементах, то последовательно за несколько тактов можно выполнить сдвиг кода и уменьшить требуемое число вспомогательных триггеров a в соответствии с формулой $a = \frac{n}{b-1}$, где

b — число тактирующих фаз. Характерно, что здесь схема регистра не изменяется, а изменяется лишь подключение внешних шин.

В целом задача временно́го согласования схем ЦВМ достаточно обширна и сложна, ее решение начинается фактически еще на этапе объединения *микропрограмм*, а завершается на этапе тех. синтеза с учетом монтажных соединений и т. д. Для улучшения и ускорения проверки выполнения временно́го согласования схем ЦВМ разрабатывают спец. языки и программы для ЦВМ (См. *Автоматизация проектирования ЦВМ, Инженерные методы синтеза дискретных автоматов*).

Лит.: Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов. М., 1962 [библиогр. с. 464—469]; Рабинович З. Л., Капитонова Ю. В. Общие принципы синтеза комбинационных схем. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1963, т. 3., № 4; Мацевитый Л. В., Денисенко Е. Л. О кодировании внутренних состояний некоторых многотактных устройств. «Кибернетика», 1966, № 1; Рабинович З. Л. Элементарные операции в вычислительных машинах. К., 1966 [библиогр. с. 299—301]; Рабинович З. Л., Капитонова Ю. В., Комухаев Э. И. Методика кодирования состояний конечных автоматов с точки зрения минимизации аппаратурных затрат. В кн.: Теория дискретных автоматов. Рига, 1967.

В. Н. Коваль, Э. И. Комухаев.

ЭЛИО́НИКА — раздел электроники, изучающий явления, связанные с взаимодействием электронных и ионных пучков с веществом и применением этих пучков в технологических процессах производства электронных приборов. Э. развивается в двух осн. направлениях — физическом и технологическом. Предметом физ. направления Э. являются теоретические и экспериментальные исследования механизма проникновения ускоренных электронов и ионов в вещество, эффективности преобразования их кинетической энергии в тепло, распределения выделяемой мощности в объеме, кинетики тепловых процессов в зоне взаимодействия пучков с веществом и в непосредственной близости от этой зоны, физ.-хим. изменений в облученных участках материала и т. д. Задачами технологического направления Э. являются теор. и практическая разработки методов исследования электронно-ионнолучевых процессов для обработки материалов — локального испарения их, легирования полупроводников, микросварки и микропайки, полимеризации мономеров и др.

Первые сведения о попытках использовать острофокусированные электронные и ионные пучки в качестве инструмента для микрообработки материалов появились в 50-х годах. Систематическому глубокому и интенсивному изучению возможностей такого применения в электронной промышленности во всех развитых странах сильно способствовал прогресс в области микроэлектроники (см. *Микроэлектронная элементная база вычислительной техники*) в начале 60-х годов.

Ценными особенностями электронного луча является то, что в нем можно получить высокую и легко регулируемую плотность энергии, и то, что его практически мгновенно можно направить в любую точку обрабатываемой поверхности. При столкновении с веществом быстролетящие электроны отдают ему большую часть своей кинетической энергии, вызывая в нем разнообразные изменения. Наименьшее сечение электронного пучка в области взаимодействия с облучаемым материалом — порядка микрометра и даже его долей, а плотность мощности в них достигает 10^9 *вт/см*^{2}. Электроннолучевые технологические операции выполняют в высоком и сверхвысоком вакууме. В современной микроэлектронной технике электронный луч используют при изготовлении p — n переходов, резисторов, туннельных диодов, некоторых типов транзисторов, для соединения компонент микросхем и т. д. При изготовлении p — n переходов, напр., монокристаллические участки пластины с предварительно нанесенным на них слоем легирующего вещества подвергают облучению так, чтобы в месте электронной бомбардировки происходило расплавление полупроводника на заданную глубину и внедрение в расплав легирующей примеси. После выключения пучка расплавленная зона остывает и кристаллизуется, в полупроводнике образуется микрообласть с другим типом проводимости, а на границе этой области — p — n переход. На одной пластине можно изготовить сотни и тысячи таких компонент. Воспроизводимость характеристик таких микродиодов, расположенных на всей поверхности, получается очень высокой. Для получения резисторов на диэлектрическую или полупроводниковую подложку с изолирующим слоем вначале в вакууме наносят проводящую пленку, а затем «гравируют» ее лучом, создавая полоски нужных размеров. С помощью электронного луча удобно изготовлять также миниатюрные пленочные конденсаторы в виде, напр., введенных один в другой «гребешков» и т. д.

Особое место в Э. занимает электронная литография, отличающаяся высокой разрешающей способностью. Использование электронного луча вместо света для экспонирования фоторезистивных материалов позволяет создавать моноблочные функциональные узлы, состоящие из тысяч идентичных логических элементов, геом. размеры которых составляют доли микрометра. При этом отпадает необходимость в трудоемком процессе изготовления масок, облегчается задача автоматизации процессов электр. соединения отдельных микросхем в функциональные узлы. Ионнолучевые способы обработки применяются для очистки поверхностей, травления пленок, селективного нанесения тонких слоев материала на нужные участки подложки, легирования полупроводников и т. д. Легирование осуществляется, напр., не за счет применения процессов нагрева, а путем прямого внедрения разогнанных полем ионов примеси в кристаллическую решетку. Это упрощает задачу точного регулирования количества введенных примесей, глубины их залегания и размеров зоны легирования. Из-за отсутствия высоких температур в зоне облучения резко уменьшается количество нежелательных посторонних примесей, обычно диффундирующих в

нагретую область полупроводника; из ионного пучка ненужные примеси удаляются фокусирующей системой.

Методы Э. в настоящее время активно изучаются, и их применение в технологии расширяется. Практическое осуществление этих методов тесно связано с успехами в разработке электроннолучевого и ионнолучевого оборудования, а также с достижениями в построении современных кибернетических средств управления. Для целей Э. создан ряд пром. установок и целых автоматизированных агрегатов. В СССР разработано несколько типов элионных установок (напр., «ЭЛУРО») и управляющих систем (см. *«Киев-67»*).

Лит.: Кабанов А. Н. Современное состояние и перспективы развития электроннолучевого метода микрообработки. «Физика и химия обработки материалов», 1967, № 4; Введение в технологию электроннолучевых процессов. Пер. с англ. М., 1965; Symposium on electron beam techniques for microelectronics. «Microelectronics and reliability», 1965, v. 4, № 1.

В. П. Деркач.

ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ. Говоря о методах решения тех или иных дифференциальных уравнений в частных производных, обычно имеют в виду приближенные методы, так как точные решения удается найти в крайне редких случаях, да и то чаще не в замкнутом виде, а в виде рядов, которые нужно еще суммировать. Одними из наиболее распространенных методов прибл. решения *краевых задач* для дифф. ур-ний являются разностные методы. Широкое применение этих методов объясняется их большой универсальностью и сравнительной простотой реализации на ЭВМ (см. *Конечноразностные методы*).

Суть разностных методов состоит в следующем: область непрерывного изменения аргументов заменяется дискретным мн-вом точек (узлов), называемым с е т к о й; вместо ф-ций непрерывного аргумента рассматриваются ф-ции дискретного аргумента, определяемые в узлах сетки и называемые с е т о ч н ы м и ф у н к ц и я м и. Производные, входящие в дифф. ур-ние и граничные условия, аппроксимируются разностными отношениями; при этом краевая задача для дифф. ур-ния заменяется системой алгебр. ур-ний (р а з н о с т н о й с х е м о й). В случае линейности исходной задачи разностная схема является системой линейных алгебр. ур-ний. Если полученная таким образом разностная краевая задача разрешима (быть может, только на достаточно мелкой сетке, т. е. сетке с густо расположенными узлами) и ее решение при безграничном измельчении сетки приближается (сходится) к решению исходной задачи для дифф. ур-ния, то полученное на любой фиксированной сетке решение разностной задачи и принимается за прибл. решение исходной задачи.

Классическими представителями эллиптических ур-ний (см. *Дифференциальных линейных уравнений с частными производными классификация*) 2-го порядка являются: 1) уравнение Пуассона (Лапласа, если $f = 0$)

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -f;$$

2) ур-ние с самосопряженным оператором и переменными коэфф.

$$Lu \equiv \frac{\partial}{\partial x_1}\left(k_1 \frac{\partial u}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(k_2 \frac{\partial u}{\partial x_2}\right) = -f.$$

Здесь $u \equiv u(x_1, x_2)$ — искомое решение, $f \equiv f(x_1, x_2)$ — заданные ф-ции (правые части), $k_1(x_1, x_2) > 0$, $k_2(x_1, x_2) > 0$ — заданные коэфф. ур-ния. Типичными краевыми задачами для эллиптических уравнений 2-го порядка в ограниченной области G с границей Γ являются: 1) первая краевая задача (задача с краевыми условиями Дирихле), когда на границе Γ задано искомое решение $u(x_1, x_2)|_\Gamma = g(x_1, x_2)$, 2) третья краевая задача, когда на границе Γ задана линейная комбинация производной искомого решения по конормали и самого решения $\left(\frac{\partial u}{\partial N} - \varkappa u\right)\Big|_\Gamma = -g$, где оператор производной по конормали задается соотношением $\frac{\partial}{\partial N} = k_1 \cos(n, x_1)\frac{\partial}{\partial x_1} + k_2 \cos(n, x_2)\frac{\partial}{\partial x_2}$, а n — направление внутренней нормали к Γ, $\varkappa(x_1, x_2)$ — заданный коэфф. Если $k_1 \equiv k_2 \equiv 1$, то производная по конормали совпадает с производной по нормали. Если $\varkappa = 0$, то граничные условия называются условиями 2-го рода (условиями Неймана), а сама задача — второй краевой задачей.

Если область G, в которой требуется найти решение ур-ния, является прямоугольником со сторонами, параллельными координатным осям, то в качестве сетки на G наиболее естественно взять мн-во точек пересечения двух семейств прямых $x_1 = x_1^{i_1}$ и $x_2 = x_2^{i_2}$, где i_1 принимает все целочисленные значения от 0 до N_1, а i_2 — от 0 до N_2. Числа $x_\alpha^{(i_\alpha)}$ подчинены условию: $x_\alpha^{(i_\alpha)} < x_\alpha^{(j_\alpha)}$ при $i_\alpha < j_\alpha$, $x_\alpha^{(0)} = 0$ и $x_\alpha^{(N_\alpha)} = l_\alpha$ (считаем, что прямоугольник ограничен прямыми $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_1 = l_1$, $x_2 = l_2$). Мн-во точек пересечения указанных прямых, расположенных внутри прямоугольника G, наз. мн-вом внутренних узлов и обозначается через ω. Мн-во точек пересечения, расположенных на границе Γ прямоугольника G, наз. мн-вом граничных узлов и обозначается через γ. Объединение ω и γ обозначается через $\bar{\omega}$. Если область G имеет криволинейную границу Γ, то сетку на ней можно ввести тем же способом, но разделение мн-ва узлов на внутренние и граничные становится менее очевидным и зависит от последующих способов аппроксимации ур-ния и граничных условий. В качестве сетки на G

можно взять и произвольное конечное мн-во точек в G, но тогда в дальнейшем при аппроксимации ур-ния и граничных условий возникнут дополнительные трудности. В случае описанной выше прямоугольной сетки ω сеточная ф-ция $h_\alpha^{(i_\alpha)} = h_\alpha(x_\alpha^{(i_\alpha)})$, задаваемая соотношением $h_\alpha^{(i_\alpha)} = x_\alpha^{(i_\alpha)} - x_\alpha^{(i_\alpha-1)}$, наз. шагом сетки ω по направлению x_α в точке $x_\alpha^{(i_\alpha)}$. Ф-ция $\hat{h}_\alpha^{(i_\alpha)} = \dfrac{h_\alpha^{(i_\alpha)} + h_\alpha^{(i_\alpha+1)}}{2}$ задает средний шаг сетки по направлению x_α. Если $h_1^{(i_1)} \equiv \equiv h_1$ и $h_2^{(i_2)} \equiv h_2$, т. е. если шаги сетки не зависят от координат, сетка наз. равномерной.

Наиболее употребительной аппроксимацией ур-ния Пуассона на равномерной сетке является пятиточечная аппроксимация вида $\Delta_h y = y_{\bar{x}_1 x_1} + y_{\bar{x}_2 x_2} = -f(x_1, x_2)$, где $y_{\bar{x}_1} = [y(x_1, x_2) - y(x_1 - h_1, x_2)]/h_1$ — левое разностное отношение по направлению x_1, $y_{x_1} = [y(x_1 + h_1, x_2) - y(x_1, x_2)]/h_1$ — правое разностное отношение по x_1, а $y_{\bar{x}_1 x_1} = (y_{\bar{x}_1})_{x_1}$ — 2-е симметричное разностное отношение по x_1; $y_{\bar{x}_2}$, y_{x_2}, $y_{\bar{x}_2 x_2}$ определяются аналогично. При такой аппроксимации каждое ур-ние содержит значения искомого решения в пяти узлах сетки ω. Если искомое решение ур-ния Пуассона имеет непрерывные частные производные по x_1 и x_2 до 4-го порядка, то *погрешность* указанной аппроксимации $\psi = \Delta_h u + f$ есть величина $O(h_1^2 + h_2^2)$. Для ур-ния Пуассона на равномерной сетке часто используют девятиточечную аппроксимацию вида

$$\Delta_h' y = \Delta_h y + \frac{h_1^2 + h_2^2}{12} \cdot y_{\bar{x}_1 x_1 \bar{x}_2 x_2} = -\varphi, \text{ где}$$

$$\varphi(x_1, x_2) = f(x_1, x_2) + \frac{h^2}{12} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{h_2^2}{12} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}.$$

Если искомое решение имеет непрерывные производные до 6-го порядка, то погр. аппроксимации этой схемы на решениях ур-ния Пуассона $\psi' = \Delta_h' u + \varphi$ есть величина $O(h_1^4 + h_2^4)$. Если к тому же сетка ω квадратная, т. е. $h_1 = h_2 = h$, и искомое решение имеет непрерывные производные до 8-го порядка, то схема $\Delta_h' y = -\varphi'$, где

$$\varphi'(x_1, x_2) = \varphi(x_1, x_2) + h^4 (\Delta^2 f + 2\partial^4 f/\partial x_1^2 \partial x_2^2)/360$$

имеет погр. аппроксимации $O(h^6)$. На неравномерной сетке ω аппроксимация ур-ния Пуассона имеет вид $\tilde{\Delta}_h y = y_{\bar{x}_1 \hat{x}_1} + y_{\bar{x}_2 \hat{x}_2} = -f$, где

$$y_{\hat{x}_1} = [y(x_1^{(i_1+1)}, x_2^{(i_2)}) - y(x_1^{(i_1)}, x_2^{(i_2)})]/\hat{h}_1^{(i_1)}$$

есть правое разностное отношение по направлению x_1 с делением на средний шаг. Ур-ние с переменными коэфф. указанного выше вида на неравномерной сетке ω аппроксимируется так:

$$\Lambda y \equiv (a_1 y_{\bar{x}_1})_{\hat{x}_1} + (a_2 y_{\bar{x}_2})_{\hat{x}_2} = -f,$$

где коэфф. a_1 и a_2 разностной схемы выражаются через соответствующие коэфф. дифф. ур-ния по ф-лам

$$a_1(x_1, x_2) = k_1\left(x_1 - \frac{h_1(x_1)}{2}, x_2\right),$$

$$a_2(x_1, x_2) = k_2\left(x_1, x_2 - \frac{h_2(x_2)}{2}\right).$$

Граничные условия 1-го рода в рассматриваемом случае прямоугольной области, когда граница γ сетки принадлежит границе Γ исходной области σ, можно аппроксимировать точно: $y(x_1, x_2) = g(x_1, x_2)$. Аппроксимация граничных условий 3-го рода для ур-ния Пуассона в случае равномерной сетки ω выглядит так: а) если граничная точка (x_1, x_2) сетки не является угловой и расположена на левой границе прямоугольника, то

$$y_{x_1} + h_1 \frac{y_{\bar{x}_2 x_2}}{2} - \varkappa y = -g - \frac{h_1 f}{2};$$

б) если граничная точка расположена на верхней границе прямоугольника, то

$$-y_{\bar{x}_2} + \frac{h_2 y_{\bar{x}_1 x_1}}{2} - \varkappa y = -g - \frac{h_2 f}{2};$$

в) если граничная точка расположена в левом верхнем углу прямоугольника, то

$$(h_2 y_{x_1} - h_1 y_{\bar{x}_2})/(h_1 + h_2) - \varkappa y = -g - \frac{h_1 h_2 f}{2(h_1 + h_2)}.$$

На остальных участках границы γ граничные условия записываются аналогично. Отметим, что указанная аппроксимация граничных условий 3-го рода согласована с пятиточечной аппроксимацией ур-ния Пуассона, т. е. имеет погр. $O(h_1^2 + h_2^2)$. Можно построить аппроксимации указанных граничных условий, согласованные с девятиточечными аппроксимациями ур-ния Пуассона.

Для того, чтобы записать разностную аппроксимацию 3-й краевой задачи для ур-ния Пуассона на неравномерной сетке.

воспользуемся операторами Λ_α, которые задаются соотношением

$$\bar{\Lambda}_\alpha y = \begin{cases} y_{\bar{x}_\alpha \hat{x}_\alpha} & \text{во внутренних узлах сетки по направлению } x_\alpha; \\ 2y_{x_\alpha}/h_\alpha^{(1)} & \text{при } x_\alpha = 0; \\ -2y_{\bar{x}_\alpha}/h_\alpha^{(N_\alpha)} & \text{при } x_\alpha = l_\alpha. \end{cases}$$

Указанная аппроксимация имеет вид $\bar{\Lambda} y = (\Lambda_1 + \Lambda_2) y = -F$ для всех точек сетки $\bar{\omega}$. При этом $F = f$, если точка внутренняя, $F = f + 2g/h_1^{(1)}$, если точка не является угловой и расположена на левой границе прямоугольника и т. д.

Как уже отмечалось, разностные схемы представляют собой не что иное, как системы линейных алгебр. ур-ний. Порядок системы тем выше, чем мельче (гуще) сетка. Но точность схем зависит от величины шагов сетки, и она тем больше, чем мельче шаги. Поэтому получающиеся алгебр. системы обычно имеют довольно высокий порядок. Для нахождения решения этих систем, как правило, используются *итерационные методы*. Для их успешного применения полезно знать миним. и макс. собственные значения *матрицы* системы (см. *Собственных значений и собственных векторов матриц способы вычисления*) или их оценки снизу (δ) и сверху (Δ) соответственно. Приведем указанные оценки для некоторых задач, причем $\delta = \delta_1 + \delta_2$, $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. В задаче на собственные значения

$$\Lambda_1 \mu(x_1) + \lambda \mu(x_1) = 0, \quad \mu(0) = \mu(l_1) = 0.$$

где Λ_1 есть определенный выше *оператор* с переменным коэфф. a_1, при любом фиксированном x_2 миним. собственное значение не меньше $\delta_1 = 8c_1/l_1^2$, а макс. собственное значение — не больше $\Delta_1 = 4C_1/\min\limits_{x_1} h_1^2(x_1)$. Здесь c_1 — миним. значение коэфф. a_1, а C_1 — макс. значение этого коэфф. Аналогичные оценки справедливы для собственных значений оператора Λ_2. Если, в частности, $a_1 \equiv a_2 \equiv 1$, то $\delta_1 = 8/l_1^2$, $\Delta_1 = 4/\min\limits_{x_1} h_1^2(x_1)$. Если к тому же сетка по x_1 равномерна, то $\Delta_1 = 4 \times \times \cos^2\left(\frac{\pi h_1}{2l_1}\right)/h_1^2$. Оценки для собственных значений в случае 3-й краевой задачи выглядят более громоздко и здесь не приводятся.

Наиболее простым итерационным методом решения задачи $\Lambda y = -f$, $y|_\Gamma = g$ является метод простой итерации. Он состоит в следующем: задаваясь произвольным начальным приближением y^0, удовлетворяющим граничным условиям $y^0|_\Gamma = g$, последующие приближения находят по ф-ле $(y^{j+1} - y^j)/\tau = \Lambda y^j + f$, $y^{j+1}|_\gamma = g$, где $\tau = \frac{2}{\delta + \Delta}$ — итерационный параметр. Для того, чтобы с помощью этого метода уменьшить начальную погр. в $1/\varepsilon$ раз, достаточно произвести $j(\varepsilon) \geqslant \ln(1/\varepsilon)/\ln[(\Delta + \delta)/(\Delta - \delta)]$ итераций. Если в задаче $a_1 \equiv a_2 \equiv 1$, $l_1 = l_2 = 1$, $h_1 = h_2 = h$, то $\tau = \frac{h^2}{4}$, $j(\varepsilon) \approx \approx \frac{2}{\pi^2} \frac{\ln 1/\varepsilon}{h^2}$. Для задачи $\bar{\Lambda} y = -f$ метод выглядит аналогично. Скорость сходимости этого метода очень малая и с уменьшением шага сетки h быстро уменьшается.

Обобщением метода простой итерации, увеличивающим скорость его сходимости, является итерационный метод Ричардсона (метод простой итерации с чебышевским набором параметров). Этот метод отличается от метода простой итерации лишь тем, что итерационный параметр зависит от номера итерации $(y^{j+1} - y^j)/\tau_j = \Lambda y^j + f$, $y^{j+1}|_\gamma = g$. Количество итераций заранее фиксировано и равно n. Итерационный параметр $\tau_j = 2/[\Delta + \delta + (\Delta - \delta)\lambda_j]$, где $\lambda_j = \cos\frac{2j+1}{2n}\pi$. Для уменьшения нач. погр. в $1/\varepsilon$ раз достаточно провести $n \geqslant n_0(\varepsilon) = \ln(2/\varepsilon)/\ln[(\sqrt{\Delta} + \sqrt{\delta})/(\sqrt{\Delta} - \sqrt{\delta})]$ итераций. Если $a_1 \equiv a_2 \equiv 1$, $l_1 = l_2 = 1$, $h_1 = h_2 = h$, то $n_0(\varepsilon) \approx 2\ln(2/\varepsilon)/\pi h$. Чтобы вычисления были устойчивыми, необходимо изменить естественный порядок использования итерационных параметров на следующий ($n = 2^p$, p — целое):

а) $n = 8$: 0, 7, 3, 4, 1, 6, 2, 5;

б) $n = 16$: 0, 15, 7, 8, 3, 12, 4, 11, 1, 14, 6, 9, 2, 13, 5, 10;

в) $n = 32$: 0,31, 15, 16, 7, 24, 8, 23, 3, 28, 12, 19, 4, 27, 11, 20, 1, 30, 14, 17, 6, 25, 9, 22, 2, 29, 13, 18, 5, 26, 10, 21 (порядок использования итерационных параметров при других n см. библиографию).

Если оператор $(\Lambda_1 + \Lambda_2)$ задачи $(\Lambda_1 + \Lambda_2) y = -f$ допускает разделение переменных, то еще большей скоростью сходимости обладает метод переменных направлений. Вычисления по этому методу проводятся по ф-лам

$$[y^{j+\frac{1}{2}} - y^j]/\tau_{j+1} = \Lambda_1 y^{j+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y^j,$$

$$y^{j+\frac{1}{2}}|_\gamma = g,$$

$$[y^{j+1} - y^{j+\frac{1}{2}}]/\tau_{j+1} = \Lambda_1 y^{j+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 y^{j+1}, \; y^{j+1}|_\gamma = g,$$

где y^0 — заданное начальное приближение, $y^{j+\frac{1}{2}}$ — вспомогательные (промежуточные) значения, $\tau_{j+1} > 0$ — итерационные пара-

метры, от выбора которых существенно зависит скорость сходимости. Если, напр., нижние и верхние оценки собственных значений операторов Λ_1 и Λ_2 совпадают, т. е. $\delta_1 = \delta_2$, $\Delta_1 = \Delta_2$, то итерационные параметры τ_j следует вычислять по ф-лам $\tau_j = 1/[\sqrt{\delta_1\Delta_1}\ \omega_j]$, где при $i = 1, 2, \ldots [(n+1)/2]$

$$\omega_j = q^{\frac{1}{4}-\frac{\sigma}{2}}\ [1 + q^{\sigma} + q^{2-\sigma}]/[1 + q^{1-\sigma} + q^{1+\sigma}],$$

а при $j > [(n+1)/2]$ $\omega_j = \delta_1/\Delta_1$.

Входящие в эти ф-лы параметры σ и q задаются соотношениями

$$\sigma = (2j-1)/2n,$$

$$q = [1 - \sqrt[4]{1-\delta_1^2/\Delta_1^2}]/2 \times [1 + \sqrt[4]{1-\delta_1^2/\Delta_1^2}].$$

Для уменьшения начальной погр. в $1/\varepsilon$ раз с помощью этого метода достаточно провести $n \geqslant n(\varepsilon) \approx \frac{1}{\pi^2}\ln\frac{4}{\varepsilon}\ln\frac{4\Delta_1}{\delta_1}$ итераций. Если, напр., $a_1 \equiv a_2 \equiv 1$, $l_1 = l_2 = 1$, $h_1 = h_2 = h$, то $\delta_1/\Delta_1 = \mathrm{tg}^2\frac{\pi h}{2}$. Метод переменных направлений в описанном виде является одним из наиболее быстро сходящихся итерационных методов.

Для решения алгебр. систем, полученных при применении метода сеток, используются и другие итерационные методы, такие как метод последовательной верхней релаксации, двухступенчатый итерационный метод, метод миним. поправок в той или иной форме и др.

Лит.: Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.— Л., 1962 [библиогр. с. 698—708]; Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971 [библиогр. с. 538—550]; Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 456—470]. *В. Б. Андреев.*

«ЭМИК-1» — первая отечественная специализированная машина, предназначенная для измерения площади и толщины кож. Создана в 1954 Укр. н.-и. ин-том кожевенно-обувной пром-сти совместно с Киевским гос. ун-том. В ней дискретные элементы Δs и Δd измеряемых величин площади S и толщины d преобразуются в электрические импульсы с помощью электромагнитного генератора и механических щупов, взаимодействующих с контактами. Машина состоит из электромеханической и счетно-электронной частей, связанных между собой кабелем. Измерение кожи производится в процессе ее перемещения транспортирующим механизмом, состоящим из вращающихся валов и роликов. «Э.-1» выполняет следующие операции: измерение площади и средней толщины кож, подсчет числа и суммы площадей измеренных кож, печатание на каждой коже и контрольной бумажной ленте результатов измерения и показателей учета (порядкового номера, площади, средней толщины, сорта, заводской марки, даты выпуска и др. данных).

Электронная часть машины построена на типовых ячейках цифровой вычислительной машины *«Урал»*. Основные характеристики машины: ширина рабочего прохода — 1800 *мм*, скорость транспортирования кожи — 350 *мм/сек*, пределы измерения площади — 30÷300 *дм*², пределы измерения толщины — 1÷6 *мм*, погрешность измерения толщины — ±0,1 *мм*, производительность — 2500 кож за 8 часов, потребляемая мощность — 1,5 *квт*. Серийно выпускаются площадомерные машины ПММ, которые являются вариантом «ЭМИК-1».

Лит.: Павленко Ю. С., Танцюра Н. А. Автомат для измерения площади и толщины кож. «Легкая промышленность», 1957, № 3; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. К., 1969.

Ю. С. Павленко, Н. А. Танцюра.

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ — приближенное представление функции распределения вероятностей случайной величины, построенное на основании выборки конечного объема. Э. ф. р. есть ф-ция распределения $F_n(x)$, определяемая следующим образом с помощью вариационного ряда X_1^*, $X_2^*, \ldots, X_n^*$ выборки $X_1, X_2, \ldots, X_n$ независимых наблюдений *случайной величины* с ф-цией распределения $F(x)$:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant x_1^*; \\ \dfrac{k}{n} & \text{при } x_k^* < x \leqslant x_{k+1}^*; \\ 1 & \text{при } x > x_n^*. \end{cases}$$

Э. ф. р. является простой оценкой $F(x)$ и обладает следующими важными свойствами. Величина $\Delta_n = \sup\limits_{-\infty<x<\infty} |F_n(x) - F(x)|$ с вероятностью 1 сходится к 0 при $n \to \infty$ (теорема Гливенко). Если $F(x)$ непрерывна, то при соответствующей нормировке предельное распределение величины Δ_n имеет определенный вид, не зависящий от ф-ции $F(x)$, точнее

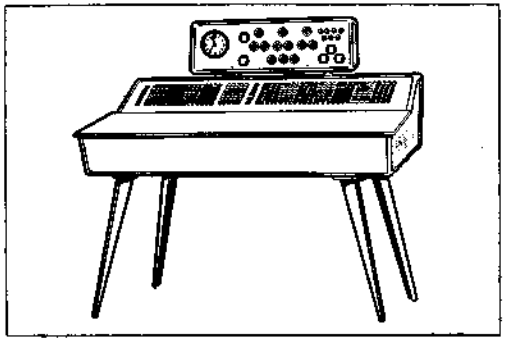
$$P\{\sqrt{n}\Delta_n < x\} \to \sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k e^{-2k^2x^2} = K(x),\ x > 0$$

при $n \to \infty$ (теорема Колмогорова). Независимость предельного распределения от неизвестной ф-ции $F(x)$ позволяет использовать результат А. Н. Колмогорова при проверке гипотезы о том, что наблюдения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — это наблюдения случайной величины с ф-цией распределения $F(x)$ (см. *Статистическая проверка гипотез*). Моменты Э. ф. р. $F_n(x)$ наз. выборочными моментами. Эти моменты являются несмещенными или асимптотически несмещенными и асимптотически нормальными оценками соответствующих моментов распределения $F(x)$. Выборочное *математическое ожидание* и *дисперсия* соответственно равны $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$; $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$.

Величины $\bar{x}$ и s^2 являются часто используемыми оценками математического ожидания и дисперсии распределения $F(x)$.

А. Я. Дороговцев.

«ЭМРТ», электронная машина для расчета тканей — специализированная вычислительная машина для определения оптимального варианта раскроя кусков ткани на полотна заданной длины. Создана Вычислительным центром Киевского гос. ун-та и опытно-конструкторским бюро Киевского треста швейной пром-сти. На базе экспериментального образца «ЭМРТ-1» в 1963 Киевским



Специализированная вычислительная машина «ЭМРТ-2».

з-дом вычислительных и управляющих машин разработан серийный образец «ЭМРТ-2» на полупроводниковых элементах (см. рис.). Особенность *алгоритма*, реализуемого машиной, состоит в том, что вся вычислительная работа сведена к алгебраическому сложению чисел в накапливающем *сумматоре* без запоминания промежуточных результатов и полученных ранее решений. Расчет кусков ткани на полотна заданной длины для настилов описывается системой диофантовых уравнений, решаемых методом направленного перебора. В каждое уравнение подставляются все величины и производится проверка на его удовлетворение. Машина автоматически находит наиболее рациональное сочетание длин полотен настилов, укладывающихся целое число раз в длине подлежащего раскрою куска. Расчет может производиться одновременно на 8 осн. и 3 дополнительных настила. Каждый кусок ткани может быть рассчитан не более, чем на 3 осн. настила, 1 дополнительный, вводимый в расчет автоматически, и 3 дополнительных, введенных человеком-оператором. Максимальная длина подлежащего раскрою куска ткани 199,99 *м*, осн. настилов — 19,99 *м*, дополнительных — 9,99 *м*. Ввод и запоминание исходных данных осуществляется при помощи полноклавишной клавиатуры. Результаты расчета выводятся на панель сигнализации и фиксируются лампами цифровой индикации. Быстродействие машины — 100 000 опер/*сек* (опер. сложения), производительность при расчете ткани на полотна (настилы) — не менее 1 000 *м/ч*. Потребляемая мощность 170 *вт*. Экономич. эффективность одной машины составляет от 8 до 20 тыс. рублей в год.

Лит.: Павленко Ю. С. Электронная вычислительная машина ЭМРТ-2 для расчета тканей в настилы. «Швейная промышленность», 1964, № 4.

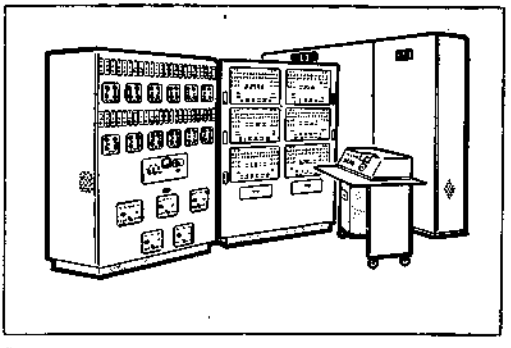
Ю. С. Павленко, Н. А. Танцюра.

«ЭМСС» — электрическая или электронная модель стержневых систем, распределение токов и напряжений в которой подобно распределению усилий и перемещений в исходной механической системе. Первая модель «ЭМСС-1» создана в СССР в 1956. В 1961—62

Технические характеристики моделей «ЭМСС»

Блоки и технические характеристики	«ЭМСС-7»	«ЭМСС-7м»	«ЭМСС-8»
Схем-аналогов стержней	50	75	85
Источников тока	50	50	108
Источников э. д. с.	—	25	24
Операционных усилителей	—	—	48
Погрешность относительно полной шкалы измерения, %	5	5	5
Диапазон изменения:			
а) токов, *ма*	±1	±1	±1
б) напряжений, *в*	±10	±10	±100
Потребляемая мощность, *квт*	0,4	0,4	2,8

разработаны квазианалоговые, серийно выпускаемые электр. модели «ЭМСС-7» и «ЭМСС-7м», а в 1964—65 — электронная модель «ЭМСС-8» («Альфа»), построенная на использовании метода моделирования по участкам. В качестве схемы—аналога участка ис-



Специализированная аналоговая вычислительная машина «ЭМСС-3».

пользована наиболее простая и экономичная альфа-аналоговая модель стержня с автомат. уравновешиванием. При этом часть неизвестных моделируется токами, что приводит к существенной экономии усилителей. «ЭМСС-8» построена по функционально-блочному признаку и состоит из стойки моделируемых

стержней, стойки операционных усилителей и измерительного блока (рис.).

«ЭМСС-8» предназначена для решения задач статики, устойчивости и динамики рамных конструкций; может применяться для решения систем трех- и пятичленных ур-ний строительной механики, систем алгебр. ур-ний с произвольной неособенной матрицей коэфф. ур-ний Лапласа и Пуассона в конечноразностной постановке. Краткие тех. характеристики моделей «ЭМСС» приведены в табл.

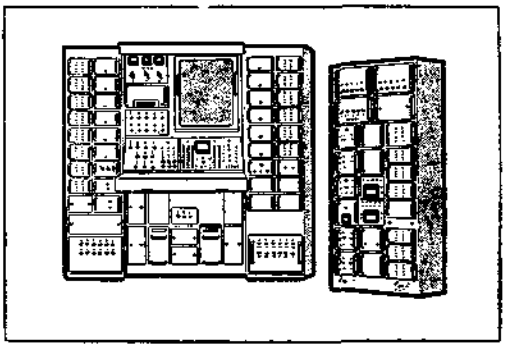
Лит.: Пухов Г. Е. [и др.]. Электрическое моделирование задач строительной механики. К., 1963 [библиогр. с. 265—271]; Степанов А. Е., Токарева О. Н. Специализированная электронная вычислительная машина «Альфа» (ЭМСС-8). В кн.: Аналоговая и аналого-цифровая вычислительная техника, в. 2. М., 1968. *В. В. Кражской.*

«ЭМУ», электронные моделирующие установки — семейство установок, предназначенных для решения обыкновенных линейных («ЭМУ-2», «ЭМУ-3») и нелинейных («ЭМУ-4», «ЭМУ-5», «ЭМУ-6», «ЭМУ-8», «ЭМУ-8а», «ЭМУ-10») дифференциальных уравнений до 24-го порядка, описывающих процессы, происходящие в различных системах автоматического регулирования и управления. Разработаны в Ин-те проблем управления (автоматики и телемеханики) АН СССР.

«ЭМУ» — установки структурного типа, конструктивно оформлены в виде стенда или настольного портативного прибора (кроме «ЭМУ-8» и «ЭМУ-8а», выполненных в виде отдельных базовых блоков, рассчитанных на решение дифференциальных уравнений 2-го порядка). Первые пять моделей «ЭМУ» могут решать дифференциальные уравнения невысоких порядков, допускают сопряжение с аппаратурой автоматического регулирования, питание их осуществляется от стабилизированных источников. Допустимая длительность интегрирования для «ЭМУ-2» — 150 *сек*, для «ЭМУ-8, -8а, -10»—2000 *сек*. Потребляемая мощность соответственно — 1,5 и 3,5 *ква* на один блок.

В «ЭМУ-8» и «ЭМУ-8а» линейные решающие усилители снабжены также и нелинейными цепями обратной связи для выполнения нелинейных операций. Такая конструкция установок позволяет при наименьшем числе блоков удовлетворять разнообразным требованиям, не фиксируя жестко общий состав решающих элементов модели. Комбинируя несколько блоков, можно решать сложные задачи с любым соотношением линейных и нелинейных решающих элементов. В установках использованы решающие усилители, не требующие стабилизированного питания, и полупроводниковые элементы (германиевые, диоды и тиритовые сопротивления).

«ЭМУ-10» (рис.) — многосекционная установка, предназначенная для решения задач, встречающихся при исследовании сложных систем автомат. управления, в том числе ядерными энергетическими установками, летающими объектами, производственными процессами. Содержит устройство, позволяющее решать задачи с широким диапазоном изменения переменных и производить решение в двух различных масштабах времени. Универсальная стойка содержит 48 решающих усилителей, электронные функциональные преобразователи, электромеханические множители, эталоны напряжений и времени. Имеются узлы контроля и управления, сменное *наборное поле* и необходимые блоки питания. В специализированную стойку, кроме решающих усилителей, входят блоки управляющего запаздывания, оптимизатор, блоки управления



Электронное моделирующее устройство «ЭМУ-10».

и питания. Установка коэффициентов осуществляется автоматически. При включении специализированной стойки «ЭМУ-10» может решать задачи с переменным и постоянным запаздывающим аргументом и задачи оптимизации. «ЭМУ-10» отличается широкой полосой пропускания осн. решающих элементов. Она снабжена решающими усилителями с тремя параллельными каналами усиления, обладающими малыми *дрейфом нулевого уровня* и полосой пропускания в пределах 50 *кгц*.

Лит.: Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., 1963 [библиогр. с. 494—505]; Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181]. *В. И. Грубов, В. С. Кирдан.*

ЭНТРОПИЯ (греч. εν — в и τροπη — превращение) — количественная мера неопределенности ситуации. Термин и понятие Э. по-разному вводится и используется в физике (термодинамика) и кибернетике (теория информации).

В физику понятие Э. ввел Р. Клаузиус (1822—88). В дальнейшем понятие Э. широко использовалось в термодинамике, в т. ч. для открытых систем. Течение естественных процессов всегда происходит в сторону увеличения Э. системы. Р. Больцман (1844—1906) дал, в соответствии со статистической трактовкой физ. явлений, выражение для Э. идеального газа через вероятности p_i нахождения молекул в i-й ячейке фазового пространства (H-функция Больцмана)

$$H = -k \sum_i p_i \log p_i; \quad \sum p_i = 1, \qquad (1)$$

где k — постоянная Больцмана.

В *информации теории* Э. ввел амер. математик К. Э. Шеннон (р. 1916). Здесь Э. рассматривается как мера неопределенности *случайной величины*. Если задано конечное мн-во символов $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ — значений случайной величины ξ (сообщений) с *распределением вероятностей* $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, то Э. ξ (или Э. распределения (p_i) или Э. стационарного источника сообщений ξ на символ) наз. величина

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i. \qquad (2)$$

Основание логарифма определяет единицу измерения величины H. В теории информации принята единица *бит*, соответствующая величине H при $n = 2$ и $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$ (равновероятный выбор из двух символов), что соответствует основанию логарифма 2 в (2). В случае $n = 2$ Э. $H(\xi) = H(p, 1-p) = -p \log p - (1-p) \log (1-p)$, где p — вероятность одного из двух значений случайной величины ξ. Поведение $H(p, 1-p)$ как ф-ции p показано на рис. Величина $H(p, 1-p)$ принимает макс. значение, равное одному биту, при $p = 1 - p = 0{,}5$. Кривая $H(p, 1-p)$ симметрична относительно $p = 0{,}5$.

Э. обладает такими свойствами: 1) H — величина вещественная, неотрицательная; 2) H зависит от распределения (p_i) и не зависит от алфавита $\{x_i\}$ (содержания сообщений); 3) H — миним. и равна нулю, если $\xi = \text{const}$, т. е. все значения p_i равны нулю, кроме одного, равного 1; 4) H — макс. и равна $\log n$, если все $p_i = 1/n$; 5) $H(\xi) \geqslant H(\varphi(\xi))$ при любой ф-ции $\varphi(\cdot)$; 6) для двух случайных величин ξ и η (случайной пары (ξ, η))

$$H(\xi, \eta) = H(\eta) + EH(\xi \mid \eta) = H(\xi) + EH(\eta \mid \xi) \leqslant H(\xi) + H(\eta), \qquad (3)$$

где E — матем. ожидание, $H(\alpha|\beta)$ — условная Э., $H(\alpha \mid \beta) = -\sum_i p_{i \mid j} \log p_{i \mid j}$; $(p_{i \mid j})$ — условное распределение α при фиксированном β. Равенство в (3) достигается лишь в случае статистической независимости ξ и η.

Понятие условной Э. используют в теории информации для определения меры количества информации (или реальной скорости передачи на символ). При этом условная вероятность $p_{i \mid j}$ определяется как вероятность того, что был передан символ i, если принят символ j. Условная Э. $H(\xi \mid \eta)$ оказывается при этом мерой остаточной неопределенности после получения сообщения η относительно значения переданного символа ξ. Разность $R = H(\xi) - H(\xi|\eta)$ (уменьшение Э. за счет передачи, т. е. отрицательная Э. или негэнтропия) служит мерой к-ва информации на символ при передаче сообщения.

Понятие Э. не находит прямого аналога в случае недискретных случайных величин. В самом деле, для любой недискретной случайной величины ξ легко построить при любом целом n дискретную величину $\varphi(\xi)$, являющуюся ф-цией от ξ так, чтобы $\varphi(\xi)$ принимала n различных значений с равными вероятностями, а тогда $H(\varphi(\xi)) = \log n$.

Если теперь определить Э. недискретной случайной величины ξ так, чтобы она обладала осн. свойствами Э. дискретных случайных величин (и даже только одним свойством (5)), то из этого следует, что $H(\xi) = +\infty$, поскольку при любом n должно выполняться требование $H(\xi) \geqslant H(\varphi(\xi))$.

При формальном же обобщении ф-лы (2) для непрерывной случайной величины ξ, обладающей плотностью $p(x)$ и принимающей значения в измеримом пространстве X, приходят к величине

$$h(\xi) = -\int_X p(x) \log p(x)\, dx, \qquad (4)$$

называемой дифференциальной Э. ξ (в зарубежной литературе величину $h(\xi)$ часто наз. Э. непрерывной величины ξ).

Понятие дифф. Э. необходимо при вычислении различных информационных характеристик (напр., таких как *информации количество, каналов связи пропускная способность, передачи информации скорость*). Но формальное сходство выражений Э. в дискретном случае и дифф. Э. в непрерывном случае часто приводит к тому, что понятию дифф. Э. приписывают физ. смысл неопределенности случайной величины, распределение которой задается плотностью. Такое автоматическое перенесение свойств неправомерно, что видно хотя бы из того, что дифф. Э. некоторых случайных величин может быть отрицательной и даже принимать значения как $+\infty$, так и $-\infty$ (напр., $h(\xi) = \log(b-a)$ для величины ξ, равномерно распределенной на отрезке $[a, b]$, и поэтому $h(\xi) < 0$, если $b - a < 1$).

К-во информации и Э. обладают тем свойством, что они не меняются при взаимно-однозначном отображении пространств значений случайных величин на некоторые другие пространства, т. к. эти величины являются мерами неопределенности случайных величин, независящими от конкретной природы значений случайных величин. Для дифф. Э. это не так. Можно показать, что, если ф-ция $\varphi(\cdot)$ задает взаимно-однозначное отображение пространства X значений случайной величины ξ в некоторое пространство Z, то

$$h(\varphi(\xi)) = h(\xi) + \int_X p(x) \log D(x)\, dx,$$

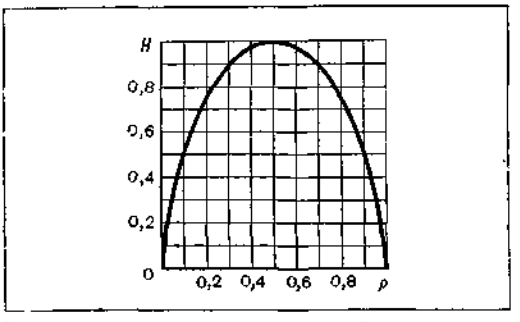
где $p(x)$ — плотность распределения ξ, а $D(x)$ — якобиан преобразования. В частности, если преобразование $\varphi(\cdot)$ — линейно, то $D(x) = D = \text{const}$ и $h(\varphi(\xi)) = h(\xi) + \log D$.

Использование дифф. Э. для вычисления указанных выше информационных характеристик основано на том, что все они являются разностью дифф. Э. соответствующих величин,

а эта разность уже не меняется при взаимно-однозначных отображениях пространств. Если ξ есть n-мерная случайная величина, имеющая плотность распределения, а $\varphi(\xi)$ — ее дискретизация с шагом Δx, то

$$H(\varphi(\xi)) = -n \log \Delta x + h(\xi) + 0(1)$$
$$\text{при } |\Delta x| \to 0.$$

Т. о., величина $H(\varphi(\xi))$ при $|\Delta x| \to 0$ стремится к бесконечности. Это вполне согласуется с тем, что $H(\xi) = +\infty$, однако $H(\varphi(\xi)) \to \infty$ медленно, только лишь логарифмически.



Энтропия в случае двух возможностей с вероятностями p и $(1-p)$.

Главный член асимптотического разложения зависит от размерности пространства n. Дифф. Э. задает следующий по порядку член асимптотического разложения, не зависящий от Δx, причем только в этом члене проявляется зависимость от конкретного вида распределения случайной величины ξ. Только в этом весьма ограниченном смысле дифф. Э. можно трактовать как меру неопределенности случайной величины ξ.

Из других свойств дифф. Э. можно отметить, что, если плотность $p(x)$ величины ξ отлична от нуля в некоторой области ограниченного объема V, то $h(\xi)$ будет максимальной и равной $\log V$, когда $p(x)$ равна константе $\frac{1}{V}$ в этой области. Дифф. Э. n-мерного распределения Гаусса с матрицей ковариации $\| a_{ij} \|$ равна $h(\xi) = \log (2\pi e)^{n/2} |a_{ij}|^{-\frac{1}{2}}$; в одномерном случае $h(\xi) = \log \sqrt{2\pi e}\, \sigma$, где σ^2 — *дисперсия*. При этом среди всех распределений с фиксированными моментами второго порядка гауссовское распределение обладает макс. дифференциальной Э.

Понятие Э. играет фундаментальную роль в теоремах Шеннона, устанавливающих осн. закономерности оптимального кодирования информации реальных сообщений при передаче их по каналам связи.

Лит.: Хинчин А. Я. Понятие энтропии в теории вероятностей. «Успехи математических наук», 1953, т. 8, в. 3; Гельфанд И. М., Колмогоров А. Н., Яглом А. М. Количество информации и энтропия для непрерывных распределений. В кн.: Труды третьего Всесоюзного математического съезда, т. 3. М., 1958; Шеннон К. Математическая теория связи. В кн.: Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963; Шамбадаль П. Развитие и приложения понятия энтропии. Пер. с франц. М., 1967.

Р. Л. Добрушин, Л. И. Ожиганов, В. В. Прелов, О. М. Рякин.

ЭНТРОПИЯ ЖИВЫХ СИСТЕМ — мера неопределенности распределения состояний биологической системы, определяемая как

$$H = \sum_{i=1}^{n} p(x_i) \log p(x_i),$$

где H — энтропия, $p(x_i)$ — вероятность принятия системой i-го состояния из области x, n — число состояний системы. Э. ж. с. может определяться относительно распределения по любым структурным или функциональным показателям. Э. ж. с. используется для расчета *биологических систем организации*. Важной характеристикой живой системы является условная энтропия, характеризующая неопределенность распределения состояний *биологической системы* относительно известного распределения

$$H(x/y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j) \log \left[\frac{p(x_i, y_j)}{\sum_{j=1}^{m} p(x_i, y_j)} \right],$$

где $p(x_i, y_j)$ — вероятность принятия системой состояния из области x при условии, что эталонная система, относительно которой измеряется неопределенность, принимает состояние из области y, m — число состояний эталонной системы. В качестве параметров эталонных систем для биосистемы могут выступать самые различные факторы и в первую очередь система переменных внешней среды (вещественных, энергетических или организационных условий). Мера условной энтропии, как и мера организации биосистемы, может применяться для оценки эволюции живой системы во времени. В этом случае эталонным является распределение вероятностей принятия системой своих состояний в некоторые предыдущие моменты времени. И если число состояний системы при этом останется неизменным, то условная энтропия текущего распределения p_1 относительно эталонного распределения p_2 определяется как

$$H(p_1/p_2) = \sum_{i=1}^{n} p_1(x_i) \log \frac{p_1(x_i)}{p_2(x_i)}.$$

Э. ж. с., как и энтропия термодинамических процессов, тесно связана с энергетическим состоянием элементов. В случае биосистемы эта связь является многосторонней и трудноопределимой. В целом изменения энтропии сопутствуют всем процессам жизнедеятельности и служат одной из характеристик при анализе биологических закономерностей.

Ю. Г. Антомонов, П. И. Белобров.

ЭНТРОПИЯ СООБЩЕНИЯ при заданных условиях точности — числовая мера сложности передачи сообщения при заданных условиях относительно качества

его воспроизведения. Э. с. $H_W(\xi)$ при заданных условиях *точности воспроизведения сообщения* W наз. число

$$H_W(\xi) = \inf I(\xi, \tilde{\xi}), \qquad (1)$$

где $\xi \in X$ — сообщение, вырабатываемое *источником сообщений*, $\tilde{\xi} \in \tilde{X}$ — воспроизводимое сообщение, $I(\xi, \tilde{\xi})$ — *информации количество*, содержащееся в $\tilde{\xi}$ относительно ξ. Нижняя грань в ф-ле (1) берется по всевозможным парам *случайных величин* ξ и $\tilde{\xi}$, удовлетворяющих заданным условиям точности W воспроизведения сообщения. В наиболее важном частном случае, когда условия точности W задают с помощью ф-ции потерь $\rho(x, \tilde{x})$ и они состоят в требовании, чтобы *математическое ожидание* макс. или ср. потери не превосходило некоторой константы $\varepsilon > 0$, Э. с. $H_W(\xi)$ обозначают $H_\varepsilon(\xi)$ и называют ε-энтропией (эпсилон-энтропией) сообщения (в амер. литературе ε-энтропию часто наз. скоростью создания сообщения при заданной точности ε). Вычисление Э. с. $H_W(\xi)$ при заданных условиях точности W является трудной матем. задачей, явное решение которой в общем случае получить не удается. Для частных случаев источников сообщений (при некоторых спец. способах задания ф-ции потерь $\rho(x, \tilde{x})$) удается точно вычислить ε-энтропию. Напр., для дискретных источников, вырабатывающих сообщения раз в единицу времени, ε-энтропию H_ε на единицу времени определяют как $H_\varepsilon = \inf \bar{I}(\xi, \tilde{\xi})$, где $\bar{I}(\xi, \tilde{\xi}) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} I((\xi_1, \ldots, \xi_n), (\tilde{\xi}_1, \ldots, \tilde{\xi}_n))$, а $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots)$ и $\tilde{\xi} = (\tilde{\xi}_1, \tilde{\xi}_2, \ldots)$ — соответственно сообщение, вырабатываемое источником, и воспроизводимое сообщение, а нижняя грань берется по всевозможным парам $(\xi, \tilde{\xi})$ при всех k, удовлетворяющих неравенству $P\{\xi_k \neq \tilde{\xi}_k\} \leqslant \varepsilon$.

Для дискретного стационарного источника с независимыми компонентами $\xi_1, \xi_2, \ldots$ и равновероятными значениями (т. е. для случая, когда каждая компонента сообщения ξ_k может принимать любое из M возможных значений с одинаковыми вероятностями $\frac{1}{M}$) *эпсилон-энтропия*

$$H_\varepsilon = \begin{cases} \log M + (1-\varepsilon)\log(1-\varepsilon) + \varepsilon \log \dfrac{\varepsilon}{M-1}, \\ \quad \text{если } 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \dfrac{M-1}{M}; \\ 0, \text{ если } \varepsilon > \dfrac{M-1}{M}. \end{cases}$$

При $\varepsilon = 0$ ф-ция H_ε принимает макс. значение $\log M$ (совпадающее с обычной *энтропией* любой из случайных величин ξ_k) и, монотонно убывая с ростом ε, обращается в нуль при $\varepsilon = \frac{M-1}{M}$. Для дискретного стационарного гауссовского источника $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots)$ при среднеквадратическом критерии точности $\sup\limits_k M(\xi_k - \tilde{\xi}_k)^2 \leqslant \varepsilon$ эпсилон-энтропия

$$H_\varepsilon(\xi) = \frac{1}{2} \int\limits_{-1/2}^{1/2} \log \max\{\mu f_\xi(\lambda), 1\}\, d\lambda,$$

где $f_\xi(\lambda)$ — спектральная плотность стационарной гауссовской последовательности $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots)$, а μ — корень ур-ния

$$\int\limits_{-1/2}^{1/2} \min\left\{\frac{1}{\mu}, f_\xi(\lambda)\right\} d\lambda = \varepsilon.$$

В связи с тем, что точно вычислить ε-энтропию довольно трудно, существенный интерес представляет и получение асимптотических ф-л для нее при $\varepsilon \to 0$, т. к. случай малого ε соответствует большой точности воспроизведения. Напр., сов. математик А. Н. Колмогоров (р. 1903) предложил ф-лу для ε-энтропии $H_\varepsilon(\xi)$ n-мерной случайной величины ξ с достаточно гладкой плотностью распределения $p_\xi(x)$ при среднеквадратичном критерии точности

$$M\left\{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} |\xi_k - \tilde{\xi}_k|^2\right\} \leqslant \varepsilon.$$

Эта ф-ла имеет вид

$$H_\varepsilon(\xi) = \frac{n}{2}\log\frac{1}{\varepsilon} + [h(\xi) - n\log\sqrt{2\pi e}] + o(1),$$

где $h(\xi)$ — дифф. энтропия ξ, а $o(1) \to 0$ при $\varepsilon \to 0$. Для пуассоновского процесса на отрезке $[0, T)$ с параметром λ эпсилон-энтропию $H_\varepsilon(\xi)$ при $\varepsilon \to 0$ задают выражением $H_\varepsilon(\xi) = \lambda T \log\frac{T}{2\varepsilon} + o(1)$, где $o(1) \to 0$ при $\varepsilon \to 0$, причем условия точности задают требованием $M\rho(\xi, \tilde{\xi}) \leqslant \varepsilon$,

где $$\rho(\xi, \tilde{\xi}) = \int\limits_0^T f(\xi_t, \tilde{\xi}_t)\, dt,$$

а $$f(x, \tilde{x}) = \begin{cases} 0, & x = \tilde{x} \\ 1, & x \neq \tilde{x}. \end{cases}$$

Р. Л. Добрушин, В. В. Прелов.

Э́ПСИЛОН — машинно-ориентированный язык программирования, предназначенный для задач обработки символьной информации. Разработан в 1967. Наиболее существенными об-

ластями использования языка Э. являются системное программирование, формульные преобразования, задачи, связанные с компактным хранением и обработкой большого к-ва данных. Язык Э. дает возможность обрабатывать отдельные единицы информации (скаляры) и их списки. Разрядность элементов каждого списка задается его описанием; элементы плотно упаковываются в ячейках памяти. Размеры списков определяются динамически; наряду с автоматическим размещением списков в памяти существует возможность управления их взаимным расположением и совмещением. Скаляр может быть описан как слово со слоговой структурой, что позволяет работать и с отдельными его частями. Существенной особенностью языка Э. является механизм кодов, позволяющий задавать для объектов языка произвольное двоичное кодирование, классифицировать объекты в соответствии с отраженными в кодировании признаками и ветвить процесс в зависимости от принадлежности того или иного значения к некоторому из заданных классов. Язык Э. допускает в каждой реализации использование соответствующих машинных *команд* и имеет средства для их динамической модификации.

В реализациях языка Э. для машин типа «М-220», «БЭСМ-6» и «Минск-22» предусмотрен некоторый отладочный механизм. Сведения о *памяти распределении* доступны программисту, и он может в определенной мере влиять на это распределение.

Лит.: Катков В. Л., Рар А. Ф. Программирование на языке ЭПСИЛОН. Новосибирск, 1972; ЭПСИЛОН — система автоматизации программирования задач символьной обработки. Новосибирск, 1972 [библиогр. с. 128]. *А. Ф. Рар.*

ЭПСИЛОН-ЭНТРОПИЯ — мера неопределенности непрерывного распределения. Пусть, напр., $p(x)$ — плотность вероятности *случайной величины* ξ, принимающей значения на $[0, 1]$. Разобьем $[0, 1]$ на отрезки Δ_i длиной ε и определим $p_i = \int\limits_{\Delta_i} p(x)\,dx$. Тогда Э.-э. определяется как $H_\varepsilon = -\Sigma\, p_i \log p_i\, \Delta_i$. Из приближенного представления интеграла видно, что

$$H_\varepsilon \approx -\int\limits_0^1 p(x) \log p(x)\,dx - \log \varepsilon.$$

Это определение легко переносится на распределение величин на метрических пространствах, допускающих разбиение на конечное число подмн-в диаметра ε (конечные ε-сети). Представляет интерес асимптотика Э.-э. при $\varepsilon \to 0$ (см. *Энтропия сообщения* при заданных условиях точности). *Ю. А. Шрейдер.*

ЭРГАТИ́ЧЕСКАЯ СИСТЕ́МА (от греч. ἐργάτης — рабочий) — система, составным элементом которой является *человек-оператор* (или несколько человек-операторов). В зависимости от количества людей, входящих в состав Э. с., их подразделяют на моно- и полиэргатические системы. В общем случае Э. с. — это сложные *иерархические системы управления*, в которых человек может участвовать на любом уровне. Э. с. являются, напр., ручное управление автомобилем и самолетом; диспетчерская служба вокзалов, аэропортов и заводов. При исследовании Э. с. процессы их функционирования описывают на различных уровнях абстракции, в зависимости от типа составляющих систему элементов, удобства описаний и исследования процессов на данном уровне и от чисто субъективных факторов, связанных со специфическими особенностями тех людей, которые проводят данное исследование. Уровни абстракций бывают, напр., такие: информационный, логический, абстрактно-алгебраический, динамический и эвристический (см. *Систем общая теория*). Поскольку человек-оператор является неотъемлемым элементом Э. с., его характеристики при исследовании системы целесообразно описывать на уровне абстракции, принятом для описания всей Э. с. в целом. Если необходимые характеристики человека-оператора уже получены, анализ и синтез Э. с. может быть произведен обычными для теории систем методами. При полном или частичном отсутствии необходимых характеристик человека-оператора исследование Э. с. целесообразно проводить иными методами, т. к. вследствие специфики человеческих факторов (разнообразие и изменяемость динамических свойств, физиол. ограничения и т. п.) теор. подход к исследованию Э. с. крайне затруднителен. Использование аналитических методов обычно приводит к правильным результатам лишь в тривиальных случаях. Одним из адекватных методов исследования Э. с. является метод, получивший название теоретико-экспериментального. Этот метод предусматривает такое сочетание теоретических и экспериментальных процедур, при котором в задаче синтеза Э. с. выделяют два осн. этапа. На первом производится теор. определение функциональной структуры, обеспечивающей выполнение поставленной задачи без учета конкретных средств ее реализации. Одновременно производится предварительное распределение функций между человеком-оператором и тех. устр-вами. На втором этапе осуществляется экспериментальная оптимизация с целью уточнения места и функциональных обязанностей человека-оператора в синтезированной структуре и определение оптим. значений параметров тех. устройств.

А. Н. Ворошин, А. М. Мелешев, В. В. Павлов.

ЭРГОДИ́ЧЕСКАЯ ТЕО́РИЯ — теория, выражающая определенную регулярность предельного (при $t \to \infty$) поведения траекторий $y(t)$ механических систем и некоторых случайных процессов. Э. т. относится к области предельных теорем, изучаемых в *вероятностей теории*, функциональном анализе и теории дифф. уравнений; имеет приложения в статистической физике и др. Так, для консервативной мех. системы в фазовом пространстве S (см. *Фазового пространства метод*), рассматриваемой в моменты времени $t = 0, 1, 2, \ldots$,

для произвольного мн-ва E (измеримого по Лебегу, т. е. $E \in \sigma(S)$) среди точек $y(0)$, $y(1)$, ..., $y(n-1)$ доля тех, которые попали в E, при $n \to \infty$ имеет предел почти для любого начального состояния $y(0)$. Точкам пространства S может быть приписан различный (интегрируемый в S) положительный вес $f(x)$ (иными словами, рассматривается некоторая числовая величина $f(x)$, определяемая мгновенным положением системы). В этом случае существует предел соответствующих взвешенных средних: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum\limits_{k=0}^{n-1} f(y(k))$. Интересен случай, когда предел не зависит от начального состояния $y(0)$. В этом (эргодическом) случае он оказывается равным фазовому среднему $\frac{1}{\mu(S)} \int\limits_S f(x)\, \mu(dx)$ (μ — Лебегова мера в S).

Для *марковских процессов* $\xi(t)$ Э. т. устанавливает условия существования предельного распределения $\lim\limits_{t\to\infty} P\{\xi(t) < x \mid \xi(0) = x_0\}$. Процесс наз. эргодическим, если этот предел существует и не зависит от начального состояния x_0.

Отправным моментом в Э. т. является полугрупповое свойство траекторий $y(t) = \varphi_t(y(0))$ консервативной мех. системы: $\varphi_t \varphi_s(x) = \varphi_{t+s}(x)$ для всех $x \in S$ и всех моментов времени t, s, и теорема Лиувилля, утверждающая, что мера μ такой системы инвариантна: $\mu(\varphi_t^{-1}(E)) = \mu(E)$ для всех $E \in \sigma(S)$ ($t \in (0, \infty)$ или дискретно: $t = 0, 1, 2, \ldots$). Следовательно, проблема сводится к изучению полугрупп, сохраняющих меру преобразований φ_t пространства $(S, \sigma(S))$ на себя (или групп, если задача допускает обращение во времени).

Множество $E \in \sigma(S)$ наз. инвариантным, если при любом t $\varphi_t^{-1}(E)$ почти всюду совпадает с E. Совокупность инвариантных мн-в образует σ-алгебру $\mathfrak{A}$. Преобразование φ_t наз. метрически транзитивным, если σ-алгебра $\mathfrak{A}$ тривиальна.

Первый осн. результат (теорема Биркгофа — Хинчина) утверждает, что в фазовом пространстве S с конечной мерой μ для произвольной интегрируемой $f(x)$ для почти всех x существует $\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T f(\varphi_t(x))\, dx = f^*(x)$ (соответственно $\lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \sum\limits_{k=0}^{T-1} f(\varphi_k(x)) = f^*(x)$ для дискретного T), и $\int\limits_S f^*(x)\, dx = \int\limits_S f(x)\, dx$. Для метрически транзитивных преобразований φ_t (и только для них) $f^*(x) = \text{const} = \frac{1}{\mu(S)} \int\limits_S f(x)\, \mu(dx)$.

Если мера $\mu(E)$ нормирована (т. е. $\mu(S) = 1$), то в вероятностном пространстве $(S, \sigma(S), \mu)$ (полу)группа φ_t порождает *стационарный случайный процесс* в узком смысле $y(t) = \varphi_t(x)$, для которого приведенная теорема относится к классу усиленных *больших чисел законов*. Предел изучаемой величины есть условное *математическое ожидание* $M(x \mid \mathfrak{A})$ или Mx — фазовое среднее, если σ-алгебра $\mathfrak{A}$ тривиальна. В последнем случае процесс наз. эргодическим, или метрически транзитивным.

Эргодичность стационарного процесса эквивалентна тому, что $\lim\limits_{T\to\pm\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T \mu((\varphi_t^{-1} E_1) \times E_2)\, dt = \mu(E_1) \cdot \mu(E_2)$. Это соотношение выполняется, если процесс обладает свойством перемешивания: $\lim\limits_{t\to\pm\infty} \mu((\varphi_t^{-1} E_1) E_2) = \mu(E_1) \times \mu(E_2)$. Если процесс не является эргодическим, но мера μ совершенна и $\sigma(S)$ сепарабельна, то существует разбиение S на непересекающиеся инвариантные мн-ва $E_\alpha \in \sigma(S)$: $S = \bigcup\limits_\alpha E_\alpha$, и такое семейство вероятностных мер μ_α, что $\mu_\alpha(E_\alpha) = 1$, $\mu(E) = \int\limits_S \mu_{\alpha(x)}(E) \times \mu(dx)$ для любого $E \in \sigma(S)$ ($\alpha(x) = \{\alpha; x \in E_\alpha\}$) и $y(t)$ по отношению к каждой из вероятностных мер μ_α представляет собой стационарный эргодический процесс.

Если *случайный процесс* $y(t)$ является эргодичным, то любая функция от этого процесса также обладает свойством эргодичности, т. е. имеет равные временное и фазовое среднее. В частности, $My(t)^k = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int\limits_0^T y^k(t) \times dt$. Если при всех t определить линейное преобразование U_t равенством $(U_t f)(x) = f(\varphi_t(x))$ и $f \in L_p(S, \sigma(S), \mu)$, то U_t есть (полу)группа унитарных (сохраняющих норму) преобразований в L_p, и предел временных средних в терминах операторов U_t выражается так: $\lim\limits_{T\to\infty} \left\{\frac{1}{T} \int\limits_0^T U_t f dt\right\}(x)$.

Второй осн. результат (теорема Неймана): для $f \in L_2(S, \sigma(S), \mu)$ $\underset{T\to\infty}{\text{l. i. m.}} \left\{\frac{1}{T} \int\limits_0^T U_t f dt\right\}(x) = f^*(x)$ существует и f^* есть проекция f на подпространство инвариантных ф-ций (полу) группы U_t. Для $f \in L_p$ имеет место сходимость в пространстве L_p. В терминах *случайных процессов теории* теорема Неймана означает, что для стационарного в широком смысле процесса $y(t)$ существует

$\underset{T\to\infty}{\mathrm{l.i.m.}} \frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,dt$, равный приращению в нуле *спектральной функции* процесса $y(t)$.

Естественным обобщением понятия полугруппы сохраняющих меру преобразований $\Phi_t(x)$ в случае марковского процесса с переходной функцией $P(t, x, E)$ служит полугруппа *операторов линейных* $(\Phi_t f)(x) = \int_S f(y) \times \times P(t, x, dy)$, если предположить, что для этого процесса существует инвариантная мера $Q(dx)$: $Q(E) = \int_S Q(dx)\,P(t, x, E)$. Для таких преобразований Φ_t справедливы обе эргодические теоремы в дискретной формулировке, а также в непрерывном случае при дополнительном условии сильной непрерывности Φ^t по t.

Для существования инвариантной меры $Q(dx)$ *для процесса с дискретным временем* и переходной ф-цией $P(1, x, E)$, абсолютно непрерывной относительно некоторой меры $m(E)$, необходимо и достаточно, чтобы при каждом B, $m(B) > 0$, $\overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} P(k, x, B) > > 0$ для всех $x \in B_0$, $m(B_0) > 0$. При этом, если $m(S) = 1$, то $Q(E) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} \times \times \sum_{k=1}^{n}\int_S P(k, x, E)\,m(dx)$.

Если для некоторой конечной меры $m(E)$, целого $n \geqslant 1$ и $\varepsilon > 0$ $P(n, x, E) \leqslant 1 - \varepsilon$, как только $m(E) \leqslant \varepsilon$ (условие Деблина), то инвариантная мера

$$Q(x, E) = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} P(k, x, E)$$

существует для всякого $x \in E$. Множество $E \in \sigma(S)$ наз. инвариантным, если $P(1, x, E) = 1$ для всех $x \in E$.

Для марковского процесса $y(t)$, для которого выполнено условие Деблина, существует не более $m(S)/\varepsilon$ различных миним. инвариантных мн-в фазового пространства S. Если $E_1, E_2, \ldots, E_N$ — система непересекающихся инвариантных мн-в пространства S, то для любого $x \in S$ $\lim_{n\to\infty} P\left(n, x, \bigcup_1^N E_k\right) = 1$, т. е., отправляясь из любой точки $x \in S$, блуждающая частица с вероятностью 1 через конечное число шагов попадет в одно из инвариантных мн-в и останется там.

Предельное стационарное распределение $Q(x, E)$ одно и то же для всех x, принадлежащих одному и тому же инвариантному мн-ву E_k ($Q(x, E) = Q_k(E)$, $x \in E_k$). Всякая инвариантная мера $Q(E)$ в фазовом пространстве $(S, \sigma(S))$ представляет собой линейную комбинацию взаимно перпендикулярных стационарных вероятностей $Q_k(E)$.

Для определенного класса *Маркова цепей* $\xi(t)$ с непрерывным временем, дискретным мн-вом состояний и переходной ф-цией $p_{ij}(t)$ (задающей вероятности перехода из состояния E_i в состояние E_j за время t) существуют $\lim_{t\to\infty} p_{ij}(t) = p_j$ — финальные вероятности находиться в состоянии E_j. При этом $p_j = \frac{1}{R_j}$, где R_j — среднее время возвращения в состояние E_j, и для времени T_A пребывания во мн-ве состояний A за промежуток времени T с вероятностью 1 $\lim_{T\to\infty}\frac{T_A}{T} = \sum_{i\in A} P_i$ (см. также *Эргодическое состояние*).

Пример. Для системы, состояние которой определяется числом частиц в некоторой области пространства, и за единичный промежуток времени с вероятностью q каждая из частиц которой может покинуть область, а r новых частиц появляются с вероятностью $e^{-\lambda}\lambda^r/r!$, переходная вероятность $p_{ik}(t)$ при $t \to \infty$ сходится к $\frac{1}{k!}e^{-\lambda/q}\left(\frac{\lambda}{q}\right)^k$.

Если $\xi(t)$ — возвратный *диффузионный процесс* в открытом интервале (r_1, r_2) (обе граничные точки которого являются отталкивающими) и для τ — времени возвращения процесса в исходную точку x $M\tau < \infty$, то существует стационарное распределение $P(B) = \lim_{t\to\infty} P(t, x, B)$.

Лит.: Хинчин А. Я. Математические основания статистической механики. М.— Л., 1943; Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М., 1967 [библиогр. с. 481—487]; Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. Пер. с англ. М.— Л., 1956 [библиогр. с. 589—598]; Халмош П. Р. Лекции по эргодической теории. Пер. с англ. М., 1959 [библиогр. с. 145]; Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Пер. с англ., ч. 1. М., 1962; Хилле Э., Филлипс Р. Функциональный анализ и полугруппы. Пер. с англ. М., 1962 [библиогр. с. 787—804]; Морен К. Методы гильбертова пространства. Пер. с польс. М., 1965 [библиогр. с. 556—563]; Иосида К. Функциональный анализ. Пер. с англ. М., 1967 [библиогр. с. 597—612].

Г. Н. Сытая.

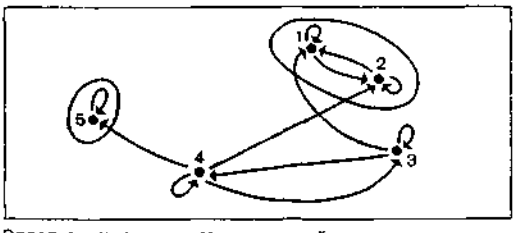
ЭРГОДИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ — непериодическое состояние *Маркова цепи*, для которого вероятность возвращения в это же состояние равна 1 и среднее время этого возвращения конечно.

Совокупность всех Э. с. цепи Маркова разбивается на классы эквивалентностей, называемые эргодическими классами. Для любой пары состояний, принадлежащих одному и тому же эргодическому классу, существует положительная вероятность перехода из одного состояния в другое за некоторое число шагов; выход из эргодического класса невозможен. Если непериодическое состояние не принадлежит ни одному эргодическому классу, оно наз. неустойчивым. С вероятностью 1 система остается в неустойчивых состояниях лишь в течение конечного числа шагов.

Рассмотрим конечную цепь Маркова с матрицей вероятностей переходов:

$$p = \begin{Vmatrix} 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 2/5 & 3/5 & 0 & 0 & 0 \\ 1/7 & 0 & 3/5 & 9/35 & 0 \\ 0 & 1/8 & 1/4 & 1/8 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Мн-во состояний этой цепи включает два эргодических класса, один из которых состоит из 1 и 2-го состояний, а другой — из единого



Эргодические классы состояний.

5-го состояния. 3 и 4-е состояния — неустойчивые (рис.) Состояние, которое само образует эргодический класс, наз. п о г л о щ а ю щ и м (в нашем примере — 5-е состояние).

Если состояния j и k принадлежат одному и тому же эргодическому классу, то $\lim\limits_{n\to\infty} p_{jk}^{(n)} = u_k > 0$, где $p_{jk}^{(n)}$ — вероятность перехода из j-го в k-ое состояние за n шагов, u_k — величина, обратная ср. времени возвращения в k-ое состояние. См. также *Эргодическая теория.* *Т. И. Фурсова.*

ЭРЛАНГА ФОРМУЛЫ — формулы, выражающие для систем с потерями стационарную вероятность того, что из n обслуживающих приборов обслуживанием занято k, $k = 1, 2, \ldots, n$. Подробнее об этом см. *Массового обслуживания теория.*

ЭТАЛОН в р а с п о з н а в а н и и о б р а з о в — идеализированный сигнал, с которым тем или иным образом сравнивается распознаваемый сигнал для его классификации. Таким образом, Э. используют как одно из возможных средств для задания информации о классе сигналов (см. *Модели объектов распознавания*).

Термин «Э.» применяют в разных значениях, поэтому возможны различные пути формализации этого понятия. Один из них основан на статистическом подходе к *распознаванию образов.* При этом подходе мн-во сигналов одного класса описывается соответствующим распределением вероятностей, а Э. является наиболее вероятным значением сигнала. Следовательно, Э. можно рассматривать как многомерный параметр указанного распределения, зависящий, в свою очередь, от искомого параметра, в частности, от номера класса. Однако Э. может зависеть не только от номера класса, но и от других параметров; в этом случае класс характеризуется не одним Э., а их мн-вом (или областью Э.). Процесс сравнения предъявленного сигнала с данным Э. заключается в вычислении величины, характеризующей их сходство. Мн-во Э. данного класса описывается аналитически или путем указания правил составления Э. из элементарных частей.

В *распознающих системах* и *читающих автоматах* Э. используется как форма хранения информации о классе изображений или о различиях пары классов. В последнем случае в Э. включают только те элементы (признаки), которые отличают один класс от другого. Этот способ повышает помехоустойчивость аппаратуры при распознавании очень похожих классов (напр., таких как буквы «Ш» и «Щ», «О» и «Q» и др.). Э. технически реализуется в виде фотографической маски или набора резисторов либо запоминается на *ленте магнитной* или на др. *носителях информации.* *Л. А. Святогор.*

ЭТАЛО́ННОЕ НАПРЯЖЕ́НИЕ — напряжение, используемое как образцовая величина для сравнения при измерениях или как задающее напряжение для формирования рабочих напряжений электр. и электронных цепей. При измерениях величина Э. н. должна быть известна с необходимой точностью и оставаться в некоторой степени неизменной во времени (стабильной). В этом случае в качестве источников Э. н., как правило, используются батареи аккумуляторов или сухих элементов, проверенные с помощью первичного эталона. При использовании Э. н., в качестве задающего напряжения точное значение его может быть неизвестно, необходима лишь стабильность. В этом случае источниками Э. н. могут служить стабилитроны. *И. Е. Ефимов.*

ЭФФЕКТИ́ВНОСТЬ ИНФОРМАЦИО́ННОГО ПО́ИСКА т е х н и ч е с к а я — оценка качества информационного поиска в информационно-поисковой системе. Э. и. п. характеризуется обычно *коэффициентом полноты поиска* и *коэффициентом точности поиска* или коэффициентами *потерь информации* при поиске и *шума поискового.*

Наиболее распространенный способ оценки Э. и. п. основывается на сопоставлении автомат. выдачи *информационно-поисковой системы* (ИПС) с результатами определения *релевантности документа,* которое производит специалист. Несмотря на неоднозначность результатов такого определения релевантности, связанной с элементами субъективности при такой экспертной оценке, большинство известных методов оценки потерь информации при поиске и поискового шума аналогичны упомянутому выше. Идеальной считается ИПС, характеризуемая нулевыми значениями коэффициентов потерь информации при поиске и поискового шума. В реальных ИПС такие показатели недостижимы, в частности, коэффициент потерь информации при поиске обычно колеблется в пределах 10—30%, а коэфф. поискового шума колеблется в очень широких пределах (до 90%).

Величины коэффициентов потерь информации при поиске и поискового шума в ИПС

зависят от свойств применяемого в ней *языка информационно-поискового,* при этом осн. способом уменьшения потерь информации при поиске является введение *отношений парадигматических* между терминами языка, осн. способом уменьшения поискового шума является введение *отношений синтагматических* между терминами языка в *поисковых образах документов* и *поисковых предписаниях* с учетом указанных типов отношений в *критерии семантического соответствия.* Т. к. снижение потерь информации при поиске в ИПС обычно связано с увеличением поискового шума, то применяют информационно-поисковые языки с различными средствами выражения, чтобы достигнуть приемлемых с точки зрения потребителей ИПС значений коэффициентов потерь информации при поиске и поискового шума.

Н. А. Стоколова.

Э́ШБИ ГОМЕОСТА́Т — самонастраивающаяся кибернетическая система, моделирующая *гомеостазис* — свойство живых организмов удерживать свое состояние в допустимых пределах при значительных изменениях условий их существования. См. *Гомеостатическая система.*

Ю Я

«ЮНИВА́К» (Univac) — отделение американской корпорации «Спэрри ренд», специализирующееся на производстве вычислительных машин. Основано в 1951. Выпускает в основном крупные машины и вычисл. системы спец. назначения. Известность получили разработанные фирмой — большая ЭВМ «Larc» (1960), которая была в свое время одной из самых мощных, а также семейства «1100» и «9000». В ЭВМ «Univac-1107» (1962) впервые применена буферная память на тонких магн. пленках (емкостью 128 слов и циклом 0,66 *мксек*). Распространены ЭВМ «Univac-1108» в однопроцессорном и мультипроцессорном (до пяти) вариантах. С 1971 фирма выпускает мультипроцессорную ЭВМ «Univac-1110», имеющую «адаптивную» архитектуру, которая позволяет увеличивать производительность арифм. устройства без изменения остальных узлов машины. Новая ЭВМ имеет память на проволоке с гальваномагн. покрытием емкостью 98—262 тыс. слов и циклом 0,8 *мксек*.

Лит.: Зейденберг В. К., Матвеенко Н. А., Тароватова Е. В. Обзор зарубежной вычислительной техники по состоянию на 1970 г. М., 1970; Sippl C. J. Computer dictionary and handbook. Indianapolis — New York. 1968.

В. П. Селиванов.

ЯДРО́ в теории игр — 1) синоним *выигрыша функции* в *игре антагонистической* (особенно в *игре на единичном квадрате*). 2) *c*-ядро — множество всех недоминируемых дележей в *игре кооперативной*. 3) *k*-ядро и *n*-ядро — множества дележей в кооперативной игре, удовлетворяющие различным принципам устойчивости.

ЯЗЫК АВТОМА́ТНЫЙ — язык, порождаемый автоматной грамматикой (см. *Грамматика порождающая*).

ЯЗЫК АЛГОРИТМИ́ЧЕСКИЙ — см. *Алгоритмический язык*.

ЯЗЫК АНКЕ́ТНЫЙ для задания автоматов — язык специального вида, предназначенный для описания диалога между «исполнителем» и «заказчиком», заказывающим конечный автомат, но *не* умеющим четко сформулировать условия его работы на языке, доступном «исполнителю». В этом случае «исполнитель» добывает необходимую информацию об автомате, задуманном «заказчиком», путем подходящего опроса.

Диалог начинается с того, что «исполнитель» просит «заказчика» назвать входной и выходной алфавиты задуманного им автомата. Далее допускаются вопросы следующих двух типов. Вопросы 1-го типа состоят в том, что «исполнитель» называет пару слов (x, y), где x — слово во входном алфавите, y — слово в выходном алфавите, имеющее такую же длину, как x, и спрашивает «заказчика», существует ли такое состояние, при котором (как начальном) задуманный им автомат перерабатывает слово x в слово y. Вопросы 2-го типа состоят в том, что «исполнитель» называет последовательность пар слов $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$, где x_i — слово во входном алфавите, y_i — слово в выходном алфавите, имеющее такую же длину, как и x_i, и спрашивает «заказчика», существует ли такое состояние, при котором (как начальном) задуманный им автомат перерабатывает слово x_1 в y_1, слово x_2 — в $y_2 \ldots$, слово x_n — в y_n. В частности, если последовательность пар слов (x_1, y_1), (x_2, y_2) такова, что $x_1 = x_2$, а $y_1 \neq y_2$, то ответ на данный вопрос очевидно должен быть отрицательным, т. к. невозможен автомат, который при одном и том же начальном состоянии одинаковые входные слова перерабатывает в различные выходные слова. На каждый вопрос «заказчик» должен дать положительный или отрицательный ответ. Совокупность всех таких вопросов и ответов на них условно наз. анкетным языком.

Возникает вопрос о построении алгоритма синтеза по анкетному языку. Под алгоритмом синтеза здесь понимается эффективное предписание, указывающее, какие вопросы указанных двух типов «исполнитель» должен задавать «заказчику» и как по ответам на эти вопросы строить диаграмму автомата, задуманного «заказчиком» (точнее, диаграмму автомата, эквивалентного тому, что задумал «заказчик»). Множество вопросов, задаваемых во время работы алгоритма, определяется последовательно — в зависимости от ответов, полученных на предыдущие вопросы. Т. о., всю необходимую для синтеза информацию «исполнитель» получает в форме ответов на вопросы указанных типов, задаваемых по мере развертывания алгоритма синтеза.

Нетрудно построить алгоритм, который с помощью конечного числа вопросов указанных двух типов позволяет разгадать любой конечный автомат, задуманный «заказчиком». Для этого достаточно учесть те же соображения, которые используются при доказательстве известной теоремы о том, что: если любые два состояния автомата A из k состояний отличимы, то их отличимость может быть установлена простым экспериментом длины $k-1$. Важное значение приобретает вопрос о построении более экономных алгоритмов синтеза. Указанная проблематика тесно связана с проблематикой *экспериментов с автоматами*.

Лит.: Таль А. А. Анкетный язык и абстрактный синтез минимальных последовательностных машин. «Автоматика и телемеханика», 1964, № 6; Мур Э. Ф. Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395].

Я. М. Барздинь.

ЯЗЫК БЕСКОНТЕКСТНЫЙ, язык контекстно-свободный — язык, порождаемый бесконтекстной грамматикой (см. *Грамматика порождающая*).

ЯЗЫК ДЕСКРИПТОРНЫЙ — один из *языков информационных*.

ЯЗЫК ИНФОРМАЦИОННО-ЛОГИЧЕСКИЙ — искусственный частично формализованный язык для однозначной записи фактов из определенной области знаний в *информационно-логических системах*. Отличительной особенностью Я. и.-л. является их пригодность для решения информационно-логических задач путем преобразования элементов информационного массива с целью выявления новых фактических сведений, не содержащихся в массиве в явной форме. Такое преобразование алгоритмически моделирует дедуктивные, индуктивные или эвристические процедуры.

В качестве Я. и.-л. пригодны расширенные прикладные исчисления предикатов (см. *Логика математическая*), которые содержат: некоторое базисное логическое *исчисление;* дескриптивные константы (в т. ч. неопределяемые и определяемые дескриптивные знаки), соответствующие предметам, объектам, свойствам и отношениям, характерным для соответствующей области знаний; соответствующие им переменные; дескриптивные аксиомы, из которых выводится часть правильно построенных выражений Я. и.-л. Правила построения выражений Я. и.-л. должны быть сформулированы таким образом, чтобы, по возможности, все правильно построенные выражения можно было интерпретировать как осмысленные предложения. Частичная формализованность Я.и.-л. заключается в том, что из числа его выражений, соответствующих экспериментально проверяемым в данной предметной области предложениям, не все оказываются выводимыми или опровержимыми.

При построении Я. и.-л. предварительным этапом является создание метатеории, исследующей (с целью формализации) язык-объект и теорию соответствующей области знаний. С помощью метатеоретического исследования необходимо выявить осн. неопределяемые понятия для рассматриваемой области, применяемые в ней методы определения и введения новых понятий, а также дедуктивные, индуктивные и др. способы рассуждения. При этом надо учитывать особенности изучаемых объектов, свойств и отношений.

Лит.: Успенский В. А. К проблеме построения машинного языка для информационной машины. «Проблемы кибернетики», 1959, в. 2; Влэдуц Г. Э., Финн В. К. Проблематика создания машинного языка для органической химии. В кн.: Сообщения лаборатории электромоделирования, в. 1. М., 1960; Падучева Е. В. Проблемы семантического сопоставления естественных языков с языками математической логики. В кн.: Исследование логических систем. М., 1970; Goodman N. The structure of appearance. Cambridge, 1951; Woodger J. H. Biology and language. Cambridge, 1952; Carnap R. Introduction to symbolic logic and its applications. New York, 1958; Мидоу Ч. Анализ информационно-поисковых систем. Пер. с англ. М., 1970; Simmons R. F. Natural language question-answering systems: 1969. «Communications of the Association for Computing Machinery», 1970, v. 13, № 1.

Г. Э. *Влэдуц.*

ЯЗЫК ИНФОРМАЦИОННО-ПОИСКОВЫЙ — информационный язык, предназначенный для записи семантической информации с целью последующего использования в *информационно-поисковых системах*.

Я. и.-п. обеспечивают документальный и фактографический *поиск информации автоматический*. Документальные Я. и.-п. предназначаются для записи сведений, первоначально зафиксированных в науч.-тех. документах и информационных запросах средствами естественных языков, и обеспечивают отыскание в некотором массиве документов таких, которые отвечают на поставленный информационный запрос. Фактографические Я. и. -п. предназначаются для непосредственного описания объектов (фактов) и обеспечивают отыскание в некотором массиве объектов таких, которые отвечают на поставленный информационный запрос.

Я. и.-п.обычно состоит из словаря *(тезауруса)* и грамматики. Тезаурус включает лексику Я. и.-п., систему его *отношений парадигматических*, а также соответствия между словами естественного и информационного языков. Грамматика содержит правила образования производных единиц Я. и.-п. (напр., *кодов семантических*, синтагм и предложений) и правила их тождественных преобразований. Грамматика регламентирует, в частности, использование указателей связи, указателей роли и др. подобных средств обозначения *отношений синтагматических*.

Семантическую силу Я. и.-п. характеризуют следующие параметры: лексическая полнота (полнота лексического состава языка), лексическая точность (способность Я. и.-п. различать предметы), парадигматическая полнота (полнота передачи информации об имманентных, т. е. постоянных, отношениях между предметами), парадигматическая точность (способность Я. и.-п. различать имманентные отношения), синтагматическая полнота (полнота передачи информации о ситуативных, т. е. возникающих в определенных ситуациях отношениях между предметами) и синтагматическая точность (способность Я. и.-п. различать ситуативные отношения). Если лексические полнота и точность характеризуют не столько тип языка, сколько состояние его словаря, то остальные параметры позволяют произвести классификацию Я. и.-п. по их семантической силе.

С точки зрения парадигматической полноты выделяют три осн. класса Я. и.-п.: 1) языки, в которых отсутствуют средства выражения имманентных отношений между предметами, т. е. языки без парадигматических отношений (примером может служить система унитермов); 2) языки, в которых имеются средства выражения лишь одного имманентного отношения, т. е. языки с одним парадигматическим отношением подчинения (примером этого класса может служить Я. и.-п. системы «Пусто-Непусто-4»); 3) языки, которые располагают средствами выражения большего числа важных (в идеале — практически всех) имманентных отношений

соответствующей предметной области. Среди Я. и.-п. 3-го класса выделяют три подкласса с различной парадигматической точностью: подкласс 3.1 — языки, в которых имманентные отношения между предметами выражаются, но не различаются, т. е. языки, в которых фиксируется (обычно лексикографическим или табличным способом) лишь факт наличия некоторого парадигматического отношения между *дескрипторами*, но не его характер (напр., «Тезаурус дескрипторов» Бюро мелиорации США); подкласс 3.2 — языки, в которых выделяется и специально обозначается одно имманентное отношение, а остальные имманентные отношения выражаются, но не различаются, т. е. это те языки, в которых имеется два парадигматических отношения — подчинения и ассоциативное (напр., «Тезаурус технических терминов» Объединенного совета инженеров США); подкласс 3.3 — языки, в которых выделяется и различается большинство разнородных имманентных отношений, т. е., это те языки, в которых имеется более двух парадигматических отношений между дескрипторами (примером может служить *RX*-язык 4-го уровня).

Другим основанием классификации является оснащенность Я. и.-п. грамматическими средствами, позволяющими передавать ситуативные отношения между предметами. С точки зрения синтагматической полноты целесообразно различать два класса Я. и.-п.: класс А — языки, в которых отсутствуют средства выражения ситуативных отношений между предметами (т. н. языки «без грамматики», напр., Я. и.-п. систем «Пусто-Непусто»); класс Б — языки, в которых имеются средства выражения ситуативных отношений (языки с грамматикой). Среди Я. и.-п. класса Б выделяются два подкласса в соответствии с синтагматической точностью: подкласс Б. 1 — языки, в которых имеются средства для выражения ситуативных отношений, но нет средств для их различения (языки с простейшей грамматикой синтагматических отношений в виде указателей связи); подкласс Б. 2 — языки, в которых ситуативные отношения между предметами не только выражаются, но и различаются (языки, в которых имеются спец. грамматические средства в виде, напр., сочетания указателей связи с указателями роли).

Требования к полноте и точности разных Я. и.-п. зависят от целого ряда факторов. К ним относится прежде всего тип задачи, решаемой с помощью этих языков. При прочих равных условиях язык для ретроспективного (справочного) поиска должен обеспечивать большую полноту и точность, чем язык для избирательного распределения информации. Фактографический поиск точно так же требует большей полноты и точности, чем документальный. Требования к полноте и точности Я. и.-п. повышаются с ростом объема информационного массива, с увеличением степени специализации массива, с ростом конкретности информационных запросов. На эти требования влияет и характер обработки информации в информационно-поисковой системе, в первую очередь, степень автоматизации процедур, связанных с *семантическим анализом* текстов (сюда относят, в частности, индексирование, перевод на Я. и.-п., установление парадигматических отношений).

Применение Я. и.-п. со степенью полноты и точности, превышающей необходимую, является нецелесообразным. Язык с развитой грамматикой, имеющий разнообразные средства выражения парадигматических и синтагматических отношений между дескрипторами, позволяет описывать факты и явления внешнего мира с большей полнотой и точностью. Это дает дополнительные возможности в отношении логического вывода, отождествления объектов, способствует снижению *шума поискового*. В то же время такой язык обычно более прихотлив в эксплуатации, требует более тонких процедур семантического анализа (в частности, перевода на информационный язык и поиска), нередко уступает простым языкам в быстродействии. А применение языков с недостаточной парадигматической и синтагматической полнотой и точностью часто ведут к появлению поискового шума и *потерь информации* при поиске, превышающих допустимые.

Поэтому для решения различных задач информационного поиска в реальных условиях необходимы разнообразные Я. и.-п.— от наиболее простых языков без парадигматических и синтагматических отношений до развитых языков с мощной грамматикой. Эти языки иногда строятся таким образом, что каждый последующий язык, обеспечивающий бо́льшую, чем предыдущий, полноту и точность описания, полностью включает в себя предыдущий, располагая, кроме того, некоторыми дополнительными средствами. Выражения подобных языков имеют одинаковую структуру, хотя и различаются по семантической силе. Множество таких Я. и.-п. наз. семейством совместимых языков. В пределах этого семейства можно легко переходить от одного языка к другому. Одна и та же программа может обслуживать разные языки (в той мере, в какой они имеют общую часть).

Напр., семействами совместимых языков являются СИНТОЛ и язык *RX*-кодов. Поскольку совместимые языки имеют между собой много общего, они часто именуются состояниями (в СИНТОЛЕ) или уровнями (в *RX*-языке) единого языка. Одно из состояний СИНТОЛА включает только *ключевые слова*, соответствуя 1-му классу парадигматической и классу А синтагматической классификаций. Другое состояние включает ключевые слова и синтагмы, в которых фиксируется наличие парадигматического или синтагматического отношения, но не его вид, что соответствует подклассам 3.1 и Б.1. Третье состояние соответствует подклассам 3.3 и Б.2. В языке *RX*-кодов имеются уровни, которые соответствуют всем перечисленным классам и подклассам парадигматической и синтагматической классификаций.

Лит.: Сэлтон Г. Автоматическая обработка, хранение и поиск информации. Пер. с англ., М., 1973; Михайлов А. И.; Черный А. И., Гиляревский Р. С. Основы информатики. М., 1968 [библиогр. с. 728—735]; Информационно-поисковая система «БИТ». К., 1968 [библиогр. с. 215—217]; Perry J. W., Kent A. Tools for machine literature searching. New York, 1958; Thesaurus of engineering terms. New York, 1965; Coyaud M. Introduction a l'étude des langages documentaires. Paris, 1966 [библиогр. с. 135—143]; Крос Р. К., Гардэн Ж. К., Леви Ф. СИНТОЛ — универсальная модель системы информационного поиска. Пер. с франц. М., 1968; Soergel D. Klassifikationssysteme und Thesauri. Eine Anleitung zur Herstellung von Klassifikationssystemen und Thesauri im Bereich der Dokumentation. Frankfurt am Main, 1969; Сборник переводов по вопросам информационной теории и практики, № 17. М., 1970 [библиогр. с. 101—104]. *Э. Ф. Скороходько.*

ЯЗЫК ИНФОРМАЦИО́ННЫЙ — искусственный язык, предназначенный для записи семантической информации с целью последующего использования ее в *информационно-поисковых системах* и *информационно-логических системах.* Я. и., предназначенный для обеспечения информационного поиска, часто наз. *языком информационно-поисковым,* а для решения информационно-логических задач (для аналитического сопоставления и синтеза фактов) — *языком информационно-логическим.*

Я. и. обеспечивает однозначную запись информации или алгоритмическое распознавание (отождествление) различным образом записанных фактов, с полнотой и точностью, которые отвечают требованиям, предъявляемым к информационной системе, где данный Я. и. используется. К языкам информационно-логическим предъявляется дополнительное требование — обеспечивать возможность формализации логического вывода. Этому требованию в той или иной мере удовлетворяют и многие информационно-поисковые языки. Поэтому различие между названными двумя видами Я. и. имеет скорее функциональный, чем структурный характер. *Э. Ф. Скороходько.*

ЯЗЫК ИСКУ́ССТВЕННЫЙ — специально созданная семиотическая система. Понятие «Я. и.» противоставляется понятию «язык естественный» (обозначающему язык, возникший стихийным, естественным путем). Я. и. включают универсальные языки, созданные для международного общения и представляющие собой суррогаты естественных языков (эсперанто, идо и т. п.), и специализированные знаковые системы для записи необходимой информации из определенных областей науки и техники. Среди последних выделяются Я. и., предназначенные для автоматической переработки информации. См. также *Язык информационный, Языки логико-математические, Языки программирования.*

ЯЗЫК КАТЕГОРИА́ЛЬНЫЙ — язык, описываемый *грамматикой категориальной.*

ЯЗЫК ЛОГИ́ЧЕСКИЙ для задания автоматов — специальный язык, предназначенный для описания условий функционирования автомата. При абстрактном синтезе *автоматов конечных* возможно употребление различных формальных языков, посредством которых описываются условия, предъявляемые к работе искомого автомата.

Интуитивно — язык K_1 не менее выразителен, чем язык K_2, если всякое предложение, высказанное в K_2, допускает простую и ясную переформулировку в K_1. Чем выразительнее язык, тем удобнее он для первоначальной постановки задачи. Поиск по возможности более выразительного языка облегчается опытом математической логики, в которой благодаря подходящей формализации логических связок и операций (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание и кванторы) достигается большая близость к естественному языку и привычному стилю мышления.

В частности, если работа автомата без памяти задана посредством словесного описания, то обычно удается легко представить ее в виде формулы алгебры логики, построенной с участием элементарных логических связок &, $\vee$, $\neg$ и $\equiv$. Это легло в основу широкого применения *алгебры логики* в теории *схем релейно-контактных.* Однако язык логики высказываний недостаточно приспособлен для выражения временны́х условий и соотношений, которые характерны для работы автоматов с памятью: здесь напрашивается расширение языка в сторону языка логики предикатов с применением различных кванторных операций.

При двоичном кодировании информации канонические уравнения конечного автомата принимают вид

$$\begin{aligned} Y_i(t) &= \Phi_i(Z_1(t), \ldots, Z_k(t), X_1(t), \ldots, X_m(t)), \quad i \leqslant n, \\ Z_j(t+1) &= \Psi_j(Z_1(t), \ldots, Z_k(t), X_1(t), \ldots, X_m(t)), \quad j \leqslant k. \end{aligned} \tag{1}$$

где $Y_i(t)$, $X_\nu(t)$ и $Z_j(t)$ зависят от натурального аргумента t (интерпретируемого как дискретное время) и принимают лишь два значения: 0 и 1, а Φ_i и Ψ_j — выражения алгебры логики от переменных $Z_1(t)$, ..., $Z_k(t)$, $X_1(t)$, ..., $X_m(t)$.

Пользуясь обычной логической терминологией, их можно называть одноместными предикатами (соответственно — выходными, входными и внутренними). При этом уравнения (1) задают оператор, преобразующий систему входных предикатов $\{X_\nu\}$ в систему выходных предикатов $\{Y_i\}$. Очевидно, связь между предикатами X_ν и Y_i, выраженная уравнениями (1), в точности воспроизводится формулой специального вида

$$\begin{aligned} &\exists Z_1 \ldots \exists Z \{ \mathop{\&}_{i \leqslant n} [Y_i(t) \equiv \\ &\equiv \Phi_i(Z_1(t), \ldots, X_m(t))] \mathop{\&}_{j \leqslant k} \\ &\mathop{\&}_{j \leqslant k} [Z_j(t+1) \equiv \Psi_j(Z_1(t), \ldots, X_m(t))]\}, \end{aligned} \tag{2}$$

в которой наряду с операциями алгебры логики встречаются также предметный квантор,

связывающий числовой аргумент t, и предикатные кванторы, связывающие одноместные предикатные переменные.

Первоначальное словесное описание работы автомата зачастую удобно представлять в виде формулы с предметными и предикатными (по одноместным предикатам) кванторами, но не имеющей обязательно специального вида (2). Эти формулы и образуют логический язык $И$, символика и интерпретация которого таковы: а) строчные буквы t, τ, ρ, ... (возможно с индексами) обозначают предметные переменные, пробегающие натуральный ряд чисел; б) прописные буквы X, Y, Z, ... (возможно с индексами) обозначают одноместные предикатные переменные, определенные на натуральном ряде; в) 1, 2, 3, ... — это обозначения для натуральных констант; г) терм — это предметная переменная или сумма предметной переменной и натуральной константы; д) атомарные формулы имеют вид $X(\mu)$, $Y(\mu)$ ..., где μ — произвольный терм; е) другие формулы строятся из атомарных посредством операций алгебры логики, а также кванторов по предметным и по предикатным (одноместным) переменным.

Легко видеть, что в $И$ определимы следующие «вторичные» отношения и операции: равенство термов; отношение порядка для термов; ограниченные предметные кванторы, напр., $\forall_{\tau<t}\tau\mathfrak{A}$ (для каждого τ, меньшего t, справедливо $\mathfrak{A}$), $\exists_{\tau<\rho<t}\rho\mathfrak{A}$ и т. п.; предметные кванторы типа $\exists^{\infty}t\mathfrak{A}$, $\forall^{\infty}t\mathfrak{A}$ (для бесчисленного множества значений числового аргумента t соответственно — для всех значений t, за исключением, быть может, конечного их числа) справедливо $\mathfrak{A}$. Поэтому $=$, $<$, $\exists^{\infty}$, $\forall^{\infty}$, ... и т. п. можно применять наряду с первичными средствами, перечисленными в а) — е). Напр., каждая из формул

$$\forall t\,\{Y(t) \equiv \exists_{\sigma<t}\,\delta\,[X_1(\delta)\ \&\ \forall_{\delta<\tau<t}\,\overline{X_2}(\tau)]\};$$

$$\forall^{\infty}tY(t) \equiv \exists^{\infty}tX_1(t)\ \&\ \exists^{\infty}tX_2(t)$$

формулирует условие, связывающее единственный выходной предикат Y с двумя входными предикатами X_1 и X_2.

Пусть формула $\mathfrak{A}(X_1, \ldots, X_m, Y_1, \ldots Y_n)$ языка $И$ содержит лишь свободные предикатные переменные, явно указанные в скобках. Оказывается, не для всякой такой формулы существует конечный автомат со входными и выходными предикатами $X_1, \ldots, X_m$ и $Y_1, \ldots, Y_n$ соответственно (структурно — автомат с m входными и n выходными двоичными каналами), который удовлетворял бы ей, т. е. такой автомат, что его входы и выходы связаны условием, выраженным формулой $\mathfrak{A}$. Иначе говоря (в отличие, напр., от языка регулярных выражений), тот факт, что некоторое условие удается формализовать на данном языке, еще не гарантирует его осуществимости в классе конечных автоматов. Разработаны алгоритмы синтеза, которые по любой заданной формуле языка $И$ выясняют, существует ли удовлетворяющий ей конечный автомат, и если существует, то строят его.

Легко понять, что указанный логический язык выразительнее языка регулярных выражений и др. языков синтеза, но вместе с тем большая выразительность требует значительного усложнения алгоритмов синтеза. Необходимо осторожно подходить к попытке дальнейшего расширения языка и усиления его выразительности, ибо зачастую это приводит к тому, что алгоритм синтеза уже в принципе невозможен (напр., если к термам отнести и суммы вида $t+\tau$, где оба слагаемых — переменные величины). С другой стороны, для некоторых более узких фрагментов языка $И$ возможны и более эффективные алгоритмы. Применение Я. л. оказалось полезным и для решения задач, возникающих в математической логике.

Лит.: Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М. Конечные автоматы (Поведение и синтез). М., 1970 [библиогр. с. 389—395]; Клини С. К. Представление событий в нервных сетях и конечных автоматах. В кн.: Автоматы. Пер. с англ. М., 1956; Бюхи Д. Р. Слабая арифметика второго порядка и конечные автоматы. В кн.: Кибернетический сборник, № 8. М., 1964. *Б. А. Трахтенброт.*

ЯЗЫК МАШИННО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ — *язык программирования,* который по типам данных и алгоритмической структуре отражает структуру вычислительной машины или класса вычислительных машин. Созданием Я. м.-о. преследуется цель позволить пользователям составлять эффективные *программы,* учитывающие и использующие структуру вычисл. машин вообще или особенности к.-л. конкретной вычисл. машины. В отличие от *языков процедурно-ориентированных* Я. м.-о. универсален по отношению к классам задач в том смысле, что его сфера применения совпадает со сферой применения вычисл. машин, на которые он ориентирован. Система команд любой вычислительной машины является простейшим примером Я. м.-о. Широкое использование получили Я. м.-о.— *автокоды,* соответствующие *команд системам* конкретных вычисл. машин, но позволяющие составлять программы для этих машин в форме, более удобной для человека. Указанные Я. м.-о. представляют собой Я. м.-о. в узком смысле этого слова.

Принципиально новые возможности предоставляет использование алгоритмических Я. м.-о. (АЯМО), ориентированных на классы вычисл. машин. АЯМО описывает некую абстрактную вычисл. машину, объединяющую все черты, общие для заданного класса конкретных вычисл. машин, и лишенную тех несущественных особенностей, которыми эти машины отличаются друг от друга. Если, напр., все конкретные машины заданного класса имеют одинаковые размеры слов, то и соответствующая абстрактная машина может иметь тот же размер слов. Если же при этом в различных конкретных машинах числа представляются в этих словах по-разному, то в абстрактной машине форма представления чисел не определяется. Это означает, напр., что невозможно рассматривать результаты арифм. опе-

раций как последовательности *битов* или как команды. Такой отказ от особенностей конкретных машин позволяет эффективно моделировать абстрактную машину на всех конкретных, т. е. переводить программу с АЯМО на языки конкретных машин практически «команда в команду».

С другой стороны, частные особенности конкретных машин редко используются при массовом *программировании для ЦВМ*. Таким образом, АЯМО дает возможность составлять достаточно эффективные программы из любой области применения, пригодные сразу для целого класса вычисл. машин. Это обстоятельство делает такой язык важным инструментом, обеспечивающим программную совместимость машин и позволяющим создавать для них единое матем. обеспечение, что является осн. проблемой развития вычислительной техники. В частности, АЯМО может быть использован как базовый язык универсальной системы программирования (т. е. совокупности совместно работающих *трансляторов*), которая может быть использована на различных вычисл. машинах.

В таких системах АЯМО выполняет сразу три ф-ции: *языка промежуточного*, языка объединения модулей, получаемых после трансляции с различных проблемно-ориентированных языков, и языка, на котором пишутся сами трансляторы. При этом на каждую конкретную выч. машину пишется один компилятор с АЯМО на язык этой машины. При помощи этого компилятора все трансляторы переводятся на язык конкретной машины. В дальнейшем программы (или части программ), написанные на проблемно-ориентированных языках, переводятся трансляторами на АЯМО, а затем при помощи того же компилятора эти программы объединяются и переводятся на язык конкретной машины.

Пример программы на Я. м. «МИР»: вычисление многочленов Эрмита для произвольного индекса N и действительного аргумента x.

Вычислительная схема	Программа на Я. м. «МИР»
Вычислить	«РАЗРЯДНОСТЬ» 12.
$H = \sum^{\left[\frac{N}{2}\right]} \frac{(-1)^k N!}{K!(N-2K)!}(2x)^{N-2K}$	$H = \Sigma(K = 0,\ E(N/2),\ (-1)\uparrow K\times$
	$\Pi(J = 1,\ N,\ J)/(\Pi(J = 1,\ K,\ J)\times$
	$\Pi(J = 1,\ N - 2\times K,\ J))\times$
при $K = 0$	$(2\times X)\uparrow(N - 2\times K));$
$N = 6$	«ВЫВОД» H «ГДЕ» $N = 6;$
$x = 0.5$	$X = 0.5$ «КОНЕЦ»

Опыт показывает, что даже если АЯМО охватывает очень широкий класс вычисл. машин (напр., включающий подавляющее большинство существующих в настоящее время машин), программы, получаемые после такой двухступенчатой трансляции, не только по своей эффективности, но и вообще практически не отличаются от программ, которые получаются прямой трансляцией с проблемно-ориентированных языков. Это объясняется тем, что при трансляции с проблемно-ориентированных языков особенности конкретных вычисл. машин учитываются, как правило, на более поздней стадии, которая при двухступенчатой трансляции соответствует работе компилятора с АЯМО на конкретную машину.

Один из первых шагов в сторону машинной ориентации *алгоритмических языков* был сделан 1956 при создании *адресного языка*, в котором одним из объектов обработки является чисто машинный объект — *адрес*. В 1962—64 в США была предпринята попытка разработать универсальный машинно-ориентированный язык (*UNCOL*). Однако эта попытка окончилась неудачей из-за чрезмерной универсализации избранной версии абстрактной машины. В Советском Союзе разработан ряд АЯМО (*АЛМО*, *ЭПСИЛОН* и др.).

Лит.: Ющенко Е. Л. Адресное программирование. К., 1963 [библиогр. с. 285—286]; Камынин С. С., Любимский Э. З. Алгоритмический машинно-ориентированный язык — АЛМО. «Алгоритмы и алгоритмические языки», 1967, в. 1 [библиогр. с. 59—61]; Steel T. B. A first version of UNCOL. «Proceedings of the western joint computer conference», 1961, v. 19; Брукер Р. А. Программы «Автокод», созданные для вычислительных машин Манчестерского университета. В кн.: Современное программирование. М., 1966. *Э. З. Любимский.*

ЯЗЫК МАШИНЫ «МИР» — *язык программирования*, ориентированный на описание алгоритмов решения инженерных и научно-технических задач и включающий средства общения человека с машиной в *диалога режиме*. Программы на Я. м. «МИР» просты по структуре и хорошо обозримы. Программа состоит из операторной части — последовательности операторов и описательной части — последовательности описаний. Алфавит языка включает в себя заглавные буквы рус. и лат. алфавитов, десятичные цифры, знаки операций (в т. ч. знаки Σ, Π, ∫), знаки отношений >, ⩾, =, <, ⩽, скобки, разделители, знаки элементарных ф-ций и служебные слова, взятые из рус. языка. В языке различают два типа данных — целые и десятичные, над которыми определены арифметические операции. Описания типов в языке нет, тип данного определяется по контексту. Отличительной особенностью языка

является явное задание в программе указания о разрядности (количества цифр в мантиссе десятичных чисел, которые сохраняются при выполнении *операций над числами*), с которой должен быть реализован *алгоритм*. Это соответствует вычисл. возможностям ЭВМ семейства «*МИР*».

Для именования переменных и функций используют *идентификаторы*. Основу построения структурных единиц языка составляет понятие арифм. выражения. Описание арифм. выражения расширено по сравнению с *АЛГОЛом-60* введением в качестве первичных выражений сумм, произведений и интегралов. Допускаются переменные только с одним или двумя индексами. Описание в Я. м. «МИР» подразделяют на три типа: описания простых переменных вида $Z = A$; описания функций вида $f(y_1, \ldots, y_e) = B$; описания *массивов* вида $x[m]$, или $x[m, n]$, или $x[m] = x_1, x_2, \ldots, x_m$, или $x[m, n] = x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n}, x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2n}, \ldots, x_{m1}, x_{m2}, \ldots, x_{mn}$. Здесь: $Z, y_1, \ldots, y_e$ — простые переменные; f — идентификатор функции; x — идентификатор массива, m, n — целые числа; x_i, x_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, m$, $j = 1, 2, \ldots, n$) — числа; A, B — арифм. выражения. Описания простых переменных и функций играют роль *подпрограмм*, обращение к которым осуществляется каждый раз, когда требуется иметь значение тех переменных, которым к моменту обращения такие значения не были присвоены.

В числе операторов Я. м. «МИР» имеются *операторы*, предназначенные для присваивания и стирания значений простых переменных и переменных с индексами, для управления алгоритм. процессом (операторы перехода, остановки, цикла и др.), составной и широкий набор операторов вывода, в т. ч. операторы редактирования и вывода символьной информации на печатающее устр-во, арифм. выражений, чисел, массивов, таблиц и графиков функций в форме, удобной для обозрения.

Для оперативного вмешательства человека в процесс решения задачи имеется набор средств корректировки уже введенной программы. Язык «МИР» реализован в качестве входного языка ЭВМ «МИР-1» и подмножества входного языка ЭВМ «МИР-2» посредством схемно-программной системы интерпретации.

Лит.: Глушков В. М., Летичевский А. А., Стогний А. А. Входной язык вычислительной машины для инженерных расчетов. «Кибернетика», 1965, № 1; Визнюк Г. И., Дородницына А. А., Клименко В. П. Алгоритмический язык ЭЦВМ «МИР». К., 1971.

В. П. Клименко.

ЯЗЫК ОПЕРА́ТОРНЫЙ — алгоритмический язык, в основе которого лежит *операторный метод программирования*. Понятие Я. о. ввел 1954 сов. математик А. А. Ляпунов (1911—73). Оператор представляет собой самостоятельную единицу языка, описывающую содержание некоторого этапа *алгоритма* решения задачи. Обычно выделяют некоторое к-во различных типов операторов (их иногда наз. стандартными), каждый из которых играет определенную роль с точки зрения структуры алгоритма. Наборы таких операторов различны для разных языков.

При описании любого алгоритма с помощью того или иного языка используются только фиксированные в нем операторы. Поэтому для каждого языка необходимо выполнять определенные правила разбиения алгоритма решения задачи на отд. этапы. Алгоритм записывают в виде последовательности операторов и описаний дополнительных сведений об исходных данных. Для однозначного понимания этой записи устанавливают строгие правила записи каждого оператора. Совокупность этих правил составляет синтаксис языка. Каждое такое правило устанавливает, как та или иная синтаксическая единица языка (в т. ч. оператор) образуется из других единиц данного языка. Содержательный смысл этих единиц составляет семантику языка. См. также *Автоматизация программирования*.

Лит.: Кринецкий Н. А., Миронов Г. А., Фролов Г. Д. Программирование. М., 1966 [библиогр. с. 596—599]; Жоголев Е. А., Трифонов Н. П. Курс программирования. М., 1967 [библиогр. с. 404—405].

Г. П. Багриновская.

ЯЗЫК ОПИСА́НИЯ УСТРО́ЙСТВ ЦВМ — совокупность средств для задания информации об алгоритме функционирования, структуре и технических характеристиках дискретных устройств. Как правило, Я. о. у. ЦВМ — это специализированный *алгоритмический язык*.

Осн. требования, предъявляемые к современным Я. о. у. ЦВМ следующие: простота, что дает возможность эффективно применять их; универсальность, позволяющая описывать произвольные алгоритмы функционирования; гибкость, обеспечивающая возможность применения универсальных средств в конкретных ситуациях; мнемоничность, т. е. надо, чтобы сложные синтаксические конструкции языка не затемняли физ. смысла описываемого устр-ва; языки описания должны быть открытыми в смысле возможностей расширения его изобразительных средств, а также удобными для моделирования описываемого устр-ва.

Кроме того, Я. о. у. ЦВМ содержат средства для описания устройств на различных этапах проектирования (см. *Автоматизация проектирования ЦВМ*). Поскольку на этих этапах требуется различная степень детализации информации о проектируемом устр-ве, язык описания обладает своеобразной информационной емкостью. Многообразие и количество этих требований приводит к тому, что Я. о. у. ЦВМ представляет собой семейство языков, объединенных общими осн. понятиями. Каждый из языков семейства характеризуется областью использования его в процессе проектирования, а также совместимостью с другими языками, т. е. общие понятия языков должны иметь в разных языках одну и ту же семантику. Кроме того, Я. о. у. ЦВМ тесно связаны и синтаксически, чтобы обеспечить достаточно формальный переход от одного уровня детализации описания устр-ва к другому.

Учитывая современное состояние автоматизированного проектирования вычисл. устр-в,

следует отметить, что Я. о. у. ЦВМ должен содержать средства для описания алгоритмов функционирования, блочной структуры устройств и способа конструктивного описания устр-в с разной степенью детализации. При этом Я. о. у. ЦВМ имеет способы формального задания и описания документации на всех этапах проектирования. Кроме этого, он удобен для реализации формальных методик проектирования на ЭВМ.

Рассмотрим в качестве примера один из наиболее развитых языков описания устр-в — язык *данных* системы «ПРОЕКТ». Осн. часть этого языка — язык АЛГОРИТМ — предназначена для описания алгоритмов преобразования последовательностей наборов значений входных сигналов в последовательности наборов значений выходных сигналов. Понятию сигнала в языке соответствует синтаксическая категория «переменная». Регистрам устр-ва соответствует понятие «внутренняя переменная».

Для описания микроопераций и *микропрограмм*, которые должны быть реализованы в устр-ве, применяются понятия функций и подпрограмм. Осн. синтаксическим понятием языка является понятие алгоритма. Алгоритм состоит из описаний переменных, функций и подпрограмм, причем в описании переменной можно указать тип этой переменной (входная, выходная, внутренняя) и ее разрядность, т. е. длину *кода*, являющегося значением переменной. Разрядность переменной можно задать явно (числом либо параметрически), тогда описание устр-ва на языке АЛГОРИТМ будет служить описанием целого класса устр-в. Если в процессе описания устр-ва проектировщик еще не принял каких-либо инженерных решений или ему не известны некоторые детали, он может пользоваться т. н. неполными описаниями, которые позже, в процессе проектирования, можно уточнять.

Для описания функций в языке АЛГОРИТМ предусмотрены широкие возможности. Можно задавать функцию либо таблицей, либо формулой, либо как периодически определенное преобразование. Описания могут содержать и другую информацию, которая используется в программе функционирования. Программа функционирования состоит из операторов, и функционирование устр-ва состоит в выполнении этих операторов. В *программе* задается также последовательность выполнения операторов. В языке АЛГОРИТМ есть средства для описания параллельных действий, выполняемых одновременно.

Вторая осн. часть Я. о. у. ЦВМ — язык СТРУКТУРА — служит для описания устр-ва в виде композиции других устр-в. Текст описания устр-ва на этом языке содержит информацию о компонентах, из которых составлено описываемое устр-во, и о соединении этих компонентов между собой. В описании каждой компоненты указываются ее входные и выходные переменные и тип компоненты. Если в устройстве есть много однотипных компонент, то можно описать лишь одну компоненту с параметром. Это позволяет сократить структурное описание устр-ва. Для задания связей между компонентами в структуре служат уравнения связей, которые также можно описывать параметрически. Язык СТРУКТУРА с небольшими модификациями можно применять и для описания устр-ва на этапе тех. проектирования. Кроме упомянутых частей языка, в нем есть средства для описания характеристик сигналов.

Я. о. у. ЦВМ тесно связан с тех. реализацией. Объекты языка — описания, операторы, выражения, компоненты, уравнения связей и т. д., как правило, хранятся в памяти машины в закодированном виде с помощью спец. *списковых структур* и перевод с языка описания во внутреннее представление осуществляется посредством спец. *транслятора*. Транслятор производит синтаксический анализ текста на Я. о. у. ЦВМ и строит внутр. представление этого текста.

Разработано довольно много языков описания устр-в. Наиболее известными являются LOTIS и SOL, предназначенные преимущественно для временнóго моделирования логич. схем ЦВМ, язык регистровых передач и язык описания систем.

Лит.: Глушков В. М., Капитонова Ю. В., Летичевский А. А. О языках описания данных в автоматизированной системе проектирования вычислительных машин (ПРОЕКТ). «Кибернетика», 1970, № 6; Schorr H. Computer-aided digital system design and analysis using a register transfer language. «IEEE transactions on electronic computers», 1964, v. EC-13, № 6; Stabler E. P. System description languages. «IEEE transactions on computers», 1970, v. C-19, № 12. *С. С. Гороховский.*

ЯЗЫК ПРОМЕЖУ́ТОЧНЫЙ — *язык программирования*, употребляемый в качестве посредника при трансляции с проблемно-ориентированных языков на языки вычислительных машин. Я. п. служит для комплексации программ, транслируемых с различных *языков процедурно-ориентированных* и для сокращения числа *трансляторов*, которые необходимо составить, чтобы на каждой из N машин можно было пользоваться любым из M языков программирования. Если не использовать Я. п., то для этого нужно $M \times N$ трансляторов. При употреблении Я. п. достаточно иметь M трансляторов с процедурно-ориентированных языков на Я. п. и N трансляторов с Я. п. на конкретные машины, т. е. всего $M + N$ трансляторов. В соответствии с назначением Я. п. главное требование, предъявляемое к нему, состоит в том, чтобы обеспечить эффективную трансляцию с его помощью для возможно больших M и N.

В принципе, любой формальный язык программирования можно было бы выбрать в качестве Я. п., т. к. все они обладают алгоритмической универсальностью. Однако, всякий процедурно-ориентированный язык может обеспечить эффективное использование выч. машин только при решении определенного узкого класса задач, на которые он ориентирован.

Напр., алфавитно-цифровые таблицы эффективно не выражаются через типы данных, предусмотренные в *АЛГОЛе-60*, а выборка

элемента из вектора замедляется во много раз, если его хранить в памяти в виде *списка*. Т. о., для эффективного перевода с различных процедурно-ориентированных языков Я. п. должен быть не процедурно-ориентированным, а *языком машинно-ориентированным*, т. е. он должен быть близок к языку вычисл. машин.

Вместе с тем ни один из языков конкретной выч. машины не может быть эффективно использован в качестве Я. п. Это происходит от того, что *программа* для любой конкретной машины по необходимости содержит гораздо больше информации, чем это требуется для описания алгоритма. Там, где нужно получить сумму двух чисел, для любой конкретной машины требуется, чтобы слагаемые и сумма были представлены определенными последовательностями битов.

Более того, в результате сложения получается не просто приближенное значение суммы, а определенным образом округленное значение. При этом для каждой конкретной машины всегда известно, что будет, если, напр., нормализованное число будет использовано как последовательность *битов* и т. п. При выполнении программы, написанной для одной машины, на другой машине приходится моделировать все особенности первой машины. Именно на моделирование этих особенностей (которые, как правило, и не используются в программе) уходит подавляющая часть времени работы второй машины. Их приходится моделировать потому, что, как известно, отличить в программе существенное от несущественного представляет собой весьма сложную задачу. Все это приводит к тому, что в качестве Я. п. следует выбирать алгоритмические машинно-ориентированные языки, которые содержат в себе все общие черты различных выч. машин и лишены тех особенностей, которыми эти машины отличаются друг от друга.

Из ориентации Я. п. вытекают следующие их свойства, которые могут упростить задачу составления компиляторов с Я. п. и сделать их более эффективными: а) от Я. п. не требуется удобств для ручного программирования; б) при составлении компиляторов можно рассчитывать на то, что все программы на Я. п. правильны, поскольку они, в свою очередь, составлены трансляторами с процедурно-ориентированных языков. Я. п. играют большую роль в создании внутреннего математического обеспечения ЦВМ, т. к. на их основе может разрабатываться универсальное матем. обеспечение, пригодное одновременно для класса машин, а также может быть решена проблема преемственности матем. обеспечения при смене поколений машин. *Э. З. Любимский.*

ЯЗЫК ПРОЦЕДУ́РНО-ОРИЕНТИ́РОВАННЫЙ — язык для описания алгоритмов решения определенного класса задач. Разделение на классы носит условный характер. Под классом задач понимают задачи, в которых рассматриваются аналогичные объекты и применяются сходные приемы решения. Всякий *алгоритм* решения задачи можно записать в виде *программы* для вычисл. машины, закодировав соответствующим образом рассматриваемые объекты. Однако, перевод (трансляция) с языка, исторически установившегося в данной сфере человеческой деятельности, на язык вычисл. машины представляет собой весьма трудоемкий процесс, требующий спец. подготовки в области использования ЦВМ и изучения специфических особенностей конкретной машины. Кроме того, алгоритмы в виде программ для конкретной машины мало пригодны для обмена информацией и накопления *фонда алгоритмов и программ*. Введение более высоких уровней формального описания решения задач — Я. п.-о. — позволяет обойти все эти трудности.

С помощью Я. п.-о. специалисты в данной области могут описывать алгоритм решения задачи в привычных терминах, не вникая в особенности вычисл. машины и не прибегая к помощи программистов. Перевод записи алгоритма в Я. п.-о. на язык конкретной машины производит автоматически *транслятор*. Т. о., одна программа-транслятор для данной машины обеспечивает возможность использования на ней всех программ, написанных на данном Я. п.-о.

Сформировались Я. п.-о. для следующих классов задач. В вычисл. задачах осн. объектами являются числа и *массивы* чисел. Алгоритм решения может задаваться весьма сложными ф-лами с использованием рекурсивных определений, индексных выражений, подстановок ф-ций, сложных условий и т. п. Решение задач обычно связано с выполнением огромного к-ва арифм. операций. Именно в области вычисл. задач методы решений были исторически первыми формализованы и приспособлены для постановки на машинах, да и сами вычисл. машины предназначались вначале преимущественно для решения задач этого класса. Поэтому, естественно, первые Я. п.-о. появились именно в этой области. В настоящее время среди них наиболее популярны *АЛГОЛ-60* и *ФОРТРАН*. В задачах *автоматической обработки данных* осн. объектом являются массивы данных (напр., подшивки документов), состоящие из логич. *записей* (отдельные документы).

Характерной для них является иерархическая структура записей, на нижнем уровне которых расположены цифровые, алфавитные и алфавитно-цифровые элементы. Особое значение приобретает возможность ввода и вывода по сложным форматам с заданием особых операций (устранение нулей, защита чеков и т. д.), запоминание, хранение и выборка данных при работе с внеш. памятью (ленты, диски). Наиболее распространенным Я. п.-о. для описания решения задач этого класса является *КОБОЛ*.

В информационно-логических задачах осн. объектами являются сложные структуры, элементы которых связываются при помощи ссылок (*списки*, деревья). Такие ссылки обеспечивают оптим. обращение к элементам, имеющим заданные значения признаков. Наиболее распространенным Я. п.-о. для этих задач является *ЛИСП*. В задачах по обработке текстов

осн. объектами являются строки символов. Операции, производимые в этих задачах: определение вхождения данной *цепочки* символов, замена, выбрасывание, вставка цепочки и т. д. Примером Я. п.-о. может служить *СНОБОЛ*. В задачах моделирования осн. объектами служат процессы, параллельно протекающие во времени и взаимодействующие друг с другом. Как пример Я. п.-о. могут служить языки *СИМСКРИПТ, СИМУЛА*. В задачах управления осн. объектами являются сигналы прерывания от внеш. среды и временнóго датчика, обратные сигналы и *приоритеты* объектов внеш. среды. Примером может служить язык RTL.

Разработано большое количество Я. п.-о. По мере расширения сферы применения вычисл. машин создаются новые языки для описания решения рассмотренных выше задач. Они обычно возникают в виде специализированных языков, имеющих вид некоторого дополнения к одному из Я. п.-о. Затем новая сфера применения и язык постепенно приобретает самостоятельное значение. Предпринимаются попытки создать универсальный язык, удобный и эффективный для решения всех проблем (напр., на современном этапе — языки *ПЛ-1* и СИМУЛА-67). Иногда (напр., *АЛГОЛ-68*) в язык вводят средства, позволяющие дополнить его применительно к любой конкретной проблеме.

Лит.: Шеффлер Дж. Д., Темпль Р. Х. Язык, работающий в реальном времени для управления производственными процессами. «Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике США», 1970, т. 58, № 1. См. также лит. к ст. *АЛГОЛ-60, КОБОЛ, СИМУЛА*. *И. Б. Задыхайло.*

ЯЗЫК ТРАНСЛЯТОРА ВХОДНОЙ — *язык программирования*, с которого *транслятор* осуществляет перевод.

ЯЗЫК ЦВМ ВНУТРЕННИЙ — язык, на котором записываются в *памяти ЦВМ* непосредственно исполняемые программы решаемых задач, исходные данные и результаты вычислений, а также *программы обслуживающие;* кроме того, фиксируются в машине встроенные алгоритмы, т. е. алгоритмы, зафиксированные структурным способом (см. *Математическое обеспечение ЦВМ внутреннее*).

Таким образом, в Я. ЦВМ в. кодируются операнды и обозначаются действия над ними. Эти действия подразделяются на три осн. класса — микрооперации, базисные операции и встроенные процедуры. Микрооперациями наз. не обозначаемые в рабочих программах элементарные машинные действия (как правило, однотактные), которые в качестве составных частей не содержат никаких аналогичных действий (микроопераций). Базисными операциями наз. обозначаемые в рабочих программах встроенные алгоритмы, которые в качестве составных частей не содержат никаких аналогичных действий (базисных операций). Встроенными процедурами наз. такие встроенные алгоритмы, которые обязательно содержат в качестве своих составных частей базисные операции и (или) аналогичные действия (встроенные процедуры). Следовательно, базисные операции состоят из микроопераций, встроенные же процедуры выполняются как последовательности базисных операций, встрое ных процедур и, возможно, микроопераций.

Я. ЦВМ в. обычно состоит из ряда уровней. Подмножество внутр. языка, на котором записываются в памяти машины рабочие программы, исходные данные и результаты вычислений, наз. программным уровнем внутреннего языка. Помимо программного уровня Я. ЦВМ в. обладает также микрокомандным уровнем, состоящим из микрокоманд как кодов обозначений микроопераций. Указанные два уровня являются традиционно обязательными для любого Я. ЦВМ в. Помимо этих уровней внутр. языкам еще свойственны промежуточные уровни, виды которых зависят от степени развития программного уровня. Среди возможных промежуточных уровней выделяются два — исполнительный и детализированно-исполнительный. Первый из них характеризуется тем, что алгоритмы, представленные в нем, состоят из строго определенных операций — базисных операций и встроенных процедур, следующих в порядке старшинства и выполняемых над операндами, обозначенными *адресами*. Второй уровень, нижний по отношению к предыдущему, отличается от него тем, что из операций содержит только базисные, выполняемые над операндами, обозначаемыми адресами мест в *запоминающих устройствах*, и, кроме того, тем, может содержать микрооперации.

Следовательно, уровни Я. ЦВМ в. представляют его подмножества, характеризуемые различной степенью детализации алгоритмов с увеличением ее от верхнего к ниж. уровню. Чем меньше эта детализация, тем более высокий программный уровень внутр. языка, что в значительной степени способствует облегчению всего процесса подготовки задач для решения их на машинах и увеличению эффективности процесса решения. Вместе с тем повышение программного уровня Я. ЦВМ в. усложняет его интерпретацию языка как процесса динамического перевода рабочей программы с этого уровня на микрокомандный (см. *Интерпретация языка структурная*). В зависимости от числа и функциональных характеристик уровней языка различают традиционные (исторически первоначальные) и развитые, элементарные и процедурные внутр. языки. По сочетаниям этих признаков (альтернативных в каждой паре) выделяют четыре осн. класса внутр. языков.

В связи с развитием Я. ЦВМ в. выделяются различные степени приближения их программных уровней к входным языкам. К числу осн. степеней приближения относятся внутр. языки символьно-приближенные, элементарно-приближенные, подобные и изоморфные входным языкам. Первые три из названных степеней приближения характеризуются соответственно тем, что внутр. язык содержит только лишь символы входного языка, только символы и элементарные конструкции входного

языка, символы, элементарные и составные конструкции входного языка. Последняя степень (изоморфные входным языкам) характеризуется полным совпадением (с точностью до обозначений) внутр. языка со входным. Наиболее перспективной в смысле развития внутр. языков является степень подобия, которая обусловливает возможность отражения в программном уровне внутр. языка осн. элементов семейства входных языков, введения в него средств для облегчения интерпретации, эффективной записи всевозможных служебных алгоритмов и т. п.

Сочетание принципиальных характеристик входного языка и степени приближения к нему внутр. языка полностью определяет принадлежность внутр. языка к осн. классам. Повышение уровня алгоритм. языков означает для данной степени приближения повышение и уровня внутр. языка. Возможности такого развития существенно зависят от совершенства средств реализации языка в машине, т. е. средств интерпретации в системе внутр. матем. обеспечения. Осн. особенностью данной реализации является ступенчатое построение системы управления, соответствующее иерархической структуре внутр. языка.

Лит.: Глушков В. М. [и др.]. Вычислительные машины с развитыми системами интерпретации. К., 1970 [библиогр. с. 254—257]. *З. Л. Рабинович.*

ЯЗЫКА́ ИЗБЫ́ТОЧНОСТЬ — характеристика речи, показывающая, насколько в среднем можно сократить длину текста без потери передаваемой информации. Я. и. определяют формулой $R = 1 - \frac{H}{H_0}$, где H — *языка энтропия*, отвечающая рассматриваемому отрывку текста (в расчете на одну букву текста), а H_0 — макс. энтропия, допустимая для текста, записанного на том же алфавите, что и рассматриваемый; для n-буквенного алфавита $H_0 = \log_2 n$ *бит*.

Для многих языков довольно подробно изучена Я. и. «среднестатистических» текстов и ряда спец. текстов. Полученные результаты нельзя считать вполне надежными, но вместе с тем можно утверждать, что для большинства европ. языков избыточность «среднестатистических» текстов имеет одну и ту же величину порядка, близкого к 70%. Эта величина сильно увеличивается для сообщений, передаваемых в таких условиях, когда очень много помех, или таких, что ошибка в их расшифровке может иметь особо тяжелые последствия (так, напр., установлено, что для переговоров между дежурными в аэропортах и пилотами, которые ведут на посадку самолеты, Я. и. превышает 90%).

В случае же передачи по *каналам связи* с недостаточной пропускной способностью Я. и. понижается искусственно («телеграфный язык»). Представляет интерес и вопрос об избыточности лит. текстов, относящихся к разным видам художественной л-ры или к разным лит. школам. Так, напр., имеющиеся данные позволяют предполагать, что поэтические тексты, принадлежащие лучшим поэтам, характеризуются избыточностью, близкой к избыточности прозаической литературной речи; в то же время для стихов, интуитивно оцениваемых как слабые, избыточность резко возрастает. См. также *Языка информационные измерения*. *И. М. Яглом.*

ЯЗЫКА́ ИНФОРМАЦИО́ННЫЕ ИЗМЕРЕ́НИЯ — измерения, цель которых — определение *языка энтропии* $H = \lim\limits_{N \to \infty} H_N$, а также *языка избыточности* $R = 1 - \frac{H}{H_0}$. Изучение статистических связей между буквами убеждает в том, что для всех известных языков, скажем, уже $H_{30} \approx H_\infty = H$.

Поскольку задача составления частотных таблиц для сочетаний из 4, 5 и более соседних букв является неразрешимой даже при использовании современной *вычислительной техники*, такой «прямой» путь Я. и. и. используется гл. обр. для подсчетов величин энтропий невысокого порядка, как, напр., H_1, H_2, и H_3, не позволяющих надежно оценить энтропию и избыточность языка. Несколько бо́льшую оценку дает использование созданных для многих языков *словарей частотных* слов, если при этом принимается во внимание то обстоятельство, что $H_{(\text{буквы})} = H_{(\text{слова})} : k$, где $H_{(\text{слова})}$ — приходящаяся на одно слово энтропия, а k — средняя длина слова, т. е. кол-во букв в нем.

Если энтропию $H_{(\text{слова})}$ оценивать с помощью величины H_1, вычисленной на основе вероятностей появления отдельных слов, то оценка, получаемая из последней формулы для $H_{(\text{буквы})}$, соответствует величине H_k, вычисленной с учетом вероятностей комбинаций из k букв. Намного большее значение для Я. и. и. имеют косвенные методы, связанные с экспериментами по отгадыванию (или «предсказанию») букв текста. Отнесенная к одной букве текста энтропия H_N указывает степень неопределенности опыта по предсказанию буквы текста в условиях знания $N - 1$ предшествующих букв; эту степень неопределенности опыта можно оценить по трудности отгадывания N-й буквы по предшествующим ей известным $N - 1$ буквам. Методику проведения таких опытов и оценки на основе их результатов величин H_N указал амер. математик К.-Э. Шеннон (р. 1916). Впоследствии ее усовершенствовали сов. математик А. Н. Колмогоров (р. 1903) и др. В большинстве работ по Я. и. и. использована именно эта методика; измерения проводились для многих европ. и неевроп. языков.

Наряду со статистическим определением количества информации существуют и иные подходы, которые указал А. Н. Колмогоров. Используют эти подходы преимущественно при Я. и. и., связанных с лит. произведениями, поскольку в применении к уникальным по своей природе объектам художественной литературы, вероятностные понятия, опирающи-

еся на понятие «статистического ансамбля», становятся весьма неопределенными.

При Я. и. по методу отгадывания обычно оценивалась величина $H_{(\text{буквы})}$, по которой уже можно определить и величину $H_{(\text{слова})}$ ($H_{(\text{буквы})} \cdot k$), а также величину энтропии, отнесенной к иным лингвистическим элементам текста: $H_{(\text{фразы})}$, $H_{(\text{морфемы})}$ или $H_{(\text{фонемы})}$. Те же соображения позволяют связать между собой два значения величины $H_{(\text{буквы})}$, вычисленные в случае, если пренебречь пробелами между словами или принять пробел за специальную («нулевую») букву алфавита: из того, что напечатанный «вплотную» (без пробелов между словами) текст содержит ту же информацию, что и обычный, следует соотношение: $H_{(\text{с проб.})} = H_{(\text{без проб.})} \cdot \frac{k+1}{k}$.

Иной характер имеет задача определения количества информации, содержащегося в интонационных особенностях произносимого текста. Сложность этой задачи обусловлена необходимостью учета большого числа разнородных факторов, связанных с индивидуальными качествами голоса того или иного человека, со специфическими особенностями произношения рассматриваемого отрывка текста. Отдельные факторы, входящие в общее понятие статистической информации, содержащейся в устной речи, с использованием формул *информации теории* могут быть оценены довольно точно.

Лит.: Яглом И. М., Добрушин Р. Л., Яглом А. М. Теория информации и лингвистика. «Вопросы языкознания», 1960, № 1; Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М., 1973 [библиогр. с. 487—500]; Колмогоров А. Н. Три подхода к определению понятия «количество информации». «Проблемы передачи информации», 1965, т. 1, в. 1; Пиотровский Р. Г. Информационные измерения языка. Л., 1968 [библиогр. с. 108—112]; Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. М., 1963 [библиогр. с. 783—820].

И. М. Яглом.

ЯЗЫКА́ МОДЕ́ЛИ АНАЛИТИ́ЧЕСКИЕ — разновидности моделей языка, в которых считается заданным некоторый набор текстов или иные сведения, интерпретируемые как эмпирические данные о языке, и на основании этих данных устанавливаются те или иные закономерности строения языка (см. *Языка модели математические*). Я. м. а. можно рассматривать как формальное описание некоторых сторон исследовательской деятельности лингвиста. Они не обязательно связаны с автомат. анализом текста и могут не быть конструктивными.

Существуют Я. м. а., построенные на основе статистических методов, но чаще всего под Я. м. а. понимают модели, в которых используются лишь первоначальные понятия логики и теории множеств, а также некоторые элементарные понятия алгебры и, реже, *топологии*.

В Я. м. а. наиболее полно разработанного типа исходными понятиями являются: а) мн-во V (обычно, но не всегда, конечное), называемое «словарем»; б) мн-во Θ правильных последовательностей, или «фраз» языка (элементы V ниже наз. словами, элементы Θ — фразами) и в) некоторые отношения на этих множествах, отражающие в общем виде смысл слов и предложений языка. Основы теории Я. м. а. этого типа изложила в конце 50-х г. 20 ст. сов. ученый О. С. Кулагина.

По своему назначению Я. м. а. подразделяют на фонологические (предназначенные для описания фонологических понятий) и синтаксические (предназначенные для описания синтаксических — в широком смысле слова — понятий). В фонологических моделях элементы словаря интерпретируются обычно как звуки языка, а правильные последовательности — как возможные сегменты речи между соседними паузами; в синтаксических моделях элементы V, как правило, означают слова (причем, напр., «стол» и «столу» — разные элементы), а правильные последовательности — грамматически правильные предложения (не обязательно осмысленные; напр., предложение «Бесцветные зеленые идеи яростно спят» грамматически правильно).

Я. м. а. указанного выше типа можно классифицировать по сложности исходных объектов следующим образом.

1. Язык 1-й степени сложности — пара $L_1 = (V, \Theta)$. Пусть $f, g \in V^\infty$ (т. е. f и g — произвольные, не обязательно правильные, последовательности элементов V). Упорядоченная пара (f, g) наз. контекстом. Говорят, что (f, g) допускает слово $a \in V$ (соответственно последовательность $h \in V^\infty$), если $fag \in \Theta$ (соответственно $fhg \in \Theta$). Пусть $a, b \in V$. Говорят, что a подчиняет b относительно Θ (обозначение $a \underset{\Theta}{\rightarrow} b$), если любой контекст, допускающий a, допускает и b. Если $a \underset{\Theta}{\rightarrow} b$ и $b \underset{\Theta}{\rightarrow} a$, то по определению a и b входят в одно семейство S. Семейство S_1 подчиняет S_2, если существуют $a \in S_1$ и $b \in S_2$ такие, что $a \underset{\Theta}{\rightarrow} b$. Семейство S наз. начальным, если не существует S_1 ($S_1 \neq S$) такого, что $S_1 \rightarrow S$.

Совокупность $S \cup S_1 \cup \ldots \cup S_n$, где S — начальное семейство и для любого i ($1 \leqslant i \leqslant n$) верно $S \rightarrow S_i$, наз. элементарной грамматической категорией (ЭГК), порожденной S. Слова «одинаковой формы», напр., «окно» и «лето», как правило относятся к одному семейству. Но, напр., «метро» и «окно» относятся к разным семействам (ср. «подошел к метро» при невозможности «подошел к окно»). Эти слова объединяются, однако, в одну ЭГК (в другую ЭКГ входят «окну» и «метро» и т. п.). Т. о., здесь возникают средства для формального описания омонимии. Наряду с отношениями на словаре (т. н. *отношениями парадигматическими*) в модели L_1 могут изучаться и отношения на фразах (т. н. *отношения синтагматические*).

Пусть $A \in V^\infty$ содержит не менее двух слов. Последовательность $A \in V^\infty$ наз.

конфигурацией 1-го ранга, если существует слово a такое, что для любых f и g $fAg \in \Theta$ тогда и только тогда, когда $fag \in \Theta$. Пусть определено понятие конфигурации i-го ранга для всех $i < r$. Тогда конфигурацией r-го ранга наз. последовательность A, для которой найдется слово a такое, что для любых $f, g \in V$ выполняются условия: 1) если $fag \in \Theta$, то $fAg \in \Theta$, 2) если $fAg \in \Theta$ и fAg не содержит вхождений конфигураций рангов, меньших r, пересекающихся с выделенным вхождением A и не входящих в него целиком, то $fag \in \Theta$. Конфигурация ранга r наз. простой, если она не содержит никаких других конфигураций ранга r. Фраза f наз. неприводимой в языке L_1, если она не содержит никаких конфигураций этого языка.

Язык наз. конечно-характеризуемым, если число его простых конфигураций и неприводимых фраз конечно. С помощью этих понятий устанавливаются связи между Я. м. а. и *грамматиками порождающими;* в частности, всякий конечно-характеризуемый язык может быть порожден бесконтекстной грамматикой. Модель L_1 допускает различные обобщения. Одно из них состоит в том, что подчинение определяется относительно произвольного подмножества (фрагмента) Δ множества Θ. При этом наиболее важны т. н. правильные фрагменты. Фрагмент Δ наз. правильным, если для любых $a, b \in V$ из $a \underset{\Theta}{\rightarrow} b$ следует $a \underset{\Delta}{\rightarrow} b$.

Рассмотрение фрагментов дает лучшее приближение к реальным лингвистическим методам, чем рассмотрение всего мн-ва Θ, т. к. в лингвистике язык всегда изучается по некоторой ограниченной совокупности фраз. Наконец, в модели L_1 исследуются разбиения словаря V. Пусть B — такое разбиение. B-образом слова a (обозначенного как B (a)) наз. класс, в который a попадает при разбиении B. B-образом последовательности $f = a_1 \ldots a_n$ наз. последовательность классов $B(f) = B(a_1) \ldots B(a_n)$.

Обозначим через $B(V)$ мн-во классов разбиения B, через $B(\Theta)$ — мн-во всех таких последовательностей $B(f)$, что для каждой из них $f \in \Theta$. Пару $(B(V), B(\Theta))$ можно рассматривать как язык 1-й степени сложности. Естественным образом определяются понятия B-контекста, B-подчинения и B-семейства. Разбиение на B-семейства наз. производным от разбиения B и обозначается B^*.

2. Язык 2-й степени сложности — пара $L_2 = (L_1, \Gamma)$, где Γ — разбиение словаря на т. н. окрестности, интерпретируемые в синтаксических моделях как мн-ва форм одного слова, слов одного корня или слов, относящихся к одному объекту действительности. В этой модели предложено несколько аналогов части речи, напр.: а) разбиение на типы T — производное от разбиения на окрестности; б) система гипертипов, т. е. ЭГК, определенных в языке $(\Gamma(V), \Gamma(\Theta))$. Удобство второго понятия иллюстрируется следующим примером. Слова «окно», «дом» и «игрушка» принадлежат к одному типу (хотя и к разным семействам), но слово «мнение» относится уже к другому типу, ибо можно сказать «мнение, что он жив», но невозможно «окно, что он жив», «дом, что он жив» или «игрушка, что он жив». Тем не менее слово «окно» всегда можно заменить на слово «мнение» без нарушения грамматической правильности, а отсюда следует, что существует объединяющий их гипертип.

В модели L_2 предложен ряд аналогов грамматической категории рода. Простейший из них имеет следующий вид: слова a и b относятся к одному роду, если для всякого слова $a' \in \Gamma(a)$ найдется слово $b' \in \Gamma(b) \cap S(a')$, и то же верно для любого слова $b' \in \Gamma(b)$. Так, слова «окну» и «дому», входящие в одно семейство (ср. «хорошему окну», «дому») входят в два разных рода, т. к. слова «окно» и «дом» входят в разные семейства. Поскольку категория рода определяется в модели абстрактно, то «роды» определяются не только для существительных, но и для др. частей речи. В классе глаголов в один род объединяются все глаголы с одинаковым управлением, напр., «благодарить», «ругать», «награждать» (к.-н. за что-либо). Но не все грамматические категории могут быть выведены из исходных понятий модели L_2.

3. Язык 3-й степени сложности — пара $L_3 = (L_2, \Sigma)$, где Σ — система $R_1, R_2, \ldots, R_n$ разбиений словаря, называемых категориями. Классы, в которые попадает слово a при разбиениях R_i, наз. его категориальными формами, или признаками, и интерпретируются как синтаксические, семантические или фонологические группировки. Если каждое разбиение состоит из двух классов, система Σ наз. бинарной, или дихотомической.

Так, напр., в фонологической теории Р. Якобсона каждый звук любого языка мира характеризуется системой из 12 признаков, принимающих только два значения (гласность — негласность, согласность — несогласность, звонкость — глухость, высокая тональность — низкая тональность и т. п.). Эту систему можно описать с помощью понятий теории кодов. В данной модели все категории равноправны, но в ряде моделей признаки могут быть иерархизованы так, чтобы одни группировки определялись с помощью других.

Пусть, напр., задана категория, интерпретируемая для существительных как категория грамматического числа. Тогда категория падежа может быть определена следующим образом. Все контексты, допускающие слова из обеих категориальных форм числа, наз. падежеобразующими. Два падежеобразующих контекста по определению эквивалентны, если они допускают одни и те же слова. Падежом тогда наз. класс эквивалентных падежеобразующих контекстов. Эта идея принадлежит А. Н. Колмогорову (правда, он сформулировал ее для всего мн-ва контекстов).

4. Язык 4-й степени сложности — пара $L_4 = (L_3, \rho)$, где ρ — отношение «смыслового

включения» на мн-ве Θ (ρ (f, g) означает, что смысл фразы f включен в смысл фразы g). Если ρ (f, g) и ρ (g, f), то фразы f и g тождественны по смыслу. В рамках модели L_4 предложен ряд аналогов для понятия фонемы — напр., следующий. Говорят, что звуки x и y находятся в отношении коммутации K, если существуют последовательности $fxg \in \Theta$ и $fyg \in \Theta$, имеющие разный смысл. Пусть $p \in \psi(x)$, где $\psi(x)$ — мн-во признаков, соответствующих x. Признак p наз. дифференциальным для x, если существует звук y такой, что: а) xKy; б) $\psi(x)$ и $\psi(y)$ различаются только тем, что в $\psi(y)$ признак p заменен другим признаком. Фонемой, соответствующей x, наз. мн-во признаков, дифференциальных для x.

Часто строятся аналоги фонемы, использующие лишь отношение коммутации. Все эти модели имеют широкое применение в задачах, где нужно оптимизировать систему записи языковой информации, напр., при транскрипции, в рамках L_4 строятся также т. н. трансформационные описания языка (см. *Грамматика трансформационная*). Пусть одно из разбиений словаря V делит его на знаменательные и служебные слова. Говорим, что фраза f трансформационно подчинена фразе y (обозначение fTg), если ρ (f, g) и для любого знаменательного слова a из f найдется слово b из g такое, что $a \in \Gamma(b)$.

Если fTg и gTf, то f и g находятся в отношении трансформируемости. Поскольку у фразы может быть несколько смыслов, отношение трансформируемости нетранзитивно (так же, как и отношение смыслового тождества); напр., фраза «это разоблачило Карла» находится в отношении трансформируемости с фразой «это — разоблачение Карла», а эта фраза находится в отношении трансформируемости с фразой «это разоблачил Карл», в то время как смысл 1-й фразы отличен от смысла 3-й. Поэтому было предложено определить абстрактный смысл фразы f как мн-во фраз, находящихся в отношении трансформируемости с f, а мощность этого мн-ва назвать индексом синонимичности фразы.

Индексом омонимичности фразы f наз. число абстрактных смыслов, соответствующих данной фразе. Было предложено с помощью сходных с этими понятиями описывать различия между научным и поэтическим стилем (С. Маркус). Л. Небеский предложил описать в модели L_4 отношение синтаксического подчинения следующим образом. Назовем фразу f подфразой фразы g, если: а) либо $f = g$, либо f можно получить из g опущением некоторых слов или заменой некоторых слов на служебные слова; б) ρ (f, g). Слово a доминирует над словом b во фразе f, если во всех подфразах фразы f, в которых присутствует b, присутствует и a. Слово a непосредственно доминирует над словом b, иначе, a подчиняет b, если a доминирует над b и не существует слова c, $c \neq a$, $c \neq b$, такого, что a доминирует над c и c доминирует над b.

5. Существует класс конструктивных Я. м. а., в которых мн-во всех правильных последовательностей не является исходным, а получается в результате некоторой совокупности операций. Назовем языком L_I тройку (V, Θ, α), где Θ — конечное мн-во исходных фраз и α — конечное мн-во запрещенных последовательностей. Непустая последовательность A наз. распространителем слова a, если существуют последовательности f и g такие, что $fAg \in \Theta$ и $fag \in \Theta$, и не существует последовательностей f и g таких, что $fAg \in \Theta$ и $fag \in \alpha$ или $fAg \in \alpha$ и $fag \in \Theta$.

Мн-во правильных фраз разрешается расширить за счет фраз, получающихся путем замены в произвольной фразе некоторого слова на его распространитель (возможны модификации этой идеи за счет введения понятия ранга, по содержанию аналогичного рангу в теории конфигураций). Языком L_{II} назовем пару объектов (L_3, O), где O — некоторое мн-во операторов, определенных на словах и последовательностях (в т. ч. и фразах языка). В терминах языка L_{II} может быть описан т. н. «цепочный анализ» (З. Харрис). В системе этого анализа вводятся, напр., такие операторы: l (a) — левый адъюнкт к категории a (напр., прилагательное есть l (существительное)), r (а) — правый адъюнкт к категории a (напр., существительное в родительном падеже есть r (существительное)).

Все фразы из Θ — грамматически правильны. Предложение, получающееся путем применения операторов (и дальнейшей подстановки соответствующих слов) к грамматически правильной фразе, также считается грамматически правильным. Трансформации также обычно описываются не как отношения на всем мн-ве правильных фраз, а как операции, применяемые к фразам из конечного мн-ва Θ, которые наз. ядерными. Так, фраза «дом строится плотником» получается из ядерной фразы «плотник строит дом» операцией, определенной на всех фразах вида: подлежащее + переходной глагол + прямое дополнение и переводящей их в пассивные предложения. Модели такого типа, оставаясь Я. м. а., приближаются к порождающим грамматикам.

С лингвистической точки зрения Я. м. а. подразделяют на парадигматические (модели частей речи, категории рода, падежа, ЭГК, фонемы и т. п.) и синтагматические (теория конфигураций). Теория трансформаций занимает по этому критерию промежуточное положение: отношение трансформируемости может рассматриваться как обобщение отношения принадлежности к одной парадигме, так что «буду писать» и «пишу» можно изучать и как два слова, принадлежащие к одной парадигме, и как две фразы, находящиеся в синтагматическом отношении трансформируемости.

Лит.: Кулагина О. С. Об одном способе определения грамматических понятий на базе теории множеств. «Проблемы кибернетики», 1958, в. 1; Статистичні та структурні лінгвістичні моделі. К., 1966; Зализняк А. А. Русское именное словоизменение. М., 1967 [библиогр. с. 363—364]; Рензин И. И. Метод моделирования и типология славянских языков. М., 1967 [библиогр. с. 277—290].

Гладкий А. В., Мельчук И. А. Элементы математической лингвистики. М., 1969 [библиогр. с с. 188—192]; Гладкий А. В. Формальные грамматики и языки. М., 1973 [библиогр. с. 349—356]; Математическая лингвистика. М., 1964; Маркус С. Теоретико-множественные модели языков. Пер. с англ. М., 1970; Marcus S. Introduction mathématique à la linguistique structurale. Paris, 1967; Harris Z. Mathematical structures of language. New York — London — Sydney — Toronto, 1968.

И. И. Ревзин.

ЯЗЫКА́ МОДЕ́ЛИ МАТЕМАТИ́ЧЕСКИЕ — математические конструкции, используемые для экспликации свойств естественного языка, т. е. для четкой и однозначной формулировки понятий, которые необходимы для описания языка. В качестве первичных, т. е. заданных извне, для каждого Я. м. м. отбираются некоторые основные понятия, отношения и операции, используемые в теоретической лингвистике, и на их основе с помощью математических (теоретико-множественных, алгебраических, логико-математических, топологических, теоретико-вероятностных и статистических) средств определяются и описываются другие понятия и отношения — как уже имеющиеся в теоретической лингвистике (сюда относится, напр., четкая формулировка понятий падежа, рода и части речи), так и возникающие при точном описании языка (напр., понятие проективности).

Основными понятиями всякой Я. м. м. являются понятия исходного словаря, т. е. конечного мн-ва символов, и цепочки, т. е. последовательности символов из данного словаря. Во многих Я. м. м. задаются также разбиения словаря на классы и отношения между соответствующими классами. Принято различать два типа Я. м. м.: *языка модели аналитические*, при построении которых используется *абстракция актуальной бесконечности*, т. е. вся бесконечная совокупность предложений языка рассматривается как исходная данность, и *грамматики формальные*, в которых используется лишь абстракция потенциальной бесконечности, т. е. каждое предложение возникает (порождающие грамматики) или распознается (распознающие грамматики) на определенном шаге специально построенного исчисления или алгоритма. См. также *Лингвистика математическая*.

ЯЗЫКА́ ЭНТРОПИ́Я — одна из основных статистических характеристик речи, ее способность содержать определенное количество информации (в смысле Шеннона). Письменный текст можно рассматривать как последовательность сигналов, каждый из которых принимает в качестве значений буквы (морфемы, слова или фразы) данного языка, т. е. как цепочку статистически связанных между собой опытов со случайными исходами.

Энтропия $H_{(\text{буквы})}$, отвечающая одной букве текста, равна пределу (при $N \to \infty$) энтропии H_N, вычисляемой с учетом статистических связей между буквами, распространяющихся не более чем на N соседних букв. Сначала определяют величины $H^{(N)} = -\Sigma p_i^{(N)} \log p_i^{(N)}$, где $p_i^{(N)}$ — вероятности всевозможных комбинаций по N букв (N-грамм). При $N = 0$ полагают, что $H^{(0)} = 0$. После этого принимают $H_N = H^{(N)} - H^{(N-1)}$. Если за единицу измерения величин энтропий принимают *бит*, то логарифмы во всех формулах являются двоичными.

Аналогично определяют энтропию $H_{(\text{слова})}$, приходящуюся на одно слово текста. При подсчете энтропии (см. *Языка информационные измерения*) учитывают лишь статистические характеристики текста. Поэтому информация, характеризуемая значением энтропии, не связана непосредственно со смысловым содержанием текста, а лишь указывает наименьшее время, необходимое для передачи текста по той или иной линии связи.

Устную речь можно рассматривать и как последовательность определенных лингвистических единиц (слогов, фонем). При этом ее энтропию определяют так же, как и для записанного отрывка текста. Иной подход к определению энтропии устной речи идет от физиол. акустики. При этом речь понимают как определенную последовательность звуковых колебаний воздушной среды. Определяемая на базе такого подхода с учетом данных физиол. акустики энтропия оказывается большей, чем та, которая содержится в записи речи; разность этих энтропий выражает информацию, связанную с интонационными особенностями речи, и по порядку величины совпадает с той, которая содержится в записанном тексте. См. также *Языка избыточность*. *И. М. Яглом.*

ЯЗЫКИ́ ЛО́ГИКО-МАТЕМАТИ́ЧЕСКИЕ — символические языки для формализованного изложения логических и математических теорий. Я. л.-м. задают перечнем формальных символов (он играет роль, сходную с ролью алфавита естественного языка) и определением правильно построенных выражений различных типов (аналогов осмысленных слов и предложений естественного языка), а также снабжают семантикой — истолкованием смысла формальных символов и выражений. Правильно построенные выражения, значениями которых являются объекты, наз. **термами**, а выражения, значениями которых являются суждения, наз. **формулами**. Перечень формальных символов является бесконечным: он может содержать логические символы, символы предикатов и функций (в число последних могут входить индивидуальные символы — символы 0-местных ф-ций), вспомогательные знаки (скобки, запятые и т. д.) и обычно содержит бесконечно много переменных. Все эти символы задают как слова в некотором конечном алфавите. Семантика указывает допустимые значения переменных, истолкование символов предикатов, ф-ций и логических символов. Рассмотрим, напр., язык *арифметики формальной*. Переменные: (a), (aa), (aaa) и т. д. Логические символы: $\supset$ (читается : влечет), & (и), $\vee$ (или), $\neg$ (не), $\forall$ (для всех), $\exists$ (существует). Символы предикатов: $=$ (равняется). Символы ф-ций: $+$ (плюс), $\cdot$ (умножить), $'$ (следующее за), 0

(нуль). Термы: 0 есть терм; каждая переменная есть терм; если s и r — термы, то и $(s) + (r)$, $(s) \cdot (r)$, $(s)'$ — термы. Формулы: если s и r — термы, то $(s) = (r)$ — формула; если A и B — формулы, x — переменная, то $(A) \supset (B)$, $(A) \& (B)$, $(A) \vee (B)$, $\neg(A)$, $\forall x (A)$, $\exists x (A)$ — формулы.

Я. л.-м. делятся на логические и собственно логико-математические (прикладные). Делятся они еще и на языки первого и более высоких порядков; языки первого порядка — на кванторные и бескванторные.

а) Логические языки характеризуются употреблением пропозициональных и предикатных переменных, допустимыми значениями которых являются соответственно высказывания (т. е. утверждения, для которых имеет смысл говорить об истинности или ложности) и *предикаты* (понятия и отношения). Пропозициональные Я. л.-м. (языки *исчисления высказываний*) не содержат обычно *кванторов*, но содержат все или некоторые из связок $\supset$, &, $\vee$, $\neg$, $\leftrightarrow$ (эквивалентность) и т. д., которые при интерпретации соответствуют операциям над высказываниями. При «неполном» комплекте связок остальные иногда вводятся в качестве сокращений (напр., $a \leftrightarrow b$ означает $(a \supset b) \& (b \supset a)$); выбор такого рода сокращений подсказывается семантикой. Модальные языки содержат связки $\Box$ (необходимо), $\Diamond$ (возможно) и др.; *импликация строгая* иногда является самостоятельной связкой, а иногда сокращением ($a \prec b$ означает $\Box (a \supset b)$).

Предикатные Я. л.-м. получаются из соответствующих пропозициональных языков путем добавления предметных переменных, предикатных символов с различным числом свободных мест (пропозициональные переменные рассматриваются как 0-местные предикатные символы) и кванторов $\forall$, $\exists$ (или одного из них; в этом случае второй обычно вводится в качестве сокращения; напр., $\forall x A$ означает $\neg \exists x \neg A$). Иногда добавляют также функциональные символы. Атомарные ф-лы такого языка имеют вид $P(t_1, \ldots, t_k)$, где P — k-местный предикатный символ, $t_1, \ldots, t_k$ — термы. Остальные ф-лы строятся из атомарных с помощью логических связок. Для предикатных языков с несколькими сортами переменных для каждого из функциональных и предикатных символов указывается, к какому сорту принадлежит каждый аргумент и (для функциональных символов) к какому сорту принадлежит результат (т. е. терм, начинающийся с рассматриваемого символа). Часто выделяют язык исчисления предикатов с равенством — результат добавления двухместного предикатного символа $=$ (соответствующая атомарная ф-ла, в отличие от общего случая, имеет вид $r = s$) к соответствующему предикатному языку. В логич. языках 1-го порядка допускаются кванторы лишь по предметным переменным; в языках более высоких порядков имеются кванторы по предикатам (кванторы 2-го порядка), предикатам от предикатов (3 порядок) и т. д. Язык теории типов содержит кванторы всех конечных порядков.

Иногда предикатные языки включают в себя правила построения термов с помощью ε-символа ($\varepsilon_x A(x)$ читается: какой-нибудь x, для которого верно $A(x)$) или, для языков с равенством, с помощью ι-символа ($\iota_x A(x)$ читается: тот единственный x, для которого $A(x)$). Собственно логико-математические (прикладные) языки характеризуются тем, что пропозициональные и предикатные переменные в них отсутствуют вовсе или играют второстепенную роль. Среди этих языков простейшими по логической структуре являются бескванторные языки. Из бескванторных языков наиболее употребительны языки для описания различных классов вычислимых ф-ций. Напр., язык ПРФ (примитивно-рекурсивных ф-ций): предметные переменные (a), (aa), (aaa) и т. д.; функциональные переменные: (f), (ff), (fff) и т. д.; натуральные числа: 0, 0′, 0″ и т. д.; функциональные символы (функторы): ′, Z, (тождественный 0); функциональные переменные (все это — одноместные функторы): $[I, i, n]$, где i, n — натуральные числа, $i \leqslant n$ (n-местная ф-ция, значение которой равно i-му аргументу); если φ — n-местный функтор, $\psi_1, \ldots, \psi_n$ — m-местные функторы, то $[S, \varphi, \psi_1, \ldots, \psi_n]$ — m-местный функтор (результат подстановки $\psi_1, \ldots, \psi_n$ в φ); если φ — n-местный функтор, ψ — $(n+2)$-местный функтор, то и $[R, \varphi, \psi]$ — $(n+1)$-местный функтор [примитивная рекурсия: $[R, \varphi, \psi](0, X) = \varphi(\lambda)$, $[R, \varphi, \psi](y', X) = \psi(y, X, [R, \varphi, \psi](y, \lambda))$].

Термы: «0», предметные переменные и выражения вида s', $\varphi(s_1, \ldots, s_n)$, где $s, s_1, \ldots, s_n$ — термы, φ — n-местный функтор. Формулы: $r = s$, где r, s — термы. Допустимые значения предметных переменных языка ПРФ — натуральные числа, допустимые значения функциональных переменных — примитивно-рекурсивные ф-ции (иногда — более широкие классы вычислимых ф-ций). Аналогично задают языки для описания других классов всюду определенных вычислимых ф-ций.

При описании частичных ф-ций, кроме предиката, равенства, появляются предикат $\uparrow$ или ! (читается: определено); $r = s$ интерпретируется в этом случае так: $! r \leftrightarrow ! s$ и из $! r$ следует, что значение r равно значению s. Добавляются также средства для изображения ф-ции, универсальной для рассматриваемого класса: либо символ для этой ф-ции, либо правило: если t — терм, то $\langle t \rangle$ — функтор (номер его в некоторой заранее фиксированной нумерации рассматриваемого класса равен значению t).

Употребляются также языки для описания вычислимых функционалов различных типов: «0» есть тип (объекты типа «0» — натуральные числа); если σ и τ — типы, то $(\sigma \to \tau)$ есть тип (операций, перерабатывающих объекты типа σ и объекты типа τ). Это — конечные типы; рассматриваются также трансфинитные типы.

Для каждого типа указывается правило построения последовательности переменных этого типа, а также константы этого типа, в число которых входит обычно символ операции, все значения которой равны 0, а также объект типа $(0 \to 0)$; в число констант типа $(\sigma \to ((0 \to (\sigma \to \sigma)) \to (0 \to \sigma)))$ часто включают оператор примитивной рекурсии. Термы типа σ — это переменные и константы типа σ, выражения вида $r(s)$, где r — терм типа $(\tau \to \sigma)$, s — терм типа τ (выражение $r(s)$ интерпретируется как результат применения операции r к аргументу s), а также (если в рассматриваемом языке имеется оператор абстракции λ) выражение $\lambda x r$, которое интерпретируется как обозначение ф-ции, перерабатывающей каждое x в $r(x)$, где r — типа β, x — типа α и $\sigma = (\alpha \to \beta)$.

Прикладные Я. л.-м., содержащие кванторы, служат для описания наиболее часто встречающихся матем. структур. Среди языков 1-го порядка — это языки формальной арифметики и аксиоматической *множеств теории*; среди языков высших порядков — язык анализа с переменными типа 2 (для множеств рациональных чисел), языки 2-го порядка с одноместными предикатными переменными, язык теории типов.

Важная характеристика Я. л.-м. — выразительная способность. Иногда удается ввести выразительные средства, не фигурирующие в языке явно. Так, в бескванторных прикладных языках можно ввести логические связки (напр., $x = y \,\&\, u = v$ означает $|x - y| + |u - v| = 0$) и ограниченные кванторы $(\forall x_{\leqslant a}(f(x) = g(x))$ означает $\sum_{x=0}^{a} |f(x) - g(x)| = 0)$. Принципиальные ограничения выразительной способности языка дает теорема Тарского: при естественной нумерации ф-л языка, содержащего некоторый минимум арифметики, невозможно указать ф-лу $T(x)$ этого языка, такую, что $T(n)$ истинно тогда и только тогда, когда n — номер истинной ф-лы.

Лит.: Новиков П. С. Элементы математической логики. М., 1973; Клини С. К. Математическая логика. Пер. с англ. М., 1973 [библиогр. с. 451—465]; Чёрч А. Введение в математическую логику. Пер. с англ., т. 1. М., 1960; Карри Х. Б. Основания математической логики. Пер. с англ. М., 1969 [библиогр. с. 518—547]. *Г. Е. Минц.*

ЯЗЫКИ МАШИННЫЕ — класс *языков программирования*, задаваемых системами команд ЦВМ и являющихся языками, непосредственно реализуемыми (интерпретируемыми) этими машинами. Я. м. — алгоритмически полные. Этим определяется универсальность ЦВМ — возможность реализации на них произвольных *алгоритмов*, для которых память данной машины оказывается достаточной. В отличие от других языков программирования, в Я. м. *команды* представляются некоторыми цифровыми *кодами* (в большинстве ЦВМ — двоичными), что придает этим языкам большую гибкость, в частности, возможность описания алгоритмов, перерабатывающих самих себя в процессе их реализации, и др.

По лингвистической природе Я. м. являются языками фразовой структуры: их команды (слова языка) состоят из символов (цифр), обозначающих ссылки на операцию, подлежащую выполнению, и на данные, над которыми она должна быть выполнена (или на устройство, которое надо подключить для работы), или на команду, которая должна быть выполнена после данной.

Описание процессов обработки данных в Я. м. сопряжено со значительными трудностями. Причиной этих трудностей является недостаточная наглядность этих языков, громоздкость и наличие специфических особенностей, налагаемых на язык конкретной тех. реализацией ЦВМ. Я. м. находят применение (как правило, с помощью символического кодирования), напр., при разработке *математического обеспечения ЦВМ внутреннего*. Особым классом Я. м. являются языки машин с высоким уровнем интерпретации (напр., *языки машины «МИР»*), являющиеся проблемно-ориентированными символическими языками высокого уровня. См. также *Команд система*, *Язык ЦВМ внутренний*. *Е. Л. Ющенко.*

ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ — формальные языки связи человека с цифровой вычислительной машиной, предназначенные для описания данных (информации) и алгоритмов (программ) их обработки на вычислительной машине. Я. п. задается своим синтаксисом и семантикой — множеством правил, определяющих, какой вид фраз можно использовать для задания *программ* и каково их операционное значение.

Одно из наиболее важных понятий в Я. п. составляет понятие соответствия имени (названия, адреса, идентификатора) и значения (объекта, содержимого адреса) — аналогично понятию переменной и значения в алгебре; использование имен предоставляет средства для записи операторов не только над объектами, задаваемыми своим явным представлением, но и посредством имен и позволяет придавать программам сколь угодно общую форму.

Каждый Я. п. посредством своего синтаксиса и семантики определяет некоторый присущий ему *процессор* (преобразователь), реальный или мыслимый, которым этот язык, в свою очередь, определяется однозначно. Таким образом, программа на данном Я. п. определяет порядок и вид действий, которые должен выполнить соответствующий данному языку процессор при ее реализации.

Теоретическую основу Я. п. составляют *алгоритмические языки*. Допустимые наборы операторов в Я. п. значительно превышают минимальные наборы, необходимые для их алгоритмической универсальности, что обусловлено практической ориентацией этих языков. Осн. требования, предъявляемые к Я. п., — обеспечение обозримости, определенного удобства в их использовании и эффективной реализации их процессоров.

Возникновение и развитие Я. п. неразрывно связано с развитием ЦВМ и с расширением сферы их применения. Я. п. являются, напр.,

внутренние *языки машинные* (т. е. языки непосредственной интерпретации ЦВМ, задаваемые *команд системами* этих ЦВМ), которые явились первыми Я. п. В дальнейшем был предложен ряд Я. п., в большей или меньшей степени укрупненных и алгебраизированных.

Существующие в настоящее время Я. п. подразделяют на три больших класса: машинно-ориентированные, процедурно-ориентированные и проблемно-ориентированные. К машинно-ориентированным Я. п. относятся языки, в которых, с одной стороны, явно выражена связь с конкретной ЦВМ (структура команд, памяти, внешних устройств и т. д.), а с другой — в язык введены элементы, упрощающие и автоматизирующие процесс программирования (символьное обозначение команд и ячеек памяти, широкое использование привычных для человека обозначений и т. д.). Машинно-ориентированные Я. п. позволяют писать программы, не уступающие по эффективности программам, написанным непосредственно в кодах машины, но в значительной степени облегчают работу по их отладке. Как правило, машинно-ориентированные Я. п. предназначены для системных программистов, работающих на обслуживании ЦВМ и построении матем. обеспечения для них. В зависимости от степени связи человека с ЦВМ, машинно-ориентированные Я. п. делятся на машинные Я. п., *автокоды* (или языки символьного кодирования, или ассемблерные языки) и машинно-независимые Я. п.

Отличительной особенностью маш. языков является цифровое кодирование команд (в некоторой *системе счисления*) и, следовательно, отсутствие различия между внутр. представлением операторов *(команд)*, с помощью которых в этих языках описываются программы, и формой представления *данных*. Последнее является залогом возможности реализации на ЦВМ таких программ, которые в результате работы составляют другие программы (*трансляторы, генераторы программ* и др.) или преобразуют в процессе выполнения самих себя. Я. п. более высоких уровней этой особенностью маш. языков не обладают и только в новейших языках появляются некоторые ограниченные возможности воздействия на программы в процессе их реализации (напр., в языке *АЛГОЛ-68*).

Уже реализация простейших алгоритмов на первых ЦВМ (циклических и разветвляющихся процессов и *подпрограмм*) приводила к необходимости преобразования команд в процессе их выполнения (к т. н. *команд модификации*). Анализ программ позволил предъявить к структурам ЦВМ определенные требования с целью упрощения выполнения программ за счет совершенствования *языков ЦВМ внутренних*. Так, наличие в системе команд ЦВМ операций по адресам 2-го ранга (косвенной адресации) позволяет реализовать любую программу без модификации ее записи при выполнении (следовательно, дает возможность размещать программы в односторонней памяти), сделать так, чтобы запись любой программы не зависела от ее места в *памяти ЦВМ*, от размеров обрабатываемых *массивов*, места размещения данных и др.

Поэтому уже с конца 60-х гг. во внутр. языки включаются те или иные эквиваленты косвенной адресации (индекс-регистры и указатели, адреса высших рангов). Названные особенности машинных языков вошли в Я. п. более высоких уровней. Вместе с тем уже машинным языкам присущи наиболее характерные черты всех Я. п. фразовой структуры: команды языка состоят из символов, обозначающих ссылки на подлежащую выполнению операцию и на данные, над которыми она должна быть выполнена, или на команду, которая должна быть выполнена после данной, или на устр-во, которое должно быть подключено для работы.

Описание процессов *автоматической обработки данных* внутр. языками ЦВМ сопряжено со значительными трудностями, вызванными малой наглядностью этих языков и наличием специфических особенностей, налагаемых конкретной тех. реализацией. Исключение составляют внутр. языки машин с высоким уровнем интерпретации, т. е. машин, внутр. языки которых являются *языками процедурно-ориентированными* (напр., языки машин «МИР-1», «МИР-2»). Однако машинные языки находят применение (как правило, посредством символьного кодирования) при подготовке системного программного обеспечения ЦВМ. Задача формального описания машинных языков связана с проблемой точного описания находящихся в развитии возможностей реальных машин (устройств ввода — вывода, *систем прерывания ЦВМ*, работы в реальном масштабе времени и др.) и до настоящего времени не может считаться решенной.

Автокоды (или языки один к одному; 1 : 1) предназначены для замены двоичных кодов операций и адресов команд их символьными обозначениями, а в более развитых языках (макроязыках или автокодах 1 : *n*) — для расширения набора элементарных операций ЦВМ некоторыми макрокомандами, реализующими выполнение определенных подпрограмм. Использование последних явилось первым реальным шагом на пути *автоматизации программирования* и послужило основой для создания расширяющихся Я. п. В языках этого уровня запись арифметических и др. выражений либо расщепляется на цепочку более элементарных записей, либо представляется в спец. языках, более близких к естественным (различные варианты *записи бесскобочной* выражений и др.).

Языки символьного кодирования нашли применение уже в машинах 1-го поколения, что позволило упростить процесс программирования за счет автоматизации *памяти распределения*, учета ее ступеней и др. Применение универсальных средств описания процессов обработки данных, предоставляемых Я. п. более высоких уровней, может приводить к менее эффективному использованию оборудования и к потере скорости выполнения программ. Языки символьного кодирования

являются базовыми в *операционных системах* и используются в качестве языков сборки, поэтому их также наз. ассемблерными языками, или языками сборки (см. *Ассемблер*). Поскольку эти языки, как правило, охватывают все возможности машинных языков, они находят применение в машинах последующих поколений при создании системного программного обеспечения — программ, от которых требуется наиболее высокая эффективность.

По своему уровню к ассемблерным языкам приближаются универсальные машинно-ориентированные языки, используемые в качестве *языков промежуточных* в системах автомат. программирования. Эти языки учитывают особенности внутр. языков некоторого класса машин, для которых они играют роль *языка-посредника*. Таким языком является, напр., язык *АЛМО*, ориентированный на класс машин с фиксированной структурой памяти.

Процедурно-ориентированные языки представляют собой следующий, более высокий уровень Я. п., предназначаемых для различных сфер применения ЦВМ и учитывающих специфику этих применений.

Во всяком Я. п. можно выделить две самостоятельные части. Первая из них предназначается для описания объектов перерабатываемой информации (исходных, промежуточных, окончательных результатов), а вторая — набор средств для описания процессов переработки этих данных. В зависимости от ориентации языка указанные части могут быть более или менее развиты. Так, в языках, ориентированных на решение научно-тех. задач вычисл. характера, первая часть языка, как правило, незначительна и состоит из описания типов числовых данных (целые, вещественные, булевые), иногда дополняемого описанием некоторых других величин (векторных, строчных и др.), а вторая — довольно сильно развита за счет суперпозиций произвольной глубины над базисными операциями, являющимися в основном обычными арифм. операциями и отношениями, а также элементарными ф-циями матем. анализа.

Другие языки, напр., ориентированные на обработку эконом. данных, характеризуются более развитым аппаратом, предназначенным для описания перерабатываемой информации, которая, как правило, представляет собой совокупность объектов сложной структуры. Под сложностью структуры данных подразумевается их представление в виде «дерева», к-во ярусов которого может практически достигать нескольких десятков и каждый из ярусов может иметь большое к-во вершин. При этом каждая из вершин дерева представляет собой объект, наделенный некоторым многообразием свойств. Таковы, напр., размер (к-во символов или знаков, составляющих его), разновидность представления данного в машинном коде (двоичное, двоично-десятичное, плавающее или фиксированное и др.).

Выбор средств, предназначенных для описания процессов переработки данных-операторов, в значительной мере определяется ориентацией языка на класс задач и формой задания данных. Специфика задач и обусловила необходимость создания процедурно-ориентированных языков. Отличительной особенностью таких языков является выделение класса объектов, подлежащих обработке, и фиксация наглядных форм их представления, использование сложных выражений (арифметических, булевых, текстовых и др.), а также операторов, обеспечивающих удобство записи программ (функций, циклических вычислений, процедур и др.).

Из наиболее ранних зарубежных Я. п., ориентированных на класс вычисл. и науч. задач, наибольшее распространение получил язык *ФОРТРАН*, первоначально предназначавшийся для системы машин «IBM-704». В дальнейшем было предложено несколько вариантов этого языка и их обобщений. Из отечественных Я. п. к наиболее ранним языкам этого уровня относится язык прорабов и адресный язык. Отличительной чертой этих языков является богатство изобразительных средств и выделение из множества особенностей реализации алгоритмов на конкретных ЦВМ лишь наиболее существенных, таких, как понятие адресного соответствия (отношение адреса или *идентификатора* к его содержимому), косвенного адреса (адреса, содержимым которого является некоторый *адрес*), индексации и др.

По мере расширения области применения ЦВМ возникла необходимость существенно расширить этот аппарат в направлении развития средств для обработки объектов сложной структуры и в создании соответствующих Я. п. К этим средствам относится аппарат, допускающий эффективное обращение к произвольной вершине дерева данных; работу с большими массивами информации; взаимные перемещения вершин дерева данных, имеющих различные форматы; возможность изменения структуры дерева; построение новых деревьев, вершины которых удовлетворяют некоторым отношениям, в частности, переупорядочения строк в массивах по признаку возрастания или убывания (т. н. задачи сортировки), построение новых массивов, определенные элементы которых удовлетворяют заданным свойствам; обработка *списков*, графической информации и др.

Использование процедурно-ориентированных языков явилось мощным толчком к разработке и созданию систем автомат. программирования как транслирующего, так и интерпретирующего типов. За короткий срок было предложено огромное число языков различной ориентации. Разработка и реализация процедурно-ориентированных языков связана с развитием 2-го и последующих поколений ЦВМ. Особое место среди этих языков занимают языки ФОРТРАН, *АЛГОЛ-60* и *КОБОЛ*. Значение первого из них определяется его широким распространением, реализацией на всех более или менее распространенных ЦВМ, а также наличием огромных библиотек, насчи-

тывающих сотни и тысячи программ, описанных на этом языке.

Обилие Я. п., в частности ориентированных на класс вычисл. задач, имело и свои отрицательные стороны, т. к. приводило к разобщению усилий, направленных на создание соответствующих систем автомат. программирования. В связи с этим рядом зарубежных ученых был предложен язык АЛГОЛ-60, привлекший к себе всеобщее внимание в силу ряда новых идей и понятий, положенных в его основу. Наиболее плодотворными из них явились понятия блочной структуры и связанные с ним понятия области действия обозначений и динамического распределения памяти, а также развитый аппарат вызова процедур, в т. ч. *процедур рекурсивных*. Наличие блочной структуры в языке позволило поставить вопрос о создании систем, в которых память под массивы с переменными границами выделяется динамически при каждом входе в блок, в котором описан данный массив. Значительное число новых проблем возникло в связи с понятием рекурсивного использования процедур. АЛГОЛ был запроектирован не только как эффективный Я. п., но и как средство для публикации алгоритмов.

Существенное влияние на развитие общих идей в программировании оказал способ формального описания синтаксиса языка АЛГОЛ-60 с помощью контекстно-свободных языков, задаваемых *Бэкуса нормальной формой*. Применение этих форм (а в дальнейшем— и их различных модификаций), наряду с рассмотрением методов реализации новых средств языка, связанных в частности, с реализацией рекурсивных процедур, позволило теоретически осмыслить новые понятия и установить связь между Я. п. и *абстрактной теорией автоматов*. В частности, удалось выяснить роль *автоматов магазинных* в проблеме анализа Я. п., занимающей центр. место в реализации языков.

Стройность и общность АЛГОЛа послужили толчком к созданию систем программирования как из его подмножеств, так и из его расширений. Разработка первых была вызвана сложностью реализации этого языка на машинах 2-го поколения и стремлением к получению таких реализаций в более сжатые сроки. Наиболее известными подмножествами АЛГОЛ-60 являются САБСЕТ-АЛГОЛ и АЛГАМС. Разработкой расширений языка стремились достичь еще больших удобств при описании вычисл. задач (прежде всего за счет включения аппарата обработки векторно-матричных величин и комплексных чисел, напр., в *АЛЬФА-ЯЗЫКЕ*) и его применений для решения др. классов задач. Действительно, АЛГОЛ-60 в силу своей недостаточной машинной ориентации, в частности, недостаточной разработанности средств ввода — вывода, практически неприемлем для решения задач, связанных с обработкой списков и эконом. данных, в которых осуществляется обработка больших массивов (файлов).

Среди языков, выражающих осн. понятия проблемы обработки эконом. информации, наиболее видное место занимает КОБОЛ. Обширный аппарат этого языка направлен на эффективное использование характерных особенностей современных ЦВМ. КОБОЛ допускает эффективное описание алгоритмов, оперирующих с данными сложной иерархической структуры. Осн. понятием в КОБОЛе является понятие записи как единицы информации, состоящей в общем случае из структуры данных, включающей числовые (номер, цена, к-во и т. д.) и нечисловые данные (фамилия, название объекта, шифр и т. п.), и массива (файла) записей — упорядоченного их ряда. Записью может быть строка ведомости, наряд на отгрузку и др. Над этими данными могут выполняться сравнительно простые операции, такие, как поиск (адресный и ассоциативный — по совокупности определенных признаков), засылка, сортировка, редактирование и др.

Однотипные записи объединяются в массивы, размещаемые на магнитных лентах, и извлекаются из них на входное поле оперативной памяти для обработки. Промежуточные данные размещаются в поле рабочей памяти, а результаты — в виде записей на выходном поле, откуда выводятся во внешнюю память для последующей обработки или в виде готовых документов для печатания. Чтобы ускорить процесс обработки, короткие записи можно объединять в блоки и процесс обработки осуществлять поблочно. Принятая в КОБОЛе форма описания данных, отражающая природу объектов и их взаимосвязей, и наличие средств общения с операционной системой при обработке массивов позволили этому языку занять базисное положение среди многих языков и послужили причиной его широкого распространения и включения содержащегося в нем аппарата в др. языки (напр., *ПЛ-1*). Отличительной чертой КОБОЛа является наличие в нем средств для описания окружающей среды — оборудования, зависящего от конкретной конфигурации машины.

Одной из важных сфер применения ЦВМ является использование их для манипуляций над информацией, представленной с помощью символов (выполнение *операций над числами* — частный случай операций над их символьными представлениями). Таковыми являются аналитические преобразования формул, дифференцирование, интегрирование выражений, обработка лингвистических текстов и др. В связи с решением задач обработки символьной информации был предложен ряд языков, называемых языками оперирования над символами и строками, среди которых выделяются языки для аналитических выкладок и для обработки строк и списков. Примерами первых из них являются языки *FORMAC*, ФОРМУЛА-АЛГОЛ, *АНАЛИТИК* и *«СИРИУС»*. FORMAC — расширение ФОРТРАНА, допускающее новый вид переменных, значениями которых являются алгебр. выражения, в свою очередь, относящиеся к выражениям, допустимым в языке ФОРТРАН. Последние можно соединять для образования новых выраже-

ний; предусмотрены операции их сокращения, сравнения, дифференцирования и др.

Язык ФОРМУЛА-АЛГОЛ является расширением АЛГОЛа-60 средствами языка *нормальных алгорифмов* Маркова.

Реализованный непосредственно в машине «МИР-2» язык АНАЛИТИК и близкий к нему язык «СИРИУС» отличаются от языка FORMAC большей универсальностью средств и богатством изобразительных возможностей. Эти языки, в отличие от языков типа АЛГОЛ, позволяют описывать и решать задачи методами, сочетающими возможности численного и аналитического решения задач, требующих зачастую применения эвристических приемов, напр., при отсутствии алгоритмов, решающих задачу в общем случае. В целом упомянутые языки обладают рядом существенных особенностей (напр., ориентация на преобразования в произвольных алгебрах, самоприменимость — возможность рассмотрения выполняемой программы в качестве объекта обработки, реализованные в АНАЛИТИКе) и имеют большое значение для алгоритмизации сложных мыслительных процессов. Поэтому естественной является тенденция развития указанных языков в направлении их применимости в *диалога режиме*, когда речь идет не о предварительном программировании, а лишь о выработке программы (которую пользователь и не может составить заранее) в процессе решения задачи.

Языки, используемые в таких двунаправленных линиях связи «человек — машина» и «машина — машина», в которых происходит обмен сообщениями в реальном масштабе времени, приобретают все большее значение для отладки программ, отработки алгоритмов, обучения (в частности, обучения Я. п. пользователей ЦВМ) и др. Они получили название языков разговорного программирования, или диалога. В *процессорах*, реализующих языки такого рода, особое значение приобретают вопросы упрощения записи *операций над массивами* с целью экономии времени ввода — вывода и др.

Языками, предназначенными для обработки строк, являются, напр., языки *КОМИТ* и *СНОБОЛ*. От др. языков этого класса они отличаются значительной общностью. В основу этих языков положено понятие алгоритмов Маркова. Программа в них представляется в виде упорядоченного конечного мн-ва правил преобразования — подстановок. Языки для обработки строк удобны для анализа лингвистических текстов и используются для алгебр. выкладок. Наиболее распространенными среди языков для обработки списков являются языки *IPL-V*, *ЛИСП*, ЛИСП-2. Первый из них предназначен для использования в области исследований по искусственному интеллекту, в частности для автоматизации доказательств теорем. Отличительной особенностью языка ЛИСП является использование цепной адресации — каждый член списка содержит информацию о самом себе в виде непосредственного значения или адреса и адрес следующего члена списка. Язык удобен для обработки информации, содержание и объем которой заранее не определены, и для реализации рекурсивных процедур. ЛИСП-2 является расширением осн. языка ЛИСП средствами АЛГОЛа-60.

В отдельный класс Я. п. следует выделить языки, предназначенные для обслуживания *информационно-справочных систем*, в которых выделяются средства для описания запросов к системе, с одной стороны, и алгоритмов формирования на них ответов — с другой. Языком запросов является, напр., язык Easy English.

Особый класс процедурно-ориентированных языков представляют собой языки моделирования, подразделяемые на языки моделирования дискретных и непрерывных систем. Языки этого класса представляют собой, прежде всего, матем. аппарат для формального определения динамических систем, для которых характерна временна́я зависимость переменной состояния от внеш. воздействий и внутр. состояния, определяемого законом динамики системы. Различие в моделировании дискретных и непрерывных процессов определяется дискретным и непрерывным временем их протекания. Дискретное моделирование характеризуется серией мгновенных актов и состояниями ожидания, которым соответствует, напр., время ожидания очереди, время посадки пассажиров и др.; длительность последних может быть или заведомо определена, или получена как значение некоторой случайной величины, подчиненной заданному закону распределения.

Помимо понятия «время ожидания» все языки дискретного моделирования характеризуются наличием списка будущих событий, формируемого в ходе эволюции системы. Последняя рассматривается как одна из многих конкурирующих систем, число которых может измениться во времени (напр., число претендентов на обслуживание). Отдельные процессы в ходе эволюции системы могут активироваться и деактивироваться, приостанавливаться и завершаться и т. д. При этом для всех элементов, находящихся в данное время в системе, данные рассматриваются как существующие параллельно. В случае, когда возникают конфликтные ситуации (попытка одновременного входа в одну и ту же очередь, несовместимые требования двух разных процессов к одному и тому же объекту), используется определенный аппарат очередей (с учетом *приоритетов*) или выдается сообщение, по которому программист должен принять сам определенное решение.

Языки моделирования представляют собой в целом обширный класс языков, отличающихся, в частности, способами определения условий изменения состояния системы. Так, язык GPSS основан на понятии прохождения дел через блок-схему с топологической структурой, подобной структуре моделируемой системы, а язык CSL — на понятии деятельностей, которые в определенные моменты времени просматриваются циклически до тех пор,

пока не появится операция, которая может быть выполнена за данное время. В этом случае системное время продвигается ко времени следующего будущего события, назначенного для некоторого элемента. Язык моделирования SOL по структуре близок к обычным Я. п. и использует понятие дела (язык GPSS) и процесса (язык CSL). Язык моделирования *СИМСКРИПТ*, основанный на ФОРТРАНе, допускает логические манипуляции с упорядоченными совокупностями данных и использует сложные списковые структуры, определяемые программистом. Наиболее общим и эффективным языком моделирования является язык *СИМУЛА*, являющийся расширением АЛГОЛа-60.

Языком для моделирования непрерывных процессов является, напр., язык DIANA, предназначенный для моделирования мех. систем. Языки этого класса предоставляют средства для спецификации результатов. Другим языком этого класса является язык MIDAS, основанный на ФОРТРАНе и блок-схемном методе описания и использующий автомат. сортировку процедур, предназначенных для выполнения вычислений на функциональных блоках. Более поздняя система MIMIC, базирующаяся на ФОРТРАНе, допускает описания динамических систем в терминах алгебр. и дифф. уравнений.

Уравнения, описанные в ФОРТРАНо-подобной форме, расширенной операторами дифференцирования и интегрирования, MIMIC-программа превращает в MIDAS-подобную программу. Особый интерес среди языков этого класса представляет язык DSL/90, программы в котором можно использовать в качестве подпрограмм ФОРТРАН-программы, тем самым поставляя средства для моделирования сложных гибридных систем. Ряд языков предназначается непосредственно для гибридных машин, в частности язык SLASH, являющийся расширением языка MIDAS на базе АЛГОЛа.

Особый класс составляют языки, предназначенные для описания спец. проблем и называемые непроцедурными, или проблемно-ориентированными. Программа работы на таком языке содержит, помимо описания условия задачи, указание решить задачу данного класса. Языком такого рода является, напр., язык STRESS, предназначенный для описания задач конструирования. Программа на языке STRESS содержит ряд общих характеристик системы (размерности, число вершин и др.) и данные, а также указание: решить задачу и представить определенные данные в виде некоторой табл.

Для использования таких языков разрабатывают или универсальный для данного класса задач алгоритм, интерпретирующий исходные данные, или алгоритм анализа исходных данных и определения частной задачи, для которой генерируется соответствующая разрешающая процедура. Последняя может порождаться в машинном или машинно-ориентированном языке или же в одном из Я. п. более высокого уровня. Т. о., при использовании языков данного класса предполагается, что процессору известно, как надо решать любую конкретную задачу, описываемую в этом языке. Хотя разработка и совершенствование методов решения задач представляет собой неограниченный процесс, а в иных случаях логически невозможно построить единую разрешающую процедуру для решения данного класса задач (см. *Неразрешимые алгоритмические проблемы*), развитие таких языков имеет весьма важное практическое значение в силу чрезвычайной простоты их использования.

На развитие Я. п. оказывают существенное влияние, с одной стороны, исследования по теории *языков формальных*, а с другой — расширение средств общения человека с ЦВМ (создание *экранных пультов*, ввод информации с голоса и звуковой вывод и др.), совершенствование средств, предназначаемых для повышения эффективности вычисл. процесса (мультипрограммный режим работы, разделение времени, механизм прерываний и др. средства для реализации операционных систем).

Несмотря на значительное к-во реализованных языков, разработка процедурно-ориентированных Я. п. продолжается и в настоящее время. Среди др. языков следует назвать Я. п., ориентированные на *автоматизацию проектирования ЦВМ*, конструкций судов, зданий и др. объектов, а также на программное управление станками (см. *Языки управления технологическими процессами*). Существенное значение при этом приобретает разработка средств манипулирования с рисунками и пространственными объектами.

Применение процедурно-ориентированных языков явилось существенным шагом в развитии программирования, т. к. оно решает задачу совместимости программ для различных машин, т. е. позволяет ставить одну и ту же программу, описанную на некотором языке (иногда с небольшими изменениями), на различных машинах; облегчает *взаимодействие человека с вычислительной машиной*, упрощая процесс написания и отладки программ (см. *Отладочные программы*), обучение программированию; оно ведет к стандартизации в области приложений посредством высокой степени стандартизации в самом языке, создает базу для строгой документации программ.

Применение Я. п. для описания процессов обработки данных дает возможность разрабатывать методы эквивалентных преобразований алгоритмов с целью удовлетворения некоторому критерию оптимальности (по скорости реализации алгоритма, по минимизации используемой памяти и др.), а также выработать определенные требования к разработке *алгоритмических структур ЦВМ* для более удобного их использования.

Расширение сфер использования ЦВМ привело к необходимости решать задачи, компактное описание которых выходит за рамки одного процедурно-ориентированного языка. Так, в процессе обработки эконом. информации появилась необходимость выполнять сложные

вычисления (связанные с *операций исследованием, программированием линейным*, статистическими предсказаниями), а для проведения научно-инженерных расчетов был необходим язык, удобный для представления различных сообщений, сортировки, редактирования данных и пр. Попытки использовать процедурно-ориентированные языки для решения задач, выходящих за пределы их ориентации, привели к практически непреодолимым трудностям.

Т. о., специализация языков при необходимости решения больших задач стала препятствием на пути их универсализации. Возникла необходимость создания единой базы, пригодной и удобной для описания процессов обработки данных при решении любого, имеющего практическое значение, класса задач и обеспечивающей унификацию стиля языков. Перед языками такого уровня (их можно назвать языками машин 3-го поколения) была поставлена цель: наряду с представлением средств для описания процессов обработки данных, присущих предшествовавшим процедурно-ориентированным языкам высокого уровня, сохранить доступ ко всем имеющимся средствам ЦВМ и возможностям их операционных систем — работы в реальном масштабе времени, описания нескольких одновременно выполняемых заданий, мультипрограммирования, прерывания, разделения времени, работы со световым карандашом и др. устройствами ввода — вывода и т. д. Тенденция расширения сферы применения ЦВМ, с одной стороны, и возможностей этих машин — с другой, поставила задачу создания систем язык — процессор, которые содержали бы аппарат для собственного развития.

Во время дефицита машинного времени к Я. п. предъявлялось, как одно из основных, требование возможности построения таких трансляторов с них, которые могли бы составлять эффективные рабочие программы, сравнимые с программами, составляемыми искусными программистами. В настоящее время критерием эффективности использования ЭВМ становится время, затрачиваемое на решение задачи от ее постановки до получения результатов в надлежащей форме.

В связи с этим перед Я. п. выдвигается новая цель — упростить программирование, быть может, даже за счет известной потери эффективности использования ЦВМ. Задача оптимизации тем самым отделяется от задачи составления работающей программы. Средства оптимизации в языке — это та его часть, знание которой не обязательно для рядового пользователя. Вместе с тем часть ф-ций по оптимизации рабочих программ может взять на себя некоторый блок транслятора или спец. трансляторы, подключаемые к работе по мере необходимости. Языками, отвечающими указанным требованиям, явились языки общего назначения ПЛ-1, СИМУЛА-67 и АЛГОЛ-68.

СИМУЛА-67 представляет собой мощное расширение языка АЛГОЛ-60. Одним из осн. понятий в этом языке является понятие класса, позволяющее определять в языке классы подобных элементов, обладающих произвольным видом статических и динамических определений и механизмов связи. Последний является мощным средством вызова необходимого контекста или окружающей среды вне данного блока. Возможности развития аппарата описания этого языка ставят этот язык в ряд наиболее перспективных.

Язык ПЛ-1 по замыслу предназначается для широкого применения — для науч. и коммерческих целей, для описания процессов, выполняемых в реальном масштабе времени и для использования системными программистами. Существенной особенностью языка является его модульность, позволяющая выделять из языка упрощенные подмножества — языки для спец. целей, предназначаемые для использования неспециалистами и начинающими программистами. Язык характеризуется большим разнообразием типов данных (числа с фиксированной и плавающей запятой, в десятичном и двоичном представлении, с произвольной точностью, вещественные и комплексные; строки, массивы и структуры любой сложности, объединяемые в списки) и операторов, компонентами которых могут быть массивы, структуры и списки, высокой степенью доступа к реальной машине и ее операционной системе, свободой выражений, возможностью распараллеливания операций и синхронизации ветвей, блочной структурой программ. В языке предусмотрены средства отладки программ (т. н. операторы периода компиляции); последовательно проводится идея передачи информации «по умолчанию», когда при отсутствии соответствующих указаний операторам или данным приписываются наиболее употребительные варианты их использования. Данные и переменные обладают определенными свойствами, которые могут быть описаны составителем программы или автоматически предписаны им «по умолчанию». Блочная структура, принятая в ПЛ-1, более развита, чем в АЛГОЛе-60, и позволяет управлять механизмом динамического распределения памяти. Язык включает аппарат рекурсивного использования процедур и обширный аппарат ввода — вывода, а также ряд средств для управления работой транслятора с целью создания им эффективных рабочих программ.

Язык АЛГОЛ-68, разработанный фактически на новой основе, вобрал в себя весь опыт предшествующих Я. п. и является языком более мощным по сравнению с языком АЛГОЛ-60. АЛГОЛ-68 допускает разнообразие видов данных (числовые данные, вещественные, целые, данные произвольной точности, байтовые, битовые данные, массивы данных и рекурсивно определяемые структуры самой широкой общности). Понятие переменной определяется парой имя (название) — значение, причем имя (название) может быть, в свою очередь, значением. Тем самым в языке определяется возможность использования адресов высших рангов (см. *Адресный язык*). В языке широко развит аппарат описаний, позволяю-

щий посредством соответствующего контекста определять новые виды и новые операторы, вводить новые символы или предписывать введенным символам новые операционные значения. Понятие процедуры в АЛГОЛе-68 обобщено в понятие программы, которое само по себе является значением; для значений определен некоторый аппарат оптимизации в процессе выполнения программы. Язык содержит средства для описания ввода—вывода, обеспечения удобного использования каналов и массивов и средства для описания параллельного выполнения операций.

Т. о., языки-оболочки (языки общего назначения) включили в себя ряд средств, развитых и оправдавших себя в предшествовавших им языках (в частности, аппарат для вычисления имен, принцип блочной структуры программ; аппарат процедур и возможности динамического распределения памяти). Новым в этих языках является наличие средств, направленных на повышение качества и эффективности работы трансляторов и создаваемых ими рабочих программ, а также наличного машинного оборудования, в т. ч. возможностей программной реакции на прерывания, возможности описания параллельного выполнения программ, наличие средств для отладки программ. Существенной особенностью этих языков является их модульность — возможность доопределения средств или выбора того комплекта языка, который является необходимым для конкретных целей.

Несмотря на весьма удачные попытки построить такие языки, как ПЛ-1, СИМУЛА-67, АЛГОЛ-68, проблема создания единого универсального Я. п. фактически находится в стадии развития, что связано с наличием противоречий между тенденцией создания общего языка и необходимостью учета специфики решения задач в конкретных применениях. В связи с этим задача создания Я. п., практически удобных для формализации задач и принципов их решения, и в настоящее время продолжает оставаться одной из основных в теории и практике программирования наряду с проблемой разработки эффективных методов построения соответствующих эффективных процессоров.

Для реализации обширных изобразительных средств, предоставляемых новыми языками, первостепенное значение приобретает задача автоматизации процесса проектирования и создания соответствующих систем автомат. программирования, основанных на этих языках, а также проблема построения автоматизированных систем обучения языкам пользователей ЦВМ. Решение этих больших проблем связано с созданием машин 4-го поколения и с разработкой для них операционных систем и эффективных тех. средств общения с ЦВМ, с унификацией и стандартизацией периферийного оборудования и внеш. носителей информации, а также с разработкой средств автомат. сбора и первичной обработки данных, библиотек общего и частного назначения и информационно-справочных систем, в т. ч., систем, обслуживающих системы *математического обеспечения ЦВМ* и их комплексы.

Лит. см. к ст. *Автоматизация программирования, Адресный язык, АЛГОЛ-60, АЛГОЛ-68, КОБОЛ, ФОРТРАН, Язык машинно-ориентированный, Язык ЦВМ внутренний.* *В. М. Глушков, Е. Л. Ющенко.*

ЯЗЫКИ СПИСКОВЫЕ — специализированные алгоритмические языки, предназначенные для описания процессов обработки информации, представленной в виде списков объектов с различными свойствами. В памяти электронных цифровых машин такие *списки* образуются либо путем расположения членов списка в ячейках памяти с последовательно возрастающими адресами, либо путем указания для каждого члена списка *адреса* следующего за ним члена списка. К числу осн. Я. с. относятся IPL-V, ЛИСП-1, 5, FLPL, SLIP, L^6. Кроме того, во многих универсальных *алгоритмических языках* имеются спец. средства для описания операций над списками (*ПЛ-1, АЛГЭМ*, язык ассоциативного программирования, *адресный язык* и др.). В ряде современных машин имеются спец. устройства для выполнения элементарных списковых операций.

Осн. средствами Я. с. являются: использование адресов связи для построения списков различных видов, объединяющих объекты с общими признаками; использование списковых структур, представляющих собой многоуровневые списки, т. е. списки с ответвляющимися от них подсписками для представления иерархических систем организации данных; использование т. н. продвигаемых списков (стэков или магазинов) для временного запоминания данных в определенном порядке и восстановления их в обратном порядке; организация свободной памяти в виде цепного списка ячеек, обеспечивающая гибкость и полноту использования всего объема памяти и исключающая необходимость в ее детальном предварительном распределении.

Обычно при обработке данных о некоторой совокупности объектов эти объекты распределяются между различными списками, причем один и тот же объект может находиться одновременно в нескольких списках. Для того, чтобы многократно не повторять во всех списках всю информацию об этом объекте, ее записывают в отд. области памяти (обычно на *лентах магнитных*) в виде т. н. записей. Каждому объекту соответствует отд. запись со своим адресом. В списках объекты указываются их машинными наименованиями, которыми являются обычно начальные адреса участков памяти, в которых хранятся их записи. Списки объектов строятся из списковых слов. В простейшем случае списковое слово состоит из двух частей: в одной части хранится машинный адрес записи объекта, являющегося членом данного списка, в другой — адрес связи, указывающий положение следующего члена списка.

Для Я. с. характерной чертой является цепная организация свободных ячеек (СЯ) списковой области памяти. Обычно свободные ячейки завязаны в т. н. список свободных ячеек. Одна ячейка в памяти постоянно за-

крепляется в качестве фиксатора (указателя) свободных ячеек. В первой половине фиксатора СЯ хранится число имеющихся в наличии СЯ, а во второй — адрес связи, показывающий положение первой ячейки из списка СЯ. В 1-й ячейке имеется адрес связи, указывающий 2-ю ячейку, во 2-й — 3-ю и т. д. В последней ячейке списка СЯ (как и в последней ячейке любого цепного списка) вместо адреса связи стоит условный код (КС), показывающий конец списка. Список СЯ служит резервом, из которого берутся ячейки для построения списков и в который возвращаются ячейки, освободившиеся из списков.

Для каждого цепного списка объектов выделяется одна ячейка, которая играет роль фиксатора этого списка. Адрес ячейки (или *идентификатор* списка при автоматическом программировании) известен программисту и указывается во всех командах, содержащих обращения к этому списку. Фиксаторы списков могут строиться различными способами. Напр., фиксатор списка, как и указатель СЯ, может содержать две части: 1-ю, указывающую число членов в данном списке, и 2-ю, указывающую адрес первого члена списка. В отличие от списка СЯ, в котором первые части ячеек, содержащих списковые слова, не используются, в списках объектов первые части этих ячеек содержат машинные наименования (адреса записей) объектов, являющихся членами данных списков. Вторая часть каждой ячейки содержит адрес связи, указывающий положение следующего члена списка. Ячейки с членами цепных списков могут размещаться в памяти в произвольном порядке; связи их между собой обеспечиваются адресами связи. При этом не требуется заранее выделять под каждый список определенное число ячеек. Эти ячейки берутся из общего резерва СЯ по мере надобности. Т. о. обеспечивается гибкость использования памяти.

Другим важным достоинством цепного способа организации списков является удобство включения новых и исключения ненужных членов списков. Как включение членов, так и исключение их может производиться из любого места списка без перемещения остальных членов. Включение нового члена в цепной список обычно связано с появлением нового объекта, для которого составляется запись и заносится в одну из свободных зон области памяти, отведенной под записи. Адрес этой записи становится машинным наименованием нового объекта. Затем по значениям признаков объекта определяется, к каким спискам он должен быть отнесен, и производится последовательное включение данного объекта в соответствующие списки.

Для включения нового члена в любой список (и в любое место списка) сначала должна быть взята свободная ячейка из их резерва. В левую половину этой ячейки записывается машинное наименование (адрес записи) нового объекта. Затем процес включения может идти двумя путями. Если новый объект включается в начало списка, то на место адреса связи в новую ячейку записывается значение адреса связи, взятое из фиксатора данного списка, а в фиксатор на место адреса связи записывается адрес новой ячейки. Если новый член включается в середину списка, то сначала находится предшествующий член списка, после которого требуется включить новый член, а затем производится замена адресов связи: в предшествующем члене ставится адрес связи, указывающий новый член, а в новом члене ставится адрес связи, взятый из предшествующего члена. В обоих случаях производится увеличение числа членов в фиксаторе данного списка на единицу.

Процесс исключения членов из цепных списков осуществляется также путем замены адресов связи. Находится член, предшествующий исключаемому (для 1-го члена это будет фиксатор списка), и в предшествующем члене адрес связи заменяется на адрес связи, взятый из исключаемого члена. Одновременно производится уменьшение числа членов в фиксаторе данного списка на единицу. Модификациями цепных списков являются т. н. *гнездовые списки* и *узловые списки*.

Я. с. имеют некоторые особенности. Так, язык ЛИСП основан на использовании списков и служит для описания вычислительных процессов с помощью ряда элементарных *рекурсивных функций*. Язык *IPL-V* имеет в своем составе ряд спец. операторов, реализующих элементарные процессы просмотра списков, включения и исключения членов списков, образования и стирания списков и подсписков и т. д. Особенностью языка SLIP является двойная цепная адресация списковых членов. При этом каждый член списка содержит не только адрес следующего, но и адрес предыдущего члена списка. Это позволяет осуществлять движение по спискам в двух направлениях (вперед и назад) и обеспечивать контроль адресных переходов. Недостатком этого приема является увеличение расхода памяти и усложнение операций с адресами связи при включении и исключении членов списков.

Язык ассоциативного программирования построен на базе языка АЛГОЛ и обеспечивает возможность описывать алгоритмы (программы) обработки списков, имеющих различные структуры списковых членов. Язык L^6 использует те же осн. принципы обработки списков, но отличается наличием ряда сложных операторов (процедур). В адресном языке программирования, который также может быть частично отнесен к Я. с., с помощью штрих-операции можно осуществлять переходы по адресам связи в цепных списках и производить поиск данных, включение и исключение членов в цепных списках.

Применение Я. с. и приемов ассоциативного программирования обеспечивает удобное, наглядное и компактное представление сложных алгоритмов решения информационно-логических задач (планирование производства и материально-технич. снабжения, поиск науч.-технич. информации, поиск справочных данных, учет кадров, построение самообучающих-

ся и эвристических программ для оценки обстановки и выбора решений).

Лит.: Ющенко Е. Л. Адресное программирование. К., 1963 [библиогр. с. 235—286]; Ефимова М. Н. Алгоритмические языки. М., 1965 [библиогр. с. 86]; Китов А. И. Программирование информационно-логических задач. М., 1967 [библиогр. с. 327]. *А. И. Китов.*

ЯЗЫКИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ — *языки программирования,* предназначенные для описания задач сбора данных, регулирования параметров, последовательного управления, оптимизации режимов и обмена информацией ЦВМ с дежурными-операторами для процессов, протекающих в реальном времени. Первые Я. у. т. п. появились в 1960. Развитие Я. у. т. п. идет двумя путями: расширение известных языков программирования и построение специализированных языков.

Расширение известных языков *(АЛГОЛ-60, ФОРТРАН, ПЛ-1)* состоит во введении новых типов данных, пополнении набора стандартных ф-ций и введении средств, позволяющих дежурным-операторам вносить изменения в *программы,* реализуемые машиной, непосредственно в процессе управления. Как спец. типы могут выделяться входные данные (измеряемые величины процесса), выходные (команды управления от ЦВМ к процессу), фиксированные данные (хранящиеся в постоянной памяти). Набор стандартных ф-ций расширяют, вводя часто повторяющиеся операции контроля и управления, напр., ф-ции циклического опроса и произвольного обращения к датчикам или исполнительным механизмам; ф-ции масштабирования, линеаризации и коррекции текущих значений параметров; ф-ции контроля приращений, тенденций изменения и предельно допустимых отклонений параметров от норм; группы ф-ций, описывающих законы автомат. регулирования процессов, и др.

Наряду со свойственными языкам высокого уровня способами организации программ (блоки, *процедуры, подпрограммы*) вводятся дополнительные структурные единицы — *макрокоманды* и суперблоки; все структурные единицы образуют иерархию. В результате дежурный-оператор со своего пульта может оперативно, в реальном времени, останавливать и возобновлять ход выполнения программ, изменять их параметры, пропускать макрооперации или блоки, заменяя их исполнение либо ручным управлением, либо другими структурными единицами, т. е. осуществлять гибкую стратегию управления.

Специализированные Я. у. т. п., как правило, менее универсальны, но они лучше отображают особенности конкретных процессов и потребителей. Такие языки формируются посредством выделения, классификации и обозначения привычными для технологов терминами или сокращениями элементов оборудования, особенностей технологических схем и режимов, характерных команд управления, состояний элементов и соответствующих ситуаций (особенно аварийных), сообщений ЦВМ дежурному о ходе процесса.

При построении специализированных Я. у. т. п. конкурируют две тенденции: детальный охват узкой области и охват группы родственных процессов. К языкам с узким охватом относятся СПАЛТ (система программирования алгоритмов управления теплоэнергетическими блоками) и АПРОКС (подготовка программ для газорезательных станков), а к языкам с групповым охватом — ТЕХНОЛОГ-67 (для станков с программным управлением) и АЛКОПОЛ (для непрерывных производств). Для обслуживания непрерывных процессов предназначены также языки KONRAD, CONSUL, RTL (имеющие средства, пригодные для описания алгоритмов адаптивного и административно-хозяйственного управления) и другие.

В Я. у. т. п. широко используется программирование на бланках. Чтобы использовать некоторый блок, технолог должен указать лишь конкретные параметры (заполнив определенные пустые позиции на спец. бланке). Примерами таких языков для циклических и непрерывных производств могут служить языки PROSPRO и BICEPS. Для обеспечения пополнения программного обеспечения новыми блоками в них предусмотрены бланки общих операций, запись в которых ведется в языке *ассемблера.* PROSPRO допускает также *запись* на ФОРТРАНе, целесообразную для сложных новых блоков.

Кроме удобств для технолога-программиста, Я. у. т. п. должны обеспечивать эффективное взаимодействие между дежурным-оператором и ЭВМ в реальном времени при принятии решений. Такая ориентация свойственна, напр., языку ЯЗОН, в котором определены удобные формы представления данных и соответствующая система отображения информации. Предусмотрены различные уровни взаимодействия: избирательный контроль процесса, вычисления и регистрация; изменение заданий и параметров контуров регулирования, составление и настройка новых контуров; блокировка программ, изменение и ввод новых программ. Язык содержит средства компенсации некоторых ошибок дежурного и восполнения части недостающих данных.

Дальнейшее развитие Я. у. т. п. связано с их стандартизацией и системной ориентацией. Основу этих языков составляет ядро (средства для описания стандартных блоков сбора и первичной переработки данных, цифрового регулирования и дискретного управления, оптимизации и последовательного управления, адаптивных и административно-хозяйственных расчетов, средства редактирования данных), оболочка (набор бланков для технологов и средства диалога ЦВМ с дежурным) и координатор (средства описания оборудования *вычислительной системы,* соответствия ядра и оболочки, распределения времени и ресурсов).

Лит.: Первая Всесоюзная конференция по программированию [Заседание] Е. К., 1968; Чачко А. Г. Язык описания действий и обмена между человеком-оператором и системой управления непрерывным производством (ЯЗОН). К., 1969 [библиогр. с. 101—104]; Пайк Г. Е. Математическое обеспечение в

системах управления производственными процессами. «Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике США», 1970, т. 58, № 1; Gertler J. High-level programming for process control. «The computer journal», 1970, v. 13, № 1.

А. Г. Чачко.

ЯЗЫКИ ФОРМА́ЛЬНЫЕ — множества конечных последовательностей символов, описываемые системами правил определенного вида, называемыми грамматикой или синтаксисом языка (см. *Грамматика формальная*). В том случае, когда каждому слову формального языка сопоставляется его *семантика* (смысл, значение, интерпретация), Я. ф. наз. интерпретированным. Я. ф. можно классифицировать по характеру формального аппарата, применяемого для их описания (язык автоматный, язык бесконтекстный, язык категориальный, язык, порождаемый грамматиками зависимостей и т. д.) или по применению (*алгоритмический язык, язык информационный,* язык логико-математический, *языка модели математические*). Большинство Я. ф., создаваемых для практических целей, являются интерпретированными языками. Важный класс интерпретированных языков составляют *языки программирования,* а также алгоритмические языки. *Е. Л. Ющенко.*

ЯЗЫК - ПОСРЕ́ДНИК — вспомогательный язык, который используется в процессе автоматического перевода и других видов машинной переработки текстов на естественных языках для записи сведений о смысле и строении перерабатываемого текста в однозначной и минимально избыточной форме. Указанные требования к записи на Я.-п. означают, что в нем не должно быть омонимии, каждый выделяемый элемент смысла должен быть явно выражен (напр., спец. символом) и информация не должна дублироваться. При этом Я.-п. должен обладать достаточно широкими возможностями, чтобы на нем можно было записать все сведения о содержании любого текста на любом из привлекаемых языков без какой бы то ни было потери информации.

Если текст на естественном языке имеет несколько толкований, т. е. омонимичен, с ним должно быть сопоставлено несколько записей на Я.-п. Перевод фразы с одного языка на другой с использованием Я.-п. состоит из перевода фразы входного языка во фразу Я.-п. (анализ) и перевода фразы Я.-п. во фразу выходного языка (синтез). Во всех случаях, когда при переводе есть разделение на анализ и синтез, можно было бы полагать, что есть и Я.-п., считая запись результата анализа, дающую исходные данные для синтеза, записью на Я.-п. Однако о наличии Я.-п. говорят лишь тогда, когда в результате анализа получается структура, отражающая в той или иной степени смысл перерабатываемого текста. Смысл текста отражается в разных Я.-п. с неодинаковой степенью глубины, т. е. можно говорить о Я.-п. разной «глубины». Разработка Я.-п. обычно идет параллельно с разработкой *алгоритмов* анализа. Эти разработки должны обеспечить переход от текста на естественном языке к записи на таком Я.-п.

Целью современной лингвистической семантики является создание семантического языка, который, по замыслу, должен давать возможность записывать смысловое содержание любых текстов. В качестве Я.-п. предлагались некоторые естественные языки (напр., английский) или такие *языки искусственные,* как интерлингва и эсперанто. Теперь общепризнано, что упомянутые языки совершенно непригодны для этой цели (в частности, вследствие их идиоматичности, неоднозначности, трудности перевода на них и т. п.) и что Я.-п. должен быть специально сконструированный искусственный язык. Обычно Я.-п. строят для некоторой выбранной группы языков, в частном случае — для двух языков, участвующих в переводе.

Представления о конкретной организации Я.-п. нельзя считать устоявшимися, однако можно дать общую характеристику его на основе Я.-п., известных в настоящее время. Я.-п., как и всякий язык, характеризуется набором элементарных единиц (элементов Я.-п.) и правилами построения сложных единиц (фраз Я.-п.) из элементарных (грамматика Я.-п.). В некоторых случаях к этим правилам добавляются правила синонимичных преобразований в Я.-п. и тогда к упомянутым этапам процесса перевода (анализа и синтеза) добавляется этап синонимичных преобразований. Набор элементов Я.-п. включает в себя элементы разной природы. Элементы 1-го типа в некотором смысле основные (лексика Я.-п.) — это смысловые единицы, которые сопоставляются со словами представляемой группы языков, являющимися переводными эквивалентами друг друга. Элементы 2-го типа соответствуют единицам информации, которые обычно выражаются в естественных языках морфологическими средствами. В элементах 3-го типа находят отражение сведения о синтаксических связях между элементами первого типа. Для обозначения элементов Я.-п. иногда используют словесную запись с пометкой о том, что речь идет об элементах Я.-п., а не о словах естественного языка, в др. случаях используют символы или числа («числовой» Я.-п.).

Грамматика Я.-п. зависит от его набора элементов и способа записи фраз. Напр., при одних подходах фраза Я.-п. — это *граф,* узлам которого соответствуют основные элементы Я.-п., снабженные последовательностями элементов второго типа, т. е. переменных, а ветвям соответствуют элементы третьего типа — отношения. Грамматика Я.-п. в этом случае — это правила построения таких графов. При других подходах фраза Я.-п. — это сложная формула, образованная из элементов и скобок, а грамматика сводится к правилам упорядочивания элементов и расстановки скобок, указывающих границы формул. Иногда грамматика Я.-п. задается в виде порождающей бесконтекстной грамматики (см. *Грамматика порождающая*).

Я.-п. по своей природе близки к *языкам информационным,* т. е. искусственным языкам, используемым для записи сведений о текстах

в *информационно-поисковых системах*. Однако в строении этих языков есть различие, обусловленное различием в их назначении: Я.-п. предназначены для перевода, тогда как информационные языки — для логического анализа и переработки содержания текста.

Лит.: Мельчук И. А. К вопросу о «грамматическом» в языке-посреднике. «Машинный перевод и прикладная лингвистика», 1959, № 4; Мельчук И. А., Равич Р. Д. Автоматический перевод. 1949—1963. Критико-библиографический справочник. М., 1967.

О. С. Кулагина.

ЯЧЕЙКА ЗАПОМИНА́ЮЩЕГО УСТРОЙСТВА — совокупность запоминающих элементов накопителя (участок запоминающей среды), предназначенная для хранения одного слова (числа). Я. з. у. характеризуется числом разрядов *(битов)*, т. е. максимальным количеством двоичных разрядов слова, которое одновременно может храниться в ней. В свою очередь, количество Я. з. у. определяет емкость ЗУ. В большинстве случаев запись (считывание) слова в Я. з. у. производится путем определения временно-пространственных координат по присвоенному ей *адресу*. Возможны и другие способы поиска информации, записанной в Я. з. у., напр., ассоциативный (см. *Запоминающее устройство ассоциативное*). Длина Я. з. у. обычно равна длине маш. слова или кратна ей, а термин «ячейка памяти», используемый в программировании, отождествляется не с Я. з. у., а с ее частью или несколькими Я. з. у., соответствующими длине машинного слова.

Ф. Н. Зыков.

СПИСОК ИЛЛЮСТРАЦИЙ НА ОТДЕЛЬНЫХ ЛИСТАХ
(Цветной офсет)

1-й том

К статье **Автоматизированная система обработки экспериментальных данных** 32—33

К статье **Автоматизированные системы управления предприятием** 32—33

К статье **Автоматизированного обучения класс** 176—177

К статье **Биоэлектрическое управление** 176—177

К статье **Вычислительная техника** 176—177

К статье **Вычислительный центр** 400—401

К статье **Вычислительных центров сети** 400—401

К статье **Информационно-поисковая система документальная** 400—401

2-й том

К статье **Медицинская информационная система** 96—97

К статье **Обработки данных система** 96—97

К статье **Распознавание образов** 96—97

К статье **Система управления научным экспериментом** 368—369

К статье **Сложные системы управления** 368—369

К статье **Вычислительная техника** и **Цифровая вычислительная машина** 368—369

К статье **Управляющая вычислительная машина** 464—465

К статье **Цифровая вычислительная машина** 464—465

НАУЧНЫЕ КОНСУЛЬТАНТЫ И СПЕЦРЕДАКТОРЫ, ПРИНИМАВШИЕ УЧАСТИЕ В ПОДГОТОВКЕ ЭНЦИКЛОПЕДИИ КИБЕРНЕТИКИ

Академик АН УССР И. И. ЛЯШКО; члены-корреспонденты АН УССР: И. Н. КОВАЛЕНКО, В. И. СКУРИХИН; доктор философских наук П. С. ДЫШЛЕВОЙ; доктор биологических наук К. А. ИВАНОВ-МУРОМСКИЙ; докторы технических наук: В. В. ВАСИЛЬЕВ, Ю. И. САМОЙЛЕНКО, В. П. СИГОРСКИЙ; доктора физико-математических наук: А. В. ГЛАДКИЙ, В. Н. РЕДЬКО, В. В. ШКУРБА; доктор филологических наук Э. Ф. СКОРОХОДЬКО; доктор химических наук Г. Э. ВЛЭДУЦ; кандидаты технических наук: Ю. Г. АНТОМОНОВ, Т. К. ВИНЦЮК, Ю. Л. ИВАСЬКИВ, В. Н. КОВАЛЬ, С. Ф. КОЗУБОВСКИЙ, Ю. В. КРЕМЕНТУЛО, А. Г. КУХАРЧУК, О. И. СЕМЕНКОВ, Т. Ф. СЛОБОДЯНЮК; кандидаты физико-математических наук: Л. П. БАБЕНКО, А. И. БЕРЕЗОВСКИЙ, В. Ф. КОСТЫРКО, А. И. НИКИТИН, Н. П. СЛОБОДЕНЮК, М. И. ШЛЕЗИНГЕР, Н. В. ЯРОВИЦКИЙ; кандидат педагогических наук Р. С. ГИЛЯРЕВСКИЙ; кандидат филологических наук Ф. А. НИКИТИНА.

СОТРУДНИКИ ГЛАВНОЙ РЕДАКЦИИ УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ ЭНЦИКЛОПЕДИИ, ПРИНИМАВШИЕ УЧАСТИЕ В НАУЧНО-РЕДАКЦИОННОЙ ПОДГОТОВКЕ И ХУДОЖЕСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКОМ ОФОРМЛЕНИИ ЭНЦИКЛОПЕДИИ КИБЕРНЕТИКИ

Редакция Энциклопедии кибернетики: заведующий редакцией — кандидат технических наук П. В. ПОХОДЗИЛО; старший научный редактор — Д. К. ЛИСЕНБАРТ; научные редакторы — Л. П. БЕРЕЗИНЕЦ, В. Ф. КОЗУБОВСКИЙ, А. Т. ХАВРО; младший редактор — С. Г. ХАРЧЕНКО.

Редакция словника и контрольного чтения: заведующий редакцией — кандидат педагогических наук Р. А. ЗАЕЗДНЫЙ; старший научный редактор — Д. Ю. ЧЕПУР; научный редактор — Д. Г. КОНСТАНТИНОВСКАЯ.

Литературно-контрольная редакция: заведующий редакцией — Ю. М. ДОЛЕНКО; научные редакторы — И. А. ЧЕРНЕНКО, А. П. КОКА.

Группа библиографии: старший научный редактор — Ф. К. САРАНА; редакторы-библиографы — А. Ф. ВДОВЕНКО, Е. Е. КРЫЖАНОВСКАЯ.

Редакция иллюстраций: заведующий редакцией — Р. А. СЕЛИВАЧЕВ, художественный редактор — В. Я. БЕРЕЗАНЬ

В художественном оформлении книг принимали участие: И. П. ХОТИНОК — переплет, титульные страницы и заглавные буквы; А. С. ГУРЛЕВ — иллюстрации в тексте; Г. М. КОСЯК и А. М. ФЕОКТИСТОВ — иллюстрации на вклейках; Н. Н. ДЫМЧЕНКО — предварительные эскизы к иллюстрациям на вклейках.

Корректорский отдел: заведующая отделом — В. Д. КИЛОЧИЦКАЯ; старшие корректоры — С. А. БАСЕНКО, Е. В. ГУТАРИНА, В. Я. РЕЗНИК, М. К. РУДНИЦКАЯ.

Техническое редактирование: заведующий редакцией — Г. С. ДЕРЕВЯНКО; технический редактор — В. Н. КУРИННОЙ.

Отдел комплектованя: заведующая отделом — Н. И. КУЛИНИЧ.

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ (В двух томах) ТОМ 2

Адрес Главной редакции Украинской Советской Энциклопедии: 252650, Киев — 30. ГСП, ул. Ленина, 51.

В томе помещены 272 внутритекстовые иллюстрации и 9 цветных иллюстраций на вклейках. Цветные иллюстрации напечатаны на Головном предприятии республиканского производственного объединения «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР. Бумага для текста — фабрики им. Ю. Янониса.

Том сдан в набор 1 февраля 1974 г., подписан к печати 20 мая 1974 г. БФ 04993. Тираж 30000. Формат 70×100 1/16. Физ.-печ. листов 39+0,75 листов вклеек; условных печ. листов 51,28; учетно-изд. листов 86,81. Цена одного тома 4 руб. 42 коп. Зак. № 4-310.

Напечатано с матриц Головного предприятия республиканского производственного объединения «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР (Киев, ул. Довженко, 3) на Харьковской книжной фабрике им. М. В. Фрунзе республиканского производственного объединения «Полиграфкнига» Госкомиздата УССР, Харьков, ул. Донец-Захаржевская, 6/8.