МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ СССР

Г. П. ЖУКОВ, С. Ф. ВИКУЛОВ

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

МИНИСТЕРСТВО ОБОРОНЫ СССР

Г. П. ЖУКОВ, С. Ф. ВИКУЛОВ

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Утвержден начальником Центрального финансового управления Министерства обороны СССР в качестве учебника

МОСКВА
ВОЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
1987

УДК 336 : 355.422(075)

В Учебнике изложены основы методологии военно-экономического анализа мероприятий, обеспечивающих боевую готовность Вооруженных Сил и проводимых в войсковой и производственной сферах деятельности, а также методы количественного обоснования военно-экономических решений и статистического *анализа показателей затрат материальных, трудовых и финансовых ресурсов.*

Учебник предназначен для слушателей Военного финансово-экономического факультета при Московском финансовом институте. Он может быть также использован преподавателями и слушателями других ввузов при изучении военно-экономического анализа и исследования операций, а также практическими работниками в системе командирской подготовки офицеров финансово-экономических органов Министерства обороны.

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

Редактор *Ж. И. Романова*
Технический редактор *Н. Я. Богданова*
Корректор *Г. А. Паранина*

Сдано в набор 06.06.85. Подписано в печать 9.02.87. Г-90304
Формат 60×90/16. Печ. л. 27¼. Усл. печ. л. 27,5. Уч.-изд. л. 27,99. Усл. кр.-отт. 27,5.
Изд. № 14/939 Для внутриведомственной продажи. Цена 1 р. 20 к. Зак. 870

Воениздат, 103160, Москва, К-160.
2-я типография Воениздата
191065, Ленинград, Д-65, Дворцовая пл., 10

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для повышения эффективности производства и качества работы, совершенствования управления в современных условиях необходимо знание методов обоснования решений, способов и приемов анализа планируемых и проводимых мероприятий в области экономики. Особенно это необходимо при решении задач обеспечения обороноспособности страны, поскольку здесь наиболее велика цена потерь от ошибочных или недостаточно обоснованных решений.

В материалах съездов КПСС, в других партийных документах подчеркивается, что наш народ обеспечил и будет обеспечивать свою армию всем необходимым. В то же время следует учитывать, что расходы на оборону сокращают возможности повышения благосостояния советских людей. Поэтому проблема повышения эффективности использования средств, выделяемых на укрепление боевого потенциала Вооруженных Сил, была и остается чрезвычайно актуальной. Она требует своего решения на научной основе.

Трудность решения проблемы повышения эффективности в сфере обороны определяется спецификой конечного продукта, получаемого в результате деятельности всех структурных звеньев Вооруженных Сил и оборонной промышленности. Здесь возникает комплекс своеобразных методологических задач оценки связи между конечными результатами, получаемыми структурными подразделениями Вооруженных Сил в ходе боевой подготовки и ведении боевых действий, и затратами на их достижение. Существенную помощь практическим работникам в решении специфических проблем повышения эффективности расходов на оборону оказывает военно-экономический анализ. Он предполагает оценку всех мероприятий в процессе военно-экономической деятельности по трем показателям: эффект — затраты — время. Эти показатели характеризуют получаемый результат, затраченные для достижения цели ресурсы и срок получения результата.

Военно-экономический анализ позволяет решать задачи оценки влияния отдельных факторов на уровень затрат ресурсов и получаемый конечный результат в различных областях военной деятельности, составлять оптимальные планы проведения мероприятий по повышению боевой готовности войск.

Как научное направление военно-экономический анализ возник в 50-е годы в связи с необходимостью разработки методов сопоставления результатов применения средств вооруженной борьбы с затратами материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

К концу 70-х годов военно-экономический анализ сформировался как самостоятельная научная дисциплина. В этот период авторами был разработан специальный курс для подготовки военных экономистов — финансистов, а в 1981 году авторами было выпущено учебное пособие по военно-экономическому анализу и исследованию операций.

Военно-экономический анализ является в значительной мере синтетической наукой, что характерно для многих наук, возникших в период развития научно-технической революции. Он базируется на марксистско-ленинской философии и объективных законах политической экономии социализма и тесно связан с рядом других военно-экономических дисциплин. Военно-экономический анализ представляет собой самостоятельную отрасль военно-экономической науки и одновременно служит инструментом управления военной экономикой и экономикой Вооруженных Сил. Этим определяются его место и роль в системе наук об экономическом обеспечении вооруженной борьбы социалистического государства.

В настоящем Учебнике в качестве объекта анализа выступают мероприятия, направленные на обеспечение боевой готовности войск. При этом основное внимание уделено войсковой сфере деятельности.

В Учебнике изложены основы методологии и методы военно-экономического анализа. Поскольку военно-экономический анализ предполагает использование достижений смежных наук, в нем содержится изложение методов статистического анализа экономических показателей. Значительное место отведено методам исследования операций. В самом общем смысле операция — это отдельная законченная часть процесса, действие, направленное на выполнение какой-либо задачи. В зависимости от характера деятельности различают операции военные, производственные, финансовые, торговые, хирургические, почтовые и др. В настоящем Учебнике термин «исследование операций» можно было бы заменить на другой: «исследование экономических операций». Однако термин «исследование операций» сохранен как наиболее употребляемый в научной литературе.

Изложение всех методов анализа финансово-экономических показателей и нахождения оптимальных решений сопровождается примерами. Числовые исходные данные, использованные для примеров, являются условными, а сами примеры носят иллюстративный характер. Их сложность выбрана такой, чтобы можно было получить решение без привлечения высокопроизводительных вычислительных средств. В ряде случаев в интересах лучшего усвоения материала примеры намеренно упрощены. Отбор вариантов для значительной части примеров проводился на основе результатов расчетов на мини-ЭВМ «Электроника

ДЗ-28» по стандартным программам. Использование ЭВМ значительно расширяет аналитические возможности методов, излагаемых в Учебнике.

В приложениях к Учебнику приведены таблицы, с помощью которых можно вести расчеты без привлечения других справочных материалов.

Приложения подготовлены кандидатом технических наук, доцентом А. Т. Перчуном.

Авторы благодарны всем товарищам за помощь при подготовке Учебника. Они внимательно отнесутся ко всем критическим замечаниям и предложениям специалистов, работающих в области военно-экономического анализа.

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Глава 1

ПРЕДМЕТ, ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

1.1. Предмет военно-экономического анализа

Необходимость защиты завоеваний социализма от агрессивных устремлений империализма вынуждают Коммунистическую партию и Советское правительство постоянно держать в поле зрения вопросы укрепления оборонного могущества страны, ее Вооруженных Сил. В Конституции СССР сказано, что «долг Вооруженных Сил СССР перед народом — надежно защищать социалистическое Отечество, быть в постоянной боевой готовности, гарантирующей немедленный отпор любому агрессору» [1].

Уровень боевой готовности зависит от многих факторов, к основным из которых относятся боевые возможности военной техники и уровень подготовленности личного состава к выполнению стоящих перед ним задач.

Достижение требуемого уровня боевой готовности Вооруженных Сил сопровождается значительными расходами материальных, трудовых и финансовых ресурсов. Поэтому обеспечение боеготовности является задачей не только военной, но и экономической. В. И. Ленин отмечал, что «в современной войне... экономическая организация имеет решающее значение» [2].

Уровень боевой готовности зависит не только от объема ресурсов, выделяемых на оборону страны, но и от эффективности их использования. Связь результатов деятельности всех структурных элементов Вооруженных Сил со степенью эффективности использования ресурсов становится все более тесной и ощутимой. Отсюда вытекает всевозрастающая роль военно-экономического анализа, который обеспечивает практическую деятельность руководителей всех уровней методами количественного анализа и обоснования военно-экономических решений.

Опираясь на методологию марксистско-ленинской философии, объективные экономические законы и используя системный подход к исследованию процессов и явлений, протекающих в структурных элементах Вооруженных Сил, военно-экономический анализ совместно с другими экономическими, техническими и военными науками решает задачи подготовки рекомендаций по объему потребных ассигнований на развитие средств вооруженной борьбы, по выбору наиболее целесообразных способов осуществления мероприятий в войсковой и производственной сферах деятельности Вооруженных Сил.

[1] Конституция (Основной Закон) Союза Советских Социалистических Республик. М.: Политиздат, 1977, с. 15.

[2] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 34, с. 194.

Объектами военно-экономического анализа являются мероприятия, направленные на обеспечение боевой готовности войск и проводимые в структурных звеньях Вооруженных Сил и на предприятиях оборонной промышленности. Под *мероприятием* понимается всякая целенаправленная деятельность, протекающая в рамках экономических отношений в процессе производства, распределения, обмена и потребления конечного военного продукта.

Предметом военно-экономического анализа являются специфические экономические отношения, возникающие по поводу наиболее эффективных путей использования материальных, трудовых и финансовых ресурсов для выполнения стоящих перед Вооруженными Силами задач. Военно-экономический анализ изучает методы обоснования планов осуществления мероприятий по обеспечению боевой готовности Вооруженных Сил с учетом затрат на их проведение и достигаемого результата (эффекта). При этом предполагается обязательное совместное рассмотрение военной и экономической сторон деятельности.

Всякая деятельность по обеспечению боеготовности предполагает постановку и достижение целей. Достижение каждой цели и детализирующих ее задач осуществляется посредством выполнения одного или нескольких мероприятий. Они могут быть осуществлены различными способами и, следовательно, за различное время и с различным расходом ресурсов того или иного качества. Под качеством ресурса здесь понимаются также тактико-технические характеристики (ТТХ) вооружения и другой военной техники.

Результаты деятельности зависят от двух групп факторов (рис. 1.1):

— от уровня организации деятельности, под которым понимается обоснованность организационно-штатной структуры элементов Вооруженных Сил, оптимальность планов проведения мероприятий, включая своевременность обеспечения ресурсами всех видов деятельности;

— от объема ресурсов, под которыми понимаются личный состав, военная техника, материалы, денежные средства, и от качества ресурсов (тактико-технические характеристики военной техники, уровень специальной подготовки военных специалистов и др.).

Изменяя объем и качество ресурсов, организационно-штатную структуру и способы организации деятельности, можно добиться различных выходных результатов и, следовательно, различного уровня эффективности использования ресурсов.

Задача военно-экономического анализа состоит в формировании различных способов достижения поставленной цели, всестороннем их анализе и нахождении наиболее предпочтительного варианта осуществления мероприятий. В некоторых случаях варианты достижения цели задаются, остаются лишь задачи их оценки и анализа.

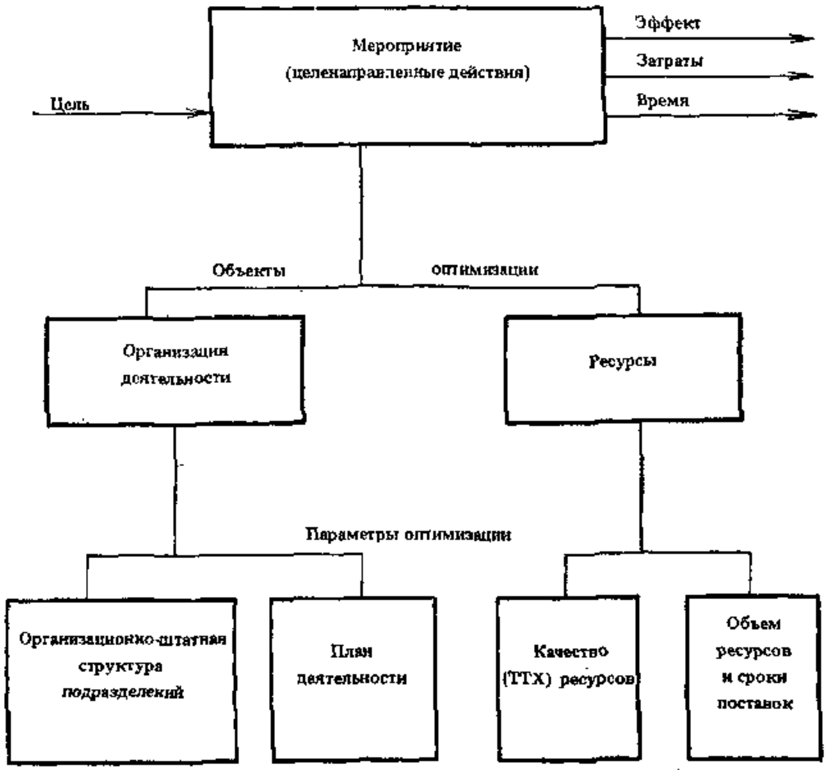


Рис. 1.1. Схема ресурсного и организационного обеспечения деятельности

Исходя из определения предмета военно-экономического анализа можно привести примеры некоторых задач по обоснованию мероприятий:

1) в области экономики и финансов Вооруженных Сил:

— анализ и прогнозирование расходов по статьям сметы Министерства обороны;

— статистический анализ заявок на кредиты, представляемых довольствующими службами;

— обоснование планов боевой подготовки частей и соединений, а также оценка и анализ затрат на проведение войсковых учений;

— обоснование оптимальной системы ремонта и технического обслуживания военной техники в войсках;

— обоснование нормативов запасов ресурсов;

— оценка военно-экономической целесообразности усовершенствования образцов военной техники;

— выбор оптимальной схемы транспортировки воинских грузов;

2) в области военной экономики:

— обоснование перспектив развития отдельных образцов военной техники и систем вооружения в целом;

— определение объемов потребных ассигнований на разработку, производство и обеспечение эксплуатации военной техники;

— анализ живучести военной экономики;

— анализ реализуемости перспективных планов развития военной техники с учетом возможностей промышленных и строительных министерств.

В любой из приведенных задач просматривается цель, достижение которой может быть осуществлено различными путями, а следовательно, с различным результатом и объемом потребленных ресурсов. Для решения перечисленных и ряда других задач необходима единая методология, система методов и методик, позволяющих находить наилучшие способы достижения поставленных целей. Кроме того, необходима определенная работа по анализу исходного состояния объекта или процесса, проведению расчетов и анализу их результатов, подготовке научно обоснованных рекомендаций.

Таким образом, военно-экономический анализ можно рассматривать с двух сторон:

— как научное направление (научную дисциплину), включающее систему взглядов, понятий, определений и методов и имеющее целью наиболее рационально, с максимальной эффективностью выполнять мероприятия по обеспечению боевой готовности войск;

— как систему реальных действий по обоснованию принимаемых решений, включающую анализ мероприятий и оценку возможных изменений уровня боевой готовности войск, обоснование объемов необходимых ресурсов и продолжительности планируемых мероприятий.

Главной чертой военно-экономического анализа как научной дисциплины, отличающей его от других наук, является наличие своего объекта исследования — системы мероприятий по обеспечению боевой готовности войск. Это порождает, в свою очередь, своеобразие постановки задач и состав определяемых показателей, учитывающий стоимостной, временной и результативный аспекты мероприятий. Рассмотрение любого мероприятия при обязательном учете временного аспекта, объема и качества потребляемых ресурсов и достигаемого конечного результата делает военно-экономический анализ комплексным, позволяющим находить научно обоснованные рекомендации по оптимальному способу действий с учетом разносторонних ограничивающих факторов.

Военно-экономический анализ как научное направление базируется на следующих основных методических положениях, согласующихся с системным подходом к явлениям и процессам.

1) В каждый момент рассматриваемого отрезка времени состав, тактико-технические характеристики и состояние вооружения, уровень боевой и политической подготовки и состояние личного состава должны быть такими, чтобы можно было предотвратить угрозу нападения противника. Отсюда вытекает требование создания военной техники на уровне не ниже, чем у вероятного противника, и поддержания постоянной боевой готовности вооруженных сил к отражению агрессии.

Нарушение данного требования приведет либо к снижению уровня боевой готовности Вооруженных Сил, что недопустимо для обеспечения обороноспособности страны, либо к созданию превосходства над вероятным противником, что может привести к усилению напряженности международной обстановки и гонке вооружений.

2) Каждый элемент структуры Вооруженных Сил имеет строго целевое предназначение, а сама структура в каждый фиксированный момент времени обоснована. Использование военной техники и личного состава не по целевому назначению снижает боевую готовность и должно быть компенсировано другими силами и средствами. Изменение боевых задач на театрах военных действий, а также средств вооруженной борьбы и способов ведения боевых действий приводит к необходимости периодического пересмотра структуры Вооруженных Сил. Но после пересмотра она должна строго соблюдаться до нового изменения внешних или внутренних условий, вызывающих потребность в создании новой структуры.

3) Военно-экономический анализ рассматривает мероприятия, направленные на достижение определенной цели. При этом важно, чтобы цель любого мероприятия по возможности более полно отображала конечное предназначение Вооруженных Сил — выполнение стоящих перед ними боевых задач. Например, при подготовке к проведению войскового учения должно быть найдено такое решение по способу его организации, при котором в отведенное время при имеющихся ресурсах уровень отработки поставленных командованием учебно-боевых задач будет наивысшим. Это соответствует задаче более высокого уровня — укреплению боевого потенциала Вооруженных Сил в целом. Иначе говоря, показатель эффективности мероприятия должен отвечать интересам задачи более высокого уровня.

Таким образом, военно-экономический анализ, учитывая требования системного подхода, исходит из того, что оптимальные решения частных задач должны находиться в соответствии с интересами (целями) более общих задач, задач высшего уровня, а любой объект, относительно которого должно быть принято решение, рассматривается, как часть целого, как элемент системы.

4) Военно-экономический анализ предполагает оценку двух групп показателей, одна из которых отражает военный (боевой) аспект, а другая экономический (стоимостной и временной) аспект рассматриваемого мероприятия. Военный аспект определяет цель деятельности, вытекающую, в свою очередь, из объективных потребностей практики. Под целью понимается желаемое состояние или достигнутый тем или иным структурным элементом результат. Желательно, чтобы при проведении анализа степень достижения цели измерялась количественно, что повышает аналитичность получаемых результатов.

Экономические показатели имеют две разновидности: показатели объема требуемых или израсходованных ресурсов и показатели длительности достижения цели. Временной показатель возникает вследствие невозможности немедленного удовлетворения всеми ресурсами, необходимыми для достижения цели, и мгновенного исполнения всех работ, входящих в состав мероприятия. При этом следует иметь в виду, что путей достижения цели может быть несколько или даже много, а следовательно, различными будут длительности достижения цели и объем ресурсов.

Поэтому военно-экономический анализ предполагает в общем случае обязательную оценку трех показателей: эффект — затраты — время. При решении некоторых частных задач возможна оценка только одного или двух показателей. Например, на практике часто возникает необходимость в оценке стоимости проведения войскового учения по утвержденному командованием плану.

Конкретное содержание показателей эффект — затраты — время может быть различным и определяется характером решаемой задачи, что в конечном счете зависит от цели мероприятия. Так, при решении задачи оптимального назначения боевых средств по учебно-боевым целям в качестве критерия может выступать стоимость выполнения задачи, а ограничениями являются требуемая степень поражения этих целей и время, отведенное командиром на выполнение задачи. При обосновании планов боевой подготовки в качестве показателя, подлежащего максимизации, выступает уровень обученности военнослужащих, а объем выделенных ресурсов и отведенное для обучения время являются заданными и выступают в роли дисциплинирующих, ограничивающих условий.

Поскольку все три показателя связаны между собой, выделение только одного из них, например только экономического, может приводить к отрицательному воздействию на другие. Своей главной целью военно-экономический анализ имеет не просто экономию средств любой ценой, а поиск таких путей организации мероприятий, которые приводят к повышению эффективности расходования материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

5) В зависимости от поставленной цели анализа выходной результат решения задачи может быть двух видов:

— значения основных показателей анализируемого мероприятия (совокупности мероприятий): ожидаемого или полученного эффекта, длительности его получения и объема требуемых (потребленных) ресурсов (задача оценки показателей);

— оптимальный план осуществления мероприятия (задача оптимизации деятельности).

Первый вид результатов анализа получается как ответ на вопрос: что будет, если ...? При известных характеристиках военной техники и заданном плане осуществления мероприятия оцениваются количественные значения трех показателей: эффекта, продолжительности, объема ресурсов.

Второй вид результатов получается, когда необходимо ответить на один из следующих вопросов: Какие характеристики должны иметь военная техника, имущество и другие материальные ресурсы? Каков объем потребных ресурсов? В какие сроки необходимо поставить ресурсы? Как должно осуществляться мероприятие (см. рис. 1.1)?

6) Выбор оптимального плана достижения цели может считаться вполне обоснованным лишь в том случае, когда, как правило, имеется количественная оценка значений показателей и критериев. Применение словесно описанных показателей («хорошо — плохо», «мало — много») и порядковых критериев («лучше — хуже», «больше — меньше») возможно лишь в исключительных случаях, когда из-за недостатка исходной информации нельзя получить количественную оценку степени достижения поставленной цели и объема требуемых ресурсов.

Всякому количественному анализу должен предшествовать качественный анализ, незаменимый при выполнении таких принципиально важных, основополагающих этапов анализа, как четкая и конкретная формулировка целей и задач, а также обоснование критерия выбора оптимального решения. Кроме того, качественный анализ используется при исследовании начального состояния изучаемого объекта или процесса, при отборе статистических данных. После проведения количественного анализа снова наступает этап качественного анализа, связанный с интерпретацией полученных результатов, подготовкой проекта предложения для командира или начальника, принимающего решение. По результатам качественного анализа полученного решения задачи или в случае отсутствия решения при несовместности заданных условий (ограничений) количественный анализ может повторяться.

7) В качестве показателей эффективности мероприятий при военно-экономическом анализе служат не только показатели собственно боевой эффективности образцов вооружения или эффективности действия войсковых формирований, но и показатели различного характера, определяющие степень соответствия полученных или ожидаемых результатов поставленной конечной цели. Важно, однако, чтобы показатели эффективности отдельных мероприятий соразмерно отображали конечный результат деятельности, соответствовали цели функционирования структурных элементов Вооруженных Сил.

Например, при анализе процессов технического обслуживания и ремонта техники не обязательно оценивать конечный уровень боевой готовности части или соединения, а тем более объединения и Вооруженных Сил в целом. В данном случае достаточно в качестве показателя, характеризующего конечный результат, выбрать коэффициент технической готовности. Очевидно, что, чем выше коэффициент готовности техники, тем выше общая боеготовность части и соединения.

Таковы основные методические положения военно-экономического анализа как научного направления.

Военно-экономический анализ как система действий в общем случае состоит из ряда элементов, состав которых зависит от характера решаемой задачи: оценки показателей или оптимизации.

При решении задачи оценки военно-экономический анализ включает в себя конкретизацию задач анализа в соответствии с поставленной целью, определение перечня и качественное описание сущности основных военно-экономических показателей (эффект — затраты — время), расчет количественных значений показателей и подготовку предложений по результатам анализа.

При решении задачи оптимизации после конкретизации задач анализа и определения перечня показателей необходимо:

— выбрать критерий, наиболее полно соответствующий цели мероприятия;

— сформировать варианты (альтернативы) достижения поставленной цели путем изменения способов организации мероприятия, качества и порядка поставки ресурсов;

— оценить количественные значения показателей по каждому варианту;

— сравнить варианты по выбранному критерию с учетом имеющихся ограничений и определить наилучший вариант из числа допустимых;

— подготовить рекомендации для принятия решения.

Оценка количественных значений показателей потребности в ресурсах и сравнение их с фактическим наличием ресурсов могут привести к уточнению исходного пункта анализа — формированию цели, так как возможности осуществления мероприятий активно воздействуют на процесс выработки целей.

Следует при этом отметить, что военно-экономический анализ сам по себе не предназначен для автоматического принятия решения. Он дает руководителю, принимающему решение, результаты оценки различных вариантов и рекомендации по лучшим из них. Поэтому можно считать, что военно-экономический анализ — это метод подготовки для руководителей необходимых данных в удобной для принятия решения форме, не заменяющий здравого суждения руководителя, а помогающий ему.

Выбор окончательного варианта (плана) действий является прерогативой (исключительным правом) командиров и начальников. Они же, как правило, формулируют цели анализа.

1.2. Классификация задач и методы военно-экономического анализа

Чтобы обеспечить наиболее эффективное использование ресурсов, выделяемых государством для обеспечения высокой боевой готовности Вооруженных Сил, необходимо на всех уровнях руководства проводить комплексный военно-экономический анализ планируемых мероприятий по укреплению боевого потенциала, начиная с обоснования перспективных направлений совершенствования военной техники и кончая мероприятиями по текущему обслуживанию техники в войсках, обучению и воспитанию личного состава войск и сил флота, несению боевого дежурства.

Чем выше уровень, на котором принимаются решения (Совет обороны, Совет Министров, Министр обороны) и чем более отдаленной перспективы они касаются (10—15 лет), тем сильнее проявляется качество их обоснования в эффективности использования всех видов ресурсов.

Поэтому естественно, что в настоящее время методология военно-экономического анализа наиболее активно используется для решения задач на высшем уровне управления.

Наиболее сложными и важными являются задачи оптимального распределения материальных и финансовых ресурсов в целях создания условий для рационального развития Вооруженных Сил. Социалистическое государство выделяет на нужды обороны значительные средства, и они должны быть использованы с максимальной эффективностью. Достичь этого невозможно без военно-экономического анализа мероприятий, планируемых и проводимых всеми структурными элементами Вооруженных Сил.

Большие возможности предоставляет военно-экономический анализ как научная дисциплина для решения практических задач по обоснованию оптимальных тактико-технических характеристик военной техники, планов и программ ее испытания в ходе опытно-конструкторской отработки, программ контроля техники на всех этапах серийного производства, при оценке и оптимизации уровня защищенности фортификационных сооружений и др.

Очень ответственными и важными являются задачи военно-экономического анализа войсковой сферы деятельности. Военная техника с определенными тактико-техническими характеристиками поступает в войска. Именно в войсках создается система «человек — оружие», проверяется действительное ее качество и поддерживается требуемый уровень боевой готовности.

Таким образом, задачи военно-экономического анализа возникают и решаются в весьма разнообразных направлениях и на разных уровнях структуры Вооруженных Сил.

Все задачи, которые решаются с использованием результатов военно-экономического анализа, можно классифицировать:

а) по уровню организации, проводящей анализ:

— задачи высших звеньев управления государством;

— задачи видов Вооруженных Сил и родов войск, главных и центральных управлений Министерства обороны;

— задачи штабов, управлений и служб военных округов, объединений и соединений;

б) по условиям действий войск:

— обоснование оптимальных способов ведения боевых действий;

— обоснование мероприятий в процессе текущей деятельности войск в мирное время;

в) по направлениям деятельности:

— определение путей совершенствования систем вооружения и оценка потребных ассигнований на их развитие и поставку в войска;

— оптимизация мероприятий войсковой сферы деятельности;

— оптимизация планов предприятий и организаций производственной сферы деятельности;

— оптимизация деятельности промышленных министерств, обеспечивающих разработку и производство военной техники;

— оптимизация мероприятий вневойскового обеспечения;

г) по цели анализа:

— расчет военно-экономических показателей (эффекта, затрат ресурсов, продолжительности) проводимых мероприятий;

— выбор оптимальных способов проведения мероприятий;

д) по постановке задач:

— «прямая» задача, направленная на максимизацию эффекта от использования выделенных ресурсов (задача повышения эффективности);

— «обратная» задача, связанная с выбором наиболее экономичного плана достижения цели (задача повышения экономичности);

е) по виду получаемых результатов:

— выбор способов организации деятельности;

— обоснование качества (в том числе ТТХ вооружения) и объемов потребных ресурсов и порядка их поставки.

Штабы высших звеньев управления Вооруженными Силами используют результаты военно-экономического анализа для обоснования перспектив развития систем оружия, тактико-технических характеристик образцов военной техники, объемов потребных ассигнований на разработку, производство и обеспечение эксплуатации вооружения, оптимального распределения боевых задач между видами Вооруженных Сил, родами войск и образцами вооружения и др.

Штабы и службы войскового звена управления используют результаты военно-экономического анализа для обоснования планов боевой и политической подготовки частей и соединений, обучения личного состава в учебных центрах, оценки и выбора рациональных вариантов проведения учений, маневров и др.

Условия действия войск определяют характер задач военно-экономического анализа. Так, для условий военного времени или моделирования боевых действий в ходе командно-штабных учений характерными являются задачи оценки затрат на планируемую операцию или бой, военно-экономического обоснования решения командира по оптимальному распределению средств поражения по объектам противника из условий минимальной стоимости выполнения боевой задачи и др. В мирное время круг задач военно-экономического анализа не менее широк и связан с оценкой эффективности мероприятий по боевой подготовке, ведению войскового хозяйства, деятельности производственных предприятий и строительных организаций.

Военно-экономический анализ предполагает получение результатов двух видов. Если известны объемы наличных ресурсов, определен план действий, то возникает потребность в решении задачи оценки степени достижения поставленной цели. В других случаях формулируется лишь цель мероприятий. Тогда возникает необходимость в расчете объемов потребных ресурсов для возможных вариантов достижения цели. Такого рода задачи военно-экономического анализа называются задачами оценки. Суть их состоит в том, что при фиксированных исходных данных необходимо оценить военно-экономические показатели (эффект — затраты — время) для различных вариантов достижения цели.

Более сложными являются задачи выбора лучшего варианта. Решение задачи выбора предполагает сравнение вариантов достижения цели. Чем большее количество вариантов подвергнуто анализу, тем ближе рекомендуемое решение к оптимальному, тем выше эффективность использования ресурсов. В простейшем случае задача оптимизации решается путем перебора различных вариантов (по меньшей мере двух) и выбора наилучшего. В более сложных случаях создаются специальные экономико-математические модели выбора или используются универсальные модели (см. гл. 7—10).

Постановки задач выбора могут быть различными. Если известны объем имеющихся ресурсов и цель мероприятия, то решается «прямая» задача, предполагающая нахождение такого способа использования ресурсов, при котором будет достигнут наибольший конечный результат. Такого рода задачу можно назвать задачей повышения эффективности, а результат — наиболее эффективным. XXVII съезд КПСС поставил задачу ускорения развития нашей экономики «...не за счет все большего наращивания ресурсов, как это было раньше, а путем всесторонней интенсификации производства — интенсификации по всему фронту»[1].

В другой постановке, когда задан результат деятельности, возникает задача такой ее организации или такого выбора характеристик военной техники, при которых затраты ресурсов на достижение цели будут минимальными. Такая задача является задачей повышения экономичности.

При решении задач выбора формирование вариантов, подлежащих в дальнейшем анализу, может производиться за счет различных параметров, которые объединяются в две основные группы: первая группа характеризует объем, качество и порядок поступления ресурсов, вторая группа — порядок действий и способ организации мероприятия.

Первая группа задач наиболее характерна для обоснования ТТХ военной техники, определения оптимального объема резервируемых ресурсов. Улучшение ТТХ приводит к увеличению затрат ресурсов за счет дополнительных опытно-конструкторских работ, усложнения технологии производства и ужесточения контроля качества. С другой стороны, лучшее качество военной техники позволяет решать задачи меньшим ее количеством. Следовательно, имеются некоторые оптимальные значения ТТХ, при которых стоимость выполнения боевых задач минимальна.

Если качество ресурсов определено и могут изменяться только объем и порядок их поставок, то возникает потребность в решении задачи о резервировании ресурсов. Создание больших запасов гарантирует деятельность структурных элементов Вооруженных Сил (в частности, промышленное производство и строительство) от срыва из-за нехватки ресурсов, но приводит к замораживанию средств и излишним расходам на хранение ресурсов.

Вторая группа задач военно-экономического анализа предполагает обоснование планов проведения мероприятий, т. е. состава работ, входящих в мероприятие, и порядка их проведения. Характерный пример этой группы задач — обоснование плана боевой подготовки. При заданном уровне обученности личного состава необходимо установить виды занятий, их продолжительность и последовательность проведения таким образом, чтобы суммарная стоимость обучения была минимальной.

В отдельных случаях может решаться комплексная задача выбора характеристик ресурсов и плана проведения мероприятий. Например, при заданном уровне обученности личного со-

[1] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза. М.: Политиздат, 1986, с. 229.

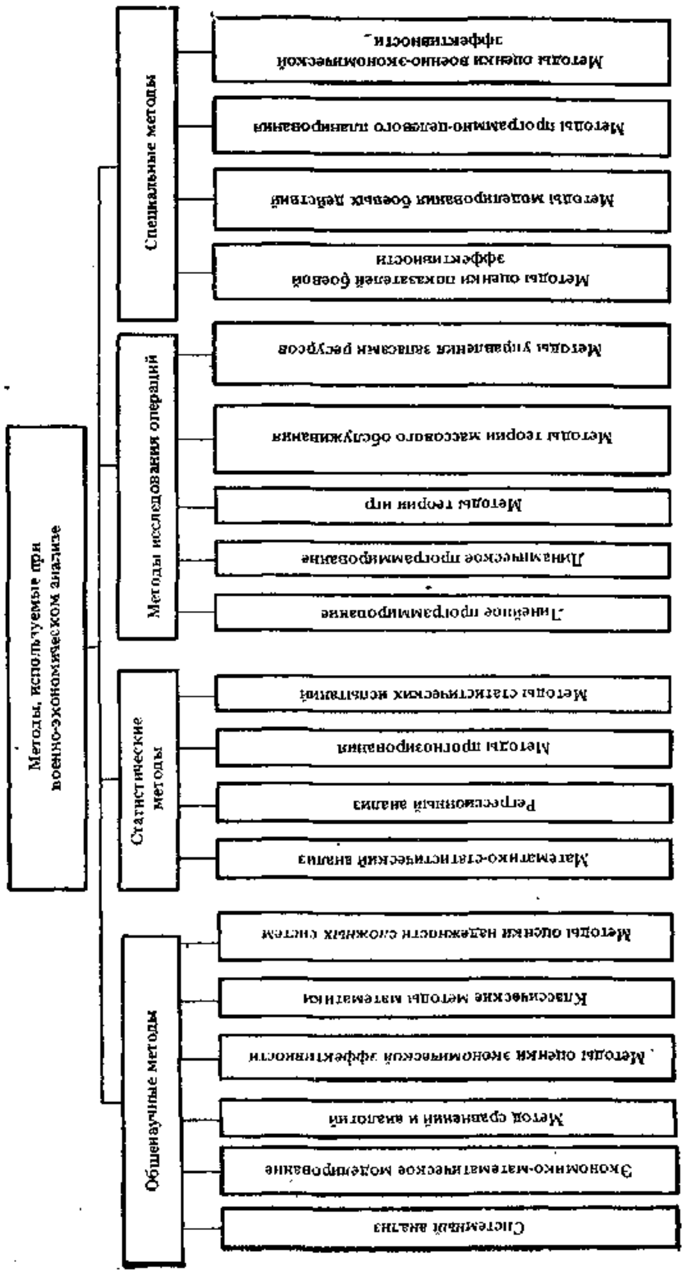


Рис. 1.2. Классификация основных методов, используемых при военно-экономическом анализе

става можно обосновать не только план обучения, но и состав учебно-тренировочных средств и их характеристики.

Для решения практических задач в ходе военно-экономического анализа используется система методов и расчетных методик, позволяющих готовить обоснованные рекомендации по повышению эффективности использования ресурсов. Методология военно-экономического анализа опирается на общий философский подход, который дает основу для научного рассмотрения процессов, протекающих в военной экономике. Он позволяет проводить анализ военно-экономических процессов в динамике, в тесной связи с развитием средств вооруженной борьбы, способов их боевого применения и всех видов обеспечения как в мирное, так и в военное время с учетом противоречий, присущих всем экономическим явлениям.

При проведении военно-экономического анализа широко используются различные общенаучные методы, такие, как анализ и синтез, аналогия, моделирование. Большое значение для обоснования управленческих решений имеет системный подход (см. гл. 2). Он используется на всех этапах анализа военно-экономических процессов, начиная с постановки и формулирования целей и задач и кончая определением объемов потребных ресурсов.

Для получения количественных значений военно-экономических показателей (затраты — эффект — время) при военно-экономическом анализе используются методы прогнозирования, математического программирования, методология программно-целевого планирования, теория боевой эффективности.

Поскольку убедительность рекомендаций для командиров и начальников, принимающих решение, в значительной мере зависит от доказательности обоснования, специалист в области военно-экономического анализа обязан знать и уметь применять методы обработки статистических данных и количественного обоснования военно-экономических решений, методы оптимизации и экономико-математического моделирования. Классификация наиболее часто применяемых при военно-экономическом анализе методов приведена на рис. 1.2. Кроме того, при решении задач военно-экономического анализа сферы производства могут использоваться балансовые модели и другие общенаучные методы.

Глава 2

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД И ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ МЕРОПРИЯТИЙ

2.1. Системный подход к решению задач военно-экономического анализа

Системный подход представляет собой научное методологическое направление, цель которого — создание средств и методов исследования сложных по своей организации объектов.

В основе системного подхода лежит диалектико-материалистический метод исследования: движение от абстрактного к конкретному, взаимоотношение части и целого, диалектическая связь анализа и синтеза. Суть системного подхода состоит в рассмотрении всех частных (основных и второстепенных) вопросов с единых позиций целостности, что позволяет рассматривать все внешние и внутренние связи и экономические отношения, учитывать их влияние на те факторы, изменение которых приводит к нахождению наилучших способов достижения цели. Указывая на необходимость системного подхода к решению задач управления, В. И. Ленин подчеркивал: «... кто берется за частные вопросы без предварительного решения общих, тот неминуемо будет на каждом шагу бессознательно для себя «натыкаться» на эти общие вопросы» [1].

Системный анализ, по существу, реализует требования системного подхода и представляет собой совокупность научных методов и средств, которые позволяют решать практические задачи в различных областях целенаправленной деятельности людей.

В связи с повышением роли системного подхода к решению экономических задач на XXIV съезде КПСС указывалось: «Наука серьезно обогатила теоретический арсенал планирования, разработав методы экономико-математического моделирования, системного анализа и другие. Необходимо шире использовать эти методы...» [2]

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 15, с. 368.
[2] Материалы XXIV съезда КПСС. М.: Политиздат, 1973, с. 67.

Системный подход используется при военно-экономическом анализе. Он необходим при комплексном перспективном планировании, создании образцов вооружения и обеспечении жизнедеятельности войск.

Для раскрытия существа системного подхода в задачах военно-экономического анализа необходимо сформулировать понятие системы, провести классификацию систем и рассмотреть методы их исследования.

2.1.1. Понятие системы

Все объекты, явления и процессы в природе и обществе взаимосвязаны и влияют друг на друга. Выделяя для анализа любой, даже незначительный по масштабу объект или экономический процесс, необходимо рассматривать его в составе всех окружающих и сопутствующих объектов или процессов. Однако такой метод анализа окажется чрезвычайно громоздким, а результаты анализа будут слабо реагировать на изменение анализируемого объекта. В этих случаях целесообразно объект анализа выделить из окружающей среды.

Но, выделяя объект для анализа, обязательно следует учесть все или хотя бы наиболее существенные связи между объектами. Так, рассматривая процесс боевой подготовки соединения, не обязательно измерять ее результаты показателями, применяемыми при оценке боевой готовности Вооруженных Сил в целом. В то же время необходимо учитывать связь боевой подготовки соединения с задачами, стоящими перед объединением, рассматривать деятельность соединения как элемент деятельности Вооруженных Сил. Деятельность ремонтного предприятия можно рассматривать самостоятельно, но при этом необходимо учитывать его внешние связи, влияющие на постановку задач, связанных с деятельностью по ремонту военной техники.

Системный подход предполагает применение целого ряда понятий и определений. К ним относятся понятия системы, иерархии, структуры, среды, информации и др. Оперирование этими понятиями позволяет рассматривать сложное явление как совокупность более простых явлений, имеющих между собой связи в виде отношений и потоков информации. В свою очередь, можно проводить «конструирование» сложной системы из совокупности простых подсистем с учетом единства решаемых ими задач.

Слово «система» в переводе с греческого означает целое, составленное из частей. В общем случае под **системой** понимается множество элементов с набором связей между ними. По такой трактовке системами являются: здания и сооружения; машины, собранные из определенных узлов и деталей; живые организмы, состоящие из клеток.

Важной чертой систем, рассматриваемых в экономическом и военно-экономическом анализе, является наличие отношений между элементами. Эти отношения в системах, включающие отношения людей, носят осознанный и целенаправленный характер. Под отношениями будем понимать законы, правила, подчиненность, обязанности и т. д. Например, содержание приказов и директив, порядок подчиненности, система учета и отчетности и т. п.

В качестве элементов экономических систем выступают не только материальные объекты, но и люди, т. е. под элементами экономической системы понимаются предметы любой природы, естественные или искусственные, которые зависят от других предметов и воздействуют на них.

Под **военно-экономической системой** понимается совокупность элементов и отношений, закономерно связанных друг с другом в единое целое, которое обладает новыми свойствами, отсутствующими у отдельных элементов и отношений. Свойства системы — это отличительные черты, признаки, составляющие ее особенности. Свойства системы могут иметь качественное описание, а иногда наряду с ним количественное выражение в виде одного или нескольких показателей. Например, финансовая служба военного округа как система состоит из таких элементов, как люди, технические средства, информация, обрабатываемая в процессе деятельности. Все элементы системы функционируют во имя единой цели, стоящей перед системой в целом. Финансовая служба военного округа обладает новыми свойствами, которые отсутствуют у любой службы низших звеньев.

Свойства системы в процессе ее функционирования могут изменяться. При этом они могут изменяться не только в результате деятельности самой системы, но и вследствие изменений среды, в которой система функционирует, под воздействием связей системы с этой средой. Связи могут быть существенными или несущественными в зависимости от силы их влияния на показатели функционирования системы. Например, изменение структуры управления войсками в связи с окончанием Великой Отечественной войны привело к изменению условий функционирования финансовой службы и решаемых ею задач. Система является понятием методологическим и отнесение того или иного объекта или процесса к системе зависит от задачи анализа.

Иногда в практике анализа используются понятия «большая система», «сложная система». Главное в этих понятиях не масштаб, не физические или географические размеры системы, а взгляд на общее как на совокупность связанных и функционирующих (либо способных к функционированию) элементов. Так, системой может считаться народное хозяйство страны в целом, функционирующее в определенной географической среде, в окружении других государств, влияние которых можно

считать действием связи с внешней средой. В свою очередь, система «народное хозяйство» состоит из ряда элементов (отраслей производства, министерств и т. д.), имеющих связи между собой внутри системы «народное хозяйство». Отрасли народного хозяйства также могут рассматриваться как системы. Важно подчеркнуть, что система «народное хозяйство» имеет качественно новые свойства, которыми не обладает ни один из отдельно взятых элементов, входящих в систему. Способность элементов приобретать новые свойства при объединении называется эмерджентностью системы.

Вооруженные Силы являются элементом Советского государства в целом, финансовая служба Советской Армии и Военно-Морского Флота — элементом системы «Вооруженные Силы» и т. д. Исходя из этого финансовая служба соединения также может рассматриваться, с одной стороны, как элемент системы более высокого порядка, а с другой — как самостоятельная система, обладающая всеми присущими ей характерными признаками (наличие внутренних элементов, связей между ними и со средой, потоков информации).

Способы объединения элементов, входящих в систему, характеризуют ее структуру и являются вполне определенными. В результате изучения системы и нахождения лучших способов ее функционирования структура системы может меняться (изменение организационно-штатной структуры, внедрение электронно-вычислительной техники и т. п.). Например, переход в управлении народным хозяйством на двухзвенную систему привел к изменению структуры системы «народное хозяйство».

Экономические системы иерархичны, т. е. все их элементы соподчинены. Управление элементами экономической системы низшего уровня из единого центра практически невозможно. Например, невозможно иметь прямое и непосредственное управление финансовыми органами воинских частей непосредственно из Центрального финансового управления Министерства обороны. Поэтому единая система управления дробится на подсистемы различных уровней. Это помогает упрощать задачи планирования и координации деятельности.

Реальные военно-экономические системы представляют собой совокупность различных иерархических структур: отраслевой (по видам Вооруженных Сил), территориальной (по военным округам) и функциональной (по родам войск, службам). Таким образом, можно рассматривать наличие подсистем и надсистем в зависимости от взаимного расположения систем в иерархической структуре. Например, финансовая служба военного округа является надсистемой для системы «финансовая служба соединения» и частей окружного подчинения.

Надсистема и элементы соседних систем образуют среду. **Среда** — это то, что окружает систему и оказывает на нее воздействие. Так, для финансовой службы соединения финансовая служба военного округа, командование и довольствующие службы данного соединения, финансовые и хозяйственные органы страны, а также смежных соединений и частей образуют среду.

Связи системы со средой реализуются через входы и выходы. Реальным воплощением связей являются технические системы, люди и информация в виде приказов, указаний, отчетов и т. п. Входы представляются в виде директивных указаний вышестоящих органов управления, лимитов на выделяемые фонды материальных и денежных средств.

Таким образом, основными признаками системы являются: наличие структуры, иерархичность (соподчиненность) элементов; необходимость учета связей между элементами и с внешней средой, проявляющихся в виде входа и выхода; участие вещественных элементов, людей и природной среды; возникновение новых свойств, отсутствующих у элементов, из которых состоит система.

2.1.2. Классификация систем

Системы классифицируются по ряду признаков: по характеру элементов, изменчивости свойств, характеру внутренних отношений, взаимодействию входов и выходов, степени достоверности получаемых результатов.

По характеру элементов системы бывают физические (машины, атом), биологические (человек, растение), социальные (общество, подразделение) и смешанные (человек—оружие).

По изменчивости свойств различают системы статические, т. е. мало меняющиеся со временем (здания, сооружения), и динамические, изменяющиеся относительно быстро, интенсивно (бой, войсковое хозяйство).

По характеру внутренних отношений системы могут быть централизованные и децентрализованные. В централизованной системе один элемент играет главную роль в ее функционировании. В децентрализованной системе такого главного элемента нет. В экономике страны и в военной экономике децентрализованные системы отсутствуют.

По взаимодействию входов и выходов различают системы с обратной связью и без нее. Под обратной связью понимается получение определенной реакции на входе системы в зависимости от тех или иных данных на выходе. Например, после отдачи приказания руководящий орган получает отчеты, справки и донесения от нижестоящих звеньев. Принятие решений по результатам анализа деятельности за отчетный период, направленных на улучшение выходных показателей в плановом периоде, также является проявлением обратной связи.

По степени достоверности получаемых результатов различают детерминированные и стохастические (вероятностные) системы. Если заранее можно практически достоверно предсказать результат функционирования системы, то она считается

детерминированной, т. е. вполне определенной. Например, отдавая приказание подчиненным, командир практически уверен, что оно будет выполнено качественно и в нужное время. Экономические системы являются стохастическими, так как невозможно заранее абсолютно точно предсказать результат. Действительно, отчетные данные экономических систем, как правило, не совпадают с плановыми показателями. Поэтому оценка будущих результатов действия стохастической системы должна носить вероятностный характер.

Одним из свойств системы является ее адаптивность, т. е. способность приспосабливаться к изменениям среды. В процессе адаптации могут изменяться как свойства системы, так и ее структура. Система, которая сохраняет способность к незначительному изменению в условиях воздействия среды, называется стабильной. Так, деятельность финансовой службы военного округа в условиях мирного времени остается достаточно стабильной и значительно изменяется лишь при переходе от мирного времени к военному.

Для обеспечения нормального функционирования система должна быть «равнопрочной», т. е. все элементы должны одинаково успешно способствовать достижению единой цели функционирования системы. Нарушение этого принципа приводит к снижению эффективности функционирования системы в целом. Если, например, не уделять достаточного внимания развитию и совершенствованию войсковых ремонтных органов, делая главный упор на техническое обслуживание военной техники в процессе эксплуатации, то в конечном счете это приведет к снижению боеготовности Вооруженных Сил в целом. Поэтому не случайно в последние годы появились такие термины, как система ремонта, система технического обеспечения и др. Только системный подход, анализ процессов в их технологическом единстве с учетом всех связей и их воздействия на элементы системы позволяют принимать правильные, научно обоснованные решения.

Вооруженные Силы можно рассматривать как комплекс двух взаимосвязанных типов военных систем: системы материально-технического содержания и системы функционирования. Системы материально-технического содержания представляют собой совокупность образцов военной техники. Они проявляют свои свойства в системах второго типа, к числу которых могут быть отнесены:

— система обучения и воспитания личного состава (подготовка отдельных военнослужащих, отделения, взвода, роты и т. д.);

— система боевых действий войск (бой, операция);

— система мероприятий, обеспечивающих боевую подготовку личного состава (совершенствование учебно-материальной базы, финансовое обеспечение войск, тыловое обеспечение и т. д.).

Такая классификация военных систем помогает определять роль и место отдельных звеньев военного механизма, в целом оценивать результаты их деятельности и определять затраты на осуществление отдельных мероприятий.

2.1.3. Задачи исследования систем

Существует три основных уровня анализа системы: параметрический, морфологический и функциональный.

Параметрический анализ системы, являющийся исходным уровнем анализа, состоит в описании системы в целом, ее признаков и внешних связей. Например, параметрический анализ системы «финансовая служба соединения» предполагает описание задач соединения, ее специфических черт, которые отличают финансовую службу от других служб, обеспечивающих жизнедеятельность войск.

Морфологический анализ (морфология — наука о форме, строении) состоит в определении поэлементного состава системы и, главное, в отыскании и описании связей между элементами системы. Для финансовой службы соединения морфологическое описание заключается в определении количества финансируемых воинских частей, характера их взаимоотношений между собой и с финансовой службой соединения, в определении наличных технических средств и кадров финансовой службы и их состояния.

Функциональный анализ позволяет установить количественные связи элементов между собой, между элементами и центральным звеном системы в целом. Функциональное описание позволяет перейти к выявлению картины «жизни» в целом, к управлению выявленными связями, а следовательно, к изменению параметров, характеризующих поведение системы.

Таким образом, системный подход проявляется в описании элементов не самих по себе, а с учетом их места в системе, с учетом связей между элементами.

Функциональное описание системы позволяет решать два класса задач: задачи анализа и задачи синтеза.

Задача анализа предполагает получение характеристик системы в том случае, когда известны условия ее функционирования (внешняя среда), заданы структура системы, численные значения параметров каждого элемента системы и связей между ними. Только при этих условиях можно оценить ожидаемые численные значения характеристик эффективности функционирования системы. Например, условия дислокации, характер соединения (мотострелковое, танковое и т. д.), укомплектованность личным составом и военной техникой воинских частей и соединения в целом, план боевой и политической подготовки и другие факторы определяют потребность в денежных средствах; укомплектованность штата финансовой службы соединения личным составом, уровень его специальной подготовки, стаж работы по

специальности и некоторые другие факторы влияют на основные результатирующие показатели деятельности по финансовому обеспечению соединения.

Если полученные или ожидаемые результаты функционирования не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к системе, возникает необходимость в решении задачи синтеза. Задача синтеза сводится как бы к конструированию или реконструкции системы, к отысканию наилучшего ее состава, оптимальных связей между элементами.

Если задача анализа предполагает определение исходного состояния системы, выявления внутренних связей между элементами и оценку количественных значений характеристик качества функционирования системы, то решение задачи синтеза, кроме того, предполагает:

— разработку различных способов, вариантов функционирования системы в интересах достижения конечных целей;

— определение ресурсов, потребных для достижения целей при каждом способе функционирования системы;

— соотнесение целей и достигаемых результатов, а также имеющихся и потребных ресурсов, т. е. определение ресурсных и целевых показателей;

— выбор критерия оценки качества функционирования системы, отбор допустимых вариантов с учетом ограничений по ресурсам, сравнение отобранных вариантов по критерию и подготовка рекомендаций по наилучшему способу функционирования системы.

Если решение получается неудовлетворительным, необходимо пересмотреть условия выбора (поставленные цели и ограничения по ресурсам) или попытаться разработать дополнительные варианты способов функционирования системы.

Более конкретно последовательность и содержание синтеза системы зависят от характера решаемой задачи и могут быть выражены в виде физической модели, реального экономического эксперимента или экономико-математической модели. В области экономики реальный эксперимент ограничен, потому что в случае неудачи ущерб, как правило, весьма значителен. Тем не менее экономические эксперименты проводятся (например, совершенствование системы финансового планирования и финансирования). В настоящее время все шире практикуется экономико-математическое моделирование реальных процессов.

2.2. Показатели и критерии при решении задач военно-экономического анализа

2.2.1. Показатели системы

Изучение реальных систем как совокупностей элементов материально-вещественной формы, людей и отношений происходит с помощью набора показателей. Показателями можно описать любую систему и процесс ее функционирования. Здесь под показателем понимается характеристика состояния системы и процесса ее функционирования. Например, себестоимость ремонта техники, количество финансируемых воинских частей в соединении, масса боевой машины пехоты, рост военнослужащего. Характеристике состояния системы может быть постав-

Рис. 2.1. Показатели системы

лено в соответствие множество количественных значений. Показатели, характеризующие процессы, происходящие внутри системы или с системой в целом, определяют, как правило, качество деятельности. Например, скорость движения танка, уменьшение количества финансовых нарушений в отчетном году.

По отношению к системе показатели могут быть внутренними и внешними. В свою очередь, внешние показатели имеют две разновидности: входные, определяющие цели и условия функционирования системы, и выходные, характеризующие результаты ее функционирования (рис. 2.1). Например, входными показателями системы «финансовая служба соединения» являются сумма назначенных кредитов, условия дислокации соединения и др. Выходными показателями этой системы являются полнота и своевременность финансового обеспечения деятельности соединения, эффективность использования денежных средств и др. Внутренние показатели характеризуют те решения, которые принимаются внутри системы, чтобы, действуя в условиях входных показателей, улучшить значения выходных показателей. Например, количество ревизий и проверок, количество часов, отведенных на специальную подготовку личного состава финансовой службы.

Набор входных, внутренних и выходных показателей, по существу, представляет собой эквивалент реальной системы, пользуясь которым можно проводить ее анализ.

Значение выходных показателей зависит от входных и внутренних показателей. В свою очередь, достигнутые значения выходных показателей влияют на изменение входных и внутренних показателей. В этом проявляется обратная связь между выходными и внутренними показателями. Под обратной связью понимается воздействие на входные и внутренние показатели системы результатов деятельности, т. е. выходных показателей. Например, количество и характер выявленных в процессе ревизий финансовых нарушений (выходные показатели) должны повлиять на планы контрольно-ревизионной работы и специальной подготовки (внутренние показатели).

В общем случае показатель должен включать в себя количественное значение и набор содержательных признаков, в которых отражается: объект измерения (выпускаемая продукция, денежные средства и т. п.); сущность процесса (получение, выпуск, потери, увеличение, уменьшение и др.); единица измерения (тыс. руб., т, кг и т. д.); отрезок времени функционирования системы или момент, к наступлению которого измерен показатель (месяц, год, пятилетка, к 1 января и т. д.); пространственное положение системы (военный округ, область и т. д.); исходная информация, использованная для получения показателя (норматив, фактические затраты, прогнозное значение и т. д.). Например, фактические затраты войсковой части 00000, расположенной в городе N, по статье 00 сметы Министерства обороны в 1983 г. составили 2 тыс. руб.

Состав входных, выходных и внутренних показателей для системы «финансовая служба соединения» показан на рис. 2.2.

Конкретный набор показателей определяется не только объектом, но и целью анализа. Например, при решении задачи оценки деятельности соединения в целом в качестве входных показателей могут выступать географические условия, приказы и распоряжения вышестоящих органов; в качестве внутренних — планы боевой и политической подготовки, материального обеспечения частей, технического обслуживания военной техники, политико-воспитательной работы; в качестве выходных — состояние боеготовности части, обученность личного состава и слаженность частей и подразделений, состояние учебно-материальной базы, результаты учений и стрельб.

При решении задачи выбора (оптимизации деятельности) возможно варьирование только внутренними показателями с целью приведения выходных показателей к наилучшему значению. Например, применительно к системе «финансовая служба соединения» изменение такого выходного показателя, как количество финансовых нарушений, зависит от ряда внутренних показателей, к числу которых относятся уровень профессиональной подготовки работников финансовой службы, укомплектованность штата, план контрольно-ревизионной работы. Управлять внешними показателями (среда, указания вышестоящих органов и др.) начальник финансовой службы соединения не в состоянии.

Анализ выходных показателей позволяет начальнику финансовой службы соединения реализовать обратную связь посредством изменения внутренних показателей. Кроме того, анализ вышестоящим органом выходных показателей ряда финансовых органов воинских частей позволяет изменять входные показатели каждого финансового органа, что также является реализацией обратной связи.

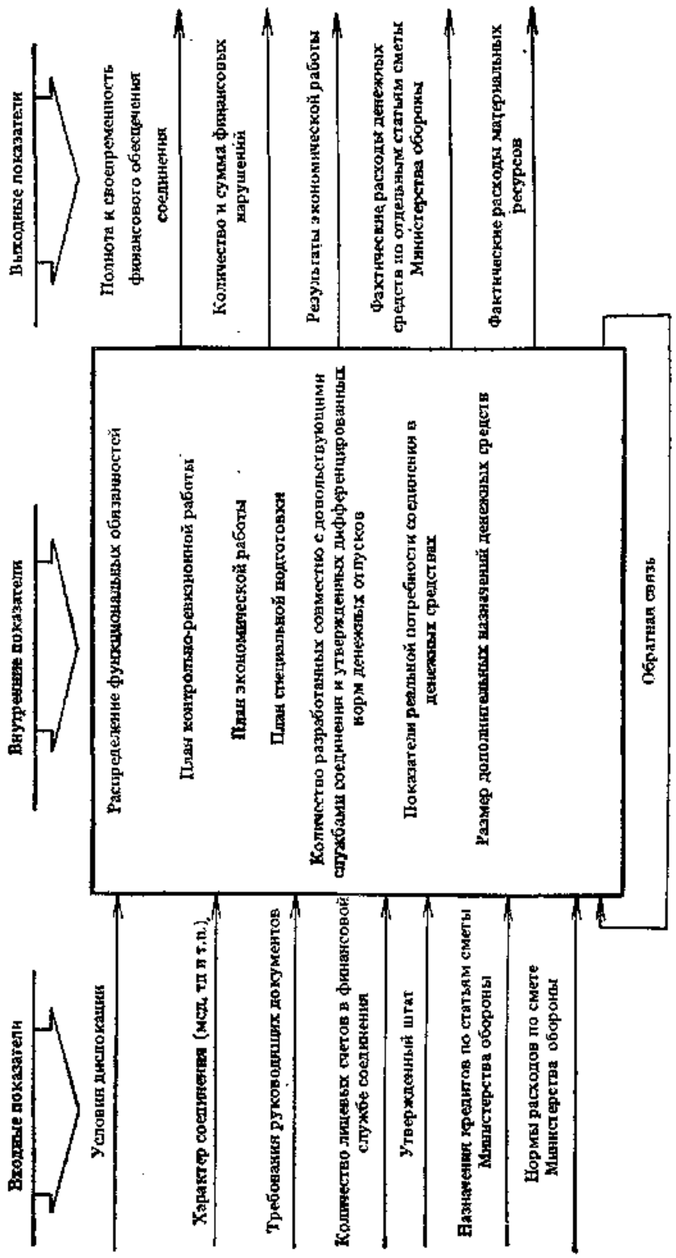


Рис. 2.2. Входные, выходные и внутренние показатели финансовой службы соединения как системы

2.2.2. Критерии выбора оптимального решения

Задача выбора оптимального способа функционирования системы или оптимальных характеристик военной техники формулируется обычно следующим образом. Для анализируемого объекта требуется выбрать такие его характеристики (для мероприятия — такой план действий), при которых один или несколько выходных показателей принимали бы экстремальное (максимальное или минимальное) значение. При этом предполагается, что цель должна быть достигнута и удовлетворены условия по ограничениям (ресурсным, временны́м). Например, требуется так организовать перевозки грузов (внутренний показатель — план закрепления пунктов отправления и назначения за транспортными средствами) в отведенное время и имеющимися средствами (входные показатели — ограничение по ресурсам), чтобы суммарная стоимость перевозки была минимальной (выходной показатель).

Набор внутренних показателей (или один показатель) в общем случае может считаться решением задачи. Но оно может быть недопустимым с точки зрения возможностей удовлетворения ресурсами или не лучшим по степени достижения цели. Например, можно произвольно назначить транспортные средства для перевозки грузов от поставщиков к потребителям. Если решение удовлетворяет поставленным условиям — ограничениям по ресурсам (материальным, временны́м, людским) и позволяет достичь поставленную цель, то оно называется допустимым. Допустимых решений может быть несколько. Из них нужно выбрать наилучшее.

Для получения наилучшего (оптимального) решения выбирается (*назначается*) *критерий оптимальности или критерий эффективности*. **Критерием** называется признак, на основе которого производится оценка целесообразности действий.

В случаях когда объем и качество (ТТХ) ресурсов заданы, на основе критерия выбирается оптимальный план осуществления мероприятия. Если известен план деятельности, то с помощью критерия выбираются (обосновываются) характеристики ресурсов, в том числе ТТХ военной техники. В общем случае критерий помогает выбрать одновременно и характеристики ресурсов, и план осуществления мероприятия.

Таким образом, критерий — это мерило суждения, сравнения, выбора.

Различают критерии глобальные и локальные, порядковые и количественные.

Глобальный критерий оптимальности — мера оценки качества функционирования системы с позиции интересов надсистемы, системы верхнего уровня. Например, мерилом оценки оптимальности функционирования народного хозяйства служит степень удовлетворения потребностей общества в целом. Оптимальность функционирования всех подсистем может проверяться по глобальному критерию с позиции народнохозяйственного оптимума.

Локальный критерий — мера, характеризующая оптимальность функционирования рассматриваемой системы с позиций установленных для нее показателей. Например, критерием оценки деятельности предприятий может служить прибыль, которая лишь опосредствованно отображается в глобальном критерии народнохозяйственного уровня. Деятельность финансовой службы одного соединения может сравниваться с финансовой службой других соединений этого же военного округа по сумме фактических расходов денежных средств по статьям сметы Министерства обороны, по состоянию финансового планирования и другим показателям, которые являются локальными критериями оценки их деятельности.

Порядковый критерий выражается понятиями «больше—меньше», «хуже—лучше», «левее—правее».

Количественный критерий — это мера оценки, выраженная в виде числа.

В качестве критерия обычно выбирается один или несколько выходных показателей системы. Так, в рассмотренном ранее примере транспортировки грузов критерием оптимальности может быть один из показателей: суммарный расход моторесурса, холостой пробег, стоимость перевозки и т. д.

Проиллюстрируем понятия «решение», «ограничения», «допустимое решение», «критерий» и «оптимальное решение» на следующем примере.

Допустим, что требуется организовать перевозку сельскохозяйственных продуктов от нескольких поставщиков (колхозов и совхозов) в воинские части. Каждый поставщик имеет определенное количество продуктов, подлежащих поставке. Каждой воинской части определены общие объемы заготовок. Известны стоимость перевозки единицы продуктов от каждого поставщика каждому потребителю. Необходимо установить такое закрепление поставщиков за потребителями, при котором суммарные затраты на перевозки всех продуктов были бы минимальными.

В данной задаче решением является любое возможное закрепление, т. е. установление объемов перевозок от каждого поставщика каждому потребителю. Допустимыми решениями будут лишь те, которые удовлетворяют ограничениям, т. е. учитывают фактическое наличие продуктов у поставщиков и полностью обеспечивают всех потребителей.

Критерием оптимальности закрепления поставщиков за потребителями является суммарная стоимость всех перевозок.

Каждое допустимое решение имеет свою суммарную стоимость перевозок. Оптимальным является то решение из числа допустимых, которое обеспечивает минимальную суммарную стоимость перевозок.

Схема входных, внутренних и выходных показателей для данной задачи представлена на рис. 2.3.

Критерий должен отвечать таким требованиям, как представительность, чувствительность, возможно большая простота, способность учитывать фактор случайности в ходе исследуемого процесса. Требование представительности заключается в том, что критерий должен оценивать степень достижения главной

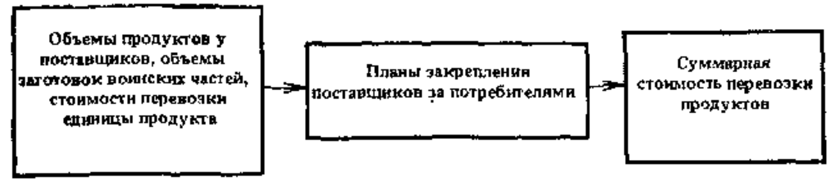


Рис. 2.3. Схема входных, внутренних и выходных показателей задачи о заготовках

цели, решение главной задачи, а не второстепенных задач. Например, переход от оценки результатов деятельности предприятий по общему объему выпуска продукции в стоимостном выражении (валовой продукции) к оценке по степени выполнения планов поставок по объему, номенклатуре и качеству знаменует переход к главному критерию, который объективно отражает конечную цель деятельности предприятия.

Чувствительность критерия заключается в его способности реагировать на изменение тех факторов, с помощью которых достигается оптимальность решения. Иначе говоря, выходной показатель, выбранный в качестве критерия, должен зависеть от изменения значений внутреннего показателя системы, оптимальное значение которого необходимо найти. Если критерий не чувствителен к изменению фактора (внутреннего показателя), то это означает, что либо неверно выбран критерий, либо необходимо изменить фактор (внутренний показатель), взятый для поисков оптимального решения.

Крайне желательно, чтобы критерий был по возможности простым, имел ясный физический или экономический смысл и был единственным. Усложнение критерия может затруднить анализ, не приведя к существенному повышению обоснованности решения. Единственность критерия также упрощает решение задачи, однако в ряде случаев практика вынуждает иметь дело с двумя и более критериями, иногда противоречивыми по своему существу. Для решения практических задач при наличии нескольких критериев существуют различные методические приемы и способы.

Одним из способов решения задачи при наличии нескольких критериев (так называемый критерий-вектор) является введение составного критерия. Существует несколько основных способов работы с критерием-вектором.

Первый способ предполагает обозначение составного критерия в виде дроби. Числителем дроби является показатель, характеризующий одну сторону мероприятия (например, затраты на его проведение), знаменателем дроби — другой показатель (например, результат проведения мероприятия).

Дробный критерий K имеет вид

$$K_1 = \frac{C}{W} \text{ или } K_2 = \frac{W}{C},$$

где K_1 — затраты ресурсов, необходимые для получения единицы эффекта и характеризующие экономичность мероприятия;

K_2 — получаемый эффект на единицу затраченных ресурсов;

C — показатель, имеющий экономическое содержание;

W — показатель, характеризующий результат осуществления мероприятия.

При этом следует иметь в виду, что дробный критерий не является чувствительным, поскольку изменение одной составляющей критерия можно компенсировать изменением другой составляющей и значение критерия останется неизменным.

Например, сравним два варианта осуществления мероприятия, расход ресурсов на осуществление которых составляет соответственно $C_1 = 10$ млн. руб. и $C_2 = 12{,}5$ млн. руб. Получаемый при этом эффект тоже разный: $W_1 = 0{,}8$ и $W_2 = 1{,}0$. В результате значения дробного критерия будут равны: для первого варианта $K_1 = 10:0{,}8 = 12{,}5$ и для второго варианта $K_2 = 12{,}5:1{,}0 = 12{,}5$.

Таким образом, критерии K_1 и K_2 равны по величине, хотя очевидно, что два варианта неравнозначны по мере достижения конечной цели. Поэтому дробный критерий имеет весьма ограниченное применение и может использоваться только для сравнения *равноэффективных мероприятий* (по конечному результату).

Вторым способом работы с критерием-вектором является формирование одного критерия в виде суммы частных с учетом «веса» каждого из них. Так, если есть частные критерии W_1, W_2 и W_3, то формируется *единый критерий вида* $W = \alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2 + \alpha_3 W_3$.

Поскольку каждый из частных критериев отражает разные и нередко противоречивые показатели (например, затраты ресурсов, которые желательно уменьшить, и качество, которое желательно повысить), имеющие свою размерность (руб., т и т. д.), обобщенный критерий W может не иметь ясно выраженного физического или экономического смысла. Его следует рассматривать лишь как меру предпочтительности. Коэффициенты важности α устанавливаются, как правило, экспертным путем (см. подразд. 6.6). Например, в одном из вариантов доля пораженных объектов противника $W_1 = 0{,}4$, доля потерь нашей

стороны $W_2 = 0{,}1$, доля расхода боеприпасов $W_3 = 0{,}2$. Экспертами установлена степень важности каждого показателя: $\alpha_1 = 0{,}3$, $\alpha_2 = 0{,}5$, $\alpha_3 = 0{,}2$ (сумма «весов» равна единице).

Тогда величина обобщенного критерия W' будет равна $0{,}3 \cdot 0{,}4 - 0{,}5 \cdot 0{,}1 - 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}03$. Знак «—» перед вторым и третьим критериями ставится потому, что нам желательно уменьшить свои потери и расход боеприпасов. Значит, критерий W должен быть по возможности большим. Для сравнения рассмотрим другой вариант, у которого $W_1 = 0{,}4$, $W_2 = 0{,}04$, $W_3 = 0{,}3$. Тогда величина W'' будет равна $0{,}3 \cdot 0{,}4 - 0{,}5 \cdot 0{,}04 - 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}04$.

Величина W'' лучше, так как наши потери во втором варианте меньше. Значит, сравнение двух вариантов по суммарно взвешенному критерию дает количественную меру оценки целесообразности наших действий.

Третьим способом работы с критерием-вектором является ранжирование критериев, т. е. расположение их в порядке важности. Этот способ применяется в том случае, когда трудно оценить коэффициенты важности («веса») и лишь экспертным путем удается установить степень предпочтительности одного критерия другому, т. е. устанавливается, например, что $W_2 \prec W_1 \prec W_3$ ($\prec$ — знак «раньше», «предшествует», «предпочтительнее»; если a предпочтительнее b, то записывается $a \prec b$).

В этом случае производится оптимизация вначале по наиболее важному критерию, затем по следующим, менее важным. При этом оценивается величина отхода от оптимального решения по первому варианту, величина так называемой уступки. Аналогичные действия проводятся со следующими критериями.

Наиболее методически правильным способом работы с критерием-вектором является выделение одного из критериев в качестве главного и использование других в качестве ограничений. Так, модифицируя пример получения обобщенного критерия с использованием «весов», можно сформулировать задачу следующим образом: выбрать такой вариант действий, при котором потери противника будут максимальными, а наши потери и расход боеприпасов не превысят заданных уровней. Иначе говоря, необходимо найти такой способ действий, при котором $W_1 \to \max$, а $W_2 \leqslant W_{\text{доп}}$, $W_3 \leqslant W_{\text{выд}}$. В этом случае постановка задачи имеет ясный смысл и позволяет найти оптимальное решение из числа допустимых по условиям-ограничениям на значения W_2 и W_3, при котором W_1 принимает максимальное значение. Задача решается в такой последовательности.

После формирования различных вариантов производится оценка каждого из них по показателям W_1, W_2 и W_3. Из числа допустимых вариантов отбирается тот, который имеет максимальное значение W_1.

2.2.3. Общая форма критериев при военно-экономическом анализе мероприятий

В самом общем случае военно-экономический анализ мероприятий по обеспечению боевой готовности войск предполагает выбор наилучших вариантов действий по обеспечению рационального использования средств, выделяемых на оборону страны. При этом используется триада показателей: достигаемый эффект (W), затраты ресурсов (C) и время (T). В каждой конкретной задаче смысл показателей определяется целью анализа и существом мероприятия. Например, показатель C, имея материальное содержание, может измеряться в тоннах, штуках, боекомплектах, моточасах и т. д. Однако вследствие того, что мероприятие требует расхода разнородных ресурсов, наиболее часто показатель C имеет стоимостную форму и измеряется в рублях.

Показатель W может выражать боевую эффективность (вероятность поражения объектов противника, соотношение сил и средств сторон и др.) или результат проводимых мероприятий по обеспечению боевой готовности войск (степень финансового обеспечения, прибыль промышленного предприятия, полученная в отчетном году, достигнутый уровень обученности личного состава и др.).

Временной показатель, как правило, выражает длительность выполняемого мероприятия (длительность огневого налета, продолжительность производственного цикла, время, отведенное для проведения ревизии, и др.) или календарный отрезок времени (год, квартал, месяц и т. д.), а также моменты свершения тех или иных событий.

Как указано в подразд. 2.2.2, в зависимости от характера решаемой задачи один из перечисленных показателей выбирается обычно в качестве критерия, а два других выступают в качестве ограничений. Если требуется организовать мероприятие так, чтобы в заданное время $\tau_{зад}$ выполнить задачу с максимально возможным уровнем W и при этом уложиться с расходом ресурсов C в объем, не превышающий $C_{выд}$, то формулировка задачи будет иметь вид $W \to \max$ при $C \leqslant C_{выд}$, $T \leqslant \tau_{зад}$.

В случае когда время задается и требуется достичь уровня эффекта не ниже $W_{треб}$ при минимальном расходе ресурсов, задача формулируется в виде $C \to \min$ при $W \geqslant W_{треб}$, $T \leqslant \tau_{зад}$.

И наконец, если задан уровень выполнения задачи и известно ограничение по ресурсам $C_{выд}$, то требуется минимизировать время достижения цели, т. е. $T \to \min$ при $W \geqslant W_{треб}$, $C \leqslant C_{выд}$.

Таким образом, при военно-экономическом анализе мероприятий классическими являются три постановки задачи. В некоторых случаях могут возникнуть модификации приведенных постановок. Так, если в качестве критерия принять стоимость

выполнения задачи $C_{оз}$, которая учитывает стоимость одного цикла полезной работы $C_в$ и количество циклов $n_в$, необходимых для выполнения задачи с требуемым уровнем достижения цели (см. гл. 6), то постановка задачи примет вид $C_в n_в = C_{оз} \to \min$ при $T \leqslant \tau_{зад}$.

Критерий часто называют целевой функцией, т. е. функцией, характеризующей качество достижения цели мероприятия. Для решения задач по отысканию экстремального значения целевой функции необходимо создать экономико-математическую модель, содержащую основные связи анализируемой системы. При этом все три выходных показателя (C, W и T) должны быть связаны с теми факторами (внутренними показателями системы), изменение которых приводит к изменению значения критерия и других показателей, принятых в качестве ограничений. Факторы, с помощью которых удается найти экстремальное значение целевой функции, называются управляющими воздействиями или параметрами управления.

Экономико-математические модели такого рода задач имеют различный вид и форму представления связей между целевой функцией и управляющими воздействиями.

2.3. Экономико-математическое моделирование в задачах военно-экономического анализа

2.3.1. Общие сведения о моделях

Модель является основным инструментом всякого системного анализа, позволяющим проводить исследование реальных систем. **Модель** — это средство имитации реальной системы, с помощью которого оценивается степень воздействия изменения отдельных ее элементов и связей между ними на общие характеристики системы. Представление системы в виде набора входных, выходных и внутренних показателей является самым общим видом ее модели (см. рис. 2.1).

Моделирование как способ отображения реальных объектов, физических процессов и явлений в природе и обществе используется человеком давно. Примерами простейших моделей являются тренажеры, имитирующие боевую технику, схемы, топографические карты, математические зависимости, мишени и макеты на полигоне, заменяющие реальные объекты противника при выработке навыков стрельбы.

Главная ценность модели состоит в ее способности заменить реальный объект или процесс. Ценность моделей и моделирования для военных объектов и экономических процессов повышается в связи с тем, что в ряде случаев проведение натурных экспериментов затруднено, а иногда и просто невозможно. Так, войсковые учения моделируют реальные боевые действия в определенных географических условиях против вероятного противника.

При моделировании формируются зависимости, соотношения, выражающие связи реальных систем, подсистем и их элементов. В результате становится возможным оценивать выходные показатели процессов функционирования систем без воспроизведения натурных условий. На модели можно проводить эксперименты, исследовать влияние различных факторов на выходные показатели, выбирать лучшие значения факторов в смысле выбранного критерия.

Основоположник научного коммунизма К. Маркс высоко ценил значение математики для исследования экономических процессов. Он считал, что «наука только тогда достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой»[1].

Под экономико-математической моделью понимается математическое описание анализируемого экономического объекта или процесса.

К моделям предъявляются следующие требования:

— соответствие цели анализа. В зависимости от поставленной цели в модели учитываются только основные связи. Поэтому модель, разработанная для одних целей, может оказаться непригодной для других. Создание универсальных моделей либо невозможно, либо нецелесообразно из-за их громоздкости. Например, модель, предназначенная для исследования потоков информации в финансовой службе звена соединение—округ, не обязательно должна учитывать личностные характеристики работников службы. Если же разрабатывается модель для исследования морально-этических мотивов поведения работников финансовой службы соединения, то она должна учитывать главным образом психологические характеристики людей;

— возможная простота наряду с необходимой полнотой отображения наиболее существенных связей в системе. Требования эти достаточно противоречивы, так как излишняя полнота учета связей ведет к переусложнению модели;

— чувствительность к изменению факторов, влияющих на анализируемые показатели;

— возможность внесения необходимых изменений и дополнений, для чего целесообразно разрабатывать модель частями (блоками);

— достаточная работоспособность, т. е. возможность получения анализируемых показателей значительно быстрее, чем это происходит в реальном процессе;

— экономичность, т. е. стоимость проведения анализа с помощью экономико-математической модели должна быть небольшой, значительно меньшей, чем стоимость натурного эксперимента;

— приспособляемость к условиям использования. Например, модели, предназначенные для проведения расчетов с помощью

[1] Цит. по: Лафарг П. Воспоминания о Марксе и Энгельсе. М., 1956, с. 66.

электронно-вычислительной техники, практически невозможно использовать там, где такой техники нет. Некоторые модели (например, модель народнохозяйственного плана) предполагают обязательное использование электронно-вычислительной техники. Активное внедрение этой техники, в том числе мини-ЭВМ, в народное хозяйство и войсковую практику открывает дорогу для использования широкого класса экономико-математических моделей.

2.3.2. Классификация моделей

Модели по своему материально-вещественному содержанию разделяются на физические (материальные), математические (экономико-математические) и смешанные.

Физические модели предполагают миниатюризацию естественных систем и процессов (модель плотины, самолета и др.).

Математические модели наиболее универсальны и пригодны для имитации физических и экономических процессов.

Смешанные модели предполагают сочетание физического и математического моделирования.

Кроме того, существуют так называемые машинные модели, которые предполагают решение задач с помощью математических моделей и ЭВМ.

По масштабу изучаемой системы различают экономико-математические модели народнохозяйственного уровня, отраслевые модели, модели функционирования отдельных предприятий, модели для решения частных задач. В Вооруженных Силах можно создавать модели, имитирующие действие видов Вооруженных Сил и родов войск, воинских частей, подразделений, военных специалистов, образцов вооружения.

По виду анализируемого объекта (системы) различают модели процессов вооруженной борьбы, модели функционирования технических систем, модели функционирования промышленности и строительства, экономические модели, демографические модели и др.

По характеру учета фактора времени различают модели статические и динамические.

Статические модели изучают поведение системы в определенные моменты времени. Более распространены **динамические модели**, рассматривающие систему в развитии. Динамические модели строятся, как правило, многоэтапными.

В зависимости от степени учета неопределенности в поведении системы и воздействия среды на систему выделяют модели детерминированные и стохастические.

Детерминированные модели, по существу, не учитывают наличия случайностей, неопределенностей. В них исходные данные и получаемые результаты являются средними оценками, математическими ожиданиями значений факторов и показателей.

Стохастические модели учитывают фактор случайности в моделируемых экономических процессах.

По назначению все экономико-математические модели делятся на два класса: описательные (модели оценки) и оптимизационные (модели выбора оптимального решения). Описательные модели связывают выходные показатели системы с входными и внутренними. При определенных значениях входных и внутренних показателей с помощью описательных моделей можно получить величину выходного показателя. Наиболее характерным примером описательных моделей являются уравнения регрессии (см. гл. 5), где при подстановке заданных числовых значений факторов рассчитывается величина показателя. Модели регрессионного анализа в настоящее время используются чрезвычайно широко.

Оптимизационные экономико-математические модели позволяют обосновывать рациональные значения внутренних показателей системы при фиксированных входных показателях, выступающих в роли дисциплинирующих условий. В результате находится такое решение, при котором выходной показатель, выбранный в качестве критерия, достигает экстремального значения. К оптимизационным моделям относятся модели математического программирования, модели оптимального управления запасами и многие другие. *Наиболее широко используемые при* военно-экономическом анализе оптимизационные экономико-математические модели рассмотрены во втором разделе учебника.

2.3.3. Процедуры моделирования

Процесс моделирования можно разделить на три основных этапа.

Первый этап моделирования состоит в раскрытии основной цели и определении условий-ограничений, при которых будет отыскиваться решение задачи. Затем определяется содержание задачи, устанавливаются границы ее решения (масштаб системы), выявляются (хотя бы качественно) основные факторы, влияющие на систему, и устанавливаются соотношения между ними.

В результате выполнения первого этапа моделирования системы определяются:

— цель и назначение исследуемой системы;

— перечень учитываемых характеристик внешней среды в виде условий-ограничений;

— совокупность допущений, при которых решается задача с помощью модели;

— окончательная формулировка критерия выбора лучшего решения.

Вторым этапом моделирования является формализация задачи, включающая:

— разработку собственно модели с учетом требований, изложенных в подразд. 2.3.1;

— аналитическое или логическое представление выбранных показателей и критерия в связи с факторами, определяющими их значение;

— выбор метода решения задачи.

Выбор метода решения зависит от характера модели и вида связей между показателями и определяет трудоемкость разработки и дальнейшего использования модели. В ряде случаев удается отыскать методы моделирования из числа ранее разработанных, которые можно использовать для решения конкретных задач. В настоящее время значительное количество методов представлено в виде стандартных программ для решения задач на ЭВМ.

Третьим этапом моделирования является разработка алгоритма решения задачи. **Алгоритм** *представляет собой упорядоченный* набор точных правил, указывающих, какие действия и в каком порядке необходимо выполнить, чтобы после конечного числа шагов получить решение. Завершение третьего этапа позволяет перейти непосредственно к проведению расчетов вручную или с помощью ЭВМ.

При проведении расчетов может выявиться несовместность условий, заданных ограничениями. В этом случае необходимо вернуться к первому этапу и пересмотреть постановку задачи или систему ограничений.

Глава 3

ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ — ОСНОВА КОМПЛЕКСНОГО КРИТЕРИЯ ОЦЕНКИ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ПРИНИМАЕМЫХ РЕШЕНИЙ

3.1. Понятие эффекта и эффективности

Одной из главных задач коммунистического строительства на современном этапе является повышение эффективности и качества работы. На развитие экономики, создание новых мощностей, жилищное и культурно-бытовое строительство направляются огромные средства. Эффективное использование их является задачей исключительной важности. Для глубокого понимания и практического решения этой задачи необходимо определить основное смысловое содержание показателей эффективности применительно к конкретным видам деятельности, а также располагать методами определения количественных значений такого рода показателей, что вытекает из принципа: «Наше экономическое мышление должно быть максимально конкретным».

В специфической военной сфере деятельности задача определения показателей эффективности весьма актуальна и сложна. Актуальность объясняется важностью выполняемых задач, высокой ответственностью за их решение. Сложность задач обусловлена своеобразием конечного результата деятельности, трудностью соизмерения его с затратами, разнообразием видов обеспечения (боевое, материальное, финансовое и др.) и спецификой экономических отношений (система заказов военной техники, ее оплаты, учета и хранения; условия дислокации). Конечным результатом деятельности всех элементов структуры Вооруженных Сил является боевая мощь, позволяющая сдерживать агрессивные намерения противника в мирное время, а также выполнять боевые задачи в случае развязывания агрессивными силами империализма войны. Для этого необходимо совершенствовать военную технику, обучать и воспитывать личный состав, а значит, повышать боеготовность Вооруженных Сил.

Как было показано в подразд. 1.1, военно-экономический анализ рассматривает целенаправленную деятельность структурных элементов Вооруженных Сил. В процессе их разнообразной деятельности происходит потребление ресурсов. При анализе этой деятельности используются такие понятия, как целесообразность, экономичность, эффективность и др.

Целесообразное (сообразно цели) использование ресурсов предполагает осуществление совокупности действий, направленных на достижение определенной цели. Например, потребность в денежных средствах на планируемый год должна быть определена в объеме, обеспечивающем достижение поставленной цели (требуемый уровень боевой готовности части, соединения). Для этого следует определить перечень мероприятий, которые необходимо провести, и предусмотреть денежные средства, необходимые для выполнения именно этих мероприятий, позволяющих достичь поставленную цель.

После того как соединениям и частям определены назначения кредитов и денежных средств по статьям сметы Министерства обороны и начинается процесс обеспечения текущей деятельности, следует исходить из требования строго целевого использования выделенных ресурсов. К понятию целевое расходование средств примыкает понятие законности, которое предполагает не только соблюдение данной утвержденной сметы расходов, но и выполнение других руководящих документов, определяющих планирование и главным образом расходование средств. Принцип целесообразности использования средств применяется не только на этапе планирования, но и в ходе финансирования в случае появления новых задач или уточнения ранее поставленных. Тогда возникает необходимость в истребовании дополнительных кредитов сообразно изменившимся или появившимся вновь целям и задачам.

В ходе осуществления мероприятий по обеспечению боевой готовности войск выдвигается требование бережливости, рачительности. Эти понятия характеризуют отношение к потребляемым ресурсам с позиций здравого смысла, разумного их использования. Выполнение требований бережливости, как правило, не предполагает применения каких-либо специальных методов оптимизации. Например, принцип бережливости используется при соблюдении режима электрического освещения, своевременного ремонта обмундирования, продления сроков эксплуатации столовой посуды, при сдаче металлолома, сокращении потерь против установленных норм естественной убыли различных видов материальных ценностей за счет правильной организации их хранения и транспортировки и др.

В условиях функционирования сложных структурных элементов Вооруженных Сил не всякая очевидная экономия в действительности приводит к экономии в конечном счете. Еще чаще встречаются ситуации, когда оптимальный способ осуществления мероприятий не очевиден. Например, если есть два-три типа учебно-тренировочных средств и штатная техника, то решение по выбору оптимального соотношения между числом занятий на разных средствах обучения не очевидно, поскольку занятия на тренажерах дешевле, чем на штатной технике, но, в свою очередь, эффект от проведения каждого занятия на тренажере ниже, чем на штатной технике. Другой пример, экономия за счет увеличения производственных мощностей ремонтного предприятия при его реконструкции может повлечь за собой увеличение времени ожидания техникой ремонта, а следовательно, излишние затраты денежных и материальных ресурсов, связанные с созданием и содержанием обменного фонда военной техники.

Для выбора оптимального способа осуществления мероприятий необходимы предварительный анализ и количественное обоснование предполагаемого плана действий. Принципы оптимальности и бережливости расходования ресурсов должны применяться при условии их взаимного дополнения, сочетания. Принцип оптимальности должен применяться главным образом в процессе планирования мероприятий и определения потребности в ресурсах, а также при анализе и оценке результатов деятельности. Из принципов бережливости и строго целевого расходования средств следует исходить главным образом в процессе выполнения мероприятий и в ходе их финансирования.

Принцип оптимальности означает наибольшую благоприятность, предпочтительность. Для реализации требований принципа оптимальности необходимо формировать достаточно большое число возможных способов достижения цели, проводить их анализ и выбирать наилучший по определенному критерию. Если же для выбора рассматривается ограниченное число вариантов, то наилучший из них часто называют рациональным в отличие от строго оптимального.

Цель мероприятия может быть описана словесно или задана количественным показателем. Цель, конкретизированная по срокам и определенная количественно, именуется задачей. Термины «цель» и «задача» употребляются главным образом по отношению к будущим действиям, предстоящим мероприятиям. Если действие совершилось, мероприятие происходит или произошло, то употребляется термин «эффект» или «результат». Таким образом, цель и задача преобразуются в эффект (результат) вследствие организованной деятельности.

Если конечная цель деятельности достигается в несколько этапов или несколькими структурными элементами, то следует различать непосредственный результат (эффект) и конечный результат (рис. 3.1). Достижение конечного результата требует, как правило, получения нескольких непосредственных результатов. Например, достижение определенного уровня боевой готовности соединения (конечный результат) требует надлежащей обученности личного состава частей (непосредственный результат). Обучение личного состава частей, в свою очередь, требует достижения непосредственных результатов в подразделениях, вплоть до одиночной подготовки военнослужащего.

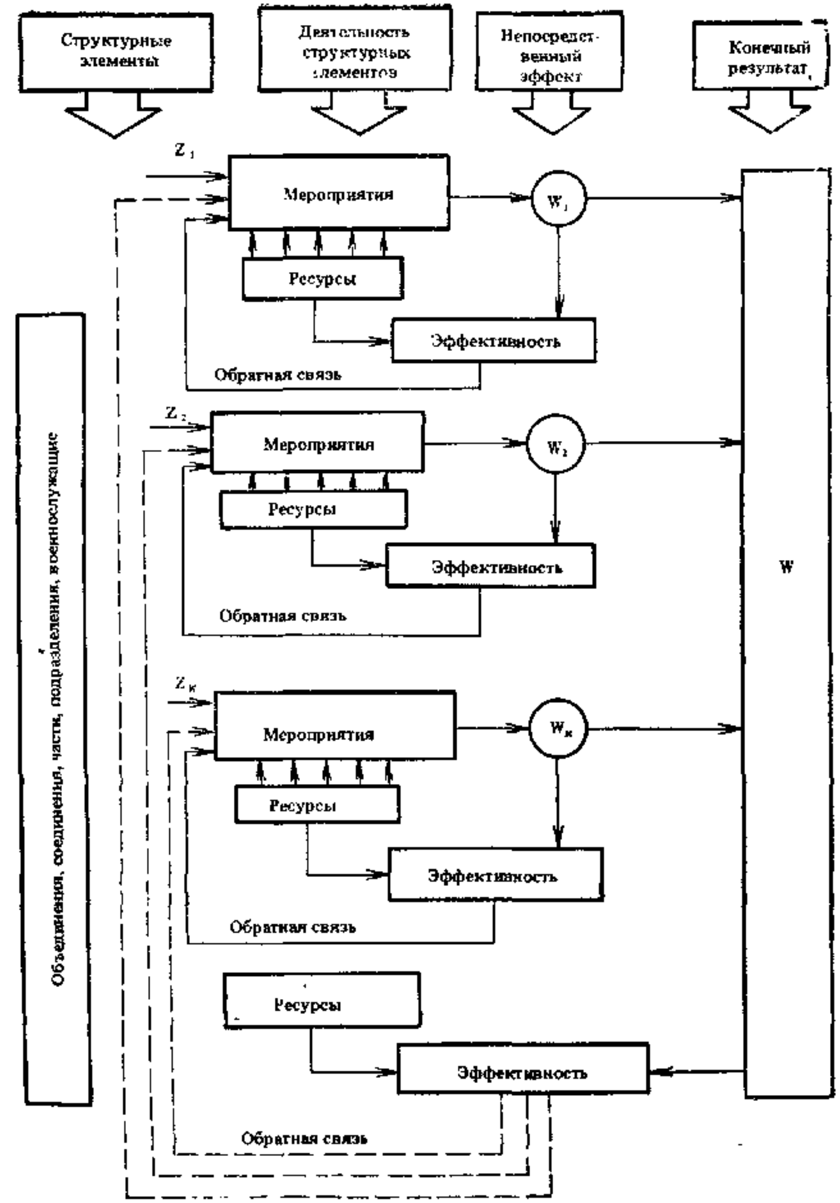


Рис. 3.1. Связь эффекта и эффективности

Кроме того, получение конечного результата в виде выполнения задач боевой подготовки соединения требует наличия непосредственных результатов в виде построенного и введенного в действие дивизионного учебного центра, боеготовой техники, соответствующих результатов деятельности тыловых подразделений, включая финансовую службу соединения.

В зависимости от характера получаемого эффекта его величина может измеряться «натуральными» или стоимостными показателями. Примеры натурального измерения показателя эффекта: количество подготовленных воинов-отличников, увеличение производственной мощности ремонтных предприятий, количество пораженных мишеней на полигоне и др. В стоимостном выражении измеряются такие показатели эффекта, как прибыль строительной организации или промышленного предприятия, снижение себестоимости ремонта техники. Вполне логично считать, что эффект может быть как положительным, так и отрицательным (например, убыток — это отрицательная прибыль).

К понятию эффект примыкает понятие эффективности, результативности. Эффект есть величина, характеризующая результат деятельности безотносительно к тому, какими усилиями он достигнут.

Однако сам по себе эффект говорит лишь о полученном результате, но не полностью характеризует качество деятельности по его достижению. Если же уровень полученного эффекта поставить в соответствие с затратами на его достижение, то можно говорить об эффективности проведенного или планируемого мероприятия. Таким образом, **эффективность** мероприятия — это соотношение между затратами на его осуществление в определенное время и получаемыми результатами.

Ф. Энгельс отмечал, что экономическая практика коммунистического общества будет в конечном счете определяться «взвешиванием и сопоставлением полезных эффектов различных предметов потребления друг с другом и с необходимыми для их производства количествами труда» [1].

Различают два вида эффективности мероприятия: целевую и экономическую. Под **целевой эффективностью** понимается соотношение между конечным эффектом, получение которого за определенное время является целью мероприятия, и затратами ресурсов, необходимых для его достижения. Иногда эффективность определяется как степень приспособленности системы к выполнению стоящей перед нею задачи. Такое определение предполагает, что система уже существует или проектный облик ее известен, а следовательно, затраты ресурсов на осуществление мероприятий по ее созданию фиксированы. Одной из разновидностей целевой эффективности является боевая эффективность.

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 20, с. 321.

Применительно к деятельности воинских соединений связь показателей эффекта и целевой эффективности приведена на рис. 3.1. Каждый структурный элемент действует в определенных внешних условиях и в интересах достижения поставленных задач $Z_1, Z_2, \ldots, Z_k$. В процессе их деятельности происходит потребление ресурсов в размере $C_1, C_2, \ldots, C_k$, что с течением времени $T_1, T_2, \ldots, T_k$ приводит к определенному непосредственному эффекту $W_1, W_2, \ldots, W_k$.

Непосредственные эффекты деятельности каждого структурного элемента проявляются в общем результате, т. е. в конечном эффекте W. Анализ полученных непосредственных и конечного эффектов позволяет целенаправленно воздействовать на деятельность структурных элементов через обратную связь путем изменения внешних условий и целей функционирования Z_k, что приводит к необходимости изменения внутренних показателей системы.

Эффективность итоговая зависит от полученного конечного результата W и затраченных ресурсов C_Σ и складывается (не арифметически) из результативности деятельности воинских частей и подразделений обеспечения.

Целевой эффект применительно к деятельности хозрасчетных предприятий и организаций сопровождается экономическим эффектом. Следовательно, существует и экономическая эффективность мероприятий (рис. 3.2).

Например, для хозрасчетного ремонтного предприятия непосредственные результаты выражаются в номенклатуре и количестве единиц отремонтированной техники. Экономический эффект выражается суммой полученной прибыли, снижением себестоимости выполненных работ и др. Непосредственные эффекты формируют конечный результат деятельности предприятия. Поэтому применительно к хозрасчётным предприятиям и организациям можно говорить как о целевой, так и об экономической эффективности.

Под экономической эффективностью обычно понимается соотношение между экономическим эффектом и затратами ресурсов, необходимых для обеспечения деятельности или фактически израсходованных.

В ряде случаев используются термины «эффективность использования ресурсов», «эффективность затрат» и т. п. Здесь имеется в виду также эффективность деятельности, но поскольку всякая деятельность сопровождается расходом ресурсов, то в этих терминах подчеркивается величина результата, приходящаяся на единицу ресурсов, затраченных или планируемых к использованию для решения поставленной задачи.

С некоторой долей условности можно оценивать экономический эффект и экономическую эффективность применительно к боевым действиям. Поскольку выполнение огневых и боевых задач сопровождается расходованием ресурсов (снарядов, ракет

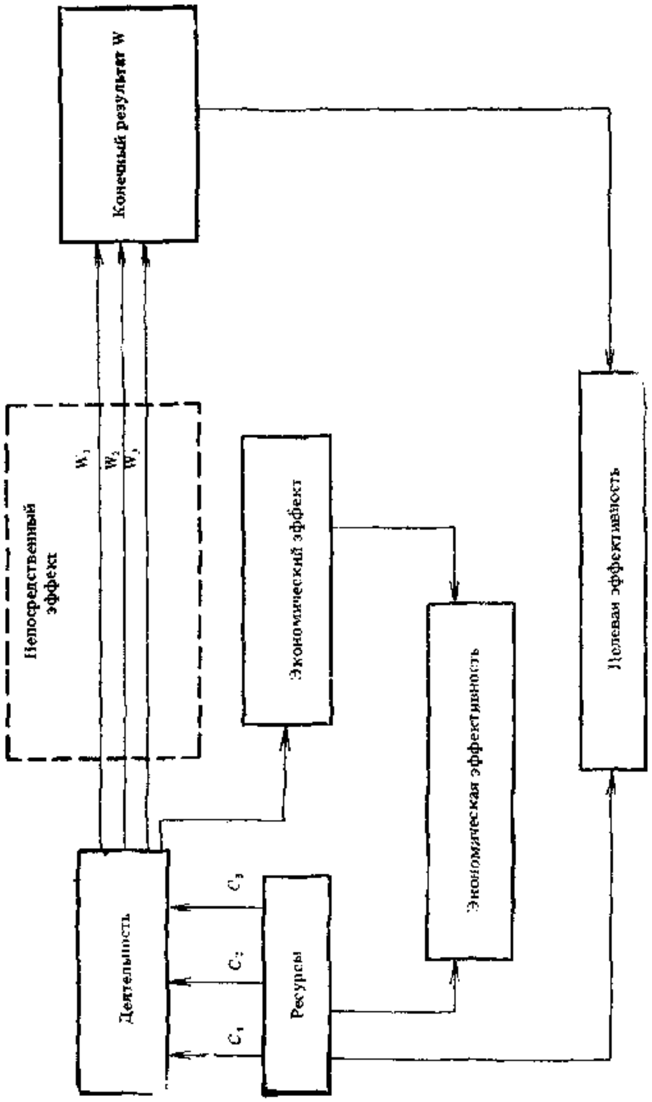


Рис. 3.2. Связь целевой и экономической эффективности

и др.) и имеет свою стоимостную оценку (см. подразд. 6.3.2), то, используя различные варианты назначения боевых средств по целям, можно выполнять одну и ту же задачу с разной стоимостью. Следовательно, разница в стоимости выполнения задачи оптимальным способом и любым другим, отличающимся от оптимального (так называемое волевое командирское решение), дает определенную величину экономического эффекта.

С другой стороны, если оценить стоимость предотвращенного ущерба и сопоставить ее с затратами на выполнение задачи, характеризующими размер израсходованных ресурсов, то также можно судить об экономической эффективности использования военной техники.

Для оценки эффективности используются различные показатели — числовые характеристики эффективности. Иногда берется отношение величины полученного эффекта к затратам ресурсов или наоборот. В первом случае показатель целевой эффективности характеризует величину эффекта на единицу вложенных средств, во втором — сумму использованных средств на единицу полученного эффекта, в частности стоимость единицы эффекта. При оценке экономической эффективности такой вид показателя является основным.

Однако не всегда показатель эффективности — это отношение результата к затратам или наоборот. Такой показатель эффективности — лишь одна из разновидностей показателя оценки целевой эффективности. Например, одним из выходных показателей деятельности финансовой службы как системы выступает степень финансового обеспечения соединения (см. рис. 2.2). Она в данном случае является показателем целевой эффективности деятельности финансовой службы. Так, организуя деятельность различными способами (изменяя внутренние показатели), начальник финансовой службы соединения может добиться различной степени финансового обеспечения, что характеризует различную эффективность его деятельности. Другой пример. Батарее для поражения учебных целей выделено определенное количество боеприпасов. Результат деятельности батареи зависит от качества подготовки личного состава и техники к проведению стрельб и оценивается числом пораженных учебных целей: чем больше это число, тем выше эффективность деятельности батареи. Здесь налицо определенный объем ресурсов и уровень достижения цели, и в то же время показатель эффективности не является отношением затрат к результатам или наоборот.

Если системы располагают различным количеством ресурсов, то при сравнении показателей эффективности необходимо обеспечить сопоставимость условий.

В теории эффективности различают общую (абсолютную) эффективность и сравнительную эффективность. Общая (абсолютная) эффективность определяется сопоставлением эффекта со всей суммой затрат, связанных с его получением. Сравнительная эффективность, имеющая целью выбор оптимального способа осуществления мероприятия, определяется сравнением вариантов по величине суммарных затрат или по величине получаемого эффекта.

3.2. Методические основы оценки эффективности затрат материальных, трудовых и финансовых ресурсов

3.2.1. Общие положения

При разработке и практическом осуществлении планов военного строительства в качестве основной экономической задачи выступает задача рационального распределения и эффективного использования материальных, трудовых и финансовых ресурсов, решение которой позволяет обеспечить высокую боевую готовность армии и флота. Таким образом, целевая направленность деятельности Вооруженных Сил и отдельных подразделений проявляется достаточно четко.

Конкретное выражение цели деятельности структурных элементов Вооруженных Сил различно. Тем не менее результаты их деятельности следует рассматривать с точки зрения их влияния на конечный результат, т. е. на боевую готовность Вооруженных Сил. Определяющую роль в выполнении боевых задач играют подразделения, непосредственно выполняющие их, поскольку только силой оружия достигается победа. В условиях мирного времени основной сдерживающей агрессора силой также является боевая мощь Вооруженных Сил. Подразделения, выполняющие ту или иную обеспечивающую роль, в соответствии со своим целевым предназначением вносят свой вклад в достижение успеха в бою или операции. Образно говоря, все структурные элементы Вооруженных Сил «работают на выстрел».

В зависимости от характера и размера вклада различных структурных элементов в общий результат боевых действий (в готовность выполнить боевую задачу) можно судить о боевой эффективности мероприятий, проводимых этими структурными подразделениями.

Эффективность деятельности боевых подразделений характеризуется степенью их способности к выполнению боевых задач по поражению противника в заданной обстановке или степенью фактического достижения поставленной цели. Непременным элементом этой эффективности является боевая эффективность вооружения, под которой понимается степень его приспособленности к нанесению ущерба объектам противника в заданное время при наличии обученного личного состава и необходимых материальных ресурсов.

Боевой эффект мероприятий по обеспечению управления и связи оценивается той долей, которую вносят соответствующая

техника и личный состав в общий результат боевых действий. Количественно величина эффективности системы управления и связи может быть оценена изменением величины показателя эффекта управляемых боевых средств и подразделений, соотнесенного с затратами на изменение эффекта.

Аналогично можно говорить о боевой эффективности разведки, материально-технического, тылового и финансового обеспечения как о степени приспособленности деятельности соответствующих структурных подразделений к выполнению стоящих перед ними задач в условиях боевой обстановки в соотношении с дополнительными затратами на их содержание. Таким образом, конечным результатом деятельности всех структурных элементов Вооруженных Сил является эффект боевых действий, а непосредственным результатом — уровень выполнения ими конкретных боевых и специальных задач.

Конкретное содержание показателей эффективности определяется характером решаемой задачи, назначением и составом структурного подразделения, которому эта задача поставлена. При оценке эффективности учитываются достигаемый результат, объем и качество ресурсов, которые затрачиваются в ходе выполнения мероприятия.

Для боевых подразделений показатели эффекта могут выражаться величиной наносимого противнику ущерба в виде количества пораженных объектов или занятой площади противника, размером предотвращенного ущерба, временем выполнения поставленной боевой задачи. Например, для зенитного подразделения показателями эффекта его деятельности при заданных характеристиках боевых средств могут быть число сбитых самолетов противника, время, за которое сбиты эти самолеты, количество и качество объектов, которые защищены от нападения противника. Для финансовой службы соединения показателями эффекта могут быть своевременность и полнота финансового обеспечения войск и др.

На эффективность деятельности Вооруженных Сил и их структурных элементов влияет значительное количество факторов (рис. 3.3). Большую роль в достижении конечной эффективности деятельности Вооруженных Сил играет вооружение с его тактико-техническими характеристиками. Однако человек, овладевший техникой, остается главной, решающей силой на войне. Поэтому главным направлением повышения эффективности использования ресурсов, выделяемых на оборону страны, является рационализация деятельности, направленной не только на создание образцов вооружения с современным уровнем тактико-технических характеристик, но и на овладение техникой, на обучение личного состава, на его идейно-политическую закалку, на поддержание техники в высокой степени готовности.

Эффективность использования средств зависит от уровня решаемых задач.

Можно выделить четыре основных уровня:

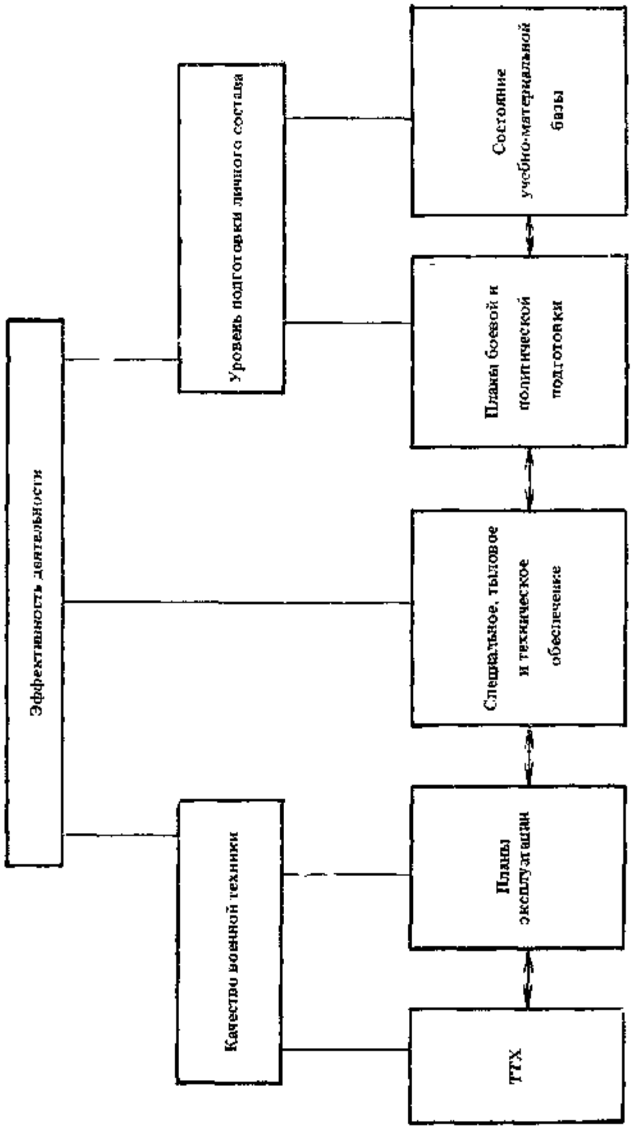


Рис. 3.3. Факторы, влияющие на эффективность деятельности боевых подразделений

1) **правительственный уровень** принятия решений о целесообразности создания тех или иных образцов вооружения, путях совершенствования Вооруженных Сил в целом;

2) **уровень решений Министерства обороны** о распределении задач и соответствующих им ресурсов между видами Вооруженных Сил и родами войск, а также по территориальным формированиям в соответствии с их целевым предназначением;

3) **уровень решений главных довольствующих управлений и военных округов** о порядке проведения боевой подготовки и *об обеспечении эксплуатации военной техники в войсках;*

4) **уровень решений войсковых соединений и частей**, непосредственно организующих и проводящих боевую подготовку и войсковую эксплуатацию военной техники.

На всех уровнях решаемых задач наибольшие возможности повышения эффективности использования ресурсов предоставляются в процессе планирования. Как отмечалось на XXVII съезде КПСС «планирование призвано быть активным рычагом ускорения социально-экономического развития страны...»[1].

Для решения задач повышения эффективности использования средств в процессе планирования используются методы количественного обоснования военно-экономических решений.

Так, для оптимизации планов боевой подготовки с учетом затрат на их реализацию целесообразно использовать методы математического программирования (см. гл. 7); для проверки обоснованности заявок на кредиты, предоставляемые довольствующими службами, можно использовать методы регрессионного анализа (см. подразд. 5.2 и 6.7).

Рассмотрим пример проверки обоснованности заявки довольствующей службы на содержание, эксплуатацию и текущий ремонт военной техники. Известны расходы денежных средств по соответствующей статье за период с 1979 по 1985 г. и количество единиц техники (табл. 3.1). Войсковая часть представила заявку на денежные средства для обслуживания 382 единиц техники на 1986 г. в сумме 13,7 тыс. руб. Обработка статистических данных позволяет получить зависимость величины расходов денежных средств (y) от количества техники (x) (см. подразд. 5.1.2):

$$y = -1{,}2 + 0{,}036\,x, \text{ тыс. руб.}$$

Расчеты по данной формуле (см. подразд. 6.7.1) позволяют утверждать, что с высокой гарантией фактические расходы на обслуживание 382 единиц техники не превысят 12,57 тыс. руб. Таким образом, заявку войсковой части следует считать завышенной. Эффект предварительного контроля заявки войсковой части составляет 13,7−12,57=1,13 тыс. руб.

---
[1] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза, с. 148.

Таблица 3.1

Год	Количество единиц техники	Расходы денежных средств на содержание техники, тыс. руб.
1980	346	11,6
1981	348	11,2
1982	340	10,9
1983	365	11,8
1984	376	12,2
1985	370	11,9
1986	382	

Аналогичные проверки обоснованности заявок должны проводиться по другим направлениям деятельности. При этом можно использовать методы, изложенные в подразд. 6.7.

Таким образом, становится возможным оценить важные выходные показатели деятельности финансовой службы соединения (части): степень обоснованности заявок довольствующих служб соединения, а также степень обеспечения реальной потребности войск в финансовых и материальных ресурсах. Это позволяет значительно повысить эффективность использования ресурсов.

После того как назначены кредиты денежных средств и выделены фонды материальных ресурсов, начинается второй этап деятельности довольствующих служб и финансовых органов, основная цель которого состоит в повышении эффективности использования фиксированных объемов ресурсов.

Эффективность работы довольствующих служб измеряется степенью выполнения задачи, поставленной перед данной службой в частности, и цели, стоящей перед соединением (частью) в целом. Наивысшими показателями эффективности деятельности довольствующих служб являются полнота и своевременность обеспечения требуемого уровня боевой готовности соединения (объединения) при минимальном расходе ресурсов.

Для оценки эффективности деятельности служб необходимо разрабатывать и использовать частные методики. Так, для оценки деятельности довольствующих служб, занимающихся обслуживанием техники, и финансового органа по своевременному обеспечению ресурсами для поддержания техники в боеготовом состоянии можно использовать следующий методический подход.

Допустим, запланировано ежеквартальное техническое обслуживание, которое компенсирует естественное падение готовности определенных технических систем, происходящее в результате их физического износа. Под техническим обслуживанием понимается комплекс профилактических мероприятий в целях поддержания технических систем в исправном состоянии и постоянной готовности к использованию по назначению в

объеме и сроки, установленные соответствующими документами. Уровень готовности техники измеряется коэффициентом готовности $K_г$, который характеризует вероятность того, что в любой момент времени поступления команды на применение техника будет находиться в исправном состоянии.

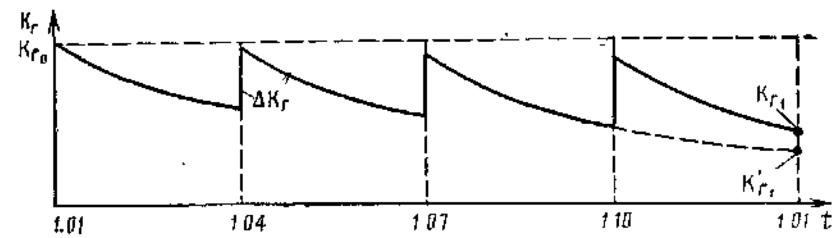


Рис. 3.4. Схема влияния технического обслуживания (ТО) на состояние готовности техники

$K_{г_0}$ — начальная готовность техники; $\Delta K_г$ — величина восстановления готовности техники; $K_{г_1}$ — коэффициент готовности техники при своевременном проведении всех ТО, $K'_{г_1}$ — коэффициент готовности техники без проведения ТО в конце третьего квартала

Для отдельной системы (самолет, ракета, радиостанция и др.) коэффициент готовности $K_г$ определяется по формуле

$$K_г = 1 - \frac{T_р}{T_э}, \qquad (3.1)$$

где $T_р$ — суммарное время, в течение которого образец военной техники не может использоваться по прямому назначению (в ремонте, на регламенте, на техническом обслуживании, в неисправном состоянии);

$T_э$ — суммарное время эксплуатации (включая $T_р$).

Для большого количества однотипных единиц техники в составе соединения, части (танки, автомобили и др.) коэффициент готовности $K_г$ может быть оценен по формуле

$$K_г = 1 - \frac{n_{нб}}{n},$$

где $n_{нб}$ — количество небоеготовых единиц техники,

n — общее количество единиц техники в соединении (части).

Если не проводить своевременно плановых технических обслуживаний и регламентов, то величина $K_г$ со временем снижается. Коэффициент готовности восстанавливается на величину $\Delta K_г$ в результате проведения профилактических мероприятий (рис. 3.4), требующих расхода материальных и денежных средств.

Если из-за несвоевременного обеспечения денежными средствами не может быть проведено очередное техническое обслуживание, то к концу планового периода готовность снизится и будет равна не K_{r_1}, а $K'_{r_1} < K_{r_1}$. Недостаточная готовность техники должна быть компенсирована или другой дополнительной техникой, которую необходимо приобретать и содержать в войсках, или проведением мероприятий неоптимальным, более дорогостоящим способом. Таким образом, ущерб (отрицательный эффект) от несвоевременного финансового или материального обеспечения измеряется теми дополнительными расходами, которые необходимо произвести для поддержания требуемого уровня боевой готовности.

Оценка ущерба или полученного положительного эффекта от своевременности и полноты обеспечения материальными и финансовыми ресурсами дает возможность охарактеризовать наиболее существенную сторону деятельности довольствующих служб и финансовых органов.

Иным должен быть подход к оценке эффективности деятельности финансовых органов по удовлетворению личного состава положенными видами денежного довольствия. Так как порядок выплаты денежного довольствия в значительной мере регламентирован путем установления должностных окладов, различных надбавок и норм выплаты, то главными показателями оценки результатов являются полнота и своевременность обеспечения личного состава денежным довольствием, законность расходования и сохранность денежных средств.

Соблюдение законности расходования денежных средств характеризуется количеством и суммой переплат, недоплат и неположенных выплат. Одной из количественных мер эффекта деятельности финансового органа служит также величина изменения количества и суммы растрат и хищений, что характеризует результативность деятельности по воспитанию работников финансовой службы.

3.2.2. Сущность действующих в народном хозяйстве методик определения эффективности

В настоящее время в народном хозяйстве действуют следующие основные методики:

— Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений (утверждена Госпланом СССР и Госстроем СССР в 1981 г.);

— Методика (основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений (утверждена постановлением Государственного комитета Совета Министров СССР по науке и технике, Госплана СССР, Академии наук СССР и Государственного комитета по делам изобретений и открытий в 1977 г.);

— Временная методика определения эффективности затрат

в непроизводственную сферу (утверждена Госпланом СССР в 1981 г.).

Эффективность капитальных вложений определяется путем сопоставления получаемого при этом эффекта с размером затрат по всем источникам финансирования на создание новых, реконструкцию и расширение действующих основных фондов производственного и непроизводственного назначения, а также затрат на формирование (пополнение) оборотных средств. Расчет показателей эффективности производится с целью выбора и экономического обоснования наиболее эффективных способов освоения капитальных вложений.

При планировании капитальных вложений определяются общая (абсолютная) экономическая эффективность как отношение получаемого экономического эффекта к капитальным вложениям в данное мероприятие и сравнительная экономическая эффективность, показывающая, насколько один вариант использования средств эффективнее другого.

Расчет общей экономической эффективности проводится по трем уровням:

— по народному хозяйству в целом, его отраслям и народному хозяйству союзных республик путем отнесения годового прироста объема произведенного национального дохода в сопоставимых ценах к вызвавшим этот прирост капитальным вложениям;

— по отраслям промышленности, сельского хозяйства, транспорта, связи как отношение прироста годового объема чистой продукции к капитальным вложениям, вызвавшим этот прирост;

— по видам производств, министерствам, объединениям, и предприятиям путем отнесения прироста годового объема чистой продукции (нормативной) к капитальным вложениям, вызвавшим этот прирост.

Расчетное значение показателя эффективности сравнивается с нормативом общей (абсолютной) эффективности. Если расчетное значение не меньше норматива, то вариант капитальных вложений считается эффективным. На одиннадцатую пятилетку норматив общей (абсолютной) эффективности по народному хозяйству в целом установлен на уровне 0,14. По отраслям народного хозяйства его уровни составляют: для промышленности 0,16; для сельского хозяйства 0,07; для транспорта и связи 0,05; для строительства 0,22; для торговли, материально-технического снабжения и других отраслей 0,25.

Показатели общей (абсолютной) экономической эффективности использования действующих производственных основных фондов для отраслей промышленности, объединений и предприятий определяются как отношение чистой продукции (нормативной) к сумме производственных фондов (основных и оборотных). Рентабельность определяется как отношение прибыли к сумме тех же фондов.

Сравнительная эффективность определяется для сопоставления различных вариантов хозяйственных решений, при внедрении новой техники и т. п. Для выбора оптимального варианта, являющегося эквивалентом оценки эффективности, рассчитываются приведенные затраты по каждому из них и выбирается тот вариант, величина приведенных затрат для которого минимальна:

$$C_i + E_н K_i \to \min_i, \qquad (3.2)$$

где C_i — текущие затраты (себестоимость) по i-му варианту;
$E_н$ — нормативный коэффициент сравнительной эффективности капитальных вложений;
K_i — капитальные вложения по i-му варианту.

Показатели K_i и C_i могут применяться как в полной сумме капитальных вложений и себестоимости годовой продукции, так и в виде удельных величин: удельных капитальных вложений на единицу продукции и себестоимости единицы продукции при обязательном соблюдении полной сопоставимости вариантов, в основе которых лежит равенство потребительского эффекта.

Нормативный коэффициент $E_н$ по народному хозяйству в целом должен быть не ниже 0,12 и не должен отождествляться с нормативом общей эффективности. Его величина является обратной нормативному сроку окупаемости дополнительных капитальных вложений.

При ограниченном числе вариантов возможно их последовательное попарное сравнение по величине получаемого коэффициента эффективности E:

$$E = \frac{C_1 - C_2}{K_2 - K_1},$$

где C_1, C_2 — себестоимость продукции по сравниваемым вариантам при капитальных вложениях K_1 и K_2 соответственно.

При расчетах экономической эффективности капитальных вложений должна быть обеспечена сопоставимость затрат и эффекта по срокам, ценам, характеру, перечню затрат, входящих в объем капитальных вложений, и методам определения стоимостных показателей.

Пример 3.1. Выбрать наиболее эффективный вариант строительства завода по ремонту военной техники при исходных данных, приведенных в табл. 3.2.

Решение. Приведенные затраты составят (при $E_н = 0{,}15$):
— для 1-го варианта $C_1 + E_н K_1 = 17 + 0{,}15 \cdot 7 = 18{,}05$ млн. руб.;
— для 2-го варианта $C_2 + E_н K_2 = 15 + 0{,}15 \cdot 14 = 17{,}1$ млн. руб.

Таким образом из двух вариантов, обеспечивающих одинаковую годовую программу ремонта, следует отдать предпочтение 2-му варианту, так как он характеризуется меньшей величиной приведенных затрат.

Таблица 3.2

Показатель	Расходы, млн. руб.	
	1-й вариант	2-й вариант
Годовая программа ремонта	12	12
Объем капитальных вложений	7	14
Себестоимость ремонта	17	15

В случаях когда проводится реконструкция действующих предприятий с целью повышения технического уровня, сокращения текущих издержек производства при сохранении базового объема производимой продукции, оценка эффективности производится путем сопоставления экономии от снижения себестоимости с обусловившими ее капитальными вложениями.

Пример 3.2. Внедрение новой технологической линии на заводе, ремонтирующем военную технику, приведет к снижению себестоимости с $C_1 = 385$ руб. до $C_2 = 355$ руб.

Капитальные вложения, связанные с внедрением новой технологии, составят $K_2 = 467$ тыс. руб. При сохранении существующей технологии капитальные затраты будут меньшими и составят $K_1 = 120$ тыс. руб. Оценить экономическую целесообразность перехода на новую технологию. Годовой объем ремонта 400 единиц, срок службы технологической линии 5 лет.

Решение. Приведенные затраты составят:

а) по сумме капитальных вложений и годовой себестоимости продукции ($E_н = 0{,}12$):
— при сохранении технологии $385 \cdot 400 + 0{,}12 \cdot 120\,000 = 168\,400$ руб.;
— при переходе на новую технологию $355 \cdot 400 + 0{,}12 \cdot 467\,000 = 198\,040$ руб.;

б) по удельным капитальным вложениям на единицу продукции и себестоимости единицы продукции:

— при сохранении технологии $385 + \frac{120\,000}{5 \cdot 400} = 445$ руб.;

— при переходе на новую технологию $355 + \frac{467\,000}{5 \cdot 400} = 588{,}5$ руб.

Результаты расчетов двумя способами показывают, что экономически целесообразен вариант сохранения существующей технологии. Для перехода на новую технологию ремонта необходимо либо уменьшить объем капитальных вложений, либо снизить себестоимость ремонта, либо найти компромиссный вариант.

Методика (основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений предназначена для обоснования (выбора) оптимальных вариантов создания новой техники, расчета ее фактической экономической эффективности, расчета размера премий и вознаграждений за изобретения и рационализаторские предложения.

Оценка целесообразности создания и внедрения новой техники, изобретений и рационализаторских предложений производится на основе экономического эффекта, определяемого на годовой объем производства новой техники в расчетном году, т. е. годового экономического эффекта. В качестве расчетного года принимается второй или третий год серийного выпуска новой продукции. Годовой экономический эффект определяется путем сопоставления приведенных затрат по базовой и новой технике, которые представляют собой сумму себестоимости и нормативной прибыли:

$$З = C + E_н K, \qquad (3.3)$$

где З — приведенные затраты единицы продукции (работы), руб.;
C — себестоимость единицы продукции (работы), руб.;
$E_н$ — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;
K — удельные капитальные вложения в производственные фонды, руб.

Для решения вопросов о целесообразности создания образцов техники, изобретений и рационализаторских предложений оборонного характера необходимо разрабатывать специальные методики, учитывающие специфику объекта анализа. Принципиальный подход к решению такого рода задач изложен в гл. 13.

Временная методика определения эффективности затрат в непроизводственную сферу предназначена для анализа и расчетов при обосновании социальных и социально-экономических мероприятий по обеспечению повышения уровня материального благосостояния населения и гармоничного физического и интеллектуального развития коллективов и личностей.

Эффект затрат в непроизводственную сферу выражается в натуральных измерителях (единицы мощности, пропускная способность объектов и пр.) и в относительных измерителях (баллах), позволяющих количественно измерить комплекс качественных свойств объектов непроизводственного назначения (например, балльная оценка качества жилища).

Общая (абсолютная) эффективность в непроизводственной сфере определяется путем соотношения прироста социального результата к приросту приведенных затрат, требуемых для достижения данного результата. Показатели общей эффективности сравниваются с нормативными показателями или с аналогичными, фактически достигнутыми в прошлом.

Сравнительная эффективность определяется в случаях выбора оптимального варианта удовлетворения определенной потребности. При тождественности результатов в различных вариантах выбирается в качестве оптимального тот из них, который обеспечивает минимум приведенных затрат с учетом сопутствующего экономического эффекта.

При заданных затратах, лимитированных исходя из имеющихся финансовых ресурсов, выбор наилучшего варианта производится на основе максимума достигаемого результата.

3.3. Вероятностный подход к оценке показателей эффективности

3.3.1. Общие положения

На ход экономических процессов и получаемый результат оказывает влияние большое количество факторов. Характер их различен. Влияние одной части факторов носит закономерный, устойчивый характер, влияние другой — случайный характер.

Классики марксизма-ленинизма неоднократно подчеркивали эту важную особенность. «Экономическое положение, — писал Ф. Энгельс, — это базис, но на ход исторической борьбы также оказывают влияние и во многих случаях определяют преимущественно *форму* ее различные моменты надстройки: политические формы классовой борьбы и ее результаты — государственный строй, установленный победившим классом после выигранного сражения, и т. п., правовые формы и даже отражение всех этих действительных битв в мозгу участников, политические, юридические, философские теории, религиозные воззрения и их дальнейшее развитие в систему догм. Существует взаимодействие всех этих моментов, в котором экономическое движение как необходимое в конечном счете прокладывает себе дорогу сквозь бесконечное множество случайностей (то есть вещей и событий, внутренняя связь которых настолько отдалена или настолько трудно доказуема, что мы можем пренебречь ею, считать, что ее не существует). В противном случае применять теорию к любому историческому периоду было бы легче, чем решать простое уравнение первой степени»[1].

Таким образом, Энгельс подчеркивал, что случайность существует объективно и нужно учитывать наличие и воздействие случайных факторов. При этом важно отметить, что наличие *случайности не есть результат нашего незнания существа экономического процесса*. Получение конечного результата, являющееся в каждом случае превращением возможности в действительность, включает в себя как закономерное, так и случайное. Поэтому действительность как реализованная возможность обладает множеством случайных черт, а каждая конкретная реализованная возможность объективно выступает как случайность.

Признавая объективное существование случайности, необходимо ее изучать и использовать в управлении военно-экономическими процессами. Анализируя официальный финансовый отчет, К. Маркс отмечал, что «отчет свидетельствует, с одной стороны, о гибкости дополнительных источников английского бюджета, а с другой стороны, о том, что подсчеты, основанные на теории вероятности, не являются forte[2] английских финансистов»[3].

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 37, с. 394—395.
[2] forte — сильной стороной.
[3] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 11, с. 588.

Рассмотрим в качестве примера данные о суммах выплаченного денежного довольствия военнослужащим (y) и количеством выплат (x) по шести раздаточным ведомостям (табл. 3.3). Если сравнить размеры единичных выплат по различным ведомостям (y/x), то выясняется, что эта величина не является постоянной. Имеются отклонения средних единичных выплат в различных ведомостях и от общего среднего, которое равно

$$\frac{48{,}2 + 181{,}7 + 134{,}2 + 95{,}8 + 67{,}3 + 141{,}5}{11 + 45 + 32 + 25 + 15 + 36} = 4{,}08 \text{ руб.}$$

Таблица 3.3

Сумма выплаченного денежного довольствия (y), руб.	Количество выплат (x)	Средний размер единичной выплаты (y/x)
48,2	11	4,38
181,7	45	4,04
134,2	32	4,19
95,8	25	3,83
67,3	15	4,49
141,5	36	3,93

В то же время существует очевидная тенденция увеличения суммы выплат с увеличением их количества. Следовательно, с одной стороны, имеется тенденция к росту суммы выплат с увеличением их количества, с другой — имеются отклонения от устойчивой тенденции. Анализируя такого рода явления, следует иметь в виду, что закономерность не может проявиться иначе как в средней, общественно-массовой закономерности при взаимопогашении индивидуальных отклонений в ту или другую сторону.

Фактор случайности проявляется при формировании не только экономических показателей, но и показателей, характеризующих результат осуществления мероприятий. Более того, в значительном числе случаев результат деятельности измеряется вероятностными характеристиками. Например, для оценки результатов боевого применения вооружения вероятностные показатели типа «вероятность поражения цели» используются весьма широко. Показатели результатов боевой подготовки подразделений, частей и соединений являются, по существу, не чем иным, как вероятностью успешного выполнения личным составом стоящих перед ним задач. Кроме того, вероятностные характеристики широко используются при решении задач нахождения оптимальных планов осуществления мероприятий методами линейного программирования, теории массового обслуживания, теории игр (см. гл. 7, 8, 10).

Наиболее широко вероятностные характеристики используются при статистическом анализе финансово-экономических показателей (см. гл. 4), при анализе тесноты связи между экономическими показателями и факторами, влияющими на их величину (см. гл. 5), а также при прогнозировании их значений (см. гл. 6). Это обстоятельство требует от специалиста знаний основ теории вероятностей и математической статистики.

3.3.2. Основные понятия теории вероятностей

Теория вероятностей — это наука, изучающая закономерности в случайных явлениях. Она рассматривает события, наступление которых заранее с полной уверенностью предсказать нельзя. Такие события называются случайными. Примеры случайных событий: появление ошибки в раздаточной ведомости, поражение мишени боеприпасом.

Анализ реальных ситуаций позволяет утверждать, что каждому случайному событию можно поставить в соответствие некоторое число, которое называется вероятностью этого события. Некоторым событиям соответствует очень устойчивое значение вероятности. Например, вероятность рождения мальчика равна 0,514; бригады, работающие приблизительно в равных условиях, имеют разную производительность труда, но бо́льшая часть отдельных показателей группируется относительно наиболее характерной, наиболее часто встречающейся величины.

Индивидуальные особенности каждого события сглаживаются в большой серии однородных событий и образуют некоторую закономерность. Средний, устойчивый результат оказывается как бы неслучайным. Изучение устойчивых тенденций в случайных явлениях помогает целенаправленно влиять на их ход, ограничивать сферу случайности путем изучения факторов, влияющих на отклонения от складывающейся тенденции. В этом состоит практическая ценность теории вероятностей.

Одним из основных понятий в теории вероятностей является событие, под которым понимается всякий факт, который может произойти или не произойти. Например, событие А — обнаружение финансового нарушения при ревизии финансово-хозяйственной деятельности части, событие Б — попадание в мишень при выстреле. Различают события достоверные и невозмо́жные. Достоверным считается такое событие, которое обязательно должно произойти. Ему приписывается вероятность, равная единице. Невозможное событие — противоположное достоверному, т. е. такое, которое не может произойти. Ему приписывается вероятность, равная нулю. Таким образом, диапазон значений вероятностей любых событий представляет собой ряд чисел от 0 до 1.

Если произведена серия из n опытов, в которых событие А может произойти или не произойти, то отношение числа опытов (m), в которых событие А произошло, к общему числу опытов называется частостью события А или его статистической вероятностью P^* (А) и вычисляется по формуле

$$P^*(\text{А}) = \frac{m}{n}.$$

Например, если ревизией проверено 400 документов и в пяти из них обнаружены нарушения в оформлении, то частость события А, состоящего в появлении нарушения, равна

$$P^*(\text{А}) = \frac{m}{n} = \frac{5}{400} = 0{,}0125 \text{ или } 1{,}25\%.$$

Частость наступления события определяется из опыта, из практики. Для характеристики предстоящих событий вводится понятие вероятность P (А). В этом случае m — число случаев, благоприятствующих наступлению события А в общей серии из n опытов. Тогда $P(\text{А}) = \frac{m}{n}$.

Если в результате опыта непременно должно появиться хотя бы одно из ожидаемых событий, то вся совокупность этих событий образует полную группу событий. Например, при выстреле может произойти или попадание в мишень, или промах. Если в данном опыте появление одного события исключает возможность появления другого, то такие события называются несовместными. Результаты опытов, а следовательно, и величины, которые их характеризуют, могут быть зависимыми и независимыми. Опыты называются независимыми, если вероятность того или иного исхода каждого опыта не зависит от того, какие исходы имели другие опыты.

Рассмотрим основные теоремы теории вероятностей. Первая теорема определяет вероятность суммы двух несовместных событий. Под суммой любых двух событий понимается новое событие, которое состоит в том, что произошло одно из них или оба вместе. Например, под событием А понимается обнаружение недостачи денежных средств в кассе воинской части при внезапной проверке, событие Б обнаружение недостачи при другой проверке. Тогда событие В=А+Б — обнаружение недостачи вообще, независимо от того, когда она обнаружена. Таким образом, суммой двух или нескольких событий называется событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из них.

Произведением нескольких событий называется событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий. Если событие А — совпадение номера облигации с номером в таблице выигрышей, событие Б — совпадение серии, то событие В — выигрыш по облигации — наступает лишь при совместном наступлении событий А и Б.

От понятия суммы и произведения событий перейдем к определению вероятностей суммы и произведения событий. Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме их вероятностей, т. е.

$$P(\text{А} + \text{Б}) = P(\text{А}) + P(\text{Б}).$$

Допустим, известны вероятности того, что потребности в денежных средствах воинской части будут находиться в определенных пределах (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Диапазон потребности, тыс. руб.	Вероятность возникновения такой потребности	Обозначение события
25—30	0,15	А
31—40	0,25	Б
41—50	0,3	В
51—60	0,3	Г

Необходимо найти вероятность того, что потребности воинской части будут не меньше 40 тыс. руб. (вероятность события Д).

Используя формулу для вероятности суммы двух несовместных событий и данные табл. 3.4, получим

$$P(\text{Д}) = P(\text{В} + \text{Г}) = P(\text{В}) + P(\text{Г}) = 0{,}3 + 0{,}3 = 0{,}6.$$

Из теоремы о сложении вероятностей вытекают важные следствия:

1) если события А, Б, ... образуют полную группу событий, то сумма их вероятностей равна единице.

Например, в табл. 3.4 весь диапазон потребностей в денежных средствах образует полную группу событий. Действительно,

$$P(\text{А} + \text{Б} + \text{В} + \text{Г}) = 0{,}15 + 0{,}25 + 0{,}3 + 0{,}3 = 1;$$

2) сумма вероятностей противоположных событий равна единице. Например, если вероятность того, что потребность воинской части будет не меньше 40 тыс. руб., равна 0,6, то вероятность противоположного события (потребность составляет не более 40 тыс. руб.)

$$P(\text{А} + \text{Б}) = 1 - P(\text{В} + \text{Г}) = 1 - (0{,}3 + 0{,}3) = 0{,}4.$$

Действительно, из табл. 3.4 видно, что $P(\text{А}+\text{Б}) = 0{,}15 + 0{,}25 = 0{,}4$.

Для формулирования теоремы об умножении вероятностей вводится понятие условной вероятности $P(\text{Б}/\text{А})$, под которой понимается вероятность свершения события Б, вычисленная при условии, что событие А произошло. Тогда вероятность произведения двух событий равна $P(\text{АБ}) = P(\text{А})\ P(\text{Б}/\text{А})$. Вероятность произведения независимых событий А и Б равна произведе-

3—870

нию вероятности этих событий, т. е. $P(\text{АБ})=P(\text{А})\ P(\text{Б})$. Событие А называется независимым от события Б, если вероятность события А не зависит от того, произошло событие Б или нет.

Рассмотрим примеры с независимыми и зависимыми событиями.

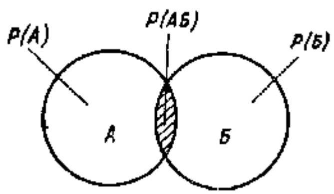


Рис. 3.5. Диаграмма вероятности совместных событий

Пример с независимыми событиями. Считая вероятность безотказной работы любого гусеничного тягача в течение суток равной 0,95, найти вероятность безотказной работы двух тягачей. Считая события А и Б, состоящие в безотказной работе в течение суток соответственно первого и второго тягачей независимыми и применяя к ним теорему умножения вероятностей, получим: $P(\text{АБ})=0{,}95\ 0{,}95=0{,}9025$.

Пример с зависимыми событиями. В соединении имеется семь воинских частей, в четырех из них состояние финансово-хозяйственной деятельности хорошее, в трех — удовлетворительное. При ревизии финансовой службой округа выбраны для проверки две воинские части. Определить вероятность того, что обе выбранные части имеют хорошие показатели финансово-хозяйственной деятельности.

Обозначим А_1 и А_2 события, состоящие в выборе воинских частей с хорошим состоянием финансово-хозяйственной деятельности. Вероятность события А_1 равна $P(\text{А}_1)=\frac{4}{7}$. Учитывая, что после выбора первой части их осталось на одну меньше, $P(\text{А}_2/\text{А}_1)=\frac{3}{6}$. Тогда вероятность того, что обе выбранные части имеют хорошие показатели, равна

$$P(\text{А})=P(\text{А}_1)\,P(\text{А}_2/\text{А}_1)=\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{2}{7}.$$

Для совместных событий А и Б вероятность суммы этих событий определяется по формуле $P(\text{А}+\text{Б})=P(\text{А})+P(\text{Б})-P(\text{АБ})$ (рис. 3.5), где $P(\text{АБ})$ — вероятность совместного наступления событий А и Б одновременно.

Например, два стрелка стреляют по мишени, причем вероятность попадания в цель одного стрелка 0,7, а другого — 0,8. Определить вероятность поражения мишени, если каждый стрелок сделал по одному выстрелу.

Пусть А — событие, состоящее в поражении мишени первым стрелком, Б — вторым стрелком, В — любым стрелком. Тогда с учетом теоремы умножения вероятностей $P(\text{В})=P(\text{А})+P(\text{Б})-P(\text{АБ})=0{,}7+0{,}8-0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}94$.

Следствием основных теорем является формула полной вероятности.

Событие А может произойти вместе с одним из событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующих полную группу несовместимых событий (гипотез). Тогда вероятность события А вычисляется как сумма произведений вероятности каждой гипотезы на вероятность события при этой гипотезе, т. е.

$$P(\text{А})=\sum_i P(H_i)\,P(\text{А}/H_i).$$

Из формулы полной вероятности можно получить одно важное для практики выражение. Вероятность совместного события, состоящего в одновременном наступлении нескольких событий, равна произведению вероятностей их наступления. Для случая нескольких независимых событий, когда необходимо определить, наступило ли хотя бы одно из них, требуются дополнительные преобразования.

Найдем вероятность достижения цели посредством повторных действий, если при каждом из них достигается уровень, равный некоторому значению P_1. В простейшем случае при двух действиях (например, выстрелах) возможны следующие исходы:

— оба действия оказались успешными (оба выстрела оказались точными);

— первое действие удачно, второе — неудачно;

— второе действие удачно, первое — неудачно;

— оба действия неудачны.

Тогда вероятность достижения цели после двух действий P_2 равна сумме вероятностей первых трех (благоприятствующих) исходов, т. е.

$$P_2=P_1P_1+P_1(1-P_1)+(1-P_1)P_1=$$
$$=2P_1-P_1^2+1-1=1-(1-P_1)^2.$$

Обобщая результаты для любого числа действий n, можно получить формулу для вероятности достижения цели P_n после n действий:

$$P_n=1-(1-P_1)^n. \qquad (3.4)$$

Например, если при контроле документов вероятность обнаружения ревизором ошибки $P_1=0{,}90$, то вероятность обнаружения ошибки после двух (трех) проверок составит:

$$P_2=1-(1-0{,}90)^2=0{,}99;$$
$$P_3=1-(1-0{,}90)^3=0{,}999.$$

Если для поражения цели используется несколько разнородных средств и вероятности их составляют P_{11}, P_{12} и т. д., а количество выстрелов соответственно равно n_1, n_2 и т. д., то, используя теорему умножения вероятностей независимых событий для случая одновременного наступления событий, можно записать выражение для вероятности поражения цели n выстрелами:

$$P_n = 1 - (1 - P_{11})^{n_1} (1 - P_{12})^{n_2} \dots \qquad (3.5)$$

3.3.3. Случайные величины и законы их распределения

Аналогично тому, как под событием понимается всякий факт, который либо происходит в действительности, либо не происходит, а в будущем может произойти с определенной вероятностью P $(P = 1 - q = 0 \div 1)$, случайной величиной называется такая величина, про которую нельзя сказать заранее с полной достоверностью, какое она примет числовое значение. Например, число пассажиров в автобусе, количество переплат, недоплат и неположенных выплат в соединении за ревизуемый период.

Случайные величины бывают непрерывными и дискретными (прерывными). Случайная величина является дискретной, если возможные ее значения могут быть перечислены. Например, число документов, подшитых в дело, — случайная дискретная величина. Если возможные значения случайной величины непрерывно заполняют некоторый промежуток, то такая величина называется непрерывной (например, скорость движения автомобиля). Случайные величины обычно обозначаются большими буквами (например, X), их конкретные значения — малыми $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

От случайных величин можно переходить к случайным событиям и наоборот. Если рассматривать событие A как случайную величину X, то можно говорить, что ее значение $x_1 = 1$, если событие совершилось, и $x_2 = 0$, если оно не совершилось.

Далее, дискретная величина X может принимать значения $x_1, x_2, \dots, x_i$. Каждому значению x_i может быть поставлена в соответствие определенная вероятность его появления P_i. Будем считать, что события, состоящие в том, что величина X принимает одно из возможных значений x_i $(i = 1, 2, \dots, n)$, являются несовместными и образуют полную группу событий. Поэтому $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$, т. е. сумма вероятности появления всех возможных значений случайной величины X равна единице. Таблица, содержащая значения случайных величин и вероятности их появления, называется рядом распределения.

Форма ряда распределения представлена в табл. 3.5.

Случайная величина X будет полностью описана с вероятностной точки зрения, если будет задано ее распределение в виде табл. 3.5. Это означает, что задан так называемый закон распределения случайной величины X. Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение (в виде таблицы, графика, формулы), устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Тогда про случайную величину говорят, что она описывается данным законом распределения.

Таблица 3.5

Значение случайной величины X	x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
Вероятность появления величины X	P_1	P_2	...	P_i	...	P_n

Кроме табличной (см. табл. 3.5) используется графическая форма представления закона — многоугольник распределения, когда на оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, а по оси ординат — их вероятности. Например, при выборочной проверке из дела взяты три документа, каждый из которых оформлен неправильно с вероятностью 0,2. Рассматривается случайная величина X — число появлений неправильно оформленных документов. Построим таблицу и многоугольник распределения. Обозначим через x_i число неправильно оформленных документов.

Возможны четыре исхода (возможных значений числа x):

$x_1 = 0$ — все документы правильны;

$x_2 = 1$ — из трех документов один неправильный;

$x_3 = 2$ — из трех документов два неправильных;

$x_4 = 3$ — все три документа неправильны.

Вероятность того, что все документы правильны, равна

$$P(x_1 = 0) = (1 - 0{,}2)^3 = 0{,}512.$$

Соответственно

$$P(x_2 = 1) = 0{,}2\,(1 - 0{,}2)\,(1 - 0{,}2) + (1 - 0{,}2)\,0{,}2\,(1 - 0{,}2) + (1 - 0{,}2)\,(1 - 0{,}2)\,0{,}2 = 0{,}384;$$

$$P(x_3 = 2) = 0{,}2 \cdot 0{,}2\,(1 - 0{,}2) + 0{,}2\,(1 - 0{,}2)\,0{,}2 + (1 - 0{,}2)\,0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}096;$$

$$P(x_4 = 3) = 0{,}2^3 = 0{,}008.$$

Тогда таблица и многоугольник распределения будут иметь вид, как в табл. 3.6 и на рис. 3.6.

В некоторых случаях интересы практики требуют ответа не на вопрос, какова вероятность события $X = x_i$, а на вопрос, какова вероятность того, что случайная величина X не превысит какого-то значения, т. е. требуется найти $P(X<x_i)$. Эта вероятность при заданном законе распределения зависит только от величины x_i, т. е. является функцией от x_i. Эта функция называется функцией распределения случайной величины X и обозначается

Таблица 3.6

x_i	0	1	2	3
P_i	0,512	0,384	0,096	0,008

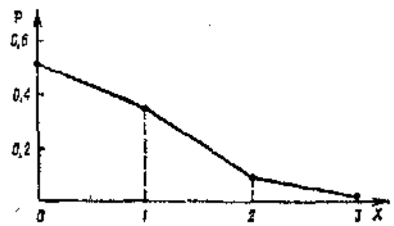


Рис. 3.6. Многоугольник распределения

$$F(x) = P(X < x_i).$$

Функция распределения означает вероятность того, что случайная величина X меньше некоторого значения x_i. Функция распределения иногда называется интегральной функцией или интегральным законом распределения и является универсальной характеристикой случайной величины.

Для примера, результаты решения которого представлены в табл. 3.6, можно определить:

$$P(X<0)=0;\quad P(X<1)=0{,}512;$$
$$P(X<2)=0{,}512+0{,}384=0{,}896;$$
$$P(X<3)=0{,}896+0{,}096=0{,}992;$$
$$P(X<4)=0{,}992+0{,}008=1.$$

Интегральный закон распределения дискретной случайной величины для данного примера будет иметь вид возрастающей ступенчатой функции (рис. 3.7).

Если уменьшать до нуля интервалы между возможными значениями случайной величины X, то функция распределения будет иметь вид плавной кривой (рис. 3.8).

Функции распределения имеют следующие свойства.

1. Функция $F(x)$ есть неубывающая функция своего аргумента, т. е. при $x_2>x_1$ $F(x_2) \geqslant F(x_1)$.

2. При $x \to -\infty$ $F(-\infty) \to 0$, т. е. если взять какую угодно малую величину x_i, то вероятность $P(X<x_i)=0$.

3. При $x \to +\infty$ $F(+\infty)=1$. Следовательно, если взять все значения X от $-\infty$ до $+\infty$, то событие становится достоверным и вероятность его совершения равна единице.

Важно отметить, что ординаты функции $F(x)$ на графике (см. рис. 3.8) представляют собой вероятность того, что случайная величина X меньше x_i. Если взять отрезок на оси X, обозначить левую границу отрезка α, правую — β $(\alpha<\beta)$ и найти $F(\alpha)$ и $F(\beta)$, то можно определить вероятность попадания случайной величины X на участок от α до β (рис. 3.9). Она будет равна разнице между $F(\beta)$ и $F(\alpha)$, т. е.

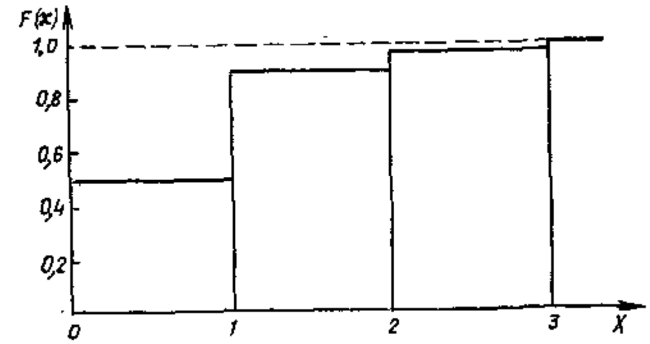


Рис. 3.7. Функция распределения дискретной случайной величины

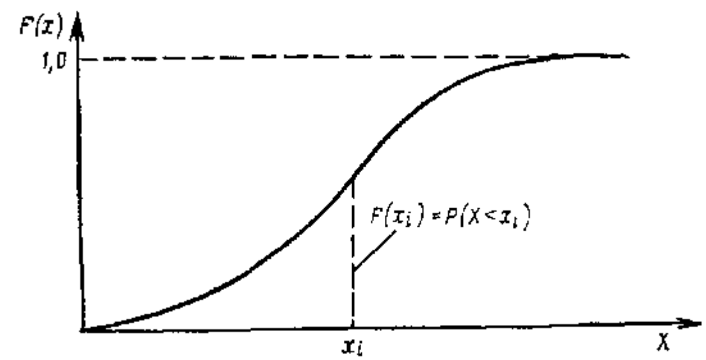


Рис. 3.8. Функция распределения непрерывной случайной величины

$$P(\alpha<x<\beta)=F(\beta)-F(\alpha). \qquad (3.6)$$

В ранее рассмотренном примере (см. рис. 3.8) вероятность того, что в трех документах число неправильно оформленных будет находиться в диапазоне от 1 до 2, равна

$$P(1<x<2)=F(2)-F(1)=0{,}896-0{,}512=0{,}384.$$

Если рассмотреть достаточно маленький участок от x до $x+\Delta x$ и отнести к его длине величину приращения функции $F(x)$, то в пределе можно получить производную. Обозначим ее $f(x)$, т. е.

$$f(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x}. \qquad (3.7)$$

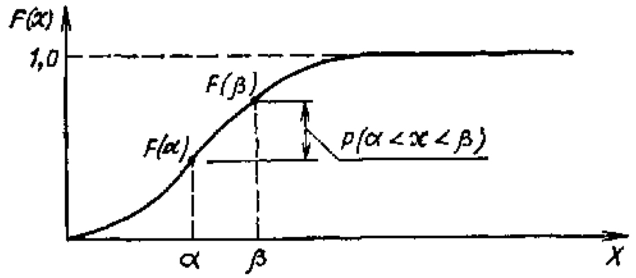


Рис. 3.9. Вероятность попадания случайной величины на участок от α до β

Она характеризует как бы плотность, с которой распределяются значения случайной величины на оси X. Функция $f(x)$, являющаяся производной функции распределения $F(x)$, назы-

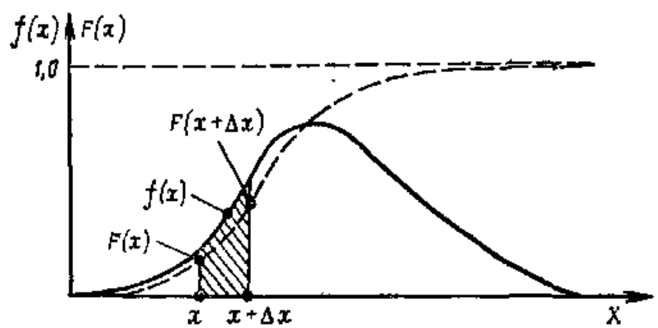


Рис. 3.10. Функция плотности $f(x)$ и функция распределения $F(x)$

вается функцией плотности распределения случайной величины X. График этой функции представлен на рис. 3.10. Из рис. 3.10 видно, что произведение $f(x)\Delta x$ численно равно разнице ординат: $F(x+\Delta x)-F(x)$.

Если просуммировать $f(x)\Delta x$ на участке изменения X от $-\infty$ до $+\infty$, т. е. найти площадь под функцией плотности распределения, то получим

$$F(+\infty)-F(-\infty)=1-0=1.$$

3.3.4. Числовые характеристики случайных величин и основные законы распределения

В тех случаях, когда вид закона распределения случайной величины известен заранее, необязательно получать сам закон распределения (см. табл. 3.6 или рис. 3.6). Достаточно знать лишь основные числовые характеристики закона распределения. Числовые характеристики случайной величины — это такие показатели, которые в сжатой форме выражают наиболее существенные особенности случайной величины. К ним относятся математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и др.

Математическое ожидание, являясь характеристикой положения, определяет точку на числовой оси, относительно которой группируются все возможные значения случайной величины. **Математическим ожиданием дискретной случайной величины** называется сумма произведений всех ее возможных значений x_i на их вероятности P_i:

$$m_x=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n=\sum_{i=1}^{n}x_iP_i. \qquad (3.8)$$

Для непрерывной случайной величины математическое ожидание выражается интегралом

$$m_x=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)\,dx,$$

где $f(x)$ — функция плотности распределения величины X.

Для данных табл. 3.6 среднее число неправильно оформленных документов составит

$$m_x=0{,}512\cdot 0+0{,}384\cdot 1+0{,}096\cdot 2+0{,}008\cdot 3=0{,}6.$$

Однако на практике мало знать только математическое ожидание. Важно знать степень разброса (рассеивания) значений случайных величин относительно математического ожидания. Для оценки меры рассеивания используется числовая характеристика, называемая **дисперсией.** Она определяется как сумма произведений квадратов отклонений значений дискретной случайной величины от ее математического ожидания на вероятности этих значений:

$$D_x=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m_x)^2P_i.$$

Для непрерывной случайной величины

$$D_x=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-m_x)^2f(x)\,dx.$$

Более употребительной является характеристика, называемая **средним квадратическим отклонением** σ_x и определяемая как корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \tag{3.9}$$

Для примера из табл. 3.6

$$D_x = (0-0{,}6)^2 0{,}512 + (1-0{,}6)^2 0{,}384 + (2-0{,}6)^2 0{,}096 + $$
$$+ (3-0{,}6)^2 0{,}008 = 0{,}48;$$
$$\sigma_x = \sqrt{0{,}48} = 0{,}693.$$

К числу часто встречающихся законов распределения относятся закон равномерной плотности и нормальный закон.

Закон равномерной плотности используется для описания случайных величин, значения которых находятся в пределах некоторого интервала от α до β с одинаковой вероятностью (рис. 3.11), т. е. обладают одной и той же плотностью вероятности.

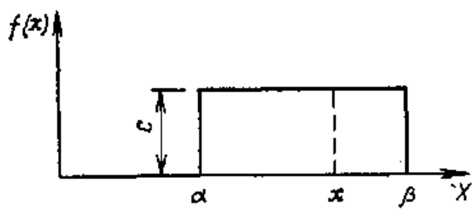


Рис. 3.11. Функция равномерной плотности распределения

Выражение для закона равномерной плотности распределения имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} C \text{ при } \alpha \leqslant x \leqslant \beta; \\ 0 \text{ при } x < \alpha,\ x > \beta. \end{cases}$$

Поскольку площадь под функцией распределения равна единице, то $C(\beta-\alpha)=1$. Отсюда

$$C = \frac{1}{\beta-\alpha}.$$

Для закона равномерного распределения математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение определяются из соотношений

$$m_x = \frac{\alpha+\beta}{2} \text{ и } \sigma_x = \frac{\beta-\alpha}{2\sqrt{3}}.$$

Интегральная функция закона равномерной плотности $F(x)$ имеет вид прямой (рис. 3.12). Ординаты Ax при любом значении X численно равны площади прямоугольника $C(x-\alpha)$

(см. рис. 3.11). Естественно, что в начале интервала при $x=\alpha$ $F(x)=C(\alpha-\alpha)=0$, а при $x=\beta$ $F(x)=C(\beta-\alpha)=1$.

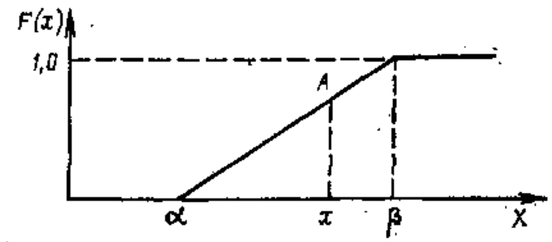


Рис. 3.12. Функция равномерного распределения

Нормальный закон распределения наиболее часто встречается в практике анализа случайных величин, на которые действует множество факторов. При этом функция плотности распределения симметрична относительно m_x (рис. 3.13) и описывается зависимостью

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \tag{3.10}$$

где π — постоянная величина, равная 3,14159;
e — основание натуральных логарифмов, равное 2,71828;
σ_x — среднее квадратическое отклонение [см. формулу (3.9)];
m_x — математическое ожидание случайной величины.

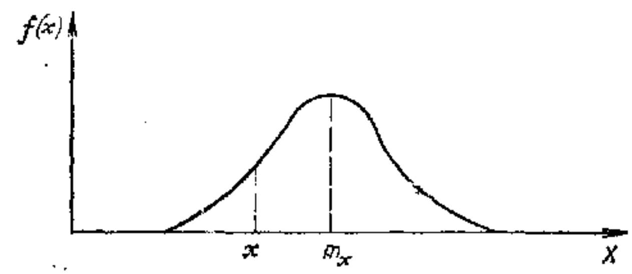


Рис. 3.13. Функция плотности нормального закона распределения

Максимальное значение ординаты соответствует значению $x=m_x$ и равно $1:\sigma_x\sqrt{2\pi}$. При $|x|\to\infty$ кривая плотности распределения стремится к нулю. Интегральная функция распределения $F(x)$ будет равна

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad (3.11)$$

и имеет вид, представленный на рис. 3.14. Для практического вычисления значений $f(x)$ и $F(x)$ делается замена переменной $t=\frac{x-m_x}{\sigma_x}$, где t называется нормирующей величиной и со-

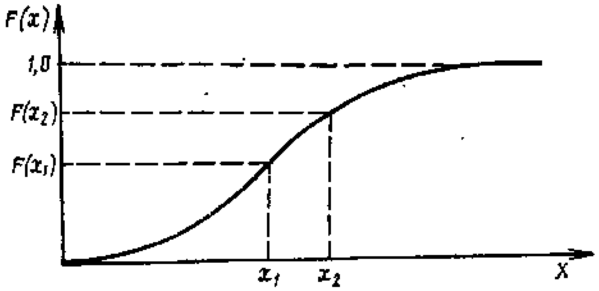


Рис. 3.14. Интегральная функция распределения

ответствует функции распределения нормально распределенной случайной величины с $m_x=0$ и $\sigma_x=1$. Тогда функция, выраженная формулой (3.11), примет вид

$$\Phi^*(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt. \qquad (3.12)$$

Для функции $\Phi^*(x)$ разработаны специальные таблицы (приложение 1). После введения новой переменной можно записать

$$F(x)=\Phi^*(t)=\Phi^*\left(\frac{x-m_x}{\sigma_x}\right).$$

Пользуясь выражением для $\Phi^*(x)$ и учитывая формулу (3.6), можно определить вероятность попадания случайной величины x на участок от α до β:

$$P(\alpha<x<\beta)=\Phi^*\left(\frac{\beta-m_x}{\sigma_x}\right)-\Phi^*\left(\frac{\alpha-m_x}{\sigma_x}\right). \qquad (3.13)$$

Формула (3.13) используется для решения широкого круга задач. Значительный интерес представляет оценка вероятности попадания случайных величин на фиксированные интервалы, показанные на рис. 3.15. Расчеты показывают, что вероятности попадания случайных величин на участки в одну

сигму равны соответственно 0,34; 0,14 и 0,02 (сумма — 0,5). На основе таких расчетов сформулировано правило «трех сигм», которое утверждает, что при нормальном законе распределения практически все возможные значения (точнее, 99,7%) случайной величины укладываются в интервал от минус 3 σ_x до плюс 3 σ_x.

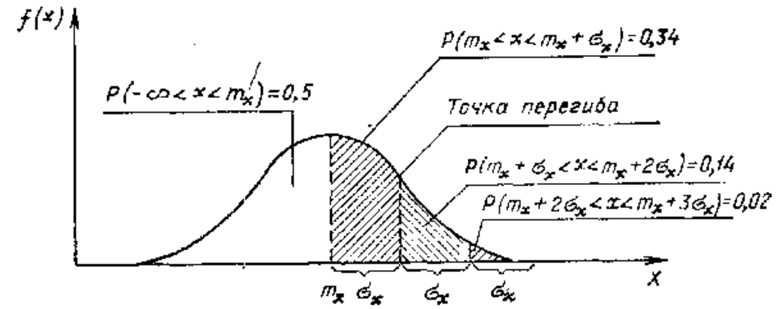


Рис. 3.15. Правило «трех сигм»

Например, установлено из опыта, что математическое ожидание поступления от воинских частей окружного подчинения в финансовую службу округа сведений по форме № 52/фс $m_x=12$ апреля, а разброс отдельных поступлений характеризуется *средним квадратическим отклонением* $\sigma_x=2$ дня. Значит, в диапазоне от $m_x-\sigma_x$ до $m_x+\sigma_x$, т. е. в период 10—14 апреля, поступит наибольшая часть ($\sim 70\%$) сведений. Такие данные позволяют лучше спланировать обработку поступающих сведений. Практическое использование правила «трех сигм» состоит также и в том, что, зная только минимальное x_{min} и максимальное x_{max} значения величины X, а также считая закон распределения X нормальным, можно ориентировочно подсчитать математическое ожидание

$$m_x=\frac{x_{min}+x_{max}}{2}$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_x=\frac{x_{max}-x_{min}}{6}.$$

В некоторых частных случаях (в частности, в теории боевой эффективности) для характеристики разброса используется не среднее квадратическое отклонение σ_x, а **срединное**, или **вероятное**, отклонение E_x, которое равно $E_x=0{,}674\ \sigma_x$. Вероятное отклонение E_x — это половина длины участка оси абсцисс, симметричного относительно m_x, на который опирается половина площади под кривой распределения. Иногда говорят, что

E_x — это половина полосы лучшей половины попаданий. Если в качестве меры рассеивания используется срединная ошибка E_x, то формула (3.13) будет иметь следующий вид:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{\beta - m_x}{E_x}\right) - \hat{\Phi}\left(\frac{\alpha - m_x}{E_x}\right)\right]. \quad (3.14)$$

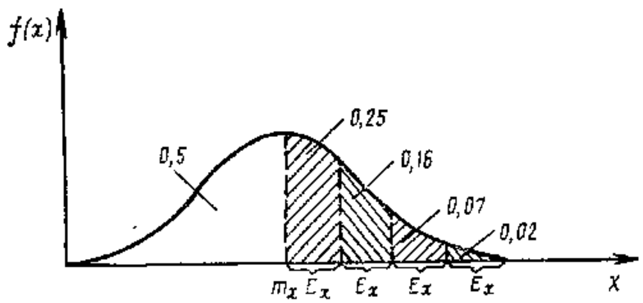


Рис. 3.16. Распределение случайной величины, измеренное срединной ошибкой

В этом случае интегральная функция $\hat{\Phi}\left(\frac{x - m_x}{E_x}\right)$ называется **приведенной функцией Лапласа**, а вероятности попадания случайной величины на участки $m_x + E_x$, $m_x + 2E_x$ и т. д. показаны на рис. 3.16.

3.4. Методы оценки эффективности потребления конечного военного продукта

3.4.1. Факторы, определяющие боевую эффективность

Военная продукция проходит стадии производства, распределения, обмена и потребления. Завершающая стадия — потребление конечного военного продукта — является очень существенной. Если на первых трех стадиях определяются требования к военной технике, проводятся опытно-конструкторские работы, осуществляются серийное производство и транспортировка военной продукции, то на стадии потребления проверяется на практике конечная эффективность, зависящая от результатов деятельности на всех предшествующих стадиях.

Действительно, обоснованность требований к тактико-техническим характеристикам военной техники, способы проведения испытаний военной техники, уровень технологической оснащенности серийного производства, качество контроля выходных характеристик образцов вооружения, способы транспортировки, хранения и технического обслуживания техники проявляются в эффективности конечного военного продукта.

В соответствии с функциональной структурой военного производства конечная военная продукция включает в себя две основные части: предметы личного и коллективного потребления военнослужащих и военную технику. Личное потребление регулируется экономическими законами социализма. Здесь действует система продовольственного, вещевого и денежного довольствия. Она обеспечивает нормальную жизнедеятельность военнослужащих, создает условия для поддержания их способности к воинскому труду с учетом специфики дислокации и характера функционирования частей и соединений армии и флота.

Завершающим актом процесса реализации военно-экономических возможностей государства является потребление военной техники, приводимой в действие военнослужащими. В мирное время потребление конечной военной продукции происходит в процессе боевой подготовки войск, в военное время — при использовании военной техники по прямому назначению в ходе вооруженной борьбы.

Количественно эффективность потребления конечного военного продукта оценивается **показателями боевой эффективности**, под которыми понимаются числовые характеристики наносимого противнику ущерба или расхода боевых средств.

На величину показателей боевой эффективности влияют факторы, характеризующие содержание задач и условия их выполнения, тактико-технические характеристики военной техники, способы ее боевого использования и обеспечения технической готовности, а также уровень боевой и политической подготовки личного состава. К числу этих факторов относятся:

1) вид, размеры, защищенность и подвижность целей;

2) точность определения исходных данных для ведения огневого воздействия по целям, техническое рассеивание боеприпасов, время суток, метеоусловия и др.;

3) поражающее действие боеприпасов;

4) дальность стрельбы и боевая скорострельность;

5) количество и качество (характеристики ТТХ) боевых средств, привлекаемых для поражения объектов противника;

6) надежность военной техники;

7) уровень подготовленности личного состава, его моральный дух;

8) степень противодействия противника.

Все факторы в зависимости от возможности влияния на них в условиях деятельности войск можно условно разделить на внешние и внутренние. К внешним факторам относятся характер целей и противодействие противника, а также ТТХ военной техники, поступающей в войска. В условиях деятельности войск можно в определяющей степени воздействовать на внутренние факторы, к которым относятся уровень специальной подготовки (обученности личного состава) и техническая готовность вооружения.

В условиях войсковой деятельности можно в определяющей степени воздействовать на фактор уровня обученности войск (см. гл. 11), в значительной мере — на уровень технической готовности вооружения путем рациональной организации его содержания, эксплуатации и ремонта и в решающей мере на количество привлекаемых боевых средств путем решения задач оптимального целераспределения (см. гл. 12).

Рассмотрим основные понятия теории боевой эффективности и методы расчета количественных значений показателей эффективности применения вооружения и военной техники.

1. **Характеристика цели.** В общем случае объект поражения представляет собой совокупность элементарных целей, расположенных на ограниченном пространстве. Под элементарной целью понимается такая одиночная цель, которая не может быть разделена на части без нарушения ее физической целости (командный пункт, радиолокационная станция, танк и др.).

Размещение элементарных целей в пространстве может быть равномерным или неравномерным. Объекты с равномерной плотностью распределения элементарных целей на его площади называются площадными (взводные опорные пункты, батареи и др.).

2. **Точность и кучность стрельбы.** Точки падения боеприпасов отклоняются от точки прицеливания по дальности (вдоль оси X) и направлению (вдоль оси $У$). Рассматриваются две группы случайных отклонений (ошибок): повторяющиеся, характеризующие точность стрельбы, и неповторяющиеся (техническое рассеивание), характеризующее кучность стрельбы (рис. 3.17).

Координаты $x_{ц.г}$ и $y_{ц.г}$ представляют собой ошибки точности стрельбы, а координаты положения точек относительно центра группирования — ошибки кучности. Ошибки точности и кучности подчинены нормальному закону распределения и характеризуются срединными ошибками точности (по дальности E_x и по направлению E_y) и кучности (соответственно $B_д$ и $B_б$).

Количественной мерой ошибки выстрела являются срединные ошибки по дальности $E_{xв}$ и по направлению $E_{yв}$. Для нормального распределения точек попадания с нулевым математическим ожиданием

$$E_{xв} = \sqrt{E_x^2 + B_д^2} \quad \text{и} \quad E_{yв} = \sqrt{E_y^2 + B_б^2}, \tag{3.15}$$

где E_x и E_y — срединное отклонение центров группирования по дальности и по направлению соответственно — характеристики точности;

$B_д$ и $B_б$ — срединное отклонение точек попадания относительно центра группирования по дальности и по направлению (см. рис. 3.17) — характеристики кучности.

Значения E_x и E_y определяются исходя из того, что точки, соответствующие центрам группирования, являются отдельными наблюдениями при формировании закона распределения ошибок точности стрельбы (отдельно по оси X и по оси $У$).

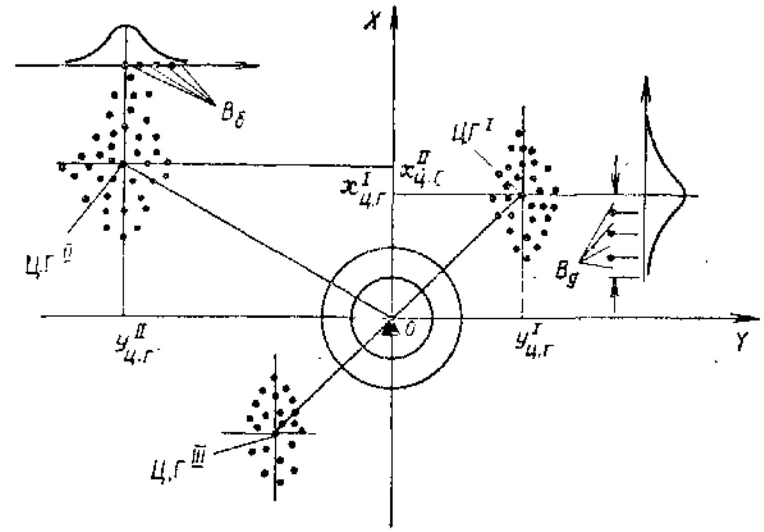


Рис. 3.17. Характеристики точности и кучности стрельбы:
0 — центр прицеливания; $ЦГ^I$, $ЦГ^{II}$ — центры группирования фактических попаданий в I и II сериях стрельбы; $x^{I}_{ц.г}$, $x^{II}_{ц.г}$ — координаты ЦГ по дальности; $y^{I}_{ц.г}$, $y^{II}_{ц.г}$ — координаты ЦГ по направлению

3. **Характеристики поражающего действия боеприпасов** зависят от свойств и мощности боеприпасов (ударной волны, осколков, проникающей радиации и др.), а также от вида и степени защищенности цели. Различают зоны достоверного поражения, недостоверного поражения и безопасных взрывов (рис. 3.18). Для упрощения расчетов зону достоверного поражения обычно расширяют за счет зоны недостоверного поражения. Считается, что цель поражена, если боеприпас попал в эту расширенную (приведенную) зону поражения радиусом $r_з$. Для обычных боеприпасов приведенную зону поражения представляют в виде равновеликого прямоугольника со сторонами $2l_x$ (по дальности) и $2l_y$ (по направлению) ($\pi r_з^2 = 4l_x l_y$). Для ядерных боеприпасов приведенная зона поражения имеет вид круга с радиусом R. Характеристики точности, кучности и поражающего действия боеприпасов определяются в полигонных условиях.

В результате разрабатываются специальные таблицы, которые используются при планировании боевого воздействия по объектам противника.

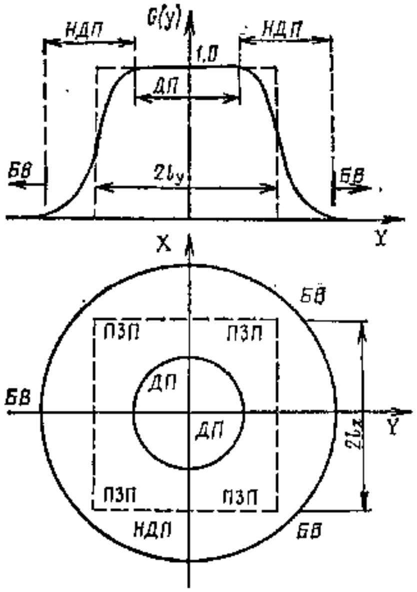


Рис. 3.18. Зоны поражения:

ДП — зона достоверного поражения; НДП — зона недостоверного поражения; БВ — зона безопасных взрывов; ПЗП — приведенная зона поражения $G(y)$ — вероятность поражения объекта

4. **Дальность стрельбы** — характеристика возможности оружия доставлять боеприпас на определенное расстояние.

5. **Боевая скорострельность** характеристика возможности оружия произвести то или иное количество выстрелов в заданное время. Она зависит от технической скорострельности, времени перезарядки и времени восстановления наводки.

3.4.2. Показатели боевой эффективности вооружения

Конкретное наименование и численное значение показателей зависят от характера объектов поражения и задач воздействия по ним.

При стрельбе по отдельной цели показателем боевой эффективности является вероятность ее поражения. Если известны приведенные размеры цели, то вероятность поражения определяется как вероятность попадания точки в прямоугольник с размерами $2l_x$ и $2l_y$ (рис. 3.19). При этом используется формула (3.14). Эта формула характеризует вероятность попадания случайной величины на фиксированный отрезок. Если принять, что отсутствует смещение центра рассеивания относительно центра цели по дальности и по направлению, т. е. $m_x=0$ и $m_y=0$, и учесть, что $\hat{\Phi}(-x)=-\hat{\Phi}(x)$, то вероятности попадания на участок $(-l_x)-(+l_x)$ по оси X и участок $(-l_y)-(+l_y)$ по оси Y будут соответственно равны

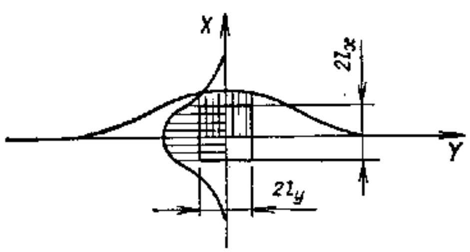


Рис. 3.19. Вероятность попадания в прямоугольник с размерами $2l_x$ и $2l_y$

$$P(-l_x<x<+l_x)=\frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{l_x-0}{E_{x\text{в}}}\right)-\hat{\Phi}\left(\frac{-l_x-0}{E_{x\text{в}}}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}\left[\hat{\Phi}\left(\frac{l_x}{E_{x\text{в}}}\right)+\hat{\Phi}\left(\frac{l_x}{E_{x\text{в}}}\right)\right]=\hat{\Phi}\left(\frac{l_x}{E_{x\text{в}}}\right),$$

а

$$P(-l_y<y<+l_y)=\hat{\Phi}\left(\frac{l_y}{E_{y\text{в}}}\right).$$

Поскольку вероятность попадания в площадь размером $2l_x$ и $2l_y$ будет означать одновременное попадание на участок $(-l_x)-(+l_x)$ и $(-l_y)-(+l_y)$, то в соответствии с теоремой об умножении вероятностей двух независимых событий вероятность попадания точки в прямоугольник можно определить по формуле

$$P_1=\hat{\Phi}\left(\frac{l_x}{E_{x\text{в}}}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{l_y}{E_{y\text{в}}}\right). \tag{3.16}$$

Например, для командного пункта с приведенными размерами $2l_x=7$ м, $2l_y=5$ м при характеристиках точности и кучности стрельбы 122-мм гаубицей $E_{x\text{в}}=10$ м, $E_{y\text{в}}=1{,}5$ м вероятность поражения при одном выстреле будет равна

$$P_1=\hat{\Phi}\left(\frac{3{,}5}{10}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{2{,}5}{1{,}5}\right)=0{,}1866\cdot 0{,}739=0{,}1379.$$

Для оценки вероятности поражения несколькими выстрелами необходимо использовать формулы (3.4) и (3.5). Для ранее рассмотренного примера при количестве выстрелов $n_\text{в}=10$

$$P_{10}=1-(1-0{,}1379)^{10}=1-0{,}227=0{,}773.$$

В качестве показателя ущерба при поражении площадного объекта принимается математическое ожидание доли пораженной площади $M_\text{н}$.

При стрельбе с оптимальным искусственным рассеиванием этот показатель рассчитывается по формуле

$$M_\text{н}=\frac{1}{2I\alpha'+0{,}9}, \tag{3.17}$$

где

$$\alpha'=\frac{E'_xE'_y}{n_\text{в}S\tau},$$

$$E'_x=E_x\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{L_x}{E_x}\right)^2};\qquad E'_y=E_y\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{L_y}{E_y}\right)^2};$$

$n_в$ — расход боеприпасов (количество выстрелов);
S — площадь приведенной зоны поражения элементарной цели;
τ — поправочный коэффициент на приведенные размеры элементарной цели (для ориентировочных расчетов можно принимать $\tau=1$);
L_x, L_y — половина длины и ширины площади поражения.

При использовании ракет с ядерными боеприпасами вероятность поражения цели при одном пуске рассчитывается по формуле (3.16), в которой приведенные размеры цели определяются из соотношения

$$2l_x = 2l_y = 1{,}78R,$$

где R — радиус приведенной зоны поражения.

3.4.3. Определение потребного наряда боевых средств

При решении задач планирования использования боевых средств важно уметь определять потребность в расходе боеприпасов. Она зависит от требуемого уровня ущерба, наносимого противнику $P_{тр}$, характера объектов и тактико-технических характеристик вооружения. Числовые характеристики необходимого количества боевых средств называются нарядом средств.

Наряд боеприпасов при поражении отдельной цели $n_в$ можно определить путем логарифмирования выражения (3.4) с заменой текущего значения P_n на требуемое $P_{тр}$:

$$n_в = \frac{\ln(1-P_{тр})}{\ln(1-P_1)}. \tag{3.18}$$

Опытным путем получено выражение для определения количества потребных боеприпасов для поражения площадной цели с требуемым математическим ожиданием доли пораженной площади $M_{и\,тр}$:

$$n_в = -\frac{4L'_xL'_y}{S\tau}\ln(1-M_{и\,тр}), \tag{3.19}$$

где

$$L'_x = \sqrt{L_x^2+6{,}6E_x^2};\quad L'_y = \sqrt{L_y^2+6{,}6E_y^2}.$$

Потребное количество боевых средств $N_{ор}$ зависит от расчетного наряда $n_в$ и режима огня $n(t)$:

$$N_{ор} = \frac{n_в}{n(t)},$$

где $n(t)$ — режим огня, т. е. количество боевых воздействий, производимых одним средством за время t.

3.5. Учет показателей технической готовности вооружения и уровня специальной подготовки личного состава в задачах военно-экономического анализа

3.5.1. Учет технической готовности военной техники

Результаты деятельности личного состава частей и соединений проявляют себя в показателях боевой готовности Вооруженных Сил. Для оценки эффективности деятельности войсковых подразделений, связанной с обслуживанием и эксплуатацией вооружения и организацией боевой подготовки, необходима количественная связь промежуточных результатов с конечным. Рассмотренные в подразд. 3.4 формулы получены в предположении, что боевые средства во время работы абсолютно надежны, личный состав идеально обучен и не испытывает психологических перегрузок, а противник не оказывает сопротивления. В действительности условия не являются идеальными, что существенно снижает конечные результаты, отражающиеся в показателях боевой эффективности.

Техническая готовность вооружения зависит от его надежности и способности личного состава устранять возникающие неисправности.

Под надежностью вооружения понимается его свойство выполнять заданные функции, сохраняя в течение требуемого промежутка времени свои эксплуатационные показатели в заданных пределах. Показатель надежности $P_н$ определяется по формуле

$$P_н = K_г P(\tau_н)\, P(\tau_{бр}), \tag{3.20}$$

где $K_г$ — показатель оперативной готовности вооружения;
$P(\tau_н)$ — показатель надежности подготовки вооружения к применению;
$P(\tau_{бр})$ — показатель надежности вооружения в процессе применения.

Показатель оперативной готовности, определяемый по формуле (3.1), это, по существу, вероятность того, что военная техника готова к моменту поступления команды для использования по назначению. Величина $K_г$ зависит от времени, которое необходимо для проведения ремонтов, технических обслуживаний, устранения неисправностей и т. д.

Следовательно, сокращая время на проведение плановых мероприятий и не допуская неплановых простоев, можно значительно повысить коэффициент готовности. В свою очередь, повышение $K_г$ увеличит показатель конечной результативности. Например, если орудие в течение года ($T_э=365$ дней) находится в неисправном состоянии 22 дня ($T_р=22$ дня), то по формуле (3.1)

$$K_г = 1 - \frac{22}{365} = 0{,}94.$$

Если путем сокращения времени проведения плановых ремонтов и технических обслуживаний, а также уменьшения непроизводительных простоев удается сократить $T_р$ до 15 дней, то в этом случае коэффициент готовности повысится до

$$K_г = 1 - \frac{15}{365} = 0{,}96.$$

Составляющая $P(\tau_н)$ в формуле (3.20) представляет собой вероятность того, что вооружение, находящееся в войсках в момент поступления команды к боевому применению, будет подготовлено за время, не превышающее некоторую заданную величину $\tau_н$. Величина $P(\tau_н)$ зависит от условий хранения военной техники, от регулярности проверки техники, находящейся в состоянии консервации, и от качества обслуживания техники в местах ее хранения.

Показатель надежности $P(\tau_{бр})$ представляет собой вероятность того, что военная техника в процессе применения не откажет. Под отказом техники понимается полная или частичная потеря боеспособности. Для периода нормальной эксплуатации интенсивность отказов λ считается величиной постоянной ($\lambda = \mathrm{const}$) и является паспортной характеристикой любой технической системы. Вероятность безотказной работы в любой момент t определяется по формуле

$$P(\tau_{б.р}) = e^{-\lambda t},$$

где e — основание натуральных логарифмов;

λ — интенсивность отказов техники;

t — отрезок времени от начала эксплуатации до момента, когда определяется вероятность безотказной работы.

Для учета надежности техники в формуле (3.18) вероятность P_1 должна быть умножена на $P_н$. Произведение $P_1 P_н$ означает вероятность поражения объекта при одном выстреле с учетом надежности техники. В результате формула (3.18) будет иметь вид

$$n_в = \frac{\ln(1 - P_{тр})}{\ln(1 - P_1 P_н)}.$$

3.5.2. Учет уровня специальной подготовки личного состава

Показатель уровня специальной подготовки личного состава $P_{л.с}$ — это вероятность того, что личный состав (расчет, экипаж) способен осуществить все действия с оружием, необходимые для выполнения боевой задачи. Подготовленность личного состава играет чрезвычайно большую роль, так как оружие само по себе не может обеспечить успех. В единстве и взаимосвязи человека и военной техники человек занимает главенствующее положение по отношению к технике. Следовательно, военнослу-

жащие должны быть способными взять от сложнейшего современного вооружения все, на что оно способно, грамотно эксплуатировать его, с максимальной эффективностью применять в бою.

Кроме чисто профессиональных знаний, умений и навыков военнослужащие должны быть закалены морально и физически, быть способными выдержать большие психические и физические нагрузки, объем которых возрастает в век ракетно-ядерного оружия. Обе характеристики (профессиональная и морально-психологическая) должны быть учтены при определении числовых значений показателей боевой эффективности.

Величину $P_{л.с}$ можно разложить на две составляющие: $P_{об}$, характеризующую уровень специальной подготовки (обученности), и $P_{пс}$, характеризующую морально-психологический аспект. Тогда $P_{л.с} = P_{об} P_{пс}$. Методические подходы к оценке $P_{об}$ изложены в гл. 11. Оценка $P_{пс}$ является весьма трудной проблемой и при военно-экономическом анализе считается заданной величиной. В дальнейшем $P_{пс}$ принимается равной единице.

С учетом изложенного величина P_1 в формуле (3.18) будет иметь вид

$$P_{1(н,\,л.\,с)} = P_1 P_н P_{л.\,с},$$

а формула (3.4) будет иметь вид

$$P_n = 1 - (1 - P_1 P_н P_{л.\,с})^n. \qquad (3.21)$$

Следовательно, наряд боеприпасов необходимо определять из выражения

$$n_в = \frac{\ln(1 - P_{тр})}{\ln(1 - P_1 P_н P_{л.\,с})}. \qquad (3.22)$$

Таким образом, изложенные в главе основные положения и приведенные математические зависимости позволяют определить показатели эффективности с учетом основных боевых характеристик оружия, а также результатов войсковой деятельности по обеспечению требуемого уровня технической готовности военной техники и уровня обученности личного состава. Это, в свою очередь, позволяет решать широкий класс задач по отысканию наиболее оптимальных способов осуществления мероприятий и, следовательно, повышать эффективность использования материальных, трудовых и финансовых ресурсов, выделяемых на оборону страны.

Глава 4

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

4.1. Основы статистического анализа и его применения в экономике

4.1.1. Задачи математической статистики

Качество принимаемых управленческих решений в значительной мере зависит от способов обработки статистических данных. Поэтому важно не только извлечь максимальную пользу из имеющихся отчетных данных и справочных материалов, но и в наиболее удобном виде представить результаты анализа объективной информации.

Методами и правилами обработки и анализа статистических данных из области экономики, техники, физики, финансов и других направлений деятельности занимается **математическая статистика.** Для учета специфики деятельности существуют различные отраслевые статистики: экономическая статистика, демографическая статистика, статистика финансов и др. Математическая статистика проникает в них, разрабатывая универсальные математические методы обработки информации.

Математическая статистика возникла из потребностей экономической практики. С появлением страхового дела в XIV в. необходимо было обрабатывать данные о продолжительности жизни людей и других связанных с этим данных для разработки страховых нормативов. Она развивалась вместе с теорией вероятностей.

В дальнейшем роль математических, в том числе вероятностно-статистических, методов анализа экономических процессов возросла. Это привело к развитию математической статистики и выделению самостоятельных научных дисциплин, таких, как теория корреляций и др.

Основным отличием математической статистики от теории вероятностей и основным ее достоинством является то, что она позволяет делать практические выводы из рассмотрения не всей совокупности статистических данных, а лишь ее части, которая называется выборкой. Например, при

проведении ревизии финансово-хозяйственной деятельности войск округа необходимо получить представление о состоянии дел в частях и соединениях. Практически невозможно за короткий срок проверить все части, соединения, предприятия и учреждения. В таких случаях прибегают к выборочному контролю и на основании характеристик выборки формируется суждение о состоянии финансово-хозяйственной деятельности войск округа в целом.

Математическая статистика решает три основные задачи. Решение *первой задачи* предполагает получение основных статистических характеристик: среднего арифметического, являющегося статистическим аналогом математического ожидания, статистической дисперсии и среднего квадратического отклонения. Показатели среднего значения весьма широко используются в экономическом анализе. Примеры показателей среднего значения: средняя заработная плата основных производственных рабочих, среднее время между ремонтами техники, средняя величина расходов денежных средств на обслуживание и ремонт единицы военной техники и др.

Во многих случаях оценка только среднего значения не дает достаточно полного представления о характере экономического явления. Возникает необходимость в получении характеристик разброса отдельных значений показателя относительно среднего. Например, в ряде случаев необходимо не только указать размер средней заработной платы работников, но и дать характеристику разброса от минимального уровня до максимального. Так, в материалах XXVII съезда КПСС говорится, что необходимо «увеличить среднемесячную заработную плату рабочих и служащих на 13—15 процентов, или до 215—220 рублей»[1]. Таким образом, устанавливается интервал среднего значения, верхняя и нижняя граница показателя.

Решение первой задачи имеет самостоятельное значение для анализа экономических процессов. Но показатели среднего значения и среднего квадратического отклонения используются также и для решения других задач математической статистики.

Второй задачей, которую решает математическая статистика, является получение законов распределения случайных величин. Для анализа экономических процессов далеко не безразлично, какому закону подчиняется та или иная случайная величина. От этого зависит возможность использования аппарата теории вероятностей, это влияет на практические рекомендации.

Подчеркивая важность знания законов распределения случайных величин, Ф. Энгельс в работе «Людвиг Фейербах и

[1] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза, с. 311.

конец классической немецкой философии» писал: «...на поверхности явлений, несмотря на сознательно желаемые цели каждого отдельного человека, царствует, в общем и целом, по-видимому, случай... Но где на поверхности происходит игра случая, там сама эта случайность всегда оказывается подчиненной внутренним, скрытым законам. Все дело лишь в том, чтобы открыть эти законы»[1].

Для установления вида закона распределения в математической статистике разработан аппарат теории проверки гипотез о виде закона распределения по определенным критериям.

Третья задача математической статистики состоит в оценке доверительных интервалов, т. е. в оценке того диапазона, в который попадает случайная величина с определенной степенью достоверности.

Это связано с тем, что на практике производится обработка данных не по всей генеральной совокупности, а лишь по выборке, при этом полученные значения статистических характеристик являются случайными величинами и находятся в некотором диапазоне.

Важную роль в решении этой задачи играет теория выборочного метода, которая дает рекомендации по объему минимальной выборки для достаточно достоверной оценки характеристик закона распределения случайной величины. Применение выборочного метода позволяет значительно сократить время на получение оценок среднего значения экономического показателя, а также доли дефектных документов или деталей в общей совокупности объектов, подлежащих обследованию.

4.1.2. Простейшие формы анализа статистических данных

Элементарным объектом, подлежащим обработке методами математической статистики, является отдельное наблюдение (вариант). Выбор элементарного объекта зависит от цели анализа. Например, если анализируется производительность труда рабочих ремонтного предприятия, то элементарным объектом является выработка отдельного рабочего, при анализе производительности труда на промышленных предприятиях Министерства обороны в качестве элементарного объекта выступает размер выработки одного рабочего в среднем по предприятию.

В каждом конкретном случае отдельные наблюдения выступают как вполне определенные фиксированные величины. В совокупности они образуют систему случайных величин. Правомерность подхода к экономическим показателям как к случайным величинам объясняется следующими обстоятельствами. Экономический показатель не существует сам по себе, он является лишь отражением реальных процессов, на ход которых

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. т. 21, с. 306.

оказывает влияние большое количество факторов. Например, выработка отдельного рабочего, являясь в единицу времени (смена, месяц, год и т. д.) вполне конкретной величиной, складывается под влиянием большого числа событий, которые произошли, а могли и не произойти (болезнь, отсутствие на складе материалов и комплектующих изделий и т. д.).

Различают генеральную и выборочную совокупность. **Генеральная статистическая совокупность** — это та область наблюдений, которая охватывает все их возможные значения. Объем генеральной совокупности определяется задачей анализа. Например, для определения среднего возраста жителей страны генеральной совокупностью будут данные о возрасте всех жителей. При определении среднего возраста слушателей курса в качестве генеральной совокупности выступают данные о возрасте слушателей только данного курса.

Выборочная статистическая совокупность (выборка) — это некоторая часть генеральной совокупности, образованная случайным образом. Например, для определения среднего возраста жителей страны необходимо взять определенное количество данных о возрасте жителей отдельных областей. Оценку среднего возраста слушателей курса можно произвести по данным отдельных учебных групп или по нескольким слушателям, представляющим отдельные группы.

Чем ближе объем выборки к генеральной совокупности, тем точнее статистические характеристики, тем они ближе к истинным значениям (математические ожидания, дисперсии и др.).

Предположим, что выборочной статистической совокупностью являются данные о месячных расходах денежных средств воинской части на выплату денежного довольствия (табл. 4.1).

Обозначим отдельные наблюдения x_i, где x — значение отдельного наблюдения, i — номер наблюдения.

Для удобства дальнейшей обработки приведенных данных целесообразно представить выборку в виде упорядоченной последовательности. Упорядочение может производиться по мере возрастания или убывания. Такая последовательность называется **статистическим (вариационным) рядом.** В случае возрастания, когда $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_{n-1} < x_n$, данные табл. 4.1 будут иметь следующий вид: 16,9; 20,3; 20,4; 20,4; 22,4; 22,6; 24,0; 24,1; 25,9; 26,2; 27,4; 30,4.

Вариационный ряд для удобства дальнейшего анализа и выявления закономерности в распределении случайных величин целесообразно сгруппировать в статистическую таблицу, разместив отдельные наблюдения по интервалам. Количество интервалов K определяется по формуле

$$K = 1 + 3{,}32 \lg n, \qquad (4.1)$$

где n — количество наблюдений в выборке.

Длина отдельного интервала l_k статистической таблицы определяется из выражения

$$l_k = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{K}, \tag{4.2}$$

где $x_{\max}$ и $x_{\min}$ — максимальное и минимальное значения членов вариационного ряда.

Таблица 4.1

Месяц	Расход денежных средств, тыс. руб.	Месяц	Расход денежных средств, тыс. руб.
Январь	16,9	Июль	25,9
Февраль	24,1	Август	22,4
Март	20,4	Сентябрь	24,0
Апрель	26,2	Октябрь	20,4
Май	20,3	Ноябрь	22,6
Июнь	27,4	Декабрь	30,4

Для выборки, представленной в табл. 4.1, эти величины составят:

$$K = 1 + 3{,}32 \lg 12 = 4{,}58 \approx 5;$$

$$l_k = \frac{30{,}4 - 16{,}9}{5} = 2{,}7.$$

Границы отдельных интервалов определяются путем последовательного прибавления длины интервала l_k к минимальному наблюдению вариационного ряда (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Интервал	Первый	Второй	Третий	. . . .
Левая граница	$x_{\min}$	$x_{\min} + l_k$	$x_{\min} + 2l_k$	. . .
Правая граница	$x_{\min} + l_k$	$x_{\min} + 2l_k$	$x_{\min} + 3l_k$	. . .

Для однозначности фиксации границ интервалов целесообразно к числу, выражающему границу левого интервала (кроме первого), добавлять некоторое малое число. Например, если правая граница второго интервала равна 22,3, то левую границу третьего интервала целесообразно обозначить числом 22,31.

Тогда для статистического ряда, полученного из табл. 4.1, границы интервалов будут следующими:

— левая граница первого интервала $x_{\min} = 16{,}9$; правая граница $x_{\min} + l_k = 16{,}9 + 2{,}7 = 19{,}6$;

— левая граница второго интервала $x_{\min} + l_k = 19{,}61$; правая граница $x_{\min} + 2l_k = 19{,}6 + 2{,}7 = 22{,}3$;

— границы последующих интервалов будут соответственно равны: 22,31—25,0; 25,01—27,7; 27,71—30,4.

В статистическую таблицу включаются показатели, характеризующие распределение наблюдений по интервалам; частота n_k, накопленная частота n_{k_Σ}, частость P_k, накопленная частость P_{k_Σ}. Кроме того, в статистической таблице могут указываться значения середины интервалов $\bar{x}_k$.

Для определения частот n_k каждое наблюдение сравнивается с численными значениями границ интервалов и учитывается в том из них, левая граница которого меньше наблюдения, правая — больше или равна. Распределение наблюдений по интервалам для рассматриваемого статистического ряда показано в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Границы интервала	16,9—19,6	19,61—22,3	22,31—25,0	25,01—27,7	27,71—30,4
Наблюдения	16,9	20,3; 20,4; 20,4	22,4; 22,6; 24,0; 24,1	25,9; 26,2; 27,4	30,4
Частота n_k	1	3	4	3	1

Таким образом, **частота** n_k означает число наблюдений, попадающих в данный k-й интервал. **Накопленная частота** представляет собой суммарное число наблюдений, попадающих в данный интервал и во все интервалы, предшествующие k-му, т. е. $n_{k_\Sigma} = \sum\limits_{k=1}^{k} n_k$.

Частость P_k является относительной величиной и характеризует долю наблюдений из выборки объемом n, попадающих в k-й интервал: $P_k = \frac{n_k}{n}$. **Накопленная частость** P_{k_Σ} образуется путем суммирования частостей всех интервалов, находящихся левее правой границы k-го интервала, т. е. $P_{k_\Sigma} = \sum\limits_{k=1}^{k} P_k$.

Середина интервала $\bar{x}_k$ определяется путем осреднения значений левой и правой границ интервала. Например, для первого интервала

$$\bar{x}_1 = \frac{16{,}9 + 19{,}6}{2} = 18{,}25.$$

Исходя из данных определений показателей n_k, n_{k_Σ}, P_k, P_{k_Σ} и $\overline{x}_k$ для статистического ряда, полученного из табл. 4.1, можно рассчитать их численные значения и составить следующую статистическую таблицу (табл. 4.4).

Таблица 4.4

Границы интервалов	16,9—19,6	19,61—22,3	22,31—25,0	25,01—27,7	27,71—30,4
Частота, n_k	1	3	4	3	1
Накопленная частота, n_{k_Σ}	1	4	8	11	12
Частость, P_k	0,083	0,25	0,333	0,25	0,083
Накопленная частость, P_{k_Σ}	0,083	0,333	0,667	0,917	1,0
Середина интервала, $\overline{x}_k$	18,25	20,95	23,65	26,35	29,05

В некоторых случаях статистический ряд разбивается на интервалы не по формулам (4.1) и (4.2), а исходя из других принципов. В частности, порядок определения границ интервалов может изменяться в зависимости от существующей формы отчетности, от задач анализа и других факторов. Например, статистическая таблица, характеризующая стаж работы офицеров финансовой службы соединения по специальности, может иметь следующий вид (табл. 4.5).

Таблица 4.5

Стаж работы	Количество работников
До 2 лет	5
От 2 до 5 лет	4
Более 5 лет	3

Более детальный анализ выборочной статистической совокупности можно провести с помощью графического представления данных статистической таблицы. Для этого необходимо построить гистограмму, полигон и кумуляту.

Гистограмма — это график, где на оси абсцисс откладываются интервалы, а ординатами являются частоты или частости интервалов (рис. 4.1). Площадь прямоугольника каждого интервала гистограммы соответствует вероятности того, что любое наугад взятое из выборки наблюдение попадет именно в данный интервал.

Полигон является статистическим аналогом функции плотности теоретического распределения (см. рис. 3.14). Для построения полигона необходимо соединить ломаной линией середины прямоугольников каждого интервала.

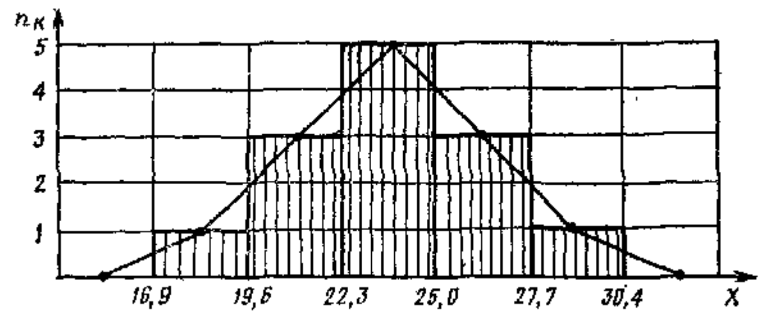


Рис. 4.1. Гистограмма и полигон

Кумулята представляет собой статистический аналог функции распределения $F(x)$ (см. рис. 3.14). Здесь в каждом интервале разница ординат на границах характеризует вероятность

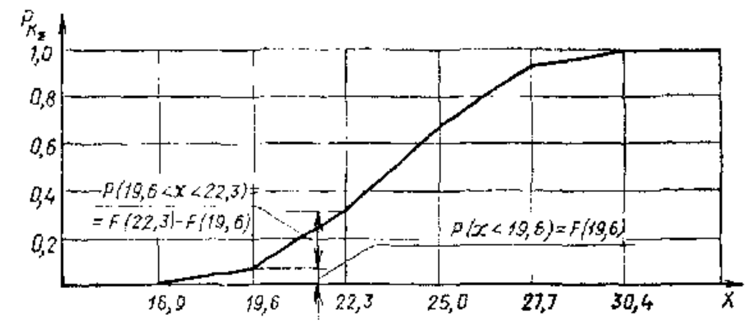


Рис. 4.2. Кумулята

попадания случайной величины в данный интервал, а сама ордината для любого значения x_i определяет вероятность того, что случайная величина будет не больше, чем заданное значение X. Для построения кумуляты на правой границе каждого интервала откладываются соответствующие накопленные частости P_{k_Σ} (рис. 4.2).

4.1.3. Получение основных статистических характеристик

Первая задача математической статистики — получение основных характеристик закона распределения случайных величин — может быть решена двумя способами в зависимости от того, представлены статистические данные в виде выборки или они сгруппированы в статистическую таблицу.

В первом случае, когда имеются данные об отдельных наблюдениях, **среднее значение $\bar{x}$ выборки** определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \tag{4.3}$$

где x_i — значения отдельных i-х наблюдений;
n — объем выборки.

Если исходные данные для анализа приведены в статистической таблице, то используется формула

$$\bar{x} = \sum_{k=1}^{K} \bar{x}_k P_k = \sum_{k=1}^{K} \bar{x}_k \frac{n_k}{n}, \tag{4.4}$$

где $\bar{x}_k$ — значение середины k-го интервала;
P_k — частость k-го интервала;
n_k — частота k-го интервала;
n — объем выборки.

Для выборки, приведенной в табл. 4.1, среднее значение равно

$$\bar{x} = \frac{16,9+20,3+20,4+20,4+22,4+22,6+24,0+24,1+25,9+26,2+27,4+30,4}{12} =$$
$$= 23,42 \text{ тыс. руб.}$$

Используя данные табл. 4.4, рассчитаем среднее значение по формуле (4.4):

$$\bar{x} = 18,25\cdot 0,083 + 20,95\cdot 0,25 + 23,65\cdot 0,333 + 26,35\cdot 0,25 +$$
$$+ 29,05\cdot 0,083 = 23,63 \text{ тыс. руб.}$$

Результаты расчетов по формулам (4.3) и (4.4) несколько различны, так как отдельные наблюдения, попадая в тот или иной интервал, осредняются и за счет этого несколько искажаются. Однако погрешность определения вследствие взаимной компенсации различных интервалов бывает обычно невелика. В данном примере она составляет 0,9%.

Среднее квадратическое отклонение наблюдений, представленных в виде вариационного ряда, рассчитывается по формуле

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}}. \tag{4.5}$$

Для данных табл. 4.1 среднее квадратическое отклонение имеет значение

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(16,9-23,42)^2 + (24,1-23,42)^2 + \ldots + (30,4-23,42)^2}{12}} =$$
$$= 3,53 \text{ тыс. руб.}$$

Если используются данные статистической таблицы, то для определения среднего квадратического отклонения применяется формула

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{k=1}^{K} (\bar{x}_k - \bar{x})^2 P_k} = \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{(\bar{x}_k - \bar{x})^2 n_k}{n}}. \tag{4.6}$$

Для данных табл. 4.4 среднее квадратическое отклонение равно

$$\sigma_x = \sqrt{(18,25-23,63)^2\cdot 0,083 + (20,95-23,63)^2\cdot 0,25 + \ldots + (29,05-23,63)^2\cdot 0,083} =$$
$$= 3,2 \text{ тыс. руб.}$$

Формула (4.6) является более общей по сравнению с формулой (4.5), так как чрезмерное дробление интервалов, при котором в каждый из них попадает лишь одно наблюдение, приведет к тому, что их количество будет равно числу наблюдений ($K \to n$), а среднее значение интервала будет стремиться к индивидуальному значению наблюдений ($x_k \to x_i$), частота интервала — к единице ($n_k \to 1$). Следовательно,

$$\lim_{K \to n} \sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{(\bar{x}_k - \bar{x})^2 n_k}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонения обладают следующими свойствами.

1. Если все значения статистического ряда увеличить на одну и ту же величину, то среднее арифметическое увеличится на эту же величину, а дисперсия и среднее квадратическое отклонение не изменятся.

2. Дисперсия равна среднему квадрату минус квадрат среднего, т. е. $D_x = \overline{x^2} - \bar{x}^2$. Для упрощения вычислений среднего квадратического отклонения целесообразно использовать формулу

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}. \tag{4.7}$$

Вспомогательная таблица для расчета σ_x имеет следующий вид (табл. 4.6).

Таблица 4.6

№ п/п	x_i	x_i^2	№ п/п	x_i	x_i^2
1	16,9	285,61	7	25,9	670,81
2	24,1	580,81	8	22,4	501,76
3	20,4	416,16	9	24,0	576,0
4	26,2	686,44	10	20,4	416,16
5	20,3	412,09	11	22,6	510,76
6	27,4	739,84	12	30,4	924,16
			Сумма	281,0	6731,5

На основе данных, приведенных в табл. 4.6, определяем:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{281,0}{12} = 23,42 \text{ тыс. руб.}$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{6731,5}{12} = 560,96.$$

Тогда

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{560,96 - 23,42^2} = 3,53 \text{ тыс. руб.}$$

3. Если каждое наблюдение увеличить в N раз, то среднее значение и среднее квадратическое отклонение увеличатся в N раз, а дисперсия в N^2 раз. Тогда, если $z = Nx$, то $\sigma_z = N\sigma_x$, а $D_z = N^2 D_x$.

4. Дисперсия выборочных средних $D_{\bar{x}}$ равна полной дисперсии D_x, уменьшенной в n раз, где n — объем выборки, т. е. $D_{\bar{x}} = \frac{D_x}{n}$. Отсюда

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{D_{\bar{x}}} = \sqrt{\frac{D_x}{n}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}. \qquad (4.8)$$

Величина $\sigma_{\bar{x}}$ называется стандартной ошибкой.

Например, средний возраст слушателей 1-го курса — 27,8 года. При этом минимальный возраст 24 года, максимальный — 33 года. Размах индивидуальных значений составляет 9 лет. В то же время средний возраст слушателей в учебных группах составляет 28,9; 28,0; 27,8; 27,5 и 27 лет. Размах выборочных средних составляет всего 1,9 года.

Кроме дисперсии и среднего квадратического отклонения одной из мер разброса случайных величин является коэффициент вариации K_v, который представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к среднему значению:

$$K_v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}. \qquad (4.9)$$

Достоинством коэффициента вариации является то, что он представляет собой безразмерную величину и может служить мерой сравнения однородных по характеру величин, но имеющих существенную разницу в абсолютном значении. Он учитывает «вес» разброса в измеряемой величине. Например, коэффициент вариации можно использовать для сравнительной оценки колеблемости расходов денежных средств воинскими частями и соединениями.

Предположим, что в соединении средний расход денежных средств воинской частью на содержание и эксплуатацию автомобильной техники составляет $\bar{x} = 6,5$ тыс. руб., среднее квадратическое отклонение $\sigma_x = 2,0$ тыс. руб. В военном округе аналогичные расходы денежных средств соединений составляют $\bar{x} = 50,0$ тыс. руб., при этом $\sigma_x = 9,8$ тыс. руб. Тогда для воинской части $K_v = 2 : 6,5 = 0,308$; для соединения $K_v = 9,8 : 50 = 0,196$. Следовательно, колеблемость расходов соединениями более устойчива, чем воинскими частями, хотя среднее квадратическое отклонение расходов в соединении выше. Получение относительной меры колеблемости (с другой стороны — устойчивости) изучаемой величины представляет практический интерес для анализа и прогнозирования расходов денежных средств и решения других задач.

К статистическим характеристикам $\bar{x}$ и σ_x предъявляются определенные требования: состоятельность, несмещенность и эффективность. Если выборочная статистическая характеристика при увеличении объема выборки стремится к истинному значению, то она называется состоятельной. Основные характеристики выборки являются состоятельными оценками, так как среднее значение $\bar{x}$ при увеличении объема выборки до генеральной совокупности стремится к математическому ожиданию m_x, а статистическая дисперсия — к дисперсии генеральной совокупности.

При уменьшении объема выборки увеличивается вероятность отклонения статистических характеристик от истинных, полученных для генеральной совокупности. Математическое ожидание выборочной средней равно генеральной средней, поэтому величина $\bar{x}$ считается несмещенной оценкой. Математическое ожидание выборочной дисперсии $\sigma^2_{\text{м. в}}$ связано с дисперсией генеральной совокупности $\sigma^2_{\text{ген}}$ следующей зависимостью:

$$M\left(\sigma^2_{\text{м. в}}\right) = \frac{n-1}{n} \sigma^2_{\text{ген}}.$$

Поэтому выборочная дисперсия является смещенной оценкой. Для устранения систематической ошибки и получения несмещенной оценки нужно $\sigma^2_{\text{м. в}}$ умножить на $\frac{n}{n-1}$. Тогда при малом числе наблюдений дисперсию и среднее квадратическое отклонение следует вычислять по формулам:

$$D_{\text{м. в}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \frac{n}{n-1} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1};$$

$$\sigma_{\text{м. в}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \qquad (4.10)$$

Если из генеральной совокупности формируется несколько выборок, то эффективной оценкой считается та, которая соответствует наименьшей колеблемости. Выбранная несмещенная оценка должна обладать наименьшей дисперсией. В этом случае она считается эффективной.

4.1.4. Выравнивание статистических рядов

Простейшие приемы анализа статистических данных, рассмотренные в подразд. 4.1.2, позволяют сделать предварительное суждение о законе распределения, которому подчиняется выборочная совокупность случайных величин. Однако интуитивного представления о виде закона распределения недостаточно, нужна количественная мера истинности суждения о том, какому закону распределения подчиняется та или иная выборочная совокупность.

Нахождение вида закона распределения случайных величин имеет практическое значение. В ряде приложений математической статистики, таких, как регрессионный и корреляционный анализ, прогнозирование экономических показателей, теория массового обслуживания, в качестве исходных предпосылок принимаются гипотезы о том, что изучаемая случайная величина подчиняется вполне определенному закону: нормальному, пуассоновскому, равной вероятности и т. д. Поэтому при обработке статистических данных недостаточно знать основные характеристики, важно знать вид закона распределения.

Для решения этой задачи применяются различные методы проверки гипотез о виде закона распределения. Суть их состоит в том, что первоначально выдвигается определенная гипотеза о виде закона распределения, а затем производится проверка справедливости выдвинутой гипотезы по определенным признакам, называемым **критериями согласия.**

Между фактическим распределением и теоретическим всегда будет определенное расхождение. Важно установить, является ли расхождение следствием малости выборки и потому расхождение обусловлено влиянием случайных факторов, или выдвинутая гипотеза неправомерна и ее следует отвергнуть.

Наиболее распространенными являются критерии согласия, разработанные К. Пирсоном, В. И. Романовским и А. Н. Колмогоровым.

Критерий К. Пирсона предполагает вычисление величины χ^2, которая представляет собой сумму отношений квадратов разностей эмпирических и теоретических частот к теоретическим частотам по всем интервалам, т. е.

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{(n_k^{\text{э}} - n_k^{\text{т}})^2}{n_k^{\text{т}}}, \qquad (4.11)$$

где $n_k^{\text{э}}$ — эмпирические частоты k-х интервалов;

$n_k^{\text{т}}$ — теоретические частоты k-х интервалов.

Значения $n_k^{\text{э}}$ принимаются по данным статистической таблицы (см. табл. 4.4). Теоретические частоты $n_k^{\text{т}}$ можно рассчитать по формуле

$$n_k^{\text{т}} = nP_k(\alpha_k < x < \beta_k), \qquad (4.12)$$

где n — объем выборки;

α_k, β_k — левая и правая границы каждого k-го интервала;

$P_k(\alpha_k < x < \beta_k)$ — вероятность попадания случайной величины на заданный участок.

В зависимости от характера распределения случайных величин на числовой оси, предварительное суждение о котором можно составить по виду гистограммы и полигона (см. рис. 4.1), выдвигается гипотеза о том, какой теоретический закон распределения наилучшим образом соответствует реальным статистическим данным. Для данного гипотетического закона вероятность попадания случайной величины на заданный участок определяется как разность значений функций распределения на правой и левой границах интервала, т. е.

$$P(\alpha_k < x < \beta_k) = F(\beta_k) - F(\alpha_k).$$

Значения $F(x)$ принимаются по соответствующим таблицам или на основе расчетов. Так, при выдвинутой гипотезе о нормальности закона значения $F(x)$ принимаются по приложению 1 после предварительного нормирования аргумента $F(x)$, т. е.

$$P(\alpha_k < x < \beta_k) = \Phi^*\left(\frac{\beta_k - \bar{x}}{\sigma_x}\right) - \Phi^*\left(\frac{\alpha_k - \bar{x}}{\sigma_x}\right).$$

Кроме расчета χ^2 проверка гипотезы по критерию Пирсона предполагает нахождение числа степеней свободы r, которое представляет собой разницу между числом интервалов K и числом связей S:

$$r = K - S. \qquad (4.13)$$

Число связей определяется количеством наложенных ограничений. При проверке гипотезы о виде закона распределения накладываются три ограничения:

— математическое ожидание гипотетического теоретического распределения принимается равным среднему значению выборки;

— средние квадратические отклонения теоретического и эмпирического распределений также принимаются равными;

— сумма теоретических частот по всем интервалам должна быть равна объему выборки, т. е.

$$\sum_{k=1}^{K} n_k^{т} = n.$$

Таким образом, при проверке гипотезы о виде закона распределения $S=3$.

По данным о значениях χ^2 и r находится табличное значение вероятности, значительное отличие от нуля которой $(P(\chi^2)>0{,}01)$ позволяет считать, что расхождения между теоретическими и эмпирическими частотами можно считать случайными. В противном случае указанные расхождения признаются неслучайными, а закон распределения, избранный в качестве предполагаемого теоретического, отвергается.

При определении χ^2 и r необходимо учитывать следующие рекомендации. Интервалы не обязательно принимать равными по длине, но это может затруднить расчет основных статистических характеристик. При расчете $n_k^{т}$ вероятность попадания случайной величины в левый крайний интервал следует определять, задаваясь $\alpha_k = -\infty$, в правый крайний интервал — задаваясь $\beta_k = +\infty$. Крайние интервалы, если в них попадает малое количество частот $(n_k^{т} \leqslant 5)$, целесообразно объединять с соседними.

Пример 4.1. Проверить по χ^2 гипотезу о нормальном распределении совокупности случайных величин, заданных табл. 4.1.

Решение. Используя данные *табл.* 4.4, рассчитаем вероятности попадания случайной величины в каждый интервал (рис. 4.3):

$$P_1(-\infty < x < 19{,}6) = \Phi^*\left(\frac{19{,}6-23{,}42}{3{,}53}\right) - \Phi^*\left(\frac{-\infty-23{,}42}{3{,}53}\right) =$$
$$= \Phi^*(-1{,}076) - \Phi^*(-\infty) = 0{,}141;$$
$$P_2(19{,}6 < x < 22{,}3) = \Phi^*\left(\frac{22{,}3-23{,}42}{3{,}53}\right) - \Phi^*\left(\frac{19{,}6-23{,}42}{3{,}53}\right) = 0{,}2365;$$
$$P_3(22{,}3 < x < 25) = 0{,}2978;$$
$$P_4(25 < x < 27{,}7) = 0{,}2136;$$
$$P_5(27{,}7 < x < +\infty) = 0{,}1116.$$

Тогда теоретические частоты интервалов равны:

$$n_1^{т} = nP_1(-\infty < x < 19{,}6) = 12\cdot 0{,}141 = 1{,}69;$$
$$n_2^{т} = 12\cdot 0{,}2365 = 2{,}83;$$
$$n_3^{т} = 12\cdot 0{,}2978 = 3{,}58;$$
$$n_4^{т} = 12\cdot 0{,}2136 = 2{,}56;$$
$$n_5^{т} = 12\cdot 0{,}1116 = 1{,}34.$$

Результаты расчетов сведем в таблицу (табл. 4.7).

Таблица 4.7

K	$n_k^{э}$	$P_k^{т}$	$n_k^{т}$	$n_k^{э} - n_k^{т}$	$(n_k^{э} - n_k^{т})^2$	$\frac{(n_k^{э} - n_k^{т})^2}{n_k^{т}}$
1	1	0,141	1,69	0,69	0,476	0,28
2	3	0,2365	2,83	0,17	0,0289	0,01
3	4	0,2978	3,58	0,42	0,176	0,05
4	3	0,2136	2,56	0,44	0,1936	0,08
5	1	0,1116	1,34	0,34	0,1156	0,09
	12	1,0	12			0,51

Для данной выборки при числе интервалов $K=5$, числе связей $S=3$ число степеней свободы равно

$$r = K - S = 5 - 3 = 2.$$

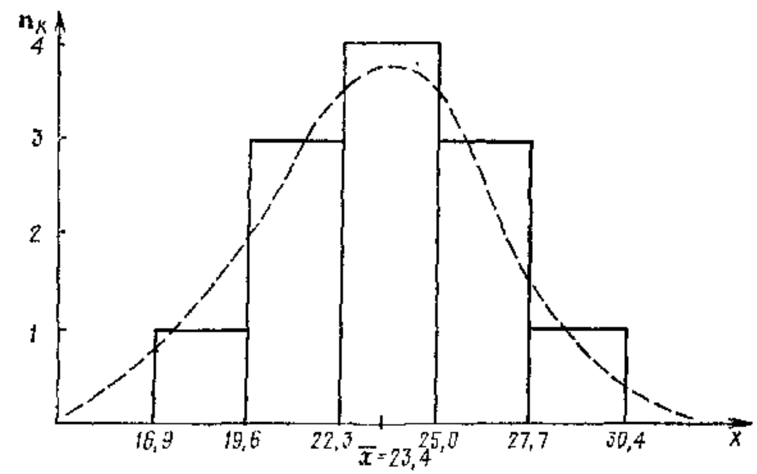


Рис 4.3. Проверка гипотезы о виде закона распределения по χ^2

По приложению 2 находим вероятность $P(\chi^2)=0{,}6$, которая существенно больше 0,01. Следовательно, гипотезу о нормальном законе распределения данной выборки отвергать нет оснований.

Критерий В. И. Романовского R, являющийся дальнейшим развитием метода проверки гипотезы о виде закона распределения по К. Пирсону, определяется по формуле

$$R = \frac{\chi^2 - r}{\sqrt{2r}}. \qquad (4.14)$$

Если величина $R \leqslant 3$, то гипотеза принимается, при невыполнении данного условия — отвергается. Для примера 4.1 критерий В. И. Романовского равен

$$R = \frac{0{,}51 - 2}{\sqrt{2 \cdot 2}} = -0{,}75 < 3.$$

Поскольку R существенно меньше трех, гипотеза о нормальном законе не отвергается.

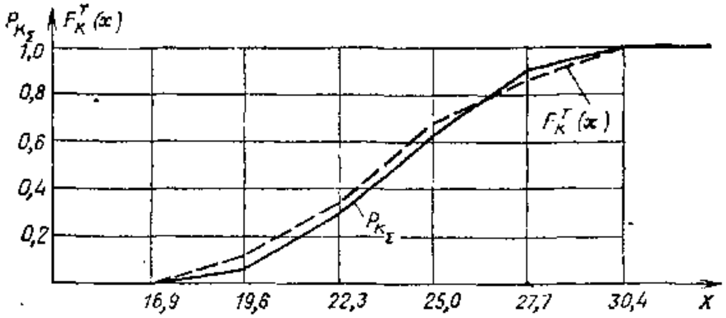


Рис. 4.4. Проверка гипотезы о виде закона распределения по А. Н. Колмогорову

Критерий А. Н. Колмогорова λ предполагает оценку близости эмпирического и теоретического распределений путем нахождения величины максимальной разницы накопленной частоты по всем интервалам. Для этого в каждом интервале находится эмпирическая накопленная частость P_{k_Σ} и рассматривается теоретическая функция распределения $F_k^{\text{т}}(x)$ для правой границы интервала $x = \beta_k$ (рис. 4.4).

Затем они сравниваются между собой и находится абсолютная величина разности между ними. Из всех разностей выбирается максимальная, которая обозначается D_k:

$$D_k = \max_k \left| F_k^{\text{т}}(x) - P_{k_\Sigma} \right|. \qquad (4.15)$$

По величине D_k определяется значение критерия λ:

$$\lambda = D_k \sqrt{n}, \qquad (4.16)$$

где n — объем выборки.

Затем по приложению 3 находится вероятность $P(\lambda)$, по степени близости которой к единице судят о возможности принятия выдвинутой ранее гипотезы. Если $P(\lambda) > 0{,}05$, то гипотеза принимается, если иначе — отвергается.

Пример 4.2. Используя данные примера 4.1, проверить правильность гипотезы о нормальном законе распределения по критерию А. Н. Колмогорова.

Решение. Значения P_{k_Σ} для подстановки в формулу (4.15) принимаются по данным табл. 4.4. Значения $F_k^{\text{т}}(x)$ принимаются по приложению 1 для правой границы интервала:

$$F_1^{\text{т}}(x) = \Phi^*\left(\frac{\beta_1 - \bar{x}}{\sigma_x}\right) = \Phi^*\left(\frac{19{,}6 - 23{,}42}{3{,}53}\right) = \Phi^*(-1{,}076) \approx 0{,}141;$$

$$F_2^{\text{т}}(x) = \Phi^*\left(\frac{22{,}3 - 23{,}42}{3{,}53}\right) = 0{,}3775;$$

$$F_3^{\text{т}}(x) = \Phi^*\left(\frac{25 - 23{,}42}{3{,}53}\right) = 0{,}6753;$$

$$F_4^{\text{т}}(x) = 0{,}8884;$$

$$F_5^{\text{т}}(x) = 1{,}0.$$

Другим способом получения $F_k^{\text{т}}(x)$ может служить суммирование $P_k(\alpha_k < x < \beta_k)$ по всем интервалам (см. табл. 4.7):

$$F_1^{\text{т}}(x) = P_1^{\text{т}} = 0{,}141;$$

$$F_2^{\text{т}}(x) = P_1^{\text{т}} + P_2^{\text{т}} = 0{,}141 + 0{,}2365 = 0{,}3775;$$

$$F_3^{\text{т}}(x) = P_1^{\text{т}} + P_2^{\text{т}} + P_3^{\text{т}} = 0{,}141 + 0{,}2365 + 0{,}2978 = 0{,}6753 \text{ и т. д.}$$

Дальнейшие расчеты целесообразно вести с помощью таблицы (табл. 4.8).

Таблица 4.8

k	P_{k_Σ}	$F_k^{\text{т}}(x)$	$\lvert P_{k_\Sigma} - F_k^{\text{т}}(x) \rvert$	D_k
1	0,083	0,141	0,058	0,058
2	0,333	0,3775	0,0445	
3	0,667	0,6753	0,0083	
4	0,917	0,8884	0,0286	
5	1,0	1,0	0	

Максимальная разница между статистической накопленной частостью и теоретической функцией распределения соответствует первому интервалу, значит, $D_k = 0{,}058$.

По формуле (4.16) $\lambda = D_k \sqrt{n} = 0{,}058 \sqrt{12} = 0{,}2$.

Для полученного критерия λ по приложению 3 находим $P(\lambda) = 1{,}0$. Так как $P(\lambda)$ значительно выше 0,05, гипотезу о подчинении анализируемой статистической выборки нормальному закону не следует отвергать.

Пример 4.3. Анализ результатов ревизий финансово-хозяйственной деятельности воинских частей показал, что количество финансовых нарушений имеет следующее распределение (табл. 4.9):

Таблица 4.9

Количество нарушений (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота (n_k)	22	9	6	6	2	2	2	1	0	1	2

Проверить гипотезу о подчинении данной выборки показательному (экспоненциальному) закону.

Решение. Найдем статистическую частость для каждого значения количества нарушений и накопленную статистическую частость с помощью табл. 4.10.

Таблица 4.10

Количество нарушений	Частота (n_k)	Частость (P_k)	Накопленная эмпирическая частость ($P_{k\Sigma}$)
0	22	0,415	0,415
1	9	0,17	0,585
2	6	0,113	0,698
3	6	0,113	0,811
4	2	0,038	0,849
5	2	0,038	0,887
6	2	0,038	0,924
7	1	0,019	0,943
8	0	0	0,943
9	1	0,019	0,962
10	2	0,038	1,0

Для проверки по критерию А. Н. Колмогорова необходимо найти функцию теоретического распределения $F(x)$, которая для экспоненциального закона имеет вид

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x},$$

где e — основание натуральных логарифмов;

λ — величина, обратная среднему значению, т. е. $\lambda = \frac{1}{\bar{x}}$.

Среднее значение может быть найдено по формуле (4.4):

$$\bar{x} = \frac{22\cdot 0 + 9\cdot 1 + 6\cdot 2 + 6\cdot 3 + 2\cdot 4 + 2\cdot 5 + 2\cdot 6 + 1\cdot 7 + 0\cdot 8 + 1\cdot 9 + 2\cdot 10}{53} =$$

$$= 2{,}0 \text{ нарушения.}$$

Значит, $\lambda = 1 : \bar{x} = 1 : 2 = 0{,}5$.

Таблица 4.11

Количество нарушений	Накопленная эмпирическая частость ($P_{k\Sigma}$)	Накопленная теоретическая частость ($F_k^{т}$)	Разность $\lvert P_{k\Sigma} - F_k^{т} \rvert$
0	0,415	0,394	0,021
1	0,585	0,632	0,047
2	0,698	0,777	0,079
3	0,811	0,865	0,054
4	0,849	0,918	0,069
5	0,887	0,95	0,063
6	0,924	0,97	0,046
7	0,943	0,982	0,039
8	0,943	0,989	0,046
9	0,962	0,993	0,007
10	1,0	0,996	0,004

Тогда, используя приложение 4, получим:

$$\text{для } x = 0 \quad F(x < 0) = 1 - e^{-0{,}5\cdot 0} = 0;$$

$$\text{для } x = 1 \quad F(x < 1) = 1 - e^{-0{,}5\cdot 1} = 1 - 0{,}606 = 0{,}394;$$

$$\text{для } x = 2 \quad F(x < 2) = 1 - e^{-0{,}5\cdot 2} = 1 - 0{,}368 = 0{,}632 \text{ и т. д.}$$

Результаты расчета сведем в табл. 4.11.

Из табл. 4.11 видно, что максимальная разность D_k составляет 0,079. Тогда величина $\lambda = D_k \sqrt{n} = 0{,}079 \sqrt{53} = 0{,}575$.

По приложению 3 для $\lambda = 0{,}575$ $P(\lambda) = 0{,}889$.

Поскольку $P(\lambda)$ значительно превышает 0,05 и приближается к единице, следует считать, что закон распределения финансовых нарушений является показательным (экспоненциальным).

4.2. Основы выборочного метода

4.2.1. Доверительный интервал

При оценке выборочных статистических характеристик всегда возникает ошибка, связанная с тем, что объем выборки меньше генеральной совокупности. Поскольку по выборке невозможно получить истинные значения статистических характеристик генеральной совокупности, представляется необходимым определять интервал, внутрь которого с определенной вероятностью они попадут. Иногда задан интервал, тогда требуется определить ту вероятность, с которой истинное значение попадет в него.

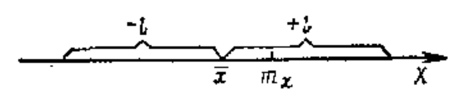


Рис. 4.5. Доверительный интервал

Пусть m_x — математическое ожидание величины X, $\bar{x}$ — среднее значение. В результате обработки статистических данных по выборке можно оценить только среднее значение $\bar{x}$. Но достоверно утверждать, где находится математическое ожидание, практически невозможно. Величина m_x может быть больше или меньше среднего $\bar{x}$ и лишь в исключительных, маловероятных случаях равна ему. На числовой оси (рис. 4.5) m_x может быть левее и правее $\bar{x}$. Здесь математическое ожидание неслучайно, а случаен интервал, в котором находится истинное значение m_x.

Отрезок на числовой оси, откладываемый от $\bar{x}$ влево и вправо, в который с определенной вероятностью попадает истинное значение статистической характеристики, называется доверительным интервалом. Вероятность, с которой истинное значение статистической характеристики попадает в заданный интервал, называется **доверительной вероятностью**.

Для получения аналитического выражения, с помощью которого можно рассчитывать доверительный интервал, предварительно найдем вероятность попадания нормально распреде-

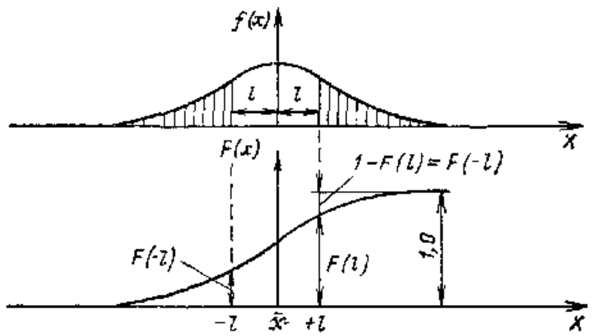


Рис. 4.6. Вероятность попадания случайной величины на симметричный участок

ленной случайной величины X на участок, симметричный относительно среднего значения $\bar{x}$, являющегося статистической оценкой математического ожидания. На графике (рис. 4.6) функции распределения $f(x)$ выделим участок с границами $\bar{x}-l$ и $\bar{x}+l$. Вероятность попадания случайной величины X на этот участок может быть определена по формуле (3.13):

$$P(\bar{x}-l<x<\bar{x}+l)=\Phi^*\left(\frac{\bar{x}+l-\bar{x}}{\sigma_x}\right)-\Phi^*\left(\frac{\bar{x}-l-\bar{x}}{\sigma_x}\right)=$$

$$=\Phi^*\left(\frac{l}{\sigma_x}\right)-\Phi^*\left(\frac{-l}{\sigma_x}\right).$$

Учитывая, что $F(l)=1-F(-l)$ (см. рис. 4.6), сделаем дальнейшие преобразования:

$$P(\bar{x}-l<x<\bar{x}+l)=\Phi^*\left(\frac{l}{\sigma_x}\right)-\left[1-\Phi^*\left(\frac{l}{\sigma_x}\right)\right]=$$

$$=2\Phi^*\left(\frac{l}{\sigma_x}\right)-1.$$

Эта вероятность, являющаяся доверительной вероятностью, обозначается через β. Участок $[\bar{x}-l;\ \bar{x}+l]$ является доверительным интервалом.

В практических расчетах половина длины доверительного интервала измеряется числом средних квадратических отклонений. Это число обозначается t_β и называется коэффициентом Стьюдента. В задачах, где определяется доверительный интер-

вал для математического ожидания, он рассчитывается по формуле:

$$l=t_\beta\sigma_{\bar{x}}, \tag{4.17}$$

где t_β — коэффициент Стьюдента;

$\sigma_{\bar{x}}$ — стандартная ошибка.

Величина t_β табулирована (приложение 5) и зависит от объема выборочной совокупности и доверительной вероятности.

Доверительный интервал для математического ожидания обозначается $I_{\beta_{\bar{x}}}$ и определяется по формуле

$$I_{\beta_{\bar{x}}}=(\bar{x}-t_\beta\sigma_{\bar{x}};\ \bar{x}+t_\beta\sigma_{\bar{x}}). \tag{4.18}$$

Доверительный интервал для любого случайного значения определяется аналогичным образом, но в качестве меры разброса используется не стандартная ошибка $\sigma_{\bar{x}}$, а общее среднее квадратическое отклонение σ_x. Тогда доверительный интервал для любого случайного значения будет обозначаться I_{β_x} и определяться по формуле

$$I_{\beta_x}=(\bar{x}-t_\beta\sigma_x;\ \bar{x}+t_\beta\sigma_x). \tag{4.19}$$

Пример 4.4. Из генеральной совокупности получена выборка объемом 25 наблюдений, статистические характеристики которой равны $\bar{x}=3{,}09$ руб., $\sigma_x=1{,}0$ руб. Найти доверительные интервалы с гарантией 70%, в которых находятся математическое ожидание и любое наблюдение из анализируемой совокупности.

Решение. Для определения доверительного интервала математического ожидания рассчитаем стандартную ошибку по формуле (4.8) и, пользуясь приложением 5, найдем t_β:

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{25}}=0{,}2;\quad \text{для } n=25 \text{ и } \beta=0{,}7\quad t_\beta=1{,}059.$$

Тогда по формуле (4.18) находим $I_{\beta\bar{x}}=(3{,}09-1{,}059\cdot0{,}2;\ 3{,}09+1{,}059\cdot0{,}2)=(2{,}88;\ 3{,}3)$.

Любое наблюдение с гарантией 70% будет находиться в диапазоне

$$I_{\beta x}=(3{,}09-1{,}059\cdot1;\ 3{,}09+1{,}059\cdot1)=(2{,}03;\ 4{,}15).$$

Таблицы значений t_β (приложение 5) можно использовать не только для оценки доверительного интервала, но и для получения односторонних оценок, характеризующих верхнюю (ВГ) и нижнюю (НГ) гарантированные границы значения показателя. Верхняя граница показателя определяется по формулам (4.18) и (4.19) с использованием только второй части, т. е.

$$\text{ВГ}_{\bar{x}}=\bar{x}+t_\beta\sigma_{\bar{x}};\quad \text{ВГ}_x=\bar{x}+t_\beta\sigma_x.$$

Тогда гарантия для односторонней оценки будет равна

$$P(\text{ВГ}) = 0{,}5 + \frac{\beta}{2} = \beta'. \qquad (4.20)$$

Напротив, если известна гарантия верхней оценки P(ВГ), то гарантия для доверительного интервала определяется из соотношения

$$\beta = 2P(\text{ВГ}) - 1 = 2\beta' - 1.$$

При назначении гарантии β возникает вопрос о том, какова должна быть ее величина (0,7; 0,9 и др.). Рассмотрим вопрос о назначении гарантии на примере. Предположим, что закон распределения ежедневного расхода наличных денег в воинской части является нормальным и имеет характеристики $\bar{x}=200$ руб., $\sigma_x=50$ руб. Практически с полной гарантией можно утверждать, что расход денежных средств в любой день не превышает $200+3\cdot50=350$ руб. Следовательно, если постоянно иметь в кассе на начало рабочего дня 350 руб., то все текущие потребности в наличных деньгах будут удовлетворены практически немедленно. Ситуации, когда из-за отсутствия в кассе наличных денег откладывается выполнение каких-либо мероприятий, исключены.

Однако постоянное хранение большой суммы денежных средств в кассе имеет отрицательные экономические последствия (замедляется оборот денежной массы, увеличивается эмиссия денег, увеличивается риск утрат денежных знаков и т. д.).

Следовательно, суммы хранения денежных средств в кассе должны быть установлены на таком уровне, чтобы свести к минимуму возможные последствия как для финансового обеспечения плановых мероприятий, так и для денежного обращения. Аналогичная ситуация возникает при определении нормативов материальных запасов, при планировании потребности в денежных средствах по отдельным статьям сметы Министерства обороны. Чем жестче требования к немедленному удовлетворению потребности в ресурсах, тем выше должна быть гарантия β. Практически целесообразно принимать β=0,7, так как при небольшом колебании случайной величины (около одного среднего квадратического отклонения) обеспечивается высокая степень двусторонней гарантии. При этом рассчитанная с помощью формулы (4.20) односторонняя гарантия достигает 0,85, что следует считать вполне достаточным для решения практических вопросов.

4.2.2. Формирование выборок

Необходимость выборочного обследования обусловлена либо невозможностью осуществления сплошного контроля, либо его дороговизной. Например, сплошная проверка качества таких материалов, как топливо, может привести к нарушению про-

изводства, а сплошная ежегодная перепись населения страны является чрезвычайно дорогим мероприятием. Поэтому необходимо проводить выборочные обследования, получать основные статистические характеристики по данным выборки.

Сущность **выборочного метода** состоит в том, что к обследованию привлекается некоторое количество единиц, специальным образом отобранных из генеральной совокупности. При формировании выборки должна быть обеспечена ее представительность, которая зависит от двух основных факторов: от объема и способа формирования выборки. Наиболее важным принципом, который используется в выборочном методе, является обеспечение равной возможности всем наблюдениям, входящим в генеральную совокупность, быть избранными, попасть в выборку.

В зависимости от способа формирования различают следующие виды выборок: собственно-случайная, механическая, типическая и серийная.

Собственно-случайная выборка характерна тем, что для ее формирования все члены генеральной совокупности предварительно нумеруются, затем включаются в выборку случайным образом. Обеспечить случайный выбор можно с помощью специальных карточек, пронумерованных и перемешанных, либо с помощью специальных таблиц случайных чисел. Например, из 100 документов необходимо случайным образом отобрать 10. Из таблиц случайных чисел выписываются последние две цифры, идущие подряд. Выбранные таким путем номера покажут, какие элементы из генеральной совокупности должны быть включены в выборку. При отсутствии таблиц случайных чисел можно пользоваться таблицами логарифмов, синусов и др.

Собственно-случайная выборка может быть с повторным и бесповторным отбором членов генеральной совокупности. Повторный отбор предполагает возможность включения в выборку одного и того же элемента генеральной совокупности два раза и более. Бесповторный отбор исключает такую возможность. Он используется главным образом при контроле документов.

Механической называется выборка, в которую члены генеральной совокупности отбираются через определенный интервал. Например, в работе В. И. Ленина «К вопросу о задачах земской статистики» описан следующий порядок отбора для выборочного обследования крестьянских хозяйств Пензенской губернии: «Производится сплошная подворная перепись *всех* крестьянских хозяйств по *сокращенной* похозяйственной карточке. Затем каждое третье хозяйство описывается по более полной *краткой* похозяйственной карточке; — каждое девятое — по еще более полной... карточке; — каждое *двадцать седьмое* хозяйство — по еще более полной *специальной* похозяйственной карточке...»[1]

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 24, с. 274.

При формировании выборки механическим способом важно обеспечить, чтобы члены генеральной совокупности не изменялись с той же или кратной ей периодичностью, как и периодичность отбора элементов в выборку.

Типическая выборка формируется следующим образом. Вся генеральная совокупность предварительно разбивается на непересекающиеся группы (наряды на работу, чеки, счета и т. д.). Затем от каждой группы образуются собственно-случайные выборки и включаются в общую выборочную совокупность. Генеральную совокупность можно разбивать на группы по месяцам или по лицевым счетам и из них формировать выборку, которая будет являться типической.

Для образования **серийной выборки** генеральная совокупность разбивается на группы (серии). Затем из групп (серий) отбираются некоторые полностью и включаются в выборочную совокупность.

В зависимости от поставленной задачи различают выборки для оценки среднего значения анализируемого показателя (*средняя заработная плата, средняя сумма переплат, недоплат* и неположенных выплат и т. п.) и для нахождения доли членов генеральной совокупности, обладающих определенным признаком (доля неправильно оформленных документов, доля стандартных или бракованных изделий и т. п.).

При использовании выборочного метода возникают две группы ошибок: ошибки регистрации и ошибки репрезентативности (представительности).

Ошибки регистрации характеризуют разницу между истинным значением признака (изучаемого показателя) и значением, зарегистрированным при наблюдении. Они могут быть умышленными и неумышленными, завышающими значение изучаемого признака и занижающими его, систематическими и случайными.

Ошибки репрезентативности (от латинского *represento* — представляю) характеризуют расхождение между обобщающими статистическими характеристиками (среднее значение показателя, доля ошибочно оформленных документов и т. д.) в выборочной совокупности и характеристикой генеральной совокупности. Ошибки репрезентативности могут быть систематическими и случайными. Систематические ошибки возникают при неправильном формировании выборочной совокупности. Например, если проверяются документы только за первую декаду каждого месяца, то возникает систематическая ошибка.

Случайная ошибка возникает в результате недостаточного объема выборки. Для предотвращения систематической ошибки необходимо глубоко изучить проверяемые объекты и обоснованно назначить способ формирования выборки. Случайную ошибку можно сократить путем увеличения объема выборочной совокупности.

Решение вопроса о возможности и границах применения выборочного метода должно зависеть от характера исследуемого объекта. Если последствия от ошибки репрезентативности велики, то выборочный метод применяться не должен, а генеральная совокупность должна подвергаться сплошному контролю (например, ответственные детали оружия стратегического назначения, кассовые документы и т. д.). Если же таких ограничений нет, то следует обратиться к выборочному методу и решить вопрос о способе формирования выборки и определении ее объема.

В некоторых случаях действующими инструкциями и положениями предусмотрено проведение только сплошной проверки (например, контроль кассовых операций и др.).

4.2.3. Определение объема выборки

Выборочный метод, обладая несомненным достоинством, состоящим в возможности значительно сократить время на контроль и получение основных статистических характеристик, приводит к появлению ошибки и уменьшению гарантии получения истинных характеристик генеральной совокупности. **Предельной ошибкой выборки** при решении задачи нахождения среднего значения называется наибольшее отклонение выборочной средней от генеральной средней (математического ожидания), которое может быть допущено с заданной доверительной вероятностью. Иначе говоря, предельная ошибка — это максимальное вероятное отклонение выборочного среднего от истинного значения измеряемой величины. Она обычно измеряется количеством средних квадратических отклонений.

При решении задачи определения выборочной средней в случае использования бесповторной выборки предельная ошибка l рассчитывается по формуле

$$l = t_\beta \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n'}\left(1 - \frac{n'}{N}\right)} = t_\beta \sigma_x \sqrt{\frac{1}{n'} - \frac{1}{N}}, \qquad (4.21)$$

где t_β — коэффициент Стьюдента;

σ_x — среднее квадратическое отклонение;

n' — объем выборки при бесповторном отборе;

N — объем генеральной совокупности.

При определении выборочной доли ω предельная ошибка определяется по формулам:

— для повторной выборки:

$$l = t_\beta \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}; \qquad (4.22)$$

— для бесповторной выборки:

$$l = t_\beta \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n'}\left(1 - \frac{n'}{N}\right)}. \qquad (4.23)$$

В формулах (4.22) и (4.23) величина l означает абсолютную величину отличия доли объектов с определенным признаком в генеральной и выборочной совокупностях. Например, если в генеральной совокупности доля неправильно оформленных документов составляет 20% ($P_{ген}=0,2$), а в выборочной — 18% ($P_{выб}=0,18$), то $l=P_{ген}-P_{выб}=0,2-0,18=0,02$.

Из формул (4.17), (4.21), (4.22) и (4.23) можно найти выражения для определения минимального значения объема выборки n. Так, для повторной выборки при определении среднего из формулы (4.17) следует

$$l^2=t_\beta^2\frac{\sigma_x^2}{n},$$

откуда

$$n=\frac{t_\beta^2\sigma_x^2}{l^2}. \qquad (4.24)$$

При пользовании формулой (4.24) возникает вопрос о том, какими принимать значения генеральной дисперсии σ_x^2, предельной ошибки l и доверительной вероятности β. Вместо генеральной дисперсии можно использовать данные о выборочных дисперсиях или о проведенных ранее обследованиях. Например, обработка актов ревизий финансово-хозяйственной деятельности 55 воинских частей позволила получить значение среднего квадратического отклонения сумм финансовых нарушений, которое составило $\sigma_x=119,8$ руб.

При назначении размера предельной ошибки l следует учитывать существо задачи и опыт ранее проводимых обследований. Например, при определении предельной ошибки l для проведения ревизий финансово-хозяйственной деятельности войск можно исходить из того, что, начиная с воинского соединения, финансовая отчетность представляется в тысячах рублей с одним десятичным знаком. Значит, следуя правилам округления до двух знаков, мы не должны допускать ошибку, превышающую 50 руб. ($l\leqslant 50$). В некоторых случаях, когда последствия ошибки велики или возникает необходимость в проверке денежных расходных документов, допустимая предельная ошибка может быть значительно уменьшена.

При назначении гарантии β также следует учитывать опыт прошлых обследований и требуемую точность определения выборочных статистических характеристик. Например, если принять, что в результате первых ревизий выявляется около 70% всех растрат и хищений, а остальные 30% — при проведении вторых, третьих и последующих ревизий, то следует принимать $\beta\geqslant 0,7$. Гарантия β является главным фактором, влияющим на коэффициент t_β в формулах (4.17), (4.21), (4.22) и (4.23), так как при увеличении объема выборки n от 20 до бесконечности значение t_β меняется всего на 2,7%.

Пример 4.5. Определить количество нарядов на выполнение строительных работ, выполняемых хозяйственным способом, чтобы с гарантией 95% можно было утверждать, что ошибка в определении правильности применения расценок и фактически выполненных объемов работ не превысит 5 руб. Выборка формируется повторным способом. Из опыта прошлых проверок известно, что $\sigma_x=120$ руб.

Решение. По приложению 5 для $\beta=0,95$ принимаем $t_\beta=1,96$. Тогда по формуле (4.24) определим количество проверяемых документов n:

$$n\geqslant\frac{t_\beta^2\sigma_x^2}{l^2}=\frac{1,96^2\cdot 120^2}{5^2}=2213.$$

Если предельную ошибку увеличить до 10 руб., то объем выборки будет равен

$$n\geqslant\frac{1,96^2\cdot 120^2}{10^2}=553,2.$$

Если выборка является бесповторной, то объем выборки можно определить путем преобразования формулы (4.21).

Так как

$$l=t_\beta\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n'}\left(1-\frac{n'}{N}\right)},$$

то

$$l^2=t_\beta^2\sigma_x^2\frac{N-n'}{Nn'},$$

откуда

$$n'=\frac{t_\beta^2\sigma_x^2N}{t_\beta^2\sigma_x^2+l^2N}=\frac{1}{\dfrac{l^2}{t_\beta^2\sigma_x^2}+\dfrac{1}{N}}.$$

Учитывая, что $\dfrac{l^2}{t_\beta^2\sigma_x^2}=n$ (по формуле для повторной выборки), можно записать

$$n'=\frac{1}{\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{N}}=\frac{nN}{n+N}, \qquad (4.25)$$

где n — объем повторной выборки, определяемый по формуле (4.24);

N — объем генеральной совокупности.

Пример 4.6. При сохранении условий, приведенных в примере 4.5, определить объем бесповторной выборки, если проверяется 5000 документов.

Решение. Используем полученное в примере 4.5 значение $n=2213$. Тогда по формуле (4.25)

$$n'=\frac{2213\cdot 5000}{2213+5000}=1534.$$

Определение объема выборки для оценки доли производится в тех случаях, когда анализу подлежат не показатели, измеряемые количественно (сумма выплаченной заработной платы, переплат, недоплат, неположенных выплат и др.), а показатели, характеризующие наличие объектов с определенным признаком (неправильное оформление документов, изготовление или ремонт деталей с дефектом и т. д.). В этих случаях определяются доля неправильно оформленных документов; доля дефектных деталей.

Допустим, что в генеральной совокупности объемом N имеется M объектов с признаком А и соответственно $N-M$ документов с признаком $\bar{A}$. Например, признак А — это наличие дефектных деталей или наличие ошибок в оформлении документов. Тогда доля объектов с признаком А в генеральной совокупности составит

$$P=\frac{M}{N}.$$

Соответственно доля объектов с признаком $\bar{A}$ составит

$$q=1-P=1-\frac{M}{N}=\frac{N-M}{N}.$$

В выборочной совокупности объемом n количество документов с признаком А составит m, а их доля $\omega=\frac{m}{n}$.

Для повторной выборки, когда объекты возвращаются в генеральную совокупность, закон распределения признака А будет иметь следующий вид (табл. 4.12):

Таблица 4.12

Признак	Результат появления признака А	Вероятность появления признака А
А	1	P
$\bar{A}$	0	q

Математическое ожидание результата появления признака А составит

$$m_x=1\cdot P+0\cdot q=P,$$

а дисперсия (см. подразд. 3.3.4)

$$D_x=(1-P)^2P+(0-P)^2q=q^2P+P^2q=$$
$$=Pq(P+q)=Pq=\sigma_x^2.$$

Тогда в формуле (4.24) величину σ_x^2 можно заменить на Pq и для повторной выборки она примет вид

$$n=\frac{t_\beta^2Pq}{l^2}=\frac{t_\beta^2P(1-P)}{l^2}.$$

Если вероятности P и q для генеральной совокупности неизвестны, то P может быть заменена на выборочную долю ω:

$$n=\frac{t_\beta^2\omega(1-\omega)}{l^2}. \tag{4.26}$$

При бесповторном отборе размер выборки n' определяется из формулы (4.23) путем преобразований:

$$l^2=t_\beta^2\,\frac{\omega(1-\omega)}{n'}\left(1-\frac{n'}{N}\right),$$

откуда

$$n'=\frac{Nt_\beta^2\,\omega(1-\omega)}{Nl^2+t_\beta^2\omega(1-\omega)}. \tag{4.27}$$

Если заранее (из прошлого опыта) значение выборочной доли ω неизвестно, то следует задаваться $\omega(1-\omega)=0{,}25$.

Такое решение является страховочным и дает гарантированное значение объема выборки. Действительно, если $\omega=0{,}1$, то $\omega(1-\omega)=0{,}1\cdot0{,}9=0{,}09$. При $\omega=0{,}2$ $\omega(1-\omega)=0{,}2\cdot0{,}8=0{,}16$ и т. д. При $\omega=0{,}5$ $\omega(1-\omega)=0{,}5(1-0{,}5)=0{,}25$.

Пример 4.7. Каким должен быть объем повторной и бесповторной выборок из совокупности $N=8000$ документов, чтобы с гарантией $\beta=0{,}95$ не допустить ошибку в определении доли неправильно оформленных документов, *большую*, чем 0,02?

Решение. Для $N=8000$ и $\beta=0{,}95$ по приложению 5 находим $t_\beta=1{,}96$. Поскольку заранее доля дефектных документов неизвестна, принимаем $\omega(1-\omega)=0{,}25$. Предельная ошибка $l=0{,}02$. Тогда для повторной выборки по формуле (4.26)

$$n=\frac{1{,}96^2\cdot0{,}25}{0{,}02^2}=2401;$$

для бесповторной выборки по формуле (4.27)

$$n'=\frac{8000\cdot1{,}96^2\cdot0{,}25}{8000\cdot0{,}02^2+1{,}96^2\cdot0{,}25}=1847.$$

Если увеличить предельную ошибку до $l=0{,}04$, то

$$n'=\frac{8000\cdot1{,}96^2\cdot0{,}25}{8000\cdot0{,}04^2+1{,}96^2\cdot0{,}25}=559.$$

Применение выборочного метода дает значительный эффект за счет сокращения времени, затрачиваемого на контроль. Так, в примере 4.7 вместо проверки 8000 документов достаточно проверить 1850—2400, чтобы при незначительном снижении уровня гарантии, всего на 5% (при $\beta=0{,}95$), получить данные с ошибкой в определении доли дефектных документов, не превышающей 0,02. Сокращение объема выборки позволяет уменьшить время на контроль почти в 4 раза.

Умение использовать методы статистического анализа особенно важно для экономистов, работников финансовой и довольствующих служб, постоянно имеющих дело с большими объемами учетно-статистической информации. Применение этих методов значительно повышает качество принимаемых решений, уровень их научной обоснованности. Обработка статистических данных и подготовка их для анализа могут проводиться с помощью малых электронно-клавишных машин, а также ЭВМ различных классов при наличии стандартных программ.

Глава 5

АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИЙ И РЕГРЕССИЙ В ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

5.1. Регрессионный анализ в финансово-экономической практике

5.1.1. Основные задачи корреляционного и регрессионного анализа

В гл. 4 рассмотрены вопросы одномерного анализа, при котором определялась частота появления одной случайной величины X. При этом не рассматривался вопрос о том, что влияет на количественное значение случайной величины, на степень разброса случайной величины относительно среднего значения.

Однако для решения многообразных задач, возникающих при проведении экономического анализа, требуется получение ответа на вопросы: влияет ли тот или иной фактор на рассматриваемый экономический показатель; если факторов несколько, то какова степень влияния каждого из них и всей их совокупности, каков вид связи между показателем и факторами: линейная или нелинейная, возрастающая или убывающая (например, какие факторы влияют на себестоимость ремонта бронетанковой техники? Какова степень влияния энерговооруженности ремонтного предприятия на себестоимость ремонтируемой техники?).

На такого рода вопросы помогает найти ответ корреляционный и регрессионный анализ (КРА). Кроме того, КРА в настоящее время широко используется для прогнозирования экономических показателей (см. гл. 6).

Рассмотрим простейшую зависимость, когда одна величина, назовем ее **показатель** и обозначим Y, связана с другой, которую назовем **фактором** и обозначим X. Примеры показателей: величина расходов денежных средств по статьям сметы Министерства обороны, производительность труда рабочих ремонтного предприятия и т. п. Факторы: количество выплат денежного довольствия военнослужащим, стаж работы и т. п. В общем случае связь между показателем и фактором может быть следующей:

— *по тенденции изменения показателя при изменении фактора* — возрастающей (рис. 5.1, *а*) или убывающей (рис. 5.1, *б*);

— по тесноте связи между показателем и фактором — функциональной (рис. 5.1, *а*), статистической (корреляционной) (рис. 5.1, *б*); в ряде случаев связь практически отсутствует (рис. 5.1, *в*).

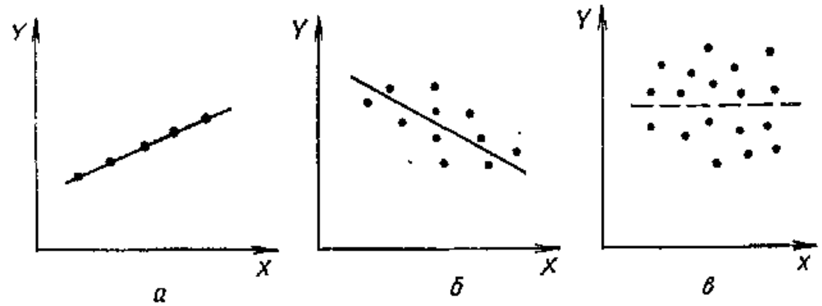


Рис. 5.1. Виды связей между показателем Y и фактором X:
а — возрастающая функциональная; *б* — убывающая статистическая; *в* — отсутствие связи

При **функциональной связи** одна величина принимает различные числовые значения, а другая меняется только в зависимости от изменения первой величины. Функциональные связи рассматриваются классической математикой. В экономике они встречаются редко, но уравнения, описывающие функциональные связи, используются в корреляционном анализе для характеристики осредненной тенденции изменения показателя Y при изменении фактора X или некоторого множества факторов X_1, X_2, ...

При экономическом анализе чаще всего встречаются **статистические зависимости** (см. рис. 5.1, *б*), при которых каждому значению фактора X может соответствовать несколько значений показателя Y.

Если на основании фактических данных построить график зависимости Y от X, то точки на графике будут располагаться с некоторым разбросом относительно общей тенденции. Анализ зависимости Y от X позволяет определить:

— ориентировочный вид зависимости Y от X (линейная, нелинейная);

— степень влияния изменения X на изменение Y, определяемая по углу наклона линии α, описывающей сложившуюся тенденцию (рис. 5.2);

— тесноту связи между Y и X, т. е. насколько тесно «облако» точек, образованных парами значений (y_i, x_i).

Из рис. 5.2, *а* видно, что в случае, когда показатель Y и фактор X связаны достаточно тесно (разброс точек невелик), изменение показателя обусловлено главным образом изменением фактора. Степень влияния фактора, кроме того, характеризуется углом наклона α, образованным линией, которая проходит сквозь «облако» точек. Большой разброс точек (рис. 5.2, *б*) свидетельствует о влиянии на показатель других факторов, кроме фактора X

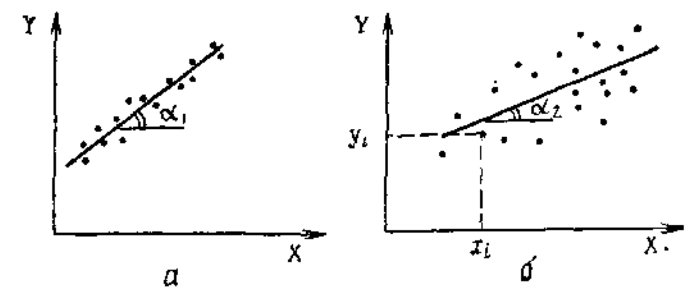


Рис. 5.2. Оценка степени влияния и тесноты связи между Y и X:
а — высокая степень связанности, *б* — малая степень связанности

Для дальнейшего анализа целесообразно статистическую зависимость условно разделить на две составляющие:

— неслучайную (детерминированную) основу в виде функциональной зависимости, характеризующей сложившуюся тенденцию связи между показателем Y и фактором X;

— случайную компоненту, характеризующую разброс отдельных наблюдений относительно детерминированной основы.

Правомерность такого разделения обусловлена тем, что на формирование экономического показателя оказывает влияние большое число факторов. Это влияние носит как закономерный, так и случайный характер. Закономерность влияния факторов проявляется в детерминированной основе, случайность — в появлении отклонений фактических значений показателя от детерминированной основы. На появление случайной компоненты влияют результаты воздействия людей, некоторые особенности географического положения экономического объекта и т. п.

Целесообразно выделить две группы основных задач корреляционного и регрессионного анализа:

— нахождение вида связи между показателем Y и фактором X, т. е. нахождение детерминированной основы статистической связи, а также выбор наилучшего вида связи;

— оценка тесноты связи между показателем и фактором (несколькими факторами), определение степени влияния изменения фактора на значение показателя, т. е. нахождение случайной составляющей, характеризующей приближение статистической связи к функциональной.

Решением первой группы задач занимается **регрессионный анализ.** Он позволяет находить аналитическую зависимость, с помощью которой можно, задаваясь значением фактора X

(группы факторов $\{X\}$), определять значение показателя в среднем как тенденцию. Второй группой задач занимается **корреляционный анализ.** Эти методы анализа весьма тесно связаны между собой и являются дальнейшим развитием идей математической статистики. В последние десятилетия они широко используются для исследования экономических процессов.

5.1.2. Однофакторная линейная модель

Простейшую зависимость показателя Y от фактора X выражает **линейная однофакторная модель** следующего вида (рис. 5.3):

$$y_{i_p} = a_0 + a_1 x_i, \tag{5.1}$$

где y_{i_p} — расчетное значение детерминированной основы показателя при заданном значении фактора x_i;

a_0 и a_1 — статистические коэффициенты, получаемые путем обработки фактических данных о значениях определенной совокупности y_i и x_i.

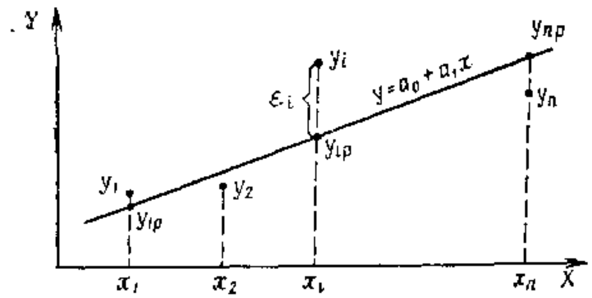


Рис. 5.3. Однофакторная линейная связь между Y и X

Тогда случайная компонента (остаток), представляющая собой разницу между фактическим значением показателя y_i при фиксированном x_i и расчетным значением детерминированной основы y_{i_p}, будет равна

$$\varepsilon_i = y_i - y_{i_p}.$$

Модель $y = a_0 + a_1 x$ называется уравнением однофакторной линейной регрессии. Расчетные значения y_{i_p} находятся на линии регрессии, которая описывается уравнением регрессии. Фактические значения y_i располагаются в некоторой области, прилегающей к линии регрессии.

Уравнение (5.1) можно считать заданным, если будут известны численные значения коэффициентов a_0 и a_1. Следовательно, задача получения уравнения регрессии состоит в том,

чтобы, обладая совокупностью пар наблюдений (y_i, x_i), найти такие значения a_0 и a_1, при которых линия регрессии пройдет через точки наилучшим образом.

Многочисленные эксперименты и теоретические исследования показали, что наилучшим способом нахождения коэффициентов уравнения регрессии является **метод наименьших квадратов**. Сущность его состоит в том, что путем подбора коэффициентов a_0 и a_1 получают уравнение регрессии (детерминированную основу), относительно которой сумма квадратов отклонений фактических значений показателя y_i от расчетных, лежащих на линии регрессии, y_{i_p}, минимальна, т. е. $\sum \varepsilon_i^2 \to \min\limits_{a_0, a_1}$.

Метод наименьших квадратов позволяет получить число нормальных уравнений, равное числу неизвестных параметров a_0 и a_1. Разница между y_i и y_{i_p} есть не что иное, как остаток ε_i. Возведение остатков в квадрат позволяет придавать «выбросам» из «облака» точек более чем пропорциональный удельный вес, оно как бы «штрафует» большие отклонения от общей тенденции. Возведение остатков ε_i в третью степень нецелесообразно потому, что оно исказит картину и приведет к отклонению уравнения регрессии в сторону сильных «выбросов».

Метод наименьших квадратов разработан Гауссом и Лежандром в начале прошлого столетия и сейчас широко применяется для обработки статистических данных в самых разных областях науки, техники и экономики.

Допустим, что по результатам обработки статистических данных о значениях пар наблюдений (y_i, x_i), представленных в следующем виде:

$$y_1, y_2, \ldots, y_i, \ldots, y_n;$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n,$$

ставится задача получить уравнение

$$y = a_0 + a_1 x. \tag{5.2}$$

Подставив в полученное уравнение значения x_i, найдем расчетные значения показателя y_{ip}. Рассмотрим функцию

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{ip})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2. \tag{5.3}$$

Здесь неизвестными являются коэффициенты a_0 и a_1. Чтобы найти их значения, необходимо минимизировать функцию S, изменяя a_0 и a_1. Иначе говоря, требуется найти такие a_0 и a_1, при которых

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \to \min_{a_0, a_1}.$$

Для нахождения минимума функции S следует взять частные производные по a_0 и a_1 и приравнять их нулю. Предварительно раскроем скобки функции S:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i^2 - 2y_i a_0 + 2y_i a_1 x_i + a_0^2 + 2a_0 a_1 x_i + a_1^2 x_i^2).$$

Производная функции S по a_0 равна

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \sum_{i=1}^{n} (-2y_i + 2a_0 + 2a_1 x_i) = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i) = 0.$$

Отсюда можно получить уравнение

$$\sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} a_0 - a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum y_i - a_0 n - a_1 \sum x_i = 0.$$

Следовательно:

$$a_0 n + a_1 \sum x_i = \sum y_i. \qquad (5.4)$$

Аналогично можно получить производную функции S по a_1:

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 - \sum y_i x_i = 0.$$

Таким образом, получена система двух уравнений с двумя неизвестными a_0 и a_1:

$$\left. \begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum x_i &= \sum y_i, \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 &= \sum y_i x_i. \end{aligned} \right\} \qquad (5.5)$$

Имея данные о фактических значениях пар наблюдений (y_i, x_i), можно получить аналитическое выражение детерминированной основы линейной однофакторной статистической связи.

Пример 5.1. Найти линейное уравнение регрессии, связывающее величину расхода денежных средств на выплату окладов рядовым срочной службы Y с количеством выплат X по исходным данным, представленным в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Сумма выплаченного денежного довольствия (y_i), руб.	Количество выплат (x_i)
45,6	12
152	40
212,8	56
353,4	93

Решение. Для предварительного выяснения вида связи между показателем Y и фактором X целесообразно построить график (рис. 5.4).

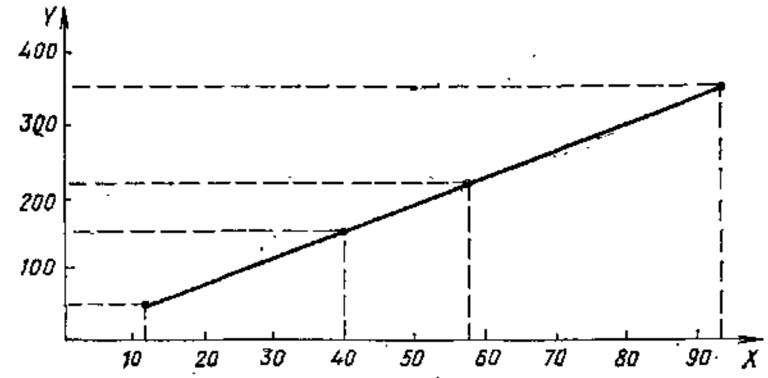


Рис. 5.4. Линия регрессии, связывающая размер выплат рядовым срочной службы с количеством выплат

Анализ графика показывает, что зависимость между Y и X целесообразно сгладить линейной зависимостью. Для расчета Σx_i, Σy_i, Σx_i^2 и $\Sigma y_i x_i$ целесообразно все показатели свести в таблицу (табл. 5.2).

Таблица 5.2

y_i	x_i	$y_i x_i$	x_i^2
45,6	12	547,2	144
152	40	6080	1600
212,8	56	11 916,8	3136
353,4	93	32 866,2	8649
763,8	201	51 410,2	13 529

Из табл. 5.2 значения $\sum_{i=1}^{4} x_i = 201$, $\sum_{i=1}^{4} y_i = 763{,}8$, $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 = 13\,529$ и $\sum_{i=1}^{4} y_i x_i = 51\,410{,}2$ подставляем в систему уравнений (5.5):

$$4a_0 + 201a_1 = 763{,}8;$$
$$201a_0 + 13\,529a_1 = 51\,410{,}2.$$

Для решения системы используем метод Гаусса.

Приравнивая коэффициенты при a_0 единице и вычитая из одного уравнения другое, получим:

$$- \begin{array}{l} a_0 + 50{,}25\, a_1 = 190{,}95; \\ a_0 + 67{,}308a_1 = 255{,}77 \end{array}$$
$$\overline{170{,}058a_1 = 64{,}82}, \text{ откуда } a_1 = 3{,}8.$$

Подставим $a_1=3{,}8$ в первое уравнение и найдем a_0:

$$a_0 = 190{,}95 - 50{,}25 \cdot 3{,}8 = 190{,}95 - 190{,}95 = 0.$$

Тогда уравнение (5.2) будет иметь вид

$$y = 3{,}8x, \text{ руб.}$$

Полученный результат имеет ясную экономическую интерпретацию. Поскольку статистические данные табл. 5.1 содержат показатели расходов на выплату денежного довольствия рядовым срочной службы, размеры которых строго регламентированы, в данном случае они сглаживаются функциональной зависимостью. В полученном уравнении коэффициент $a_1=3{,}8$ представляет собой норму расхода денежных средств на одного военнослужащего.

На практике такие случаи встречаются довольно редко. Рассмотрим пример анализа расходов денежных средств на выплату денежного довольствия военнослужащим срочной службы, имеющим различные воинские звания и классность.

Пример 5.2. По данным раздаточных ведомостей установить связь между размером выплат денежного довольствия военнослужащим срочной службы Y и количеством произведенных выплат X (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Сумма выплаченного денежного довольствия (y_i), руб.	Количество выплат (x_i)
42,8	11
181,7	45
134,2	32
95,8	25
67,3	15
141,5	36

Решение. Построим график зависимости Y от X (рис. 5.5).

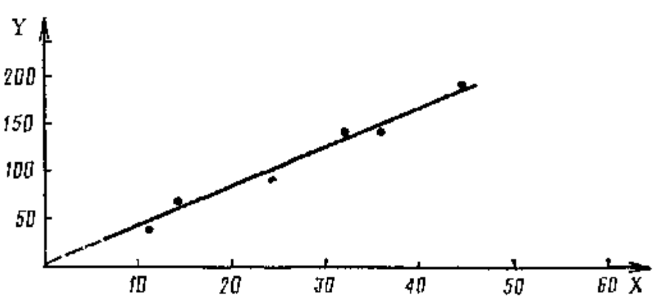


Рис. 5.5. Линия регрессии, связывающая размер выплат военнослужащим срочной службы Y с количеством выплат X

График позволяет сделать предварительное суждение о том, что строго функциональной связи между Y и X не существует. Найдем линейное уравнение регрессии, для чего исходные данные табл. 5.3 и промежуточные показатели для системы уравнений (5.5) сведем в таблицу (табл. 5.4, графы 1—4).

Таблица 5.4

y_i	x_i	$y_i x_i$	x_i^2	y_{i_p}
1	2	3	4	5
48,2	11	530,2	121	48,2
67,3	15	1009,5	225	63,7
95,8	25	2395	625	102,4
131,2	32	4300,8	1024	129,5
141,5	36	5094,0	1296	145
181,7	45	8176,5	2025	179,8
668,7	164	21 506	5316	668,6

Составив по данным табл. 5.4 систему уравнений и разделив каждый член обоих уравнений на коэффициенты при a_0, получим:

$$6a_0 + 164a_1 = 668{,}7;$$
$$164a_0 + 5316a_1 = 21\,506;$$
$$a_0 + 27{,}333a_1 = 111{,}45;$$
$$a_0 + 32{,}415a_1 = 131{,}13.$$

Вычитая из второго уравнения первое, находим:

$$5{,}082a_1 = 19{,}68; \quad a_1 = 3{,}87.$$

Подставив вместо a_1 его численное значение, получим

$$a_0 = 111{,}45 - 27{,}333 \cdot 3{,}87 = 5{,}67.$$

Уравнение связи в общем виде можно записать следующим образом:

$$y = 5{,}67 + 3{,}87x, \text{ руб.}$$

Если в полученное уравнение подставить значение x_i из табл. 5.3, то можно убедиться, что расчетные значения y_{i_p} не совпадут с фактическими y_i. Это видно из сравнения граф 1 и 5 табл. 5.4. Следовательно, в данном случае связь между Y и X является нефункциональной, поскольку на величину расходов влияют доплаты за классность, надбавки за особые условия службы и т. п. Это влияние носит частично случайный характер. Случайность проявляется в различной доле классных специалистов в общей численности военнослужащих и пр.

Еще более сложной является зависимость размера выплат денежного довольствия офицерам, прапорщикам, мичманам, военнослужащим сверхсрочной службы и военнослужащим-женщинам. В денежном довольствии этих военнослужащих количество факторов, влияющих на размер выплат и носящих случайный характер, значительно больше.

Таким образом, на практике подавляющее количество зависимостей между экономическими показателями и влияющими на их величину факторами имеют не строго функциональный, а статистический, вероятностный характер.

Система уравнений (5.5) позволяет получать аналитические выражения для определения статистических параметров a_0 и a_1 без решения системы уравнений. Из первого уравнения системы (5.5) можно найти формулу для a_0:

$$a_0 n + a_1 \sum x = \sum y,$$

откуда

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} - a_1 \frac{\sum x}{n} = \bar{y} - a_1 \bar{x}, \qquad (5.6)$$

где $\bar{y}$ и $\bar{x}$ — средние значения Y и X.

Подставив полученное выражение для a_0 во второе уравнение системы (5.5) и сделав преобразования:

$$\left(\frac{\sum y}{n} - a_1 \frac{\sum x}{n}\right) \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum yx;$$

$$\frac{\sum y}{n} \sum x - \sum yx = a_1 \left(\frac{\sum x \sum x}{n} - \sum x^2\right),$$

найдем формулу для a_1:

$$a_1 = \frac{\frac{\sum y \sum x}{n} - \sum yx}{\frac{\sum x \sum x}{n} - \sum x^2}.$$

Разделив числитель и знаменатель на $-n$, получим

$$a_1 = \frac{\frac{\sum yx}{n} - \frac{\sum y}{n}\frac{\sum x}{n}}{\frac{\sum x^2}{n} - \frac{\sum x}{n}\frac{\sum x}{n}} = \frac{\overline{yx} - \bar{y}\bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \qquad (5.7)$$

Учитывая формулу (4.7), можно записать

$$a_1 = \frac{\overline{yx} - \bar{y}\bar{x}}{\sigma_x^2}, \qquad (5.8)$$

где $\overline{yx}$ — среднее произведений y_i на x_i,

σ_x^2 — дисперсия факторного признака.

Коэффициент a_1 называется **коэффициентом регрессии**, коэффициент a_0 — **свободным членом уравнения.**

Если в уравнение

$$y_{ip} = a_0 + a_1 x_i$$

подставить формулу (5.6), то получим

$$y_{ip} = \bar{y} - a_1 \bar{x} + a_1 x_i,$$

отсюда

$$y_{ip} - \bar{y} = a_1 (x_i - \bar{x}). \qquad (5.9)$$

Из формулы (5.9) следует, что в точке с абсциссой $x_i = \bar{x}$ ордината $y_{ip} = \bar{y}$. А это означает, что линия регрессии обязательно проходит через центр группирования статистических данных с координатами $\bar{y}$, $\bar{x}$.

Действительно, при $x_i = \bar{x}$

$$y_{ip} - \bar{y} = a_1 (\bar{x} - \bar{x}) = 0.$$

Воспользуемся формулами (5.6) и (5.7) для решения примера 5.2.

Из табл. 5.4 получим:

$$\overline{yx} = \frac{21506}{6} = 3584{,}33; \quad \bar{y} = \frac{668{,}7}{6} = 111{,}45; \quad \bar{x} = \frac{164}{6} = 27{,}33;$$

$$\overline{x^2} = \frac{5316}{6} = 886.$$

Тогда по формуле (5.7)

$$a_1 = \frac{3584{,}33 - 111{,}45 \cdot 27{,}33}{886 - 27{,}33^2} = 3{,}87,$$

по формуле (5.6)

$$a_0 = 111{,}45 - 3{,}87 \cdot 27{,}33 = 5{,}67.$$

Следовательно,

$$y = 5{,}67 + 3{,}87x, \text{ руб.}$$

Результат получился точно таким же, как после решения системы уравнений в примере 5.2.

5.1.3. Многофакторные и нелинейные уравнения регрессии

Рассмотренная в подразд. 5.1.2 линейная однофакторная модель является простейшей. Однако на практике нередко на один показатель оказывают влияние несколько независимых друг от друга факторов. При этом влияние может быть нелинейным. Например, на размер прибыли промышленного предприятия влияет большое количество факторов, среди которых объем валовой продукции, объем реализованной продукции, себестоимость единицы продукции, стоимость незавершенного производства и т. п.

В то же время среди множества факторов есть, как правило, более значимые и менее значимые. Поэтому после отбора наиболее значимых факторов на практике в большинстве случаев удается использовать уравнение регрессии с тремя — пятью факторами и получать при этом приемлемые по точности результаты.

Среди многофакторных моделей для удовлетворения потребностей практики наиболее предпочтительными являются линейные модели. Они обладают двумя достоинствами: во-первых, сравнительной простотой получения (для получения нелинейных многофакторных моделей требуются дополнительные преобразования), во-вторых, линейные многофакторные модели имеют достаточно ясную экономическую интерпретацию. К числу недостатков следует отнести возрастающую погрешность расчетов показателя при нелинейном влиянии на него хотя бы одного фактора.

Линейная многофакторная модель имеет вид

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots = a_0 + \sum_{m=1}^{M} a_m x_m. \qquad (5.10)$$

Чтобы получить линейную многофакторную модель в явном виде, необходимо исходные данные о значениях показателя и влияющих на него факторов представить в виде упорядоченной совокупности, как это показано в табл. 5.5.

Таблица 5.5

y_i	x_{1i}	x_{2i}	...	x_{mi}	...	x_{Mi}
y_1	x_{11}	x_{21}	...	x_{m1}	...	x_{M1}
y_2	x_{12}	x_{22}	...	x_{m2}	...	x_{M2}
...	...	...	...	...	...	...
y_n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{mn}	...	x_{Mn}

Для расчета статистических коэффициентов уравнения регрессии $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_m$ используется метод наименьших квадратов.

Для линейной двухфакторной модели

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \qquad (5.11)$$

необходимо найти минимум функции

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{i_p})^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - (a_0 + a_1x_1 + a_2x_2)]^2,$$

где y_i — фактические значения показателя;
y_{i_p} — расчетные значения показателя, полученные с помощью уравнения регрессии (5.11).

Взяв частные производные функции S по a_0, a_1 и a_2, получим систему трех уравнений с тремя неизвестными, решение которой позволит найти необходимые статистические коэффициенты:

$$\left.\begin{aligned} a_0n + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 &= \sum y, \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + a_2\sum x_1x_2 &= \sum yx_1, \\ a_0\sum x_2 + a_1\sum x_1x_2 + a_2\sum x_2^2 &= \sum yx_2. \end{aligned}\right\} \qquad (5.12)$$

Имея соответствующие значения показателей и факторов (см. табл. 5.5), можно составить дополнительную расчетную таблицу по следующей схеме:

y_i	x_{1i}	x_{2i}	x_{1i}^2	x_{2i}^2	$x_{1i}x_{2i}$	y_ix_{1i}	y_ix_{2i}

Получив суммы в каждом столбце и подставив их в систему уравнений (5.12), можно найти коэффициенты a_0, a_1 и a_2, а следовательно, уравнение (5.11) в явном виде.

В случаях когда на показатель оказывает наибольшее влияние один фактор, но связь между ними носит нелинейный характер, используется **однофакторная нелинейная модель** (типа параболы) вида

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots$$

На практике наиболее употребительна парабола второй степени, уравнение которой имеет вид

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2. \qquad (5.13)$$

Для получения коэффициентов уравнения параболы второго порядка используется следующая система уравнений, также полученная с помощью метода наименьших квадратов:

$$\left.\begin{aligned} a_0n + a_1\sum x + a_2\sum x^2 &= \sum y, \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 + a_2\sum x^3 &= \sum yx, \\ a_0\sum x^2 + a_1\sum x^3 + a_2\sum x^4 &= \sum yx^2. \end{aligned}\right\} \qquad (5.14)$$

Для решения системы уравнений (5.14) целесообразно использовать таблицу по схеме:

y_i	x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	y_ix_i	$y_ix_i^2$

В более сложных случаях, когда на показатель нелинейно влияет несколько факторов, следует использовать степенные или показательные функции вида

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots \qquad (5.15)$$

или

$$y = a_0 a_1^{x_1} a_2^{x_2} \ldots \qquad (5.16)$$

Для нахождения коэффициентов уравнений такого типа используются специальные приемы, которые изложены в подразд. 5.3.3.

5.1.4. Выбор вида модели

Выбор вида модели, наилучшим образом характеризующей существо экономического процесса и отвечающей задачам анализа, является важным этапом исследования. Прежде чем приступить к получению уравнения регрессии, следует провести качественный отбор факторов исходя из предположения о возможном их влиянии на анализируемый показатель.

Следующим этапом анализа является сбор и систематизация данных о значениях показателя и факторов. Систематизацию целесообразно проводить в форме таблицы (табл. 5.5). Затем необходимо провести графический анализ связи между показателем и каждым фактором. Характер расположения пар наблюдений на графике, изображенном на рис. 5.1, позволит предварительно установить наличие связи, ее вид (возрастающая или убывающая, прямолинейная или криволинейная). Графический анализ помогает избежать излишних расчетов и грубых ошибок в трактовке полученных результатов.

После проведения предварительного качественного анализа следует приступить к получению уравнения регрессии. Если графический анализ не позволяет сделать однозначный выбор вида модели, то следует одну и ту же статистику использовать для получения различных уравнений (линейных и нелинейных, однофакторных и многофакторных) и сравнить их между собой по определенным признакам, характеризующим качество подбора модели. Наиболее целесообразно в качестве такого признака принять значение функции

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{i_p})^2.$$

Если сравниваются две или несколько моделей, следует отдать предпочтение той, у которой величина S будет минимальной.

Пример 5.3. Для исходных данных примера 5.2 найти уравнение параболической регрессии и сравнить ее с линейной.

Решение. Для нахождения уравнения параболы воспользуемся системой уравнений (5.14), исходные данные для которой рассчитаны в табл. 5.6.

Таблица 5.6

y_i	x_i	$y_i x_i$	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$y_i x_i^2$
48,2	11	530,2	121	1 331	14 641	5 832,2
67,3	15	1009,5	225	3 375	50 625	15 142,5
95,8	25	2395	625	15 625	390 625	59 875
134,2	32	4300,8	1 024	32 768	1 048 576	137 625,6
141,5	36	5094	1 296	46 656	1 679 616	183 384
181,7	45	8176,5	2 025	91 125	4 100 625	367 942,5
668,7	164	21 506	5 316	190 880	7 284 708	769 801,8

Решение системы уравнений (5.14) дает следующую зависимость:

$$y = 12 + 3{,}29x + 0{,}0107x^2, \text{ руб.}$$

Сопоставим расчетные значения показателя y_{i_p}, полученные с помощью данного уравнения и линейного уравнения, которое найдено в примере 5.2. Сравнительные данные приведены в табл. 5.7.

Таблица 5.7

y_i	x_i	$y = 5{,}67 + 3{,}87x$			$y = 12 + 3{,}29x + 0{,}0107x^2$		
		y_{i_p}	$\lvert y_i - y_{i_p}\rvert$	$(y_i - y_{i_p})^2$	y_{i_p}	$\lvert y_i - y_{i_p}\rvert$	$(y_i - y_{i_p})^2$
48,2	11	48,2	0	0	49,5	1,3	1,69
67,3	15	63,7	3,6	12,96	63,7	3,5	12,25
95,8	25	102,4	6,6	43,56	100,9	5,1	26,01
134,2	32	129,5	4,7	22,09	128,3	5,9	34,81
141,5	36	145,0	3,5	12,25	144,4	2,9	8,41
181,7	45	179,8	1,9	3,61	181,7	0	0
668,7	164		20,3	94,47		18,7	83,17

В табл. 5.7 для каждого уравнения при всех x_i получены расчетные значения показателя y_{i_p}, найдены отклонения фактических значений y_i от расчетных $(y_i - y_{i_p})$ и квадраты отклонений. Суммы квадратов отклонений представляют собой значения функции, характеризующей качество описания каждым уравнением той статистической тенденции, которая представлена исходной статистикой.

Анализ количественных значений функции S показывает, что уравнение параболы имеет меньший суммарный разброс точек относительно линии регрессии, чем уравнение прямой ($83{,}17 < 94{,}47$).

Однако при окончательном решении вопроса о выборе вида уравнения следует учитывать трудоемкость вычислений и соотносить ее с разностью в величине допустимой погрешности. В данном случае относительная погрешность при использовании линейного уравнения по сравнению с уравнением параболы составляет

$$\frac{94,47-83,17}{83,17}\,100\% = 13,6\%.$$

Для принятия решения о приемлемости полученного уравнения регрессии используются и другие признаки. Один из них предполагает вычисление средней относительной ошибки $\bar{\varepsilon}$:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_i - y_{i_p}|}{\Sigma |y_i|}\,100\%. \qquad (5.17)$$

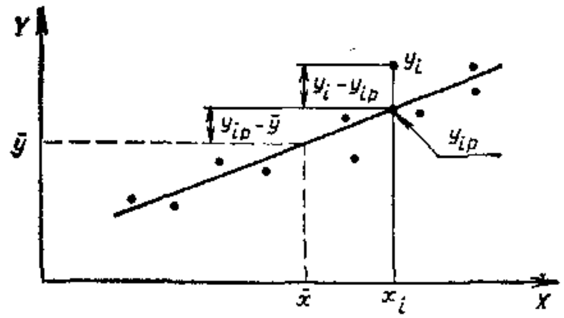


Рис. 5.6. Отклонения фактического значения y_i от расчетного y_{ip} и расчетного y_{ip} от среднего $\bar{y}$

Средняя относительная ошибка представляет собой отношение суммы абсолютных значений отклонений фактических значений от расчетных к сумме всех значений показателя. Если величина $\bar{\varepsilon}$ не превышает 15%, то модель считается адекватной реальному процессу. В нашем случае для линейной регрессии $\bar{\varepsilon}_л = \frac{20,3}{668,7}\cdot 100\% = 3,0\%$, для параболической регрессии $\bar{\varepsilon}_п = \frac{18,7\cdot 100\%}{668,7} = 2,8\%$. Поскольку линейная регрессия всего на 0,2% даст бо́льшую погрешность по сравнению с параболической, ее можно считать вполне пригодной для практического использования.

Если необходимо оценить соответствие уравнения регрессии реальной статистике, то используется **критерий Фишера** F, **который определяется** по формуле

$$F = \frac{\sigma^2_{рег}}{\sigma^2_{ост}}, \qquad (5.18)$$

где $\sigma^2_{рег}$ — дисперсия регрессии, характеризующая отклонения расчетных значений показателя от его среднего значения (рис. 5.6);

$\sigma^2_{ост}$ — остаточная дисперсия, характеризующая отклонения фактических значений показателя от расчетных, полученных с помощью уравнения регрессии.

Значения $\sigma^2_{рег}$ и $\sigma^2_{ост}$ вычисляются по формулам:

$$\sigma^2_{рег} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i_p}-\bar{y})^2}{f_{рег}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{i_p}-\bar{y})^2}{m-1}; \qquad (5.19)$$

$$\sigma^2_{ост} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_{i_p})^2}{f_{ост}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_{i_p})^2}{n-m}, \qquad (5.20)$$

где n — количество пар наблюдений y_i и x_i;
m — число вычисляемых статистических параметров (a_0, a_1, a_2 и т. д.).

Величина $\sigma^2_{рег}$ характеризует интенсивность изменения показателя при варьировании фактора. Значение $\sigma^2_{ост}$ является характеристикой плотности расположения точек относительно уравнения регрессии.

Расчетное значение F-критерия сравнивается с табличным $F_{табл}$. Если $F_{расч} > F_{табл}$, то гипотеза об адекватности проверяемого уравнения регрессии принимается, при невыполнении этого условия — отвергается. При этом учитывается степень гарантии, с которой можно принять гипотезу о возможности использования проверяемого уравнения регрессии.

Пример 5.4. Проверить гипотезу об адекватности линейного уравнения $y=5,67+3,87\,x$ реальной статистике по критерию Фишера с уровнем гарантии 95%.

Решение. Для нахождения $\sigma^2_{рег}$ и $\sigma^2_{ост}$ составим вспомогательную таблицу (табл. 5.8).

Таблица 5.8

y_i	x_i	y_{i_p}	$y_i - y_{i_p}$	$(y_i - y_{i_p})^2$	$y_{i_p} - \bar{y}$	$(y_{i_p} - \bar{y})^2$
48,2	11	48,2	0	0	−63,25	4000,6
67,3	15	63,7	3,6	12,96	−47,75	2280,1
95,8	25	102,4	−6,6	43,56	−9,05	81,9
134,2	32	129,5	4,7	22,09	18,05	325,8
141,5	36	145,0	−3,5	12,25	33,55	1125,6
181,7	45	179,8	1,9	3,61	68,35	4671,7
668,7				94,47		12 485,6

Используя данные табл. 5.8, рассчитаем:
среднее значение показателя

$$\bar{y} = \frac{668,7}{6} = 111,45;$$

коэффициенты

$$f_{рег} = m - 1 = 2 - 1 = 1; \quad f_{ост} = n - m = 6 - 2 = 4;$$

дисперсию регрессии

$$\sigma^2_{рег} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_{i\text{р}} - \bar{y})^2}{f_{рег}} = \frac{12\,485{,}6}{1} = 12\,485{,}6;$$

дисперсию остаточную

$$\sigma^2_{ост} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{i\text{р}})^2}{f_{ост}} = \frac{94{,}47}{4} = 23{,}6;$$

критерий Фишера

$$F_{расч} = \frac{\sigma^2_{рег}}{\sigma^2_{ост}} = \frac{12\,485{,}6}{23{,}6} = 529.$$

По приложению 6 для $f_{рег}=1$, $f_{ост}=4$, уровня гарантии 95% табличное значение критерия $F_{табл}=7{,}71$. Поскольку $F_{расч} > F_{табл}$, гипотеза об адекватности линейной регрессии не отклоняется.

5.1.5. Экономический смысл коэффициентов в уравнениях регрессии

В линейной однофакторной модели коэффициент a_1 характеризует угол наклона линии регрессии к оси абсцисс. Исходя из геометрических соображений (рис. 5.7) коэффициент a_1 ра-

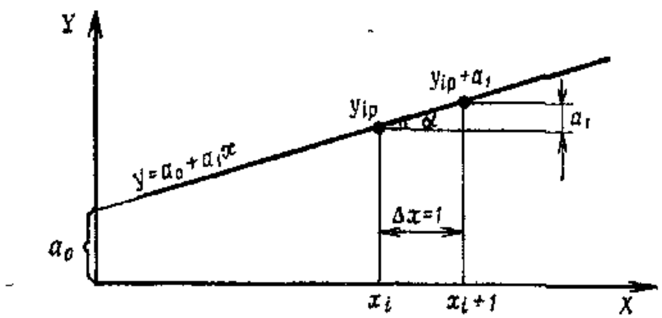


Рис. 5.7. Интерпретация коэффициентов a_0 и a_1

вен тангенсу угла наклона, т. е. $\operatorname{tg}\alpha = a_1$. Фактически a_1 определяет меру изменения показателя Y при изменении фактора на единицу.

Действительно, если

$$y^{\text{I}}_{\text{р}} = a_0 + a_1 x_i, \text{ а } y^{\text{II}}_{\text{р}} = a_0 + a_1 (x_i + 1),$$

то

$$y^{\text{II}}_{\text{р}} - y^{\text{I}}_{\text{р}} = a_0 + a_1 (x_i + 1) - (a_0 + a_1 x_i) = a_1.$$

Следовательно, коэффициент a_1 является, по существу, статистическим нормативом показателя Y, т. е величиной показателя, приходящегося на единицу значения фактора. Так, в полученном при решении примера 5.2 уравнении $y=5{,}67+3{,}87\ x$ величина коэффициента $a_1=3{,}87$ означает среднюю величину ежемесячного денежного довольствия, выдаваемого одному военнослужащему срочной службы.

Это свойство коэффициента регрессии выступать в качестве статистического норматива имеет большое значение для нормирования расходов денежных средств и для повышения экономической обоснованности плановых показателей.

Коэффициент a_0 является постоянной величиной, не зависящей от значения фактора X. Этот коэффициент учитывает влияние других постоянно действующих факторов, не вошедших в уравнение регрессии

Расходы денежных средств на эксплуатацию техники представляют собой сумму некоторой постоянной величины расходов, не зависящей от количества обслуживаемых единиц (a_0), и переменной величины, зависящей от количества единиц обслуживаемой техники x и удельных расходов в расчете на каждую единицу (a_1) Денежные средства, вложенные в сберегательную кассу, представляют собой первоначально вложенную сумму (a_0) плюс накопления, зависящие от длительности хранения (x) и величины процента на вклад, характеризуемого коэффициентом a_1.

Если бы при обработке статистических данных всегда удавалось получать уравнение регрессии, связывающее анализируемый показатель со всеми влияющими на него факторами, то можно предположить, что коэффициента a_0 в уравнении не было бы совсем. Все значение показателя y как бы «разложилось» по факторам через коэффициенты a_1, a_2, ... при факторах x_1, x_2, ..., т. е. получилось бы уравнение

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_m x_m.$$

В общем случае коэффициенты a_0 и a_1 могут быть больше нуля, меньше нуля и равны нулю (рис. 5.8).

Если $a_0>0$, $a_1=0$ (вариант 1), то это означает, что показатель практически не зависит от фактора X (см. рис 5.1, *в*). Следовательно, необходимо выбрать другой фактор, который действительно оказывает влияние на Y, либо такой фактор вообще отсутствует и на показатель оказывает влияние большое количество случайных факторов.

Если $a_0>0$, $a_1>0$, то это означает, что кроме фактора X есть другие факторы, учитываемые $a_0>0$, а с увеличением X показатель Y имеет тенденцию к возрастанию (вариант 2).

Вариант 3 отличается от варианта 2 только тем, что при увеличении фактора X показатель Y уменьшается. Редко на практике встречаются случаи, когда $a_0=0$. Это означает, что показатель Y зависит только от значения фактора X (см. пример 5.1). В некоторых уравнениях регрессии $a_0<0$, $a_1>0$.

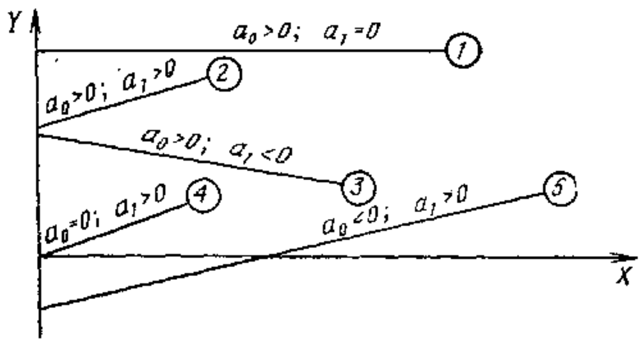


Рис. 5.8. Возможные значения коэффициентов a_0 и a_1

В этих случаях уравнением можно пользоваться только в определенном диапазоне изменения фактора X. Если в исходную статистику включить значения пар наблюдений (y_i, x_i) с x_i,

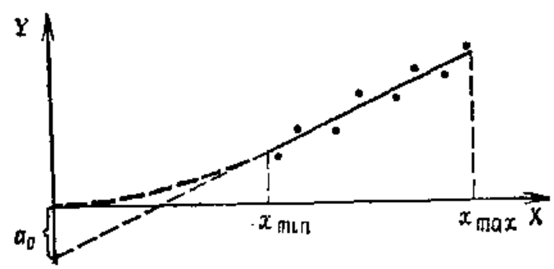


Рис. 5.9. Линия регрессии с $a_0<0$

близкими к нулю, а $y_i>0$, то уравнение с $a_0<0$ не должно получаться. Возможно, что фактическая связь носит нелинейный характер (рис. 5.9), и линейная регрессия должна быть заменена на параболическую.

Например, по данным о расходах денежных средств на содержание и эксплуатацию техники и количестве единиц автомобильной техники (табл. 5.9) получено линейное уравнение $y=-1000+32{,}2\,x$, руб., где $a_0=-1000$.

Границы применения полученного уравнения: $x_{min}=415$, $x_{max}=1544$, так как $a_0<0$.

Таблица 5.9

Расходы на содержание и эксплуатацию техники (y_i), тыс. руб.	Количество единиц техники (x_i)	Расходы на содержание и эксплуатацию техники (y_i), тыс. руб.	Количество единиц техники (x_i)
14,0	415	41,0	1299
13,0	459	44,5	1461
14,0	463	50,0	1534
19,5	618	48,7	1544
18,0	645		

На основании этих же данных получена параболическая зависимость $y=7860+8{,}94\,x+0{,}01176\,x^2$, руб., в которой коэффициент a_0 имеет знак «+». Рекомендуемые границы ее применения значительно шире:

$$x_{min}\cong 200,\ x_{max}\cong 2000.$$

5.2. Корреляционная связь между экономическими показателями и факторами

Для изучения явлений в природе и обществе важной задачей является установление связей между элементами системы, между значениями внутренних и выходных показателей системы. Кроме установления вида связи, чем занимается регрессионный анализ, необходимо установить тесноту связи между показателем и фактором или факторами, если их несколько. Не менее важно в случае многофакторной зависимости установить степень влияния на изменение показателя каждого фактора и всей их совокупности. Такая оценка позволяет намечать мероприятия для достижения требуемых значений выходных показателей системы наилучшим способом.

5.2.1. Индекс корреляции

Простейшей мерой тесноты связи между показателем и фактором является функция S, которая используется в методе наименьших квадратов для получения статистических коэффициентов уравнения регрессии a_0, a_1 и т. д. Чем «плотнее» точки, образованные парами наблюдений y_i, x_i, лежат в районе линии регрессии, тем ближе связь между показателем Y и фактором X к функциональной (рис. 5.10). Поскольку линия регрессии как бы вписывается в «облако» точек, сумма квадратов остатков $\varepsilon_i^2=(y_i-y_{i_p})^2$ будет тем меньшей, чем ближе статистическая связь к функциональной.

Рассмотрим в качестве показателя меры колеблемости фактических значений показателя относительно линии регрессии не функцию $S=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2$, а среднее значение квадратов остатков, которое назовем остаточной дисперсией и обозначим σ_{yx}^2, т. е.

$$\sigma_{yx}^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_{i_p})^2}{n}. \qquad (5.21)$$

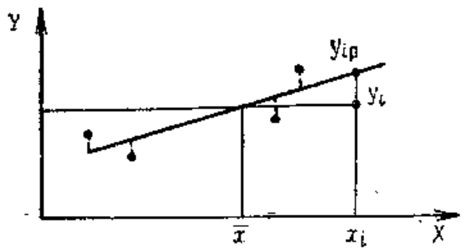


Рис. 5.10. Схема остатков однофакторной регрессии

Соотношение σ_{yx}^2/σ_y^2 характеризует уменьшение размаха колебаний в результате использования линии регрессии. Оно является отношением остаточной дисперсии σ_{yx}^2, проявляющейся в отклонениях y_i от y_{i_p}, к совокупной дисперсии σ_y^2 показателя Y. Если соотношение σ_{yx}^2/σ_y^2 равно нулю, то это значит, что все точки выборки лежат на линии регрессии. Следовательно, изменение показателя Y полностью объясняется изменением фактора X и остатки в этом случае равны нулю. Наоборот, если σ_{yx}^2/σ_y^2 равно единице, то регрессия ничего не объясняет, линия регрессии превращается в линию, параллельную оси абсцисс, при этом $a_1=0$ (рис. 5.11, *в*).

Таким образом, отношение σ_{yx}^2/σ_y^2 характеризует как бы необъясненную долю дисперсии показателя. Оно изменяется от нуля, когда зависимость между показателем и фактором носит строго функциональный характер (рис. 5.11, *а, б*), до единицы, когда показатель совсем не зависит от изменения фактора (рис. 5.11, *в*). Учитывая, что лучшее качество модели (в смысле повышения тесноты связи) целесообразно характеризовать большим значением показателя, перейдем к иному представлению отношения σ_{yx}^2/σ_y^2, а именно:

$$R_{yx}^2=1-\frac{\sigma_{yx}^2}{\sigma_y^2}=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_{i_p})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}. \qquad (5.22)$$

Тогда величина R_{yx}^2 характеризует ту долю совокупной дисперсии σ_y^2, которая объясняется с помощью регрессионной модели. Теперь если все точки лежат на линии регрессии, то $R_{yx}^2=1$ (рис. 5.11, *а, б*), если связь между Y и X отсутствует, то $R_{yx}^2=0$ (рис. 5.11, *в*).

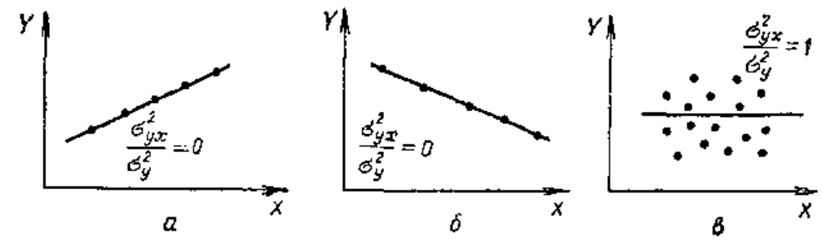


Рис. 5.11. Оценка тесноты связи между Y и X:
а — функциональная возрастающая зависимость, *б* — функциональная убывающая зависимость, *в* — нулевая корреляция

Показатель R_{yx}^2 называется **коэффициентом детерминации.** Этот коэффициент обладает следующими основными достоинствами:

— он симметричен относительно Y и X, т. е. $R_{yx}^2=R_{xy}^2$;

— его можно использовать не только для линейной однофакторной зависимости, но и для многомерных связей любого вида;

— он является универсальной мерой качества подбора вида уравнения регрессии.

Аналогично тому, как в математической статистике чаще всего используется не дисперсия, а среднее квадратическое отклонение, так и при анализе корреляции вместо коэффициента детерминации применяется корень квадратный из него, который называется коэффициентом (индексом) корреляции:

$$R_{yx}=\sqrt{R_{yx}^2}=\sqrt{1-\frac{\sigma_{yx}^2}{\sigma_y^2}}. \qquad (5.23)$$

В ряде случаев индекс корреляции называется **корреляционным отношением** и обозначается η.

Пример 5.5. Исходя из условий, приведенных в примере 5.3, найти индексы корреляции линейной и параболической регрессий.

Решение. Для определения индексов корреляции составим вспомогательную таблицу с учетом данных, приведенных в табл. 5.7.

Таблица 5.10

y_i	x_i	$(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - y_{i_p})^2$ для регрессии	
				линейной	параболической
48,2	11	63,25	4000,6	0	1,69
67,3	15	44,15	1949,2	12,96	12,25
95,8	25	15,65	244,9	43,56	26,01
134,2	32	22,73	517,6	22,09	34,48
141,5	36	30,05	903,0	12,25	8,41
181,7	45	70,25	4935,0	3,61	0
668,7			12 550,3	94,47	83,17

Приведенные в табл. 5.10 данные позволяют рассчитать составляющие формулы (5.23) для линейной и параболической регрессий:

а) общую дисперсию по формуле (4.5):

$$\sigma_y^2 = \frac{12\,550{,}3}{6} = 2091;$$

б) остаточную дисперсию по формуле (5.21):

— линейной регрессии

$$\sigma^2_{yx_л} = \frac{94{,}47}{6} = 15{,}75;$$

— параболической регрессии

$$\sigma^2_{yx_п} = \frac{83{,}17}{6} = 13{,}86;$$

в) индекс парной корреляции по формуле (5.23):

— линейной регрессии

$$R_{yx_л} = \sqrt{1 - \frac{15{,}75}{2091}} = 0{,}996;$$

— параболической регрессии

$$R_{yx_п} = \sqrt{1 - \frac{13{,}86}{2091}} = 0{,}997.$$

При параболическом виде уравнения регрессии связь между показателем и фактором является более тесной.

5.2.2. Коэффициент парной корреляции

Рассмотренный в подразд. 5.2.1 индекс корреляции является универсальной мерой тесноты связи между показателем и фактором (факторами). Для проверки наличия корреляции при парной связи используется корреляционный момент (ковариация) K_{yx}, который вычисляется по формуле

$$K_{yx} = \frac{\Sigma (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n}.$$

Если между Y и X связь отсутствует, то $K_{yx} = 0$; если связь есть, то $K_{yx} \neq 0$. Проиллюстрируем данное утверждение на примере.

Пример 5.6. Найти корреляционные моменты для следующих пар наблюдений y_i, x_i (рис. 5.12):

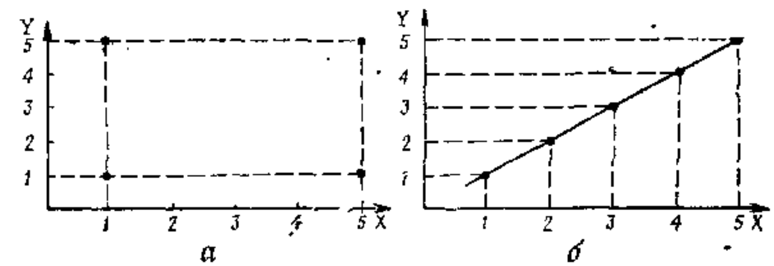


Рис. 5.12. Корреляция между Y и X:
а — отсутствие корреляции, *б* — полная корреляция

— первый случай: (1,1); (5,1); (5,5); (1,5);
— второй случай: (1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5).

Решение. В первом случае очевидно отсутствие корреляционной связи между Y и X, во втором случае связь носит функциональный характер.

В первом случае

$$\bar{y} = \frac{1+1+5+5}{4} = 3; \quad \bar{x} = \frac{1+1+5+5}{4} = 3;$$

$$K_{yx} = \frac{(1-3)(1-3) + (5-3)(1-3) + (5-3)(5-3) + (1-3)(5-3)}{4} = 0.$$

Во втором случае

$$\bar{y} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3; \quad \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3;$$

$$K_{yx} = \frac{(1-3)(1-3)+(2-3)(2-3)+(3-3)(3-3)+(4-3)(4-3)+(5-3)(5-3)}{5} = 2.$$

Таким образом, анализ очевидных примеров показал справедливость утверждения, что при отсутствии связи (первый случай) $K_{yx} = 0$, при функциональной связи $K_{yx} \neq 0$.

Поскольку размерность корреляционного момента зависит от размерности величин Y и X, для оценки тесноты линейной связи используется безразмерная величина, **называемая коэффициентом парной корреляции** r_{yx} и представляющая собой отношение корреляционного момента K_{yx} к произведению средних квадратических отклонений показателя и фактора σ_y и σ_x:

$$r_{yx} = \frac{K_{yx}}{\sigma_y \sigma_x}. \tag{5.24}$$

В первом случае примера 5.6 σ_x и σ_y будут равны:

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{2(1-3)^2+2(5-3)^2}{4}}=2;$$

$$\sigma_y=\sqrt{\frac{\Sigma(y_i-\bar{y})^2}{n}}=\sqrt{\frac{2(1-3)^2+2(5-3)^2}{4}}=2.$$

Тогда

$$r_{yx}=\frac{0}{2\cdot 2}=0.$$

Во втором случае σ_x и σ_y также одинаковы и равны:

$$\sigma_x=\sigma_y=\sqrt{\frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}}=\sqrt{2}.$$

Следовательно,

$$r_{yx}=\frac{K_{yx}}{\sigma_y\sigma_x}=\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=1.$$

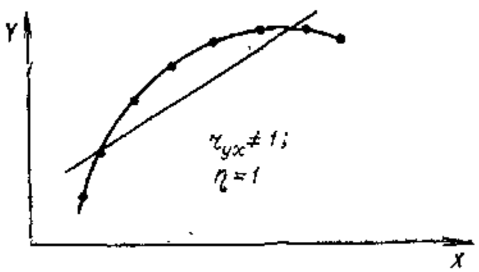


Рис. 5.13. Нелинейная функциональная связь

Если рассмотреть функциональную убывающую связь пар наблюдений (5,1); (4,2); (3,3); (2,4); (1,5), то

$$K_{yx}=-2, \text{ а } r_{yx}=-1.$$

Полученные результаты позволяют сделать два вывода:

1) коэффициент парной корреляции изменяется в пределах от -1 (при функциональной убывающей связи) до $+1$ (при функциональной возрастающей связи);

2) при отсутствии линейной связи между Y и X коэффициент парной корреляции равен нулю.

Коэффициент парной корреляции является мерой приближения к линейной функциональной связи. Поэтому если между Y и X имеется функциональная связь, но она имеет нелинейный характер (рис. 5.13), то r_{yx} не будет равным единице.

Найдем выражение для расчета коэффициента парной корреляции, для чего представим корреляционный момент в виде

$$K_{yx}=\frac{\Sigma(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})}{n}=\frac{\Sigma y_i x_i}{n}-\bar{y}\frac{\Sigma x_i}{n}-\bar{x}\frac{\Sigma y_i}{n}+\frac{\Sigma\bar{y}\bar{x}}{n}=$$
$$=\overline{yx}-\bar{y}\,\bar{x}.$$

Следовательно,

$$r_{yx}=\frac{K_{yx}}{\sigma_y\sigma_x}=\frac{\overline{yx}-\bar{y}\,\bar{x}}{\sigma_y\sigma_x}. \quad (5.25)$$

Так как в формулах (5.8) и (5.25) числители одинаковы, то

$$r_{yx}\sigma_y\sigma_x=a_1\sigma_x^2,$$

откуда

$$r_{yx}=a_1\frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad (5.26)$$

а

$$a_1=r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}. \quad (5.27)$$

Из формул (5.26) и (5.27) вытекают два следствия:

1) поскольку всегда $\sigma_y\geqslant 0$ и $\sigma_x\geqslant 0$, то знаки коэффициента парной корреляции и коэффициента регрессии совпадают;

2) для функциональной связи, когда $r_{yx}=1$,

$$a_1=\frac{\sigma_y}{\sigma_x}.$$

Пример 5.7. Рассчитать коэффициент парной корреляции для условий, приведенных в примере 5.3.

Решение. Воспользуемся вспомогательной таблицей (табл. 5.11).

Таблица 5.11

y_i	x_i	$y_i x_i$	$\lvert y_i-\bar{y}\rvert$	$(y_i-\bar{y})^2$	$\lvert x_i-\bar{x}\rvert$	$(x_i-\bar{x})^2$
48,2	11	530,2	63,25	4000,6	16,33	266,78
67,3	15	1009,5	44,15	1949,2	12,33	152,11
95,8	25	2395,0	15,65	244,9	2,3	5,44
134,2	32	4300,8	22,75	517,6	4,67	21,78
141,5	36	5094,0	30,50	903,0	8,67	75,11
181,7	45	8176,5	70,05	4907,0	17,67	312,11
668,7	164	21 506		12 550,3		833,3

Используя данные табл. 5.11, получим:

$$\bar{y} = \frac{668,7}{6} = 111,45; \quad \bar{x} = \frac{164}{6} = 27,33;$$

$$\overline{yx} = \frac{21\,506}{6} = 3584,33;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{12\,550,3}{6}} = 45,74;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{833,3}{6}} = 11,78;$$

$$r_{yx} = \frac{\overline{yx} - \bar{y}\,\bar{x}}{\sigma_y \sigma_x} = \frac{3584,33 - 111,45 \cdot 27,33}{45,74 \cdot 11,78} = 0,996.$$

Следовательно, зависимость между Y и X в примере 5.3 близка к линейной функциональной.

Для оценки надежности коэффициента парной корреляции следует определить его погрешность по формуле

$$\sigma_r = \frac{1 - r_{yx}^2}{\sqrt{n}}, \tag{5.28}$$

после чего определяется отношение r_{yx}/σ_r.

Если это отношение превышает 3, то можно считать, что полученный коэффициент корреляции отражает суть экономической связи Y с X (при $n \geqslant 50$).

Индекс корреляции R_{yx} и коэффициент парной корреляции связаны между собой зависимостью $R_{yx} \geqslant |r_{yx}|$.

5.2.3. Множественная корреляция

Коэффициент парной корреляции характеризует связь показателя Y с одним фактором X. В тех случаях, когда на показатель влияет не один фактор, а несколько, их влияние оценивается через совокупный коэффициент корреляции. Если показатель Y линейно связан с двумя факторами X_1 и X_2, то совокупный коэффициент корреляции определяется по формуле

$$r_{y(x_1, x_2)} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2 r_{yx_1} r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}, \tag{5.29}$$

где r_{yx_1}, r_{yx_2} — коэффициенты парной корреляции между показателем Y и факторами X_1 и X_2;

$r_{x_1 x_2}$ — коэффициент парной корреляции факторов X_1 и X_2 между собой.

В сложных экономических процессах нередко факторы тесно связаны между собой. Это явление называется **мультиколлинеарностью.** Если коэффициент парной корреляции между факторами превышает 0,8 $(r_{x_1 x_2} > |0,8|)$, то это свидетельствует о наличии мультиколлинеарности в двухфакторном уравнении регрессии. В этих случаях один из факторов следует отбросить. Вопрос о том, какой фактор следует исключить из уравнения регрессии, решается на основе качественного анализа экономического процесса.

Совокупный коэффициент корреляции изменяется от нуля до единицы. Если $r_{y(x_1, x_2)} = 0$, то показатель Y не может быть связан с X_1 и X_2 линейной корреляционной зависимостью. При этом возможна другая связь, может быть даже функциональная. Если $r_{y(x_1, x_2)} = 1$, то это означает, что связь между Y, X_1, X_2 носит линейный функциональный характер. Во всех других случаях совокупный коэффициент корреляции является мерой линейной корреляционной связи Y с X_1 и X_2.

Если в уравнении регрессии не два, а три и более факторов, то совокупный коэффициент корреляции определяется по формуле

$$R_y(x_1, x_2, \ldots, x_p) = \sqrt{\frac{\Delta^*}{\Delta}},$$

где Δ^* и Δ выражаются определителями:

$$\Delta^* = \begin{vmatrix} r_{yx_1} & r_{yx_2} & \ldots & r_{yx_p} & 0 \\ 1 & r_{x_1 x_2} & \ldots & r_{x_1 x_p} & r_{x_1 y} \\ r_{x_2 x_1} & 1 & \ldots & r_{x_2 x_p} & r_{x_2 y} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ r_{x_p x_1} & r_{x_p x_2} & \ldots & 1 & r_{x_p y} \end{vmatrix} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & r_{x_2 x_1} & r_{x_3 x_1} & \ldots & r_{x_p x} \\ r_{x_1 x_2} & 1 & r_{x_3 x_2} & \ldots & r_{x_p x} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ r_{x_1 x_p} & r_{x_2 x_p} & r_{x_3 x_p} & \ldots & 1 \end{vmatrix}$$

Кроме совокупного коэффициента корреляции важное значение имеют **частные коэффициенты корреляции**, которые оценивают степень связи показателя Y с одним из факторов при исключении влияния других.

При линейной двухфакторной зависимости вида $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ частный коэффициент корреляции Y и X_1 при исключенном влиянии X_2 будет равен

$$r_{yx_1(x_2)} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_1 x_2}^2)}}. \tag{5.30}$$

Соответственно для оценки влияния фактора X_2 на Y при исключенном X_1 частный коэффициент корреляции определяется по формуле

$$r_{yx_2(x_1)} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1 x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{x_1 x_2}^2)}}. \tag{5.31}$$

Частные коэффициенты корреляции аналогичны коэффициентам парной корреляции. Они изменяются от нуля до единицы. Когда, например, $r_{yx_1(x_2)}=0$, то исключается частная линейная связь между Y и X_1, хотя нелинейная корреляционная и даже функциональная связь между ними возможна.

5.2.4. Ранговые корреляции

Для изучения связи между количественными и качественными признаками используются коэффициенты ранговой корреляции. Они применяются в тех случаях, когда факторный и результативный признаки не имеют количественного выражения, а лишь определяют последовательность их убывания или возрастания. Например, десяти воинским частям определены места по результатам боевой и политической подготовки y_i и места по результатам финансово-хозяйственной деятельности x_i (табл. 5.12).

Таблица 5.12

Воинская часть	Место по результатам боевой и политической подготовки (y_i)	Место по результатам финансово-хозяйственной деятельности (x_i)
1	8	7
2	4	6
3	5	3
4	9	8
5	1	2
6	7	10
7	3	4
8	2	1
9	6	5
10	10	9

Необходимо установить степень связанности результативного признака Y с факторным признаком X.

В этом случае можно использовать коэффициент корреляции r_s, вычисляемый по формуле

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}, \tag{5.32}$$

где d_i — разность рангов результативного и факторного признаков;

n — число пар признаков объектов сравнения.

Для вычисления r_s построим вспомогательную таблицу (табл. 5.13).

Используя данные табл. 5.13, по формуле (5.32) получим

$$r_s = 1 - \frac{6\cdot 24}{10(10^2-1)} = 0{,}85,$$

что свидетельствует о достаточно тесной связи между результатами финансово-хозяйственной деятельности и результатами боевой и политической подготовки.

Таблица 5.13

x_i	y_i	$d_i = y_i - x_i$	d_i^2
7	8	1	1
6	4	—2	4
3	5	2	4
8	9	1	1
2	1	—1	1
10	7	—3	9
4	3	—1	1
1	2	1	1
5	6	1	1
9	10	1	1
			24

Коэффициент r_s изменяется от -1 до $+1$. Если связь между результативными и факторными признаками отсутствует, то $r_s=0$, при прямой связи r_s — положительная правильная дробь, при обратной связи r_s имеет знак «минус».

Рассмотрим простейший пример отрицательной связи. Если Y принимает значения 3, 2, 1, а X — 1, 2, 3, то

$$\Sigma d_i^2 = 2^2 + 0 + 2^2 = 8.$$

Тогда

$$r_s = 1 - \frac{6\cdot 8}{3(3^2-1)} = -1.$$

5.3. Анализ динамических рядов финансово-экономических показателей

Динамическим рядом называется последовательность значений показателя Y, изменяющего свою величину во времени. Отдельные значения динамического ряда называются уровнями и обозначаются y_t. Динамические ряды называют также **временными рядами**. Динамический ряд записывается в виде

$$y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n. \tag{5.33}$$

Различают *интервальные* и *моментные* временные ряды. **Интервальные ряды** характеризуют значения показателя в определенные интервалы времени (например, за пятилетку). **Моментные временные ряды** определяют значения уровней ряда в фиксированные моменты времени. Пример интервального ряда приведен в табл. 5.14, моментного — в табл. 5.15.

Таблица 5.14

Показатель	Значения показателя по пятилеткам, млрд. руб.	
	девятой	десятой
Валовой общественный продукт	769	989
Общественные фонды потребления	78,6	105,4

Таблица 5.15

Направление расходов денежных средств	Остатки назначений денежных средств (кредитов), руб., войсковой части 00000 по состоянию на				
	1.04.83	1.07.83	1.10.83	1.01.84	1.04.84
Денежное довольствие	467 114	311 498	159 683	—	477 697
Заработная плата	9 392	6 220	2 322	3	9 997
Содержание и эксплуатация автомобильной техники	984	183	33	—	2 244

5.3.1. Простейшие приемы анализа динамических рядов

Для анализа тенденций изменения временнóго ряда существуют различные приемы. Наиболее простыми характеристиками временнóго ряда являются средний прирост и средний темп роста. Средний прирост $\overline{\Delta}$ характеризует абсолютные приращения (положительные или отрицательные) показателя, средний темп роста $\overline{K}$ — относительные приращения.

Средние приросты определяются путем суммирования разниц в значениях уровней временного ряда (5.33):

$$\overline{\Delta}=\frac{\Delta_1+\Delta_2+\ldots+\Delta_{n-1}}{n-1},$$

где $\Delta_1=y_2-y_1$, $\Delta_2=y_3-y_2$, и т. д.

Тогда

$$\overline{\Delta}=\frac{y_2-y_1+y_3-y_2+\ldots}{n-1}=\frac{y_n-y_1}{n-1}.$$

Средний темп роста $\overline{K}$ определяется как **геометрическое** среднее частных темпов роста:

$$\overline{K}=\sqrt[n-1]{K_1K_2\ldots K_{n-1}},$$

где

$$K_1=\frac{y_2}{y_1};\quad K_2=\frac{y_3}{y_2}\ \text{и т. д.}$$

Тогда

$$\overline{K}=\sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1}\frac{y_3}{y_2}\ldots}=\sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

Средний прирост и средний темп роста широко используются в экономическом анализе. Однако они обладают одним существенным недостатком — их значения зависят только от

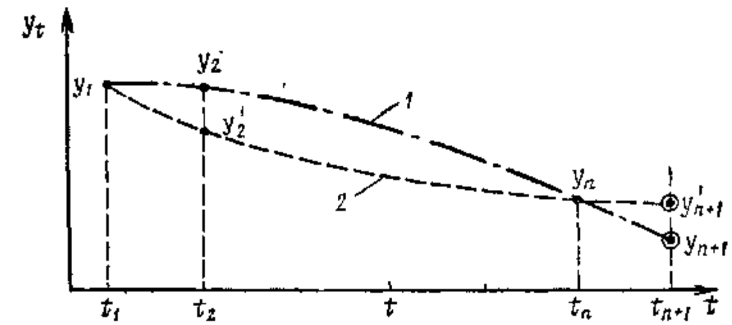


Рис. 5.14. Динамические (временные) ряды:
1 — вогнутый динамический ряд; 2 — выпуклый динамический ряд

начального и последнего значений уровней временного ряда и не реагируют на характер изменения уровней внутри ряда (рис. 5.14).

Если использовать временные ряды 1 и 2 для анализа и прогнозирования экономических показателей, то прогнозная оценка по временному ряду 1 будет равна y_{n+1}, а по ряду 2 — y'_{n+1}. При одинаковых средних приростах и темпах роста прогнозные оценки будут совершенно различными. Поэтому для выявления тенденций временного ряда применяются другие приемы и методы.

Метод скользящей средней предполагает получение средних значений по двум, трем и более уровням. Например, необходимо выявить тенденцию временного ряда, характеризующего количество воинских частей, не имеющих финансовых нарушений, и заданного в табл. 5.16.

При осреднении по двум уровням (за два года) проявляется более определенная тенденция временного ряда, чем по отдельным уровням временного ряда. Осреднение по трем уровням (за три года) дает еще более ярко выраженную тенденцию изменения показателей во времени.

Таблица 5.16

Фактический номер года ($t_{факт}$)	Условный номер года (t)	Значение уровня временного ряда (y_t)	Скользящая средняя за два года ($\bar{y}_2$)	Скользящая средняя за три года ($\bar{y}_3$)
1973	1	1	3	
1974	2	5		3
1975	3	3	3	
1976	4	3		
1977	5	1	4,5	4
1978	6	8		
1979	7	5	4,5	
1980	8	4		5
1981	9	6	6	
1982	10	6		
1983	11	4	6	6
1984	12	8		

Поскольку средняя уровней как бы скользит по временному ряду, метод выявления тенденций носит название скользящей средней.

В тех случаях, когда условия формирования уровней ряда различны и необходимо учесть «устаревание» показателей со временем, придавая большую важность последним наблюдениям, используется метод **экспоненциального сглаживания**, при котором экспоненциальные средние $\bar{y}_t$ находятся по формуле

$$\bar{y}_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)\,\bar{y}_{t-1} = \bar{y}_{t-1} + \alpha\,(y_{t-1} - \bar{y}_{t-1}), \qquad (5.34)$$

где α — коэффициент Брауна, учитывающий «устаревание» показателя и вычисляемый по формуле

$$\alpha = \frac{2}{n+1},$$

где n — количество уровней временного ряда;

y_{t-1} — фактическое значение уровня ряда в момент $t-1$;

$\bar{y}_{t-1}$ — экспоненциальное среднее в момент $t-1$.

Примеры расчетов экспоненциальных средних для $t=1, 2, 3$:

для $t=1$:

$$\alpha_1 = \frac{2}{n+1} = \frac{2}{1+1} = 1;$$

$$\bar{y}_1 = \alpha_1 y_0 + (1-\alpha_1)\,\bar{y}_0 = 1\cdot 0 + (1-1)\,0 = 0;$$

для $t=2$:

$$\alpha_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3};$$

$$\bar{y}_2 = \alpha_2 y_1 + (1-\alpha_2)\,\bar{y}_1 = \frac{2}{3}\cdot 1 + \left(1-\frac{2}{3}\right)0 = \frac{2}{3};$$

для $t=3$:

$$\alpha_3 = \frac{2}{3+1} = \frac{1}{2};$$

$$\bar{y}_3 = \alpha_3 y_2 + (1-\alpha_3)\,\bar{y}_2 = \frac{1}{2}\cdot 5 + \left(1-\frac{1}{2}\right)\frac{2}{3} = 2{,}83.$$

Расчеты экспоненциальных средних для временного ряда, приведенного в табл. 5.16, сведены в табл. 5.17.

Таблица 5.17

$t_{факт}$	t	y_t	α	$\bar{y}_t$
1973	1	1	1	0
1974	2	5	2/3	0,67
1975	3	3	1/2	2,83
1976	4	3	2/5	2,9
1977	5	1	1/3	2,93
1978	6	8	2/7	2,38
1979	7	5	1/4	3,78
1980	8	4	2/9	4,05
1981	9	6	1/5	4,04
1982	10	6	2/11	4,39
1983	11	4	1/6	4,66
1984	12	8	2/13	4,56

Из табл. 5.17 видно, что экспоненциальные средние имеют тенденцию к возрастанию. При этом значение последних уровней сильно сказывается на значении экспоненциальной средней. Так, общее среднее за все 12 периодов составит $54:12=4{,}5$, а экспоненциальное среднее равно 4,56, так как последние уровни (6, 6, 4, 8) значительно выше первых (1, 5, 3, 3).

Указанный метод получил название метода экспоненциальных средних потому, что величина α при увеличении числа уровней ряда уменьшается и таким образом «вес» предыдущих уровней при определении средней также уменьшается по экспоненциальной кривой (рис. 5.15).

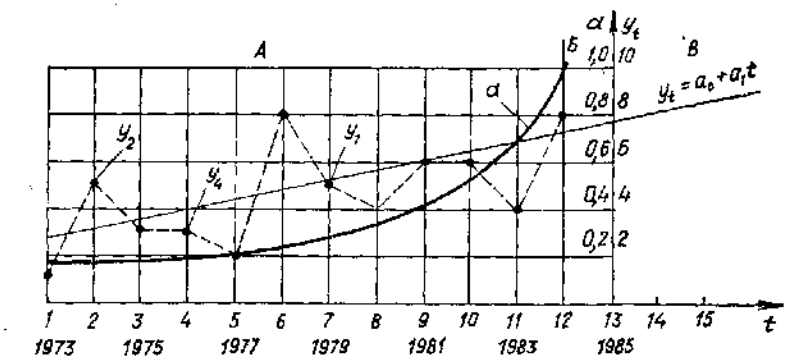


Рис. 5.15. Изменение «веса» уровней α при увеличении их числа:
А — зона исходных статистических уровней ряда y_t; Б — зона обработки данных и прогноза; В — зона прогнозных оценок с учетом «веса» исходных уровней

5.3.2. Уравнение временного ряда

Наиболее объективную оценку тенденции временного ряда дает аналитическое сглаживание временных рядов с помощью уравнений трендов. Уровни временного ряда представляют собой показатели, имеющие тенденцию к линейному или нелинейному возрастанию или убыванию. Детерминированная основа статистической совокупности описывается **уравнением тренда**, случайные отклонения фактических значений показателя от линии тренда — остаточной дисперсией.

Рассмотрим простейшую модель временного ряда — линейный тренд (рис. 5.16). Для получения коэффициентов a_0 и a_1 уравнения линейного тренда

$$y_t = a_0 + a_1 t \tag{5.35}$$

используется метод наименьших квадратов, который предполагает минимизацию суммы квадратов отклонений фактических значений показателя y_t от расчетных y_{t_p}, находящихся на линии тренда, т. е.

$$\sum_{t=1}^{n} (y_t - y_{t_p})^2 \to \min_{a_0,\, a_1}. \tag{5.36}$$

Выполнение условий формулы (5.36) позволяет получить систему уравнений для линейного тренда, аналогичную системе уравнений (5.5):

$$\left.\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_t t &= \sum_t y_t, \\ a_0 \sum_t t + a_1 \sum_t t^2 &= \sum_t y_t t. \end{aligned}\right\} \tag{5.37}$$

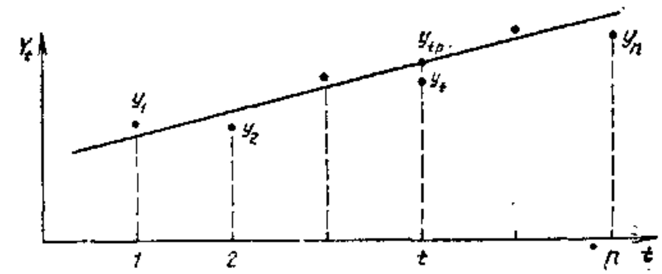


Рис. 5.16. Модель линейного тренда

Решение этой системы уравнений позволяет рассчитать значения коэффициентов уравнения линейного тренда a_0 и a_1.

Пример 5.8. В отчетных данных финансовой службы военного округа содержатся значения показателей роста производительности труда рабочих на промышленных предприятиях округа (уровень 1975 г. принят за 100%). Найти уравнение линейного тренда, характеризующего тенденцию изменения производительности труда.

Решение. Исходные данные, необходимые для получения коэффициентов уравнения тренда, получим с помощью вспомогательной таблицы. Для упрощения вычислений заменим фактические номера лет $t_ф$ на условные t (табл. 5.18).

Таблица 5.18

$t_ф$	t	y_t	$y_t t$	t^2
1	2	3	4	5
1975	1	100	100	1
1976	2	104	208	4
1977	3	105	315	9
1978	4	107	429	16
1979	5	115	575	25
1980	6	122	732	36
	21	653	2358	91

Итоги граф 2, 3, 4 и 5 используем для составления и решения системы уравнений (5.37):

$$a_0 6 + a_1 21 = 653;$$

$$a_0 21 + a_1 91 = 2358,$$

откуда $a_1 = 4{,}14$; $a_0 = 94{,}33$. Значит, уравнение тренда (5.35) примет вид

$$y_t = 94{,}33 + 4{,}14t.$$

Учитывая, что в уравнении (5.35) коэффициент a_1 имеет смысл среднего прироста значения показателя по годам (в примере 5.8 он равен 4,14%), линейную модель следует рекомендовать для случаев, когда прирост на анализируемом отрезке времени достаточно постоянен. Если же показатель меняется нелинейно и при этом относительно стабилен темп его роста, то целесообразно уравнение тренда представлять в виде полинома второй степени

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \qquad (5.38)$$

Статистические коэффициенты a_0, a_1, ... уравнения второй степени (5.38) и полиномов других степеней (от единицы до любого числа P)

$$y_t = \sum_{i=0}^{p} a_i t^i$$

определяются с помощью системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
a_0 n + a_1 \sum_t t + a_2 \sum_t t^2 + \ldots + a_p \sum_t t^p &= \sum_t y_t;\\
a_0 \sum_t t + a_1 \sum_t t^2 + a_2 \sum_t t^3 + \ldots + a_p \sum_t t^{p+1} &= \sum_t y_t t;\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &\\
a_0 \sum_t t^p + a_1 \sum_t t^{p+1} + a_2 \sum_t t^{p+2} + \ldots + a_p \sum_t t^{2p} &= \sum_t y_t t^p.
\end{aligned}\right\} \qquad (5.39)$$

Подбор наилучшего вида функции, описывающей тренд, можно производить путем построения ряда функций и сравнения их между собой по величине остаточной дисперсии $\sigma^2_{y_t}$, используя формулу

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} (y_t - y_{t_p})^2}{n}},$$

где y_t — фактические значения уровней;

y_{t_p} — расчетные значения уровней временного ряда;

n — число уровней во временном ряду.

Следует отметить, что для определения тренда в экономических временных рядах нецелесообразно использовать полиномы высоких степеней, так как они в значительной мере отражают случайные колебания уровней ряда. Особенно осторожно следует подходить к выбору порядка полинома при коротких рядах ($n \leqslant 6$).

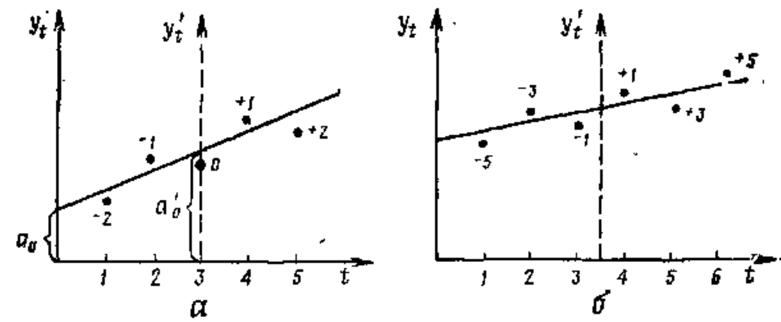


Рис. 5.17. Схема переноса оси ординат:
а — нечетный временной ряд; *б* — четный временной ряд

Процедуру получения коэффициентов уравнений (5.35) и (5.38) можно значительно упростить путем смещения оси ординат в середину временного ряда и применения специальных расчетных таблиц.

При смещении оси ординат производится перенумерация уровней ряда (рис. 5.17).

Если число уровней нечетно, то новая ось ординат проходит через центральный уровень. Уровни слева от середины ряда нумеруются отрицательными числами: —1, —2 и т. д. Уровни справа от новой оси ординат нумеруются числами натурального ряда: 1, 2 и т. д. Если временной ряд имеет четное число уровней (см. рис. 5.17), то левые точки нумеруются: —1, —3, —5 и т. д.; правые: +1, +3, +5 и т. д.

После перенумерации в системах уравнений (5.37) и (5.39) принимают нулевое значение суммы с нечетными степенями: Σt, Σt^3 и др. В этом случае расчет коэффициентов значительно упрощается и производится по формулам:

— для линейного тренда $y_t = a'_0 + a'_1 t_*$;

$$a'_0 = \frac{\sum_t y_t}{n}; \quad a'_1 = \frac{\sum_t y_t t_*}{\sum t_*^2}; \qquad (5.40)$$

— для уравнения параболы $y_t = a_0' + a_1' t_* + a_2' t_*^2$:

$$
\left.
\begin{aligned}
a_2' &= \frac{n \sum_t y_t t_*^2 - \sum_t t_*^2 \sum_t y_t}{n \sum_t t_*^4 - \left(\sum_t t_*^2\right)^2}; \\
a_1' &= \frac{\sum_t y_t t_*}{\sum_t t_*^2}; \\
a_0' &= \frac{\sum_t y_t}{n} - a_2' \frac{\sum_t t_*^2}{n},
\end{aligned}
\right\} \qquad (5.41)
$$

где t_* — номера уровней после переноса оси ординат.

В линейном уравнении тренда коэффициент a_1', рассчитанный по формуле (5.40), будет таким же, как и при решении системы уравнений (5.37) при нечетном ряде, и в два раза меньше — при четном. Коэффициент a_0 в результате переноса оси ординат увеличится, если уровни ряда имеют тенденцию к возрастанию, и уменьшатся при тенденции уровней к снижению. Например, уравнение, полученное в примере 5.8 ($y_t = 94{,}33 + 4{,}14\ t$), при использовании переноса оси ординат будет иметь вид

$$y_t = 108{,}83 + 2{,}07 t_*.$$

Здесь коэффициент a_0 возрос, а коэффициент a_1 уменьшился в два раза.

Пример 5.9. Исходя из условий, приведенных в примере 5.8, найти уравнение параболического тренда и сравнить его по точности с линейным трендом.

Решение. Необходимые данные для подстановки в формулы (5.41) определим с помощью вспомогательной таблицы (табл. 5.19).

Таблица 5.19

y_t, %	$t_ф$	t	t_*	$y_t t_*$	t_*^2	$y_t t_*^2$	t_*^4
100	1975	1	−5	−500	25	2500	625
104	1976	2	−3	−312	9	936	81
105	1977	3	−1	−105	1	105	1
107	1978	4	1	107	1	107	1
115	1979	5	3	345	9	1035	81
122	1980	6	5	610	25	3050	625
653				− 917 +1062 + 145	70	7733	1414

Определим значения коэффициентов с помощью формул (5.41):

$$a_2' = \frac{6 \cdot 7733 - 70 \cdot 653}{6 \cdot 1414 - 70^2} = 0{,}192; \quad a_1' = \frac{145}{70} = 2{,}07;$$

$$a_0' = \frac{653}{6} - 0{,}192\ \frac{70}{6} = 106{,}6.$$

Следовательно, уравнение тренда будет иметь вид

$$y_{t_p} = 106{,}6 + 2{,}07\ t_* + 0{,}192\ t_*^2.$$

Для сравнения расчетных значений с фактическими в полученное уравнение подставим значения t_*, соответствующие определенным фактическим годам. Например, для 1975 г. расчетное значение будет равно

$$y_{1975} = 106{,}6 + 2{,}07\ (-5) + 0{,}192\ (-5)^2 = 101{,}05.$$

Оценку точности уравнений трендов линейного и параболического произведем по остаточному среднему квадратическому отклонению, для получения которого необходимо построить таблицу (табл. 5.20).

Остаточные средние квадратические отклонения равны:

— для линейного тренда:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{30{,}46}{6}} = 2{,}25;$$

— для параболического тренда:

$$\sigma_{y_t} = \sqrt{\frac{8{,}44}{6}} = 1{,}19.$$

Таблица 5.20

y_t, %	$t_ф$	$y_t = 94{,}33 + 4{,}14t$			$y_t = 106{,}6 + 2{,}07t_* + 0{,}192t_*^2$		
		y_{t_p}	$\lvert y_t - y_{t_p} \rvert$	$(y_t - y_{t_p})^2$	y_{t_p}	$\lvert y_t - y_{t_p} \rvert$	$(y_t - y_{t_p})^2$
100	1975	98,47	1,53	2,34	101,05	1,05	1,1
104	1976	102,61	1,39	1,93	102,12	1,88	3,58
105	1977	105,75	1,75	3,06	104,72	0,28	0,08
107	1978	110,89	3,89	15,13	108,86	1,86	3,46
115	1979	115,03	0,03	0	114,54	0,46	0,21
122	1980	119,17	2,83	8,0	121,75	0,25	0,06
653			11,42	30,46		5,78	8,44

Таким образом, ошибка, допускаемая при сглаживании данных, приведенных в примере 5.8, параболическим трендом, почти в два раза ниже, чем при линейном тренде. Более наглядное представление о погрешности, допускаемой при сглаживании временных рядов, дает средняя относительная погрешность

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{\sum_t |y_t - y_{t_p}|}{\sum_t y_t}\ 100\%.$$

Расчет $\bar{\varepsilon}_t$ с помощью данных табл. 5.20 дает следующие результаты:
— для линейного тренда:

$$\bar{\varepsilon}_{tл} = \frac{11,42}{653} \, 100 = 1,75\%;$$

— для параболического тренда:

$$\bar{\varepsilon}_{tп} = \frac{5,78}{653} \, 100 = 0,88\%.$$

Таким образом, погрешность сглаживания данных, приведенных в примере 5.8, параболическим трендом не превышает 1%.

5.3.3. Некоторые особые случаи анализа корреляций и регрессий

В подразд. 5.3.1 и 5.3.2 рассмотрены методы получения и анализа корреляций и регрессий для наиболее характерных, но достаточно простых случаев. Однако в практике экономического анализа возникает потребность в рассмотрении более сложных связей между показателями и факторами. К такого рода особым случаям следует отнести:

— потребность в учете изменения факторов X_1, X_2, ... во времени;

— получение сложных нелинейных зависимостей между показателями и факторами;

— учет большей важности статистических данных за последние годы при получении уравнений трендов.

Если для анализа изменения экономического показателя необходимо получить зависимость от одного или нескольких факторов, которые в силу специфики экономического процесса изменяются во времени, то решение задачи может быть найдено двумя способами.

Сущность первого способа состоит в том, что находится уравнение регрессии $y=f(X_1, X_2, \ldots)$, после чего отыскивается зависимость самих факторов от времени путем построения уравнения временного ряда $x_1=\varphi_1(t)$; $x_2=\varphi_2(t)$; ... . При использовании уравнения $y=f(X_1, X_2, \ldots)$ предварительно необходимо отыскать значение фактора как функцию времени.

Более простым способом учета динамики факторов X_1, X_2, ... в уравнении регрессии является включение в него в качестве самостоятельного фактора времени, т. е. получение зависимости вида $y=f(X_1, X_2, t)$. Для получения коэффициентов уравнений регрессии используются изложенный ранее метод наименьших квадратов и системы нормальных уравнений (5.12).

Если детерминированная основа связи между показателем и факторами имеет вид показательной или степенной функции (5.15) или (5.16), то необходимо предварительно привести их к линейному виду путем логарифмирования. Например, уравнения $y_t = a\, a_1^t$; $y = a\, x^a$ приобретают вид:

$$\lg y_t = \lg a_0 + t \lg a_1; \quad \lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x.$$

Для определения коэффициентов a_0 и a_1 используется система уравнений:

$$n \lg a_0 + \lg a_1 \sum_t t = \sum_t \lg y_t,$$
$$\lg a_0 \sum_t t + \lg a_1 \sum_t t^2 = \sum_t t \lg y_t.$$

При смещении оси ординат логарифмы a_0 и a_1 находятся из достаточно простых выражений:

$$\lg a_0 = \frac{\sum_t \lg y_t}{n}; \quad \lg a_1 = \frac{\sum_t t_* \lg y_t}{\sum t_*^2}.$$

Пример 5.10. Данные об изменении объема производства ремонтного предприятия y_t (в млн. руб.) представлены в табл. 5.21. Найти уравнение, описывающее изменение объема производства по годам, в виде

$$y_t = a_0 a_1^t.$$

Таблица 5.21

t	y_t	t	y_t
1	5	6	47
2	12	7	58
3	17	8	86
4	26	9	112
5	38		

Решение. Данные для получения коэффициентов a_0 и a_1 сведем в таблицу (табл. 5.22).

Таблица 5.22

y_t	t	t_*	t_*^2	$\lg y_t$	$t_* \lg y_t$
5	1	−4	16	0,699	−2,796
12	2	−3	9	1,079	−3,237
17	3	−2	4	1,23	−2,46
26	4	−1	1	1,415	−1,415
38	5	0	0	1,58	0
47	6	1	1	1,67	1,67
68	7	2	4	1,83	3,66
86	8	3	9	1,93	5,79
112	9	4	16	2,05	3,28
			60	13,483	− 9,908 +14,4 + 4,492

Используя данные, приведенные в табл. 5.22, получим:

$$\lg a_0 = \frac{\sum_t \lg Y_t}{n} = \frac{13{,}483}{9} = 1{,}498;$$

$$\lg a_1 = \frac{\sum_t t_* \lg Y_t}{\sum_t t_*^2} = \frac{4{,}492}{60} = 0{,}0749.$$

Следовательно,

$$a_0 = 31{,}5; \quad a_1 = 1{,}12; \quad y_t = 31{,}5 \cdot 1{,}12^t.$$

С помощью аналогичных приемов можно получить нелинейные многофакторные модели. Рассмотрим пример получения зависимости вида $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \ldots$

Пример 5.11. Статистические данные о зависимости себестоимости Y ремонта техники от количества заменяемых деталей X_1, средней массы заменяемой детали X_2 и основной тактико-технической характеристики техники X_3 приведены в табл. 5.23. Найти трехфакторную модель вида $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3}$.

Таблица 5.23

x_1	x_2	x_3	y	x_1	x_2	x_3	y
16	20	4380	1015	56	42	9630	1820
22	28	5345	1149	70	52	11 425	1626
32	40	6870	1340	80	60	12 855	1998
22	28	4780	1085	63	32	9600	1765
32	40	6065	1280	80	40	10 970	1995
45	56	7820	1525	100	50	13 100	2290
40	30	8400	1348	90	44	10 130	1942
50	38	10 200	1635	112	56	12 200	2280
63	46	11 700	1810	140	68	14 100	2560

Решение. Уравнение $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} x_3^{a_3}$ преобразуем к линейному виду:

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x_1 + a_2 \lg x_2 + a_3 \lg x_3.$$

Сделав замену переменных, получаем

$$y' = a_0' + a_1 x_1' + a_2 x_2' + a_3 x_3'.$$

Найдя численные значения коэффициентов, получаем

$$y = 173{,}5 x_1^{0{,}426} x_2^{-0{,}097} x_3^{0{,}1}.$$

Большой класс экономических показателей (например, трудоемкость изготовления изделий) изменяется во времени по гиперболе вида

$$y_t = a_0 + \frac{a_1}{t}.$$

Для нахождения такой зависимости необходимо сделать замену переменной: $t' = \frac{1}{t}$. Тогда уравнение примет вид линейной зависимости $y_t = a_0 + a_1 t'$, коэффициенты которого отыскиваются с помощью системы уравнений (5.37).

Метод регрессионного анализа позволяет получать аналитические зависимости и исследовать влияние различных факторов на численное значение показателя для экономических систем различного уровня.

Рассмотрим пример получения регрессионной модели в масштабе народного хозяйства страны.

Пример 5.12. Используя данные, приведенные в статистических сборниках, найти аналитическую зависимость одного из показателей экономического потенциала страны — произведенного национального дохода — Y от ввода основных производственных фондов — X_1 и численности рабочих и служащих — X_2. Численные значения показателя Y (в индексах по отношению к 1922 г.), X_1 (в млрд. руб.) и X_2 (в млн. чел.) приведены в табл. 5.24.

Таблица 5.24

Год	x_1	x_2	y	Год	x_1	x_2	y
1922	0,24	6,2	1,0	1976	107,1	104,2	138,9
1940	5,9	33,9	11,0	1977	110,5	106,4	145,4
1960	38,0	62,0	50,0	1978	120,1	108,6	152,0
1965	51,4	76,9	68,0	1979	120,1	110,6	155,9
1970	76,4	90,2	99,0	1980	132,0	112,5	162,0
1975	105,6	102,2	131,0	1981	132,6	114,0	167,0

Решение. Для нахождения линейной двухфакторной модели вида $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ используем систему уравнений (5.12). Для практических расчетов проведем смещение осей абсцисс на величину, близкую к начальным значениям: фактора X_1 на 0,2 млрд. руб., X_2 — на 6 млн. чел. Исходные данные для подстановки в систему уравнений (5.12) сведены в табл. 5.25.

Таблица 5.25

y_i	$x_{1i}-0{,}2$	$x_{2i}-6$	$(x_{1i}-0{,}2)^2$	$(x_{2i}-6)^2$	$(x_{1i}-0{,}2)\times(x_{2i}-6)$	$y_i(x_{1i}-0{,}2)$	$y_i(x_{2i}-6)$
1,0	0,04	0,2	0,0016	0,04	0,008	0,04	0,2
11,0	5,7	27,9	32,49	778,4	159,03	62,7	306,9
50,0	37,8	56,0	1428,8	3136,0	2116,8	1890,0	2800,0
68,0	51,2	70,9	2621,4	5026,8	3630,1	3481,6	4821,2
99,0	76,2	84,2	5806,4	7089,6	6416,04	7543,8	8335,8
131,0	105,4	96,2	11 109,2	9254,4	10 139,5	13 807,4	12 602,2
138,9	106,9	98,2	11 236,0	9643,2	10 409,2	14 723,4	13 639,98
145,4	110,3	100,4	12 254,5	10 060,1	11 103,2	16 095,8	14 583,62
152,0	119,9	102,6	14 448,0	10 465,3	12 296,5	18 270,4	15 549,6
155,9	119,9	104,6	14 448,0	10 899,9	12 548,9	18 739,2	16 276,0
162,0	131,8	106,5	17 371,2	11 342,3	14 036,7	21 351,6	17 253,0
167,0	132,4	108,0	17 529,8	11 664,0	14 299,2	22 110,8	18 036,0
1281,2	997,64	955,1	108 285,9	89 359,57	97 155,09	138 076,7	124 204,46

Подставив данные, приведенные в табл. 5.25, в систему уравнений (5.12), получим:

$$a_0 12 + a_1 997{,}64 + a_2 955{,}1 = 1281{,}2;$$
$$a_0 997{,}64 + a_1 108\,285{,}9 + a_2 97\,155{,}09 = 138\,076{,}7;$$
$$a_0 955{,}1 + a_1 97\,155{,}09 + a_2 89\,359{,}57 = 124\,204{,}46.$$

Решив полученную систему уравнений, устанавливаем, что $a_0=0{,}266$; $a_1=1{,}148$; $a_2=0{,}139$. Тогда, учитывая смещение значений факторов X_1 и X_2 соответственно на 0,2 и 6,0, получим уравнение регрессии:

$$y = 0{,}266 + 1{,}148\,(x_1 - 0{,}2) + 0{,}139\,(x_2 - 6).$$

Для проверки уравнения подставим значения X_1 и X_2 для 1978 г. из табл. 5.27 и рассчитаем значение Y:

$$y = 0{,}266 + 1{,}148\,(129{,}4 - 0{,}2) + 0{,}139\,(108{,}3 - 6) = 152{,}47.$$

Фактическое значение индекса национального дохода в 1978 г. составило 152,0. Анализ статистических данных, приведенных в табл. 5.24 по стандартной программе на микроЭВМ Д3-28, показал, что корреляционное отношение полученного уравнения составляет 0,999. Это свидетельствует о высоком соответствии аналитического выражения реальной связи между показателем Y и выбранными факторами X_1 и X_2.

Методы, изложенные в данной главе, находят широкое применение при проведении экономического анализа для выявления факторов, влияющих на величину экономических показателей, получения зависимостей между этими показателями и факторами, определяющими их величину. Для сокращения времени на проведение расчетов и анализа можно использовать расчетные таблицы (см. табл. 5.4 и формы таблиц на с. 131), а при наличии ЭВМ — специальные стандартные программы. Методы прогнозирования экономических показателей с использованием корреляционного и регрессионного анализа рассмотрены в гл. 6.

Глава 6

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ, И МЕТОДЫ ИХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

6.1. Общая характеристика и свойства экономических показателей

Как показано в гл. 2, всякая деятельность, направленная на достижение поставленной цели, требует времени и определенных объемов разнородных ресурсов. При анализе выполненного мероприятия и при планировании будущих действий оценивается триада показателей: эффект (результат) — затраты ресурсов (стоимость) — время (продолжительность). Методы оценки первой составляющей триады (эффекта) рассмотрены в гл. 3.

Если показатели достигнутого или планируемого эффекта отражают целевое предназначение мероприятия, то показатели затрат и времени характеризуют мероприятие с экономической стороны и поэтому именуются экономическими. Все три показателя связаны между собой. Уровень поставленной задачи определяет номенклатуру и объем потребляемых ресурсов. Темп потребления необходимых для достижения цели ресурсов определяет продолжительность мероприятия. Так, танкодромы учебных центров позволяют решать различные объемы учебно-боевых задач. Для их создания требуется соответственно различное количество материальных и трудовых ресурсов. В зависимости от темпов строительства, поставок материалов и необходимого оборудования сроки создания танкодромов могут значительно отличаться.

Под показателем затрат понимается количественно определенная величина, характеризующая потребленные или подлежащие потреблению материальные, трудовые и финансовые ресурсы, объем которых определен поставленной целью.

В ряде случаев объем потребляемых ресурсов измеряется натуральными показателями. Например, для строительства огневого городка требуется определенное количество кирпича, досок, гвоздей и т. д. Однако более удобным измерителем является стоимостной показатель, позволяющий свести к единому эквиваленту потребление различного количества разнородных ресурсов.

Важной особенностью показателей затрат в военно-экономическом анализе является формирование их величины по целевому признаку вне зависимости от источника удовлетворения потребности в материальных и денежных средствах. Например, при прогнозировании расходов на проведение учений должны учитываться все виды расходов денежных средств и материальных ресурсов вне зависимости от источника их получения. Сюда должны входить расходы, связанные с износом вооружения, оплачиваемого центральными управлениями, стоимость горючего и смазочных материалов, оплачиваемых централизованно, возмещение населению и организациям убытков, связанных с проведением учений.

Показатели, используемые при военно-экономическом анализе, классифицируются по различным признакам.

1. По положению показателей относительно анализируемого мероприятия они делятся на априорные (от латинского *apriori* — из предшествующего, до опыта) и апостериорные (от латинского *aposteriori* — из последующего, после опыта). Если мероприятие совершено, то производится оценка фактической стоимости и продолжительности проведения мероприятия, т. е. находится апостериорная оценка. Для получения апостериорных оценок необходима система учета и информации о фактических расходах денежных средств.

Примеры апостериорных показателей: фактические расходы по статьям сметы Министерства обороны, фактическая стоимость строящихся объектов в сметных ценах, стоимость образца вооружения, запущенного в серийное производство, и т. п.

Если мероприятие планируется, то производится прогнозирование показателей стоимости и продолжительности его осуществления с целью получения априорых оценок. Для получения прогнозных (априорных) оценок показателей необходима система информации о фактических затратах и продолжительности ранее проведенных аналогичных мероприятий и работ. Кроме того, необходимо использовать специальные методы прогнозирования. Примеры априорных оценок: смета на строительство жилого дома, проектная стоимость производства образца вооружения, смета расходов на проведение полкового учения и др.

Получение апостериорных показателей называется оценкой, априорных показателей — прогнозированием.

2. По содержанию показатели могут быть первичными, т. е. содержащимися в учетных и отчетных документах, и производными, т. е. представляющими собой комбинацию первичных показателей и имеющими целевую направленность для оценки планируемого или проведенного мероприятия.

Например, показатель затрат на проведение войскового учения учитывает стоимость боеприпасов, расхода ресурса участвующих в учении боевых средств, израсходованных горючего и смазочных материалов.

3. По масштабу проводимого мероприятия показатели могут характеризовать уровень их оценки. Например, учение может быть батальонным, полковым и т. д. Соответственно показатели отражают масштаб мероприятия и именуются: стоимость батальонного учения, стоимость полкового учения и т. д.

Экономические показатели обладают свойствами, которые необходимо учитывать при прогнозировании. Первым, наиболее важным свойством экономических показателей является их вероятностный характер. Это свойство обусловлено тем, что сами по себе показатели лишь отражают существо экономических процессов, на ход которых оказывает влияние большое количество случайностей. Например, на ход полкового учения с боевой стрельбой, а следовательно, и на его стоимость оказывают влияние географические и погодные условия, действия группы имитации противника и посредников и т. д.

Второе важное свойство экономических показателей состоит в том, что они, отражая экономические процессы, носят инерционный характер. Инерционность в экономике зависит от объективных и субъективных факторов. Объективный фактор проявляет себя в отставании получаемого результата от моментов вложения ресурсов в интересах достижения поставленной цели. Субъективный фактор проявляется в инерционности мышления специалистов.

Третьим важным свойством экономических показателей является их зависимость от большого количества факторов. Учесть все факторы не всегда удается, и экономические показатели прогнозируются, как правило, в зависимости от одного, двух, реже нескольких основных факторов. Влияние других, менее значимых факторов учитывается с помощью системы коэффициентов или проявляется как случайная компонента.

Перечисленные свойства экономических показателей позволяют использовать для их прогнозирования различные методы, выбор которых зависит от объекта анализа, объема статистических данных и других условий.

6.2. Временные показатели военно-экономического анализа и методы их оценки

6.2.1. Фактор времени и формы его проявления

Фактор времени в военно-экономической деятельности играет важную роль и проявления его многообразны.

К. Маркс писал: «Всякая экономия в конечном счете сводится к экономии времени... Стало быть, экономия времени, равно как и планомерное распределение рабочего времени по различным отраслям производства, остается первым экономическим законом на основе коллективного производства»[1].

На необходимость учета фактора времени указывалось в решениях XXVI и XXVII съездов КПСС и в ряде других партийных документов. В ходе научно-технической революции роль фактора времени постоянно увеличивается. В условиях, когда, например, полетное время межконтинентальных ракет противника составляет 25—30 мин, а скорость полета боевых самолетов является сверхзвуковой, требования к боевой готовности войск возрастают.

Характеристики современных средств вооруженной борьбы накладывают свой отпечаток и на военно-экономическую деятельность. Принцип «лучше поздно, чем никогда» все настоятельнее заменяется принципом «или своевременно, или нецелесообразно».

Одно из проявлений фактора времени в экономике состоит в длительности действия внутриэкономических связей. В частности, модернизация, техническое перевооружение и реконструкция основных фондов происходят в течение ряда лет. Медленно происходит изменение структуры потребления людей и производства. Достаточно велики сроки реализации новых научных идей.

Все это порождает определенную инерционность в протекании экономических процессов.

Степень инерционности процессов и соответствующих им показателей зависит от уровня осуществляемого мероприятия в общей иерархии системы. Чем выше уровень, на котором находится мероприятие, тем устойчивее характеризующие его показатели. Для иллюстрации рассмотрим расходы на политико-просветительную работу в воинской части, соединении и округе (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Уровень	Расходы по годам, тыс. руб.				Показатели колеблемости		
	1982	1983	1984	1985	$\bar{x}$	σ_x	K_v
Воинская часть	1,0	0,9	0,92	1,1	0,98	0,08	0,08
Соединение	5,3	5,2	5,4	5,9	5,45	0,27	0,05
Округ	105,6	102,6	110,9	105,7	106,2	3,0	0,028

Из табл. 6.1 видно, что коэффициент вариации K_v, определенный по формуле (4.9), уменьшается по мере повышения уровня оцениваемого показателя. Такое явление объясняется

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 46, ч. 1, с. 117.

взаимной компенсацией показателей низшего уровня, входящих в показатель более высокого уровня.

Следовательно, при прогнозировании более устойчивые показатели позволят получать более точные прогнозы, что имеет важное значение для повышения уровня обоснованности плановых показателей.

Важную роль играет фактор времени при долгосрочном планировании. Создание сложных систем требует расхода материальных и денежных средств в течение ряда лет. При этом может быть несколько вариантов создания, отличающихся друг от друга характером вложения средств по времени. Один вариант может предполагать значительные вложения средств в начальный период, другой — равномерно, третий — расходование основной части средств в конце и т. д. Для сравнения вариантов необходима количественная «мера отвлечения» средств при осуществлении долгосрочных программ. Расширение горизонтов планирования и прогнозирования до 10—15 лет сделало еще более актуальными слова К. Маркса о том, что «общество наперед должно рассчитать, сколько труда, средств производства и жизненных средств оно может без всякого ущерба тратить на такие отрасли производства, которые, как, например, постройка железных дорог, сравнительно длительное время, год или более, не доставляют ни средств производства, ни жизненных средств и вообще в течение этого времени не дают какого-либо полезного эффекта, но, конечно, отнимают от всего годового производства и труд, и средства производства, и жизненные средства»[1].

Поскольку государство в целом и Министерство обороны в частности выступают в роли инвестора и авансируют ресурсы для создания и реконструкции объектов, то необходимо определять, в каком порядке должны производиться и возмещаться затраты, обосновывать меру «замораживания» средств, что в конечном счете эквивалентно привлечению дополнительных средств и наоборот. Здесь фактор времени проявляется в полной мере.

При оценке сравнительной эффективности вариантов капитальных вложений необходимо устранить влияние разновременности использования материальных и финансовых ресурсов. Фактор времени должен проявиться не в «откладывании» плановых затрат на последние периоды освоения средств, а в обоснованном их распределении по этапам освоения. Для этого варианты капитальных вложений, обеспечивающие один и тот же конечный эффект, но отличающиеся сроками осуществления вложений, должны быть приведены к единому моменту времени.

Приведение разновременных затрат к одному моменту времени осуществляется с помощью норматива приведения $E_{н.п}$,

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 24, с. 354.

косвенно отражающего эффективность капитальных вложений. В настоящее время величина $E_{н.п}$ принята равной 0,1.

Экономическое содержание и сущность норматива приведения аналогичны проценту по долгосрочному кредиту, который мог быть начислен на отвлекаемые (временно «замороженные») средства. Величина $E_{н.п}$ должна быть близка к величине норматива платы за фонды, которая представляет собой процент, отчисляемый от основных производственных фондов и нормируемых оборотных средств.

Для приведения разновременных затрат к одному моменту времени (дисконтирования) необходимо показатель затрат определенного года C_t умножить на коэффициент α_t, называемый коэффициентом дисконтирования. Он определяется по формуле

$$\alpha_t = (1 + E_{н.п})^{\Delta t}, \qquad (6.1)$$

где $E_{н.п}$ — норматив приведения (норма дисконта), $E_{н.п} = 0{,}1$;
Δt — число лет, отделяющее начало расчетного года $t_р$ от года, в котором осуществляются расходы ресурсов t, т. е.

$$\Delta t = t_р - t - 1.$$

Тогда если плановый расход средств в t-м году равен C_t, то дисконтированный показатель $C_t^{(t)}$ будет определяться из соотношения $C_t^{(t)} = C_t \alpha_t$. Для определения суммарных за ряд лет и приведенных к расчетному году затрат используется формула

$$C_\Sigma^{(t)} = \sum_{t=1}^{n} C_t \alpha_t. \qquad (6.2)$$

Пример 6.1. Рассматриваются два варианта переоборудования сооружений учебного центра. Затраты по каждому варианту представлены в табл. 6.2. Сравнить варианты по величине приведенных суммарных затрат.

Таблица 6.2

Вариант	Расходы по годам, тыс. руб.							Сумма
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	
I	10	10	2	2	2	2	2	30
II	7	8	3	3	3	4	4	32

Решение. В качестве расчетного года примем четвертый ($t_р = 4$). Тогда суммарная приведенная стоимость первого варианта по формуле (6.2) будет равна

$$C_{\Sigma_I}^{(t)} = 10\,(1 + 0{,}1)^{4-1-1} + 10 \cdot 1{,}1^1 + 2 \cdot 1{,}1^0 + 2 \cdot 1{,}1^{-1} + 2 \cdot 1{,}1^{-2} +$$
$$+ 2 \cdot 1{,}1^{-3} + 2 \cdot 1{,}1^{-4} = 31{,}4 \text{ тыс. руб.}$$

Для второго варианта

$$C_{\Sigma_{II}}^{(t)} = 7 \cdot 1{,}1^2 + 8 \cdot 1{,}1 + 3 + 3 \cdot 1{,}1^{-1} + 3 \cdot 1{,}1^{-2} + 4 \cdot 1{,}1^{-3} + 4 \cdot 1{,}1^{-4} =$$
$$= 31{,}2 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, по абсолютной величине суммарных затрат имеет предпочтение первый вариант (30<32). Однако с учетом характера распределения затрат по годам планового периода предпочтение следует отдать второму варианту (31,2<31,4).

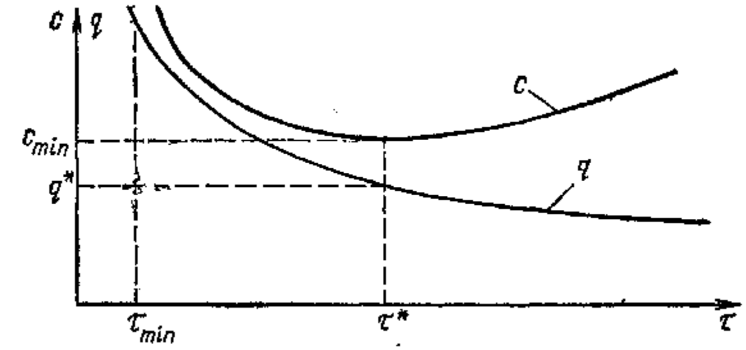


Рис. 6.1. Связь между стоимостью C, интенсивностью потребления ресурсов q и продолжительностью мероприятия τ

Действительно, второй вариант позволяет в первом году высвободить по сравнению с первым вариантом 10—7=3 тыс. руб. К началу второго года они дадут определенный экономический эффект, если их использовать для решения других народнохозяйственных задач. При норме эффективности 10% освобожденная сумма будет составлять 3+0,1·3=3,3 тыс. руб. Во втором году высвободится еще 10—8=2 тыс. руб., кроме того, используется ранее высвобожденная сумма 3,3 тыс. руб.

В последующие годы, напротив, второй вариант потребует больших затрат, но в конечном итоге он оказывается предпочтительнее первого.

Фактор времени оказывает влияние не только на решение вопросов инвестиционной политики. Он используется также при анализе продолжительности выполнения отдельных работ и мероприятий. К. Маркс отмечал, что «железная дорога, дома и т. д. строятся относительно быстрее, если работа начинается и проводится одновременно во многих местах и многими рабочими. Вследствие *пространственного* расширения масштаба производства, которое является также расширением *одновременности* работ, сокращается время ..., продолжительность процесса труда, необходимого для изготовления определенного продукта» [1].

Графически связь между стоимостью C, интенсивностью потребления ресурсов q и продолжительностью выполняемого мероприятия τ имеет вид, представленный на рис. 6.1.

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 49. с. 322.

Существует минимально необходимое время выполнения любой работы. Поэтому, как бы ни увеличивалось число исполнителей и механизмов, работу выполнить быстрее, чем за τ_{min}, невозможно. Перенасыщение фронта работ ресурсами до предела может привести лишь к удорожанию работ. При уменьшении интенсивности насыщения ресурсами время выполнения работ увеличивается, но стоимость уменьшается вследствие более рационального и полного использования ресурсов. Однако при малой интенсивности выделения ресурсов стоимость снова начинает возрастать из-за растягивания сроков выполнения работ и появления непроизводительных потерь.

Следовательно, имеется некоторое оптимальное время τ^*, при котором стоимость будет минимальной и интенсивность насыщения ресурсами рациональной. Например, если для переоборудования сооружений учебного центра работы производить с помощью «авралов», сопровождающихся перенасыщением фронта работ людскими ресурсами, то это приведет к уменьшению сроков переоборудования, но будут большие непроизводительные потери. Напротив, при выделении материальных и людских ресурсов малыми объемами возникнут непроизводительные потери из-за увеличения сроков и вызванных этим переделок, дополнительных расходов на содержание охраны и т. п.

Важной формой проявления фактора времени является его влияние на стоимостные показатели выполняемых работ. Это влияние выражается в постоянном росте производительности труда за счет внедрения новой техники и технологии, совершенствования организации производства, роста профессионального мастерства работников и других факторов. Для учета фактора времени, аккумулирующего влияние перечисленных факторов, следует использовать формулу

$$K_t = (1 + 0{,}01\alpha)^{\Delta t}, \tag{6.3}$$

где K_t — коэффициент, на который следует умножить стоимостные показатели базового года $t_б$ для получения показателя в любом последующем t-м году;

α — планируемое или фактическое снижение стоимостного показателя вследствие роста производительности труда, %;

Δt — количество лет, отделяющих базовый год $t_б$ от последующих лет t.

Пример 6.2. Себестоимость изготовления двигателя в первом году производства ($t_б = 1$) составила $C_1 = 120$ тыс. руб., планируемое снижение себестоимости в год $\alpha = 10\%$. Определить себестоимость двигателя во втором и третьем годах производства.

Решение. Для второго года определим коэффициент K_t по формуле (6.3):

$$K_2 = (1 + 0{,}01\cdot 10)^{1-2} \approx 0{,}909,$$

а себестоимость будет равна

$$C_2 = C_1K_2 = 120\cdot 0{,}909 = 109{,}09 \text{ тыс. руб.}$$

Для третьего года

$$K_3 = (1 + 0{,}01\cdot 10)^{1-3} = 0{,}826,$$

а себестоимость

$$C_3 = C_1K_3 = 120\cdot 0{,}826 = 99{,}17 \text{ тыс. руб.}$$

Величина α определяется путем обработки статистических данных об изменении стоимостных показателей для аналогичных объектов и изделий или задается директивно. Коэффициент K_t наиболее широко используется для анализа динамики себестоимости изготовления элементов военной техники.

6.2.2. Методы оценки временных показателей мероприятия

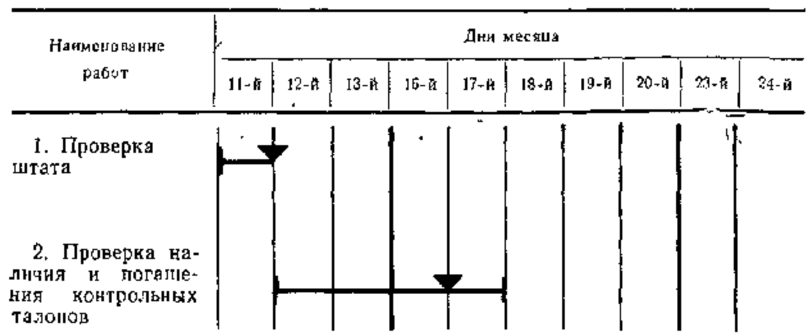
Проводимые в войсках и производственных предприятиях мероприятия характеризуются:

— большим количеством и разнохарактерностью выполняемых работ;

— сложностью и технологической взаимосвязью ряда работ;

— возможностью выполнять некоторые работы независимо друг от друга в одно и то же время.

Таблица 6.3



Эти особенности требуют разработки и применения специальных методов, позволяющих на этапе планирования выбирать оптимальные способы достижения цели, а в процессе организации исполнения планов контролировать соответствие фактического хода работ запланированному.

Простейшим способом планирования работ является составление линейных календарных графиков (ленточных диаграмм). В календарном графике приводится перечень выполняемых работ, указываются длительности выполнения каждой работы и фиксируется фактическое состояние дел (▼). В табл. 6.3 приведен фрагмент календарного графика проведения ревизии финансово-хозяйственной деятельности воинской части.

Отметка на графике ▼ позволяет судить о степени выполнения плана. Календарный график позволяет наглядно изобразить состояние небольшого количества работ. Однако при большом количестве взаимосвязанных работ становится трудным их отражение. Это, в свою очередь, затрудняет контроль за ходом исполнения работ, не позволяет выявить слабые звенья в комплексе работ.

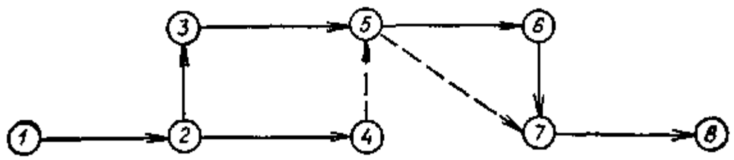


Рис. 6.2. Сетевой график выполнения комплекса работ (фрагмент)

Общепризнано, что наиболее удачным методом отображения комплекса работ является построение сетевых графиков. Метод сетевого планирования сложных комплексов работ был разработан около 30 лет назад. Свое название «сетевое» он получил за то, что внешне сетевой график напоминает сеть.

Системой сетевого планирования и управления (СПУ) называется система, реализующая функции планирования и управления комплексом работ на основе построения, анализа, оптимизации и обновления сетевых моделей. Планирование комплексов работ должно проводиться с учетом:

— предполагаемого расхода материальных, трудовых и финансовых ресурсов на каждую работу в отдельности и комплекс работ в целом;

— установленных сроков выполнения отдельных работ и комплекса работ в целом.

Учет показателей расхода ресурсов для выполнения каждой работы позволяет:

— оценивать длительность выполнения комплекса работ;

— определять суммарную потребность в ресурсах и характер их распределения по времени выполнения комплекса работ;

— оптимально распределять ресурсы между отдельными работами, если суммарный объем их задан заранее.

Рассмотрим основные понятия сетевого планирования. В основе системы сетевого планирования и управления лежит сетевая модель, обязательным элементом которой является сетевой график. Сетевой график — это графическое изображение комплекса работ в виде стрелок и кружков (рис. 6.2). На сетевом графике в определенной последовательности показаны работы от исходного состояния (кружок 1) до полного завершения всего комплекса работ (кружок 8).

Основные понятия сетевого графика: работа, событие, путь. **Работа** — это четко очерченный этап трудового процесса, требующий затрат времени и ресурсов. В тех случаях, когда затрат ресурсов не требуется, происходит «ожидание», т. е. процесс требует только времени. Например, обеденный перерыв, твердение бетона, остывание металла и т. д.

Степень детализации всего процесса на отдельные работы зависит от его масштаба, задач анализа, характера потребляемых ресурсов. Например, при составлении сетевого графика ревизии финансово-хозяйственной деятельности воинской части в качестве элементарных работ могут быть приняты проверка наличия контрольных талонов и их погашения, составление акта ревизии и т. п. При составлении графика ревизии финансово-хозяйственной деятельности войск военного округа в качестве элементарных работ могут быть приняты проверки финансово-хозяйственной деятельности воинских частей в целом.

При определении продолжительности отдельных работ используется аппарат математической статистики. Обычно определяются продолжительность каждой работы $\tau_{ож}$ и среднее квадратическое отклонение σ_τ по каждой из них.

Для определения ожидаемой продолжительности работы берут три ее оценки: продолжительность работы минимальную τ_{min}, максимальную τ_{max} и наиболее вероятную $\tau_{н.в}$. Величина $\tau_{ож}$ рассчитывается по формуле

$$\tau_{ож} = \frac{\tau_{min} + 4\tau_{н.в} + \tau_{max}}{6}. \tag{6.4}$$

Если оценка $\tau_{н.в}$ неизвестна, то используется формула

$$\tau_{ож} = \frac{3\tau_{min} + 2\tau_{max}}{5}. \tag{6.5}$$

Значения τ_{min}, $\tau_{н.в}$ и τ_{max} обычно берутся на основе обработки статистических данных о ранее проводимых аналогичных работах или рассчитываются путем проведения экспертного опроса (см. подразд. 6.6).

Величина среднего квадратического отклонения определяется путем использования правила трех сигм (см. подразд. 3.3.4):

$$\sigma_\tau = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{6}. \tag{6.6}$$

Для определения продолжительности отдельных работ можно также использовать нормативы трудовых затрат, если они имеются.

В некоторых случаях под работой понимается логическая связь между двумя или более событиями. Такую работу условно именуют фиктивной. Она не требует ни времени, ни ресурсов. Например, укладка бетона может быть начата только после завершения установки опалубки.

Под **событием** в сетевом планировании понимается факт получения непосредственного или конечного результата и фиксации начала определенных работ. Событие не имеет длительности, не является процессом и не требует затрат ресурсов. Пример обозначения работ и событий показан на рис. 6.3.

Любая работа соединяет только два события. Событие, из которого стрелка, обозначающая работу, выходит, называется начальным. Самое первое начальное событие называется исходным. Самое последнее событие в сетевом графике называется завершающим или конечным.

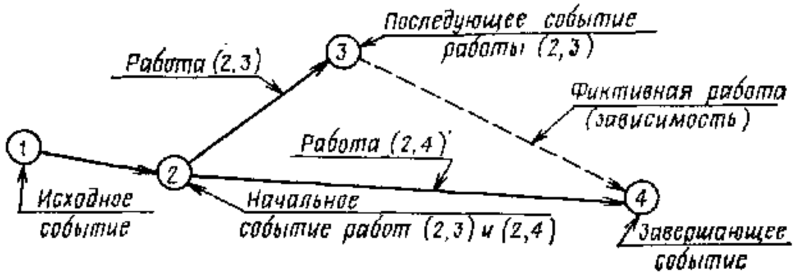


Рис. 6.3. Фрагмент сетевого графика

В одно и то же событие может входить несколько работ и несколько выходить из него.

Любая последовательность работ сетевого графика, в которой чередуются начальные и конечные события, называется **путем**. Например, на сетевом графике проведения ревизии (см. рис. 6.2) имеется четыре пути: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8; 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; 1, 2, 3, 5, 7, 8; 1, 2, 4, 5, 7, 8.

Каждой работе, лежащей на пути, присваивается **ранг**. Работам, которые не следуют за другими работами (начальные работы), присваивается первый ранг. Второй ранг присваивается работам, опирающимся на работы первого ранга, третий — опирающимся на работы второго ранга и т. д. Если какая-то работа опирается на работы нескольких рангов, то определяется максимальный ранг опорных работ и данной работе присваивается ранг, на единицу больший.

Существует определенная последовательность разработки сетевого графика. После того как определен перечень работ, составляется структурная таблица с указанием условных обозначений (a_1, a_2 и т. д.), последовательности и продолжительности выполнения каждой из этих работ. Например, работы, входящие в состав ревизии правильности выплаты денежного довольствия военнослужащим, могут быть сведены в следующую структурную таблицу (табл. 6.4).

Таблица 6.4

№ п/п	Наименование работы	Условное обозначение: выполняемой работы	Условное обозначение: работы, на которую опирается выполняемая работа	Продолжительность работы, (в днях)	Ранг работы
1	2	3	4	5	6
1	Проверка полноты внесения в штат и штатные расписания изменений и дополнений согласно директивам и указаниям вышестоящих штабов	a_1	—	0,2	1-й
2	Сопоставление фактической численности личного состава и наименований должностей в основных раздаточных ведомостях, по которым выплачено денежное довольствие за последний месяц ревизуемого периода, с численностью и наименованиями должностей, предусмотренных штатом и штатными расписаниями	a_2	a_1	0,5	2-й
3	Ознакомление с приказами командира части и выписками из приказов вышестоящего командования о назначении на должности, присвоении воинских званий, классной квалификации, об увольнении и других изменениях за весь ревизуемый период	a_3	a_1	0,4	2-й
4	Сопоставление контрольных раздаточных ведомостей со штатом, штатными расписаниями части, с Книгой учета военнослужащих	a_4	a_1	1,5	2-й
5	Встречные проверки денежных документов и документов других служб и организаций	a_5	a_1	0,5	2-й
6	Установление достоверности указанных в контрольных раздаточных ведомостях наименований должностей, фамилий, воинских званий должностных лиц, правильности определения их выслуги лет, размеров процентной надбавки за выслугу лет, окладов по воинскому званию и должности, а также проверка правильности произведенных удержаний	a_6	a_3, a_4	4,6	3-й
7	Проверка основных и дополнительных раздаточных ведомостей за весь ревизуемый период (кроме последнего месяца)	a_7	—	4,6	1-й
8	Составление акта ревизии	a_8	a_2, a_5, a_6, a_7	0,1	4-й

В графе 3 индексация отдельных работ носит предварительный характер и может быть произвольной. Графа 4 заполняется специалистом по организации выполнения комплекса работ. Установление перечня работ, на которые опирается данная работа, имеет решающее значение для установления рангов и для последующего составления сетевого графика.

Рис. 6.4. Изображение контура, образованного работами

При разработке сетевого графика следует иметь в виду, что стрелки, обозначающие работы, вычерчиваются без масштаба. Расположение их должно соответствовать последовательности выполнения отдельных работ. Начало стрелки показывает, с какого события данная работа начинается, а конец — каким событием заканчивается. Поэтому любая работа обозначается номерами двух событий. Например, если работа выходит из события (1), а входит в событие (3), то она обозначается шифром (1, 3).

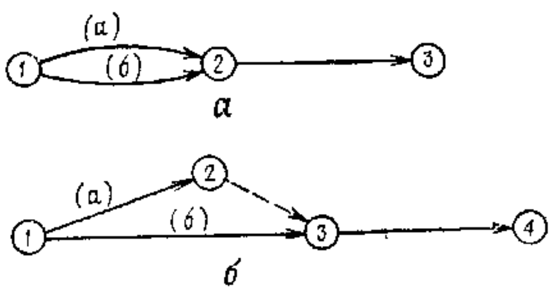


Рис. 6.5. Изображение параллельных работ

Направление стрелок в сетевом графике следует изображать слева направо. При этом в сетевом графике не должно быть замкнутых циклов (рис. 6.4, *а*).

В случаях когда одно событие служит началом двух и более работ, которые в дальнейшем заканчиваются также одним событием (рис. 6.5), следует выбрать такую форму изображения работ, которая могла бы наглядно демонстрировать факт независимости параллельно идущих работ. Для этого вводятся фиктивная работа (зависимость) и дополнительное событие со своим номером (рис. 6.5, *б*).

Работы, входящие в каждое последующее событие, имеют различную продолжительность. В связи с этим событие считается свершившимся только тогда, когда будет завершена наиболее поздняя работа. На графике продолжительность каждой работы обычно пишется над стрелкой или под ней.

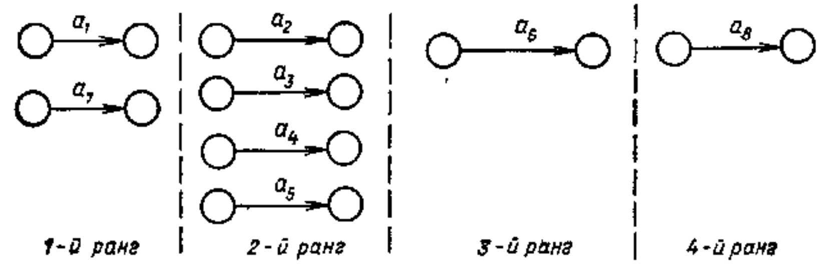


Рис. 6.6. Первый этап построения сетевого графика

Продолжительность пути определяется суммой продолжительностей лежащих на нем работ. Фиктивные работы рассматриваются как работы нулевой продолжительности. Полный путь — это путь от исходного события до завершающего. Полный путь, имеющий наибольшую продолжительность, называется критическим. Все работы, лежащие на критическом пути, называются критическими. Сокращение или увеличение продолжительности выполнения критических работ приводит к изменению длительности выполнения всего комплекса работ. Следовательно, критические работы являются «узкими местами» и требуют особенно тщательного контроля. Для сокращения критического пути и длительности выполнения всего комплекса нужно уменьшать продолжительность только тех работ, которые лежат на критическом пути. Длительность выполнения других работ можно замедлить, а ресурсы с них перебросить на другие, особенно критические работы. При этом может появиться новый критический путь.

Пользуясь данными, приведенными в табл. 6.4, составим сетевой график проведения ревизии расходов денежных средств на выплату денежного довольствия военнослужащим. На первом этапе (рис. 6.6) работы располагаются по рангам в логической последовательности.

На втором этапе (рис. 6.7) работы соединяются между собой в соответствии с их опорностью (графа 4 табл. 6.4).

На третьем этапе (рис. 6.8) строится собственно сетевой график. Для этого, если несколько работ начинаются после одного события, их начала объединяются в одно событие (например, начала работ a_2, a_3, a_4 и a_5 объединяются в одно событие и совмещаются с концом работы a_1; начала работ a_1 и a_7 также объединяются). Если две или более работы предшествуют одной, то окончание одной из них объединяется с началом этой работы и фиксируется событием, а остальные соединяются зависимостями (например, окончание работы a_4 объеди-

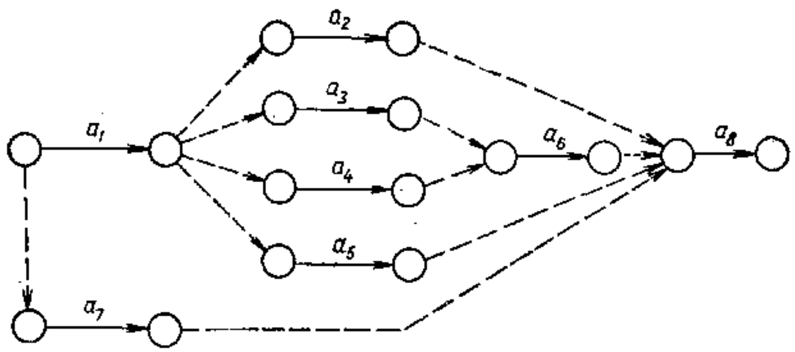


Рис. 6.7. Второй этап построения сетевого графика

няется с началом работы a_6, а работа a_3 соединяется с началом работы a_6 фиктивной работой).

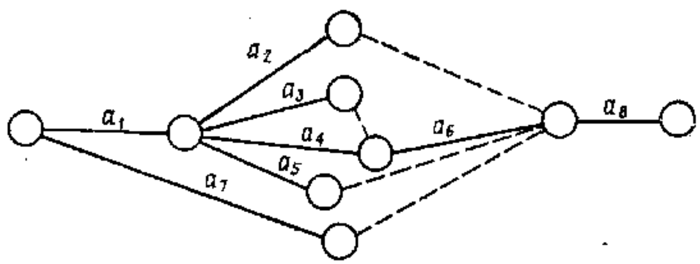


Рис. 6.8. Третий этап построения сетевого графика

На четвертом этапе (рис. 6.9) производится нумерация событий и над стрелками проставляется продолжительность каждой работы.

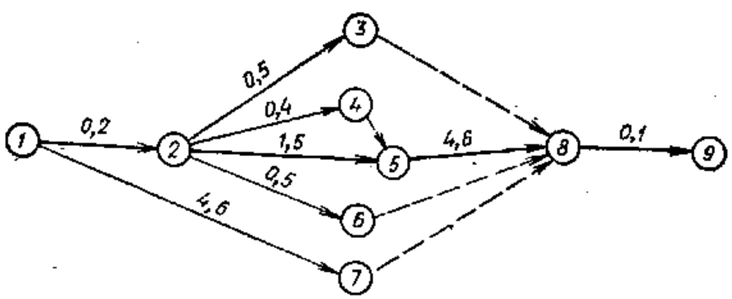


Рис. 6.9. Четвертый этап построения сетевого графика

Построенный сетевой график позволяет найти длительности всех путей и выявить критический путь. Для графика, приведенного на рис. 6.9, пути и их длительности представлены в табл. 6.5.

Таблица 6.5

№ пути	Обозначение пути	Расчет длины пути	Длительность пути
1	(1, 2), (2, 3), (3, 8), (8, 9)	0,2+0,5+0+0,1	0,8
2	(1, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 8), (8, 9)	0,2+0,4+0+4,6+0,1	5,3
3	(1, 2), (2, 5), (5, 8), (8, 9)	0,2+1,5+4,6+0,1	6,4
4	(1, 2), (2, 6), (6, 8), (8, 9)	0,2+0,5+0+0,1	0,8
5	(1, 7), (7, 8), (8, 9)	4,6+0+0,1	4,7

Из табл. 6.5 видно, что критическим является путь, имеющий продолжительность 6,4 дня и проходящий через события 1, 2, 5, 8, 9. Критический путь на сетевом графике выделяется жирными стрелками. Дальнейший анализ сетевого графика позволяет находить резервы времени для выполнения каждой работы и оптимально распределять ресурсы между работами. Для оптимизации сетевых моделей используется метод линейного программирования (см. гл. 7).

6.3. Стоимость осуществления мероприятия

6.3.1. Общие методические положения

Каждая работа, входящая в состав мероприятия, требует расхода ресурсов. Длительность ее выполнения зависит от потребного объема ресурсов и интенсивности их потребления.

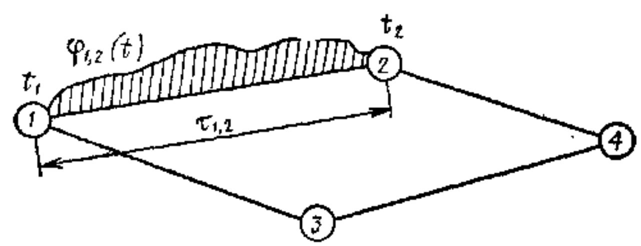


Рис. 6.10. Сетевой график выполнения мероприятия

В свою очередь, объем потребных ресурсов зависит от цели, которая определяет проводимое мероприятие. Таким образом, между целью мероприятия, его стоимостью и продолжительностью существует тесная связь.

Мероприятие можно представить в виде сетевой модели (рис. 6.10). Завершающее событие 4 предполагает достижение эффекта (результата) W. Мероприятие в целом, как и каждая работа в отдельности, требует расхода разнородных ресурсов. Если известны функция интенсивности поставок одного вида ресурса $\varphi_{1,2}(t)$ для работы (1, 2), начало работы t_1 и общий объем потребности в ресурсе $Q_{1,2}$, то длительность ее выполнения $\tau_{1,2}=t_2-t_1$ в общем виде определится из решения

$$\int_{t_1}^{t_2}\varphi_{1,2}(t)\,dt=Q_{1,2}.$$

При фиксированном начале работы (1, 2) длительность ее проведения определяется по формуле

$$\tau_{1,2}=t_2-t_1.$$

Учитывая, что для выполнения мероприятия требуется, как правило, не один ресурс, а несколько, τ определяется как максимальная длительность исходя из интенсивности потребления лимитирующего ресурса.

Напротив, если заданы сроки проведения работы, то исходя из суммарной потребности в ресурсе Q можно находить среднее значение функции $\overline{\varphi}(t)$, которая должна обеспечить выполнение поставленной задачи:

$$\overline{\varphi}(t)=\frac{Q_{1,2}}{t_2-t_1}.$$

Расход ресурсов и, следовательно, стоимость мероприятия в целом, а также характер их распределения во времени можно определить путем суммирования по шагам Δt расходов на выполнение отдельных работ (рис. 6.11).

Например, выполнение поставленных соединению задач по боевой и политической подготовке распадается на несколько этапов, на каждом из которых, как это показано на рис. 6.11, выполняются отдельные работы (изготовление мишеней для стрельб, совершение марша боевой техники, проведение боевых стрельб и т. д.). Для выполнения каждой работы требуются материальные и денежные средства. На основе сетевой модели становится возможным определить суммарную стоимость мероприятия и предполагаемые расходы всех видов ресурсов по месяцам, а следовательно, определить потребность в материальных и денежных средствах на плановый период.

Таким образом, единой моделью связываются показатели стоимости и продолжительности осуществления мероприятия. Изменяя план действий, можно решать задачу выбора оптимального варианта осуществления мероприятия в двух постановках: получение максимального результата при использовании выделенных ресурсов на плановом отрезке времени либо

достижение поставленной цели с минимальной стоимостью (см. гл. 2.2).

Данная методология является общей для проведения военно-экономического анализа различных мероприятий: текущей боевой подготовки частей и соединений, совершенствования учебно-материальной базы, проведения войсковых учений и т. п.

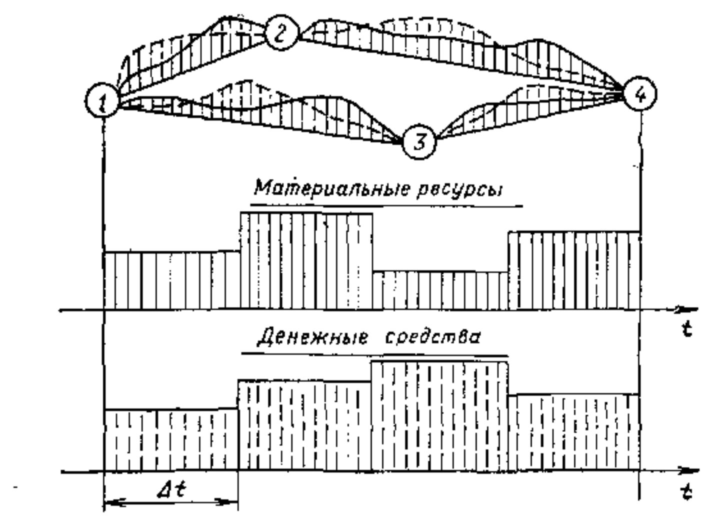


Рис. 6.11. Определение суммарных затрат ресурсов

При оценке стоимости проведения мероприятия следует исходить из следующих основных методических положений.

1. Затраты средств одноразового действия (боеприпасов, мишеней, горючего и др.) включаются полностью в стоимость мероприятия. Если используются средства многоразового действия, имеющие общий ресурс R циклов полезной работы, то в затраты на проведение мероприятия включается лишь часть стоимости этих средств. Так, если стоимость средства C_c, его ресурс R и для выполнения мероприятия требуется выполнить не все R циклов, на которое рассчитано средство, а лишь $n_в$, то в стоимость мероприятия включается величина $\frac{C_c}{R}n_в$. К средствам многоразового действия относятся технические устройства мишенных полей, сооружения учебного центра, орудия, танки, автомобили и др.

2. В стоимость мероприятия должны включаться затраты на его подготовку (например, изготовление мишеней, подвоз боеприпасов и технического имущества) и ликвидацию последствий его проведения (ремонт военной техники, замена выбывшей техники из строя, возмещение населению и организациям убытков, связанных с проведением учений и др.).

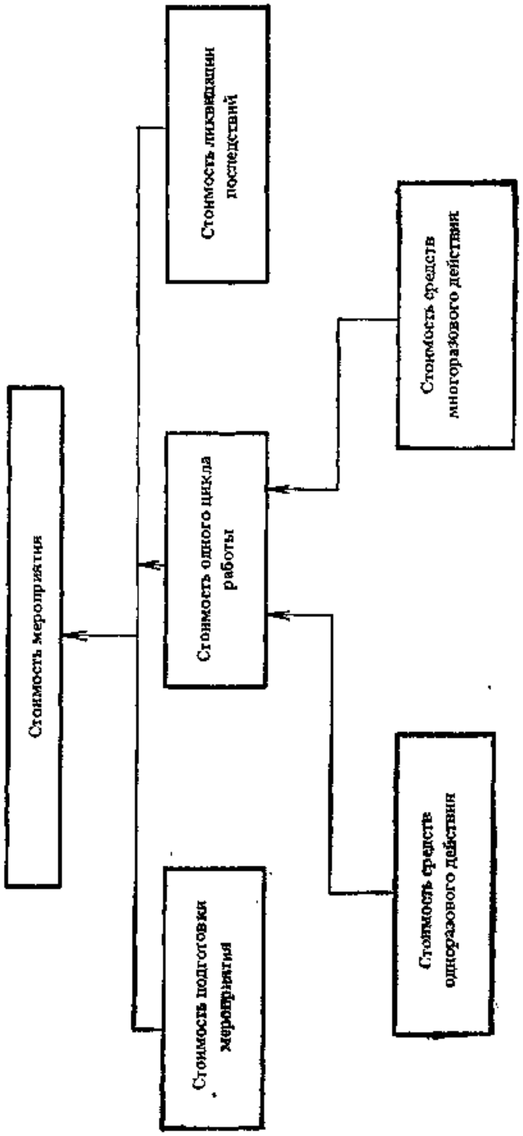


Рис. 6.12. Структура стоимости мероприятия

3. Если мероприятие состоит из ряда повторяющихся циклов (занятие, тренировка, марш, выстрел, пуск), то общие затраты определяются путем умножения стоимости одного цикла полезной работы (стоимость одного занятия, стоимость одного выстрела) на количество циклов полезной работы (количество занятий, количество выстрелов).

4. В стоимость мероприятия включаются все виды расходов независимо от источников финансирования. Например, расходы на оплату поставок военной техники и имущества, совершенствование сооружений, оборудование и ремонт учебных объектов боевой подготовки относятся на различные статьи сметы Министерства обороны и производятся разными довольствующими органами (службами).

Структура стоимости мероприятия представлена на рис. 6.12.

6.3.2. Стоимость выполнения учебно-боевой задачи

При военно-экономическом анализе действий войск и войсковых учений используется несколько стоимостных показателей, содержание которых определяется уровнем решаемой задачи.

Под огневой задачей понимается задача на поражение, решаемая стрельбой (ведением огня) по цели[1]. Боевая задача ставится вышестоящим командиром подразделению, части, соединению, объединению для достижения определенной цели в бою (операции) к установленному сроку[2].

Таким образом, боевая задача включает в себя ряд последовательно или параллельно выполняемых огневых задач, т. е. предполагает получение ряда непосредственных и конечного результатов. Общая структура и иерархия военно-экономических показателей для большей части боевых действий различных видов вооруженных сил и родов войск представлена на рис. 6.13.

При планировании выполнения учебно-боевых задач в качестве элементарного показателя — стоимости одного цикла полезной работы — выступает стоимость выстрела. Этот показатель используется для военно-экономической оценки стрелкового, артиллерийского, ракетного оружия. В некоторых случаях стоимость выстрела модифицируется в такие показатели, как стоимость торпедирования, стоимость воздействия одной бомбой и др. Все эти показатели характеризуют стоимость единичного воздействия. Для краткости в дальнейшем будет использоваться термин стоимость выстрела $C_в$.

Под **стоимостью выстрела** понимается величина затрат, необходимых для разработки, серийного производства, строитель-

---

[1] См.: Советская Военная Энциклопедия. М., 1978, т. 6, с. 8.
[2] Там же, 1976, т. 1, с. 512.

ства объектов и эксплуатации образца вооружения (в том числе боеприпаса), приходящихся на одно боевое воздействие (на один цикл полезной работы). Обозначим затраты на разработ-

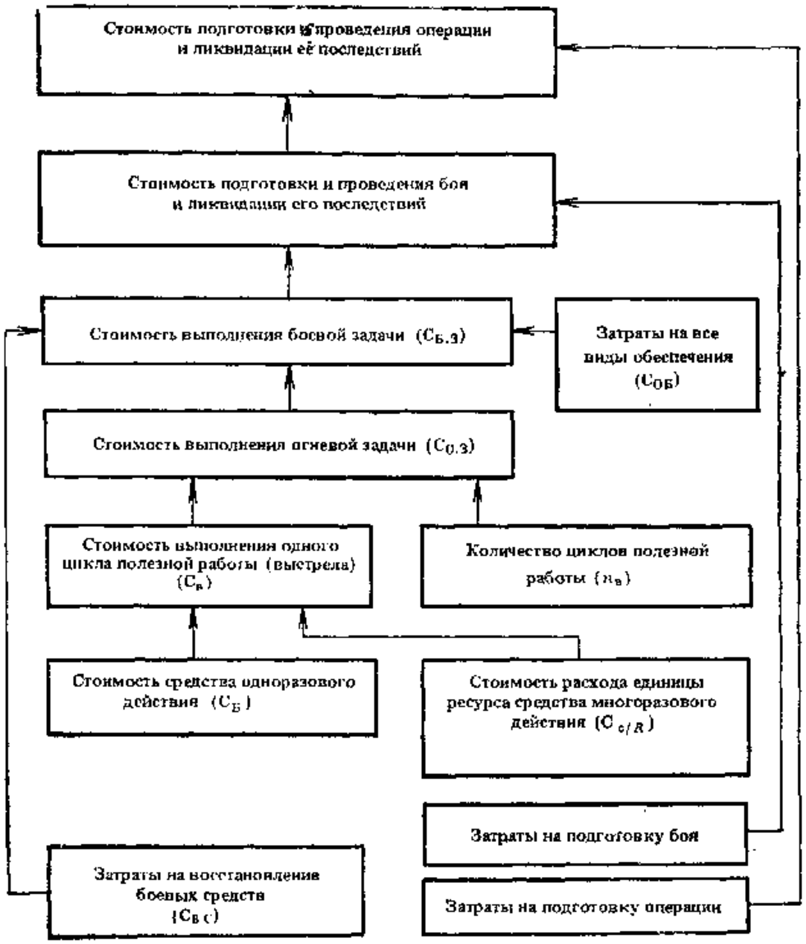


Рис. 6.13. Система военно-экономических показателей

ку образца вооружения $C_р$ (см. подразд. 14.3), объем программы выпуска образца N, технический ресурс R, стоимость изготовления боевого средства многоразового действия $C_с$, стоимость боеприпаса $C_б$, затраты на эксплуатацию вооружения в течение гарантийного срока $C_э$. Тогда стоимость выстрела определится из выражения

$$C_в = \frac{C_р}{NR} + \frac{C_с}{R} + C_б + \frac{C_э}{R}. \tag{6.7}$$

Здесь под техническим ресурсом боевого средства R понимается количественная характеристика его способности выполнять задачу в течение определенного срока или за определенное количество циклов работы до полного износа, капитального ремонта или использования по назначению. Например, для ракеты, которая является средством одноразового действия, $R=1$. Если для орудия боевой машины пехоты установлено количество выстрелов до капитального ремонта, равное 750, то соответственно $R=750$. В некоторых случаях ресурс задается в часах, километрах пробега, после выработки которых образец заменяется другим. Ресурс может задаваться одновременно в циклах полезной работы и в часах. Тогда замена образца производится по наиболее раннему сроку выполнения одного из условий.

Для приближенных расчетов или при сравнительном анализе различных вариантов боевого использования образцов вооружения стоимость выстрела может рассчитываться без учета затрат на разработку и эксплуатацию:

$$C_в = C_б + \frac{C_с}{R}. \tag{6.8}$$

Пример 6.3. Затраты на разработку образца боевого средства составляют 7 млн. руб., стоимость изготовления боеприпаса 60 руб., боевого средства — 50 000 руб. Технический ресурс боевого средства 2000 выстрелов, объем программы выпуска 350 единиц. Затраты на эксплуатацию боевого средства в течение гарантийного срока 7500 руб. Определить стоимость выстрела.

Решение. По формуле (6.7)

$$C_в = \frac{7000\,000}{350 \cdot 2000} + \frac{50\,000}{2000} + 60 + \frac{7500}{2000} = 98{,}75 \text{ руб.}$$

По формуле (6.8)

$$C_в = \frac{50\,000}{2000} + 60 = 85 \text{ руб.}$$

Стоимость выполнения огневой задачи является не чисто экономическим показателем, а военно-экономическим, так как учитывает количество воздействий (циклов полезной работы) $n_в$. Она определяется по формуле

$$C_{о.з} = C_в n_в. \tag{6.9}$$

Пример 6.4. Определить стоимость выполнения огневой задачи с гарантией $P_{тр}=0{,}9$, если вероятность поражения цели при одном выстреле $P_1=0{,}1$, а стоимость выстрела $C_в=85$ руб.

Решение. Для определения наряда боеприпасов $n_в$ воспользуемся формулой (3.18):

$$n_в = \frac{\ln(1-P_{тр})}{\ln(1-P_1)} = \frac{\ln(1-0{,}9)}{\ln(1-0{,}1)} = 21{,}8 \sim 22.$$

Тогда по формуле (6.9)

$$C_{о.з} = 85 \cdot 22 = 1870 \text{ руб.}$$

Поскольку величина P_1 в формуле (3.18) зависит от приведенных размеров цели, при изменении характеристик защищенности изменится и P_1. Значит, изменится и стоимость выполнения задачи по поражению цели. В этом проявляется так называемая несобственность показателя стоимости выполнения задачи. Другой особенностью стоимости выполнения огневой задачи является непропорциональный ее рост с увеличением требуемого уровня поражения цели $P_{тр}$. Такая тенденция проявляется как закон.

Пример 6.5. Определить стоимость выполнения огневой задачи при требуемых уровнях поражения цели 0,4; 0,6; 0,8; 0,9; 0,95; 0,99; 0,999, если $C_в=85$ руб., а $P_1=0{,}1$.

Решение. Используя формулу (3.18), определим расход боеприпасов $n_в$ и стоимость выполнения задачи по формуле (6.9). Результаты расчетов сведем в таблицу (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Требуемый уровень поражения цели ($P_{тр}$)	Наряд боеприпасов ($n_в$)	Стоимость выполнения задачи ($C_{о.з}$)
0,4	4,8	408
0,6	8,7	739,5
0,8	15,3	1300,5
0,9	21,8	1853
0,95	28,4	2414
0,99	43,7	3714,5
0,995	50,3	4274,4

Результаты расчетов представим в виде графика (рис. 6.14).

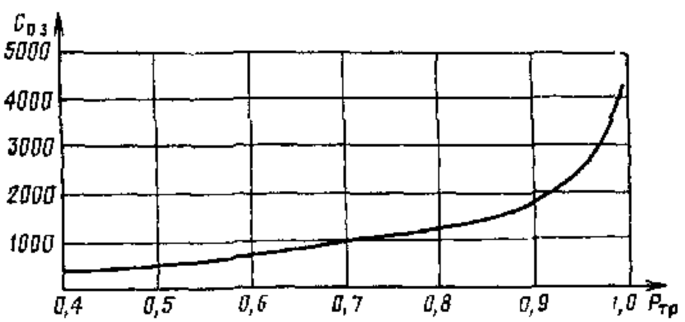


Рис. 6.14. Изменение стоимости выполнения задачи $C_{о.з}$ от требуемого уровня $P_{тр}$

Стоимость выполнения боевой задачи $C_{б.з}$ включает в себя кроме стоимости выполнения совокупности огневых задач затраты на восстановление боевых средств $C_{вс}$, а также затраты на проведение всех видов обеспечения $C_{об}$. Затраты на восстановление должны учитывать стоимость полностью вышедших из строя и подлежащих замене боевых средств, а также стоимость проведения всех видов восстановительных ремонтов. Тогда

$$C_{б.з}=\sum_i\left(\sum_j C_{о.з_{ij}}+C_{вс_i}\right)+C_{об}, \qquad (6.10)$$

где $C_{о.з_{ij}}$ — стоимость выполнения j-й задачи i-м средством;

$C_{вс_i}$ — стоимость восстановления i-х средств;

$C_{об}$ — затраты на обеспечение выполнения боевой задачи.

Величина затрат на восстановление зависит от стоимости серийного изготовления боевых средств и от стоимости выполнения капитальных, средних и текущих ремонтов. Кроме того, *суммарные затраты на восстановление* зависят от общего количества задействованных для выполнения задачи боевых средств и степени противодействия.

Боевое средство в результате активного противодействия противника может оказаться в одном из следующих состояний: полностью выведено из строя, требует капитального, среднего или текущего ремонта, осталось неповрежденным. Каждому исходу может быть поставлена в соответствие вероятность наступления того или иного состояния. Для полной группы событий можно записать

$$P_{п.п}+P_{к.р}+P_{с.р}+P_{т.р}+P_{нп}=1, \qquad (6.11)$$

где $P_{п.п}$ — вероятность полного поражения боевого средства;

$P_{к.р}$, $P_{с.р}$, $P_{т.р}$ — соответственно вероятности возникновения потребности в капитальном, среднем и текущем ремонтах;

$P_{нп}$ — вероятность непоражения средства.

Поскольку в выполнении задачи принимает участие некоторое количество средств $N_з$, число заменяемых средств $n_{п.п}$ будет равно $n_{п.п}=N_зP_{п.п}$, количество ремонтов всех видов $n_{к.р}$, $n_{с.р}$ и $n_{т.р}$ можно определить из аналогичных уравнений:

$$n_{к.р}=N_зP_{к.р};\quad n_{с.р}=N_зP_{с.р};\quad n_{т.р}=N_зP_{т.р}.$$

Обозначим стоимость боевого средства $C_с$, а стоимости его ремонтов соответственно $C_{к.р}$, $C_{с.р}$, $C_{т.р}$. Тогда полные затраты на его восстановление будут равны

$$C_{вс}=C_сN_зP_{п.п}+C_{к.р}N_зP_{к.р}+C_{с.р}N_зP_{с.р}+C_{т.р}N_зP_{т.р}=$$
$$=N_з(C_сP_{п.п}+C_{к.р}P_{к.р}+C_{с.р}P_{с.р}+C_{т.р}P_{т.р}).$$

Анализ статистических данных о затратах на проведение ремонтов позволяет найти устойчивые значения доли стоимости ремонта от стоимости нового средства. Обозначим долю затрат на проведение капитального, среднего и текущего ремонтов от стоимости нового средства через $\delta_{к.р}$, $\delta_{с.р}$ и $\delta_{т.р}$, тогда

$$\delta_{к.р} = \frac{C_{к.р}}{C_c};\ \delta_{с.р} = \frac{C_{с.р}}{C_c};\ \delta_{т.р} = \frac{C_{т.р}}{C_c}.$$

Соответственно $C_{к.р} = C_c\delta_{к.р}$; $C_{с.р} = C_c\delta_{с.р}$; $C_{т.р} = C_c\delta_{т.р}$.

Для случая полного поражения $\delta_{п.п} = 1$ (по определению). Тогда

$$C_{вс} = N_з(C_cP_{п.п} + C_cP_{к.р}\delta_{к.р} + C_cP_{с.р}\delta_{с.р} + C_cP_{т.р}\delta_{т.р}) =$$
$$= N_зC_c(P_{п.п} + P_{к.р}\delta_{к.р} + P_{с.р}\delta_{с.р} + P_{т.р}\delta_{т.р}) =$$
$$= N_зC_c\sum_{k=1}^{K} P_k\delta_k, \quad k = 1,\ 2,\ 3,\ 4. \qquad (6.12)$$

Полученное выражение справедливо для одного вида боевых средств. Для нескольких средств общие затраты на восстановление можно определить из выражения

$$C_{вс} = \sum_{i=1}^{m} C_{c_i}N_{з_i}\sum_{k=1}^{K} P_{k_i}\delta_{k_i}, \qquad (6.13)$$

где C_{c_i} — стоимость изготовления i-го средства;
$N_{з_i}$ — количество задействованных для выполнения задачи i-х боевых средств;
P_{k_i} — вероятность перехода i-го средства в k-е состояние (полное поражение, капитальный ремонт и др.);
δ_{k_i} — доля стоимости k-го вида восстановления i-го средства (для $k=1$ $\delta_{1_i} = 1$) от стоимости его изготовления.

Значения $N_{з_i}$ определяются решением задачи оптимального целераспределения (подразд. 12.2). Стоимость изготовления определяется либо на основе учетных данных, либо с помощью одного из методов, изложенных в подразд. 6.7. Значения δ_{k_i}

Таблица 6.7

Вид состояния (k)	Доля затрат на восстановление (δ_k)	Вероятность выхода из строя для различных средств (P_{k_i})	
		$i=1$	$i=2$
1	1,0	0,1	0,11
2	0,5	0,2	0,22
3	0,2	0,25	0,27
4	0,1	0,3	0,35
Стоимость средства (C_{c_i}), тыс. руб.		50	60
Количество боевых средств ($N_{з_i}$)		25	20

могут быть заранее рассчитаны на основе статистических данных о стоимости ремонта. Для задания значений вероятностей выхода из строя боевых средств P_{k_i} могут быть использованы статистические данные по опыту учений или ведения боевых действий либо на основе результатов решения задачи целераспределения, решаемой за противника.

Пример 6.6. Для проведения учения привлекаются два боевых средства. Известны данные (условные) о стоимости их изготовления C_{c_i}, количестве задействованных средств $N_{з_i}$, вероятности их выхода из строя P_{k_i} и доле затрат на восстановление δ_{k_i} (табл. 6.7). Рассчитать стоимость восстановления боевых средств.

Решение. Из выражения (6.13)

$$C_{вс} = 50\cdot 25\,(1{,}0\cdot 0{,}1 + 0{,}5\cdot 0{,}2 + 0{,}2\cdot 0{,}25 + 0{,}1\cdot 0{,}3) +$$
$$+ 60\cdot 20\,(1{,}0\cdot 0{,}11 + 0{,}5\cdot 0{,}22 + 0{,}2\cdot 0{,}27 + 0{,}1\cdot 0{,}35) = 720{,}8 \text{ тыс. руб.}$$

Показатель стоимости выполнения задачи отражает две стороны производимого мероприятия: экономическую и целевую, поэтому он может быть использован не только для решения задач оценки, но и для выбора лучшего способа действий или лучших тактико-технических характеристик вооружения.

Рассмотрим задачу выбора оптимального средства для выполнения поставленной огневой задачи. Пусть известны M ($i = \overline{1,M}$) средств, которые способны выполнить задачу по поражению элементарной цели с приведенными размерами $2l_{x_i}$, $2l_{y_i}$ за отведенное время $\tau_{зад}$ с требуемой вероятностью $P_{тр}$. Известны характеристики точности и кучности стрельбы каждым средством E_{x_i}, E_{y_i}, $B_{д_i}$, $B_{б_i}$, средняя скорострельность λ_i, стоимость боевых средств C_{c_i}, их боеприпасов $C_{б_i}$ и суммарный технический ресурс R_i. Необходимо выбрать такое боевое средство $i \in M$, которое поразит цель с заданной вероятностью $P_{тр}$ в отведенное время $\tau_{зад}$ при минимальной стоимости выполнения задачи.

В такой постановке (обратная задача военно-экономического анализа) задача выбора оптимального средства формулируется следующим образом: выбрать средство $i \in M$ так, чтобы

$$C_{б.з_i} = \left(C_{б_i} + \frac{C_{c_i}}{R_i}\right)n_{в_i} + C_{вс_i} \to \min_{i \in M}$$

при

$$P_{n_i} \geqslant P_{тр} \text{ и } \tau_i \leqslant \tau_{зад},$$

где P_{n_i} — вероятность поражения цели n выстрелами i-го средства;
τ_i — длительность выполнения задачи i-м средством.

Запись $\min\limits_{i \in M}$ означает, что $C_{б.з}$ должна быть минимальной из возможных $C_{б.з_i}$ для всех i-х средств из множества M. Тогда номер i будет означать средство, использование которого при удовлетворении поставленным ограничениям по $\tau_{зад}$ и $P_{тр}$ обеспечит минимальную стоимость выполнения задачи.

Данная задача решается в такой последовательности:

1) определяется вероятность поражения цели при одном выстреле каждым i-м средством P_{1_i} по формуле (3.16);

2) определяется потребный наряд боеприпасов для каждого i-го средства $n_{в_i}$ по формуле (3.18);

3) определяется стоимость одного выстрела $C_{в_i}$ каждым i-м средством по формуле (6.8);

4) определяется стоимость выполнения огневой задачи каждым i-м средством $C_{о.з_i}$ по формуле (6.9);

5) определяются затраты на восстановление каждого i-го средства по формуле (6.13);

6) определяется стоимость выполнения боевой задачи каждым средством по формуле (6.10):

$$C_{б.з_i} = C_{о.з_i} + C_{вс_i} + C_{об};$$

7) определяется длительность выполнения боевой задачи каждым средством

$$\tau_i = \frac{n_{в_i}}{\lambda_i};$$

8) из всей совокупности боевых средств отбираются те из них, для которых удовлетворяется ограничение по времени

$$\tau_i \leqslant \tau_{зад};$$

9) из числа вариантов, удовлетворяющих условию п. 8, выбирается одно средство, у которого $C_{б.з_i}$ минимально. В случае если для всех i $\tau_i > \tau_{зад}$, необходимо либо изменить ограничение по $\tau_{зад}$, либо расширить номенклатуру и количество привлекаемых боевых средств.

Пример 6.7. Предположим, что $\tau_{зад}=42$ мин. Результаты расчетов $n_{в_i}$, $C_{б.з_i}$ и τ_i сведены в табл. 6.8. Выбрать оптимальное боевое средство.

Таблица 6.8

i	$n_{в_i}$	$C_{б.з_i}$	τ_i
1	71	50	41
2	65	45	48
3	64	55	40

Решение. Так как $\tau_2 > \tau_{зад}$, боевое средство $i=2$ нельзя привлекать к выполнению задачи. Допустимыми являются только варианты использования первого и третьего боевого средства. Из числа допустимых минимальную стоимость выполнения задачи обеспечивает боевое средство $i=1$. Следовательно, оно является оптимальным.

6.4. Общая характеристика методов прогнозирования экономических показателей

Необходимость в прогнозировании обусловлена объективными потребностями практики. Прогнозирование на интуитивной основе возникло очень давно, много веков тому назад и обслуживает деятельность людей, принимающих решения. К настоящему времени разработано более 200 методов научного прогнозирования. Такое обилие методов объясняется разнохарактерностью объектов прогнозирования и задач, которые решаются специалистами.

Прогнозирование экономических явлений как наука имеет под собой объективную основу. В. И. Ленин отмечал: «...если рассматривать какое угодно общественное явление в процессе его развития, то в нем всегда окажутся остатки прошлого, основы настоящего и зачатки будущего...» [1]

Экономика, как и все общественные явления, развивается по законам диалектики. Это проявляется в сочетании двух черт: устойчивости и изменчивости. В зависимости от того, какая черта доминирует, изменяется качество прогноза, его достоверность. Если изучаемый процесс имеет достаточно большую историю, характеризуется устойчивостью показателей и связей с другими явлениями, то гипотеза о будущем состоянии изучаемого объекта может быть достаточно достоверной.

Степень устойчивости, инерционности зависит в значительной мере от масштаба изучаемой системы. Например, в системе «воинская часть — соединение — объединение» чем ниже уровень подсистемы в общей иерархии, тем менее инерционными оказываются соответствующие показатели (см. табл. 6.1). Это объясняется тем, что на более высоких уровнях иерархии системы сказывается влияние большего числа факторов, действие которых частично взаимно компенсируется.

Инерционность системы и, следовательно, показателей, которые ее характеризуют, зависит также в очень большой степени от «возраста» системы, а значит, от степени устойчивости связей, от сложившихся тенденций в развитии явления.

На необходимость повышения обоснованности социально-экономических прогнозов неоднократно указывалось в ряде партийных документов. Так, на июньском (1983 г.) Пленуме ЦК КПСС отмечалось, что в практической деятельности необходимо увеличить ориентирование планов на будущее, анализировать складывающиеся и назревающие тенденции развития. Инструментом решения этой задачи является прогнозирование, позволяющее лучше видеть завтрашний день, тщательнее обосновывать принимаемые решения [2].

---

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 1, с. 181.

[2] См.: Материалы Пленума Центрального Комитета КПСС, 14—15 июня 1983 г. М.: Политиздат, 1983, с. 34.

Само слово прогноз происходит от греческого prognosis, что означает предвидение, предсказание о развитии чего-либо, основанное на определенных данных. Прогнозирование — это процесс получения вероятностных данных о будущем состоянии прогнозируемого объекта. В. И. Ленин в статье «Пророческие слова» писал: «Чудесное пророчество есть сказка. Но научное пророчество есть факт»[1].

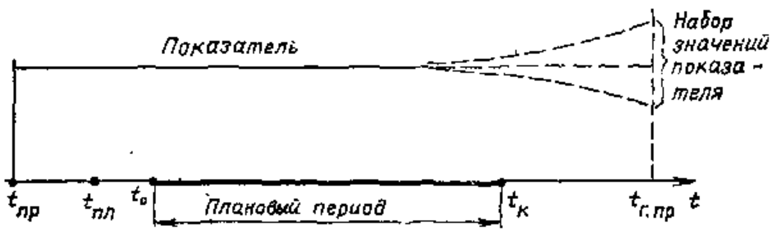


Рис. 6.15. Связь прогнозирования и планирования:
$t_{пр}$ — момент прогнозирования, $t_{пл}$ — момент начала планирования; t_0, t_k — начало и окончание (горизонт) планового периода; $t_{пр} - t_{г.пр}$ — интервал прогнозирования

Как правило, прогнозирование обслуживает планирование. Оно имеет сходные с планированием черты, но имеет и отличия.

Во-первых, прогнозирование всегда опережает планирование как по срокам, так и по глубине временного интервала (горизонту) (рис. 6.15).

Прогнозирование предшествует планированию и обеспечивает его исходной информацией, набором вариантов, содержащих ответы типа: «если..., то...». Прогнозирование всегда осуществляется на более дальнюю перспективу с тем, чтобы плановые показатели были обоснованы с точки зрения обеспечения будущих действий.

Во-вторых, прогнозирование носит, как правило, вероятностный характер и в силу этого содержит набор альтернативных значений показателя, имеющих различную гарантированную вероятность того, что они сбудутся.

Все прогнозы классифицируются по ряду признаков.

В зависимости от объектов прогнозирования различают прогнозы экономические, военные, технические, метеорологические и т. п.

По дальности прогнозирования различают прогнозы краткосрочные, среднесрочные и долгосрочные. Иногда выделяют сверхдолгосрочные прогнозы. Дальность прогнозирования определяется отрезком времени от момента, когда осуществляется прогнозирование, до момента, когда формируется величина показателя, интересующего исследователя.

---

[1] Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 36, с. 472.

Принадлежность к тому или иному типу прогноза по дальности зависит от объекта прогнозирования. Так, к **краткосрочным прогнозам** развития экономики обычно относят прогнозы на период от нескольких месяцев до 2 лет, развития техники — от 1 до 3 лет, изменения погоды — 1—2 суток.

К **среднесрочным прогнозам** относят: экономические на период от 2 до 5 лет, развития техники — 3—5 лет, погоды — 3—10 суток.

К **долгосрочным прогнозам** относят: экономические на перспективу 10—30 лет, техники — 5—7 лет, погоды — 10—100 суток.

По виду прогнозируемого показателя различают прогнозы точечные и интервальные. **Точечный прогноз** — это оценка среднего значения (математического ожидания) прогнозируемого экономического показателя. **Интервальный прогноз** позволяет получить верхнюю и нижнюю границы показателя с определенной степенью доверия. Естественно, что, чем шире диапазон прогнозируемого показателя, тем больше доверительная вероятность (см. подразд. 4.2), т. е. больше вероятность того, что действительное фактическое значение показателя будет находиться в данном интервале. Сужение доверительного интервала ведет к уменьшению достоверности прогноза. Выбор степени доверия и, следовательно, диапазона прогнозируемого показателя не может быть произвольным. Он определяется целями прогнозирования, объемом исходной статистической информации и возможными последствиями ошибки прогноза.

В зависимости от применяемых методов различают прогнозы эвристические и математические. Разница между ними заключается в степени использования человеческого опыта, интуиции и математического аппарата. **Эвристические методы** базируются главным образом на интуиции, обобщенном мнении экспертов, являющихся специалистами в той или иной области. **Математические методы** прогнозирования предполагают широкое использование математического аппарата, такого, как регрессионный анализ, экономико-математическое моделирование и др.

6.5. Эвристические методы прогнозирования

Прогнозирование экономических показателей с использованием эвристических методов находит все более широкое применение. Это объясняется рядом достоинств этих методов, к числу которых можно отнести:

— способность экспертов избегать грубых ошибок (привлекаемый к прогнозированию специалист подходит к исходной информации не формально, а с учетом характера ее возникновения и факторов, не поддающихся или трудно поддающихся формализации);

— сравнительную простоту и дешевизну получения прогноза;

— практически неограниченную дальность прогнозирования.

Для проведения эвристического прогнозирования необходимы знания и опыт специалистов. Именно опыт позволяет проанализировать ранее имевшие место события, сравнить их между собой и, проведя коррекцию на будущие условия, осуществить прогноз. Поэтому для проведения эвристического прогнозирования привлекаются специалисты, имеющие большой практический опыт.

На качество эвристического прогнозирования влияют объективные и субъективные факторы.

К объективным факторам относятся объем и качество исходной информации, которая является основой для осуществления прогноза, и условия конкретной обстановки, в которых проводится прогнозирование.

К числу субъективных факторов можно отнести знания и опыт специалистов-экспертов, особенности их характера и мышления, волевые качества и др. Субъективные факторы могут оказывать отрицательное влияние на качество прогноза. Это обусловлено возможным наличием таких свойств, как профессиональная ограниченность, психологическая инерция, боязнь ответственности и др. Поэтому важно для проведения экспертизы привлекать возможно большее количество экспертов.

Эвристические методы имеют много разновидностей. Рассмотрим некоторые из них, наиболее часто применяемые в практике.

Метод аналогов используется при определении экономических показателей (стоимости и продолжительности) таких элементов или видов работ, которые полностью заимствованы из прошлого опыта. В этом случае экономический показатель элемента (вида работ) $C_н$ принимается равным экономическому показателю элемента — аналога $C_а$, т. е. $C_н=C_а$. Метод прост, но применение его ограничено возможностью найти в прошлом точно такой же элемент, что приводит к значительным погрешностям при прогнозировании.

Например, в одной из воинских частей начальник финансовой службы, используя метод аналогов и данные о фактических расходах, истребовал кредиты на следующий год на уровне расходов текущего года (табл. 6.9). Поскольку условия функционирования воинской части изменились, фактические расходы оказались значительно отличающимися от истребованных.

Метод удельных показателей более свободен от недостатков, присущих методу аналогов. Сущность его заключается в том, что экстраполируется с элемента-аналога не весь экономический показатель, а его относительная величина, приходящаяся на единицу характерного параметра. В качестве характерного параметра могут выступать площадь, ресурс техники в кило-

Таблица 6.9

Виды расходов	Фактические расходы в 1984 г., руб.	Истребовано на 1985 г., руб.	Фактические расходы в 1985 г., руб.
Денежное довольствие военнослужащих	360 000	360 000	422 000
Политико-просветительные расходы	4 500	4 500	4 100

метрах и т. д. Тогда прогнозируемыми могут быть такие параметры, как стоимость единицы полезной площади сооружения, расходы денежных средств в расчете на километр пробега и т. д.

Аналитическая запись метода удельных показателей будет иметь вид

$$\frac{C_а}{x_а}=\frac{C_н}{x_н},$$

где $C_а$, $C_н$ — экономический показатель (например, стоимость) элемента-аналога и нового элемента соответственно;

$x_а$, $x_н$ — значение характерного параметра элемента-аналога и нового элемента соответственно.

Отсюда

$$C_н=C_а\frac{x_н}{x_а}.$$

Пример 6.8. На основе отчетных данных о наличии автомобильной техники и фактическом расходе денежных средств на ее содержание и эксплуатацию в соединениях А и Б, приведенных в табл. 6.10, необходимо рассчитать прогноз потребности в денежных средствах на эти цели в 1986 г., если количество данной техники увеличится по сравнению с отчетным годом в *соединении А на 5, а в соединении Б на 39 единиц.*

Таблица 6.10

Соединение	Расход денежных средств в 1985 г., руб.	Количество техники, шт.	Удельный расход, руб.
А	18 060	645	28,0
Б	44 414	1461	30,4

Решение. В соединении А прогнозируемый расход денежных средств составит 28 (645+5)=18 200 руб., в соединении Б составит 30,4 (1461+39)= =45 600 руб.

Одной из разновидностей метода удельных показателей является определение потребностей в денежных средствах по нормам и нормативам. При наличии норм и нормативов определение плановой потребности в денежных и материальных средствах становится делом весьма простым. Однако на практике возникают ошибки из-за влияния двух основных факторов: устаревание норм и неточность исходных данных по нормируемой величине. Поэтому целесообразно проводить расчет по статистическим нормативам на основе метода удельных показателей. Если нормируемая величина не одна, а две или более, то следует прибегать к прогнозированию на основе регрессионного анализа (см. подразд. 6.7).

6.6. Методы экспертных оценок

Под методами экспертных оценок понимается комплекс логических и математико-статистических процедур, направленных на получение информации от специалистов, ее анализ и обобщение для подготовки и выбора рационального решения. Простейшие примеры экспертизы: голосование на собрании или заседании, выставление оценок на экзамене, установление очередности проведения ревизий в соединениях военного округа и т. д.

Методы экспертных оценок имеют большую историю. Слово эксперт происходит от латинского *expertus* (опытный). Однако современные научные методы экспертизы развились лишь в последние 20—30 лет в силу их высокой эффективности. Установлено, что групповое мышление производит на 70% больше ценных оригинальных идей, чем сумма индивидуальных мышлений.

Экспертизы классифицируются по ряду признаков (рис. 6.16).

По направлениям применения результатов экспертиз различают экспертизы, проводимые в целях:

— оценки экономических показателей (например, определения величины предполагаемых расходов, длительности проведения мероприятий);

— ранжирования показателей, т. е. установления степени предпочтительности того или иного показателя. Например, экспертным путем может быть проведено ранжирование критериев при решении многокритериальной задачи (см. подразд. 2.2), установление распределения мест между финансовыми органами ($ФО\text{-}2 \prec ФО\text{-}3 \prec ФО\text{-}1$ и т. д.);

— оценки относительной важности показателей (объектов). Так, если есть три частных критерия W_1, W_2, W_3, из которых нужно сформировать единый критерий W, то каждому из частных критериев можно поставить в соответствие «коэффициент важности» α_1, α_2 и α_3. Тогда единый критерий, применение которого облегчит принятие решения, будет иметь вид

$$W = \alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2 + \alpha_3 W_3.$$

По способам организации экспертизы могут быть групповыми и индивидуальными. При индивидуальной экспертизе специалисты не связаны друг с другом непосредственно (например, анкетирование). При групповой экспертизе специалисты находятся вместе и между ними есть контакт (например, голосование на собрании).

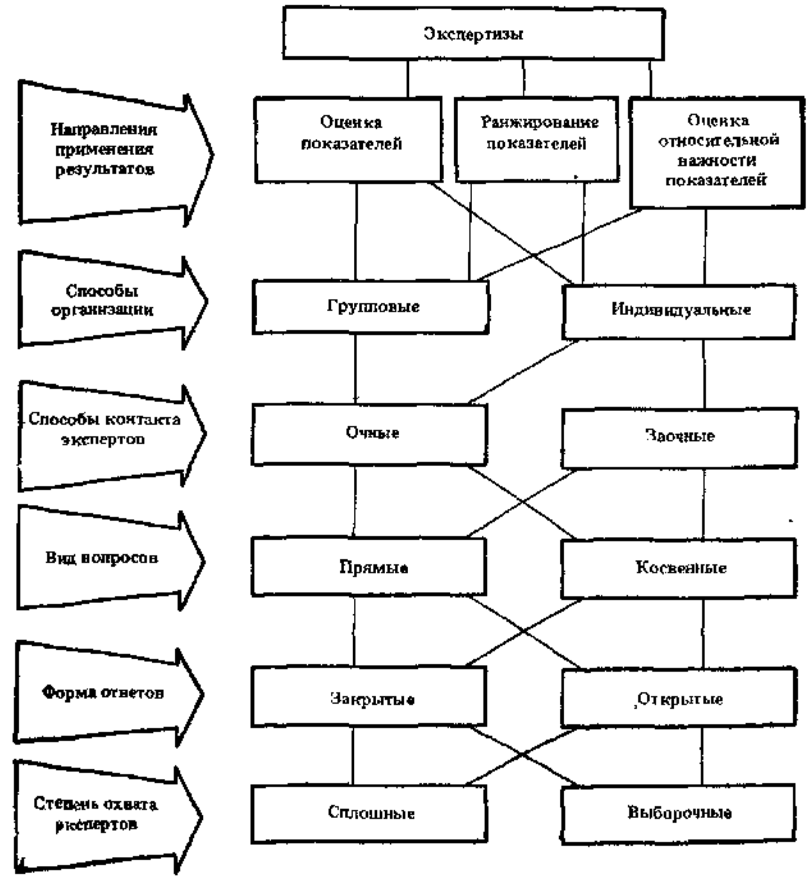


Рис. 6.16. Классификация экспертиз

По способам контактов экспертов индивидуальные экспертизы разделяются на очные и заочные.

Вопросы экспертам могут ставиться прямо и косвенно. Косвенные вопросы предполагают получение информации, которая не вытекает непосредственно из ответа. Они используются главным образом психологами и социологами.

Ответы экспертов могут быть закрытыми и открытыми. Закрытая форма предполагает получение ответов типа «да», «нет» или одного из числа предложенных. Открытая форма не ограничивает ответ строгими рамками, что затрудняет обработку результатов экспертизы, но позволяет получить новые, порой неожиданные предложения и оценки.

Если к проведению экспертного опроса привлекается широкий круг лиц, являющихся специалистами в данной области, то такой опрос называется сплошным. Однако из-за дороговизны сплошной экспертизы и сложности обработки полученных результатов чаще прибегают к выборочному опросу, в котором участвует более узкий круг специалистов.

Проведение экспертного опроса предполагает следующие основные этапы.

1. Формулирование цели экспертизы или прогнозирования (определение объекта прогнозирования, основных показателей, степени их детализации и других условий).
2. Формирование группы специалистов-аналитиков, организующих и непосредственно производящих экспертизу.
3. Формирование опросных листов (анкет), разработка методики проведения экспертизы и последующей обработки полученной информации.
4. Отбор и формирование достаточно представительной по численности группы экспертов, оценка уровня их компетентности. Максимальное количество экспертов ограничивается либо фактически имеющимся числом крупных специалистов, либо трудностью обработки полученной информации.
5. Проведение экспертного опроса или анкетирования.
6. Статистическая обработка и анализ информации, полученной от экспертов.
7. Синтез объективной (статистической) информации, приведение ее к форме, удобной для принятия решения.

Определяющее значение имеет формулирование цели экспертизы. В конечном счете цель экспертизы определяется потребностями практики. Формирование цели является прерогативой (исключительным правом) руководителя.

Одной из наиболее важных задач является разработка формы опросного листа (анкеты). Состав и содержание вопросов должны быть такими, чтобы, с одной стороны, получить как можно больше информации, с другой стороны, чтобы человек смог охватить весь объем вопросов. Вопросы должны быть четкими, понятными эксперту, не подталкивающими его к определенному ответу. В опросный лист могут включаться вопросы о самом эксперте (его возраст, образование и т. д.) и его мотивировке ответов.

Выбор метода обработки результатов экспертизы определяется целью анализа. Основными задачами проведения экспертизы являются оценка показателей и их ранжирование.

Рассмотрим задачу оценки.

Предположим, что требуется оценить значение n количественных показателей $x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_n$. Для оценки привлекаются m экспертов. После выставления оценок C_{ij} формируется матрица (табл. 6.11).

Таблица 6.11

Эксперт	Оценка показателей экспертами					
	x_1	x_2	...	x_j	...	x_n
1-й	C_{11}	C_{12}	...	C_{1j}	...	C_{1n}
2-й	C_{21}	C_{22}	...	C_{2j}	...	C_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
i	C_{i1}	C_{i2}	...	C_{ij}	...	C_{in}
...	...	...	...	...	...	...
m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mj}	...	C_{mn}

В табл. 6.11 C_{ij} — оценка показателя x_j, данная i-м экспертом. Для получения среднего значения j-го показателя используется формула

$$\overline{C}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} C_{ij}.$$

Если оценка дана не всеми экспертами, то суммирование ведется только по числу экспертов, которые такую оценку дали, а сумма оценок делится на их число. Для определения степени разброса отдельных оценок и согласованности мнений экспертов рассчитываются дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации:

$$D_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(C_{ij} - \overline{C}_j)^2; \quad \sigma_j = \sqrt{D_j}; \quad K_{vj} = \frac{\sigma_j}{\overline{C}_j}.$$

Статистические показатели Dj, σ_j и K_{vj} являются в известной мере формальными и обобщающими. Оценку согласованности мнений целесообразно проверить путем построения гистограмм. Если на гистограмме нет больших расхождений в оценках, то результаты можно считать согласованными (рис. 6.17, *а*). Если же выяснится, что в оценках существуют две группы мнений или более (рис. 6.17, *б*) со средними $\overline{C}_{jI}$, $\overline{C}_{jII}$ и т. д., то необходимо провести анализ причин расхождений и при необходимости повторить экспертизу с доведением результатов первого тура до всех экспертов.

Рассмотрим задачу ранжирования, под которым понимается расположение явлений, показателей, факторов в порядке возрастания или убывания, исходя из оценки их свойств. Сущность ранжирования заключается в том, что каждый эксперт располагает факторы или объекты по порядку убывания или возрастания их важности исходя из собственной индивидуальной оценки. Каждому фактору придается порядковый номер (число натурального ряда) того места, которое занимает фактор (по мнению данного эксперта) в ранжированной последовательности.

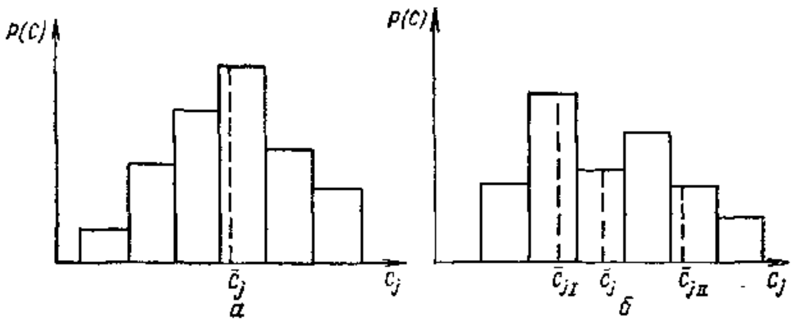


Рис. 6.17. Гистограмма оценок экспертов:
а — согласованные результаты; *б* — две группы оценок

Номер последовательности называется рангом. Как правило, наиболее предпочтительный фактор получает первый ранг, т. е. номер один. Все остальные факторы занимают места с номера 2 до n в порядке убывания их важности. При этом двум и более факторам эксперт может присудить одинаковый ранг. В этом случае необходимо проводить стандартизацию рангов.

Стандартизация рангов состоит в удовлетворении следующего условия: сумма рангов должна равняться сумме натурального ряда чисел от единицы до числа, соответствующего количеству факторов n. Сумма натурального ряда чисел определяется по формуле

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Например, если факторов семь, то сумма рангов должна быть $S_7 = \frac{7(7+1)}{2} = 28$.

На основе стандартизированных рангов отдельных экспертов определяются суммарные ранги всех факторов.

Пример 6.9. Эксперты определили места соединений по результатам смотра-конкурса на лучшее войсковое и финансовое хозяйство (табл. 6.12). Необходимо сделать вывод о распределении мест между этими соединениями.

Таблица 6.12

Эксперт	Ранг (место) соединения						Сумма рангов
	1-го	2-го	3-го	4-го	5-го	6-го	
1-й	2	1	3	4	6	5	21
2-й	2	3	1	5	6	4	21
3-й	1	2	3	5	4	6	21
4-й	1	1	2	3	5	4	16
5-й	2	1	1	3	4	4	15

Решение. Поскольку 4-й и 5-й эксперты дали одинаковые ранги различным соединениям, необходимо провести стандартизацию. Сумма натурального ряда чисел для шести соединений $S_6 = \frac{6(6+1)}{2} = 21$. В то же время сумма рангов 4-го эксперта равна 16, 5-го — 15. Стандартизация проводится в такой последовательности: 1-е и 2-е соединения имеют первый ранг и занимают первое и второе места. Следовательно, их стандартизированный ранг (среднее место) равен $\frac{1+2}{1} = 1{,}5$. Тогда 3-е соединение займет последующее третье место, 4-е соединение — четвертое и т. д. Аналогичным путем проводится стандартизация рангов соединений по оценкам 5-го эксперта. Стандартизированные ранги соединений показаны в табл. 6.13

Сумма стандартизированных рангов по оценкам всех экспертов равна 21. В результате места между соединениями распределились следующим образом: на первом месте 2-е соединение, на втором — 1-е соединение, на третьем — 3-е соединение и далее в порядке возрастания суммы рангов.

Таблица 6.13

Эксперт	Стандартизированный ранг соединения						Сумма рангов
	1-го	2-го	3-го	4-го	5-го	6-го	
1-й	2	1	3	4	6	5	21
2-й	2	3	1	5	6	4	21
3-й	1	2	3	5	4	6	21
4-й	1,5	1,5	3	4	6	5	21
5-й	3	1,5	1,5	4	5,5	5,5	21
	9,5	9	11,5	22	27,5	25,5	105

Более точно роль каждого фактора можно оценить по 100-балльной системе. В этом случае более значимому фактору присваивается наивысший балл.

Для оценки степени согласованности мнений экспертов в задачах ранжирования применяется коэффициент конкордации W, который определяется по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2 n (n^2 - 1)}, \qquad (6.14)$$

где S — сумма квадратов разностей между индивидуальными значениями оценок и средним значением;

m — количество экспертов;

n — количество факторов.

Величину S можно определить по формуле

$$S = \sum_{j=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{m} C_{ij} - \frac{1}{2} m (n+1) \right]^2,$$

где C_{ij} — отдельные значения рангов, определенные i-м экспертом по j-му фактору.

Пример 6.10. Исходя из условий, приведенных в примере 6.9, определить меру согласованности экспертов.

Решение. Исходные данные для расчета коэффициента конкордации сведем в таблицу (табл. 6.14).

Таблица 6.14

Объект	Сумма рангов	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1	9,5	−8	64
2	9	−8,5	72,25
3	11,5	−6	36
4	22	4,5	20,25
5	27,5	10	100
6	25,5	8	64
	105 Среднее: $\frac{105}{6} = 17,5$		356,5

На основе табличных данных рассчитаем коэффициент конкордации по формуле (6.14):

$$W = \frac{12 \cdot 356,5}{5^2 \cdot 6 \cdot (6^2 - 1)} = 0,835.$$

Коэффициент конкордации изменяется от нуля до единицы. Чем ближе он к единице, тем выше степень согласованности мнений экспертов. В рассмотренном примере величина коэффициента конкордации свидетельствует о достаточно высокой степени согласованности экспертов, что позволяет принять их оценки рангов для практического использования.

6.7. Статистические методы прогнозирования

6.7.1. Прогнозирование с использованием метода регрессионного анализа

В своей основе статистические методы прогнозирования содержат предположение о возможности распространения сложившихся тенденций изменения экономического показателя на другие значения фактора, не вошедшие в статистическую выборку. Такое распространение тенденций возможно в силу инерционности экономических процессов. Для выражения сложившихся тенденций используются методы сглаживания экономических показателей с помощью анализа регрессий (см. подразд. 5.1) и временных рядов (см. подразд. 5.3.2).

Применение метода регрессионного анализа для прогнозирования экономических показателей предполагает наличие статистических данных о значениях показателя $y_1, y_2, \ldots, y_i, \ldots, y_n$ и соответствующих каждому из них значений факторов $x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{21}, \ldots, x_{22}, \ldots, x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{n1}, x_{n2}$.

Например, сумма накладных расходов строительных организаций Y зависит от объема строительно-монтажных работ X_1 и среднегодовой численности рабочих X_2 (табл. 6.15).

Таблица 6.15

Организация	Объем работ (x_1), тыс. руб.	Численность рабочих (x_2), чел.	Накладные расходы (y), тыс. руб.
1	2050	226	340
2	2440	457	470
3	3730	762	530
4	3820	626	620
5	4920	820	770
6	4350	953	830
...	...	...	...

Наличие такого рода статистических данных позволяет получить с помощью систем уравнений (5.5), (5.12) и других уравнения регрессии, связывающие значения показателя Y с факторами $X_1, X_2, \ldots, X_n$, и использовать их для анализа и прогнозирования показателя Y при любых других значениях факторов, влияющих на его величину.

Рассмотрим простейший вид зависимости — однофакторный. Связь между показателем Y и фактором X может иметь различный вид: линейный, параболический, степенной и т. д. Для линейной однофакторной зависимости вида $y = a_0 + a_1 x$ значения коэффициентов a_0 и a_1 определяются с помощью системы уравнений (5.5). Полученное уравнение позволяет осуществить лишь точечный прогноз, т. е. найти среднее значение показателя Y при фиксированном значении фактора X (рис. 6.18).

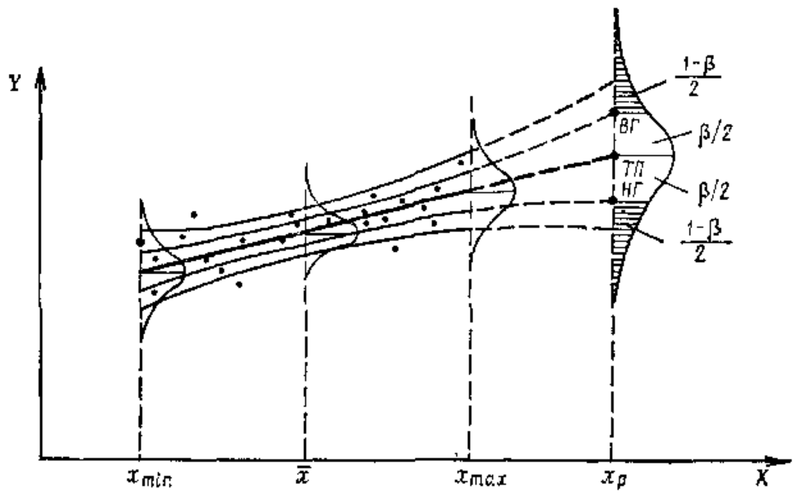


Рис. 6.18. Схема точечного и интервального прогнозирования:
ТП — точечный прогноз, ВГ — верхняя граница; НГ — нижняя граница

Пример 6.11. Отчетные данные за 1985 г. о наличии автомобильной техники и расходе денежных средств на ее эксплуатацию в девяти соединениях приведены в табл. 6.16.

Таблица 6.16

Соединение	Количество единиц техники (x)	Расходы на эксплуатацию техники (y), тыс. руб.
1	415	14,0
2	459	13,0
3	463	14,0
4	618	19,5
5	645	18,0
6	1299	41,0
7	1461	44,5
8	1534	50,0
9	1544	48,7

Необходимо рассчитать точечный прогноз величины расходов на 1986 г., если в соединении будет 480 единиц автомобильной техники (1980 единиц).

Решение. Используя статистические данные, приведенные в табл. 6.16, составим вспомогательную таблицу (табл. 6.17).

Таблица 6.17

x_i	y_i	$y_i x_i$	x_i^2	y_{i_p}	$\lvert y_i - y_{i_p}\rvert$	$(y_i - y_{i_p})^2$	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
415	14,0	5810	172 225	12,36	1,64	2,68	522,55	273 064
459	13,0	5967	210 681	13,78	0,78	0,61	478,55	229 015
463	14,0	6482	214 369	13,91	0,09	0,008	474,55	225 203
618	19,5	12 051	381 924	18,9	0,6	0,36	319,55	102 116
645	18,0	11 610	416 025	19,77	1,77	3,13	292,55	85 589
1299	41,0	53 259	1 687 401	40,83	0,17	0,030	361,44	130 642
1461	44,5	65 014,5	2 134 521	46,0	1,5	2,25	523,44	273 994
1534	50,0	76 700	2 353 156	48,4	1,6	2,58	596,44	355 746
1544	48,7	75 192,8	2 383 936	48,7	0	0	606,44	367 775
8438	262,7	312 086,3	9 954 238	262,65		11,648		2 043 144

Подставив данные граф 1—4 табл. 6.17 в систему уравнений (5.5), найдем значения коэффициентов a_0 и a_1:

$$a_0 9 + a_1 8438 = 262{,}7;$$
$$a_0 8438 + a_1 9\,954\,238 = 312\,086{,}3;$$
$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} a_0 + 937{,}6\, a_1 = 29{,}19; \\ a_0 + 1179{,}6916\, a_1 = 36{,}9858. \end{array} \\ \hline 242{,}136\, a_1 = 7{,}8058 \end{array}$$

$$a_1 = 0{,}0322; \quad a_0 = 29{,}19 - 0{,}0322 \times 937{,}6 = -1{,}0;$$
$$y = 0{,}0322x - 1{,}0 \text{ тыс. руб.}$$

Точечный прогноз для $x_p = 480$ и для $x_p = 1980$ составит:

$$y_{480} = 0{,}0322 \cdot 480 - 1{,}0 = 14{,}46 \text{ тыс. руб.};$$
$$y_{1980} = 0{,}0322 \cdot 1980 - 1{,}0 = 62{,}76 \text{ тыс. руб.}$$

Однако даже из геометрических соображений (см. рис. 6.18) *можно утверждать, что поскольку статистические данные лежат* не строго на линии регрессии, а имеют некоторый разброс, то и точечное прогнозное значение не может быть абсолютно точным, однозначным. Истинное значение показателя будет находиться в некотором интервале, размер которого зависит от степени разброса фактических значений показателя относительно средней тенденции, представленной линией регрессии, и от уровня доверительной вероятности.

Разброс индивидуальных значений показателя относительно средней тенденции может быть охарактеризован нормальным законом распределения со средним квадратическим отклонением σ_{yx} и дисперсией, называемой остаточной и определяемой по формуле (5.21). Есть все основания утверждать, что фактические значения показателя при некотором расчетном значении фактора x_p также будут иметь нормальный закон распределения.

Геометрическая гипотеза подтверждается экономическими соображениями. Действительно, если для всех значений фактора X в табл. 6.16 найти расчетные значения показателя y_{ip} (см. графу 5 табл. 6.17), то окажется, что они не совпадают с фактическими значениями y_i (графа 6 табл. 6.17). Следовательно, между показателем Y и фактором X нет функциональной связи и прогнозные значения показателя следует определять как некоторый интервал между нижней границей (НГ) и верхней границей (ВГ).

Если обозначить точечный прогноз экономического показателя, который рассчитывается на основе уравнения регрессии, через $\dot{y}$, а интервальный $\bar{y}$, то интервальный прогноз можно определить по формуле, являющейся, по существу, модификацией формулы (4.18):

$$\bar{\bar{y}} = \dot{y} \pm t_\beta \sigma_\Sigma, \tag{6.15}$$

где t_β — табличный коэффициент, отражающий степень «доверия» к прогнозу (приложение 5);

σ_Σ — ошибка прогноза.

Размер ошибки σ_Σ для прогнозирования на основе линейной однофакторной модели зависит от трех основных ошибок: ошибок определения самой линии регрессии, т. е. коэффициентов a_0 и a_1, и ошибок, вызванных разбросом индивидуальных значений относительно линии регрессии.

Вследствие того что выборка, как правило, не является полной, линия регрессии может быть чуть выше и чуть ниже истинного своего положения. Иначе говоря, коэффициент a_0 может быть бо́льшим или меньшим. Ошибка в определении коэффициента a_0 аналогична ошибке в определении среднего значения статистической выборки относительно значения математического ожидания. Если погрешность определения выборочной средней характеризуется стандартной ошибкой $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$, то ошибка в определении $a_0 - \sigma^2_{a_0}$ по аналогии характеризуется остаточной дисперсией σ^2_{yx}, уменьшенной в n раз, где n — объем выборки, т. е. $\sigma^2_{a_0} = \frac{\sigma^2_{yx}}{n}$.

На погрешность, связанную с ошибками определения коэффициента a_1, который характеризует угол наклона линии регрессии, влияет удаление расчетного значения x_p от середины статистической совокупности, т. е. $x_p - \bar{x}$, и размах отклонений x_i от среднего $\bar{x}$. Поэтому дисперсия σ_{a_1} определяется по формуле

$$\sigma^2_{a_1} = \sigma^2_{yx} \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}.$$

При прогнозировании среднего значения показателя следует учитывать только дисперсии $\sigma^2_{a_0}$ и $\sigma^2_{a_1}$.

Поскольку дисперсия суммы двух независимых величин равна сумме их дисперсий, то, считая коэффициенты a_0 и a_1 независимыми, можно записать

$$\sigma^2_\Sigma = \sigma^2_{a_0} + \sigma^2_{a_1}, \text{ а } \sigma_\Sigma = \sqrt{\sigma^2_{a_0} + \sigma^2_{a_1}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{yx}}{n} + \sigma^2_{yx} \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}} =$$

$$= \sigma_{yx} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}.$$

Таким образом, формула для интервального прогноза среднего значения показателя $\bar{\bar{y}}_c$ будет иметь вид

$$\bar{\bar{y}}_c = \dot{y} \pm t_\beta \sigma_{yx} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}. \tag{6.16}$$

Если прогноз делается для любого индивидуального значения, которое может принять показатель Y, то необходимо учесть колебания наблюдений y_i относительно линии регрессии, измеряемые остаточной дисперсией σ^2_{yx}.

В этом случае формула для вычисления суммарной дисперсии σ^2_Σ будет иметь вид

$$\sigma^2_\Sigma = \sigma^2_{yx} + \sigma^2_{a_0} + \sigma^2_{a_1},$$

следовательно,

$$\bar{\bar{y}}_и = \dot{y} \pm t_\beta \sigma_{yx} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}}. \tag{6.17}$$

Пример 6.12. Исходя из условий, приведенных в примере 6.11, рассчитать интервальный прогноз расходов с гарантией $\beta = 0{,}7$.

Решение. На основе данных, приведенных в табл. 6.17, рассчитываем прогноз среднего значения расходов по формуле (6.16):

$$\sigma_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma (y_i - y_{ip})^2}{n}} = \sqrt{\frac{11{,}648}{9}} = 1{,}138; \quad \bar{x} = \frac{8438}{9} = 937{,}6;$$

для $x_p = 480$

$$(x_p - \bar{x})^2 = (480 - 937{,}5)^2 = 209\,357;$$

для $x_p = 1980$

$$(x_p - \bar{x})^2 = (1980 - 937{,}5)^2 = 1\,086\,690.$$

Принимаем коэффициент $t_\beta = 1{,}108$ по приложению 5 для $n = 9$ и $\beta = 0{,}7$.

Тогда интервальные прогнозы будут равны:

при $x_p = 480$

$$\bar{\bar{y}}_c = 14{,}46 \pm 1{,}108 \cdot 1{,}138 \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{209\,357}{2\,043\,144}} = 14{,}46 \pm 0{,}58;$$

при $x_p = 1980$

$$\bar{\bar{y}}_c = 62{,}76 \pm 1{,}108 \cdot 1{,}138 \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1\,086\,690}{2\,043\,144}} = 62{,}76 \pm 1{,}0.$$

Таким образом, с гарантией 0,7 можно утверждать, что в соединении, имеющем 480 машин, расход денежных средств на их содержание будет находиться в диапазоне 13,88—15,04, а в соединении, имеющем 1980 машин, — в диапазоне 61,76—63,76 тыс. руб

При практическом использовании формул (6.16) и (6.17) возникают вопросы об установлении степени гарантии β и о том, в каких случаях определять прогноз среднего значения и в каких индивидуального.

Размер гарантии должен устанавливаться с учетом характера прогнозируемого объекта и риска выхода фактического значения показателя за пределы прогнозируемого интервала. Поскольку β — гарантия того, что фактическое значение показателя будет попадать в расчетный интервал, следовательно, с вероятностью $1-\beta$ может возникнуть ошибка. Если последствия ошибки прогноза велики, то размер $1-\beta$ следует уменьшить, а β увеличить. Например, если при определении потребности в денежных средствах на эксплуатацию автомобильной техники недопустим недостаток ресурса, то гарантию следует принимать в размере 0,85—0,95. При отсутствии жестких требований к гарантии достаточно и целесообразно принимать ее в диапазоне 0,7—0,8.

При установлении гарантии следует учитывать также и то обстоятельство, что она характеризует вероятность попадания фактического значения в определенный интервал. Однако при прогнозировании может возникнуть задача определения только верхней или нижней границы значения прогнозируемого показателя. Например, задача может быть сформулирована следующим образом: какая сумма денежных средств должна быть истребована, чтобы фактическое значение расхода не превысило заявленной суммы с определенной гарантией. При такой постановке задачи вероятность того, что фактическое значение не превысит верхней границы или будет не менее нижней границы интервала, составит $0{,}5+\frac{\beta}{2}$ (см. рис. 6.18). Например, при $\beta=0{,}7$ вероятность того, что фактическое значение показателя не превысит верхней границы, составит $0{,}5+\frac{0{,}7}{2}=0{,}85$. В то же время вероятность того, что фактическое значение показателя будет не меньше нижней границы, составит также 0,85.

При выборе расчетной зависимости для определения интервального прогноза среднего или индивидуального значения необходимо учитывать следующее. Если прогноз осуществляется вышестоящим органом, показатели расхода ресурсов которого формируются как сумма показателей нижестоящих органов, нужно использовать формулу (6.16). При формировании суммарного показателя происходит взаимная компенсация отклонений значений показателя от заявленного среднего. Поэтому фактическое значение показателя незначительно отклонится от

среднего. В то же время для каждого низового звена отклонение фактического значения от среднего может быть достаточно большим. Поэтому при определении потребности в денежных средствах воинскими частями следует использовать формулу (6.17), а соединениями и военным округом — формулу (6.16).

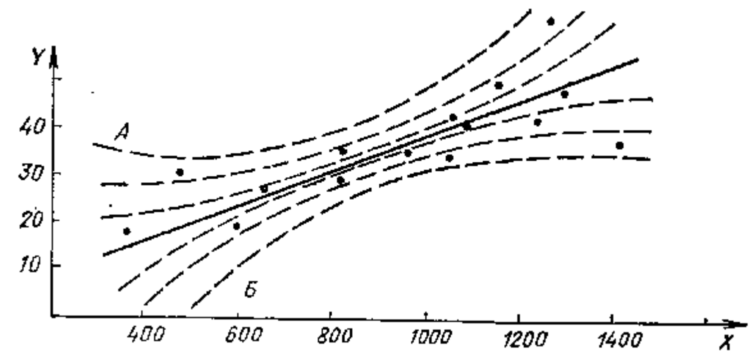


Рис. 6.19. Анализ отклонений от средней тенденции

Формулы для интервального прогнозирования можно использовать также для анализа фактических значений экономического показателя и определения меры их отклонения от установившейся статистической тенденции. Например, если для определенной статистической совокупности пар наблюдений y_i, x_i построить график (рис. 6.19), на котором точки изображают значения показателей отдельных организаций Y при определенных значениях факторов, и нанести линию регрессии, то можно установить степень отклонения отдельных значений показателя Y от линии регрессии, характеризующей сложившуюся тенденцию. Например, по оси X могут быть отложены объемы строительно-монтажных работ строительных организаций, а по оси ординат — фактические накладные расходы. Тогда строительные организации, соответствующие точкам, попадающим в зону А (выше линии регрессии), имеют расход, больший, чем в среднем, и результаты их деятельности должны быть подвергнуты тщательному анализу.

Опыт организаций, попадающих в зону Б (ниже линии регрессии), должен стать предметом изучения для распространения передового опыта. Если построить доверительные зоны по формуле (6.17) с различными уровнями β, то становится возможной классификация организаций по качеству их работы на основе количественной меры.

6.7.2. Прогнозирование на основе анализа временных рядов

В тех случаях, когда на экономический показатель влияет весьма большое количество факторов и практически невозможно выявить основные, определяющие, а сам показатель имеет достаточно четко выраженную тенденцию к возрастанию или убыванию во времени, для прогнозирования его значений в бу-

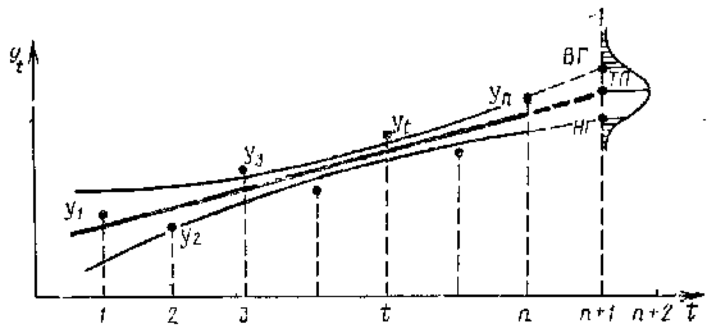


Рис. 6.20. Прогнозирование на основе рядов динамики:
ТП — точечный прогноз, ВГ — верхняя граница; НГ — нижняя граница

дущем используется метод анализа временных рядов. Например, известны значения показателя Y на интервале $t=\overline{1,\ n}$: $y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_t,\ \ldots,\ y_n$. Требуется рассчитать прогноз экономического показателя в моменты $t=n+1$, $t=n+2$ и т. д. (рис. 6.20). Прогнозирование экономических показателей на основе рядов динамики имеет свои особенности, отличающие его от метода, изложенного в подразд. 6.7.1:

— прогнозирование экономического показателя может осуществляться только для $t>n$, тогда как регрессионный анализ позволяет прогнозировать показатель Y для любых значений фактора x_p, в том числе и внутри интервала имеющихся статистических данных от x_{min} до x_{max};

— основными объектами прогнозирования являются устойчивые экономические показатели, главным образом относительные, например рост производительности труда.

Для получения точечного прогноза $\dot{y}_t$ используются уравнения тренда типа $y_t=a_0+a_1t$, коэффициенты a_0 и a_1 для которого рассчитываются с помощью системы уравнений (5.39). Для интервального прогнозирования среднего значения экономического показателя на основе линейного тренда используется формула

$$\overline{\overline{y}}_t=\dot{y}_t\pm t_\beta\sigma_{yt}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{(t_p-\bar{t})^2}{\sum_t(t-\bar{t})^2}}, \qquad (6.18)$$

где $\dot{y}_t$ — точечный прогноз, определямый с помощью уравнения тренда путем подстановки вместо t соответствующего значения расчетного периода времени t_p;

t_β — коэффициент Стьюдента, принимаемый по таблице приложения 5;

σ_{yt} — среднее квадратическое отклонение фактических значений показателя y_t от расчетных y_{t_p}, полученных с помощью уравнения тренда

$$\sigma_{yt}=\sqrt{\frac{\sum_t(y_t-y_{t_p})^2}{n}};$$

n — количество исходных уровней временного ряда;

$\bar{t}$ — середина временного ряда на участке $t=1$—n (например, при $n=7$ $\bar{t}=4$, при $n=6$ $\bar{t}=3{,}5$).

Если необходимо рассчитать интервальный прогноз не для среднего значения показателя y_t в момент t_p, а для любого индивидуального значения, то необходимо учесть отклонения фактических точек от линии тренда и воспользоваться формулой

$$\overline{\overline{y}}_t=\dot{y}_t\pm t_\beta\sigma_{yt}\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(t_p-\bar{t})^2}{\sum_t(t-\bar{t})^2}}. \qquad (6.19)$$

Пример 6.13. На основе отчетных данных о росте производительности труда на промышленных предприятиях военного округа, имея в виду, что за 100% принят уровень 1975 г. (табл. 6.18, графы 1—3), рассчитать прогноз на 1981 г.

Таблица 6.18

$t_ф$	t	y_t	t^2	$y_t t$	y_{t_p}	$y_t-y_{t_p}$	$(y_t-y_{t_p})^2$	$t-\bar{t}$	$(t-\bar{t})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1975 г.	1	100	1	100	98,44	1,56	2,43	2,5	6,25
1976 г.	2	104	4	208	102,58	1,42	2,02	1,5	2,25
1977 г.	3	105	9	315	106,72	—1,72	2,96	0,5	0,25
1978 г.	4	107	16	428	110,86	—2,14	4,58	0,5	0,25
1979 г.	5	115	25	575	115,0	0	0	1,5	2,25
1980 г.	6	122	36	732	119,14	0,86	0,74	2,5	6,25
	21	653	91	2358			12,73		17,5

Решение. Используя данные граф 2—5 табл. 6.18, с помощью системы уравнений (5.39) получим уравнение тренда, выражающего тенденцию изменения производительности труда:

$$y_t = 94{,}3 + 4{,}14t.$$

Для 1981 г. (условный номер года $t_p=7$) получим точечный прогноз

$$y_{81} = 94{,}3 + 4{,}14\cdot 7 = 123{,}3.$$

Задаваясь гарантией $\beta=0{,}7$ для количества исходных данных $n=6$ по приложению 5, получим $t_{0,7} = 1{,}156$.

На основе данных графы 8 табл. 6.18 определим остаточное среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_{yt} = \sqrt{\frac{\sum_t (y_t - y_{tp})^2}{n}} = \sqrt{\frac{12{,}73}{6}} = 1{,}456.$$

Используя данные графы 10 табл. 6.18 и учитывая, что середина временного ряда $\bar{t}=3{,}5$, с помощью формулы (6.18) получим

$$y_{81} = 123{,}3 \pm 1{,}156\cdot 1{,}456\sqrt{\frac{1}{6} + \frac{(7-3{,}5)^2}{17{,}5}} = 123{,}3 + 1{,}6.$$

Следовательно, с гарантией 0,7 можно утверждать, что истинное значение уровня производительности труда будет находиться в диапазоне 121,7—124,9%. Если же не учитывать диапазон значений показателя, а переходить к односторонней гарантии, можно утверждать с гарантией 0,85, что рост производительности труда не превысит 124,9%.

6.7.3. Прогнозирование экономических показателей на основе средней

Метод прогнозирования на основе средней используется в тех случаях, когда экономический показатель не имеет тенденции к возрастанию или убыванию, а лишь колеблется относительно некоторого среднего уровня. В этом случае, если известны значения уровней временного ряда y_t $(t=1\div n)$, точечный прогноз показателя определяется как простое среднее (рис. 6.21):

$$\dot{y}_t = \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n}.$$

При получении интервального прогноза среднего значения следует учесть ошибку, связанную с отклонением среднего значения $\bar{y}$ от математического ожидания и характеризуемую стандартной ошибкой $\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}$. Поэтому при заданной доверительной вероятности β интервальный прогноз среднего значения определяется по формуле

$$y_t = \bar{y} \pm t_\beta \sigma_{\bar{y}}. \qquad (6.20)$$

Формула (6.20) вытекает, по существу, из определения доверительного интервала (см. подразд. 4.2).

При интервальном прогнозировании экономического показателя для любого случайного значения необходимо учитывать разброс фактических значений y_t относительно среднего. В этом случае суммарная погрешность σ_Σ^2 будет равна

$$\sigma_\Sigma^2 = \sigma_y^2 + \sigma_{\bar{y}}^2 = \sigma_y^2\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

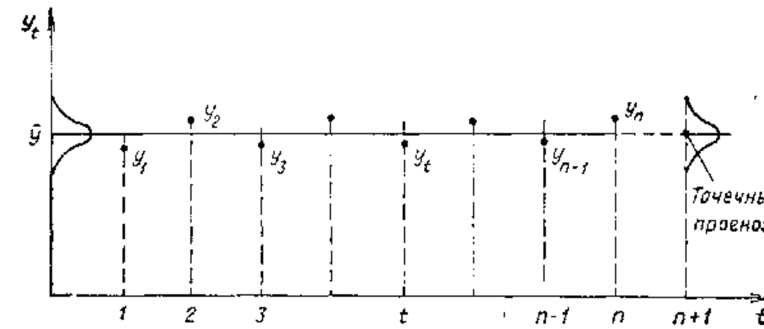


Рис. 6.21. Прогнозирование на основе средней

Тогда интервальный прогноз индивидуальных значений показателя будет определяться по формуле

$$y_t = \bar{y} \pm t_\beta \sigma_\Sigma = \bar{y} \pm t_\beta \sigma_y \sqrt{1 + \frac{1}{n}}. \qquad (6.21)$$

Пример 6.14. На основе данных о расходах на канцелярские принадлежности в 1980—1984 гг., приведенных в табл. 6.19, требуется определить, какая сумма должна быть запланирована на 1985 г., чтобы с гарантией 70% обеспечить среднюю потребность соединения в канцелярских принадлежностях.

Таблица 6.19

Год	Расходы на канцелярские принадлежности, тыс. руб.
1980	1,2
1981	1,15
1982	1,2
1983	1,2
1984	1,25

Решение. Предварительно составим вспомогательную таблицу (табл. 6.20).

Таблица 6.20

t	y_t	$y_t-\bar{y}$	$(y_t-\bar{y})^2$
1980 г.	1,2	0	0
1981 г.	1,15	−0,05	0,0025
1982 г.	1,2	0	0
1983 г.	1,2	0	0
1984 г.	1,25	0,05	0,0025
	6,0		0,005

Затем на основе табличных данных находим:

$$\bar{y}=\frac{\sum_t y_t}{n}=\frac{6{,}0}{5}=1{,}2;\quad \sigma_y=\sqrt{\frac{\sum_t (y_t-\bar{y})^2}{n}}=\sqrt{\frac{0{,}005}{5}}=0{,}032.$$

Для $\beta=0{,}7$ и $n=5$ по приложению 5 $t_\beta=1{,}19$. Следовательно, среднее значение будущего расхода составит 1,2 тыс. руб., а верхнее и нижнее гарантированные значения определяются по формуле (6.20):

$$\bar{\bar{y}}_{85}=1{,}2\pm 1{,}19\cdot 0{,}032\sqrt{\frac{1}{5}}=1{,}2\pm 0{,}02,\ \text{тыс. руб.}$$

Можно утверждать, что с гарантией 70% фактические расходы 1985 г. будут находиться в диапазоне 1,18—1,22 тыс. руб., а с гарантией $0{,}5+\frac{\beta}{2}=$ $=0{,}5+\frac{0{,}7}{2}=0{,}85$ они не превысят 1,22 тыс. руб.

Для придания большего «веса» статистическим данным за *последние периоды (годы, месяцы и т. д.) при точечном* прогнозировании на основе средней следует находить экспоненциальную среднюю

$$\dot{y}_{n+1}=\dot{y}_n+\alpha(y_n-\dot{y}_n),$$

где $\dot{y}_n$ — точечный прогноз показателя Y на момент $t=n$, произведенный в предыдущий период при $t=n-1$;

α — коэффициент, учитывающий «вес» наблюдений на отрезке $t=1-n$;

y_n — фактическое значение показателя Y при $t=n$.

Поскольку $\alpha=\frac{2}{n+1}$, то $n=\frac{2-\alpha}{\alpha}$. Тогда выражение для интервального прогноза индивидуального значения примет вид

$$\bar{\bar{y}}_{n+1}=[\dot{y}_n+\alpha(y_n-\dot{y}_n)]\pm t_\beta\sigma_y\sqrt{\frac{2}{2-\alpha}},\tag{6.22}$$

а для среднего значения

$$\bar{y}_{n+1}=[\dot{y}_n+\alpha(y_n-\dot{y}_n)]\pm t_\beta\sigma_y\sqrt{\frac{\alpha}{2-\alpha}}.\tag{6.23}$$

Пример 6.15. Исходя из данных, приведенных в табл. 6.21, рассчитать верхний предел потребности в денежных средствах на приобретение канцелярских принадлежностей в 1985 г.

Таблица 6.21

Год	Истребовано, тыс. руб.	Фактически израсходовано, тыс. руб.
1980	1,0	1,2
1981	1,2	1,15
1982	1,15	1,2
1983	1,2	1,2
1984	1,2	1,25

Решение. Для учета фактических расходов в 1984 г. определим коэффициент α:

$$\alpha=\frac{2}{n+1}=\frac{2}{5+1}=\frac{1}{3}.$$

С учетом результатов, полученных в примере 6.14, и величины коэффициента α рассчитаем интервальный прогноз расходов в 1985 г. по формуле (6.23):

$$\bar{\bar{y}}_{85}=\left[1{,}2+\frac{1}{3}(1{,}25-1{,}2)\right]\pm 1{,}19\cdot 0{,}032\sqrt{\frac{0{,}33}{2-0{,}33}}=1{,}22\pm 0{,}02.$$

Таким образом, учет складывающейся тенденции проявляется в том, что верхняя граница потребности в денежных средствах по сравнению с потребностями в примере 6.14 поднялась до 1,24 тыс. руб. Тем самым учет важности последнего увеличения расходов в 1984 г. требует скорректировать заявку на потребность в денежных средствах.

Недостатком метода прогнозирования на основе средней является то, что он не учитывает дальность прогнозирования. Поэтому этот метод целесообразно использовать только для краткосрочного прогнозирования (на один-два периода).

Методы прогнозирования показателей находят широкое применение в практике экономического анализа. Они позволяют на основе данных о значениях факторов, влияющих на величину показателей, прогнозировать значение показателей и определять точечный прогноз и интервал, в котором будет находиться значение показателя с заданным уровнем гарантии.

Методы прогнозирования могут широко использоваться при планировании потребности в денежных средствах, проверке обоснованности расчетов довольствующих служб, оценке стоимостных показателей элементов военной техники по их тактико-техническим характеристикам.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

МЕТОДЫ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОБОСНОВАНИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПО ЭФФЕКТИВНОМУ РАСХОДОВАНИЮ МАТЕРИАЛЬНЫХ, ТРУДОВЫХ И ФИНАНСОВЫХ РЕСУРСОВ

Глава 7

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

7.1. Постановка экономических задач, решаемых методом линейного программирования

Термин «линейное программирование» расшифровывается следующим образом. Слово «программирование» означает выработку программы действий, плана работы некоторого экономического объекта. Поэтому иногда термин «линейное программирование» заменяется термином «линейное планирование». При нахождении наилучшей программы (плана) в качестве целевой функции и ограничений выступают линейные зависимости, т. е. зависимости, в которых неизвестные находятся в первой степени.

Применение метода линейного программирования для решения практических задач позволяет получать рекомендации по наиболее экономному использованию ресурсов при достижении поставленных целей. Постановка задачи линейного программирования носит экстремальный характер, т. е. состоит в нахождении таких значений переменных величин, при которых целевая функция достигает максимума или минимума в зависимости от характера задачи.

В настоящее время методы линейного программирования находят весьма широкое распространение. В области экономики они используются при разработке планов производства, строительства, перевозок грузов, материально-технического снабжения и др.

Рассмотрим несколько типовых задач, которые могут решаться в практической деятельности войск с применением методов линейного программирования.

Задача 7.1. Хозрасчетное предприятие Министерства обороны изготовляет (ремонтирует) изделия нескольких типов. Для изготовления (ремонта)

каждого изделия требуется определенное количество материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

Известны ограничения на все виды ресурсов. Изготовление (ремонт) каждого вида изделия приносит определенную прибыль. Необходимо разработать такой план выпуска (ремонта) изделий, при котором прибыль предприятия будет максимальной.

Задача 7.2. Войсками военного округа ежегодно производится заготовка картофеля и овощей, перевозка которых осуществляется автотранспортом соединений, частей и продовольственных складов округа. Требуется определить такие районы заготовок, доставка из которых картофеля и овощей потребителям могла бы быть осуществлена при наименьшей численности автотранспортных средств.

Аналогичные задачи возникают при планировании перевозок строительных и других материалов.

Задача 7.3. Обучение личного состава воинской части вождению машин проводится на различных тренажерах и штатной технике. Стоимость одного часа занятий на тренажерах меньше, чем на штатной технике, но и уровень подготовки обучаемых при обучении на тренажерах ниже по сравнению с уровнем обучения на штатной технике. Известны срок подготовки водителей машин, требуемый уровень их обученности, лимиты расхода ресурса тренажеров и штатной техники. Требуется составить такой план подготовки водителей, который позволил бы добиться требуемых результатов обучения военнослужащих при наименьших затратах.

Задача 7.4. Для проведения комплексной ревизии финансово-хозяйственной деятельности одного из соединений округа создана группа инспекторов-ревизоров. Известны перечень работ, которые необходимо выполнить в процессе ревизии, ожидаемая продолжительность каждой из этих работ и распределение их между исполнителями. Требуется составить график проведения ревизии, позволяющий выполнить весь комплекс работ в возможно короткий срок.

Задача 7.5. При проведении войсковых учений перед полковой артиллерийской группой (ПАГ) ставится задача по поражению точечных и площадных целей. Известны количество, характеристики и состав боевых средств ПАГ, количество и защищенность целей. Имеются данные о стоимости одного выстрела каждым боевым средством, выделено время на выполнение огневой задачи, установлена степень поражения целей.

Требуется распределить огневые средства ПАГ по целям так, чтобы наносимый ущерб был не менее заданного, а затраты сил и средств на выполнение задачи были бы минимальными.

При всей разнохарактерности перечисленных задач для их решения используется один и тот же метод линейного программирования.

Для получения численного решения такого рода задач необходимо прежде всего построить экономико-математическую модель.

7.2. Экономико-математическая модель основной задачи линейного программирования

Разработка экономико-математической модели предполагает выполнение ряда логических и математических процедур в соответствии с положениями, изложенными в подразд. 2.3. Порядок разработки модели рассмотрим на следующем примере. Допустим, что требуется разработать план ремонта двух изделий при обеспечении наиболее целесообразного использования трех видов ограниченных ресурсов. Выгодность плана будем оценивать суммой прибыли, которую получит ремонтное предприятие от реализации продукции.

Введем обозначения. Искомое количество изделий I и II обозначим x_1 и x_2. Норма расхода первого вида ресурса A_1 на изделие I — a_{11} (табл. 7.1), второго вида ресурса A_2 на изделие I — a_{12} и т. д. Лимит по каждому виду ресурса обозначим b_1, b_2 и b_3, прибыль за единицу реализованной продукции d_1 и d_2. Составим логическую схему решения задачи с помощью табл. 7.1.

Таблица 7.1

Изделие	Норма расхода ресурсов на одно изделие			Прибыль от реализации одного изделия
	A_1	A_2	A_3	
I	a_{11}	a_{12}	a_{13}	d_1
II	a_{21}	a_{22}	a_{23}	d_2
Лимит на ресурс	b_1	b_2	b_3	

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{21}x_2 \leqslant b_1, \\ &a_{12}x_1 + a_{22}x_2 \leqslant b_2, \\ &a_{13}x_1 + a_{23}x_2 \leqslant b_3. \end{aligned} \tag{7.1}$$

Условие (7.1) представляет собой систему ограничений и означает, что расход каждого из трех видов ресурсов не может превышать лимита.

Кроме ограничений по объему потребляемых ресурсов могут быть заданы условия, в соответствии с которыми фиксируется минимальный объем выпуска тех или иных изделий. Например, изделия I должно быть выпущено не менее N единиц. В этом случае можно записать

$$x_1 \geqslant N. \tag{7.2}$$

Выпуск продукции по смыслу задачи не может быть отрицательным, поэтому необходимо сделать запись дополнительных ограничений

$$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0. \tag{7.3}$$

Исходя из того что задача сводится к нахождению таких объемов выпуска продукции, при которых прибыль предприятия будет максимальной, можно записать целевую функцию в виде

$$L = d_1x_1 + d_2x_2 = \sum_{i=1}^{n} d_i x_i \to \max_{x_1, x_2}. \tag{7.4}$$

После того как сформулированы целевая функция (7.4) и система ограничений (7.1), (7.2) и (7.3), можно представить математическую модель задачи следующим образом.

Найти такие x_1 и x_2, при которых

$$\begin{aligned} &L = d_1x_1 + d_2x_2 \to \max_{x_1, x_2}, \\ &a_{11}x_1 + a_{21}x_2 \leqslant b_1, \\ &a_{12}x_1 + a_{22}x_2 \leqslant b_2, \\ &a_{13}x_1 + a_{23}x_2 \leqslant b_3, \\ &x_1 \geqslant N, \quad x_2 \geqslant 0. \end{aligned} \tag{7.5}$$

Ограничения (7.1) можно записать в более общем виде:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \leqslant b_j,$$

где j — номер ресурса;

n — количество наименований выпускаемой продукции.

В данной задаче решение предполагает нахождение таких переменных x_i, которые максимизируют целевую функцию (7.4) и удовлетворяют ограничениям. Смысл ограничений в данном случае состоит в том, что фактический расход ресурсов не должен превышать определенного объема. В практике возникают задачи, когда требуется минимизировать целевую функцию, имеющую смысл, например, суммарной себестоимости изделий или стоимости выполнения огневой задачи.

Ограничения могут также иметь иной смысл по сравнению с теми, которые записаны в модели (7.5). Если требуется обеспечить поражение цели с вероятностью, не меньшей, чем требуемая, то ограничение примет вид

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \geqslant b_j.$$

Все рассмотренные разновидности задач сводятся к так называемой **основной задаче линейного программирования** (ОЗЛП). Эта задача характерна тем, что ограничения-неравенства приводятся к равенствам, а целевая функция обращается в минимум.

Приведение любой задачи линейного программирования к ОЗЛП осуществляется с помощью следующих преобразований.

Неравенство в системе ограничений можно представить в виде равенства, если в меньшую часть неравенства ввести дополнительную переменную. Это достигается таким образом.

Неравенство $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i \leqslant b_j$ можно представить в виде равенства $y_j + \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i = b_j$.

Смысл преобразования состоит в следующем. Знак «$<$» свидетельствует о том, что левая часть неравенства на какую-то, пусть пока неизвестную величину меньше правой части. Если эту разницу между левой и правой частями неравенства обозначить через дополнительную переменную y_j и прибавить ее к левой части, то неравенство обратится в равенство. Аналогично $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \geqslant b_j$ можно записать в виде $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i = b_j + y_j$.

Для перехода от задачи максимизации целевой функции к эквивалентной задаче ее минимизации необходимо изменить знаки перед всеми коэффициентами в целевой функции. Так, максимизация $L = \sum_{i=1}^{n} d_i x_i$ эквивалентна минимизации $L' = \sum_{i=1}^{n} (-d_i x_i)$. Следовательно, $\max L = \min L' = \min(-L)$.

В результате решения задачи должно быть найдено определенное сочетание x_i. Если полученное сочетание удовлетворяет ограничениям задачи (7.5), то такое решение называется **допустимым**. Решение из области допустимых, которое приводит к экстремуму целевой функции, называется **оптимальным**. Как правило, оптимальное решение единственно, хотя возможны случаи, когда таких решений может быть несколько, но каждому из них соответствует одно и то же минимальное (максимальное) значение целевой функции.

Для получения решения применяются специальные вычислительные приемы, в основе которых лежат симплекс-преобразования.

7.3. Основы симплекс-метода решения основной задачи линейного программирования

Простейшим вычислительным методом решения экстремальных задач является **метод простого перебора**, при котором рассматривается все множество возможных комбинаций переменных, удовлетворяющих линейным ограничениям. Для каждой такой комбинации вычисляется значение целевой функции и в конце концов находится оптимальный вариант. Однако на практике задачи имеют достаточно большое число переменных и ограничений, поэтому такое решение может оказаться не под силу даже современной электронно-вычислительной технике.

Для сокращения вычислений при решении задачи линейного программирования разработаны различные методы оптимизации. Наиболее эффективным из них является **симплекс-метод**.

Предположим, что в задаче линейного программирования имеется n переменных и m линейно независимых ограничений

($n > m$). Например, ремонту могут подлежать n наименований изделий, требующих m видов ресурсов. Система ограничений на использование ресурсов примет вид

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1i}x_i + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2i}x_i + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mi}x_i + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m. \end{aligned}$$

Тогда, по крайней мере, $k = n - m$ переменных могут принимать любые, в том числе и нулевые значения. Эти переменные называются свободными, а оставшиеся $m = n - k$ переменных — базисными.

Если в качестве свободных выбраны первые k переменных $x_1, x_2, \ldots, x_k$, то остальные m базисных переменных $x_{k+1}, x_{k+2}, \ldots, x_n$ и целевая функция могут быть выражены через свободные переменные:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \beta_{k+1} + \alpha_{k+1,1}x_1 + \alpha_{k+1,2}x_2 + \ldots + \alpha_{k+1,k}x_k, \\ x_{k+2} &= \beta_{k+2} + \alpha_{k+2,1}x_1 + \alpha_{k+2,2}x_2 + \ldots + \alpha_{k+2,k}x_k, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n &= \beta_n + \alpha_{n,1}x_1 + \alpha_{n,2}x_2 + \ldots + \alpha_{n,k}x_k, \\ L &= \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \ldots + \gamma_k x_k, \end{aligned}$$

где $\alpha_{l,p}$ $(k + 1 \leqslant l \leqslant n,\ 1 \leqslant p \leqslant k)$ и γ_p $(0 \leqslant p \leqslant k)$ — новые значения коэффициентов, которые получены в результате выражения базисных переменных через свободные.

Предположим, что все свободные переменные $x_1, x_2, \ldots, x_k$ равны нулю. Тогда все базисные переменные будут равны свободным членам $x_{k+1} = \beta_{k+1}$, $x_{k+2} = \beta_{k+2}$, $\ldots$, $x_n = \beta_n$, а целевая функция примет значение $L = \gamma_0$. Однако нельзя утверждать, что данное решение оптимально, так как, если среди коэффициентов свободных переменных целевой функции $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_k$ есть хотя бы один отрицательный, такое решение может быть улучшено, а значение целевой функции будет уменьшено. Если, например, $\gamma_1 \leqslant 0$, то, увеличивая x_1, можно уменьшить L. Это эквивалентно переходу от одного опорного плана к другому, в котором переменная x_1 уже не равна нулю и становится базисной, а свободной вместо нее (равной нулю) становится какая-то другая переменная. Тогда значение целевой функции уменьшится, а само решение улучшится.

Переход от одного опорного плана к другому при условии сохранения ограничений таким образом, чтобы значение L постоянно уменьшалось или, по крайней мере, не увеличивалось, и составляет идею симплекс-метода.

Пример 7.1. Рассмотрим задачу с сохранением условий построения математической модели (7.5) при следующих значениях коэффициентов:

$$d_1 = 2;\ d_2 = 6;\ a_{11} = 2;\ a_{21} = 3;\ a_{12} = 4;\ a_{22} = 5;\ a_{13} = 1;\ a_{23} = 2;$$
$$x_1 \geqslant 0;\quad x_2 \geqslant 0.$$

Лимит на ресурс первого вида составляет 51, второго — 60, третьего — 10 единиц.

Смысл коэффициентов в данной задаче состоит в следующем. Прибыль от реализации одного изделия I составляет 2 единицы, изделия II — 6 единиц. Коэффициенты a_{ij} характеризуют расход ресурсов на одно изделие. Исходя из данных условий требуется установить такой план выпуска изделий, т. е. подобрать такие x_1 и x_2, при которых прибыль будет максимальной.

Решение. Составим логическую схему данной задачи (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Изделие	Норма расхода ресурсов на одно изделие, кг			Прибыль от реализации одного изделия, руб.
	A_1	A_2	A_3	
I	2	4	1	2
II	3	5	2	6
Лимит на ресурс	51	60	10	

Математическая модель данной задачи примет вид

$$L = 2x_1 + 6x_2 \to \max_{x_1,\, x_2}$$

при

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\leqslant 51,\\ 4x_1 + 5x_2 &\leqslant 60,\\ x_1 + 2x_2 &\leqslant 10,\\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 &\geqslant 0. \end{aligned} \tag{7.6}$$

Данную задачу приведем к основной задаче линейного программирования путем введения дополнительных неотрицательных переменных y_1, y_2, y_3 и преобразования неравенств в равенства:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + y_1 &= 51,\\ 4x_1 + 5x_2 + y_2 &= 60,\\ x_1 + 2x_2 + y_3 &= 10,\\ L' = -L = -2x_1 - 6x_2 &\to \min_{x_1,\, x_2}. \end{aligned} \tag{7.7}$$

В данной задаче дополнительные переменные y_1, y_2 и y_3 имеют достаточно очевидный экономический смысл. Это не что иное как объем ресурса, который может остаться после ремонта изделий в количестве x_1 и x_2 единиц. В системе равенств (7.7) число переменных $n=5$ (x_1, x_2, y_1, y_2, y_3), а число ограничений $m=3$. Следовательно, $n-m=2$ переменных могут быть выбраны в качестве свободных. Пусть это будут x_1 и x_2. Запишем ограничения в форме

$$\begin{aligned} y_1 &= 51 - 2x_1 - 3x_2,\\ y_2 &= 60 - 4x_2 - 5x_2,\\ y_3 &= 10 - x_1 - 2x_2. \end{aligned}$$

Приняв свободные переменные равными нулю, можно сразу получить решение

$$x_1 = 0;\quad x_2 = 0;\quad y_1 = 51;\quad y_2 = 60;\quad y_3 = 10.$$

При этих значениях переменных целевая функция $L'=0$.

Данное решение не является оптимальным, так как коэффициенты при x_1 и x_2 в целевой функции отрицательны. Значит, увеличивая x_1 и x_2, в целях сохранения ограничений необходимо уменьшить базисные переменные y_1, y_2 и y_3. Увеличивать x_1 и x_2 можно только до некоторых пределов, иначе, как это вытекает из ограничений, базисные переменные y_1, y_2 и y_3 могут стать отрицательными. Определим предел возможного увеличения x_2, так как именно при x_2 коэффициент в целевой функции больше, чем при x_1. Из первого ограничения следует, что y_1 станет равным нулю при $x_2=17$ $\left(0=51-0-3x_2\text{, откуда } x_2 = \frac{51}{3} = 17\right)$. Во втором ограничении y_2 превратится в нуль, если $x_2=12$, в третьем ограничении $x_2=5$. Следовательно, x_2 можно увеличивать до минимального из полученных значений, т. е. до $x_2=5$.

Если задать $x_2>5$, то y_3 будет меньше нуля, что противоречит смыслу дополнительных переменных, введенных в системе равенств (7.7). Например, при $x_2=6$ значение y_3 (при $x_1=0$) равно $y_3=10-0-2\cdot6=-2$.

Проведем преобразование третьего равенства системы (7.7), при котором y_3 становится свободной переменной, а x_2 — базисной. Для этого в данном равенстве выразим x_2 через другие переменные:

$$y_3 = 10 - x_1 - 2x_2;\quad 2x_2 = 10 - x_1 - y_3;\quad x_2 = 5 - 0{,}5x_1 - 0{,}5y_3.$$

Подставим полученное выражение для x_2 в первое и второе ограничения системы равенств (7.7):

$$y_1 = 51 - 2x_1 - 3x_2 = 51 - 2x_1 - 3\,(5 - 0{,}5x_1 - 0{,}5y_3) = 36 - 0{,}5x_1 + 1{,}5y_3,$$
$$y_2 = 60 - 4x_1 - 5\,(5 - 0{,}5x_1 - 0{,}5y_3) = 35 - 1{,}5x_1 + 2{,}5y_3.$$

Аналогично введем в целевую функцию новую свободную переменную

$$L' = -2x_1 - 6\,(5 - 0{,}5x_1 - 0{,}5y_3) = -30 + x_1 + 3y_3.$$

Следовательно:

$$y_1 = 36 - 0{,}5x_1 + 1{,}5y_3,\quad y_2 = 35 - 1{,}5x_1 + 2{,}5y_3,\quad x_2 = 5 - 0{,}5x_1 - 0{,}5y_3,$$
$$L' = -30 + x_1 + 3y_3.$$

Полагая свободные переменные x_1 и y_3 равными нулю, получим следующее решение:

$$y_1 = 36,\quad y_2 = 35,\quad x_2 = 5,\quad L' = -30.$$

Это решение является оптимальным, так как все коэффициенты при свободных переменных в целевой функции неотрицательны. Любое увеличение свободных переменных не уменьшит значение целевой функции.

При этом максимальное значение целевой функции будет равно

$$\max L = -\min L' = 30.$$

Процедура перевода базисных переменных в свободные и наоборот может быть существенно упрощена, если ее формализовать и свести к заполнению стандартных, так называемых симплекс-таблиц по определенному алгоритму (системе правил). С помощью табличного алгоритма замены переменных можно решить любую задачу линейного программирования.

7.4. Алгоритм симплекс-метода

Для решения задачи линейного программирования симплекс-методом необходимо прежде всего математическую модель привести к **стандартной** форме записи. Для этого нужно произвольно разделить все переменные на свободные и базисные (назначить какое-то решение задачи) и затем привести математическую модель к виду (7.6). При стандартной форме записи ограничения и целевая функция представляются как разность между свободными членами и суммой остальных, взятых с обратным знаком:

$$\left.\begin{aligned} x_{k+1} &= \beta_{k+1} - (-\alpha_{k+1,1}x_1 - \alpha_{k+1,2}x_2 - \ldots - \alpha_{k+1,k}x_k),\\ x_{k+2} &= \beta_{k+2} - (-\alpha_{k+2,1}x_1 - \alpha_{k+2,2}x_2 - \ldots - \alpha_{k+2,k}x_k),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ x_n &= \beta_n - (-\alpha_{n,1}x_1 - \alpha_{n,2}x_2 - \ldots - \alpha_{n,k}x_k),\\ L &= \gamma_0 - (-\gamma_1x_1 - \gamma_2x_2 - \ldots - \gamma_kx_k). \end{aligned}\right\} \quad (7.8)$$

Симплекс-таблица (табл. 7.3) — это таблица, в первом столбце которой содержатся обозначения базисных переменных (БП) и целевой функции L, во втором столбце — значения свободных членов (СЧ) системы (7.8), во всех остальных столбцах — значения коэффициентов при переменных x, взятые в круглые скобки стандартной формы записи (7.8).

Таблица 7.3

БП	СЧ	x_1	x_2	...	x_k
x_{k+1}	β_{k+1}	$-\alpha_{k+1,1}$	$-\alpha_{k+1,2}$	...	$-\alpha_{k+1,k}$
x_{k+2}	β_{k+2}	$-\alpha_{k+2,1}$	$-\alpha_{k+2,2}$	...	$-\alpha_{k+2,k}$
...	...	...	...	...	...
x_n	β_n	$-\alpha_{n,1}$	$-\alpha_{n,2}$	...	$-\alpha_{n,k}$
L	γ_0	$-\gamma_1$	$-\gamma_2$	...	$-\gamma_k$

Задачу, сформулированную в виде системы (7.7), запишем в стандартной форме. При этом усложним задачу, введя дополнительное ограничение: количество единиц отремонтированных изделий 1 должно быть не менее четырех, т. е. $x_1 \geqslant 4$.

Для записи системы (7.7) в стандартном виде вынесем в левую часть уравнений базисные переменные y_1, y_2, y_3, а также переменную y_4, появившуюся в результате введения условия $x_1 \geqslant 4$. В правой части каждого уравнения останутся свободные члены (51; 60; 10; —4 и 0), из которых вычитаются оставшиеся члены каждого уравнения. Например, поскольку $x_1 \geqslant 4$, равенство будет иметь вид $x_1 = 4 + y_4$. В левую часть выносится y_4. В правой части осталось $x_1 - 4$. Поставим на первое место свободный член и вычтем из него оставшиеся (в данном случае x_1): $y_4 = -4 - (-x_1)$. В целом для всей задачи стандартная форма записи будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= 51 - (2x_1 + 3x_2),\\ y_2 &= 60 - (4x_1 + 5x_2),\\ y_3 &= 10 - (x_1 + 2x_2),\\ y_4 &= -4 - (-x_1),\\ L' &= 0 - (2x_1 + 6x_2). \end{aligned}\right\} \quad (7.9)$$

Составим симплекс-таблицу (табл. 7.4).

Таблица 7.4

БП	СЧ	x_1	x_2
y_1	51	2	3
y_2	60	4	5
y_3	10	1	2
y_4	—4	—1	0
L'	0	2	6

В симплекс-таблице все свободные члены и коэффициенты при свободных переменных могут быть положительными, отрицательными и равными нулю. Решение (план) считается опорным только тогда, когда все свободные члены, кроме свободного члена целевой функции γ_0, являются неотрицательными. В табл. 7.4 один из свободных членов является отрицательным (не считая свободного члена целевой функции), поэтому план не является опорным.

Для нахождения опорного плана нужно производить последовательную замену свободных переменных на базисные. Эта операция продолжается до тех пор, пока не будет найден опорный план, либо будет показано, что такой план не существует. Признаком отсутствия решения является наличие хотя бы в одной из строк симплекс-таблицы отрицательного свободного члена при всех неотрицательных свободных переменных этой строки.

Пример такого случая приведен в табл. 7.5.

Таблица 7.5

БП	СЧ	x_1	x_2
x_{k+1}	15	2	4
x_{k+2}	—16	1	0,9

Отсутствие опорного плана свидетельствует о том, что исходная система ограничений несовместна. Примеры несовместных ограничений (см. табл. 7.5):

$$2x_1 + 4x_2 \leqslant 15,$$
$$x_1 + 0{,}9x_2 \geqslant 16.$$

Действительно, $2x_1 > x_1$, $4x_2 > 0{,}9x_2$, но $15 < 16$. Сумма больших чисел получается меньше суммы меньших чисел, что невозможно. Значит, необходимо пересмотреть условие задачи.

Выбор переменных для перевода базисной переменной в свободную осуществляется по следующим правилам.

1. В симплекс-таблице (табл. 7.4) выбираются строки, содержащие отрицательные свободные члены. Строка целевой функции в этой процедуре не участвует.

2. В этих строках выбираются клетки, в которых записаны отрицательные коэффициенты (числа) при соответствующих свободных переменных. Столбцы, содержащие эти коэффициенты, помечаются сверху стрелками.

3. В отмеченных стрелкой столбцах выбираются коэффициенты, имеющие одинаковый знак со свободным членом.

4. Производится построчное деление свободных членов на выбранные коэффициенты.

5. Выделяется (кружком) тот коэффициент, частное от деления на который соответствующего свободного члена является наименьшим во всей таблице. Выделенный коэффициент называется **разрешающим элементом.** Строка и столбец, содержащие разрешающий элемент, тоже называются разрешающими.

Продолжим рассмотрение примера, решив симплекс-таблицу 7.4. Из табл. 7.4 видно, что план не является опорным, поскольку среди свободных членов есть отрицательное число (—4). Выбираем строку, содержащую отрицательный свободный член (—4) (табл. 7.6). В ней выбираем отрицательный коэффициент (коэффициенты) при свободном переменном x_1 (—1). Предварительно помечается стрелкой столбец (столбцы), в котором находится данный отрицательный элемент. Затем производится построчное деление свободных членов на имеющие такой же знак коэффициенты данного столбца (в нашем случае на коэффициенты при x_1: $51:2=25{,}5$; $60:4=15$;

$10:1=10$; $-4:(-1)=4$. *Выбираем наименьшее частное от деления (4). Следовательно, разрешающий элемент равен (—1). В симплекс-таблице элемент (—1) выделяем кружком, разрешающую строку и столбец — стрелками. Если существует несколько одинаковых наименьших частных, то для нахождения разрешающего элемента можно использовать любой из них.*

Таблица 7.6

БП	СЧ	X_1 ↓	X_1
Y_1	51	2	3
Y_2	60	4	5
Y_3	10	1	2
→ Y_4	—4	—1	0
L'	0	2	6

В дальнейшем для улучшения плана необходимо базисную переменную разрешающей строки y_4 перевести в свободную, а свободную переменную разрешающего столбца x_1 — в базисную. При замене переменных изменяются значения свободных членов и коэффициентов при переменных.

Симплекс-таблица перестраивается посредством ряда вычислений по следующим правилам.

1. Разрешающий элемент заменяется на обратную величину.

2. Все остальные коэффициенты разрешающей строки делятся на разрешающий элемент, а разрешающего столбца — на этот же элемент, взятый с обратным знаком.

3. Для всех остальных элементов симплекс-таблицы, включая элементы строки для целевой функции, выполняется следующее действие: *к элементу таблицы прибавляется произведение старого значения разрешающей строки на новое значение разрешающего столбца и результат заносится в новую симплекс-таблицу (табл. 7.7).*

Выполним все преобразования табл. 7.6:

1. $1:(-1)=-1$.

2. $-4:(-1)=4$; $0:(-1)=0$; $2:[-(-1)]=2$; $2:[-(-1)]=2$; $4:[-(-1)]=4$; $1:[-(-1)]=1$.

3. $51+(-4)2=51-8=43$; $60+(-4)4=60-16=44$; $10+(-4)1=10-4=6$; $0+(-4)2=-8$; $3+0\cdot 2=3$; $5+0\cdot 2=5$; $2+0\cdot 1=2$; $6+0\cdot 2=6$.

В результате получим новый вариант плана (табл. 7.7). Если в разрешающей строке новой таблицы есть элементы, содержащие нуль, то соответствующие ему столбцы предыдущей таблицы не подвергаются преобразованиям и переносятся в новую таблицу без изменений (см. столбец коэффициентов при x_2 в табл. 7.6 и 7.7). В свою очередь, если разрешающий столбец содержит нуль, то не изменяется строка, содержащая этот нуль.

Таблица 7.7

БП	СЧ	Y_4	X_2
Y_1	$51 + (-4) 2 = 43$	$\frac{2}{-1} (-1) = 2$	$3 + 0 \cdot 2 = 3$
Y_2	$60 + (-4) 4 = 44$	$\frac{4}{-1} (-1) = 4$	$5 + 0 \cdot 4 = 5$
Y_3	$10 + (-4) 1 = 6$	$\frac{1}{-1} (-1) = 1$	$2 + 0 \cdot 1 = 2$
X_1	$\frac{-4}{-1} = 4$	$\frac{1}{-1} = -1$	$\frac{0}{-1} = 0$
L'	$0 + (-4) 2 = -8$	$\frac{2}{-1} (-1) = 2$	$6 + 0 \cdot 2 = 6$

Каков экономический смысл произведенного преобразования? Ранее предполагалось, что свободные переменные x_1 и x_2 равны нулю. Теперь x_1 перешел из свободных переменных в базисные и принял значение 4 (свободный член). При этом другие свободные члены при базисных переменных уменьшились (вместо 51 стало 43, вместо 60 стало 44 и т. д.). Это означает, что на 4 изделия I израсходовано $4 \cdot 2 = 8$ единиц ресурса A_1, после чего остаток этого ресурса составил $51 - 4 \cdot 2 = 43$; расход ресурса A_2 составил $4 \cdot 4 = 16$, а остаток $60 - 4 \cdot 4 = 44$ и т. д. Таким образом, свободные члены при y_1, y_2 и y_3 в табл. 7.7 теперь характеризуют остаток ресурса каждого типа. Иной смысл свободного члена в строке целевой функции. Нуль заменился на -8, потому что $x_1 = 4$, а каждое изделие I дает прибыль в 2 единицы. Следовательно, при таком плане ($x_2 = 0$; $y_4 = 0$; $x_1 = 4$) прибыль составит 8 единиц.

Если после преобразования в таблице останутся строки с отрицательными свободными членами, т. е. план продолжает оставаться неопорным, то процедуру преобразования симплекс-таблицы нужно продолжать. В данном случае план в табл. 7.7 является опорным (свободные члены 43, 44, 6 и 4 положительны).

После того как план становится опорным, начинается проверка его оптимальности. **Признаком оптимальности** опорного плана является неположительность коэффициентов при свободных переменных целевой функции. Этот признак базируется на основной идее симплекс-преобразований, изложенных в подразд. 7.3. Нахождение оптимального плана с помощью симплекс-таблиц аналогично нахождению опорного плана. Исключение составляет **выбор разрешающего элемента**, который отыскивается в такой последовательности.

1. В симплекс-таблице выбираются все положительные коэффициенты при свободных переменных в целевой функции. Отмечаются столбцы, содержащие такие коэффициенты.
2. В отмеченных столбцах выбираются коэффициенты, имеющие одинаковый знак со свободным членом.
3. Производится построчное деление свободных членов на выбранные коэффициенты (кроме целевой функции).
4. В качестве разрешающего элемента выбирается коэффициент, частное от деления на который соответствующего свободного члена будет наименьшим числом.

Проиллюстрируем отыскание разрешающего элемента на следующем примере.

В табл. 7.7 оба коэффициента при свободных переменных в целевой функции положительны. Значит, необходимо отметить два столбца.

Построчное деление свободных членов на коэффициенты даст следующие результаты: $43 : 2 = 21{,}5$; $43 : 3 = 14{,}3$; $44 : 4 = 11$; $44 : 5 = 8{,}8$; $6 : 1 = 6$; $6 : 2 = 3$. Минимальное частное от деления равно 3, значит, в качестве разрешающего элемента принимается элемент 2. Базисная переменная y_3 заменяется на свободную переменную x_2.

Новая разрешающая строка: $6 : 2 = 3$; $1 : 2 = 0{,}5$; $1 : 2 = 0{,}5$.

Новый разрешающий столбец: $3 : (-2) = -1{,}5$; $5 : (-2) = -2{,}5$; $0 : (-2) = 0$; $6 : (-2) = -3$.

Аналогично ранее проведенным преобразованиям отыскиваются новые значения всех других элементов новой симплекс-таблицы (табл. 7.8).

Таблица 7.8

БП	СЧ	y_4	y_3
y_1	34	0,5	−1,5
y_2	29	1,5	−2,5
x_2	3	0,5	0,5
x_1	4	−1	0
L'	−26	−1	−3

Новый план отвечает признаку оптимальности: план является опорным (все свободные члены в строках для базисных переменных неотрицательны: 34; 29; 3; 4) и оптимальным (коэффициенты при свободных переменных в целевой функции неположительны: −1 и −3).

Решение оптимального плана записывается следующим образом:

$x_1^* = 4$; $x_2^* = 3$; $y_1 = 34$; $y_2 = 29$; $y_3 = 0$; $y_4 = 0$.

Минимальное значение функции $L' = -26$.

Экономическая интерпретация данного плана следующая. Необходимо изготовить четыре изделия I и три изделия II. При этом ресурса A_1 осталось 34 единицы, ресурса A_2 29 единиц, ресурса A_3 не осталось. Учитывая, что четвертое ограничение ($x_1 \geqslant 4$) выдвигало требование изготовить изделий I не менее 4 единиц, то $y_4 = 0$ означает, что это требование выполнено. Проверим выполнение ограничений системы (7.6):

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 8 + 9 = 17 < 51;$$
$$4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 16 + 15 = 31 < 60;$$
$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10 = 10.$$

Действительно, $51 - 17 = 34$, что соответствует $y_1 = 34$; $60 - 31 = 29$, что соответствует $y_2 = 29$; третий ресурс исчерпан полностью и именно он является лимитирующим. Первый и второй ресурсы не лимитируют производство и могут быть использованы для других целей.

Проверим значение целевой функции. Поскольку $\min L' = \max L$, то максимальная прибыль равна 26 единицам ($L = 2 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 26$). Любое другое сочетание x_1 и x_2 либо не удовлетворяет ограничениям по ресурсам, либо дает меньшую прибыль. Например, при плане $x_1 = 4$; $x_2 = 4$ $L = 2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 32 > 26$, но ограничение по третьему ресурсу не удовлетворяется: $4 + 2 \cdot 4 = 12 > 10$. Если $x_1 = 6$; $x_2 = 2$, то третьего ресурса достаточно: $6 + 2 \cdot 2 = 10$, но зато прибыль будет $2 \cdot 6 + 6 \cdot 2 = 24 < 26$.

При решении практических задач методом линейного программирования наибольшую трудность представляет переход от параметрического (словесного) описания реальной ситуации к математической модели. Этот переход может быть существенно упрощен, если после словесного описания ситуации построить промежуточную таблицу, с помощью которой осуществляется связь между отдельными параметрами задачи. Рассмотрим на конкретном примере всю последовательность решения задачи, начиная с описания реальной ситуации.

Пример 7.2. Мебельная фабрика КЭУ округа выпускает столы, тумбочки, книжные и канцелярские шкафы. При изготовлении этой продукции используются полированные и неполированные столярные плиты. На планируемый период фабрике выделены фонды на 1500 м полированных и 1000 м неполированных плит.

На изготовление мебели фабрика может выделить трудовые ресурсы не более 800 чел.-ч. *Нормы расхода каждого вида ресурсов и утвержденная* цена каждого вида продукции приведены в табл. 7.9.

Таблица 7.9

Изделие	Нормы расхода ресурсов на одно изделие			Цена, руб.
	полированная плита, м	неполированная плита, м	трудовые ресурсы, чел.-ч	
Столы	5	2	3	60
Тумбочки	1	3	2	25
Шкафы книжные	9	4	5	75
Шкафы канцелярские	12	1	10	50

Довольствующая служба перед утверждением плана проводит его анализ и оптимизацию. При этом она исходит из того, что шкафов канцелярских должно быть изготовлено не менее 15, лимит на ресурсы не может быть превышен, а программа выпуска продукции (в рублях) с учетом утвержденных оптовых цен должна быть максимальной.

Решение. 1. Обозначим через i вид продукции ($i = 1, 2, 3, 4$), через j — номер лимитированного ресурса ($j = 1, 2, 3$), через x_i — количество единиц готовой продукции i-го вида. При этом $i = 1$ — столы, $i = 2$ — тумбочки, $i = 3$ — шкафы книжные, $i = 4$ — шкафы канцелярские. Тогда x_1 — количество столов и т. д.

2. Заполним вспомогательную таблицу (табл. 7.10).

3. С помощью таблицы (табл. 7.10) получаем данные для математической модели.

Таблица 7.10

Изделие	Расход ресурсов			Ограничение по количеству продукции
	полированной плиты, $j=1$	неполированной плиты, $j=2$	трудовых ресурсов, $j=3$	
Столы, $i=1$	$5x_1$	$2x_1$	$3x_1$	—
Тумбочки, $i=2$	$1x_2$	$3x_2$	$2x_2$	—
Шкафы книжные, $i=3$	$9x_3$	$4x_3$	$5x_3$	—
Шкафы канцелярские, $i=4$	$12x_4$	$1x_4$	$10x_4$	$\geqslant 15$
Лимит расхода ресурса	1500	1000	800	

Ограничение по использованию полированных плит:

$$5x_1 + x_2 + 9x_3 + 12x_4 \leqslant 1500.$$

Ограничение по использованию неполированных плит:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leqslant 1000.$$

Ограничение по трудовым ресурсам:

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leqslant 800.$$

Ограничение по выпуску канцелярских шкафов:

$$x_4 \geqslant 15.$$

Кроме того, очевидно ограничение

$$x_i \geqslant 0 \ (i = 1, 2, 3).$$

Используя данные, приведенные в табл. 7.9, можно составить целевую функцию

$$L = 60x_1 + 25x_2 + 75x_3 + 50x_4.$$

4. Математическая модель рассматриваемой задачи формулируется следующим образом: найти неотрицательные значения переменных x_i, удовлетворяющие ограничениям

$$5x_1 + x_2 + 9x_3 + 12x_4 \leqslant 1500,$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leqslant 1000,$$
$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 10x_4 \leqslant 800,$$
$$x_4 \geqslant 15$$

и максимизирующие целевую функцию

$$L = 60x_1 + 25x_2 + 75x_3 + 50x_4.$$

5. *Приведем данную модель к основной задаче линейного программирования.* Для этого введем дополнительные переменные и преобразуем неравенства в равенства:

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 + 9x_3 + 12x_4 + y_1 &= 1500, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + y_2 &= 1000, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 10x_4 + y_3 &= 800, \\ x_4 &= 15 + y_4. \end{aligned}$$

Здесь дополнительные переменные y_1, y_2 и y_3 выражают разность между лимитом ресурса и фактическим его потреблением при фиксированных значениях x_i. Переменная y_4 выражает количество шкафов, которое будет изготовлено сверх установленного задания (15 шт.).

6. Перейдем от задачи максимизации к задаче минимизации

$$L' = -L = -(60x_1 + 25x_2 + 75x_3 + 50x_4).$$

7. Выберем в качестве базисных дополнительные переменные y_1, y_2, y_3, y_4 и преобразуем основную задачу линейного программирования к стандартной форме:

$$\begin{aligned} y_1 &= 1500 - (5x_1 + x_2 + 9x_3 + 12x_4), \\ y_2 &= 1000 - (2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4), \\ y_3 &= 800 - (3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 10x_4), \\ y_4 &= -15 - (-x_4), \\ L' &= 0 - (60x_1 + 25x_2 + 75x_3 + 50x_4). \end{aligned}$$

8. *Составим исходную симплекс-таблицу (табл. 7.11).*

Таблица 7.11

БП	СЧ	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	1500	5	1	9	12
y_2	1000	2	3	4	1
y_3	800	3	2	5	10
y_4	−15	0	0	0	−1
L'	0	60	25	75	50

В связи с тем что среди свободных членов в симплекс-таблице имеется отрицательный член (−15), исходный план не является опорным. Поскольку в строке отрицательного свободного члена есть только один отрицательный коэффициент (−1) при переменной x_4 и отношение свободного члена (−15) к коэффициенту (−1) при x_4 является минимальным из всех в столбце со свободной переменной x_4

$$[1500 : 12 = 125;\ 1000 : 1 = 1000;\ 800 : 10 = 80],$$

то именно данный элемент является разрешающим.

9. Переведем базисную переменную y_4 в свободную, а свободную переменную x_4 — в базисную. Определим новые значения разрешающей строки и столбца, а также вычислим слагаемые для всех оставшихся клеток (табл. 7.12).

Таблица 7.12

БП	СЧ	x_1	x_2	x_3	y_4
y_1	1320	5	1	9	12
y_2	985	2	3	4	1
y_3	650	3	2	5	10
x_4	15	0	0	0	−1
L'	−750	60	25	75	50

Анализ данных, приведенных в столбце свободных членов табл. 7.12, показывает, что новый план предусматривает изготовление 15 канцелярских шкафов, так как $x_4 = 15$. После их изготовления остаток полированной плиты составил $y_1 = 1320$ м, неполированной $y_2 = 985$ м, трудовых ресурсов $y_3 = 650$ чел.-ч., стоимость изготовления канцелярских шкафов 750 руб.

10. Полученный план (табл. 7.12) не является оптимальным, поскольку коэффициенты целевой функции L' положительны. Продолжим замену переменных, для чего находим новый разрешающий элемент. Построчно разделив свободные члены на коэффициенты свободных переменных (1320 : 5; 1320 : 1; 1320 : 9 и т. д.), находим, что разрешающий элемент — число 10. Тогда базисную переменную y_3 переводим в свободную, а свободную переменную y_4 — в базисную.

Все остальные преобразования симплекс-таблицы представлены в табл. 7.13, 7.14 и 7.15.

Таблица 7.13

БП	СЧ	x_1	x_2	x_3	y_3
y_1	540	1,4	−1,4	3	−1,2
y_2	920	1,7	2,8	3,5	−0,1
y_4	65	0,3	0,2	0,5	0,1
x_4	80	0,3	0,2	0,5	0,1
L'	−4000	45	15	50	−5

Таблица 7.14

БП	СЧ	x_1	x_4	y_4	y_3
y_1	150	—0,4	—2,6	—6	—1,8
y_2	465	—0,4	—1,4	—7	—0,8
x_3	130	0,6	0,4	2	0,2
x_4	15	0	0	—1	0
L'	—10 500	15	—5	—100	—15

Таблица 7.15

БП	СЧ	x_3	x_4	y_4	y_3
y_1	237	0,67	—2,3	—4,66	—1,67
y_2	562	0,67	—1,1	—5,66	—0,67
x_1	216,7	1,67	0,67	3,33	0,33
x_4	15	0	0	—1	0
L'	—13 750	—25	—15	—150	—20

11. План, представленный в табл. 7.15, является оптимальным. Оптимальные значения искомых переменных $x_1^* = 216{,}7$; $x_2^* = x_3^* = 0$; $x_4^* = 15$; целевая функция L' равна при этом — 13750.

Иначе говоря, если изготовить 216,7 стола и 15 канцелярских шкафов, то программа выпуска будет максимальной и составит 13750 руб. Поскольку количество столов должно быть целым, то число 216,7 следует округлить в меньшую сторону, т. е. до 216. В противном случае (если $x_1 \geqslant 217$) не будет удовлетворено условие — ограничение по ресурсам. Так, при плане $x_1 = 220$; $x_2 = x_3 = 0$; $x_4 = 15$ трудовых ресурсов потребуется $3 \cdot 220 + 10 \cdot 15 = 810$ чел.-ч, а по условиям задачи на изготовление мебели можно выделить только 800 чел.-ч.

Результат решения показывает, что «узким местом» являются трудовые ресурсы ($y_3 = 0$). Материальные ресурсы оказались не лимитирующими данный план. Результаты анализа должны подсказать одно из следующих решений: оставить план таким, как он получился, а неиспользованные ресурсы обратить на другие нужды или увеличить лимит трудовых ресурсов и вновь решить задачу по составлению оптимального плана.

Метод линейного программирования можно использовать для решения некоторых задач с нелинейной функцией или нелинейными ограничениями. В таких случаях можно попытаться предварительно нелинейную зависимость привести к линейной путем логарифмирования.

7.5.1. Общая постановка задачи

Изложенный в подразд. 7.4 симплекс-метод решения задач линейного программирования является универсальным. Однако на практике встречаются некоторые задачи, относящиеся к классу задач линейного программирования, но позволяющие получить решение более простыми методами, в частности, так называемые **транспортные задачи.**

Транспортными называются задачи, цель которых состоит в определении оптимальных объемов перевозок грузов из некоторых пунктов отправления в заданные пункты назначения. Кроме решения чисто транспортных задач математическая модель задачи транспортного типа используется для нахождения оптимального варианта распределения работ между исполнителями, распределения целей между огневыми средствами и решения ряда других задач.

Сформулируем задачу транспортного типа в классической постановке.

Имеется m $(i = 1, 2, \ldots, m)$, пунктов отправления: $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m$, в которых находится соответственно $a_1, a_2, \ldots, a_i, \ldots, a_m$ единиц однородного груза.

Имеется n $(j = 1, 2, \ldots, n)$ пунктов назначения: $B_1, B_2, \ldots, B_j, \ldots, B_n$, имеющих потребность соответственно в $в_1, в_2, \ldots, в_j, \ldots, в_n$ единицах груза. Предполагается, что общее количество груза отправителей должно быть равно общему количеству груза потребителей.

Задана стоимость C_{ij} перевозки единицы груза от каждого i-го пункта отправления к j-му пункту назначения. Требуется составить такой план перевозок, при котором все грузы были бы перевезены, а общая стоимость всех перевозок была бы минимальной.

В других случаях в качестве целевой функции может выступать общий расход моторесурса, холостой пробег автомобилей, срок выполнения сложного комплекса работ и др.

Для составления математической модели транспортной задачи введем обозначение: x_{ij} — количество груза, перевозимого из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения. Тогда ранее оговоренные условия могут быть представлены в следующем виде.

1. Все запасы должны быть вывезены:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \ldots + x_{1j} + \ldots + x_{1n} &= a_1, \\ x_{21} + x_{22} + \ldots + x_{2j} + \ldots + x_{2n} &= a_2, \\ x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{ij} + \ldots + x_{in} &= a_i, \\ x_{m1} + x_{m2} + \ldots + x_{mj} + \ldots + x_{mn} &= a_m. \end{aligned} \qquad (7.10)$$

или

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

2. Все заявки должны быть удовлетворены:

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + \ldots + x_{i1} + \ldots + x_{m1} &= b_1, \\ x_{12} + x_{22} + \ldots + x_{i2} + \ldots + x_{m2} &= b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{1j} + x_{2j} + \ldots + x_{ij} + \ldots + x_{mj} &= b_j, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{1n} + x_{2n} + \ldots + x_{in} + \ldots + x_{mn} &= b_n \end{aligned}\right\} \qquad (7.11)$$

или

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}.$$

3. Общее количество грузов отправителя должно быть равно общему количеству грузов потребителя:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j. \qquad (7.12)$$

4. Все перевозки *должны быть неотрицательными, значит*, $x_{ij} \geqslant 0$ (обратные перевозки запрещены).

5. Целевая функция L, представляющая собой сумму транспортных расходов по всем перевозкам (сумму произведений C_{ij} на x_{ij}), *должна быть минимальной*:

$$L = C_{11}x_{11} + C_{12}x_{12} + \ldots + C_{ij}x_{ij} + \ldots + C_{mn}x_{mn} \to \min$$

или

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}x_{ij} \to \min. \qquad (7.13)$$

Таким образом, решение задачи сводится к отысканию таких значений количества груза x_{ij}, при которых L примет минимальное значение, а условия (7.10), (7.11) и (7.12) будут удовлетворены.

Любая совокупность $\{x_{ij}\}$ называется планом. Если совокупность $\{x_{ij}\}$ удовлетворяет условиям (7.10) и (7.11), то план называется **допустимым.**

Допустимый план будет называться **опорным,** если в нем отличны от нуля не более $r = m + n - 1$ базисных переменных, а остальные переменные равны нулю. Условие опорности вытекает из того, что в транспортной задаче одно из уравнений в системах (7.10) и (7.11) линейно зависит от других уравнений. Если бы число неизвестных x_{ij} было равно числу уравнений, задача имела бы только одно решение — один план перевозок.

Совокупность x^*_{ij}, минимизирующих L, называется **оптимальным** планом перевозок.

Условие задачи обычно записывается в виде таблицы (табл. 7.16). Такая таблица называется транспортной.

Таблица 7.16

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	x_{11} C_{11}	x_{12} C_{12}	...	x_{1n} C_{1n}	a_1
...	...	...	...	...	...
A_m	x_{m1} C_{m1}	x_{m2} C_{m2}	...	x_{mn} C_{mn}	a_m
Заявки b_j	b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

В транспортной таблице записываются:

— пункты отправления и пункты назначения;

— запасы грузов, имеющихся в пунктах отправления (a_1, a_2, ..., a_m);

— заявки на перевозки, поданные получателями (b_1, b_2, ..., b_n);

— стоимости перевозки единицы груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения (C_{11}, C_{12}, ..., C_{mn}). Их указывают в правом верхнем углу каждой клетки, с тем чтобы в центре клетки в дальнейшем при составлении плана записывать объем перевозки x_{ij}.

Клетки таблицы, в которых записываются отличные от нуля перевозки, называются **базисными**, остальные — **свободными**. Решение транспортной задачи с использованием таблицы сводится к тому, чтобы найти такие значения положительных перевозок, которые удовлетворяли бы следующим условиям:

— количество груза, перевозимого из каждого пункта отправления, должно быть равно его *наличию в данном* пункте;

— потребность каждого пункта назначения должна быть удовлетворена полностью;

— стоимость всех перевозок груза должна быть минимальной.

Один из методов решения транспортной задачи разработан академиком Л. В. Канторовичем и имеет название **метода потенциалов.** Решение задачи с использованием данного метода осуществляется в три этапа:

— нахождение опорного плана;

— проверка плана на оптимальность;

— построение нового плана, если полученный не является оптимальным.

7.5.2. Нахождение опорного плана

Опорный план может быть получен несколькими способами. Один из них называется способом «северо-западного угла». При этом способе первоначальные назначения записываются в клетки транспортной таблицы, начиная с левого верхнего («северо-западного») угла и кончая нижним правым углом. Достоинством данного способа является его простота. К недостаткам следует отнести то, что первоначальный план, полученный способом «северо-западного угла», весьма далек от оптимального, так как при назначениях не учитывается стоимость перевозки единицы груза C_{ij}.

Сущность данного способа рассмотрим на следующем примере.

Пример 7.3. Условия задачи представлены в табл. 7.17, где заданы пункты отправления A_1, A_2 и A_3 с запасами $a_1=300$, $a_2=200$, $a_3=500$ единиц груза. Имеется четыре пункта назначения B_1, B_2, B_3 и B_4 с заявками $b_1=200$, $b_2=400$, $b_3=150$ и $b_4=250$ единиц груза. Известны стоимости перевозки единицы груза.

Таблица 7.17

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	6	7	1	300
A_2	6	4	1	2	200
A_3	2	3	8	7	500
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000

Требуется составить начальный опорный план способом «северо-западного угла».

Решение. Первую перевозку назначаем в клетку (1.1). В табл. 7.18 она помечена (1). Поскольку запас $a_1=300$, а потребность $b_1=200$, то в эту клетку можно назначить только 200 единиц груза. В результате заявка пункта B_1 будет удовлетворена полностью. Оставшиеся в пункте A_1 100 единиц груза назначим в клетку (1.2), помеченную (2) в табл. 7.18. Заявка пункта B_2 удовлетворена не полностью (потребность $b_2=400$, удовлетворена заявка лишь в количестве 100 единиц). Поэтому следует потребителю B_2 назначить груз из пункта A_2, имеющего 200 единиц груза, т. е. в клетку (2.2) записать перевозку $x_{22}=200$. Тем не менее потребность пункта B_2 все еще оказывается не удовлетворенной. Недостающие 100 единиц груза можно обеспечить за счет отправителя A_3, записав в клетку (3.2) цифру 100. Тогда потребность пункта B_2 удовлетворена полностью.

Остатки груза, находящегося в пункте A_3, распределяются в клетку (3.3) в количестве 150 единиц (потребность пункта B_3) и в клетку (3.4) в количестве 250 единиц. На этом предварительное распределение груза закончено: каждый пункт назначения получил груз согласно своей заявке, а отправители стали знать потребителей своей продукции. Для оценки правильности баланса необходимо проверить условия (7.10) и (7.11). Для этого суммируются перевозки по каждой строке и сравниваются с объемом a_i. Затем перевозки по каждому столбцу суммируются и сравниваются с объемом b_j. Окончательный результат распределения представлен в табл. 7.18.

Таблица 7.18

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4 / 200 (1)	6 / 100 (2)	7 / —	1 / —	300
A_2	6 / —	4 / 200 (3)	1 / —	2 / —	200
A_3	2 / —	3 / 100 (4)	8 / 150 (5)	7 / 250 (6)	500
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000

Проверка на допустимость: поскольку в табл. 7.18 условия (7.10) и (7.11) выполнены, план является допустимым.

Проверка на опорность: число базисных клеток в табл. 7.16 равно шести, это соответствует условию $r=m+n-1=3+4-1=6$. Следовательно, план является опорным.

Однако данный план даже по интуитивным предположениям трудно считать оптимальным, поскольку из табл. 7.18 видно, что базисными являются клетки с наиболее высокими стоимостями перевозок (4; 6; 8 и др.), тогда как наиболее «дешевые» варианты перевозок не попали в данный план. Стоимость осуществления данного плана, рассчитанная по формуле (7.4), равна $L = 200 \cdot 4 + 100 \cdot 6 + 200 \cdot 4 + 100 \cdot 3 + 150 \cdot 8 + 250 \cdot 7 = 5150$ *руб.*

Степень эффективности данного плана будет оценена после получения оптимального плана.

Более рациональным, быстрее приводящим к нахождению оптимального плана является формирование опорного плана способом минимального элемента. Сущность способа заключается в том, что для заполнения базисных клеток выбираются в первую очередь те из них, которые имеют минимальную стоимость перевозки единицы груза C_{ij}. Просмотр таблицы может производится тремя способами: путем выбора клетки с наименьшей стоимостью в столбце, в строке или по таблице в целом.

Наиболее простым является первый способ — выбор базисных клеток по столбцам. Рассмотрим пример, заданный табл. 7.17. В первом столбце наименьшую стоимость имеет клетка (3.1), куда назначается объем перевозки 200, исходя из того, что потребность пункта B_1 равна лишь 200 (табл. 7.19). Во втором столбце минимальным является элемент (3.2), куда можно назначить не всю потребность пункта B_2, а только остаток груза пункта B_3, т. е. 300 единиц. Остальная потребность пункта B_2 удовлетворяется за счет пункта A_2, откуда следует взять недостающие для B_2 100 единиц груза. Назначение производится в клетку (2.2), так как она имеет меньшую по сравнению с клеткой (1.2) стоимость перевозки. В третьем столбце в клетку (2.3) назначается остаток груза из пункта A_2 в количестве 100 единиц. Для удовлетворения потребности пункта B_3 недостающие 50 единиц груза берутся из пункта A_1. В четвертом столбце наименьшая стоимость единичной перевозки в клетке (1.4), куда назначается остаток груза пункта A_3, удовлетворяющий всю потребность пункта B_4.

Построенный план (табл. 7.19) удовлетворяет балансовым условиям (7.10) и (7.11): сумма перевозок в каждой строке равна соответствующему запасу, а в столбце — заявке. Число базисных клеток (шесть) удовлетворяет условию: $r=m+n-1=6$, значит, план является опорным.

Таблица 7.19

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	— 4	— 6	50(5) 7	250(6) 1	300
A_2	— 6	100(3) 4	100(4) 1	— 2	200
A_3	200(1) 2	300(2) 3	— 8	— 7	500
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000

Стоимость перевозок по данному плану равна $L=50\cdot7+250\cdot1+100\cdot4+100\cdot1+200\cdot2+300\cdot3=2400$ руб.

Таким образом, по величине стоимости всех перевозок данный вариант плана является предпочтительным по сравнению с вариантом, полученным способом «северо-западного угла» ($L=5450$ руб.)

Еще более предпочтительное решение можно получить при назначении базисных клеток путем **выбора минимальных стоимостей перевозки по всей транспортной таблице** (табл. 7.20).

Таблица 7.20

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	— 4	50(6) 6	— 7	250(1) 1	300
A_2	6	50(5) 4	150(2) 1	— 2	200
A_3	200(3) 2	300(4) 3	— 8	— 7	500
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000

Здесь назначения проведены в последовательности: 250 единиц в клетку (1.4), 150 — в (2.3), 200 — в (3.1), 300 — в (3.2) и по 50 единиц — в клетки (1.2) и (2.2). При этом получился план, имеющий стоимость

$$L=50\cdot6+250\cdot1+50\cdot4+150\cdot1+200\cdot2+300\cdot3=2200 \text{ руб.},$$

что на 200 руб. меньше, чем при назначении базисных клеток по столбцам, однако, является ли план оптимальным, судить пока трудно.

7.5.3. Нахождение оптимального плана методом потенциалов

Суть **метода потенциалов** сводится к следующему. Представим себе, что каждый из пунктов отправления A_i (поставщик) «вносит» за перевозку единицы груза посреднику (фирме) платеж в размере α_i; каждый из пунктов назначения (получатель) B_j также «оплачивает» посреднику за единицу перевезенного груза β_j. Платежи α_i и β_j называются потенциалами. Обозначим

$$\tilde{C}_{ij}=\alpha_i+\beta_j,\quad i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n}$$

и назовем сумму этих платежей псевдостоимостью перевозки единицы груза из A_i в B_j. В теории линейного программирования доказана теорема: опорный план будет оптимальным, если для всех базисных клеток единичная стоимость C_{ij} равняется псевдостоимости $\tilde{C}_{ij}$, а для всех свободных клеток псевдостоимость $\tilde{C}_{ij}$ меньше или равна единичной стоимости C_{ij}, т. е. $\alpha_i+\beta_j\leqslant C_{ij}$. Если план удовлетворяет данным условиям, то он является оптимальным и никакими способами улучшен быть не может.

Нахождение оптимального плана производится в следующем порядке. Рассматривается любой допустимый план, в котором имеется $m+n-1$ базисных клеток. Для этого плана определяются платежи α_i и β_j исходя из условия, чтобы в каждой базисной клетке выполнялось равенство

$$\alpha_i+\beta_j=C_{ij}.$$

Поскольку число базисных клеток равно $m+n-1$, и, очевидно, число неизвестных платежей α_i и β_j равно сумме количества строк и столбцов транспортной таблицы $m+n$, один из платежей можно задать произвольно, например, равным нулю. После чего из $m+n-1$ уравнений $\alpha_i+\beta_j=C_{ij}$ можно найти остальные потенциалы α_i и β_j, а по ним определить значения псевдостоимостей для свободных клеток $\tilde{C}_{ij}=\alpha_i+\beta_j$.

Если в свободных клетках не выполняется условие $\tilde{C}_{ij}\leqslant C_{ij}$, то план не является оптимальным и нужно построить новый, улучшенный. Если план вновь окажется неоптимальным, то процедура «переброски» продолжается.

Рассмотрим задачу проверки оптимальности и получения оптимального плана на основе данных, приведенных в табл. 7.20. Для этого построим новую таблицу с указанием потенциалов α_i и β_j (табл. 7.21).

Примем платеж $\alpha_1=0$.

Для удобства вычислений лучше назначать нулевой платеж в том столбце или той строке, где больше всего базисных клеток.

В табл. 7.21 лучше было бы назначить $\beta_2=0$. Чтобы показать, что порядок выбора нулевого потенциала не влияет на результат, оставим $\alpha_1=0$.

Таблица 7.21

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i	Потенциалы α_i
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	5 > 4 —	6 50	3 < 7 —	1 250	300	0
A_2	3 < 6 —	4 50	1 150	−1 < 2 —	200	−2
A_3	2 200	3 300	0 < 8 —	−2 < 7 —	500	−3
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000	
Потенциалы β_j	5	6	3	1		

Тогда через базисные клетки (1.2) и (1.4) можно найти потенциалы β_2 и β_4, используя соотношение

$$C_{12}=\alpha_1+\beta_2=0+\beta_2=6,$$

откуда

$$\beta_2=6-0=6.$$

Поскольку

$$C_{14}=\alpha_1+\beta_4=0+\beta_4=1,$$

то

$$\beta_4=1-0=1.$$

Запишем $\beta_2=6$ и $\beta_4=1$ в соответствующие клетки строки потенциалов β_j.

Зная β_2, через базисную клетку (2.2) можно определить потенциал второй строки α_2

$$C_{22}=\alpha_2+\beta_2=\alpha_2+6=4,$$

откуда $\alpha_2=4-6=-2$. Аналогично находятся β_3, α_3, β_1.

Имея потенциалы по всем столбцам и строкам, можно рассчитать псевдостоимости всех свободных клеток путем суммирования соответствующих потенциалов. Например, для свободной клетки (1.1) $\tilde{C}_{11}=\alpha_1+\beta_1=0+5=5$; для клетки (1.3) $\tilde{C}_{13}=\alpha_1+\beta_3=0+3=3$ и т. д. Псевдостоимости записываются в левый верхний угол клетки.

Проверяем оптимальность плана. В свободной клетке (1.1) $\tilde{C}_{ij}>C_{ij}$ (5>4), значит, план неоптимальный.

Для улучшения плана необходимо сделать перемещение поставок по циклу так, чтобы снизить суммарную стоимость перевозок, не нарушив баланс по строкам и столбцам транспортной таблицы. Циклом в транспортной таблице называют несколько клеток, соединенных замкнутой ломаной линией, которая в базисной клетке совершает поворот на 90°.

Условимся отмечать знаком «+» те клетки (вершины цикла), в которых в результате перемещения груза по циклу объем

перевозки увеличивается, а знаком «—» те клетки, в которых он уменьшается. Перенести какое-то количество единиц груза по циклу — это значит увеличить перевозки, стоящие в положительных вершинах цикла, на количество единиц перемещаемого груза, а перевозки, стоящие в отрицательных вершинах, уменьшить на то же количество единиц.

Цикл строится следующим образом. Выбирают свободную клетку, для которой разница между псевдостоимостью $\tilde{C}_{ij}$ и стоимостью C_{ij} наибольшая (в нашем случае такая клетка всего одна и выбора нет). Отмечают эту клетку знаком «+» и соединяют прямой линией с базисной клеткой. Базисную клетку помечают знаком «—», в ней осуществляют поворот на 90°, после чего ее продолжают в одну из базисных клеток, которую помечают знаком «+». В этой клетке опять осуществляется поворот прямой на 90°, затем прямая продолжается до базисной клетки. Знаки «+» и «—» должны чередоваться. Это продолжается до тех пор, пока не удастся замкнуть цикл на исходную свободную клетку.

Может случиться, что помечаемый цикл не замыкается на исходной клетке. В этом случае для построения цикла выбираются другие базисные клетки или часть из них, но в другом порядке. Для опорного плана всегда существует замкнутый цикл.

Для рассматриваемой задачи цикл начинается в свободной клетке (1.1), проходит через базисные клетки (3.1), (3.2) и (1.2) и заканчивается в исходной клетке (1.1) (табл. 7.22).

Таблица 7.22

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	+ 4 —	− 6 50	7 —	1 250	300
A_2	6 —	4 50	1 150	2 —	200
A_3	− 2 200	+ 3 300	8 —	7 —	500
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000

Перемещение единицы груза по циклу уменьшает суммарную стоимость перевозки на величину $\gamma=C_{ij}-\tilde{C}_{ij}$, при перемещении K единиц груза стоимость уменьшается на $K\gamma$.

Важно иметь в виду, что исходя из требований неотрицательности перевозок ($x_{ij}\geqslant 0$) количество перемещаемого по циклу груза определяется минимальным количеством перевозки, стоящей в отрицательной вершине цикла.

В данном примере $\gamma = C_{11} - \tilde{C}_{11} = 4 - 5 = -1$, а количество перемещаемого груза равно 50. Перенос по циклу 50 единиц груза должен уменьшить общую стоимость на 50 рублей.

После перемещения по циклу получается новый план (табл. 7.23), который необходимо проверить на оптимальность.

Таблица 7.23

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i	Потенциалы α_i
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	4 50	5 < 6	2 < 7	1 250	300	0
A_2	3 < 6	4 50	1 150	0 < 2	200	−1
A_3	2 150	3 350	0 < 8	−1 < 7	500	−2
Заявки b_j	200	400	150	250	1000 / 1000	
Потенциалы β_j	4	5	2	1		

Полученный план является оптимальным, так как во всех свободных клетках псевдостоимости меньше, чем стоимости. Базисные клетки табл. 7.23 содержат оптимальное решение:

$$x^*_{11} = 50 \text{ т}; \quad x^*_{14} = 250 \text{ т}; \quad x^*_{22} = 50 \text{ т}; \quad x^*_{23} = 150 \text{ т};$$

$$x^*_{31} = 150 \text{ т}; \quad x^*_{32} = 350 \text{ т}.$$

При данном решении целевая функция L является минимальной и равна

$$50 \cdot 4 + 250 \cdot 1 + 50 \cdot 4 + 150 \cdot 1 + 150 \cdot 2 + 350 \cdot 3 = 2150 \text{ руб.}$$

Стоимость осуществления оптимального плана на 3300 рублей меньше, чем плана, представленного в табл. 7.18, и на 50 рублей меньше, чем стоимость плана, приведенного в табл. 7.20.

7.5.4. Особые случаи решения транспортных задач

К особым случаям решения транспортных задач относятся:

— задачи нахождения решения при вырожденном плане перевозок;

— открытые модели транспортной задачи;

— задачи с блокированием перевозок.

Вырожденным планом называется такой план, у которого число базисных клеток меньше, чем $m+n-1$. Например, если в транспортной таблице размерностью $m \times n = 3 \times 4$ после составления допустимого плана оказалось пять базисных клеток, то такой план является вырожденным.

Для приведения вырожденного плана к опорному в одну из свободных клеток назначается бесконечно малая перевозка δ ($\delta \to 0$). Она должна быть назначена так, чтобы стало возможным получить все потенциалы по строкам и столбцам. Такая клетка считается базисной и в этом случае количество базисных перевозок будет удовлетворять условию $m+n-1$, а план становится опорным.

Чтобы общий баланс не нарушился и план продолжал оставаться допустимым, хотя практически $\delta = 0$, достаточно в нужных местах изменить и заявки на величину δ, а после нахождения оптимального плана принять $\delta = 0$.

В ряде случаев возникает необходимость в добавлении фиктивной перевозки δ не в одну, а в большее количество клеток.

Ранее рассмотренный пример представлял собой закрытую модель транспортной задачи, когда суммарные заявки равнялись суммарным запасам:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Однако запасы и заявки в реальных ситуациях не всегда сбалансированы. Встречаются такие транспортные задачи, где условия баланса нарушены. В этих случаях используются **открытые модели** транспортной задачи.

Различают два типа открытых моделей.

1. Открытая модель с избытком запасов, т. е. когда сумма запасов в пунктах отправления превышает сумму заявок пунктов назначения:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

2. Открытая модель с избытком заявок, т. е. когда сумма поданных заявок превышает наличные запасы:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

И в том, и в другом случаях открытую модель транспортной задачи сводят к закрытой модели. Процедура сведения открытой модели к закрытой заключается в следующем.

Для открытой модели с избытком запасов в дополнение к имеющимся n пунктам назначения $B_1, B_2, \ldots, B_n$ вводится еще один, фиктивный, пункт назначения $B_ф$, которому присваивается заявка, равная избытку запасов над заявками:

$$b_ф = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Для открытой модели с избытком заявок вводится фиктивный пункт отправления $A_ф$ с запасом $a_ф$, равным недостающему запасу:

$$a_ф = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i.$$

Стоимости перевозок единицы груза для фиктивных пунктов $C_{iф}$ и $C_{фi}$ полагают равными нулю.

После введения в транспортную таблицу фиктивных пунктов отправления $A_ф$ или назначения $B_ф$ «перевозка» груза $x_{iф}$ из пункта отправления A_i в фиктивный пункт назначения $B_ф$ будет означать, что в пункте A_i остались неотправленными $x_{iф}$ единиц груза. При избытке заявок часть из них в количестве $x_{фi}$ будет удовлетворяться за счет фиктивного пункта отправления $A_ф$.

При первоначальном составлении плана методом минимального элемента для транспортной таблицы с фиктивными потребителями или поставщиками заполнение клеток с нулевой стоимостью единичной перевозки производится в последнюю очередь. Это позволит избежать дополнительных преобразований транспортной таблицы при отыскании оптимального плана.

Таким образом, введение фиктивного пункта назначения $B_ф$ с его заявкой $a_ф$ или фиктивного пункта отправления $A_ф$ с запасом $a_ф$ позволит открытую модель транспортной задачи свести к закрытой.

Задача с блокированием перевозок возникает в тех случаях, когда между отдельными пунктами транспортирование не может быть осуществлено. Например, при планировании тылового обеспечения в условиях противодействия противника некоторые варианты перевозки с армейских складов в воинские соединения не могут быть осуществлены (разрушены дороги, мосты и т. д.). Это значит, что при планировании перевозок с помощью транспортной задачи заранее устанавливается, что отдельные клетки в транспортной таблице должны быть свободными от назначения.

Это условие может быть удовлетворено, если в соответствующих клетках транспортной таблицы проставить в качестве стоимости перевозки единицы груза C_{ij} достаточно большое число M ($M \to \infty$). Поскольку перевозки x_{ij} назначаются прежде всего в клетки с относительно малыми единичными стоимостями, то большая единичная стоимость сделает невозможным назначение в клетку с большим числом M.

Рассмотрим пример решения открытой модели транспортной задачи при вырожденном плане с блокированием перевозок.

Пример 7.4. В военном округе производится осенняя заготовка сельскохозяйственных продуктов. Три совхоза A_1, A_2, A_3 могут поставить четырем воинским частям B_1, B_2, B_3, B_4 овощей соответственно

$$a_1 = 300 \text{ т}; \; a_2 = 200 \text{ т}; \; a_3 = 500 \text{ т},$$

Потребности воинских частей в овощах равны

$$b_1 = 250 \text{ т}; \; b_2 = 400 \text{ т}; \; b_3 = 150 \text{ т}; \; b_4 = 300 \text{ т}.$$

Из совхоза A_3 в воинскую часть B_4 доставка невозможна. Транспортные расходы (в руб.) на доставку 1 т овощей из i-го совхоза в j-ю часть представлены матрицей (примем $C_{34} = M = 100$ руб.)

$$C_{ij} = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 7 & 1 \\ 6 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & 100 \end{vmatrix}.$$

Требуется составить такой план прикрепления воинских частей к совхозам, *чтобы стоимость всех перевозок овощей была минимальна.*

Решение. Проверяем баланс запасов и заявок. Запасы $\sum_{i=1}^{m} a_i = 300 + 200 + 500 = 1000$ т; заявки $\sum_{j=1}^{n} b_j = 250 + 400 + 150 + 300 = 1100$ т; разность между запасами и заявками $\sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j = 1000 - 1100 = -100$ т.

Так как заявки превышают запасы, то данная модель является открытой моделью транспортной задачи с избытком заявок.

Введем фиктивного поставщика — фиктивный совхоз $A_ф$ с запасом $a_ф = 100$ т и сведем задачу к закрытой модели. Назначим стоимость перевозки 1 т овощей от фиктивного поставщика $A_ф$ в воинские части $C_ф = 0$. Построим транспортную таблицу и найдем опорный план (табл. 7.24).

Таблица 7.24

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	6	7	1	300
A_2	6	4	1	2	200
A_3	2	3	8	100	500
$A_ф$	0	0	0	0	100
Заявки b_j	250	400	150	300	1100 / 1100

В таблице 7.24 в отличие от ранее рассмотренных имеется фиктивный поставщик $A_ф$, клетки с нулевой стоимостью перевозки и одна клетка с очень большой стоимостью $C_{34} = 100$. Пользуясь методом минимального элемента, произведем назначения x_{ij} в порядке возрастания стоимости единичной перевозки, начиная (в данном случае) с $C_{ij} = 1$ (табл. 7.25).

Первое назначение в клетку (1,4) — 300 т, второе — в клетку (2,3) — 150 т, третье — в клетку (3,1) — 250 т, оставшиеся назначения в соответствии с условием системы равенств (7.12) делаются во втором столбце.

При проверке на опорность выясняется, что количество базисных клеток (6) меньше, чем необходимо для условий опорности ($m+n-1 = 4+4-1 = 7$). Прежде чем решить вопрос о том, куда назначить фиктивную перевозку δ, целесообразно начать определение платежей α_i и β_j, не обращая внимания на вырожденность плана.

Таблица 7.25

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы a_i	Потенциалы α_i
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	2 < 4	3 < 6	0 < 7	1; 300	300	3
A_2	3 < 6	4; 50	1; 150	2; — δ	200	4
A_3	2; 250	3; 250	0 < 8	1 < 100	500	3
$A_ф$	−1 < 0	0; 100	−3 < 0	−2 < 0	100	0
Заявки b_j	250	100	150	300	1100 / 1100	
Потенциалы β_j	−1	0	−3	−2		

В тот момент, когда дальнейшее определение платежей станет невозможным из-за вырожденности плана, следует назначить δ в такую свободную клетку, которая позволит найти потенциалы для всех строк и столбцов.

В табл. 7.25 целесообразнее всего нулевое значение потенциала проставить во втором столбце, так как он содержит наибольшее число базисных клеток. Тогда можно сразу получить значения потенциалов во второй, третьей и четвертой строках (4, 3, 0). Затем определятся потенциалы в третьем столбце (1—4=—3) и в первом столбце (2—3=—1). Дальнейшее нахождение потенциалов невозможно без введения фиктивной перевозки. Его можно проставить в любую свободную клетку первой строки и четвертого столбца. Назначив δ в клетку (2,4), получаем потенциал для четвертого столбца (2—4=—2) и первой строки (1—(—2))=3.

Затем производится проверка на оптимальность путем нахождения псевдостоимостей во всех свободных клетках. Анализ показывает, что план является оптимальным. При этом вариант перевозки грузов из совхоза A_3 в воинскую часть B_4 оказался заблокированным благодаря высокой стоимости перевозки.

Таким образом получен оптимальный план

$$x_{14}^* = 300 \text{ т}; \; x_{22}^* = 50 \text{ т}; \; x_{23}^* = 150 \text{ т}; \; x_{31}^* = 250 \text{ т}; \; x_{32}^* = 250 \text{ т}$$

с минимальной стоимостью перевозок

$$L = 300\cdot 1 + 50\cdot 4 + 150\cdot 1 + 250\cdot 2 + 250\cdot 3 = 1900 \text{ руб.}$$

7.6. Основы метода динамического планирования распределения ресурсов

Метод динамического планирования (программирования) применяется для решения многоэтапных (многошаговых) задач. Для части задач процесс управления естественным образом разбивается на шаги. Например, при планировании распределения ресурсов между предприятиями в течение пятилетки шагом управления можно считать календарный год. В некоторых задачах шаги образуются искусственно.

Наиболее характерной для военной экономики является задача распределения ресурсов. Пусть планируется деятельность

k промышленных предприятий $П_1, П_2, \ldots, П_j, \ldots, П_k$ военного округа на некоторый плановый период Т, состоящий из m календарных лет. Объектом планирования является объем реализации продукции в денежном выражении x_0 этой группой предприятий за период Т. Каждое предприятие получает за год прибыль, размер которой зависит от назначенного ему объема реализации продукции. Возникает вопрос: как нужно в начале каждого года распределять годовой объем реализации продукции между предприятиями, чтобы прибыль всех предприятий за период Т была максимальной?

Показателем результата работы может служить не прибыль, а другие показатели: объем выпуска товарной продукции, суммарные затраты, себестоимость продукции, трудоемкость выполнения работ и т. д. Если показателем эффективности служит товарная продукция или фондоотдача, то целью динамического планирования является решение задачи максимизации этих показателей. В других случаях решается задача минимизации показателя. В дальнейшем речь будет идти только о задаче максимизации показателя эффективности W, имея в виду, что если необходимо минимизировать показатель эффективности W, то, заменив W на $W' = -W$, можно перейти к задаче максимизации W'.

Рассмотрим процесс функционирования системы предприятий довольствующей службы округа. Управление процессом состоит в назначении предприятиям объема реализации продукции по шагам, т. е. по годам планового периода.

Пусть в начале i-го года каждому предприятию $П_1, П_2, \ldots, П_j, \ldots, П_k$ назначается соответственно объем реализации

$$x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \ldots, x_i^{(j)}, \ldots, x_i^{(k)} \; (i = \overline{1, m};\; j = 1, k).$$

Совокупность этих значений есть не что иное, как управление (функция управления) на i-м шаге:

$$u_i = (x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \ldots, x_i^{(k)}).$$

Управление операцией в целом представляет собой совокупность всех шаговых управлений

$$u = (u_1, u_2, \ldots, u_i, \ldots, u_m).$$

Управление может быть хорошим или плохим, эффективным или неэффективным. Для оценки качества управления за критерий эффективности W принимается суммарная прибыль по всем k предприятиям за m лет. Ее размер зависит от управления на всех шагах, иначе говоря, от всей совокупности шаговых управлений

$$W = W(u) = W(u_1, u_2, \ldots, u_i, \ldots, u_m).$$

Возникает вопрос: как выбрать шаговые управления $u_1, u_2, \ldots, u_m$ для того, чтобы величина W обратилась в максимум?

Для решения такого рода задач применяется фундаментальный принцип динамического программирования — **принцип оптимальности**, который формулируется следующим образом: оптимальное управление обладает тем свойством, что, каким бы ни было предшествующее, в том числе и начальное состояние, последующее управление должно быть оптимальным по отношению к состоянию, возникшему в результате предшествующего управления. Иначе говоря, на каждом шаге ищется управление, которое обеспечивает оптимальное продолжение процесса относительно достигнутого на данном шаге состояния. Данный принцип позволяет решение сложной проблемы заменить решением некоторого количества более простых проблем, из которых состоит эта сложная проблема.

Принцип оптимальности отнюдь не предполагает, что каждый шаг оптимизируется отдельно, независимо от других. Напротив, шаговое управление должно выбираться с учетом всех его последствий в будущем. Таким образом, планируя многошаговую операцию, необходимо выбирать управление на каждом шаге с учетом его возможных последствий. Важно отметить, что среди всех шагов существует один, который может планироваться так, чтобы он принес наибольшую прибыль. Таким шагом является последний. Найдя оптимальное управление на последнем m-м шаге, можно приступить к оптимизации $(m-1)$-го шага, затем $(m-2)$-го шага и так далее. Таким образом, процесс динамического планирования разворачивается от конца к началу.

Применительно к задаче распределения ресурсов принцип оптимальности требует, чтобы управление u_i на каждом i-м шаге обеспечивало получение наибольшей суммарной прибыли для всех оставшихся шагов.

Пример 7.5. Довольствующая служба округа планирует на пятилетний период ремонт автомобильной техники двум подведомственным ей предприятиям в объеме $x_0=100$ тыс. руб.

Плановая прибыль от реализации продукции в любом i-м году должна составить на первом предприятии 15%, т. е. $g_i\left(x_i^{(1)}\right)=0{,}15x_i^{(1)}$ тыс. руб., на втором — 10%, т. е. $h_i\left(x_i^{(2)}\right)=0{,}1x_i^{(2)}$ тыс. руб.

Ежегодный прирост мощности по ремонту автомобильной техники планируется: для первого предприятия $x_i^{(1)}=a_ix_{i-1}^{(1)}=0{,}5x_{i-1}^{(1)}$, для второго $x_i^{(2)}=b_ix_{i-1}^{(2)}=0{,}8x_{i-1}^{(2)}$.

Требуется установить ежегодное задание по реализации продукции для каждого предприятия в таком объеме, при котором прибыль за пятилетку будет максимальной.

Решение.

Эта задача решается в два этапа (этап условной оптимизации и этап безусловной оптимизации) по шагам. **Первый этап** состоит из пяти шагов.

Первый шаг — оптимизация решения в последнем, пятом году. Обозначив объем реализации в пятом году x_5 и приняв его равным $x_5^{(1)}+x_5^{(2)}$, находим, что максимальная прибыль F_5 на данном шаге должна составить

$$F_5(u)=\max_{0\leqslant x_5^{(1)}\leqslant x_5}\left\{g_5\left(x_5^{(1)}\right)+h_5\left(x_5-x_5^{(1)}\right)\right\}=$$

$$=\max_{0\leqslant x_5^{(1)}\leqslant x_5}\left\{0{,}15x_5^{(1)}+0{,}1\left(x_5-x_5^{(1)}\right)\right\}=\max_{0\leqslant x_5^{(1)}\leqslant x_5}\left\{0{,}1x_5+0{,}05x_5^{(1)}\right\}.$$

В общем случае, когда выражение в фигурных скобках является нелинейной функцией, максимальное значение F_5 (u) определяется известными методами математического анализа. В данном примере, когда выражение F_5 (u) представляет собой линейную возрастающую функцию аргумента $x_5^{(1)}$, наибольшее значение эта функция примет на правой границе области определения, т. е. при $x_5^{(1)}=x_5$.

Поэтому можно считать

$$x_5^{*(1)}=x_5;\quad F_5(u)=0{,}15x_5.$$

Таким образом, если в пятом году реализация продукции будет осуществляться только первым предприятием, то прибыль в целом по анализируемым предприятиям довольствующей службы в пятом году будет наибольшей и равной 0,15 x_5.

Второй шаг — максимизация прибыли в четвертом и пятом годах. Выразим объем производства в пятом году через объем производства в четвертом году

$$x_5=a_5x_4^{(1)}+b_5\left(x_4-x_4^{(1)}\right)=0{,}5x_4^{(1)}+0{,}8\left(x_4-x_4^{(1)}\right)=0{,}8x_4-0{,}3x_4^{(1)}.$$

Исходя из полученного выражения для x_5, находим функцию прибыли за пятый год

$$F_5(u)=0{,}15x_5=0{,}15\left(0{,}8x_4-0{,}3x_4^{(1)}\right)=0{,}12x_4-0{,}045x_4^{(1)}.$$

Максимальная прибыль за четвертый и пятый годы может быть найдена из выражения

$$F_4(u)=\max_{0\leqslant x_4^{(1)}\leqslant x_4}\left\{g_4\left(x_4^{(1)}\right)+h_4\left(x_4-x_4^{(1)}\right)+F_5(u)\right\}.$$

В выражение для F_4 (u) подставим заданные значения для g и h, а также полученную ранее функцию F_5 (u)

$$F_4(u)=\max_{0\leqslant x_4^{(1)}\leqslant x_4}\left\{0{,}15x_4^{(1)}+0{,}1\left(x_4-x_4^{(1)}\right)+0{,}12x_4-0{,}045x_4^{(1)}\right\}=$$

$$=\max_{0\leqslant x_4^{(1)}\leqslant x_4}\left\{0{,}22x_4+0{,}005x_4^{(1)}\right\}.$$

Функция F_4 (u) достигнет максимума при $x_4^{*(1)}=x_4$ и $x_4^{*(2)}=0$. Иначе говоря, максимальная прибыль будет получена, если в четвертом году так же, как и в пятом, весь объем работ будет возложен на первое предприятие.

Поэтому, в выражении для F_4 (u) заменив $x_4^{(1)}$ на x_4, получим

$$F_4(u)=0{,}22x_4+0{,}005x_4=0{,}225x_4.$$

Третий шаг — максимизация суммарной прибыли за третий, четвертый и пятый годы.

Выразим объем производства в четвертом году через объем производства в третьем году

$$x_4 = a_4 x_3^{(1)} + b_4\left(x_3 - x_3^{(1)}\right) = 0{,}5x_3^{(1)} + 0{,}8\left(x_3 - x_3^{(1)}\right) = 0{,}8x_3 - 0{,}3x_3^{(1)}.$$

Подставим полученное выражение для x_4 в функцию прибыли $F_4(u)$

$$F_4(u) = 0{,}225x_4 = 0{,}225\left(0{,}8x_3 - 0{,}3x_3^{(1)}\right) = 0{,}18x_3 - 0{,}0675x_3^{(1)}.$$

Находим функцию прибыли за три года (третий, четвертый и пятый)

$$F_3(u) = \max_{0 \leqslant x_3^{(1)} \leqslant x_3}\left\{g_3\left(x_3^{(1)}\right) + h_3\left(x_3 - x_3^{(1)}\right) + F_4(u)\right\} =$$

$$= \max_{0 \leqslant x_3^{(1)} \leqslant x_3}\left\{0{,}15x_3^{(1)} + 0{,}1\left(x_3 - x_3^{(1)}\right) + 0{,}18x_3 - 0{,}0675x_3^{(1)}\right\} =$$

$$= \max_{0 \leqslant x_3^{(1)} \leqslant x_3}\left\{0{,}28x_3 - 0{,}0175x_3^{(1)}\right\}.$$

Из полученного выражения видно, что $F_3(u)$ примет максимальное значение при $x_3^{*(1)} = 0$, а $x_3^{*(2)} = x_3$, т. е. весь объем ремонта в третьем году нужно передать второму предприятию. Тогда максимальная прибыль за три года будет равна

$$F_3(u) = 0{,}28x_3.$$

Четвертый шаг — максимизация прибыли за второй, третий, четвертый и пятый годы, при этом выполняются следующие преобразования:

$$x_3 = 0{,}8x_2 - 0{,}3x_2^{(1)};\quad F_3(u) = 0{,}224x_2 - 0{,}084x_2^{(1)};$$

$$F_2(u) = \max_{0 \leqslant x_2^{(1)} \leqslant x_2}\left\{0{,}15x_2^{(1)} + 0{,}1\left(x_2 - x_2^{(1)}\right) + 0{,}224x_2 - 0{,}084x_2^{(1)}\right\} =$$

$$= \max_{0 \leqslant x_2^{(1)} \leqslant x_2}\left\{0{,}324x_2 - 0{,}034x_2^{(1)}\right\}.$$

Функция $F_2(u)$ достигнет максимума при $x_2^{*(1)} = 0$, откуда $x_2^{*(2)} = x_2$, значит, $F_2(u) = 0{,}324x_2$.

Пятый шаг — максимизация прибыли за все пять лет, при этом проводятся следующие расчеты:

$$x_2 = 0{,}8x_1 - 0{,}3x_1^{(1)};\quad F_2(u) = 0{,}2592x_1 - 0{,}0972x_1^{(1)};$$

$$F_1(u) = \max_{0 \leqslant x_1^{(1)} \leqslant x_1}\left\{0{,}3592x_1 - 0{,}0472x_1^{(1)}\right\}.$$

Функция $F_1(u)$ достигает максимума при $x_1^{*(1)} = 0$ и $x_1^{*(2)} = x_1$. При этом максимальная прибыль за пять лет будет определяться из выражения

$$F_1(u) = 0{,}3592x_1.$$

На этом завершается этап условной оптимизации. Для проведения **второго этапа** — этапа безусловной оптимизации — объемы реализации во втором — пятом годах предварительно выражаются через объем реализации в первом году x_1 с учетом результатов условной оптимизации

$$x_2 = a_2 x_1^{*(1)} + b_2\left(x_1 - x_1^{*(1)}\right) = 0{,}5\cdot 0 + 0{,}8\,(x_1 - 0) = 0{,}8x_1;$$

$$x_3 = a_3 x_2^{*(1)} + b_3\left(x_2 - x_2^{*(1)}\right) = 0{,}5\cdot 0 + 0{,}8\,(x_2 - 0) = 0{,}8x_2 = 0{,}8\cdot 0{,}8x_1 = 0{,}64x_1;$$

$$x_4 = a_4 x_3^{*(1)} + b_4\left(x_3 - x_3^{*(1)}\right) = 0{,}5\cdot 0 + 0{,}8(x_3 - 0) = 0{,}8x_3 = 0{,}8\cdot 0{,}64x_1 = 0{,}512x_1;$$

$$x_5 = a_5 x_4^{*(1)} + b_5\left(x_4 - x_4^{*(1)}\right) = 0{,}5x_4 + 0{,}8\left(x_4 - x_4^{*(1)}\right) = 0{,}5x_4 + 0{,}8\left(x_4 - x_4^{*(1)}\right) = 0{,}5x_4 = 0{,}256x_1.$$

Поскольку x_0 — суммарный объем ремонта, а $x_1, x_2, \ldots$ — объемы ремонтов по годам, то очевидно, что

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = x_0.$$

В данное уравнение подставим выражения $x_2, x_3, \ldots$ через x_1

$$x_1 + 0{,}8x_1 + 0{,}64x_1 + 0{,}512x_1 + 0{,}256x_1 = x_0 = 100 \text{ тыс. руб.}$$

Решив уравнение относительно x_1, найдем оптимальное значение объема работ в первом году $x_1^* = 31{,}172$. Следовательно, во втором и последующих годах оптимальные объемы работ составят:

$x_2^* = 0{,}8x_1^* = 0{,}8\cdot 31{,}172 = 24{,}938$ тыс. руб.;

$x_3^* = 0{,}64x_1^* = 0{,}64\cdot 31{,}172 = 19{,}95$ тыс. руб.;

$x_4^* = 0{,}512x_1^* = 0{,}512\cdot 31{,}172 = 15{,}96$ тыс. руб.;

$x_5^* = 0{,}256x_1^* = 0{,}256\cdot 31{,}172 = 7{,}98$ тыс. руб.

При этом максимальная прибыль за пятилетку составит:

$$F_1(u) = 0{,}3592x_1^* = 0{,}3592\cdot 31{,}172 = 11{,}197 \text{ тыс. руб.}$$

В отдельные годы пятилетки прибыль составит:

в пятом году $F_5(u) = 0{,}15x_5^* = 0{,}15\cdot 7{,}98 = 1{,}197$ тыс. руб.;

в четвертом году $F_4(u) - F_5(u) = 0{,}225x_4^* - 1{,}197 = 0{,}225\cdot 15{,}96 - 1{,}197 = 3{,}591 - 1{,}197 = 2{,}394$ тыс. руб.;

в третьем году $F_3(u) - F_4(u) = 0{,}28x_3^* - 2{,}394 = 0{,}28\cdot 19{,}95 - 3{,}591 = 5{,}586 - 3{,}591 = 1{,}995$ тыс. руб.;

во втором году $F_2(u) - F_3(u) = 0{,}324x_2^* - 3{,}192 = 0{,}324\cdot 24{,}938 - 5{,}586 = 8{,}08 - 5{,}586 = 2{,}494$ тыс. руб.;

в первом году $F_1(u) - F_2(u) = 0{,}3592x_1^* - 8{,}08 = 0{,}3592\cdot 31{,}172 - 8{,}08 = 3{,}117$ тыс. руб.

Окончательные результаты решения представлены в табл. 7.26.

Таблица 7.26

Год пятилетки	Планируемый объем реализации, тыс. руб.		Прибыль, тыс. руб.
	на первом предприятии	на втором предприятии	
Первый	—	31,172	3,117
Второй	—	24,938	2,494
Третий	—	19,95	1,995
Четвертый	15,96	—	2,394
Пятый	7,98	—	1,197
Итого . . .	100		11,197

В реальных условиях прибыль, получаемая предприятием за единицу реализованной продукции, определяется ее себестоимостью, которая зависит от целого ряда факторов. В частности, чем выше объем реализации, тем меньше доля косвенных расходов и расходов на освоение производства. Кроме того, себестоимость единицы реализованной продукции уменьшается по годам. Названные факторы могут быть учтены при записи выражений для функций суммарной прибыли. Тогда эти функции станут нелинейными и для отыскания максимальных ее значений на каждом шаге нужно определять их частные производные, приравнивать к нулю и определять соответствующие оптимальные значения объемов реализации каждого предприятия. При таком подходе в течение планового периода могут оказаться ежегодно загружены оба предприятия.

Однако с методической точки зрения замена линейных функций прибыли на нелинейные не изменяет существа подхода к решению задач методом динамического планирования.

Методы оптимизации распределения ресурсов необходимо использовать для обоснования таких планов деятельности, которые позволяют наиболее эффективно использовать материальные, трудовые и финансовые ресурсы. Методы линейного программирования, включая задачи транспортного типа, наиболее целесообразно применять для оценки качества проводимого экономического обоснования планов финансирования воинских частей и соединений.

Глава 8

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ ВООРУЖЕННЫХ СИЛ

8.1. Предмет и классификация военно-экономических задач теории массового обслуживания

В практической деятельности часто возникают такие ситуации, когда приходится сталкиваться с ожиданием обслуживания, с очередями. Под **очередью** понимается любое скопление людей, предметов или сигналов, ожидающих обслуживания. Под обслуживанием понимается выполнение одной или комплекса операций, целенаправленных действий. Характерными примерами очередей являются:

— клиенты в кассе, желающие получить (сдать) деньги;

— лица, ожидающие приема;

— документы, подлежащие рассмотрению или исполнению руководителем или должностным лицом;

— автомобили, ожидающие заправки горючим;

— военная техника, ожидающая ремонта;

— телефонные сигналы, поступающие на телефонную станцию;

— средства воздушного нападения противника.

Изучением такого рода очередей занимается теория массового обслуживания. Она оперирует следующими основными понятиями: требование, канал обслуживания, система массового обслуживания.

Под **требованием** (заявкой на обслуживание) понимается какой-либо объект, нуждающийся в обслуживании. Технические устройства или производственный персонал, выполняющие функции обслуживания, называются **каналами обслуживания**. Совокупность потока требований на обслуживание, очереди и каналов обслуживания представляет собой **систему массового обслуживания** (рис. 8.1).

Очереди в системах массового обслуживания возникают по следующим причинам:

— пропускная способность канала обслуживания меньше, чем интенсивность поступления заявок;

— пропускная способность канала выше, чем интенсивность потока заявок, но при этом требования поступают нерегулярно, т. е. интервалы времени между их поступлениями являются случайными величинами;

— неодинаковое время обслуживания.

Таким образом, очереди возникают из-за нерегулярности потока требований и неодинаковости времени их обслуживания. Например, практически невозможно сделать так, чтобы рабочие и служащие приходили в кассу для получения заработной платы через установленные интервалы времени. Кроме того, время получения заработной платы разными клиентами тоже не строго одинаково из-за индивидуальных особенностей получателей.

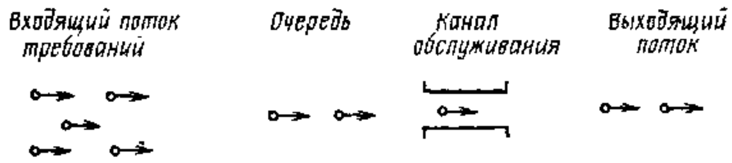


Рис. 8.1. Одноканальная система массового обслуживания

Важным является то обстоятельство, что заявки в ожидании обслуживания могут некоторое время находиться в очереди. Потери времени в связи с образованием очереди в ряде случаев наносят большой ущерб народному хозяйству, а в военном деле последствия от качества и своевременности обслуживания могут носить опасный характер. Например, неперехваченные (необслуженные) зенитными средствами самолеты противника могут нанести потери, имеющие стратегическое значение. Очередь, состоящая из боевой техники, ожидающей ремонта, вызывает необходимость создания резервов в виде обменного фонда для поддержания высокой боевой готовности войск.

Казалось бы, необходимо иметь каналы с большой пропускной способностью. Однако создание высокопроизводительных каналов требует больших материальных и трудовых ресурсов. Отсюда вытекает задача нахождения оптимального соотношения между затратами, обусловленными нахождением заявок в очереди, и затратами на расширение пропускной способности обслуживающих устройств.

Например, возникает задача оптимального распределения средств на создание обменного фонда вооружения и увеличение производственных мощностей ремонтных органов, которые можно рассматривать как систему массового обслуживания. Такого рода задачами занимается теория массового обслуживания. Она устанавливает зависимости между характером потока требований, числом каналов, их пропускной способностью, правилами обслуживания и эффективностью обслуживания.

Основной задачей теории массового обслуживания в области экономики является нахождение таких (оптимальных) характеристик системы, при которых потери от ожидания обслуживания и от простоя каналов обслуживания будут минимальными.

Системы массового обслуживания классифицируются по разным признакам:

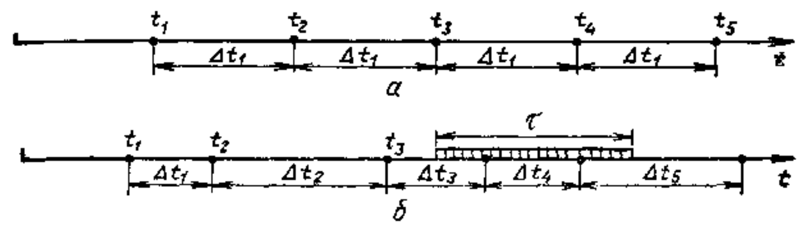


Рис. 8.2. Моменты поступления требований:
а — для регулярного потока; *б* — для случайного потока

— виду потока требований;
— характеристикам процесса обслуживания;
— дисциплине очереди;
— виду и числу каналов обслуживания.

Различают следующие **виды потока требований:**

— регулярные и случайные;
— стационарные и нестационарные;
— ординарные и неординарные;
— без последействия и с последействием;
— однородные и неоднородные.

Поток требований называется регулярным (детерминированным), если требования следуют одно за другим через строго определенные промежутки времени (рис. 8.2, *а*).

Большинство потоков в системах массового обслуживания являются случайными (рис. 8.2, *б*), т. е. моменты поступления требований в систему носят случайный характер, а промежутки времени между ними являются случайными величинами.

Поток требований называется стационарным, если вероятность попадания определенного числа заявок на отрезок времени τ (см. рис. 8.2, *б*) зависит только от его длины, но не зависит от того, где на оси времени он находится. Если это условие не удовлетворяется, то поток называет нестационарным.

Поток требований называется ординарным, если вероятность поступления на малый участок $\Delta t \to 0$ двух и более требований пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью поступления одного требования, т. е. требования поступают в систему не группами, а по одному. В противном случае поток называется *неординарным*.

Поток требований называется *потоком без последействия*, если число требований, поступивших в систему после некоторого момента, не зависит от того, сколько их поступило до этого момента. Например, если поток требований на ремонт автомобильной техники на авторемонтном заводе в данный день не зависит от числа требований, поступивших в предыдущий день, то такой поток можно считать потоком без последействия. Если число требований, поступивших в систему, зависит от количества ранее поступивших требований, то поток называется *потоком с последействием*.

Если характер требований в потоке одинаков и отличается лишь моментами их поступления в систему, то такой поток называется *однородным*. Например, если на ремонтный завод поступают автомобили только в капитальный ремонт, то они образуют однородный поток, если и в капитальный, и в средний, — то *неоднородный*.

Однородный поток требований без последействия, который является одновременно случайным, стационарным и ординарным, называется *простейшим*.

Для большинства реальных процессов поток требований достаточно хорошо описывается законом распределения Пуассона, согласно которому вероятность $P_k(\tau)$ поступления в обслуживающую систему ровно k требований за промежуток τ определяется по формуле

$$P_k(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^k}{k!} e^{-\lambda\tau}, \tag{8.1}$$

где λ — плотность (интенсивность) потока, т. е. среднее число требований, поступающих в единицу времени;
e — основание натуральных логарифмов ($e=2{,}718$);
! — знак факториала.

Свойство этого распределения состоит в том, что математическое ожидание случайной величины и ее дисперсия равны друг другу:

$$m_k = D_k = \lambda\tau.$$

Закон распределения Пуассона описывает редкие случайные явления, например:
— количество дефектов, выявленных в готовом изделии;
— количество неправильно оформленных документов;
— число вызовов, поступающих на телефонный коммутатор в единицу времени.

Поскольку λ — среднее число требований, поступающих в единицу времени, то произведение $\lambda\tau$ — среднее число требований, поступивших за промежуток времени τ. Данное произведение называется параметром распределения Пуассона. Если

обозначить $\lambda\tau=a$, то закон распределения Пуассона можно записать в виде

$$P_k(\tau) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}.$$

Вероятность того, что в промежутке τ не произойдет ни одного события, состоящего в появлении требований на обслуживание, т. е. что $k=0$, равна

$$P_0(\tau) = \frac{a^0}{0!} e^{-a} = \frac{1}{1} e^{-a} = e^{-\lambda\tau}.$$

Из этого вытекает, что вероятность наступления одного (не менее одного) события и более ($k \geqslant 1$) составит

$$P_{k\geqslant 1}(\tau) = 1 - e^{-\lambda\tau},$$

так как

$$P_{k\geqslant 1}(\tau) = 1 - P_0(\tau).$$

Вероятность наступления ровно одного события ($k=1$) равна

$$P_1(\tau) = \frac{a^1}{1!} e^{-a} = a \cdot e^{-a} = \lambda\tau \cdot e^{-\lambda\tau}.$$

Многие реальные процессы, протекающие в экономике, описываются законом Пуассона, что позволяет его использовать для практических расчетов. Например, если из опыта известна средняя интенсивность поступления автомобилей на авторемонтный завод ($\lambda=1$ маш./ч), то можно рассчитать вероятности поступления на завод одного, двух автомобилей и более, как это показано в табл. 8.1.

Таблица 8.1

Число k автомобилей, поступающих за один час	Вероятность поступления ровно k автомобилей в час
0	0,3679
1	0,3679
2	0,1839
3	0,0613
4	0,0153
5	0,0031

Из табл. 8.1 видно, что поступление 4 или 5 автомобилей в час практически невозможно, вероятнее всего, будет поступать не более 2 автомобилей в час.

Если принять, что финансовые нарушения проявляются как редкие события и распределяются по закону Пуассона, то при наличии данных о среднем числе нарушений в год можно определить вероятности их появления. Например, при среднем количестве финансовых нарушений в соединении, равном четырем в год, вероятность появления определенного их числа можно рассчитать по формуле (8.1). В табл. 8.2 приведены расчеты вероятности появления финансовых нарушений за полгода. Рассмотренные показатели характеризуют поток требований на обслуживание.

Таблица 8.2

Число k нарушений за полгода (τ=0,5 года)	Вероятность появления k нарушений, P_k (0,5)
0	0,13
1	0,27
2	0,27
3	0,18
4	0,09
5	0,03

К наиболее важным **характеристикам процесса обслуживания** относится среднее время — τ, потребное для его проведения, или число требований, которые могут быть обслужены в единицу времени (интенсивность обслуживания μ). Под временем обслуживания понимается интервал между моментом поступления требования в канал обслуживания и моментом его выхода из этого канала. Время обслуживания является характеристикой функционирования каждого отдельного канала обслуживания.

В силу специфики и многообразия причин время обслуживания требований может меняться. Например, автомобили, поступающие в ремонт, имеют различную степень износа и, следовательно, время на ремонт их будет различным. Поэтому время обслуживания следует считать случайной величиной.

Для большинства происходящих на практике случайных процессов, в том числе процессов обслуживания, закон распределения времени обслуживания $F(\tau)$ достаточно точно описывается показательной функцией

$$F(\tau)=P(\tau_{обс}<\tau_з)=1-e^{-\mu\tau},$$

где $P(\tau_{обс}<\tau_з)$ — вероятность того, что фактическое время обслуживания $\tau_{обс}$ не превзойдет некоторой заданной величины $\tau_з$;

$\mu=\frac{1}{\tau}$ — интенсивность обслуживания.

Например, среднее время технического обслуживания автомобиля равно 1 ч ($\tau_{обс}$=1 ч). Следовательно, интенсивность

обслуживания μ равна 1 : 1 и составит один автомобиль в час. Вероятность окончания обслуживания за время, не превышающее заданное ($\tau_з$), равна:

если $\tau_з=0$, $P(\tau_{обс}<0)=1-e^{-1\cdot 0}=1-1=0$;

если $\tau_з=1$ ч, $P(\tau_{обс}<1\text{ ч})=1-e^{-1\cdot 1}=1-0{,}3679=0{,}6321$;

если $\tau_з=2$ ч, $P(\tau_{обс}<2\text{ ч})=1-e^{-1\cdot 2}=1-0{,}1353=0{,}8647$.

Рассчитанные вероятности окончания обслуживания за время $\tau_{обс}$ меньше, чем заданное ($\tau_з$) в диапазоне $\tau_з$=0, 1, ..., 5, представлены в табл. 8.3.

Таблица 8.3

Заданное время $\tau_з$	Вероятность окончания обслуживания за время $\tau_{обс}<\tau_з$
0	0
1	0,6321
2	0,8647
3	0,9502
4	0,9817
5	0,9933

Из табл. 8.3 следует, что при $\mu=\frac{1}{\tau}=1$ окончание работы по техническому обслуживанию автомобиля за 3 ч и более является практически достоверным событием (вероятность этого события близка к единице).

Порядок обслуживания, который принят при поступлении требований из очереди в канал обслуживания, называется **дисциплиной очереди.**

Дисциплина очереди предусматривает:

— правило отбора требований, поступающих в канал обслуживания;

— наличие или отсутствие приоритета у требований, шкалу приоритета;

— ограничение на размер очереди или на время ожидания в очереди.

Различают следующие правила отбора требований:

— первым поступил — первым обслужен (обслуживание в порядке очереди);

— случайный отбор;

— по приоритету (по техническому состоянию, по возрасту, по служебному положению и т. д.).

Приоритет может быть без прерывания обслуживания предыдущей заявки и с прерыванием обслуживания. Системы массового обслуживания могут иметь ограничения на длину очереди. В этом случае при очереди определенных размеров новые требования не становятся в очередь (система с отказом). Иногда сам размер очереди (количество требований в очереди) не ограничивается, но накладывается ограничение на время ожидания. Если время ожидания велико, то даже при малой очереди заявки выбывают из системы необслуженными.

Дисциплина очереди в значительной мере влияет на качество функционирования системы. В ряде случаев только за счет изменения правила отбора требований можно добиться существенного улучшения характеристик системы обслуживания.

В зависимости от **вида каналов обслуживания** различают системы с однородными и неоднородными каналами. В системах с однородными каналами свойства их одинаковы, с неоднородными — различны. Например, если противовоздушная оборона состоит только из зенитных орудий, то это — однородная система массового обслуживания, а если в нее включены зенитные управляемые ракеты, то она становится неоднородной системой.

Процесс обслуживания называется *многофазным*, если одно требование обслуживается несколькими каналами последовательно.

Для оценки эффективности системы массового обслуживания используются различные показатели, их перечень и содержание зависят от условий задачи, цели использования и типа системы. В системах с отказами показателями эффективности обслуживания могут быть:

— вероятность потери требования;

— среднее число занятых каналов обслуживания;

— среднее количество потерянных требований за определенный промежуток времени.

В системах с ожиданием показателями эффективности могут быть:

— среднее число требований в очереди и в системе;

— среднее время ожидания обслуживания;

— среднее время нахождения заявки в системе;

— вероятность возникновения очереди и др.

В зависимости от **числа каналов** системы массового обслуживания подразделяются на одноканальные и многоканальные.

8.2. Решение военно-экономических задач для одноканальных систем массового обслуживания

На практике часто встречаются одноканальные системы обслуживания с ожиданием. Обозначим *интенсивность потока требований* λ, а *интенсивность обслуживания* μ. Важной характеристикой системы обслуживания является *интенсивность нагрузки системы* ρ, вычисляемая $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$. Величина ρ представляет собой долю времени занятости канала обслуживанием требований и изменяется в пределах $\rho = 0-1$. При $\rho = 0$ канал совершенно не загружен ($\lambda = 0$), при $\rho = 1$ ($\lambda = \mu$) канал загружен полностью.

Если интенсивность поступления требований λ меньше, чем интенсивность обслуживания μ, и оба эти параметра постоянны, то система придет в устойчивое состояние и вероятность образования очереди будет постоянной. Если $\lambda \to \mu$, т. е. $\rho \to 1$, то система обслуживания будет неустойчивой, вероятность образования очереди стремится к единице, а очередь бесконечно возрастает.

Основные характеристики эффективности функционирования системы для стационарного (установившегося) режима работы рассчитываются по следующим зависимостям:

— вероятность того, что в системе есть требование, равна ρ;

— вероятность того, что в системе нет требований ($k = 0$), представляет собой вероятность противоположного события и равна

$$P_0 = 1 - \rho; \tag{8.2}$$

— вероятность того, что в системе находится больше одного требования (т. е. вероятность образования очереди), равна

$$P_{k>1} = \rho^2; \tag{8.3}$$

— вероятность того, что в системе более n требований, равна

$$P_{k>n} = \rho^{n+1}; \tag{8.4}$$

— вероятность того, что в системе находится k требований (в очереди или в канале обслуживания), равна

$$P_k = \rho^k (1 - \rho); \tag{8.5}$$

— среднее число требований, находящихся в системе, равно

$$k = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}; \tag{8.6}$$

— среднее число требований в очереди для всего периода функционирования системы равно

$$\overline{V} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}; \tag{8.7}$$

— среднее число требований в очереди для того времени, когда очередь существует, равно

$$\overline{V}_0 = \frac{1}{1 - \rho} = \frac{\mu}{\mu - \lambda}; \tag{8.8}$$

— среднее время ожидания требованием обслуживания равно

$$\tau_0 = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}; \tag{8.9}$$

— среднее время пребывания заявки в системе равно

$$\bar{\tau} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}. \tag{8.10}$$

С помощью данных зависимостей можно рассчитывать основные показатели, характеризующие качество процесса обслуживания, т. е. решать задачи оценки. Для решения задач оптимизации необходимо сформулировать критерий. Поскольку внешние условия функционирования считаются заданными характером и интенсивностью потока заявок, цель оптимизации состоит в том, чтобы выбрать такую систему обслуживания, которая позволила бы свести потери от ожидания в очереди и простоя канала обслуживания до минимума. Эта цель достигается главным образом выбором оптимальной пропускной способности канала.

Обозначим потери от нахождения в системе одной заявки в единицу времени C_1, а затраты на содержание единицы пропускной способности канала обслуживания C_2.

Экономический смысл показателя C_1 может быть различным. Например, в случаях когда решается задача оптимизации системы ремонта, показатель C_1 выражает потери от нахождения в очереди, т. е. от ожидания техникой ремонта. Поскольку на ремонтном предприятии создается «подпор» техники, которая снята с боевого дежурства, для обеспечения постоянной боевой готовности в войсках создается обменный фонд, возмещающий технику, ушедшую в ремонт. Его объем зависит от ряда факторов, в том числе от длительности нахождения техники на ремонтном предприятии. Значит, стоимость изготовления и текущего содержания техники, находящейся в обменном фонде, является «штрафом» за отвлечение техники в ремонт.

В других задачах «штраф» за недостаточную пропускную способность системы может проявляться в виде материальных и людских потерь вследствие прорыва самолетов противника через зону противовоздушной обороны, потерь личного состава из-за недостаточной пропускной способности дегазационных (дезактивационных) пунктов, убытков из-за несвоевременного оформления документов и т. п.

Тогда задачу можно сформулировать следующим образом: при заданном потоке заявок λ подобрать такое значение пропускной способности μ, чтобы потери L были минимальны. Иначе говоря:

$$L = C_1\bar{\tau} + C_2\mu \to \min_{\mu}. \tag{8.11}$$

Пример 8.1. На ремонтном предприятии для проверки качества ремонта двигателей необходимо установить аппаратуру контроля. Рассчитать оптимальную пропускную способность аппаратуры, если потери от нахождения в системе контроля $C_1 = 60$ руб., затраты на закупку и текущее содержание единицы пропускной способности системы контроля $C_2 = 130$ руб. В среднем каждый час на контроль поступает 1,2 готовых двигателя.

Решение. Целевая функция имеет вид

$$L = 60\bar{\tau} + 130\mu = \frac{60}{\mu(1-\rho)} + 130\mu.$$

В первом слагаемом целевой функции характеристика пропускной способности μ стоит в знаменателе, а во втором — в числителе, следовательно, они по-разному влияют на потери L. Подбирая μ, можно найти такое его значение, при котором L будет минимальным. Расчет целесообразно вести по следующему алгоритму.

1. Задать значения μ несколько больше, чем λ, чтобы не было бесконечной очереди.
2. При заданном значении λ и принятом μ рассчитать интенсивность нагрузки системы ρ.
3. Рассчитать среднее время пребывания двигателя в системе контроля $\bar{\tau}$.
4. Рассчитать потери от нахождения в системе обслуживания $C_1\bar{\tau}$.
5. Рассчитать затраты на создание и содержание системы контроля $C_2\mu$.
6. Рассчитать потери $L = C_1\bar{\tau} + C_2\mu$.
7. Операции 1—6 повторить, увеличив μ, например, на 0,1.
8. Сравнить полученное значение L с ранее рассчитанным. Если потери L уменьшились, то необходимо продолжать расчеты по пп. 2—6.

При некоторых значениях μ потери начнут увеличиваться. Минимальное значение потерь укажет на оптимальную пропускную способность системы контроля двигателей.

Результаты расчетов по данному алгоритму приведены в табл. 8.4.

Таблица 8.4

μ	ρ	$\bar{\tau}$	$C_1\bar{\tau}$	$C_2\mu$	$L=C_1\bar{\tau}+C_2\mu$
1,3	0,92	10	600	169	769
1,4	0,86	5	300	182	482
1,5	0,8	3,33	200	195	395
1,6	0,75	2,5	150	208	358
1,7	0,71	2,0	120	221	341
1,8	0,67	1,667	100	234	334
1,9	0,63	1,43	85,7	247	332,7
2,0	0,6	1,25	75,0	260	335
2,1	0,57	1,11	66,7	273	339,7

Анализ данных, приведенных в табл. 8.4, показывает:

— с ростом пропускной способности μ с 1,3 до 2,1 потери от ожидания контроля падают почти в 10 раз (с 600 до 66,7 руб.). В то же время затраты на создание и содержание системы контроля увеличились пропорционально μ с 169 до 273 руб.;

— минимальные потери 332,7 руб. будут при $\mu = 1,9$. Следовательно, необходимо создавать систему контроля двигателей именно с пропускной способностью 1,9 двигателя в час. Система контроля с большей или меньшей пропускной способностью приведет к росту потерь либо за счет увеличения времени ожидания (при меньшей пропускной способности, чем

1,9), либо за счет простоя системы (при большей пропускной способности);

— вытекающие из таблицы выводы опровергают весьма распространенное заблуждение, что нужно стремиться к $\rho=1$. В этом случае резко возрастают потери от ожидания обслуживания. При увеличении интенсивности нагрузки ρ в 1,5 раза, т. е. с 0,63 для оптимального варианта до 0,92, потери возросли более чем в 2 раза (с 332,7 до 769 руб.). Для принятых исходных данных оптимальной будет загрузка системы контроля лишь на 63%. Такой вариант, несмотря на внешнюю парадоксальность, является наиболее экономичным.

Если такого рода анализ для лица, принимающего решение, не представляет интереса, то оптимальное значение μ можно найти проще, без построения вспомогательной таблицы. Для этого необходимо взять производную $\frac{\partial L}{\partial \mu}$ от целевой функции

$$L=\frac{C_1}{\mu-\lambda}+C_2\mu$$

и, приравняв ее к нулю, получить формулу для оптимального значения μ^*:

$$\frac{\partial L}{\partial \mu}=-\frac{C_1}{(\mu-\lambda)^2}+C_2=0,$$

откуда

$$\mu^*=\lambda+\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}.$$

В полученную формулу подставим исходные данные примера 8.1 и рассчитаем оптимальную пропускную способность μ^*:

$$\mu^*=1,2+\frac{60}{130}=1,88.$$

Рассчитанная пропускная способность соответствует результату, полученному в примере 8.1 ($\mu^*=1,9$).

Формулы (8.2)—(8.10) позволяют не только оптимизировать системы массового обслуживания, но и оценивать экономические потери из-за нарушения режима поступления заявок на обслуживание и решать другие задачи.

Пример 8.2. Согласно утвержденному графику доставка материалов на строительную площадку должна осуществляться в течение 8-часового рабочего дня на 20 автомобилях. Бригада грузчиков обеспечивает разгрузку материалов с одного автомобиля за 15 мин. Определить возможные потери из-за простоя автомобилей в связи с неравномерным прибытием их на строительную площадку, если потери от простоя одного автомобиля в час составляют 5 руб.

Решение: 1. Средняя плотность потока автомобилей за рабочий день

$$\lambda=\frac{20}{8}=2,5 \text{ автомобиля в час.}$$

2. Бригада грузчиков может разгрузить в среднем

$$\mu=\frac{1}{15}\,60=4 \text{ автомобиля в час.}$$

3. Интенсивность загрузки бригады грузчиков

$$\rho=\frac{\lambda}{\mu}=\frac{2,5}{4}=0,625.$$

4. Среднее время простоя одного автомобиля в ожидании разгрузки

$$\bar{\tau}_0=\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}=\frac{0,625}{4\,(1-0,625)}=0,42 \text{ ч.}$$

5. Простой всех автомобилей за рабочий день

$$20\times0,42=8,4 \text{ маш.-час.}$$

6. Потери вследствие простоя автомобилей

$$8,4\times5=42 \text{ руб.}$$

8.3. Решение военно-экономических задач для многоканальных систем массового обслуживания

В ряде практических ситуаций один канал, имеющий ограниченные возможности по обслуживанию заявок, не справляется с реальным потоком требований. Например, человек спо-

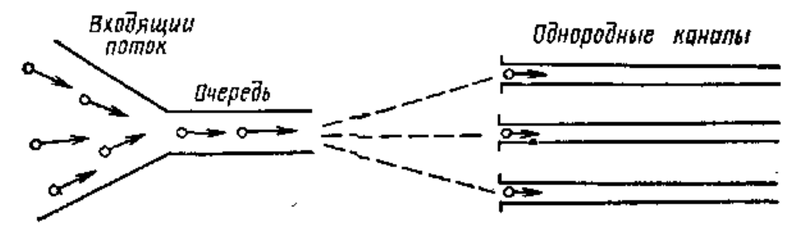


Рис. 8.3. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием и с однородными каналами

собен обработать вполне определенное число документов в день. Если поток документов велик, то необходимо для их обработки либо привлекать не одного, а двух человек и более, либо увеличивать производительность труда путем механизации счетно-вычислительных работ. Поэтому на практике часто создаются не одноканальные, а многоканальные системы обслуживания. Например, батарея зенитных установок, система поточных линий, группа преподавателей, ведущих занятия по одной дисциплине, несколько кассовых аппаратов в магазине и т. д.

Рассмотрим систему, состоящую из S однородных каналов обслуживания (рис. 8.3).

Допустим, что производительность каждого канала обслуживания μ, средняя длительность обслуживания требования в каждом канале $\frac{1}{\mu}$, а поток требований характеризуется средней интенсивностью λ. Для такой системы вероятность того, что в ней находится K требований, можно определить по формуле

$$P_K = \begin{cases} \frac{\rho^K}{K!} P_0 \text{ при } 1 \leqslant K \leqslant S, \\ \frac{\rho^K}{S!\,S^{K-S}} P_0 \text{ при } K > S, \end{cases} \qquad (8.12)$$

где P_0 — вероятность отсутствия требований в системе, которая определяется по формуле

$$P_0 = \frac{1}{\frac{\rho^S}{(S-1)!\,(S-\rho)} + \sum_{K=0}^{S-1} \frac{\rho^K}{K!}}. \qquad (8.13)$$

Для упрощения расчетов по формуле (8.13) можно использовать специальные таблицы (приложение 7), разработанные для наиболее характерных ситуаций.

Наиболее важные показатели качества функционирования многоканальных систем обслуживания можно определить по следующим формулам:

— среднее число требований в очереди по формуле

$$\overline{V} = \sum_{K=S+1}^{\infty} (K-S) P_k \text{ или } \overline{V} = \frac{\rho^{S+1}}{(S-1)!\,(S-\rho)^2} P_0; \qquad (8.14)$$

— среднее число требований в системе по формуле

$$\overline{K} = \overline{V} + \rho; \qquad (8.15)$$

— среднее время ожидания обслуживания каждым требованием по формуле

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\overline{V}}{\lambda} = \frac{\rho^{S+1} P_0}{\lambda (S-1)!\,(S-\rho)^2}, \qquad (8.16)$$

— среднее время пребывания в системе по формуле

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_0 + \frac{1}{\mu}; \qquad (8.17)$$

— вероятность образования очереди (вероятность того, что в системе с S каналами находится $K \geqslant S$ требований) по формуле

$$P_{K>S} = \frac{\rho^S}{(S-1)!\,(S-\rho)} P_0. \qquad (8.18)$$

Формулы (8.14)—(8.18) позволяют не только определять основные показатели многоканальных систем обслуживания, но

и решать задачи оптимизации их пропускной способности. Для нахождения оптимального числа каналов в системе можно воспользоваться целевой функцией следующего вида:

$$L = C_1 \overline{V} + C_2 \overline{S}, \qquad (8.19)$$

где L — потери от ожидания требованиями обслуживания и от простоев каналов обслуживания в единицу времени;
C_1 — убытки от ожидания одной заявкой обслуживания в единицу времени;
$\overline{V}$ — среднее число заявок, ожидающих обслуживания;
C_2 — убытки от простоя канала обслуживания в единицу времени;
$\overline{S}$ — среднее число незанятых каналов.

Пример 8.3. Найти оптимальное количество технологических линий авторемонтного завода по критерию минимума потерь в сутки исходя из следующих условий:

— интенсивность потока автомобилей в ремонт — 2 машины в смену;
— средняя длительность ремонта одного автомобиля — 8 ч;
— потери от ожидания одним автомобилем ремонта — C_1=500 руб. за смену;
— убытки от простоя одной технологической линии — C_2=350 руб. за смену.

Обозначим количество технологических линий через S. Тогда количество незанятых каналов $\overline{S} = S - \rho$. Решение задачи заключается в нахождении такого количества технологических линий S, при котором потери будут минимальными, т. е. найти

$$\min_S L = \min_S (C_1 \overline{V} + C_2 \overline{S}).$$

Решение. 1. Рассчитывается интенсивность нагрузки системы

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{1} = 2.$$

2. По приложению 7 для $\rho=2$ выбираются значения P_0 для различного числа технологических линий. При этом количество линий S зададим в диапазоне от трех до шести (задавать $S<\rho$ не имеет смысла).

3. Рассчитывается среднее число автомобилей $\overline{V}$, ожидающих ремонта, для различных количеств технологических линий S:

при $S=3$ $\quad \overline{V}_3 = \frac{\rho^{S+1}}{(S-1)!\,(S-\rho)^2} P_0 = \frac{2^{3+1}}{(3-1)!\,(3-2)^2} 0{,}111 = 0{,}888;$

при $S=4$ $\quad \overline{V}_4 = \frac{2^5}{(4-1)!\,(4-2)^2} 0{,}1304 = 0{,}1739;$

при $S=5$ $\quad \overline{V}_5 = \frac{2^6}{(5-1)!\,(5-2)^2} 0{,}1343 = 0{,}04;$

при $S=6$ $\quad \overline{V}_6 = \frac{2^7}{(6-1)!\,(6-2)^2} 0{,}1351 = 0{,}009.$

4. Результаты расчетов сводятся в таблицу (табл. 8.5).

Таблица 8.5

S	$\bar{S}=S-\rho$	$\bar{V}$	$C_1\bar{V}$	$C_2\bar{S}$	L
3	1	0,888	444	350	794
4	2	0,1739	87	700	787
5	3	0,04	20	1 050	1 070
6	4	0,009	4,5	1 400	1 404,5

Из табл. 8.5 следует, что минимальные потери будут при четырех технологических линиях. Следовательно, оптимальным является $S^*=4$.

Таким образом, использование теории массового обслуживания создает условия для решения разнообразных задач в области экономики и военного дела и позволяет находить способы повышения эффективности использования материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

Глава 9

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ РЕСУРСОВ

9.1. Постановка задачи управления запасами

Постановлением Совета Министров СССР с 1 июля 1981 г. введено в действие новое Положение о поставках продукции производственно-технического назначения. Оно определяет основные условия поставки материальных ресурсов. Учитывая важность научного управления запасами ресурсов, на XXVI съезде КПСС отмечалось, что «есть и еще один немалый резерв преодоления или, во всяком случае, смягчения дефицитности ряда ресурсов. Это — правильное управление производственными запасами»[1].

Запас представляет собой совокупность готовых к употреблению материальных ресурсов.

Задача об установлении оптимального запаса ресурсов возникает тогда, когда размер запаса можно регулировать и когда существует, по крайней мере, одна составляющая затрат, которая меняется при изменении запаса. Например, расход денежных средств на хранение военного имущества определяется его количеством, расходы на перевозку грузов железной дорогой также определяются его количеством. Если завозить материальные средства на склады небольшими партиями, то хранимые запасы будут невелики, относительно небольшими будут и затраты на их хранение. Однако пополнение запасов малыми партиями приведет к увеличению числа поставок. Это потребует значительных расходов на транспортировку в связи с тем, что тариф определяется грузоподъемностью транспортного средства, а не фактической массой перевозимого груза.

Теория управления запасами занимается разработкой методов, позволяющих определить такое количество материальных средств, хранимых на складе или базе, при которых затраты денежных средств на транспортировку и хранение будут минимальными.

В задачах управления запасами рассматривают два типа переменных: управляемые и неуправляемые. К *неуправляемым переменным* относятся различные удельные стои-

[1] Материалы XXVI съезда КПСС, с. 126.

мостные показатели: стоимость хранения единицы ресурса в единицу времени, стоимость доставки одной партии ресурса, объем потребного ресурса в плановый период. В терминах системного подхода неуправляемые переменные являются входными показателями системы.

К управляемым переменным относятся: объем разовой поставки (партии) ресурса; начальный запас ресурса; периодичность поставок и, следовательно, моменты времени поступления партий ресурса.

Управляемые переменные являются внутренними показателями системы, их численное значение может регулировать руководитель, принимающий решение. Регулирование должно производиться таким образом, чтобы выходной показатель системы — затраты на хранение и транспортировку ресурсов — был минимальным.

Издержки функционирования системы управления запасами разделяются на четыре группы.

1. **Затраты на хранение.** Различают две составляющие затрат на хранение: затраты, зависящие от объема хранимого ресурса, и затраты, не зависящие от его объема. Затраты, зависящие от объема хранимого ресурса, включают заработную плату рабочих, занятых обслуживанием хранимого ресурса (осмотры, проверки, регламенты и т. п.); затраты на приобретение и содержание механизмов, привлекаемых для разгрузки и перемещения ресурса, потери от порчи и морального старения продукции. Эти затраты называются условно-переменными. Затраты, не зависящие от объема хранимого ресурса (условно-постоянные затраты), включают затраты на содержание постоянного обслуживающего персонала (кладовщики, сторожа и т. д.), системы охранной сигнализации, складских помещений, оборудования, на отопление, освещение и др.

2. **Затраты, связанные с поставкой партии ресурса.** Эти затраты включают стоимость погрузочно-разгрузочных работ на станциях (площадках) отправления и назначения, транспортные расходы и затраты на оформление заказа и поставку.

3. **Потери из-за дефицита ресурса.** Такие потери возникают при отсутствии в запасе требуемых ресурсов. Дефицит ресурса может возникнуть по двум причинам: вследствие неумелого управления запасами и нарушения сроков поставок либо из-за ограниченности ресурса. В первом случае дефицит может быть ликвидирован или предотвращен за счет экстренной поставки, а потери в этом случае выражаются разностью в тарифах на поставку экстренным способом (например, авиационным транспортом) и ранее запланированным (например, по железной дороге). Затраты на содержание агентов, ускоряющих поставку дефицитных ресурсов, тоже характеризуют потери и являются своеобразным штрафом за дефицит. Если недостающий ресурс заменяется другим, более дорогим, то потери характеризуют разность в стоимости того и другого ресурса.

В тех случаях когда замена способа транспортировки или замена одного ресурса другим невозможна, возникают потери, связанные с простоем оборудования и рабочей силы, штрафы за нарушение сроков поставок и т. д. При этом нарушаются сроки выпуска готовой продукции и поставки ее потребителю.

В соответствии с Положением о поставках продукции производственно-технического назначения за просрочку поставки или недопоставку продукции в установленный договором срок поставщик уплачивает потребителю неустойку в размере 8% стоимости не поставленной в срок продукции и возмещает убытки потребителя, не покрытые неустойкой.

Иногда в целях сокращения больших потерь на случай перерыва в поставках прибегают к созданию страховых запасов ресурса или содержанию резервных мощностей для его производства. Тогда в качестве штрафа за дефицит выступает размер «замороженных» средств страхового запаса и, кроме того, расходы на его текущее хранение и содержание.

Величина потерь из-за дефицита, как правило, пропорциональна как объему недостающего ресурса, так и продолжительности периода, в течение которого этот дефицит ощущается.

4. **Затраты на приобретение ресурса.** Эти затраты пропорциональны выделенному объему ресурса.

После рассмотрения сущности экономических составляющих можно окончательно сформулировать задачу управления запасами. Имеются некоторые запасы, затраты на содержание которых являются функцией их величины. Запасы периодически пополняются и расходуются, причем отсутствие ресурса приводит к уплате штрафа. В некоторых случаях отсутствие запасов вообще не допускается.

Ставится задача определить такой размер запаса, объем разовых поставок и сроки пополнения ресурсами, при которых затраты на хранение запасов, их транспортировку и компенсацию убытков от дефицита ресурса будут минимальными.

Задачи управления запасами решаются в зависимости от характера реальной ситуации в различных постановках с использованием методов экономико-математического моделирования.

9.2. Решение задач управления запасами при «мгновенных» поставках

Рассмотрим схему потребления ресурсов предприятием. Для обеспечения его производственной деятельности необходимо иметь M единиц некоторого ресурса в течение времени T. Нехватка ресурса не допускается. Предприятие располагает первоначальным τ_0-дневным запасом ресурса S_0 (рис. 9.1), который расходуется с постоянной интенсивностью. Поставка партии ресурса объемом q осуществляется мгновенно (время поставки ресурса значительно меньше времени его расходования), сразу же после использования первоначального запаса S_0. Здесь $q = S_0$.

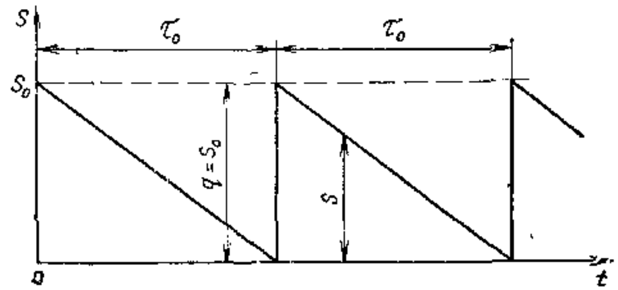


Рис. 9.1. Модель управления запасами при мгновенных поставках без дефицита ресурса

Заданы удельные стоимостные показатели (неуправляемые переменные):

$C_{хр_1}$ — стоимость хранения единицы ресурса в единицу времени;

$C_{хр_2}$ — стоимость хранения ресурса, не зависящая от его объема, в единицу времени;

$C_{тр_1}$ — стоимость транспортировки партии ресурса, не зависящая от объема партии (оплата транспортного средства);

$C_{тр_2}$ — стоимость транспортировки ресурса в условиях загрузки части транспортного средства (за единицу ресурса).

Требуется найти такой объем разовой поставки ресурса q (или периодичность поставки τ_0), при котором затраты на поставку и хранение всего ресурса M за период T были бы минимальными.

На рис. 9.1 текущее значение объема ресурса обозначено S, объем запаса — S_0, текущее время — t. При такой схеме объем разовой поставки q равен объему первоначального запаса S_0.

На отрезке времени 0—τ_0 средний объем хранимого ресурса равен половине запаса S_0. Учитывая, что показатель $C_{хр_1}$ характеризует затраты на хранение единицы ресурса в единицу времени, полные условно-переменные затраты за период τ_0 составят $\frac{1}{2} q C_{хр_1} \tau_0$.

Затраты на хранение, не зависящие от объема хранимого ресурса в пределах одного цикла, $C_{хр_2} \tau_0$.

Затраты на хранение $L_{хр}$ в течение периода T составят

$$L_{хр} = (0{,}5 q C_{хр_1} \tau_0 + C_{хр_2} \tau_0)\, n,$$

где n — количество поставок за период T.

Поскольку М — общий объем ресурса, а q — объем разовой поставки, количество поставок равно $n = \frac{M}{q}$. Разделив плано-

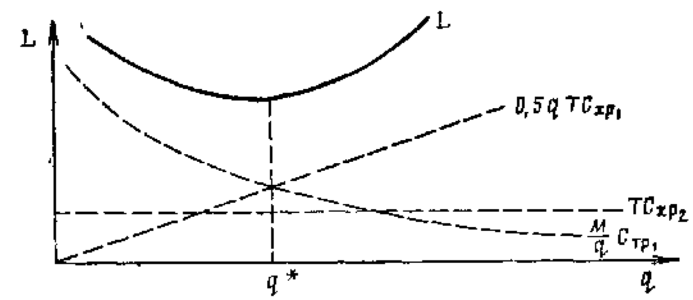


Рис. 9.2. Изменение суммарных затрат в зависимости от объема поставки

вый период T на количество поставок n, получим периодичность поставок, т. е. $\tau_0 = \frac{T}{n} = \frac{Tq}{M}$.

Подставим выражение для n и τ_0 в формулу определения $L_{хр}$ и получим

$$L_{хр} = 0{,}5 q\, T C_{хр_1} + T C_{хр_2}.$$

Рассмотрим затраты на поставку. При выделении для поставки партии целого транспортного средства стоимость поставки $L_{пост}$ всего объема ресурса M составит

$$L_{пост} = C_{тр_1} n = C_{тр_1} \frac{M}{q}.$$

Тогда суммарные затраты L определятся следующим образом:

$$L = L_{хр} + L_{пост} = 0{,}5 q\, T C_{хр_1} + T C_{хр_2} + \frac{M}{q} C_{тр_1}.$$

Суммарные затраты L представляют собой нелинейную функцию от объема партии q. При увеличении q растут затраты на хранение и уменьшаются затраты на транспортировку, а при уменьшении q — наоборот. Графическая иллюстрация характера изменения L от q представлена на рис. 9.2.

При некотором значении $q = q^*$ суммарные затраты L минимальны. Для нахождения q^*, минимизирующего значение L, нужно найти производную $\frac{dL}{dq}$ и приравнять ее к нулю:

$$\frac{dL}{dq} = TC_{\text{хр}_1}0,5 - \frac{M}{q^2}C_{\text{тр}_1} = 0.$$

Решив полученное уравнение относительно q, можно найти оптимальное значение объема разовой поставки

$$q^* = \sqrt{\frac{2MC_{\text{тр}_1}}{TC_{\text{хр}_1}}}. \tag{9.1}$$

Подставив формулу (9.1) в выражение для затрат L, найдем их минимальное значение

$$L_{\min} = TC_{\text{хр}_2} + 0,5Tq^*C_{\text{хр}_1} + \frac{M}{q^*}C_{\text{тр}_1} = TC_{\text{хр}_2} + \sqrt{2MTC_{\text{хр}_1}C_{\text{тр}_1}}. \tag{9.2}$$

Если учесть, что стоимость единицы ресурса равна $C_{\text{оп}}$, то затраты на приобретение, транспортировку и хранение всего ресурса M составят

$$L_\Sigma = MC_{\text{оп}} + TC_{\text{хр}_2} + \sqrt{2MTC_{\text{хр}_1}C_{\text{тр}_1}}.$$

Оптимальные значения количества и периодичности поставок определяются из соотношений:

$$n^* = \frac{M}{q^*} = \sqrt{\frac{MTC_{\text{хр}_1}}{2C_{\text{тр}_1}}}, \tag{9.3}$$

$$\tau_0^* = \frac{T}{n^*} = \frac{Tq^*}{M} = \sqrt{\frac{2TC_{\text{тр}_1}}{MC_{\text{хр}_1}}}. \tag{9.4}$$

В случае когда транспортные расходы зависят от объема перевозимого ресурса, они определяются из соотношения $L_{\text{пост}} = MC_{\text{тр}_2}$, а суммарные затраты на хранение и транспортировку будут равны

$$L = 0,5TS_0C_{\text{хр}_1} + TC_{\text{хр}_2} + MC_{\text{тр}_2}.$$

В этом случае экономически выгоднее снизить до нуля первоначальный запас ресурса на складе и перейти на «работу с колес». Примерами такого рода поставок ресурса, когда транспортные расходы зависят от объема перевозимого груза, являются поставка горючего по трубопроводу, строительство панельного дома без складирования плит перекрытий и панелей на строительной площадке и др. Во всех этих случаях поставка ресурса и его потребление составляют непрерывный процесс, исключающий необходимость в создании запасов на складе. По сравнению с выделенным объемом ресурса M объем поставки q можно считать бесконечно малым $\left(\frac{q}{M} \to 0\right)$.

Такие ситуации пока довольно редки и требуют весьма четкой организации работы, зато они дают ощутимый экономический эффект. В некоторых случаях для нахождения оптимальной системы управления запасами ресурсов целесообразно рассмотреть варианты организации поставок, оценить каждый из них и выбрать тот, который имеет минимальную стоимость. Например, сравнивая варианты поставок ресурса контейнерами, группами контейнеров, вагонами с разным количеством осей и т. д., необходимо делать оценку затрат прямым счетом для каждого возможного варианта и выбирать наиболее экономичный.

Пример 9.1. Заводу по ремонту бронетанковой техники планируется в течение года поставить 120 т стали. Поставку предусматривается осуществить партиями железнодорожным транспортом. Переменные затраты на хранение одной тонны стали в месяц составляют $C_{\text{хр}_1} = 5$ руб., а стоимость поставки партии ресурса $C_{\text{тр}_1} = 100$ руб.

Требуется определить план поставок стали на планируемый год, при котором расходы на хранение и транспортировку будут минимальными.

Решение. Найдем объем разовой поставки q^*, количество поставок n^*, периодичность τ_0^* и минимальные затраты на хранение и транспортировку стали.

Воспользуемся формулами (9.1)—(9.4):

$$q^* = \sqrt{\frac{2\cdot120\cdot100}{12\cdot5}} = 20 \text{ т},$$

$$L_{\min} = \sqrt{2\cdot120\cdot12\cdot5\cdot100} = 1200 \text{ руб.},$$

$$n^* = \frac{120}{20} = 6,$$

$$\tau_0^* = \frac{12}{6} = 2 \text{ мес.}$$

Таким образом, оптимальный вариант предусматривает пополнение запасов с периодичностью один раз в два месяца.

Модель, представленная на рис. 9.1, предполагает, что задержки поставок ресурса не происходит. Иначе говоря, дефицит ресурса не допускается. Рассмотрим случай, когда образуется дефицит ресурса из-за задержки его поставки. Модель такого случая представлена на рис. 9.3.

Из рис. 9.3 видно, что объем партии q равен объему запаса S_0 и объему ресурса на покрытие дефицита $S_д$, т. е. $q = S_0 + S_д$.

Обозначим $C_д$ убытки от дефицита единицы ресурса в единицу времени, $C_{\text{тр д}}$ — стоимость транспортировки партии дефицита.

Модель, представленная на рис. 9.3, предполагает, что первоначальный запас ресурса в объеме S_0 расходуется в течение времени τ_1, после чего наступает дефицит ресурса. Убытки от дефицита пропорциональны времени τ_2 и объему недостающего ресурса $S_д$.

Поскольку в конечном счете дефицитный ресурс будет поставлен, следует учесть затраты на его хранение на участке τ_2.

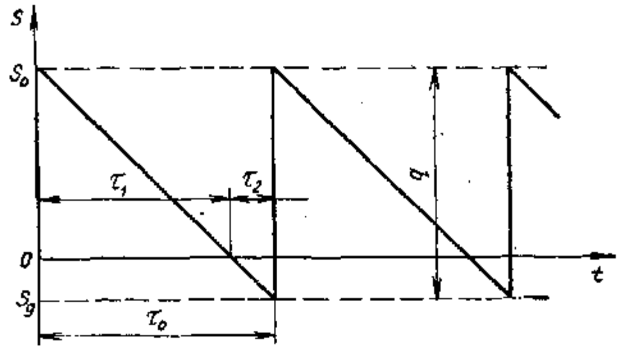


Рис. 9.3. Модель управления запасами при мгновенных поставках с дефицитом ресурса

Затраты на хранение ресурса, его поставку и потери от дефицита ресурса за весь период T могут быть найдены из выражения

$$L = (0{,}5S_0\tau_1 C_{хр_1} + C_{тр_1} + 0{,}5S_д\tau_2 C_д + 0{,}5S_д\tau_2 C_{хр_1})\frac{M}{q}. \quad (9.5)$$

В формуле (9.5) выражение в скобках характеризует затраты за один цикл поставки, а отношение $\frac{M}{q}$ — количество поставок за период T.

Принимая постоянной интенсивность потребления ресурса, запишем

$$\frac{M}{T} = \frac{S_0}{\tau_1},$$

откуда

$$\tau_1 = S_0\frac{T}{M}. \quad (9.6)$$

Аналогично можно записать соотношение для участка τ_2:

$$\frac{S_д}{\tau_2} = \frac{M}{T},$$

откуда

$$\tau_2 = S_д\frac{T}{M}. \quad (9.7)$$

Пользуясь формулами (9.5), (9.6) и (9.7), можно получить следующее выражение для оптимального объема разовой поставки q^*:

$$q^* = \sqrt{\frac{2MC_{тр_1}}{TC_{хр_1}}}\sqrt{\frac{C_д + 2C_{хр_1}}{C_д + C_{хр_1}}}. \quad (9.8)$$

Формула (9.8) в отличие от формулы (9.1), с помощью которой строится модель бездефицитной поставки, содержит дополнительный сомножитель для учета суммы штрафа за дефицит. Если затраты на хранение дефицитного ресурса на отрезке τ_2 не учитывать, то формула (9.8) принимает следующий вид:

$$q^* = \sqrt{\frac{2MC_{тр_1}}{TC_{хр_1}}\,\frac{C_д + C_{хр_1}}{C_д}}. \quad (9.9)$$

В случаях когда штраф за дефицит очень велик ($C_д \to \infty$), необходимо переходить к схеме бездефицитной поставки, т. е. от формулы (9.8) к формуле (9.1).

С помощью формулы (9.5) можно также получить выражение для S_0:

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2MC_{тр_1}}{TC_{хр_1}}}\sqrt{\frac{C_д + C_{хр_1}}{C_д + 2C_{хр_1}}}. \quad (9.10)$$

Учитывая, что $T/\tau_0 = M/q$, откуда $\tau_0 = \frac{Tq}{M}$, получим выражение для оптимальной периодичности пополнения запасов

$$\tau_0^* = \sqrt{\frac{2TC_{тр_1}}{MC_{хр_1}}}\sqrt{\frac{C_д + 2C_{хр_1}}{C_д + C_{хр_1}}}. \quad (9.11)$$

Тогда выражение для расчета минимальных затрат на создание запасов будет иметь вид

$$L_{min} = \sqrt{2MTC_{тр_1}C_{хр_1}}\sqrt{\frac{C_д + C_{хр_1}}{C_д + 2C_{хр_1}}}. \quad (9.12)$$

С учетом стоимости приобретения ресурса $MC_{оп}$ и затрат на хранение, не зависящих от объема ресурса $TC_{хр_2}$, формула для L_{min} примет вид

$$L_{min} = MC_{оп} + \sqrt{2MTC_{хр_1}C_{тр_1}}\sqrt{\frac{C_д + C_{хр_1}}{C_д + 2C_{хр_1}}} + TC_{хр_2}. \quad (9.13)$$

Если для ликвидации дефицита ресурса приходится прибегать к экстренной поставке с помощью более дорогостоящих транспортных средств (рис. 9.4), то в целевой функции необходимо учитывать затраты на хранение поставленного ресурса

S_0 и $S_д$, а также стоимость поставки $C_{тр_i}$ и экстренной поставки $C_{тр\,д}$

$$L = (0{,}5S_0\tau_1C_{хр_i} + 0{,}5S_д\tau_2C_{хр_i} + C_{тр_i} + C_{тр.\,д})\,\frac{T}{\tau_0}. \qquad (9.14)$$

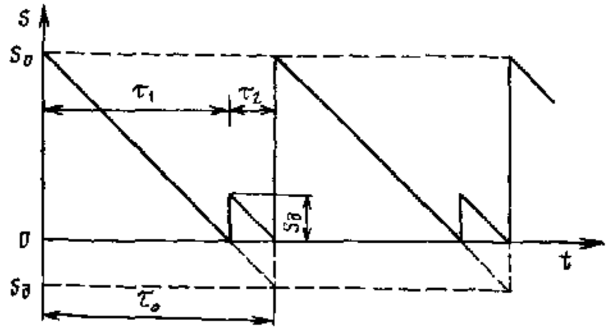


Рис. 9.4. Модель управления запасами при экстренной поставке дефицита

При этом предполагается, что $C_{тр_i}$ и $C_{тр\,д}$ не зависят от объема перевозимого ресурса. В этом случае периодичность плановых поставок τ_0^*, объем запаса S_0^* и минимальная стоимость $L_{\min}$ будут определяться по формулам:

$$\tau_0^* = 2\sqrt{\frac{T}{M}\,\frac{(C_{тр} + C_{тр.\,д})}{C_{хр_i}}}; \qquad (9.15)$$

$$S_0^* = \sqrt{\frac{M}{T}\,\frac{(C_{тр_i} + C_{тр.\,д})}{C_{хр_i}}}; \qquad (9.16)$$

$$L_{\min} = \frac{2C_{тр.\,д} + C_{тр_i}}{2\,(C_{тр.\,д} + C_{тр_i})}\sqrt{MTC_{хр_i}\,(C_{тр_i} + C_{тр.\,д})}. \qquad (9.17)$$

Пример 9.2. В условиях задачи 9.1 для предотвращения перебоев в производстве дефицит ресурса ликвидируется с помощью экстренной поставки, при этом $C_{тр.\,д}=200$ руб. Найти оптимальные значения объема первоначального запаса S_0^*, периодичности поставок τ_0^* и минимальные затраты на создание запасов.

Решение. Для решения задачи воспользуемся формулами (9.15), (9.16) и (9.17):

$$\tau_0^* = 2\sqrt{\frac{12}{120}\,\frac{(100+200)}{5}} = 4{,}9\ \text{мес.};$$

$$S_0^* = \sqrt{\frac{120}{12}\,\frac{(100+200)}{5}} = 24{,}5\ \text{т};$$

$$L_{\min} = \frac{2\cdot 200 + 100}{2\,(200+100)}\sqrt{120\cdot 12\cdot 5\,(100+200)} = 866\ \text{руб.}$$

9.3. Общая модель управления запасами

Рассмотрим общий случай модели управления запасами, когда скорость (интенсивность) поставки ресурса λ соизмерима со скоростью его расходования μ (значения λ и μ считаются неизменными во времени). Рассмотрим вначале модель бездефицитной поставки (рис. 9.5).

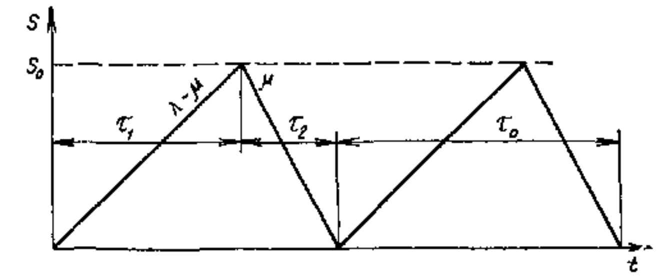


Рис. 9.5. Изменение запаса ресурса по времени

В пределах одного цикла функционирования модели τ_0 отрезок τ_1 представляет собой период накопления запаса ресурса до S_0 с интенсивностью $\lambda-\mu$, так как одновременно с поставкой ресурса происходит и его расходование. Затем на участке τ_2 происходит только расходование накопленного запаса S до нуля.

Для нахождения оптимальной стратегии управления запасами (объем запаса S_0 и длительность периода τ_0), минимизирующей затраты на хранение и транспортировку ресурса, сформулируем задачу.

Требуется найти оптимальный объем запаса S_0^* и длительность цикла τ_0^*, при которых суммарные затраты на хранение и транспортировку в единицу времени $\overline{L}$ будут минимальны.

При этом заданными величинами являются:

λ — интенсивность поставки;

μ — интенсивность потребления;

$C_{хр_i}$ — затраты на хранение единицы ресурса в единицу времени;

$C_{тр_i}$ — затраты на транспортировку ресурса до создания запаса S_0.

Целевая функция (функция затрат) на отрезке времени τ_0 имеет вид

$$L = 0{,}5\,(\lambda-\mu)\,\tau_1^2C_{хр_i} + 0{,}5\mu\tau_2^2C_{хр_i} + C_{тр_i}. \qquad (9.18)$$

В качестве управляемых переменных выберем S_0 и τ_0. Переменные τ_1 и τ_2 выразим через заданные λ и μ и переменную S_0. Из геометрических соображений (см. рис. 9.5) имеем

$$\tau_1 = \frac{S_0}{\lambda - \mu}; \quad \tau_2 = \tau_0 - \tau_1 = \frac{S_0}{\mu}.$$

Тогда формулу (9.18) можно преобразовать к виду

$$L = \frac{S_0^2 C_{\text{хр}_i}}{2(\lambda - \mu)} + \frac{\mu \tau_0^2 C_{\text{хр}_i}}{2} - \frac{\mu S_0 \tau_0 C_{\text{хр}_i}}{\lambda - \mu} + \frac{\mu S_0^2 C_{\text{хр}_i}}{2(\lambda - \mu)^2} + C_{\text{тр}_i}. \quad (9.19)$$

Для оценки затрат в единицу времени нужно L разделить на τ_0

$$\overline{L} = \frac{L}{\tau_0} = \frac{S_0^2 C_{\text{хр}_i}}{2\tau_0(\lambda - \mu)} + \frac{\mu \tau_0 C_{\text{хр}_i}}{2} - \frac{\mu S_0 C_{\text{хр}_i}}{\lambda - \mu} + \frac{\mu S_0^2 C_{\text{хр}_i}}{2\tau_0(\lambda - \mu)^2} + \frac{C_{\text{тр}_i}}{\tau_0}. \quad (9.20)$$

Используя частные производные функции (9.20) по S_0 и τ_0 и сделав преобразования, получим формулы для τ_0^*, S_0^* и $\overline{L}_{\min}$:

$$\tau_0^* = \sqrt{\frac{2C_{\text{тр}_i}}{\mu C_{\text{хр}_i}} \frac{\lambda}{\lambda - \mu}}; \quad (9.21)$$

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2\mu C_{\text{тр}_i}}{C_{\text{хр}_i}} \frac{\lambda - \mu}{\lambda}}; \quad (9.22)$$

$$\overline{L}_{\min} = \sqrt{2\mu C_{\text{хр}_i} C_{\text{тр}_i} \frac{\lambda - \mu}{\lambda}}. \quad (9.23)$$

Для любого фиксированного планового отрезка времени T минимальные затраты определяются по формуле

$$L_{\min} = \overline{L}_{\min} T.$$

Более общим случаем является модель управления запасами ресурсов с дефицитом. При этом возможны различные ситуации и соответствующие им модели. На рис. 9.6 представлена модель, которая предполагает возможность наличия дефицита ресурса на отрезке τ_3 и предотвращение его последствий за счет приобретения ресурса «в долг». При этом остановки деятельности не происходит, но возникают дополнительные расходы, являющиеся по своему содержанию штрафом за дефицит. Конкретно это выражается в виде расходов на транспортировку взаимообразно полученного ресурса $C_д$, которые пропорциональны объему перевозимого груза. Если при этом заменяемый ресурс дороже, чем основной, разница в стоимости ресурса также должна рассматриваться как штраф за дефицит.

На участке τ_3 работа ведется в условиях использования

взаимообразно полученного ресурса, на участке τ_4 происходит ликвидация дефицита ресурса.

Для данной модели целевая функция, выражающая расходы на хранение ресурса на участках τ_1 и τ_2, транспортировку

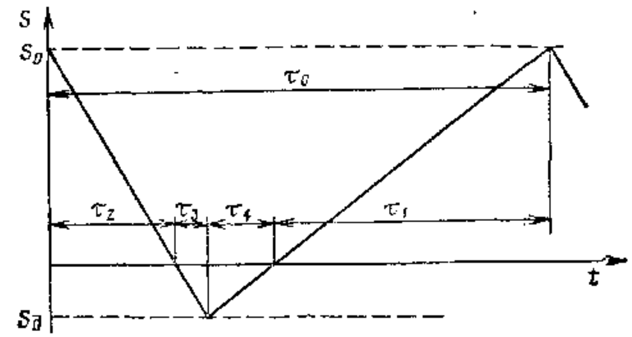


Рис. 9.6. Модель управления запасами с дефицитом

его на участках τ_1 и τ_4, потери от дефицита ресурса на участках τ_3 и τ_4, будет иметь вид

$$L = 0{,}5(\lambda - \mu)\tau_1^2 C_{\text{хр}_i} + 0{,}5\mu\tau_2^2 C_{\text{хр}_i} + C_{\text{тр}_i} + [0{,}5\mu\tau_3^2 + 0{,}5(\lambda - \mu)\tau_4^2] C_д. \quad (9.24)$$

Учитывая, что из геометрических соображений (см. рис. 9.6)

$$\tau_1 = \frac{S_0}{\lambda - \mu}, \quad \tau_2 = \frac{S_0}{\mu}, \quad \tau_3 = \frac{\lambda - \mu}{\lambda}\tau_0, \quad \tau_4 = \frac{\mu}{\lambda}\tau_0 - \frac{S_0}{\lambda - \mu},$$

и используя формулу (9.24), получим

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2\mu C_{\text{тр}_i}}{C_{\text{хр}_i}} \frac{\lambda - \mu}{\lambda} \frac{C_д}{C_д + C_{\text{хр}_i}}}; \quad (9.25)$$

$$\tau_0^* = \sqrt{\frac{2C_{\text{тр}_i}}{\mu C_{\text{хр}_i}} \frac{\lambda}{\lambda - \mu} \frac{C_д + C_{\text{хр}_i}}{C_д}}; \quad (9.26)$$

$$\overline{L}_{\min} = \sqrt{2\mu C_{\text{тр}_i} C_{\text{хр}_i} \frac{\lambda - \mu}{\lambda} \frac{C_д}{C_д + C_{\text{хр}_i}}}. \quad (9.27)$$

Формулы (9.25), (9.26) и (9.27) являются более общими по сравнению с формулами (9.22), (9.21) и (9.23). Действительно, преобразуя формулу (9.25) и полагая штраф за дефицит бесконечно большим, получим формулу (9.22).

Более того, полагая интенсивность поставки очень высокой, практически мгновенной ($\lambda \to \infty$), а также учитывая, что интенсивность потребления есть не что иное, как $\lambda = \frac{M}{T}$, можно считать, что формула (9.1) является частным случаем формулы (9.22), когда $q^* = S_0^*$.

Пример 9.3. Ремонтное предприятие использует для изготовления деталей прутковую сталь с интенсивностью 2 т в сутки. Поставки стали производятся равномерно автомобильным транспортом по 5 т в сутки. Затраты на хранение составляют 50 коп. за каждую тонну в сутки, стоимость пополнения запаса 15 руб., убытки предприятия от нехватки каждой тонны в сутки составляют 150 руб.

Определить оптимальный объем запаса, периодичность циклов пополнения запасов и минимальные затраты за месяц.

Решение. С помощью формул (9.25), (9.26) и (9.27) определяем S_0^*, τ_0^* и $L_{\min}$:

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2\cdot 2\cdot 15}{0{,}5}\,\frac{(5-2)}{5}\,\frac{150}{(150+0{,}5)}} = 8{,}5 \text{ т},$$

$$\tau_0^* = \sqrt{\frac{2\cdot 15}{2\cdot 0{,}5}\,\frac{5}{(5-2)}\,\frac{(150+0{,}5)}{150}} = 7{,}1 \text{ сут.},$$

в том числе время пополнения запаса $\tau_1 = \dfrac{S_0^*}{\lambda-\mu} = \dfrac{8{,}5}{3} = 2{,}85$ сут.

а время расходования $\tau_2 = \dfrac{S_0^*}{\mu} = \dfrac{8{,}5}{2} = 4{,}25$ сут. Следовательно, создаваемого запаса должно хватить на 4,25 сут.

Минимальные суммарные затраты в месяц (за 25 рабочих дней) составляют

$$L_{\min} = 25\sqrt{2\cdot 2\cdot 15\cdot 0{,}5\,\frac{(5-2)}{5}\,\frac{150}{(150+0{,}5)}} = 105{,}8 \text{ руб.}$$

В моделях, представленных на рис. 9.5 и 9.6, принималось, что затраты на пополнение запасов не зависят от объема грузов. Если в действительности такая зависимость существует, то в целевые функции (9.18) и (9.24) необходимо внести изменения, заменив $C_{\text{тр}_1}$ на составляющую $C_{\text{тр}_2}$, которая реагирует на объем перевозимого ресурса. Тогда, в частности, целевая функция (9.18) примет вид

$$L = 0{,}5(\lambda-\mu)\,\tau_1^2 C_{\text{хр}_1} + 0{,}5\mu\tau_2^2 C_{\text{хр}_1} + \lambda C_{\text{тр}_2}. \tag{9.28}$$

В этом случае оптимальные значения объема запаса и периодичности можно определить по формулам:

$$S_0^* = \sqrt{\frac{2C_{\text{тр}_2}(\lambda-\mu)\,\mu}{C_{\text{хр}_1}}}; \tag{9.29}$$

$$\tau_0^* = \lambda\sqrt{\frac{2C_{\text{тр}_2}}{\mu(\lambda-\mu)\,C_{\text{хр}_1}}}. \tag{9.30}$$

Заменив в формуле (9.28) τ_1 и τ_2, найдя выражение для величины затрат в единицу времени и используя формулы

(9.29) и (9.30), получим выражение для минимальных затрат

$$\bar{L}_{\min} = \sqrt{2\mu(\lambda-\mu)\,C_{\text{тр}_2}C_{\text{хр}_1}}. \tag{9.31}$$

Рассмотренные модели управления запасами позволяют организовать научно обоснованное управление материальными ресурсами, которые выделяются предприятиям, организациям и воинским частям. Широкое применение эти модели могут найти при анализе финансово-хозяйственной деятельности хозрасчетных и бюджетных предприятий Министерства обороны. На этапе планирования операционно-складской деятельности предприятий с помощью моделей управления запасами можно определить оптимальный план поставок (q^* и τ_0^*) продукции каждому предприятию, а также потребность в денежных средствах на обеспечение функционирования этого предприятия.

Использование моделей при проведении контрольно-ревизионной работы позволит обеспечить комплексность оценки деятельности довольствующих служб и подчиненных им предприятий по эффективному использованию материальных и денежных средств. Такой подход позволит сравнить фактические расходы с оптимальными и дать оценку эффективности работы плановых, учетных и других подразделений.

Глава 10

МЕТОДЫ ОБОСНОВАНИЯ ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

10.1. Основные понятия и определения теории игр

При решении ряда практических задач в области экономики и военного дела приходится сталкиваться с проблемой принятия решений в условиях неопределенности. Неопределенными могут быть как условия проведения мероприятий, так и сознательные действия участников конфликтных ситуаций. Примером неопределенности первого рода является предположительное состояние погоды, степень обеспеченности транспортом, число мест в гостинице, которую необходимо построить в гарнизоне, и др. Примером неопределенности второго рода является предположительность направления главного удара противника в предстоящем бою или операции, активное противодействие партнера при игре в шахматы и др.

Для определения путей достижения наилучшего результата каждым из участников конфликтной ситуации или получения рекомендаций для принятия решений в условиях неопределенности используется аппарат теории игр.

Каждая непосредственно взятая из практики конфликтная ситуация очень сложна и ее анализ затруднен наличием многих, часто несущественных факторов. Чтобы сделать возможным анализ ситуации, прибегают к построению упрощенной модели. **Игра** — это модель конфликтной ситуации. Стороны, участвующие в конфликте, именуются игроками, исход конфликта — выигрышем одной стороны или проигрышем другой.

Анализ конфликтной ситуации невозможен без четко сформулированных правил игры, т. е. системы условий, которые определяют:

— возможные варианты действий игроков;

— объем информации каждой стороны о поведении другой;

— результат (исход) игры;

— количество сторон, участвующих в конфликтной ситуации.

Под вариантами действий игроков понимаются различные способы достижения цели. Например, при планировании

боевых действий рассматриваются различные направления главного удара, различные способы сосредоточения сил и средств; при разработке планов финансирования воинских частей могут быть рассмотрены различные варианты распределения денежных средств.

По степени осведомленности о состоянии противной стороны различают игры с полной и неполной информацией. Игра в шахматы — игра с полной информацией, боевые действия — игра с неполной информацией. Здесь одна из главных задач каждого участника конфликта состоит в том, чтобы скрыть свои намерения и разведать готовящиеся противником решения.

Результат (исход) игры в каждом конкретном случае имеет свое смысловое содержание. При анализе боевых действий результатом могут быть победа или поражение, потери обеих сторон в живой силе и технике. При анализе экономических процессов результатом может быть, например, доход или убыток предприятия.

Различают игры с нулевой суммой и игры с ненулевой суммой. Игра называется игрой с нулевой суммой, если один игрок выигрывает ровно столько, сколько проигрывает другой. Примером игры с ненулевой суммой является лотерея, где за право участия в игре необходимо внести определенный взнос. Организаторы лотереи всегда имеют выигрыш, а участники лотереи, имея шанс получить большой выигрыш, в сумме получают выигрыш меньший, чем сумма их предварительного взноса.

В зависимости от количества сторон, участвующих в конфликте, различают игры парные и коалиционные. Наибольшее значение имеют парные игры, которые будут рассматриваться в настоящей главе.

Одним из основных понятий теории игр является понятие **стратегии**, которое означает любой законченный план действий. Если игрок, вступая в конфликтную ситуацию, имеет исчерпывающий план своих действий в любой возможной ситуации, то это означает, что он выбрал стратегию. Таким образом, стратегия игрока — это однозначное определение его выбора в каждой возможной ситуации, в которой ему необходимо сделать ход.

Рассмотрим парную игру с нулевой суммой. Обозначим участников конфликта А и В, их выигрыш и проигрыш соответственно a и b. Так как в игре с нулевой суммой $a+b=0$, то при анализе такой игры достаточно рассматривать только выигрыш одной стороны. Стратегии игроков обозначим $A_i (i=\overline{1,m})$ и $B_j (j=\overline{1,n})$. Каждая игра характеризуется числом стратегий игроков. Если один игрок имеет m, а другой n стратегий, то такую игру принято называть m на n и обозначать $m \times n$.

Стратегия, которая при многократном повторении игры обеспечивает игроку максимально возможный средний выигрыш (минимально возможный средний проигрыш), называется **оптимальной**. При выборе оптимальной стратегии всегда следует исходить из того, что противник по меньшей мере так же разумен, как и мы сами, и делает все для того, чтобы помешать нам добиться своей цели.

Рассмотрим игру $m \times n$ со стратегиями $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ стороны A и стратегиями $B_1, B_2, \ldots, B_j, \ldots, B_n$ стороны B. Если каждая сторона выбрала определенную стратегию (сторона A выбрала A_i, сторона B — B_j), тогда однозначно определяется исход игры — выигрыш стороны A, который обозначим a_{ij}. Элемент a_{ij} имеет специальное название — **платеж**. Платеж a_{ij} может иметь как положительный, так и отрицательный знак (прибыль — со знаком «плюс», убыток со знаком «минус»).

Платеж — это мера эффекта для игрока. В военных играх платежи определяются в виде вероятностей поражения цели, стоимости выполнения огневой задачи и т. п. В играх, отображающих экономические ситуации, платеж почти всегда измеряется в стоимостном выражении (прибыль, себестоимость, штраф и т. д.). В некоторых случаях выигрыш выражается в баллах или очках.

Если известны значения a_{ij} для каждой пары стратегий сторон, то можно записать их в виде таблицы (матрицы), строки которой соответствуют стратегиям игрока A, а столбцы — стратегиям игрока B (табл. 10.1).

Таблица 10.1

A_i	B_j					
	B_1	B_2	...	B_j	...	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
A_i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

Такая таблица называется **платежной матрицей** или матрицей игры.

Переход от реальных конфликтных ситуаций к записи в виде матрицы игры является одним из самых сложных этапов решения задачи. Рассмотрим простейшие примеры формализации конфликтных ситуаций.

Пример 10.1. Сторона A имеет два типа противотанковых средств: A_1 и A_2, противник (сторона B) может использовать в наступлении два типа танков. B_1 и B_2. Задача стороны A — поразить танки противника, задача противника — сохранить их непораженными. Противотанковым средством A_1 танки B_1 и B_2 поражаются с вероятностями 0,4 и 0,6; противотанковым средством A_2 — с вероятностями 0,8 и 0,5. Требуется построить матрицу игры.

Решение. Используя общий вид табл. 10.1 и условия примера, построим матрицу игры (табл. 10.2).

Таблица 10.2

A_i	B_j	
	B_1	B_2
A_1	0,4	0,6
A_2	0,8	0,5

Здесь в качестве платежей выступают вероятности поражения различных танков различными противотанковыми средствами.

10.2. Постановка задачи обоснования решений в условиях неопределенности

Игры с разумным противником имеют широкое распространение в военном деле. Методы их решения наиболее разработаны и лежат в основе других игровых постановок задач, которые рассмотрены в подразд. 10.5.

Игра с разумным противником полностью определяется платежной матрицей, и, следовательно, чтобы задать игру, достаточно построить ее платежную матрицу. Дальнейшей задачей сторон A и B является анализ платежей по каждой стратегии и выбор наилучшей стратегии.

Рассмотрим сущность анализа платежной матрицы. Игрок A для определения наилучшей среди своих стратегий $A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m$ рассматривает последовательно каждую из них, начиная с A_1 и кончая A_m. Выбирая стратегию A_i, игрок должен рассчитывать, что противник B ответит на нее той из своих стратегий B_j, для которой выигрыш игрока A минимален.

Найдем минимальный из платежей a_{ij} в каждой i-й строке по всем j-м столбцам и обозначим его α_i:

$$\alpha_i = \min_j a_{ij},$$

где $\min\limits_j$ — минимальное значение платежа a_{ij} при всех возможных j-х стратегиях стороны В.

Введем в табл. 10.1 дополнительный столбец и поместим в каждой его строке минимальный платеж (табл. 10.3).

Таблица 10.3

A_i	B_j					α_i
	B_1	...	B_j	...	B_n	
A_1	a_{11}	...	a_{1j}	...	a_{1n}	α_1
...	...	...	...	...	...	...
A_i	a_{i1}	...	a_{ij}	...	a_{in}	α_i
...	...	...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	...	a_{mj}	...	a_{mn}	α_m
β_j	β_1	...	β_j	...	β_n	

Для окончательного выбора своей стратегии игрок А при осторожном поведении должен из возможных минимальных выигрышей выбрать максимальный. Обозначим этот выигрыш через

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}. \qquad (10.1)$$

Данное выражение читается так: максимальное по всем строкам из минимальных по всем столбцам значение a_{ij}.

Величина α называется нижней ценой игры, иначе — максимином. Это гарантированный (нижний предел) выигрыш игрока А независимо от того, какую стратегию выберет игрок В.

Рассуждая за игрока В, следует рассчитывать на худшие условия и поэтому выбирать максимальное значение проигрыша по каждому столбцу. Обозначим его через β_j. Выпишем его значения в дополнительной строке табл. 10.3. Из всех этих значений выберем минимальное

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij}. \qquad (10.2)$$

Величина β называется верхней ценой игры или минимаксом. Читается это выражение так: минимальное по всем столбцам из максимальных по всем строкам значение a_{ij}. Придерживаясь своей максиминной стратегии, игрок А гарантирует себе выигрыш, не меньший, чем нижняя цена игры при любых действиях противника. В свою очередь, игрок В, применяя свою минимаксную стратегию, гарантирует себе проигрыш, не больший, чем верхняя цена игры при любых наших действиях.

Принцип осторожности, диктующий игрокам выбор соответствующих стратегий (максиминной или минимаксной), является в теории игр основным и называется принципом минимакса. Он вытекает из предположения о разумности каждого игрока, стремящегося достигнуть цели, противоположной цели противника.

Пример 10.2. Рассмотрим матрицу, построенную для решения примера 10.1. Необходимо дать рекомендации по рациональному способу действий сторонам А и В.

Решение. Выберем в каждой строке минимальную вероятность и выпишем ее в столбец для α_i (табл. 10.4):

$$\min(0{,}4;\ 0{,}6) = 0{,}4; \quad \min(0{,}8;\ 0{,}5) = 0{,}5.$$

Таблица 10.4

A_i	B_j		α_i
	B_1	B_2	
A_1	0,4	0,6	0,4
A_2	0,8	0,5	0,5
β_j	0,8	0,6	

Анализируя поочередно все стратегии B_j, найдем максимальные проигрыши в каждом столбце и выпишем их в строку для β_i. Теперь можно найти нижнюю и верхнюю цены игры:

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \max_i (0{,}4;\ 0{,}5) = 0{,}5,$$

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} = \min_j (0{,}8;\ 0{,}6) = 0{,}6.$$

Следовательно, стороне А можно рекомендовать стратегию A_2, гарантирующую ей вероятность поражения не ниже 0,5, а стороне В — стратегию B_2, при которой она проиграет не более чем 0,6.

В случаях когда нижняя цена игры равна верхней, т. е. $\alpha=\beta$, говорят, что игра имеет седловую точку, а такая цена игры называется чистой ценой игры. Седловой точкой называется ячейка в матрице игры, которая одновременно является минимальной в своей строке и максимальной в столбце. Седловой точке соответствует пара стратегий сторон А и В, которые являются оптимальными, а их совокупность — решением игры в чистых (единственных) стратегиях.

Решение игры в чистых стратегиях обладает следующим свойством: если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то для другого игрока тоже невыгодно отклоняться от своей оптимальной стратегии. В платежной матрице может быть не одна седловая точка, а несколько.

Пример 10.3. Расширим условия примера 10.1, полагая, что имеется не два, а три типа противотанковых средств и три типа танков. Найти оптимальное решение для сторон А и В, если заданы вероятности поражения танков различными противотанковыми средствами: для A_1—0,4; 0,5; 0,7; для A_2 — 0,8; 0,6; 0,7; для A_3 — 0,6; 0,4; 0,5.

Решение. Составим платежную матрицу и найдем нижнюю и верхнюю цену игры (табл. 10.5).

Таблица 10.5

A_i	B_j			α_i
	B_1	B_2	B_3	
A_1	0,4	0,5	0,7	0,4
A_2	0,8	$\boxed{0,6}$	0,7	0,6
A_3	0,6	0,4	0,5	0,4
β_j	0,8	0,6	0,7	

Нижнюю цену игры найдем по формуле (10.1):

$$\alpha = \max_i (0,4;\ 0,6;\ 0,4) = 0,6,$$

а верхнюю цену игры по формуле (10.2):

$$\beta = \min_j (0,8;\ 0,6;\ 0,7) = 0,6.$$

Поскольку $\alpha=\beta=0,6$, то игра имеет седловую точку (отмечена в матрице прямоугольником), а игроки имеют свои гарантированные стратегии: сторона А — стратегию A_2, сторона В — стратегию B_2.

Действительно, стороне А невыгодно отходить от стратегии A_2, иначе она может выиграть меньше, если противнику удастся разгадать замысел стороны А. При использовании стороной А стратегии A_1 противник может использовать танки типа B_1 или B_2 и вероятность их поражения уменьшится до 0,4 или 0,5. Аналогичная картина произойдет при переходе к стратегии A_3.

При первоначальном анализе платежной матрицы следует прежде всего установить, нельзя ли уменьшить количество стратегий за счет исключения заведомо невыгодных или дублирующих. После исключения таковых следует проверить наличие седловой точки. Если седловая точка имеется, то решение найдено.

Упрощение игровых матриц за счет исключения дублирующих и заведомо невыгодных стратегий производится в такой последовательности. Каждая строка матрицы сравнивается с другими по размеру платежей во всех столбцах. Если обнаруживаются две стратегии и более, где платежи одинаковы во всех столбцах, то оставляется только одна из них (любая). Если обнаруживаются стратегии, в которых платежи хуже, чем в других, то заведомо невыгодные также исключаются. Такая процедура проделывается как для стороны А, так и для стороны В.

Пример 10.4. Упростить матрицу (табл. 10.6), исключив дублирующие и заведомо невыгодные стратегии. Платежами являются вероятности успешного выполнения задачи.

Таблица 10.6

A_i	B_j			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0,2	0,3	0,5	0,3
A_2	0,1	0,3	0,4	0,2
A_3	0,2	0,3	0,5	0,3
A_4	0,5	0,3	0,4	0,1

Из матрицы видно, что стратегия A_3 в точности повторяет (дублирует) стратегию A_1, поэтому одну из них, например A_3, можно вычеркнуть. Сравнивая стратегии A_1 и A_2, можно установить, что стратегия A_2 заведомо невыгодна, так как она хуже, чем A_1 при стратегиях противника B_1 $(0,2>0,1)$, B_3 $(0,5>0,4)$ и B_4 $(0,3>0,2)$, и не лучше ее при B_2 $(0,3=0,3)$.

Сравнение стратегий A_1 и A_4 не позволяет отдать предпочтение ни одной из них, так как выигрыш стороны А при использовании стратегии A_4 выше, если противник использует B_1 $(0,5>0,2)$, но ниже, если сторона В применит стратегии B_3 и B_4 $(0,4<0,5;\ 0,1<0,3)$. Поэтому A_1 и A_4 следует оставить для дальнейшего анализа. Вычеркивая стратегии A_2 и A_3, приведем матрицу к более простому виду (табл. 10.7).

Теперь рассмотрим стратегии стороны В, сравнивая их попарно. При этом следует иметь в виду, что в данной задаче стороне А выгодно максимизировать свой результат и мы отбрасывали стратегии с меньшими платежами. Анализируя стратегии стороны В, следует исходить из ее желания уменьшить потери, а значит, исключить те стратегии, которые имеют большие платежи.

Таблица 10.7

A_i	B_j			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0,2	0,3	0,5	0,3
A_4	0,5	0,3	0,4	0,1

Сравнение стратегии B_4 со стратегиями B_2 и B_3 показывает, что для стороны В они обе хуже и могут быть исключены. Тогда матрица примет вид табл. 10.8.

Таблица 10.8

A_i	B_j	
	B_1	B_4
A_1	0,2	0,3
A_4	0,5	0,1

Если в результате упрощения матрицы хотя бы у одной из сторон останется только одна стратегия, то решение этой задачи очевидно — сторона, имеющая одну стратегию, не имеет выбора.

После упрощения матрицы следует проверить наличие седловой точки. В полученной матрице (10.7) седловой точки нет, так как для нее $\alpha=0,2$, а $\beta=0,3$.

На практике игры с седловой точкой встречаются редко. Более типичными являются игры, в которых нижняя и верхняя цены игры различны, т. е. $\alpha\neq\beta$. Это означает, что нельзя надеяться на выигрыш, больший, чем верхняя цена игры β, но можно быть уверенным в получении выигрыша не меньше нижней цены игры α.

Поиск наилучшего решения состоит в случайном чередовании чистых стратегий при многократном повторении игры, т. е. нужно искать решение игры в так называемых смешанных стратегиях. **Смешанной стратегией** игрока называется полный набор вероятностей применения его чистых стратегий. Каждая игра в этом случае имеет цену Ц, которая лежит между верхней и нижней ценой игры: $\alpha\leqslant Ц\leqslant\beta$.

Вероятности применения в смешанных стратегиях чистых стратегий игрока А обозначим через P_i, а для игрока В — через q_j. Чистые стратегии, для которых $P_i\neq0$; $q_j\neq0$, называются активными. Всякая чистая стратегия есть частный случай смешанной стратегии. Действительно, если в смешанной стратегии какая-либо i-я стратегия применяется с вероятностью, равной единице $(P_i=1)$, то все остальные стратегии не применяются.

Смешанную стратегию игрока А будем обозначать $S_A(P_1, P_2, \ldots, P_m)$, где $P_1, P_2, \ldots, P_m$ — вероятности или частоты, с которыми применяются стратегии $A_1, A_2, \ldots, A_m$. Причем $P_1+P_2+\ldots+P_m=1$. Аналогично для игрока В $S_B(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ при $q_1+q_2+\ldots+q_n=1$.

Решением игры в смешанных стратегиях называется пара оптимальных стратегий S_A^*, S_B^*, обладающих следующими свойствами: если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то другому не может быть выгодно отступать от своей. В теории игр доказано, что каждая конечная игра имеет, по крайней мере, одно решение, возможно, в области смешанных стратегий.

10.3. Методы решения простейших игровых задач

Решение всякой игры следует начинать с упрощения матрицы в целях уменьшения ее размерности $m\times n$. Затем необходимо проверить наличие седловой точки. В тех случаях, когда седловой точки нет, но размерность игровой матрицы удалось свести до 2×2, найти решение такой матрицы в смешанных стратегиях достаточно просто.

В подразд. 10.2 вероятности применения стратегий стороной А обозначены через P_1 и P_2, стороной В — через q_1 и q_2, сумма этих вероятностей равна единице, а цена игры находится в интервале $\alpha\leqslant Ц\leqslant\beta$. Эти условия можно записать в виде следующих соотношений:

$$\beta_1=a_{11}P_1+a_{21}P_2\geqslant Ц;$$
$$\beta_2=a_{12}P_1+a_{22}P_2\geqslant Ц;$$
$$P_1+P_2=1;$$
$$\alpha_1=a_{11}q_1+a_{12}q_2\leqslant Ц;$$
$$\alpha_2=a_{21}q_1+a_{22}q_2\leqslant Ц;$$
$$q_1+q_2=1.$$

В более подробном курсе теории игр доказано, что если игра 2×2 не имеет седловой точки и решения в чистых стратегиях, то эти неравенства должны превращаться в равенства:

$$a_{11}P_1+a_{21}P_2=Ц; \quad a_{12}P_1+a_{22}P_2=Ц. \tag{10.3}$$

Соответственно

$$a_{11}q_1+a_{12}q_2=Ц, \quad a_{21}q_1+a_{22}q_2=Ц. \tag{10.4}$$

Сущность решения задачи состоит в том, что при данных платежах необходимо подобрать такие значения P_1 и P_2, которые удовлетворяют условиям равенств (10.3), а $P_1+P_2=1$.

Найдем аналитическое выражение для P_1, P_2 и Ц. В соотношениях равенств (10.3) правые части одинаковы, следовательно:

$$a_{11}P_1 + a_{21}P_2 = a_{12}P_1 + a_{22}P_2.$$

Учитывая, что $P_1+P_2=1$, найдем P_1 и P_2.

$$a_{11}P_1 + a_{21}(1-P_1) = a_{12}P_1 + a_{22}(1-P_1);$$
$$a_{11}P_1 + a_{21} - a_{21}P_1 = a_{12}P_1 + a_{22} - a_{22}P_1.$$

Тогда

$$P_1^* = \frac{a_{22}-a_{21}}{(a_{11}+a_{22})-(a_{12}+a_{21})}, \qquad (10.5)$$

а

$$P_2^* = 1 - P_1 = \frac{a_{11}-a_{12}}{(a_{11}+a_{22})-(a_{12}+a_{21})}. \qquad (10.6)$$

Аналогично можно найти формулы для q_1^* и q_2^*:

$$q_1^* = \frac{a_{22}-a_{12}}{(a_{11}+a_{22})-(a_{12}+a_{21})}; \qquad (10.7)$$

$$q_2^* = \frac{a_{11}-a_{21}}{(a_{11}+a_{22})-(a_{12}+a_{21})}. \qquad (10.8)$$

Зная P_1^* и P_2^*, легко определить Ц из равенств (10.3):

$$Ц = \frac{a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}}{(a_{11}+a_{22})-(a_{12}+a_{21})}. \qquad (10.9)$$

Пример 10.5. Найти решение игровой матрицы (табл. 10.8).

Решение. Воспользовавшись формулами (10.5), (10.6) и (10.9), находим $S_А^*(P_1^*, P_2^*)$, $S_В^*(q_1^*, q_2^*)$ и Ц:

$$P_1^* = \frac{0,1-0,5}{(0,2+0,1)-(0,3+0,5)} = \frac{-0,4}{0,3-0,8} = \frac{4}{5};$$

$$P_2^* = \frac{0,2-0,3}{0,3-0,8} = \frac{1}{5};$$

$$Ц = \frac{0,2 \cdot 0,1 - 0,5 \cdot 0,3}{0,3-0,8} = \frac{0,02-0,15}{-0,5} = \frac{-0,13}{-0,5} = 0,26.$$

Таким образом, если сторона А будет использовать свои противотанковые средства $А_1$ и $А_2$ в соотношении 4 : 1, то средняя вероятность уничтожения танка противника будет равна 0,26. Значит, решение для стороны А можно записать $S_А^*(0,8; 0,2)$.

Для стороны В оптимальное решение находим по формулам (10.7) и (10.8):

$$q_1^* = \frac{0,1-0,3}{0,3-0,8} = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5};$$

$$q_2^* = \frac{0,2-0,5}{0,3-0,8} = \frac{-0,3}{-0,5} = \frac{3}{5}.$$

Значит, сторона В должна использовать танки типа $В_1$ и $В_2$ в соотношении 2 : 3. Решение для стороны В $S_В^*(0,4; 0,6)$.

10.4. Общий случай решения военно-экономических задач в условиях неопределенности

Реальные задачи не всегда удается свести к игровой матрице размером 2×2. В этом случае необходимо найти решение для матрицы игры размером $m \times n$, т. е. найти две оптимальные стратегии игроков А и В:

$$S_А^*(P_1^*, P_2^*, \ldots, P_m^*);$$
$$S_В(q_1^*, q_2^*, \ldots, q_n^*).$$

Эта стратегия должна обеспечить игроку А выигрыш, не меньший, чем цена игры Ц.

Используя матрицу игры (см. табл. 10.1), можно записать:

$$P_1a_{11} + P_2a_{21} + \ldots + P_m a_{m1} \geqslant Ц;$$
$$P_1a_{12} + P_2a_{22} + \ldots + P_m a_{m2} \geqslant Ц;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$P_1a_{1n} + P_2a_{2n} + \ldots + P_m a_{mn} \geqslant Ц.$$

Разделив обе части неравенства на Ц и введя обозначения

$$x_1 = \frac{P_1}{Ц}, \; x_2 = \frac{P_2}{Ц}, \; \ldots, \; x_m = \frac{P_m}{Ц},$$

можно записать:

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{m1}x_m &\geqslant 1; \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{m2}x_m &\geqslant 1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \ldots + a_{mn}x_m &\geqslant 1. \end{aligned}\right\} \qquad (10.10)$$

Поскольку

$$P_1 + P_2 + \ldots + P_m = 1,$$

то

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_m = \frac{1}{Ц}. \qquad (10.11)$$

Если сторона А стремится сделать свой гарантированный выигрыш максимальным, то для этого правая часть выражения

(10.11) должна принять минимальное значение. Таким образом, решение игры свелось к следующей математической задаче.

Определить неотрицательные значения $x_1, x_2, \ldots, x_m$ так, чтобы они удовлетворяли линейным ограничениям (10.10) и при этом их линейная функция $L = x_1 + x_2 + \ldots + x_m$ обращалась в минимум.

Это типичная задача линейного программирования, которая может быть решена симплекс-методом (см. подразд. 7.4).

В тех случаях, когда сторона А стремится минимизировать свой выигрыш (если a_{ij}, например, выражает стоимость выполнения задачи или себестоимость производимой продукции), правая часть выражения (10.11) должна быть максимизирована

$$L = x_1 + x_2 + \ldots + x_m \underset{\{P_i\}}{\to} \max, \qquad (10.12)$$

а система (10.10) примет вид

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{m1}x_m \leqslant 1;\\ &a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{m2}x_m \leqslant 1;\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \ldots + a_{mn}x_m \leqslant 1. \end{aligned}\right\} \qquad (10.13)$$

Для стороны В в случае необходимости минимизации ущерба решение будет аналогичным, но условия ограничения будут иметь вид

$$\begin{aligned} &a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \ldots + a_{1n}y_n \leqslant 1;\\ &a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{2n}y_n \leqslant 1;\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \ldots + a_{mn}y_n \leqslant 1, \end{aligned}$$

где

$$y_1 = \frac{q_1}{Ц}, \quad y_2 = \frac{q_2}{Ц}, \quad \ldots, \quad y_n = \frac{q_n}{Ц},$$

а целевая функция максимизируется, если

$$L' = y_1 + y_2 + \ldots + y_n,$$

или минимизируется, если

$$L'' = -y_1 - y_2 - \ldots - y_n.$$

Пример 10.6. Сторона А располагает тремя образцами вооружения A_1, A_2, A_3 для поражения трех объектов стороны В: B_1, B_2 и B_3. Стоимость выполнения задачи по поражению каждого объекта каждым образцом вооружения представлена в табл. 10.9. Найти соотношение образцов по количеству и определить стоимость выполнения задачи.

Решение. Предварительный анализ табл. 10.9 показывает, что в матрице игры нет доминирующих и дублирующих стратегий, а также нет седловой точки.

Таблица 10.9

A_i	B_j		
	B_1	B_2	B_3
A_1	10,45	8,21	8,39
A_2	8,60	9,44	9,28
A_3	8,34	8,32	10,28

Для решения задачи используем систему (10.13), так как по смыслу задачи требуется найти минимальное значение цены игры для стороны А. Обозначим доли средств A_1, A_2 и A_3 соответственно через P_1, P_2 и P_3.

Тогда систему (10.13) можно записать так:

$$\begin{aligned} &10{,}45P_1 + 8{,}60P_2 + 8{,}34P_3 \leqslant Ц;\\ &8{,}21P_1 + 9{,}44P_2 + 8{,}32P_3 \leqslant Ц;\\ &8{,}39P_1 + 9{,}28P_2 + 10{,}28P_3 \leqslant Ц. \end{aligned}$$

Заменив $\frac{P_1}{Ц}$ на x_1, $\frac{P_2}{Ц}$ на x_2, $\frac{P_3}{Ц}$ на x_3, перепишем ограничения в виде

$$\begin{aligned} &10{,}45x_1 + 8{,}60x_2 + 8{,}34x_3 \leqslant 1;\\ &8{,}21x_1 + 9{,}44x_2 + 8{,}32x_3 \leqslant 1;\\ &8{,}39x_1 + 9{,}28x_2 + 10{,}28x_3 \leqslant 1. \end{aligned}$$

Преобразуем ограничения, введя дополнительные переменные для решения задачи симплекс-методом:

$$\begin{aligned} &y_1 + 10{,}45x_1 + 8{,}60x_2 + 8{,}34x_3 = 1;\\ &y_2 + 8{,}21x_1 + 9{,}44x_2 + 8{,}32x_3 = 1;\\ &y_3 + 8{,}39x_1 + 9{,}28x_2 + 10{,}28x_3 = 1. \end{aligned}$$

Так как цену игры в данной задаче необходимо минимизировать, то целевая функция L должна стремиться к максимуму:

$$L = \frac{1}{Ц} = x_1 + x_2 + x_3 \to \max.$$

Поскольку при решении задач симплекс-методом целевая функция должна минимизироваться, заменим L на L':

$$L' = -L = -x_1 - x_2 - x_3 \to \min.$$

В стандартной форме записи целевая функция будет иметь вид

$$L' = 0 - (x_1 + x_2 + x_3).$$

Заполним симплекс-таблицу (табл. 10.10).

Решение задачи представлено в табл. 10.11.

(10.11) должна принять минимальное значение. Таким образом, решение игры свелось к следующей математической задаче.

Определить неотрицательные значения $x_1, x_2, \ldots, x_m$ так, чтобы они удовлетворяли линейным ограничениям (10.10) и при этом их линейная функция $L = x_1 + x_2 + \ldots + x_m$ обращалась в минимум.

Это типичная задача линейного программирования, которая может быть решена симплекс-методом (см. подразд. 7.4).

В тех случаях, когда сторона А стремится минимизировать свой выигрыш (если a_{ij}, например, выражает стоимость выполнения задачи или себестоимость производимой продукции), правая часть выражения (10.11) должна быть максимизирована

$$L = x_1 + x_2 + \ldots + x_m \underset{\{P_i\}}{\rightarrow} \max, \qquad (10.12)$$

а система (10.10) примет вид

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{m1}x_m \leqslant 1; \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{m2}x_m \leqslant 1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \ldots + a_{mn}x_m \leqslant 1. \end{aligned}\right\} \qquad (10.13)$$

Для стороны В в случае необходимости минимизации ущерба решение будет аналогичным, но условия ограничения будут иметь вид

$$\begin{aligned} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \ldots + a_{1n}y_n \leqslant 1; \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{2n}y_n \leqslant 1; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + \ldots + a_{mn}y_n \leqslant 1, \end{aligned}$$

где

$$y_1 = \frac{q_1}{\text{Ц}}, \quad y_2 = \frac{q_2}{\text{Ц}}, \quad \ldots, \quad y_n = \frac{q_n}{\text{Ц}},$$

а целевая функция максимизируется, если

$$L' = y_1 + y_2 + \ldots + y_n,$$

или минимизируется, если

$$L'' = -y_1 - y_2 - \ldots - y_n.$$

Пример 10.6. Сторона А располагает тремя образцами вооружения A_1, A_2, A_3 для поражения трех объектов стороны В : B_1, B_2 и B_3. Стоимость выполнения задачи по поражению каждого объекта каждым образцом вооружения представлена в табл. 10.9. Найти соотношение образцов по количеству и определить стоимость выполнения задачи.

Решение. Предварительный анализ табл. 10.9 показывает, что в матрице игры нет доминирующих и дублирующих стратегий, а также нет седловой точки.

Таблица 10.9

A_i	B_j		
	B_1	B_2	B_3
A_1	10,45	8,21	8,39
A_2	8,60	9,44	9,28
A_3	8,34	8,32	10,28

Для решения задачи используем систему (10.13), так как по смыслу задачи требуется найти минимальное значение цены игры для стороны А. Обозначим доли средств A_1, A_2 и A_3 соответственно через P_1, P_2 и P_3.

Тогда систему (10.13) можно записать так:

$$\begin{aligned} 10{,}45P_1 + 8{,}60P_2 + 8{,}34P_3 \leqslant \text{Ц}; \\ 8{,}21P_1 + 9{,}44P_2 + 8{,}32P_3 \leqslant \text{Ц}; \\ 8{,}39P_1 + 9{,}28P_2 + 10{,}28P_3 \leqslant \text{Ц}. \end{aligned}$$

Заменив $\frac{P_1}{\text{Ц}}$ на x_1, $\frac{P_2}{\text{Ц}}$ на x_2, $\frac{P_3}{\text{Ц}}$ на x_3, перепишем ограничения в виде

$$\begin{aligned} 10{,}45x_1 + 8{,}60x_2 + 8{,}34x_3 \leqslant 1; \\ 8{,}21x_1 + 9{,}44x_2 + 8{,}32x_3 \leqslant 1; \\ 8{,}39x_1 + 9{,}28x_2 + 10{,}28x_3 \leqslant 1. \end{aligned}$$

Преобразуем ограничения, введя дополнительные переменные для решения задачи симплекс-методом:

$$\begin{aligned} y_1 + 10{,}45x_1 + 8{,}60x_2 + 8{,}34x_3 = 1; \\ y_2 + 8{,}21x_1 + 9{,}44x_2 + 8{,}32x_3 = 1; \\ y_3 + 8{,}39x_1 + 9{,}28x_2 + 10{,}28x_3 = 1. \end{aligned}$$

Так как цену игры в данной задаче необходимо минимизировать, то целевая функция L должна стремиться к максимуму:

$$L = \frac{1}{\text{Ц}} = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max.$$

Поскольку при решении задач симплекс-методом целевая функция должна минимизироваться, заменим L на L':

$$L' = -L = -x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min.$$

В стандартной форме записи целевая функция будет иметь вид

$$L' = 0 - (x_1 + x_2 + x_3).$$

Заполним симплекс-таблицу (табл. 10.10).

Решение задачи представлено в табл. 10.11.

Таблица 10.10

БП	СЧ	x_1	x_2	x_3
y_1	1	10,45	8,60	8,34
y_2	1	8,21	9,44	8,32
y_3	1	8,39	9,28	10,28
L'	0	1	1	1

Таблица 10.11

БП	СЧ	y_1	y_2	y_3
x_1	0,039			
x_2	0,029			
x_3	0,042			
L'	0,11	—0,0746	—0,0775	—0,0036

Таким образом, $x_1^* = 0{,}039$; $x_2^* = 0{,}029$; $x_3^* = 0{,}042$.

Действительно, $x_1^* + x_2^* + x_3^* = 0{,}039 + 0{,}029 + 0{,}042 = 0{,}11$.

Поскольку

$$L = \frac{1}{\text{Ц}} = x_1 + x_2 + x_3,$$

то

$$\text{Ц} = \frac{1}{L} = \frac{1}{x_1^* + x_2^* + x_3^*} = \frac{1}{0{,}11} = 9{,}09,$$

Из соотношений $\frac{P_i}{\text{Ц}} = x_i$ и т. д. получаем:

$$P_1^* = 9{,}09 \cdot 0{,}039 = 0{,}35;$$
$$P_2^* = 9{,}09 \cdot 0{,}024 = 0{,}27;$$
$$P_3^* = 0{,}09 \cdot 0{,}042 = 0{,}38.$$

Следовательно, соотношение образцов A_1, A_2 и A_3 должно быть следующим: 35%; 27% и 38%. При этом стоимость выполнения задачи будет минимальной, равной цене игры Ц, и составит 9,09 единиц.

10.5. Решение экономических задач в терминах игры с «природой»

В предыдущих задачах данной главы предполагалось, что стороне А противостоит разумный противник В, который всякий раз пытается выбрать решения, наименее выгодные для стороны А.

Но очень часто неопределенность связана с недостаточной осведомленностью об условиях, в которых будет проводиться мероприятие (погода в некотором районе, покупательский спрос на определенного вида продукцию, загруженность транспорта, радиационная обстановка и т. д.). Такие условия зависят не от сознательно противостоящего нам противника, а от объективной действительности, называемой «природой».

«Природа» рассматривается как сторона, поведение которой неизвестно, но не содержит элемента сознательного противодействия нашим планам.

Принятие решения в этом случае начинается с формирования возможных способов действий, т. е. стратегий игрока, и возможных состояний обстановки (состояний «природы»). Затем необходимо оценить эффект каждого действия игрока при всех состояниях «природы» и составить платежную матрицу. После построения матрицы решение игры сводится к нахождению лучшей стратегии игрока А по выбранному критерию.

Рассмотрим решение экономической задачи в общем виде. Сторона А имеет m возможных стратегий: $A_1, A_2, \ldots, A_m$. Все возможные условия обстановки могут быть описаны n состояниями: $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_n$. Выигрыши a_{ij} при каждом сочетании стратегий A_i и состояний «природы» Π_j заданы матрицей (табл. 10.12).

Таблица 10.12

A_i	Π_1	Π_2	...	Π_j	...	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

Требуется выбрать наилучшую (в смысле выбранного критерия) стратегию стороны А. Решение такого рода задач отыскивается, как правило, в чистых стратегиях.

На первый взгляд кажется, что эта задача проще, чем задача противоборства с разумным противником. Однако здесь игроку А труднее принять решение, так как противоположность интересов в борьбе с разумным противником и предположение, что он всякий раз принимает наивыгоднейшее для себя решение, как бы снимают часть неопределенности.

Самым простым случаем принятия решения в игре с «природой» является такой, когда имеются дублирующие и доминирующие стратегии. Если даже в результате упрощения матрицы не удается прийти к единственному решению, т. е. оставить лишь одну стратегию, то исключение заведомо невыгодных стратегий значительно упрощает принятие решения.

Одна из важных особенностей игры с «природой» состоит в том, что при анализе матрицы нельзя исключить ни одного из состояний «природы». Другая особенность таких задач состоит в переходе в ряде случаев от матрицы платежей к матрице рисков. **Риском** игрока А при пользовании стратегией A_i в условиях $П_j$ называется разность между выигрышем, который он получил бы, если бы знал $П_j$, и выигрышем, который он получит в условиях применения стратегии A_i.

Пусть риск игрока при использовании им стратегии A_i в условиях $П_j$ составит r_{ij}. Исходя из определения риска, выразим его через платежи

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij},$$

где

$$\beta_j = \max_i a_{ij}.$$

По существу, риск r_{ij} характеризует степень приближения данного выигрыша к максимальному, получаемому при заранее известном состоянии «природы». Он учитывает благоприятность или неблагоприятность для игрока А данного состояния «природы». Величина r_{ij} является мерилом благоприятности для стороны А данного состояния природы.

Пример 10.7. На ремонтном предприятии себестоимость ремонта зависит от ряда факторов. Всего выделено четыре различных ситуации (состояния «природы»), каждая из которых означает определенное сочетание факторов.

В зависимости от сложившихся условий по-разному может быть составлен месячный план работы предприятия, позволяющий выполнить задания по количеству отремонтированной техники, но с разными затратами. Допустим, что рассматривается четыре варианта плана. Требуется выбрать один, обеспечивающий максимальную прибыль в условиях неопределенности фактических значений факторов. В качестве платежа выступает прибыль предприятия в единицах стоимости. Игра задана матрицей (табл. 10.13).

Таблица 10.13

A_i	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	5	2	8	4
A_2	2	3	4	12
A_3	8	4	3	10
A_4	1	5	2	8

Решение. Анализ матрицы игры показывает, что в ней нет доминирующих и дублирующих стратегий.

Построим матрицу рисков. Для этого каждый элемент матрицы вычтем из максимального в данном столбце значения. Например, в первом столбце максимальный элемент $\beta_1=8$, значит, $r_{11}=\beta_1-a_{11}=8-5=3$; $r_{21}=\beta_1-a_{21}=8-2=6$; $r_{31}=\beta_1-a_{31}=8-8=0$; $r_{41}=\beta_1-a_{41}=8-1=7$. Аналогичные вычисления делаются для всех столбцов. В результате получается матрица рисков (табл. 10.14).

Таблица 10.14

A_i	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$
A_1	3	3	0	8
A_2	6	2	4	0
A_3	0	1	5	2
A_4	7	0	6	4

Сравним элементы (2,2) и (3,3) в табл. 10.13 и 10.14. Платежи в них $a_{22}=a_{33}=3$. Но эти выигрыши неравноценны в смысле выбранной стратегии. При состоянии $П_2$ можно получить максимальную прибыль, равную 5 единицам, а при состоянии $П_3$ можно получить 8 единиц. Это различие в подходах к стратегиям A_i в увязке с возможными состояниями $П_j$ отражено в матрице рисков.

Однако окончательный выбор стратегии может быть сделан только после того, как выбран критерий и проведена его количественная оценка.

Существует несколько критериев, используемых для решения задач в игре с «природой»: критерии, основанные на известных вероятностях состояний «природы», максиминный критерий Вальда, критерий минимаксного риска Сэвиджа и критерий пессимизма-оптимизма Гурвица.

Критерии, основанные на известных вероятностях состояний «природы», используются в тех случаях, когда известны состояния «природы» и вероятности их наступления

$$Q_1=P(\Pi_1),\ Q_2=P(\Pi_2),\ \ldots,\ Q_n=P(\Pi_n).$$

Поскольку $Q_1+Q_2+\ldots+Q_n=1$, в качестве критерия естественно принять среднее значение $\bar{a}_i$ (математическое ожидание) выигрыша

$$\bar{a}_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}Q_j. \qquad (10.14)$$

Получив по каждой строке платежной матрицы свой средний выигрыш $\bar{a}_i$, можно выбрать ту стратегию, где эта величина максимальна. Принимаемая стратегия в среднем будет оптимальна.

Пусть в примере 10.7 состояния Π_j могут наступать со следующими вероятностями:

$$Q_1=0{,}1;\quad Q_2=0{,}1;\quad Q_3=0{,}3;\quad Q_4=0{,}5.$$

Найдем средние суммы прибыли по каждому варианту плана (табл. 10.15).

Например, $\bar{a}_1=5\cdot 0{,}1+2\cdot 0{,}1+3\cdot 0{,}3+4\cdot 0{,}5=5{,}1$.

Таблица 10.15

A_i	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	$\bar{a}_i$
A_1	5	2	8	4	5,1
A_2	2	3	4	12	7,7
A_3	8	4	3	10	7,1
A_4	1	5	2	8	5,2

Поскольку средний выигрыш при стратегии A_2 наибольший, то эта стратегия является предпочтительной.

Используя матрицу рисков, можно найти стратегию, минимизирующую средний риск:

$$\bar{r}_i=\sum_{j=1}^{n}r_{ij}Q_j.$$

Для определения вероятностей состояния «природы» можно и нужно использовать статистические данные из прошлого опыта.

Однако в некоторых случаях статистические данные отсутствуют.

Тогда вероятности состояний «природы» могут быть определены экспертным путем. Если и такой способ невозможен, то для предварительных расчетов можно принимать вероятности всех состояний равными друг другу

$$Q_1=Q_2=\ldots=Q_n=\frac{1}{n}. \qquad (10.15)$$

Иногда известны лишь предпочтительности отдельных состояний «природы». В этом случае можно назначить вероятности состояний пропорциональными членами убывающей арифметической прогрессии

$$Q_1:Q_2:\ldots:Q_n=n:(n-1):\ldots:1.$$

Поскольку для полной группы событий сумма их вероятностей равна единице: $Q_1+Q_2+\ldots+Q_n=1$, то частные вероятности Q_j рассчитываются по формуле

$$Q_j=\frac{2(n-j+1)}{n(n+1)},\quad (j=1,\ 2,\ \ldots,\ n). \qquad (10.16)$$

Например, если при состоянии «природы» Π_1, Π_2 и Π_3 расположены в порядке убывания вероятностей их наступления, то можно найти вероятности Q_j:

$$Q_1=\frac{2(3-1+1)}{3(3+1)}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 4}=\frac{1}{2};$$

$$Q_2=\frac{2(3-2+1)}{3(3+1)}=\frac{1}{3};$$

$$Q_3=\frac{2(3-3+1)}{3(3+1)}=\frac{1}{6};$$

$$Q_1+Q_2+Q_3=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1.$$

Максиминный критерий Вальда предполагает в качестве оптимальной выбирать ту стратегию, при которой минимальный выигрыш максимален, т. е. стратегию, гарантирующую при любых условиях выигрыш, не меньший чем максимин, т. е.

$$W=\max_i\min_j a_{ij}. \qquad (10.17)$$

Такой подход может быть продиктован крайней осторожностью, расчетом на худшие условия.

Решение задачи в примере 10.7 с использованием критерия W представлено в табл. 10.16.

Таблица 10.16

A_i	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$\min_j a_{ij}$
A_1	5	2	8	4	2
A_2	2	3	4	12	2
A_3	8	4	3	10	3
A_4	1	5	2	8	1

Из табл. 10.16 видно, что максимальный выигрыш из минимальных равен 3 и соответствует стратегии A_3, следовательно, по принципу обеспечения максимальной гарантии получения выигрыша не меньшего, чем максимин, следует ее выбрать в качестве предпочтительной.

Критерий минимаксного риска Сэвиджа рекомендует выбирать ту стратегию, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации, т. е.

$$S = \min_i \max_j r_{ij}. \qquad (10.18)$$

При использовании критерия минимаксного риска можно избежать большого риска при принятии решений. Этот критерий, как и критерий Вальда, пессимистичен, но пессимизм здесь понимается следующим образом: худшим является не минимальный выигрыш, а максимальная потеря возможного выигрыша по сравнению с тем, чего можно было достичь в данных условиях.

Используя матрицу рисков, представленную в табл. 10.14, находим следующее решение (табл. 10.17).

Таблица 10.17

A_i	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$\max_j r_{ij}$
A_1	3	3	0	8	8
A_2	6	2	4	0	6
A_3	0	1	5	2	5
A_4	7	0	6	4	7

По критерию Сэвиджа предпочтение (как и по критерию Вальда) следует отдать стратегии A_3, так как она обеспечивает минимальный риск оказаться в проигрыше.

Критерий пессимизма-оптимизма Гурвица рекомендует в условиях неопределенности при выборе решений не руководствоваться ни крайним пессимизмом (всегда рассчитывай на худшее!), ни крайне легкомысленным оптимизмом (все обойдется наилучшим образом!). Критерий Гурвица имеет вид

$$H = \max_i \left[\lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda) \max_j a_{ij}\right], \qquad (10.19)$$

где λ — коэффициент, выбираемый между 0 и 1 ($0 \leqslant \lambda \leqslant 1$).

При $\lambda = 1$ критерий H превращается в максиминный критерий Вальда, а при $\lambda = 0$ критерий H становится критерием крайнего оптимизма.

Коэффициент λ выбирается лицом, принимающим решение. Чем опаснее ситуация и серьезнее последствия, тем ближе к единице выбирается λ.

Воспользуемся критерием Гурвица для решения задачи в примере 10.7 при $\lambda = 0{,}5$. Для получения численного значения критерия Гурвица заготовим исходные данные по составляющим формулы (10.19) и сведем их в табл. 10.18.

Таблица 10.18

A_i	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$\min_j a_{ij}$	$\max_j a_{ij}$
A_1	5	2	8	4	2	8
A_2	2	3	4	12	2	12
A_3	8	4	3	10	3	10
A_4	1	5	2	8	1	8

Для $\lambda = 0{,}5$ критерий Гурвица будет равен

$$H = \max_i \left[\lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda) \max_j a_{ij}\right] = \max_i \left[(0{,}5 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot 8);\ (0{,}5 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot 12);\right.$$
$$\left.(0{,}5 \cdot 3 + 0{,}5 \cdot 10);\ (0{,}5 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 8)\right] = \max_i [5;\ 7;\ 6{,}5;\ 4{,}5] = 7.$$

Следовательно, при данном $\lambda = 0{,}5$ критерий рекомендует стратегию A_2.

Решение задачи с помощью нескольких критериев может привести к неоднозначным рекомендациям.

Тем не менее анализ матрицы игры с «природой» под углом зрения различных критериев часто дает лучшее представление о ситуации, о достоинствах каждого варианта. В примере 10.7 из четырех вариантов плана по рассмотренным критериям ни первый, ни четвертый варианты не рекомендуются. Таким образом, даже сужение области альтернатив до двух является весьма ценным для лица, принимающего решение.

Для военных экономистов знакомство с теорией принятия решений в условиях неопределенности прежде всего должно помочь прийти к весьма важному выводу о том, что недостаток информации всегда опасен и за него приходится платить, причем иногда в прямом смысле. При решении вопросов о величине затрат на мероприятия, позволяющие уменьшить неопределенность (разведка, изыскания, эксперимент, обследование, накопление статистических данных и т. д.), следует учитывать, что неразумная экономия на проведение этих мероприятий может вызвать излишние затраты в значительных размерах при проведении учений и решении других задач боевой подготовки.

Большое значение для сокращения неопределенности при принятии решений, связанных с затратами материальных и денежных средств, имеет правильная организация сбора, накопления и обработки статистических данных о проводимых мероприятиях.

Глава 11

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАТРАТ НА БОЕВУЮ ПОДГОТОВКУ

11.1. Общая постановка задачи оценки затрат на боевую подготовку

На XXVII съезде КПСС отмечалось, что «Советская Армия и Военно-Морской Флот располагают современным вооружением и техникой, имеют хорошо обученный личный состав, подготовленные, беззаветно преданные народу командные и политические кадры. Они достойно выполняют свой долг в самой сложной, порою суровой обстановке»[1].

Способность реализовать боевой потенциал армии и флота проявляется в постоянной боевой готовности, уровень которой зависит прежде всего от боевой выучки личного состава, умения владеть вооружением и военной техникой, дисциплины и организованности войск. Поэтому вопросы боевой подготовки постоянно находятся в центре внимания руководства Вооруженными Силами.

Уровень боевой готовности определяют две группы основных факторов, учитывающих качество военной техники, которое проявляется главным образом в показателях боевой эффективности, и способности личного состава выполнять поставленные задачи. К числу таких факторов относятся:

— уровень тактико-технических и эксплуатационных характеристик вооружения и состояние его готовности к боевому применению;

— организационная структура войск, ее соответствие требованиям современного боя и операции;

— боевая выучка личного состава, его морально-политическое состояние и дисциплина;

— уровень организаторских способностей и специальной подготовки руководящего состава;

— эффективность методов и средств управления войсками;

— уровень всех видов обеспечения;

— организация службы войск и быта военнослужащих.

[1] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза, с. 62.

Все эти факторы тесно связаны между собой. Управление войсками в целях достижения требуемой боевой готовности должно носить комплексный характер, базироваться на системном подходе. Но, поскольку успех боя, операции и войны в целом зависит главным образом от людей, следует считать, что одним из основных факторов является уровень боевой подготовки личного состава, владеющего оружием и управляющего сложной техникой.

В совершенствовании боевой подготовки войск нет предела. Поэтому необходимо постоянно наращивать уровень боевой выучки личного состава, систематически вносить в боевую учебу новые вопросы, возникающие в связи с появлением новых видов оружия и способов ведения вооруженной борьбы.

Боевая подготовка представляет собой систему мероприятий по обучению и воинскому воспитанию личного состава, слаживанию подразделений, частей и соединений Вооруженных Сил для ведения боевых действий или выполнения других задач в соответствии с их предназначением. В процессе боевой подготовки войск применяются различные методы и формы воинского обучения.

Методы обучения — это совокупность приемов и способов, с помощью которых достигаются передача и усвоение военных знаний, формирование навыков и умений, высоких идейно-политических и морально-волевых качеств, обеспечивается боевое слаживание подразделений, частей и соединений. Основными общими методами обучения являются устное изложение изучаемого материала обучающим, обсуждение этого материала, показ (демонстрация), упражнение (тренировка), практические работы, самостоятельное изучение учебного материала.

Формы обучения — это та или иная организация учебного процесса в зависимости от группировки обучаемых, распределения учебного материала по периодам обучения. Примеры форм обучения: лекции, семинары, групповые упражнения, индивидуальные занятия, летучки, тактико-строевые занятия, штабные тренировки, командно-штабные учения, тактические учения, тактические занятия.

Основным принципом воинского обучения является обучение в условиях, максимально приближенных к боевым (занятия в поле, на море, ночью и т. д.). На полевые и практические занятия отводится значительная часть учебного времени. Они в наилучшей степени способствуют совершенствованию как одиночной подготовки военнослужащих, так и боевому слаживанию подразделений. К полевым занятиям тесно примыкает обучение воинов в процессе реального обслуживания вооружения и военной техники, находящихся на боевых позициях, аэродромах, танкодромах и стрельбищах, проведение различного рода ремонтных и регламентных работ. Высшая форма полевой выучки командиров, штабов и войск — тактические учения с боевой стрельбой.

Обучению военнослужащих в полевых условиях, как правило, предшествует изучение дисциплин в определенной последовательности на теоретических и практических занятиях в учебных классах. В последние годы стремительно увеличивается количество технических специалистов в Вооруженных Силах, что обусловлено тенденцией к моторизации и механизации войск. Это, с одной стороны, выдвигает проблему подготовки технических военных специалистов в число главных задач во всей системе боевой подготовки и, с другой стороны, делает все более настоятельным создание и широкое использование разнообразных тренажеров, имитирующих боевую технику.

В войсках происходит все более узкая специализация военнослужащих, что приводит к появлению новых специальностей. В то же время возникает необходимость в появлении специалистов широкого профиля, которые, во-первых, призваны координировать и контролировать действия узких специалистов и, во-вторых, должны уметь замещать специалистов разных профилей.

В условиях научно-технической революции деятельность личного состава частей и соединений стала приобретать все более коллективный характер. Если в двадцатые годы нынешнего века военные летчики были вооружены пистолетами и бомбы бросали руками, то сейчас успех действий летчиков немыслимо обеспечить без сложной работы наблюдателей, операторов радиолокационных станций, вычислителей, связистов, специалистов других наземных служб. При этом неточные или несвоевременные действия военнослужащих в одном из звеньев сложной цепи могут свести на нет работу больших коллективов, что вызовет отрицательные последствия в условиях применения противником оружия массового поражения.

Таким образом, определить перечень изучаемых дисциплин, установить соотношение между объемом знаний и уровнем навыков — весьма сложная задача. Сложность ее решения связана с тем, что изменение требований к уровню подготовки военных специалистов приводит к изменению расходов всех видов ресурсов (боеприпасов, военной техники и учебно-тренировочных средств, расхода горючего, смазочных и других материалов), к изменению сроков и интенсивности обучения.

Ориентировочная структура общих затрат представлена в табл. 11.1.

В современных условиях в целях повышения эффективности использования средств при составлении планов боевой и политической подготовки войск необходимо проводить тщательный военно-экономический анализ, в ходе которого соизмерять показатели уровня обученности личного состава с затратами материальных и финансовых ресурсов. При проведении военно-экономического анализа планов боевой подготовки необходима система показателей, характеризующих как затраты на обучение, так и получаемые результаты.

Таблица 11.1

Виды затрат	Доля данного вида в общих затратах, %
Моторесурс техники	29
Износ зданий, сооружений, военной техники	13
Расход материальных средств (продовольствие, горючее и т. д.)	28
Расход денежных средств	30
В том числе на боевую подготовку	2

Результаты боевой учебы оцениваются следующими типами показателей:

— балльными оценками (отлично, хорошо и др.);

— нормативно-балльными оценками;

— вероятностными оценками;

— комплексными оценками.

Оценки в баллах применяются главным образом для характеристики полноты теоретических знаний отдельных военнослужащих, а также для комплексной оценки боевой выучки и слаженности подразделений, частей и соединений. Например, можно принять следующую систему оценки боевой подготовки соединения (комплексную в баллах):

— «отлично», если соединение на тактическом (тактико-специальном) учении получило отличную оценку, а по другим проверяемым видам деятельности (дисциплинам) — не ниже «хорошо»;

— «хорошо», если соединение на тактическом (тактико-специальном) учении получило хорошую оценку, по основным дисциплинам — также не ниже «хорошо», а по остальным — «удовлетворительно»;

— «удовлетворительно», если соединение по тактическому (тактико-специальному) учению и остальным основным предметам обучения получило оценку не ниже «удовлетворительно», а из числа неосновных предметов обучения не более одного оценено «неудовлетворительно»;

— «неудовлетворительно», если соединение получило неудовлетворительную оценку по тактическому (тактико-специальному) учению, или одному из основных предметов обучения, или по двум и более неосновным предметам обучения.

Служба тыла соединения оценивается на основании оценок тыловых служб воинских частей (снабжения горючим, продовольственной, вещевой, медицинской и др.), а также оценок подразделений и частей службы тыла соединения. Каждой службе выставляется оценка по состоянию оружия и техники, оборудованию и содержанию войсковых складов, подъему по

учебной тревоге, состоянию учета и отчетности и др., на основе которых выставляется оценка по службе в целом.

Широкое распространение получили нормативно-балльные оценки как показатели результатов строевой, огневой, технической и специальной подготовки военнослужащих. Суть их состоит в том, что по каждому виду подготовки устанавливаются нормативы, которым соответствует оценка в баллах.

Особенность нормативно-балльных оценок состоит в их «материальной» основе, они более объективны, чем обычные балльные оценки. Например, одно из упражнений предусматривает стрельбу из автомата одиночными патронами по грудной фигуре (3 патрона) и очередями по бегущей фигуре (6 патронов). Можно принять следующую систему оценок с учетом количества выбитых очков: «отлично» — 25 очков, «хорошо» — 20 очков, «удовлетворительно» — 15 очков.

Нормативно-балльные оценки выполнения отдельных операций и задач (например, сбор для отработки действий войск по боевой тревоге, марш, стрельба) во время учебы, по существу, определяют уровень боевых возможностей подразделения или части.

Нормативы должны учитывать:

— требования по ведению современной операции (боя);

— современный уровень военной техники;

— опыт второй мировой войны и последующих локальных войн;

— опыт войсковых учений в послевоенные годы.

Одними из главных показателей уровня боевой готовности войск являются временные нормативы (например, время сбора, время поиска и обнаружения цели, продолжительность подготовки исходных данных для стрельбы и др.). Оценка в баллах соответствует определенному времени на выполнение задачи. Например, при сборе для отработки действий войск по тревоге за 3 мин выставляется оценка «отлично», за 3,5 мин — «хорошо».

Некоторые виды боевой деятельности оцениваются по числу допущенных ошибок и их характеру.

Отработка нормативов является одной из важнейших задач боевой подготовки. Степень отработки нормативов зависит прежде всего от качества плана боевой подготовки и состояния учебно-материальной базы.

Решение основных задач в ходе боевой подготовки (например, стрельбы, поиска, вождения) во многом зависит от случайных факторов. Поэтому оценки ожидаемых результатов носят обычно вероятностный характер. При стрельбе — это вероятность поражения цели, при поиске — вероятность обнаружения воздушного или морского объекта нападения. Названные вероятности являются удобной мерой оценки способности и готовности к решению боевых задач. В случае необходимости от вероятностных показателей можно переходить к оценке в баллах с помощью табл. 11.2.

Таблица 11.2

Оценка	Полнота соответствия поставленной задаче
Отлично	0,91—1,0
Хорошо	0,76—0,90
Удовлетворительно	0,51—0,75
Неудовлетворительно	<0,51

Различные варианты планов обучения личного состава могут привести к одинаковому уровню боевой выучки, но при этом расход ресурсов будет различным. Можно основное внимание уделить лекционным занятиям, которые являются наиболее «дешевыми», однако при этом не достичь требуемой боевой выучки из-за недостаточной отработки практических навыков. Напротив, увлечение практическими занятиями на штатной технике может привести к значительным потерям ресурса и частым поломкам техники из-за слабой теоретической подготовки личного состава. И при этом требуемого уровня подготовки можно не достичь.

Для нахождения оптимального плана обучения необходимо знать факторы, которые определяют результат боевой подготовки и уровень потребных затрат всех видов ресурсов. Такого рода анализ должен быть построен на накоплении и обработке статистических данных о результатах и затратах, выражаемых определенными показателями.

Для оценки затрат на боевую подготовку используются натуральные и стоимостные показатели. При этом учитываются следующие основные методические положения:

— основу всех затрат на производство материального и нематериального продукта составляют затраты общественно необходимого труда. Обученность личного состава представляет собой разновидность нематериального продукта, которая достигается затратами общественно необходимого труда на обучение. Затраты на обучение слагаются из овеществленного труда рабочих и служащих и живого труда военнослужащих. Овеществленный труд представлен в форме вооружения, техники, боеприпасов, горючего, сооружений и других материальных средств. Живой труд — это труд военнослужащих в процессе обучения и воспитания;

— показатели затрат формируются по целевому принципу, т. е. в каждом показателе учитываются все виды расходов для выполнения того или иного мероприятия, той или иной учебно-боевой задачи вне зависимости от источника финансирования. Так, в стоимость одного занятия на кинотренажере необходимо

включать износ тренажера, расходы на содержание учебных классов, оплату труда обслуживающего персонала и т. д.;

— расход ресурса боевых и учебных средств многоразового использования, а также износ сооружений определяется в расчете на один цикл полезной работы (например, на 1 выстрел, на 1 км пути, на 1 занятие);

— ранее произведенные расходы на общеобразовательную и специальную подготовку обучающих и обучаемых не учитываются.

Затраты овеществленного труда подразделяются на долговременные (производство военной техники, учебно-тренировочных средств, оборудования учебных классов, сооружений) и текущие затраты (боеприпасы, горючее, материалы, запасные части, инструмент, энергия и др.). Затраты живого труда находят выражение в денежном содержании военнослужащих, заработной плате рабочих и служащих.

Затраты на боевую подготовку по структуре подразделяются на прямые и косвенные. К *прямым затратам* относятся те, которые производятся непосредственно в процессе боевой подготовки. Это расход моторесурса техники, боеприпасов, горючего, смазочных материалов и других материальных средств, электроэнергии, потребляемой учебными центрами, износ зданий, сооружений и оборудования учебных объектов и их текущий ремонт.

Кроме того, к прямым затратам на боевую подготовку относятся затраты денежных средств на выплату за проезд при командировках, связанных с боевой подготовкой, и др.

К *косвенным затратам* на боевую подготовку относятся расходы, связанные с содержанием личного состава и обеспечением быта войск, затраты на продовольствие, вещевое имущество, денежное довольствие, износ казарменного и жилищного фонда и др.

Обеспечение потребностей боевой подготовки войск осуществляется в двух основных формах: материальной и денежной. *Материальное обеспечение* осуществляется в основном путем централизованного снабжения войск довольствующими службами видов Вооруженных Сил и родов войск, а также военного округа. Частично материальные ценности (ватман, фломастеры и др.) приобретаются на местах воинскими частями и соединениями. Аналогичным образом производится оплата за электроэнергию, коммунальные и другие услуги.

Источниками информации для определения затрат служат данные текущего учета по расходам материальных и денежных средств на боевую подготовку.

Источниками информации о затратах *денежных средств* являются первичные документы, книги денежных лицевых счетов, отчеты о расходах денежных средств воинских частей и соединений.

Информация о затратах материальных средств содержится в специальных книгах учета.

Кроме данных о текущих затратах используются годовые отчеты о расходовании материальных средств, а также прейскуранты на предметы военного снабжения и услуги. Эти данные необходимы для получения единого показателя затрат на боевую подготовку в стоимостной форме.

Учет наработки моторесурса бронетанковой техники в войсках осуществляется в километрах или часах. На каждый вид бронетанковой техники заводится формуляр, в котором фиксируется ее фактический пробег. Данные о стоимости единицы моторесурса, т. е. амортизационной стоимости одного километра пробега, содержатся в соответствующих директивах военного округа.

Месячные отчеты о расходе ресурса бронетанковой техники в соединении предусматривают деление расхода по воинским частям и учебным дисциплинам (например, вождению, огневой и тактической подготовке), а также расход вне плана боевой подготовки, т. е. на другие нужды. Такой учет позволяет оценивать затраты моторесурса бронетанковой техники по целевому принципу, т. е. на различные виды занятий. В случае необходимости можно выделить расходы на горючее и смазочные материалы.

Аналогично производится оценка расхода моторесурса автомобильной техники. Сводные данные за часть, соединение указываются в отчетах об эксплуатации автомобильной техники за год. Чтобы определить, какая часть общих расходов моторесурса автомобильной техники идет на боевую подготовку, а какая — на хозяйственные нужды, необходимо воспользоваться годовыми отчетами воинских частей. Для более детального анализа следует использовать путевые листы, где указывается ежедневный пробег автомобиля и цель поездки.

Для ориентировочных расчетов стоимость 1 км пробега автомобильной техники можно принимать в соответствии с табл. 11.3.

Таблица 11.3

Марка автомобильной техники	Расходы на эксплуатацию, руб./км	Марка автомобильной техники	Расходы на эксплуатацию, руб./км
ГАЗ-69	0,08	АТ-Л	1,21
ГАЗ-63	0,13	АТ-Т	3,41
ЗИЛ-157	0,17	АТС-59	4,33
КрАЗ-214	0,25	МТ-ЛБ	4,98
Урал-375	0,39		

Данные о расходе ресурса инженерной техники содержатся в формулярах на каждую машину. Сводные данные приводятся в годовых отчетах. При этом расход моторесурса учитывается не в километрах, а в часах. Для перевода моточасов в километры можно использовать переходные коэффициенты: 1 моточас работы инженерной техники на базе автомобиля приравнивается к пробегу в 25 км, на базе гусеничных тягачей — 15 км, на базе трактора — 5 км.

Для учета стоимости износа вооружения, учебно-тренировочных средств и оборудования учебно-материальной базы необходимо иметь данные об их стоимостных показателях и гарантийных ресурсах. Стоимостные показатели отдельных образцов вооружения и других учебных средств имеются в соединениях и вышестоящих довольствующих органах, а гарантийные сроки службы тренажеров указаны в формулярах. Так, если стоимость кинотренажера для подготовки механика-водителя составляет 50 000 руб., а гарантийный срок до капитального ремонта 5000 ч полезной работы, то стоимость износа тренажера за 1 ч работы составит 10 руб.

В тех случаях, когда технический ресурс измеряется в часах, можно определить стоимость одного часа полезной работы, исходя из плановой загрузки в год. Так, если комплект оборудования танкового городка стоит 130 000 руб., срок его службы 10 лет, а плановая нагрузка в год 1300 ч, то стоимость одного часа полезной работы составит $\frac{130\,000}{10 \cdot 1300} = 10$ руб. Аналогично определяется стоимость сооружений на час полезного применения.

11.2. Методический подход к оценке показателей результатов боевой подготовки

11.2.1. Общие методические положения

При оценке показателей качества обучения, рассмотренных в подразд. 11.1.2, необходимо исходить из определенных принципов. Так, при оценке успеваемости военнослужащих по командирской подготовке принимается во внимание главным образом то, в какой степени обучаемый усвоил теорию вопроса, умеет ли он применять полученные знания на практике. В этом случае оценка носит экспертный характер.

Иным должен быть подход к оценке результатов обучения, дающих конкретный практический результат. В этом случае достигнутый результат сравнивается с нормативом. Например, фактическое число попаданий в мишень сравнивается с числом попаданий, которое необходимо для получения определенной оценки.

Полученная на учении оценка подготовленности соединения, части или подразделения должна даваться с учетом их способности решать поставленные задачи.

Оценить качество боевой подготовки в мирное время можно лишь по результатам учений, маневров, выполнения боевых упражнений или на основе инспекторских и других проверок.

Отработка учебных задач требует, как правило, использования штатной техники или тренажеров. По мере усложнения задач в связи с оснащением войск современной боевой техникой и сокращением сроков действительной военной службы в обучении воинов все более важное место занимают тренажеры. Сейчас уже не только летчики и танкисты, но и военнослужащие других специальностей проходят сначала подготовку на тренажерах. Это значительно сокращает затраты моторесурсов, горючего и других материальных средств на обучение, способствует сохранению дорогостоящей техники, ускоряет приобретение обучаемыми прочных знаний, умений и навыков.

Отличительными особенностями тренажеров являются:

— необязательность абсолютно полной имитации всей боевой машины (например, для отработки навыков прицеливания для стрельбы из танка не обязательно иметь у тренажера двигатель, гусеницы), в связи с чем изготовление тренажера обходится значительно дешевле изготовления штатной техники;

— возможность создания тренажеров с большей долговечностью, чем штатная техника, что повышает число циклов полезной работы и снижает стоимость одного цикла;

— повышенная чувствительность тренажера к качеству выполнения задачи обучаемым, достигаемая с помощью установленных на них специальных датчиков и приборов для контроля действий обучаемого;

— способность воспроизвести большое количество ситуаций, встречающихся в практике.

Все тренажеры можно разделить на три основные группы:

— тренажеры для воспроизведения двигательных действий и считывания информации (кинотренажер механика-водителя, тренажер оператора радиолокационной станции и др.);

— тренажеры для выработки и проверки навыков и умений в подаче команд (например, устройства программированного обучения);

— комплексные тренажеры.

11.2.2. Определение показателей уровня обученности

При оценке вероятностных показателей уровня обученности следует исходить из следующих положений. Все военнослужащие, приступающие к обучению, имеют определенный начальный уровень подготовки P_0. Этот уровень зависит от образования, полученного военнослужащим до призыва на военную службу, профессии, условий жизни и воспитания. Аналогичным показателем может характеризоваться уровень обученности не только отдельного военнослужащего, но и подразделения, части, соединения. Показатель P_0 можно трактовать как начальную вероятность выполнения задачи.

Для отдельного обучаемого P_0 — это вероятность того, что он выполнит ту или иную задачу, не приступая к обучению на данном тренажере. Для группы военнослужащих P_0 — это доля военнослужащих, способных выполнить задачу без обучения.

Все военнослужащие (подразделения) обладают различной степенью восприятия знаний и практических навыков.

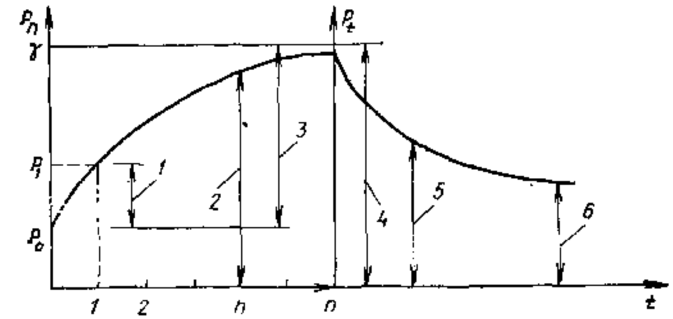


Рис. 11.1. Схема роста навыков (знаний):

1 — прирост за одно занятие, 2 — текущий уровень после проведения n занятий; 3 — дополнительный объем навыков (знаний), которое можно получить с помощью тренажера $(\gamma - P_0)$, 4 — полный объем знаний (навыков), которые может дать тренажер, 5 — уровень знаний (навыков) с учетом забывания, 6 — минимальный уровень знаний (навыков) после частичного забывания

Обозначим через ξ долю знаний (навыков), которые усваиваются обучаемым (подразделением) за очередное занятие от всего объема знаний (навыков), подлежащих усвоению на данном занятии и всех последующих.

С помощью любого учебно-тренировочного средства может быть достигнут лишь вполне определенный максимально возможный уровень обученности. Он называется адекватностью учебно-тренировочного средства (тренажера) штатной технике и обозначается через γ. В простейших случаях можно считать, что адекватность тренажера — это доля операций, которые он воспроизводит по отношению к имитируемой штатной технике. Естественно полагать, что для штатной техники $\gamma = 1$.

Если обучаемый к началу обучения обладает уровнем знаний (навыков) в объеме P_0, а тренажер имеет адекватность штатной технике γ (рис. 11.1), то за первое занятие обучаемый получит знания (навыки) в объеме $\xi(\gamma - P_0)$, а общий уровень знаний (навыков) составит $P_1 = P_0 + \xi(\gamma - P_0)$. Добавив в правую часть равенства $\gamma - \gamma$ и сделав преобразования, получим

$$P_1 = \gamma - (\gamma - P_0)(1 - \xi). \qquad (11.1)$$

Перед началом второго занятия уровень навыков P_1 является уже начальным, а в конце второго занятия

$$P_2 = P_1 + \xi(\gamma - P_1).$$

Подставив в выражение для P_2 значение P_1 из формулы (11.1) и сделав преобразования, получим

$$P_2 = \gamma - (\gamma - P_0)(1-\xi)^2.$$

Аналогичные выражения можно получить для определения уровня навыков после третьего, четвертого и последующих занятий. Обобщая полученные результаты, можно записать для любого n-го занятия

$$P_n = \gamma - (\gamma - P_0)(1-\xi)^n. \qquad (11.2)$$

Пример 11.1. Допустим, что начальный уровень обученности военнослужащих $P_0=0{,}2$; скорость обучения $\xi=0{,}1$; адекватность тренажера $\gamma=0{,}6$. Определить уровень обученности военнослужащих после четырех (восьми) занятий.

Решение. Используя формулу (11.2), получим

$$P_4 = \gamma - (\gamma - P_0)(1-\xi)^4 = 0{,}6 - (0{,}6-0{,}2)(1-0{,}1)^4 = 0{,}34;$$
$$P_8 = 0{,}6 - (0{,}6 - 0{,}2)(1-0{,}1)^8 = 0{,}43.$$

Таким образом, при увеличении числа занятий в два раза прирост уровня обученности составил всего 26% ($0{,}43:0{,}34\times100\%-100\%=26\%$).

Из выражения (11.2) можно получить формулу для определения числа занятий, проведение которых позволит достичь заданного уровня обученности, т. е. чтобы $P_n \geqslant P_{\text{зад}}$. Прологарифмировав выражение (11.2) и сделав необходимые преобразования

$$P_n = \gamma - (\gamma - P_0)(1-\xi)^n \geqslant P_{\text{зад}};$$
$$\ln(\gamma - P_{\text{зад}}) \leqslant n_{\text{тр}} \ln(1-\xi) + \ln(\gamma - P_0),$$

получим

$$n_{\text{тр}} \geqslant \frac{\ln(\gamma - P_{\text{зад}}) - \ln(\gamma - P_0)}{\ln(1-\xi)}. \qquad (11.3)$$

Для нахождения минимального числа занятий необходимо заменить неравенство равенством.

Пример 11.2. Определить необходимое число тренировок для достижения уровня обученности $P_{\text{зад}}=0{,}5$, если $P_0=0{,}2$; $\xi=0{,}1$; $\gamma=0{,}6$.

Решение. Используя формулу (11.3), получим

$$n_{\text{тр}} = \frac{\ln(0{,}6-0{,}5) - \ln(0{,}6-0{,}2)}{\ln(1-0{,}1)} = 13{,}2.$$

Для удобства вычислений с помощью таблиц (приложение 8) целесообразно производить преобразование чисел, содержащихся в формуле (11.3). Например:

$$\ln(0{,}6-0{,}5) = \ln(0{,}1) = \ln(1-0{,}9).$$

Из формулы (11.3) вытекает, что при $P_{\text{зад}} \to \gamma$ $n_{\text{тр}} \to \infty$. Действительно, если требуется подготовить специалиста идеально и поддерживать это состояние, то нужны постоянные, непрекращающиеся тренировки. Чем выше уровень знаний (навыков), тем медленнее происходит прирост их объема. Каждая

новая единица знаний, умений и навыков обходится дороже предыдущей. Формулу (11.3) можно использовать для определения числа занятий на штатной технике, у которой $\gamma=1$. Тогда число занятий только на штатной технике может быть определено по формуле

$$n_{\text{шт}} = \frac{\ln(1-P_{\text{зад}}) - \ln(1-P_0)}{\ln(1-\xi)}. \qquad (11.4)$$

В приведенных ранее примерах считались заданными значения начального уровня обученности P_0, скорость восприятия ξ и адекватности тренажера штатной технике γ. Способы их определения различны.

Величины P_0 и ξ являются индивидуальными, собственными характеристиками обучаемых военнослужащих, подразделений и частей. Они зависят от уровня образования, полученного военнослужащими до призыва в армию, гражданской профессии, организации допризывной подготовки и т. п. Скорость восприятия ξ зависит, кроме того, от эмоциональных характеристик обучаемых, их дисциплинированности, а значение P_0 зависит также от сложности отрабатываемой задачи.

Для нахождения значений P_0 и ξ обучаемых используются различные методики. Наиболее распространенным способом определения таких характеристик, как P_0 и ξ, является применение специальных тестов, позволяющих произвести профессиональный отбор призывников в военкоматах и военнослужащих для подготовки в учебных подразделениях и частях. Существуют также методики замера изменения уровня подготовленности военнослужащих после каждого занятия путем летучек, контрольных работ, тестовых упражнений на тренажере. Кроме того, применяются различные системы перехода от балльных оценок к вероятностным оценкам, изменяющимся от 0 до 1. Даже при пятибалльной системе (5, 4, 3, 2, 1) и широко практикуемой системе плюсов и минусов (5—, 4+ и т. д.) легко перейти к относительным оценкам по шкале, приведенной в табл. 11.4. При этом плюс и минус приравнивают к 0,3 балла; относительный балл находят, разделив промежуточный балл на 5.

Таблица 11.4

Балл			Балл		
номинальный	промежуточный	относительный	номинальный	промежуточный	относительный
5	5	1,0	3	3	0,6
5—	4,7	0,94	3—	2,7	0,54
4+	4,3	0,86	2+	2,3	0,46
4	4	0,8	2	2	0,4
4—	3,7	0,74	2—	1,7	0,34
3+	3,3	0,66	1	1	0,2

Для более грубой оценки можно использовать показатели, приведенные в табл. 11.2. При выставлении оценок комиссией можно сразу получать промежуточный балл путем нахождения среднего арифметического отдельных оценок членов комиссии.

При необходимости можно вводить коэффициенты относительной важности мнений отдельных членов комиссии (см. подразд. 6.6).

Для оценки значения адекватности тренажера γ можно использовать контрольные занятия на тренажере и штатной технике с замером уровня обученности после каждого занятия. При этом следует исходить из того, что при обучении на штатной технике начальным уровнем обученности P_0 в формуле (11.4) является уровень, достигнутый в результате обучения на тренажере. Более простым способом нахождения γ является отношение числа операций, выполняемых на тренажере, к числу операций, выполняемых на штатной технике.

11.2.3. Оценка степени обученности в задачах высшего уровня

При описании процесса обучения и оценки качества достигнутых результатов все задачи можно разделить по целевому назначению и уровням их отработки (рис. 11.2). Например, для решения соединением тактической задачи 1.1 необходима предварительная отработка в составе полка задач 2.1 и 2.2, которые, в свою очередь, требуют отработки батальоном задач 3.1, 3.2 и 3.3.

Имея данные о достигнутой степени обученности военнослужащих на одном из уровней, можно переходить к оценке степени обученности и определению требуемого числа занятий на более высоком уровне. При этом необходимо иметь в виду следующее:

— достигнутая степень обученности на низшем уровне является начальной для более высокого уровня;

— каждая вышестоящая задача требует кроме знаний и умений низшего уровня своих специальных знаний и умений (например, задачи 3.2, 3.3 и 3.4 требуют отработки задач 4-го уровня, а задача 3.1 является специфической только для 3-го уровня);

— результирующая начальная степень обученности более высокого уровня определяется как произведение: начального уровня обученности на этом уровне и конечных уровней обученности по задачам более низкого уровня. Например, задача 3.3 состоит в проведении боевых стрельб батальоном после сбора и марша в район стрельб. Тогда задачами низшего уровня являются приобретение навыков стрельбы (задача 4.3) и сбор (задача 4.4). Самостоятельной частью задачи 3.3 является отработка марша из расположения части на бронетранспортерах и развер-

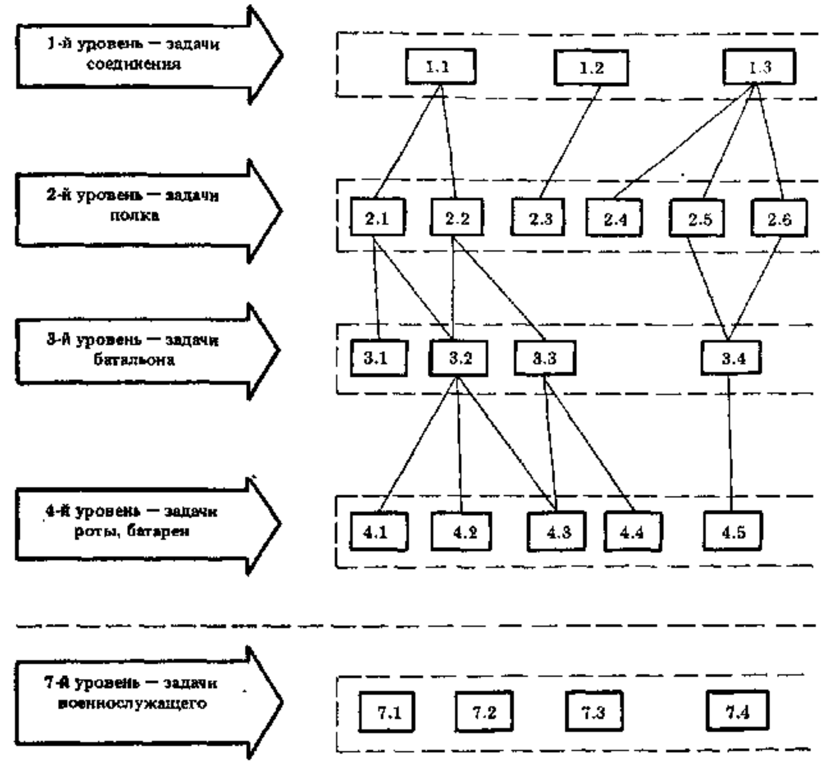


Рис. 11.2. Структура задач обучения

тывание в боевой порядок, что может быть сделано отдельно от задач 4.3 и 4.4 только в составе батальона.

После прекращения обучения или отработки навыков со временем происходит их уменьшение, утрата (рис. 11.3).

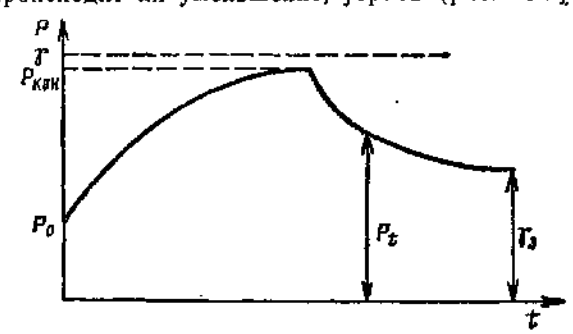


Рис. 11.3. Схема утраты навыков (знаний)

При этом, если обучение началось при P_0, затем достигло $P_{\text{кон}}$, то в обозримом будущем уровень P_t не может опуститься ниже, чем P_0, и достигнет некоторого значения $\gamma_з \geqslant P_0$. Если принять скорость утраты навыков (знаний) за $\xi_з$, то можно оценить уровень оставшихся знаний по формуле

$$P_t = \gamma_з - (\gamma_з - P_{\text{кон}})(1 - \xi_з)^{\Delta t}, \tag{11.5}$$

где Δt — отрезок времени от момента окончания обучения до расчетного момента t.

Пример 11.3. Допустим, что $P_{\text{кон}} = 0{,}8$; $\xi_з = 0{,}1$; $\gamma_з = 0{,}4$.

Определить уровень оставшихся знаний через 3 года после окончания обучения.

Решение. По формуле (11.5) для $\Delta t = 3$ получим

$$P_з = 0{,}4 - (0{,}4 - 0{,}8)(1 - 0{,}1)^3 = 0{,}69.$$

Таким образом, за 3 года объем знаний сократится почти на 15%.

Если $\xi_з = 0{,}3$, т. е. в единицу времени (в данном случае — в год) утрачивается не одна десятая ($\xi_з = 0{,}1$), а треть знаний ($\xi_з = 0{,}3$), то через 3 года их уровень будет

$$P_з = 0{,}4 - (0{,}4 - 0{,}8)(1 - 0{,}3)^3 = 0{,}54,$$

т. е. сократится более чем на 30%.

Следовательно, если человек имеет хорошие способности (высокий уровень $\gamma_з$), то, даже если он быстро забывает изученное или переключается на другую работу, все же уровень его знаний остается достаточно высоким.

11.3. Методы оптимизации боевой подготовки

11.3.1. Факторы, влияющие на выбор плана обучения личного состава

Основными показателями, характеризующими военно-экономическую эффективность обучения личного состава, являются качество обучения (уровень обученности), длительность обучения и затраты на обучение. На величину всех показателей решающее влияние оказывают виды занятий, их содержание, последовательность проведения, привлекаемые технические средства и т. д.

Различные планы позволяют получить различный конечный результат, т. е. уровень подготовки личного состава, требуют различного времени на обучение и вызывают необходимость в расходовании различного количества материальных и финансовых ресурсов. Вполне логично допустить, что теоретические занятия в учебном классе могут быть наиболее дешевыми, но

если требуется привить обучаемым определенные навыки, то любое число теоретических занятий, несмотря на незначительные затраты на их проведение, не позволит достичь требуемого эффекта обучения. Напротив, обучение только на штатной технике позволит быстрее достичь определенных навыков, но будет очень дорогим и все же конечный эффект может оказаться недостаточным из-за небольшого объема теоретических знаний.

Следовательно, возникает ряд задач оценки и оптимизации планов обучения, которые позволяют наиболее эффективно или экономно расходовать средства на обучение личного состава, а следовательно, и на боевую подготовку в целом.

К числу задач оценки военно-экономических показателей планов обучения относятся:

— определение стоимости одного занятия или расходов на обучение в единицу времени;

— оценка результатов обучения после одного занятия, после нескольких занятий (уровень обученности, количество ошибок, длительность выполнения задачи и др.);

— оценка стоимости войскового учения.

К числу задач оптимизации планов обучения относятся:

— выбор оптимального плана обучения личного состава по военно-экономическому критерию;

— определение оптимальной границы перехода в обучении с тренажера на штатную технику;

— выбор оптимального по стоимости обучения вида учебно-тренировочного средства.

11.3.2. Выбор оптимального плана обучения

Выбор оптимального плана обучения может быть сделан с помощью решения прямой и обратной задач военно-экономического анализа.

Прямая задача формулируется следующим образом: среди различных планов обучения необходимо выбрать такой, при котором в условиях ограничений на расходы материальных и денежных средств и длительность боевой учебы достигается максимальный уровень обученности личного состава.

Обозначим:

x_j — число часов занятий различного вида (например, $j=1$ — теоретические занятия, $j=2$ — занятия на тренажере, $j=3$ — занятия на штатной технике);

$P_{\text{об}}$ — уровень обученности личного состава (в баллах или в вероятностных оценках);

C_j — стоимость одного занятия j-го вида;

$\tau_{\text{зад}}$ — общее время, выделенное на обучение (количество месяцев, лет).

Тогда задача формулируется следующим образом:

найти такое соотношение $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_j^*, \ldots, x_n^*$, т. е. $\{x_j^*\}$, при котором $P_{об}$ достигает максимума, затраты на обучение не превысят выделенных средств $C_{выд}$, время на обучение будет не больше заданного $\tau_{зад}$. Иначе говоря, необходимо найти

$$\max_{\{x_j\}} [P_{об} = f\{x_j\}]$$

при

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leqslant \tau_{зад};$$

$$\sum_{j=1}^{n} C_j x_j \leqslant C_{выд};$$

$$x_j \geqslant 0,$$

где $f\{x_j\}$ — функция изменения уровня обученности при различных планах проведения занятия.

Примером такой функции может служить зависимость уровня обученности от объема и последовательности различных видов занятий. Ограничение по времени может задаваться не только в целом по курсу обучения, но и по каждому виду занятий

$$a_{j\,\min} \leqslant x_j \leqslant a_{j\,\max}.$$

Обратная постановка задачи также имеет целью подобрать оптимальный план обучения $\{x_j^*\}$ при котором будет обеспечен заданный уровень обученности $P_{зад}$ в отведенное время, а затраты на обучение будут минимальными, т. е. найти

$$\min_{\{x_j\}} [C = \varphi\{x_j\}],$$

где $\varphi\{x_j\}$ — функция изменения затрат на обучение; при

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leqslant \tau_{зад};$$

$$P_{об} \geqslant P_{зад};$$

$$x_j \geqslant 0.$$

В экстремальных ситуациях (например, при ведении боевых действий) задача может формулироваться исходя из условия минимизации времени на достижение требуемого уровня обученности при наличии определенного количества материальных ресурсов и обучающих.

Для решения задачи в любой постановке необходимо иметь данные о затратах на каждое занятие и конкретный вид зависимости уровня обученности от плана проведения занятий. Одним из способов связать план обучения с уровнем обученности является регрессионный анализ (см. подразд. 5.1). Для проведения такого анализа необходимо иметь статистические данные о достигнутых уровнях обученности при различных вариантах плана обучения (табл. 11.5).

Таблица 11.5

Вариант учебного плана	Длительность занятий по видам						Достигнутый уровень обученности
	1	2	...	j	...	n	
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}	P_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}	P_2
...	...	...	...	...	...	...	...
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}	P_i
...	...	...	...	...	...	...	...

В табл. 11.5 x_{ij} означает количество учебных часов занятий j-го вида в i-м учебном плане, или количество занятий (тренировок), или количество навода[1] в километрах и т. д. Значение P_i может задаваться в виде вероятностных оценок или в баллах. С помощью таблицы можно получить аналитическую зависимость одним из способов, изложенных в подразд. 5.1.

Пример 11.4. Десять взводов военнослужащих проходили обучение по различным планам, включающим тренировки на кинотренажерах (x_2), на механических тренажерах (x_3) и боевых машинах пехоты (БМП) (x_1), и получили различные оценки (табл. 11.6).

Таблица 11.6

№ взвода (вариант плана)	Навод, км, на БМП (x_1)	Навод, км, на кинотренажере (x_2)	Навод, км, на механическом тренажере (x_3)	Средняя оценка, балл (y)
1	200	38	19	4,26
2	200	45	15	4,28
3	200	40	17	4,23
4	200	50	20	4,71
5	220	50	20	4,56
6	220	48	20	4,55
7	260	12	8	4,46
8	260	6	6	4,36
9	250	8	5	4,29
10	250	26	18	4,58

Анализ условных расчетных данных о расходах на проведение занятий показал, что стоимость одного километра навода на БМП, кино- и механических тренажерах составляет соответственно 6,51; 0,8 и 0,24 руб. В этих

[1] Под наводом понимается практическая работа обучаемых по осуществлению операций вождения, выраженная в километрах или часах работы.

показателях учтены стоимость 1 км пробега БМП и доля капитальных и текущих затрат в расчете на 1 км, расход электроэнергии, запасных частей, инструмента, материалов и др.

Найти такой план обучения, при котором средний уровень обученности будет не ниже 4,5 балла, а суммарные затраты минимальны. При этом исходя из наличия и пропускной способности учебно-тренировочных средств даны ограничения по минимальному и максимальному наводу: на БМП 200—250 км, на кинотренажерах 10—50 км, на механических тренажерах 10—20 км. Связь между y и x_1, x_2, x_3 считать линейной.

Решение. Прежде всего необходимо найти количественную зависимость между планом обучения и результатами. Используя данные табл. 11.6 и метод регрессионного анализа, получим уравнение

$$y = 1{,}95 + 0{,}0088x_1 + 0{,}0116x_2 + 0{,}008x_3.$$

Коэффициенты уравнения при x_1, x_2 и x_3 показывают величину прироста навыков военнослужащих в баллах при проведении каждого вида занятий.

Для нахождения оптимального плана обучения сформулируем математическую постановку задачи:

найти такие x_1^*, x_2^* и x_3^*, при которых

$$L = 6{,}51x_1 + 0{,}8x_2 + 0{,}24x_3 \to \min;$$

при этом должно быть

$$1{,}95 + 0{,}0088x_1 + 0{,}0116x_2 + 0{,}008x_3 \geqslant 4{,}5;$$

$$200 \leqslant x_1^* \leqslant 250;$$

$$10 \leqslant x_2^* \leqslant 50;$$

$$10 \leqslant x_3^* \leqslant 20.$$

Данная задача решается методом линейного программирования (см. гл. 7). Решение задачи дает следующий результат:

$$x_1^* = 209{,}6;\ x_2^* = 50;\ x_3^* = 20;\ L = 1406{,}8.$$

Это значит, что оптимальный план должен предусматривать обучение на кинотренажере с наводом 50 км, на механическом тренажере — 20 км и на БМП — 210 км. При этом стоимость будет минимальной и составит 1412 руб. $(6{,}51 \cdot 210 + 0{,}8 \cdot 50 + 0{,}24 \cdot 20 \sim 1412)$.

Анализ результатов решения показывает, что оптимальные значения x_2 и x_3 лежат на правой границе ограничений. Это объясняется относительной дешевизной проведения одного занятия на тренажерах по сравнению с занятием, проведенным на штатной технике. Поэтому следует рассмотреть возможность расширения границ использования тренажеров, чтобы добиться требуемого результата с меньшими затратами материальных ресурсов и сберечь боевую технику.

В случаях использования системы тренажеров и штатной техники возникает задача выбора оптимального объема обучения на каждом типе боевых средств. Предположим, что первоначальное обучение производится на кинотренажере (тип I), затем на механическом тренажере (тип II), а окончательное доучивание на штатной технике до уровня $P_{зад}$ (рис. 11.4).

По достижении уровня $P_{об_I}$ на первом тренажере делается переход на второй тренажер и уровень повышается до $P_{об_{II}}$,

затем до $P_{зад}$ военнослужащий обучается на штатной технике. Моменты перехода с одного средства обучения на другие могут быть различными. Рассмотрим только два варианта А и Б. Вариант А предполагает доведение уровня обученности до $P_{об_I}^{(А)}$, вариант Б — до меньшего уровня, с меньшим числом занятий. Для окончательного доучивания каждый вариант потребует различное количество занятий на штатной технике.

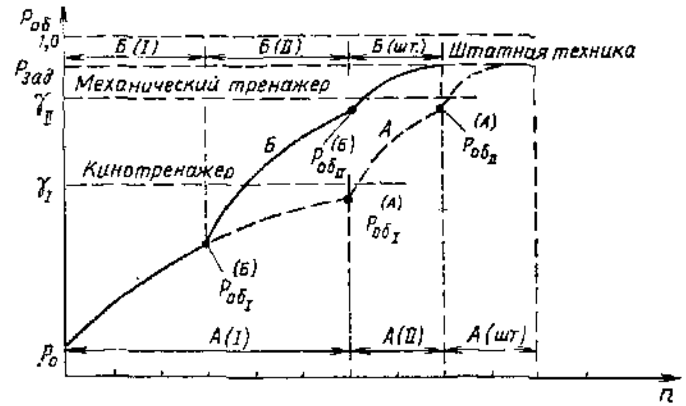


Рис. 11.4. Схема перехода с одного средства обучения на другое:

А. Б — варианты плана обучения, I, II — типы тренажеров, $P_{зад}$ — заданный конечный уровень обученности; γ_I, γ_{II} — максимально достижимый уровень обученности на тренажерах I и II соответственно; $P_{об_I}^{(А)}$, $P_{об_I}^{(Б)}$ — уровень обученности на тренажере I по вариантам А и Б соответственно; $P_{об_{II}}^{(А)}$, $P_{об_{II}}^{(Б)}$ — уровень обученности на тренажере II по вариантам А и Б соответственно

Здесь возникает ряд задач выбора оптимального решения, к числу которых можно отнести:

— выбор моментов перехода с одного вида занятий на другой или с одного тренажера на более сложный. Противоречивость вариантов состоит в том, что вариант А потребует большего времени на обучение, зато может оказаться более дешевым, так как обучение на штатной технике при этом ведется в меньшем объеме. Вариант Б предполагает сокращение сроков обучения, но может обойтись дороже за счет более широкого использования штатной техники;

— выбор оптимального набора и характеристик тренажеров. Суть этой задачи — определить, сколько должно быть типов тренажеров и с какими адекватностями штатной технике, чтобы достичь заданного уровня обученности с минимальными затратами. Задача выбора экономичных тренажеров имеет важное значение, поскольку при создании учебной материальнотехнической базы необходимо сопоставить затраты на изготовление учебно-тренировочных средств с достигаемым эффектом, добиваясь при этом рационального использования материальных и финансовых ресурсов, выделяемых на боевую подготовку личного состава[1];

— обоснование требуемого уровня конечной обученности. Чем лучше обучен военнослужащий, тем он быстрее и с меньшими затратами средств выполнит боевую задачу, зато обучение его обойдется дороже. Наоборот, если уменьшить затраты на обучение, то стоимость выполнения боевой задачи может значительно увеличиться.

Такого рода задачи можно и нужно решать с помощью военно-экономического анализа, добиваясь требуемого конечного результата в отведенное время при минимуме затрат. Рассмотрим последовательно перечисленные задачи.

Первая задача в схеме «тренажер I — тренажер II — штатная техника» представлена на рис. 11.4. Метод ее решения рассмотрим в упрощенной схеме «тренажер—штатная техника», т. е. только с одним переходом, хотя методические предпосылки сохраняются для любого числа переходов.

Суть задачи: определить такой промежуточный уровень обучения на тренажере $P_{об_1}$, а следовательно, и число занятий на нем, чтобы обеспечить заданный конечный уровень обученности $P_{зад}$ в отведенное время с минимальными затратами.

Обозначим количество занятий на тренажере и на штатной технике соответственно $n_{тр}$, $n_{шт}$; стоимость одного занятия на тренажере и на штатной технике соответственно $C_{тр}$, $C_{шт}$ и длительность одного занятия на тренажере и на штатной технике соответственно $\tau_{тр}$, $\tau_{шт}$.

Общая стоимость обучения, подлежащая минимизации, составит

$$C_{\Sigma} = C_{тр}n_{тр} + C_{шт}n_{шт},$$

а время на обучение, равное

$$\tau_{\Sigma} = \tau_{тр}n_{тр} + \tau_{шт}n_{шт},$$

должно быть не более отведенного. Количество занятий $n_{тр}$ и $n_{шт}$ может быть определено по формулам:

$$n_{тр} = \frac{\ln(\gamma - P_{об_1}) - \ln(\gamma - P_0)}{\ln(1-\xi)}; \qquad (11.6)$$

$$n_{шт} = \frac{\ln(1 - P_{зад}) - \ln(1 - P_{об_1})}{\ln(1-\xi)}. \qquad (11.7)$$

[1] См.: Дутов В. Н. Финансовая служба и режим экономии. — Тыл и снабжение Советских Вооруженных Сил. 1982, № 7, с. 44.

Формулы (11.6) и (11.7) являются модификациями формул (11.3) и (11.4) для случая последовательного обучения на тренажере и штатной технике. Так, если в формулу (11.3) вместо $P_{зад}$ подставить искомое значение $P_{об_1}$, то она примет вид формулы (11.6). В свою очередь, в формулу (11.4) вместо начального уровня P_0 подставляется промежуточный уровень $P_{об_1}$, достигаемый в результате обучения на тренажере. В результате получается формула (11.7).

Задача может быть решена путем последовательного подбора $P_{об_1}$, при котором затраты C_{Σ} будут минимальными, а продолжительность обучения не превысит установленного предела.

Пример 11.5. Определить оптимальное соотношение количества занятий на тренажере и штатной технике, если стоимость одного занятия составляет: на тренажере 8 руб., на штатной технике 16 руб.; требуемый уровень обученности 0,95; начальный уровень 0,2; адекватность тренажера 0,8; степень восприятия за одно занятие 0,05.

Решение. Зададимся $P_{об_1} = 0{,}5$ и по формулам (11.6) и (11.7) определим потребное число занятий на тренажере и штатной технике:

$$n_{тр} = \frac{\ln(0{,}8 - 0{,}5) - \ln(0{,}8 - 0{,}2)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 13{,}5;$$

$$n_{шт} = \frac{\ln(1 - 0{,}95) - \ln(1 - 0{,}5)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 44{,}9.$$

Тогда стоимость обучения будет равна

$$C_{\Sigma} = 8 \cdot 13{,}5 + 16 \cdot 44{,}9 = 826{,}4 \text{ руб.}$$

При $P_{об_1} = 0{,}6$

$$n_{тр} = \frac{\ln(0{,}8 - 0{,}6) - \ln(0{,}8 - 0{,}2)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 21{,}4;$$

$$n_{шт} = \frac{\ln(1 - 0{,}95) - \ln(1 - 0{,}6)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 40{,}5.$$

$$C_{\Sigma} = 8 \cdot 21{,}4 + 16 \cdot 40{,}5 = 819{,}2 \text{ руб.}$$

При $P_{об_1} = 0{,}7$

$$n_{тр} = \frac{\ln(0{,}8 - 0{,}7) - \ln(0{,}8 - 0{,}2)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 34{,}9;$$

$$n_{шт} = \frac{\ln(1 - 0{,}95) - \ln(1 - 0{,}7)}{\ln(1 - 0{,}05)} = 34{,}9;$$

$$C_{\Sigma} = 8 \cdot 34{,}9 + 16 \cdot 34{,}9 = 837{,}6 \text{ руб.}$$

Поскольку из трех последовательных значений промежуточного уровня обученности минимальная стоимость соответствует $P_{об_1} = 0{,}6$, следует считать оптимальным следующий план обучения (с округлением до ближайшего целого числа): на тренажере следует провести 22 занятия, на штатной технике 41. При этом стоимость будет равна 832 руб. Следует произвести округление с учетом возможной компенсации уровня знаний на различных средствах. Если рассмотреть два варианта: 1) $n_{тр}=22$ и $n_{шт}=40$; 2) $n_{тр}=21$ и $n_{шт}=41$, то расчеты показывают, что в первом варианте $C_\Sigma=8\cdot 22+16\cdot 40=816$ руб, но уровень конечной обученности ниже требуемого (0,948<0,95). Второй вариант имеет стоимость $C_\Sigma=8\cdot 21+16\cdot 41=824$ руб., а конечный уровень обученности 0,9506, что удовлетворяет требованиям задачи. Следовательно, окончательно нужно принять $n_{тр}=21$; $n_{шт}=41$.

Решение задачи нахождения оптимальной границы перехода с одного средства на другое можно упростить, если ввести соотношение $\alpha=C_{тр}:C_{шт}$.

Тогда

$$C_\Sigma=C_{шт}\left[\alpha\,\frac{\ln(\gamma-P_{об_1})-\ln(\gamma-P_0)}{\ln(1-\xi)}+\frac{\ln(1-P_{зад})-\ln(1-P_{об_1})}{\ln(1-\xi)}\right]. \qquad (11.8)$$

Если взять первую производную функции по $P_{об_1}$ и приравнять ее к нулю, то можно получить выражение для оптимального значения переходного уровня обученности, при котором затраты будут минимальными:

$$P^*_{об_1}=\frac{\gamma-\alpha}{1-\alpha}. \qquad (11.9)$$

Пример 11.6. Исходя из условий, приведенных в примере 11.5, найти оптимальное значение $P^*_{об_1}$.

Решение. По формуле (11.9) находим для $\alpha=8:16=0{,}5$

$$P^*_{об_1}=\frac{0{,}8-0{,}5}{1-0{,}5}=0{,}6.$$

Результат соответствует полученному в примере 11.5 решению.

Из формулы (11.9) вытекают важные для практики следствия:

— на момент перехода с обучения на тренажере к обучению на штатной технике влияют только адекватность тренажера и соотношение затрат на проведение одного занятия. Следовательно, оптимальный уровень обучения на каждом тренажере может быть заложен в инструкцию по его использованию в виде норматива, что является важным резервом снижения затрат на обучение. При этом норматив имеет экономический характер;

— мероприятия по повышению экономичности тренажеров расширяют возможности их использования. Действительно, если в условиях примера 11.5 удалось довести стоимость одного часа занятий на тренажере до 6 руб., то

$$\alpha=C_{тр}:C_{шт}=6:16=0{,}375,\ \text{а}\ P^*_{об_1}=\frac{0{,}8-0{,}375}{1-0{,}375}=0{,}68.$$

Следовательно, на тренажере теперь следует обучать до уровня не 0,6, а 0,68.

В этом случае стоимость обучения снижается до 767,3 руб.,

количество занятий, проводимых на тренажере, увеличивается с 21 до 31, а на штатной технике снижается с 41 до 36. Это сбережение боевой техники имеет не только экономическое, но и военное значение, поскольку позволяет уменьшать расход ресурса военной техники.

Вторая задача имеет цель выбора экономичного тренажера и базируется, по существу, на результатах решения первой задачи. Из соотношения (11.9) вытекает важное следствие. Поскольку вполне логично, что переходный уровень подготовки должен быть не ниже начального, можно получить предельное отношение затрат на проведение одного занятия на тренажере и на штатной технике. Так как $P_{об_1}\geqslant P_0$, то

$$P_0\leqslant\frac{\gamma-\alpha}{1-\alpha},$$

откуда

$$\alpha\leqslant\frac{\gamma-P_0}{1-P_0}.$$

Действительно, при $\gamma=P_0$, когда адекватность тренажера равна начальному уровню обученности военнослужащего, $\alpha\leqslant 0$, т. е. тренажер просто не нужен. Так как $\alpha=C_{тр}:C_{шт}$, то

$$C_{тр}\leqslant C_{шт}\,\frac{\gamma-P_0}{1-P_0}, \qquad (11.10)$$

т. е. получается предельное значение стоимости одного занятия на тренажере. Если это условие не выполняется, то затраты на обучение становятся неэффективными. Из формулы (11.10) можно получить выражение для предельной цены изготовления тренажера, что весьма важно при анализе затрат на совершенствование учебно-материальной базы боевой подготовки.

Выражение (11.9) позволяет решать задачу выбора из нескольких тренажеров с различными характеристиками такого, обучение на котором позволит достичь заданных результатов в системе «тренажер—штатная техника» при минимальных затратах. Действительно, если предлагается два-три тренажера, имеющих разные адекватности штатной технике и разные затраты на проведение одного занятия, а следовательно, и α, то возникает вопрос о степени их предпочтительности.

Для нахождения выражения, позволяющего выбрать наиболее экономичный тренажер из числа предлагаемых со своими адекватностями γ и относительными затратами на проведение одного занятия α, подставим формулу (11.9) в выражение (11.8). В результате преобразования выражение (11.8) примет вид

$$C_{об\,min}=\frac{C_{шт}}{\ln(1-\xi)}\left[\alpha\ln\alpha+(1-\alpha)\ln(1-\alpha)-(1-\alpha)\ln(1-\gamma)-\alpha\ln(\gamma-P_0)+\ln(1-P_{зад})\right]=\frac{C_{шт}}{\ln(1-\xi)}F. \qquad (11.11)$$

Подставляя значения α и γ в формулу (11.11), можно подобрать такой вариант тренажера, который обеспечит минимальные затраты на обучение. Для F, выражающего в формуле (11.11) содержание квадратных скобок, целесообразно разработать таблицы, с помощью которых легко находить оптимальное решение. Например, для случаев $P_0=0{,}1$ и $P_{зад}=0{,}95$ величина F будет иметь значения, приведенные в табл. 11.7.

Таблица 11.7

α	γ								
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95
0,1	2,84	2,74	2,60	2,43	2,19	1,84	1,58	1,23	0,61
0,2	2,88	2,85	2,75	2,62	2,43	2,14	1,92	1,61	1,07
0,3		2,89	2,85	2,76	2,61	2,37	2,19	1,93	1,46
0,4			2,89	2,84	2,74	2,56	2,42	2,20	1,81
0,5				2,88	2,83	2,71	2,60	2,43	2,11
0,6					2,88	2,81	2,74	2,61	2,37
0,7						2,87	2,84	2,76	2,59
0,8							2,89	2,86	2,77

Пример 11.7. Предлагаются три тренажера, имеющие следующие характеристики: $\gamma_1=0{,}6$ и $\alpha_1=0{,}1$; $\gamma_2=0{,}85$ и $\alpha_2=0{,}3$; $\gamma_3=0{,}95$ и $\alpha_3=0{,}6$. Выбрать оптимальный тренажер из условия минимума стоимости обучения на тренажере и последующего доучивания на штатной технике.

Решение. Для данных γ и α по табл. 11.7 находим соответствующие значения: $F_1=2{,}43$; $F_2=2{,}19$; $F_3=2{,}37$.

Поскольку в формуле (11.11) множитель, стоящий перед квадратной скобкой, одинаков для всех трех случаев, вывод можно сделать на основании рассмотрения и сравнения только значений F. Так как минимальным является значение F_2, то оптимальным по стоимости является второй тренажер.

Третья задача состоит в обосновании требуемого уровня обученности военнослужащих по минимуму затрат на выполнение огневой задачи и на обучение. Известно (см. подразд. 6.3.2), что стоимость выполнения задачи $C_{о.з}$ определяется как произведение количества циклов полезной работы $n_в$, необходимого для достижения поставленной цели, на стоимость одного цикла $C_в$, т. е. $C_{о.з}=C_в n_в$.

Расход боеприпасов зависит от степени обученности личного состава и определяется по формуле (3.22):

$$n_в=\frac{\ln(1-P_{тр})}{\ln(1-P_1 P_{об})},$$

где $P_{тр}$ — требуемая степень выполнения задачи;

P_1 — вероятность поражения объекта при одном боевом воздействии;

$P_{об}$ — степень обученности личного состава, выраженная вероятностной оценкой.

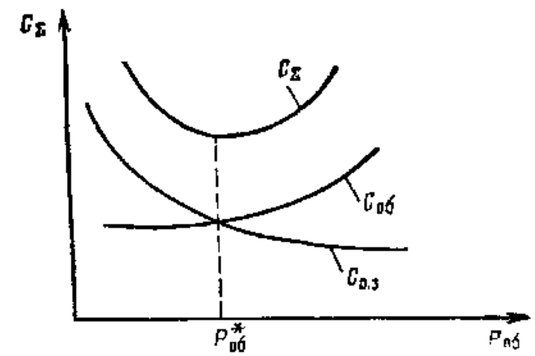


Рис. 11.5. Влияние уровня обученности на затраты

Из данного соотношения видно, что, чем выше степень обученности $P_{об}$, тем меньше расход средств, а следовательно, ниже стоимость выполнения задачи.

В свою очередь, затраты на обучение также зависят от затрат на проведение одного занятия и количества занятий. Чем выше требуемая степень обученности, тем выше затраты на обучение — см. формулу (11.4). Тогда в простейшем случае обучения на одном учебно-тренировочном средстве стоимость обучения будет равна $C_{об}=C_{тр}n_{тр}$, для штатной техники — $C_{об}=C_{шт}n_{шт}$. В случае комбинированного обучения необходимо пользоваться формулой (11.8). Тогда общие затраты составят

$$C_\Sigma=C_{о.з}+C_{об}. \qquad (11.12)$$

На составляющие формулы (11.12) уровень обученности влияет различным образом. Чем до более высокого уровня обучается личный состав, тем выше затраты на его обучение $C_{об}$ (рис.11.5). В то же время уменьшаются затраты на выполнение огневых задач $C_{о.з}$. Следовательно, задаваясь различными значениями уровня обученности и рассчитывая затраты на обучение и выполнение огневых задач, можно определить оптимальный уровень $P^*_{об}$, который соответствует минимальному значению C_Σ.

Пример 11.8. Определить оптимальный уровень обученности личного состава исходя из минимума затрат на обучение с помощью тренажера и штатной техники, включая затраты на выполнение учебной задачи при следующих условиях: стоимость выстрела $C_в=4{,}5$ руб; требуемый уровень выполнения огневой задачи $P_{тр}=0{,}95$; вероятность выполнения задачи при одном выстреле $P_1=0{,}01$; степень восприятия за одно занятие $\xi=0{,}1$; стоимость штатного средства $C_{шт}=30$ руб.; адекватность тренажера $\gamma=0{,}85$; начальный уровень обученности $P_0=0{,}1$; отношение стоимости одного занятия на тренажере к стоимости занятий на штатной технике $\alpha=0{,}3$.

Решение. Для определения оптимального уровня обученности используем выражение (11.12). При расчете составляющих затрат $C_{оз}$ и $C_{об}$ будем изменять уровень обученности в некотором диапазоне, например от 0,7 до 0,9. Вариант обучения, при котором затраты на выполнение огневой задачи и подготовку личного состава будут минимальными, следует считать оптимальным.

В подразд. 3.5.2 искомый в данной задаче уровень обученности обозначен $P_{об}$, а в формуле (11.11) эта величина считается заданной и обозначена $P_{зад}$.

При $P_{об}=0{,}7$

$$C_\Sigma=\frac{4{,}5\ln(1-0{,}95)}{\ln(1-0{,}01\cdot0{,}7)}+\frac{30}{\ln(1-0{,}1)}[0{,}3\ln(1-0{,}7)+0{,}7\ln(1-0{,}3)-$$
$$-0{,}7\ln(1-0{,}85)-0{,}3\ln(0{,}85-0{,}1)+\ln(1-0{,}7)]=2034 \text{ руб.};$$

при $P_{об}=0{,}8$

$$C_\Sigma=1906{,}4 \text{ руб.};$$

при $P_{об}=0{,}9$

$$C_\Sigma=1918{,}0 \text{ руб.}$$

При изменении уровня обученности с шагом 0,1 оказывается, что минимальной стоимость будет при $P^*_{об}=0{,}8$. Для уточнения значения $P_{об}$ следует шаг уменьшить до 0,01.

При $P_{об}=0{,}84$ $C_\Sigma=1891{,}9$ руб.; при $P_{об}=0{,}85$ $C_\Sigma=1891{,}6$ руб.; при $P_{об}=0{,}86$ $C_\Sigma=1892{,}9$ руб. Следовательно, оптимальным уровнем обученности является 0,85, что соответствует минимуму затрат на обучение и выполнение огневой задачи. Если воспользоваться формулой (11.9), то можно определить границу перехода с тренажера на штатную технику

$$P_{об_1}=\frac{\gamma-\alpha}{1-\alpha}=\frac{0{,}85-0{,}3}{1-0{,}3}=0{,}78.$$

Значит, до уровня 0,78 (при $\gamma=0{,}85$) необходимо обучать на тренажере, затем до 0,85 доучивать на штатной технике.

11.4. Методика оценки затрат на проведение войсковых учений

Учения являются одним из важнейших средств повышения боевой готовности войск. Учение — это высшая и наиболее эффективная форма полевой, морской и воздушной выучки соединений, частей, подразделений и органов управления, а также

тактической и оперативной подготовки командиров (командующих) и офицеров штабов и управлений[1].

В ходе учения решаются следующие основные задачи:

— боевое слаживание соединений, частей и подразделений;

— совершенствование боевой выучки личного состава в условиях, приближенных к реальной боевой обстановке;

— отработка взаимодействия соединений, частей и подразделений, различных видов Вооруженных Сил и родов войск;

— повышение тактической и оперативной подготовки руководящего состава армии и флота;

— совершенствование навыков командиров, штабов и служб в организации и обеспечении боевых действий.

Учения классифицируются по ряду признаков[2]:

— по масштабам — стратегические (оперативно-стратегические), оперативные (оперативно-тактические) и тактические (тактико-специальные);

— по целевому назначению — обычные, проверочные (инспекторские), показные, специальные, исследовательские и опытные;

— по составу обучаемых — с войсками (силами) и командно-штабные учения (КШУ);

— по количеству обучаемых сторон — двусторонние и односторонние.

Учения могут проводиться с боевой стрельбой, пусками боевых ракет, бомбометанием и т. д. Учение с боевой стрельбой — это тактическое учение с реальным ведением огня из штатных огневых средств на определенном этапе его проведения.

Продолжительность учения зависит от его масштаба и поставленных целей. На каждое учение рассчитывается потребность в материальных и денежных средствах, а также в моторесурсах. Расход ресурсов на проведение учений достаточно велик, поэтому возникает необходимость в экономическом обосновании решения командира на проведение учений. Эти решения должны включать военно-экономическую оценку различных вариантов использования сил и средств и нахождения самых оптимальных, обеспечивающих выполнение поставленной задачи с минимальными затратами. Навыки планирования учений с учетом экономических показателей, выработанные командирами и начальниками служб на КШУ, позволят рационально использовать средства в мирное время и проявятся в боевой обстановке.

Исходными данными для определения затрат на проведение учения являются:

1) перечень задач ($i=1$—M), отрабатываемых на учении каждым j-м подразделением ($j=1$—N), и время, отводимое на выполнение каждой задачи и учение в целом;

[1] См.: Советская Военная Энциклопедия, 1980, т. 8, с. 236.
[2] Там же, с. 237.

2) перечень техники ($k=1-K$) и организационная структура подразделений, частей и соединений, участвующих в отработке i-й задачи;

3) замысел учения на карте и расход ресурса техники при выполнении задачи подразделениями, частями и соединениями.

4) стоимостные показатели и технико-экономические характеристики техники, привлекаемой на учение:

— стоимость боеприпасов, горючего, мишеней;

— ресурс техники;

— норма расхода горючего на один час работы или километр пути;

— оптовые (прейскурантные) цены военной техники;

— стоимость расхода единицы ресурса военной техники;

— стоимость различных видов ремонта техники;

— стоимость имитационных средств.

Для каждого варианта проведения учения и различных способов выполнения отдельных задач расчет затрат производится в такой последовательности.

1. Расчет расхода ресурса для каждого вида техники r_k по всем задачам

$$r_k=\sum_{i=1}^{M} r_{ki}N_{ki}, \tag{11.13}$$

где r_{ki} — расход ресурса k-го средства на выполнение i-й задачи;

N_{ki} — количество единиц k-й техники, привлекаемой для выполнения i-й задачи.

Величина расхода ресурса k-го средства на выполнение i-й задачи определяется условиями проведения учений и поставленной задачей. Количество привлекаемых на учение средств N_{ki} определяется замыслом учения. Результаты промежуточных и итоговых расчетов расхода ресурса сводятся в таблицу (табл. 11.8).

Таблица 11.8

Вид техники, k	Наименование техники	Расход ресурса по задачам												Всего, r_k
		1			2			...			i			
		N_{k1}	$\bar r_{k1}$	r_{k1}	N_{k2}	$\bar r_{k2}$	r_{k2}	...	...	...	N_{ki}	$\bar r_{ki}$	r_{ki}	
1	Танк	N_{11}	$\bar r_{11}$	r_{11}	N_{12}	$\bar r_{12}$	r_{12}	...	...	...	N_{1i}	$\bar r_{1i}$	r_{1i}	r_1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
K	Тягач	N_{k1}	$\bar r_{k1}$	r_{k1}	N_{k2}	$\bar r_{k2}$	r_{k2}	...	...	...	N_{ki}	$\bar r_{ki}$	r_{ki}	r_k

2. Расчет стоимости единицы расхода ресурса. При этом учитывается оптовая цена военной техники C_{c_k}, стоимость среднего ремонта техники $C_{рем_k}$ и межремонтный ресурс (нормативный расход ресурса между двумя капитальными ремонтами R_k). Стоимость единицы расхода ресурса техники определяется по формуле

$$\alpha_k=\frac{C_{c_k}+C_{рем_k}}{R_k}. \tag{11.14}$$

Например, стоимость автомобиля 4000 руб., стоимость среднего ремонта 1200 руб., межремонтный пробег 140 тыс. км. Тогда стоимость одного километра пробега составит

$$\alpha=\frac{4000+1200}{140\,000}=0{,}037 \text{ руб./км}.$$

3. Расчет затрат по всей технике на выполнение всех задач

$$C_{техн}=\sum_{k=1}^{K}\alpha_k r_k. \tag{11.15}$$

4. Расчет стоимости горючего

$$C_г=\sum_{k=1}^{K} r_k\beta_k\alpha_k, \tag{11.16}$$

где β_k — расход горючего k-м видом техники на 1 км пути;

α_k — цена горючего.

5. Стоимость боеприпасов

$$C_{бпр}=\sum_{k=1}^{K} r_k\alpha_k, \tag{11.17}$$

где r_k — расход k-го вида боеприпасов;

α_k — стоимость одного боеприпаса.

6. Расчет стоимости мишеней и имитационных средств. При этом используется формула, аналогичная (11.17).

Если необходимо оценить затраты не только на учение в целом, а по отдельным задачам, то расчеты пп. 1—6 проводятся для каждой задачи.

Пример 11.9. Определить затраты на проведение показного батальонного тактического учения с боевой стрельбой.

Исходные данные:

1. Схема проведения учения (рис. 11.6).

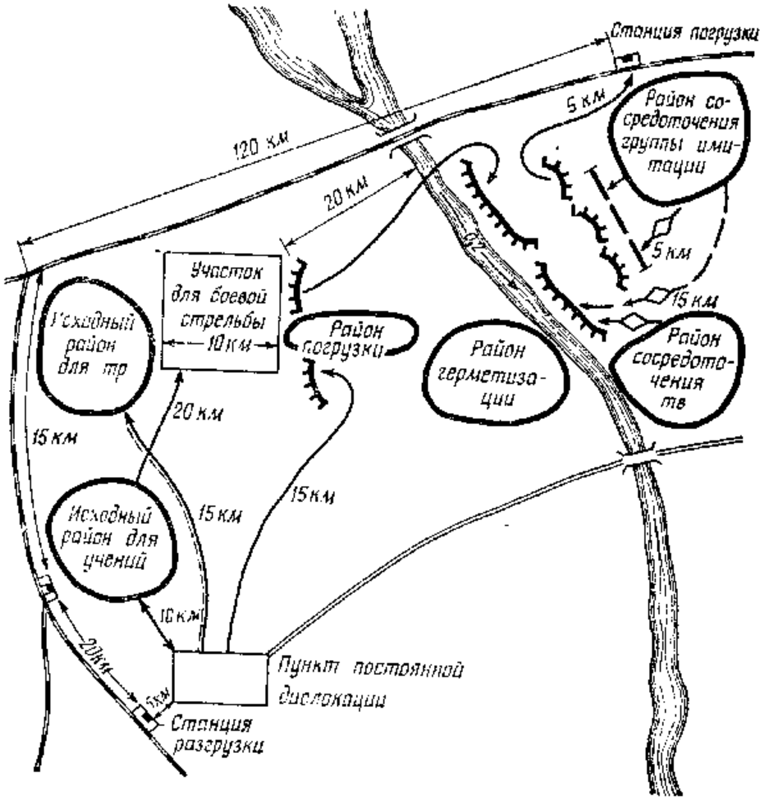
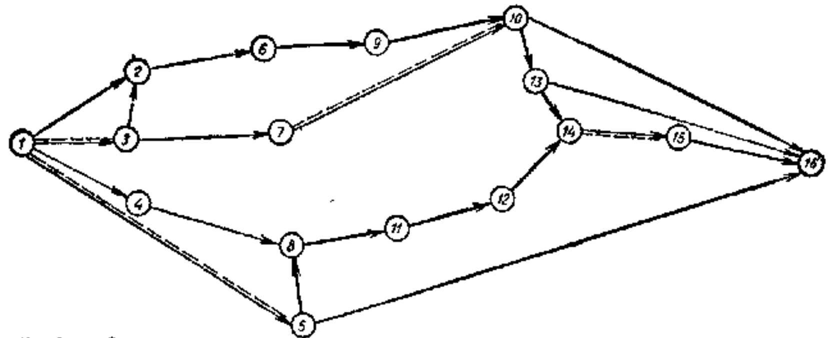


Рис. 11.6. Схема проведения учения

2. Задачи учения (табл. 11.9 и сетевой график, рис. 11.7).

Таблица 11.9

Номер задачи	Содержание задачи	Номер события (рис. 11.7)	Расстояние, км
1	Выход батальона из пункта постоянной дислокации в исходный район и выдвижение на рубеж перехода в атаку	(1, 2)	30
	Перевозка гусеничной техники батальона из пункта постоянной дислокации в исходный район	(1, 3)	15
	Переезд имитационной группы из пункта постоянной дислокации на рубеж имитации отходящего «противника»	(1, 4)	15
	Перевозка танков имитационной группы в район сосредоточения танкового взвода	(1, 5)	25
2	Артиллерийская подготовка атаки	(2, 6)	
3	Атака и уничтожение «противника» на передовом рубеже обороны, отражение контратаки	(6, 9)	15
	Отход имитационной группы и занятие обороны на водном рубеже	(4, 8)	20
	Перемещение танков имитационной группы на водный рубеж	(5, 8)	5
	Перемещение трайлеров без груза из исходного района в район погрузки	(3, 7)	15
4	Развитие наступления и преследование отходящего «противника»	(9, 10)	20
	Перемещение гусеничной техники на трайлерах из района погрузки в район герметизации	(7, 10)	20
	Форсирование водной преграды и переход к обороне в целях отражения наступления «противника», ведение оборонительного боя	(10, 13)	10
5	Переход имитационной группы в атаку	(8, 11)	5
	Отход имитационной группы в район сосредоточения	(11, 12)	15
6	Перегон гусеничной техники на станцию погрузки (5 км) и от станции разгрузки в пункт постоянной дислокации (5 км)	(13, 14) (12, 14) (15, 16)	10
	Возвращение трайлеров из района герметизации в пункт постоянной дислокации	(5, 16) (10, 16)	25
	Возвращение батальона в пункт постоянной дислокации	(13, 16)	30
	Возвращение имитационной группы в пункт постоянной дислокации	(12, 16)	30
7	Перевозка гусеничной техники по железной дороге	(14, 16)	155



Условные обозначения

Перевозка техники на трайлерах

Перевозка техники по железной дороге

Движение гусеничной техники своим ходом

Рис. 11.7. Сетевой график проведения учения:

Путь 1—2—6—9—10—13—16 — действия основной группы (батальона); путь 1—3—7—10—16 — использование трайлеров для гусеничной техники; путь 1—4—8—11—12—14—15—16— действия имитационной группы; путь 1—5—16 использование трайлеров для перевозки танков имитационной группы

3. Количество привлекаемого личного состава (табл. 11.10).

Таблица 11.10

№ п/п	Специальности военнослужащих	Количество привлекаемого личного состава: Основное подразделение	Группа усиления	Группа имитации	Всего
1	Автоматчики	180	—	—	180
2	Пулеметчики	27	—	—	27
3	Гранатометчики	37	—	—	37
4	Другие категории	202	112	35	349
	Итого (в том числе офицеры)	446	112	35	593 (28)

Расход ресурса боевых и транспортных средств по всем задачам представлен в табл. 11.11.

Таблица 11.11

Индекс техники k	Наименование техники	№ 1 N_{k1}	№ 1 $\bar r_{k1}$	№ 1 r_{k1}	№ 2 N_{k2}	№ 2 $\bar r_{k2}$	№ 2 r_{k2}	№ 3 N_{k3}	№ 3 $\bar r_{k3}$	№ 3 r_{k3}	№ 4 N_{k4}	№ 4 $\bar r_{k4}$	№ 4 r_{k4}	№ 5 N_{k5}	№ 5 $\bar r_{k5}$	№ 5 r_{k5}	№ 6 N_{k6}	№ 6 $\bar r_{k6}$	№ 6 r_{k6}	всего r_k
	Основная группа																			
1	Танковая пушка	—	—	—	—	—	—	6	4	24	—	—	—	—	—	—	—	—	—	24
2	Пушка	—	—	—	6	6	36	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	36
3	Миномет	—	—	—	8	5	40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40
4	ПТУР	—	—	—	—	—	—	4	1	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
5	Гранатомет станковый	—	—	—	—	—	—	3	3	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9
6	Гранатомет ручной	—	—	—	—	—	—	34	1	34	20	1	20	14	1	14	—	—	—	68
7	Пулемет ручной	—	—	—	—	—	—	27	10	270	27	5	135	27	5	135	—	—	—	540
8	Автомат	—	—	—	—	—	—	180	5	900	90	5	450	90	5	450	—	—	—	1800
9	Бронетранспортер	40	30	1200	—	—	—	40	15	600	40	30	1200	—	—	—	40	30	1200	4200
10	Автомобиль	10	30	300	—	—	—	10	15	150	10	30	300	—	—	—	10	30	300	1050

Индекс техники k	Наименование техники	Расход ресурса по задачам: № 1 N_{k1}	№ 1 $\bar{r}_{k1}$	№ 1 r_{k1}	№ 2 N_{k2}	№ 2 $\bar{r}_{k2}$	№ 2 r_{k2}	№ 3 N_{k3}	№ 3 $\bar{r}_{k3}$	№ 3 r_{k3}	№ 4 N_{k4}	№ 4 $\bar{r}_{k4}$	№ 4 r_{k4}	№ 5 N_{k5}	№ 5 $\bar{r}_{k5}$	№ 5 r_{k5}	№ 6 N_{k6}	№ 6 $\bar{r}_{k6}$	№ 6 r_{k6}	всего r_k
11	Танк	—	—	—	—	—	—	6	15	90	6	10	60	—	—	—	6	10	60	210
12	Самоходная гаубица	—	—	—	—	—	—	5	15	75	5	10	50	—	—	—	5	10	50	175
13	Трайлер с грузом	10	15	150	—	—	—	—	—	—	10	20	200	—	—	—	—	—	—	350
14	Трайлер без груза	—	—	—	—	—	—	10	15	150	—	—	—	—	—	—	10	25	250	400
	Группа имитации																			
9	Бронетранспортер	4	15	60	—	—	—	4	20	80	—	—	—	4	20	80	4	30	120	310
10	Автомобиль	2	15	30	—	—	—	2	20	40	—	—	—	2	20	40	2	30	60	170
11	Танк	—	—	—	—	—	—	4	5	20	—	—	—	4	20	80	4	10	40	140
13	Трайлер с грузом	3	25	75	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	75
14	Трайлер без груза	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	25	75	75

4. Стоимостные показатели:

а) боевых средств (табл. 11.12):

Таблица 11.12

Индекс техники k	Боевые средства	Оптовая цена C_{c_k}, тыс. руб.	Ресурс R_k, выстрелов	Стоимость среднего ремонта $C_{рем_k}$, тыс. руб.	Стоимость боеприпаса $C_б$, руб.
1	Танковая пушка	5,0	2 000	0,5	50
2	Пушка-гаубица	7,0	3 000	0,7	42
3	Миномет	7,0	5 000	0,7	38
4	ПТУР	1,5	300	0,015	120
5	Гранатомет станковый	1,0	10 000	0,1	25
6	Гранатомет ручной	0,5	15 000	0,05	12
7	Пулемет ручной	0,4	1 000 000	0,04	0,2
8	Автомат	0,3	1 000 000	0,03	0,15

б) боевых и транспортных средств (табл. 11.13):

Таблица 11.13

Индекс техники k	Боевые и транспортные средства	Оптовая цена C_{c_k}, тыс. руб.	Ресурс R_k, тыс. км	Стоимость среднего ремонта $C_{рем_k}$, тыс. руб.
9	БТР	20,0	120,0	2,0
10	Автомобиль	4,0	140,0	1,2
11	Танк	37,0	45,0	3,2
12	Самоходная гаубица	22,0	82,0	2,2
13	Трайлер	10,0	120,0	1,0

в) мишеней (табл. 11.14):

Таблица 11.14

№ п/п	Вид мишени	Количество	Стоимость, руб.	Сумма, руб.
1	A_1	40	14	560
2	A_2	20	15	300
3	A_3	16	7	112
4	A_4	12	12	144
5	A_5	8	16	128
6	A_6	3	102	306
7	A_7	7	175	1225
8	A_8	2	220	440
9	A_9	10	150	1500
10	A_{10}	1	120	120
11	A_{11}	1	480	480
	Итого...			5315

г) имитационных средств (табл. 11.15):

Таблица 11.15

№ п/п	Средства имитации	Количество, шт.	Стоимость, руб.	Сумма, руб.
1	Снаряд	4	21	124
2	Имитационное средство A_{12}	21	29	609
3	Имитационное средство A_{13}	31	15	465
4	Пакет	95	6	570
5	Холостые патроны	800	0,12	96
	Итого . . .			1864

5. Дополнительная оплата — 1 руб. на 1 офицера в сутки. Затраты на дополнительное питание — 0,3 руб. на 1 военнослужащего в сутки.
6. Длительность проведения учений — 3 суток.
7. Стоимость перевозки единицы боевых машин на гусеничном ходу на железнодорожной платформе — 40 руб.

8. Нормы расхода и цена горючего (табл. 11.16):

Таблица 11.16

Индекс техники k	Боевые и транспортные средства	Норма расхода β_k, л/км	Цена горючего α_k, руб.	Стоимость горючего, руб./км
9	БТР	0,6	0,18	0,108
10	Автомобиль	0,56	0,2	0,112
11	Танк	1,0	0,1	0,1
12	Самоходная гаубица	0,9	0,1	0,09
13	Трайлер	0,85	0,1	0,085

Решение: 1. Расчет стоимости единицы ресурса по формуле (11.14):
а) боевые средства (см. табл. 11.12), руб./выстр.:

$$\alpha_1 = \frac{C_{c_1} + C_{\text{рем}_1}}{R_1} = \frac{5000 + 500}{2000} = 2{,}75;$$

$$\alpha_2 = \frac{7000 + 700}{3000} = 2{,}57;$$

$$\alpha_3 = \frac{7000 + 700}{5000} = 1{,}54; \qquad \alpha_6 = \frac{500 + 50}{15\,000} = 0{,}037;$$

$$\alpha_4 = \frac{1500 + 15}{300} = 5{,}05; \qquad \alpha_7 = \frac{400 + 40}{1\,000\,000} = 0{,}0004;$$

$$\alpha_5 = \frac{1000 + 100}{10\,000} = 0{,}11; \qquad \alpha_8 = \frac{300 + 30}{1\,000\,000} = 0{,}0003;$$

б) транспортные средства (см. табл. 11.13), руб./км:

$$\alpha_9 = \frac{20\,000 + 2000}{120\,000} = 0{,}183; \qquad \alpha_{11} = \frac{37\,000 + 3200}{45\,000} = 0{,}871;$$

$$\alpha_{10} = \frac{4000 + 1200}{140\,000} = 0{,}037; \qquad \alpha_{12} = \frac{22\,000 + 2200}{82\,000} = 0{,}295;$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{14} = \frac{10\,000 + 1000}{120\,000} = 0{,}092.$$

2. Расчет затрат по технике на выполнение отдельных задач и учение в целом. Для удобства проведения расчетов целесообразно частные таблицы, содержащие данные о расходе ресурса техники по задачам, свести в единую таблицу (см. табл. 11.11). Расчет затрат на выполнение задач проводится в такой последовательности:

а) по задаче № 1:

— стоимость расхода ресурса техники по формуле (11.15) с учетом данных табл. 11.11 и рассчитанных в п. 1 б значений α_k

$$C^1_{\text{техн}} = \sum_{k=9,\,10,\,13} r_{k,}\alpha_k = r_{9,1}\alpha_9 + r_{10,1}\alpha_{10} + r_{13,1}\alpha_{13} = 1260\cdot 0{,}183 + 330\cdot 0{,}037 + 225\cdot 0{,}092 = 263{,}5 \text{ руб.};$$

— стоимость горючего по формуле (11.16) с использованием данных табл. 11.16.

$$C^1_{\text{г}} = \sum_{k=9,\,10,\,13} r_{k,}\beta_k\alpha_k = 1260\cdot 0{,}6\cdot 0{,}18 + 330\cdot 0{,}112 + 225\cdot 0{,}085 = 192 \text{ руб.};$$

б) по задаче № 2:

— стоимость расхода ресурса боевых средств

$$36\cdot 2{,}57 + 40\cdot 1{,}54 = 154{,}1 \text{ руб.};$$

— стоимость боеприпасов

$$36\cdot 42 + 40\cdot 38 = 3031 \text{ руб.};$$

в) по задаче № 3:

— стоимость расхода ресурса боевых средств

$$24\cdot 2{,}75 + 4\cdot 5{,}05 + 9\cdot 0{,}11 + 34\cdot 0{,}037 + 270\cdot 0{,}0004 + 900\cdot 0{,}0003 = 88{,}8 \text{ руб.};$$

— стоимость боеприпасов

$$24\cdot 50 + 4\cdot 120 + 9\cdot 25 + 34\cdot 12 + 270\cdot 0{,}2 + 900\cdot 0{,}15 = 2502 \text{ руб.};$$

— стоимость расхода ресурса техники

$$680\cdot 0{,}183 + 190\cdot 0{,}037 + 110\cdot 0{,}871 + 75\cdot 0{,}295 + 150\cdot 0{,}092 = 263{,}2 \text{ руб.};$$

— стоимость горючего

$$680\cdot 0{,}108 + 190\cdot 0{,}112 + 110\cdot 0{,}1 + 75\cdot 0{,}09 + 150\cdot 0{,}085 = 125{,}2 \text{ руб.}$$

Аналогичные расчеты проводятся по всем задачам, результаты сводятся в табл. 11.17.

Дальнейший анализ можно проводить по отдельным видам затрат и по дням или этапам проведения учения. При оценке плановых показателей следует учитывать расходы на создание колонных путей, усиление дорог и мостов и выполнение других работ, необходимых для успешного проведения учений (маневров) (расчистка площадок, аренда каналов связи и др.).

При оценке фактических расходов на учение следует учитывать возможность повторного использования мишеней, что позволит значительно уменьшить стоимость последующих учений. Если в процессе учений допущены потравы и нанесен ущерб организациям или населению, то расходы на компенсацию также должны быть учтены в фактической стоимости учения.

Таблица 11.17

Показатели затрат	Расходы по задачам (руб.)								Удельный вес затрат, %
	1	2	3	4	5	6	7	всего	
Расход моторесурса боевой техники (транспортных средств) и амортизация вооружения (средств связи)	263,5	154,1	352,0	317,0	86,6	386,6	—	1559,8	9,4
В том числе расход ресурса техники	(263,5)	—	(263,2)	(316,1)	(85,8)	(386,6)	—	(1315,2)	—
Расход горючего и смазочных материалов	192,0	—	125,2	190,7	25,8	220,5	—	754,2	4,5
Расход боеприпасов и имитационных средств	—	3962	3436	334,5	262,5	—	—	7995	48
В том числе боеприпасов	—	(3032)	(2502)	(334,5)	(262,5)	—	—	(6131)	—
Транспортные расходы	—	—	—	—	—	—	400	400	2,4
Расходы материальных и денежных средств по подготовке учений и оборудованию районов учений	—	3202	2113	—	—	—		5315	31,9
В том числе на изготовление мишеней	—	(3202)	(2113)	—	—	—	—	(5315)	—
Аренда каналов связи, соединительных линий и радиосредств	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Расходы на выплату командировочных								84	0,6
В том числе дополнительная оплата								(84)	
Расходы по возмещению ущерба отдельным лицам и организациям	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Другие затраты денежных и материальных средств								533,7	3,2
В том числе на дополнительное питание								(533,7)	
Всего . . .	455,5	7318,1	6026,2	842,2	374,9	607,1	400	16 641,7	
Удельный вес, %	2,7	44	36,2	5,1	2,2	3,6	2,4	100	

При подготовке учения необходимо правильно спланировать потребность в денежных средствах, в случае необходимости дополнительно испросить от довольствующего финансового органа денежные средства на дополнительную оплату, изучить возможности снижения затрат на обеспечение учений (изготовление силами личного состава макетов, ящиков и др.). При оплате счетов, связанных с возмещением населению и организациям убытков, необходимо проверить правильность определения суммы фактически причиненного ущерба.

Имеющаяся в частях, соединениях и довольствующих службах информация и изложенные в настоящей главе методы позволяют проводить анализ затрат на боевую подготовку, в том числе оценивать затраты на учения, выбирать экономически обоснованный комплекс учебно-тренировочных средств и план обучения, что способствует решению широкого класса задач экономики боевой подготовки.

Глава 12

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ РЕШЕНИЯ КОМАНДИРА НА БОЙ

12.1. Общая постановка задачи военно-экономического анализа боя

Усложнение и удорожание военной техники объективно побуждают специалистов и руководителей различного уровня к выбору наиболее рациональных планов выполнения огневых и боевых задач. Каждое решение командира на бой (операцию) должно включать военно-экономическую оценку различных вариантов использования сил и средств для того, чтобы найти оптимальный вариант, обеспечивающий выполнение поставленной задачи с минимальными затратами.

Разумеется, трудно ожидать выполнения данного требования в боевых условиях, когда время на принятие решения весьма ограничено. Однако выработанные в процессе боевой подготовки и при проведении учений в мирное время навыки в управлении войсками с использованием методов военно-экономического анализа должны оправдать себя и в военное время.

Здесь военным руководителям на помощь приходит автоматизация управления, с помощью которой ускоряется сбор и обработка информации, подготовка данных, необходимых для принятия решений и оптимизации планов. Кроме того, в настоящее время широко используются математические методы моделирования боевых действий, позволяющие точнее и полнее учитывать многочисленные факторы, в том числе экономического характера, влияющие на ход и исход боевых действий.

Рассмотрим общую методологию применения военно-экономического анализа боевых действий на уровне соединения с иллюстрацией на условном примере планирования боевого применения артиллерийских средств в составе полковой артиллерийской группы (ПАГ).

При военно-экономическом обосновании решения командира на бой основные требования к оптимальности плана в общем виде могут быть сформулированы различным образом.

Первый вариант — боевая задача должна быть безусловно выполнена в отведенное время с минимальными затратами ресурсов.

Второй вариант — задача максимизации наносимого противнику ущерба наличными средствами. Этот вариант применяется в условиях жестких ограничений на количество боевых средств или боеприпасов и невозможности их пополнения. Такая постановка задачи может возникнуть, например, в условиях проведения оборонительного боя.

Третий вариант — задача нанесения требуемого ущерба наличными боевыми средствами и боеприпасами в минимальное время.

Таковы три возможные постановки задач, формулируемых и решаемых методами военно-экономического анализа.

Любая из перечисленных постановок задач предполагает получение численных значений трех основных военно-экономических показателей: продолжительности, боевого эффекта и величины затрат в натуральном и стоимостном выражении.

При планировании боя соединения данные показатели имеют следующий конкретный смысл.

1. Временной показатель, как правило, имеет смысл длительности выполнения отдельных огневых и боевых задач или общего времени выполнения задачи, стоящей перед соединением. Временной показатель имеет очень важное значение при планировании боевых действий, так как он при фиксированных возможностях (скорострельность, скорость развертывания, темп передвижения и др.) определяет количество привлекаемых средств в условиях жестких ограничений на продолжительность выполнения огневых задач. В ряде случаев временной фактор является решающим. Например, при необходимости нанесения упреждающего или ответного удара ядерными средствами успех боя зависит от времени, необходимого для обнаружения активных действий противника, принятия решения на его поражение, постановки задачи, подготовки исходных данных и выполнения пуска (стрельбы).

2. Смысловое содержание показателя планируемого или фактически достигнутого боевого эффекта зависит от типа используемых боевых средств и существа поставленной задачи. Он может выражаться такими параметрами, как математическое ожидание доли пораженной площади, вероятность поражения отдельных объектов, соотношение сил и средств сторон и т. д.

3. Показатель затрат отражает расход технического ресурса боевых средств многоразового действия, расход средств одноразового действия и затраты материальных ресурсов на восстановление военной техники после активного противодействия противника и обеспечение подготовки и проведения боевых действий (горючее, средства дезактивации и др.). Расход ресурса оценивается в натуральном и стоимостном выражении.

Таким образом, в показателе «стоимость боя» следует учитывать следующие затраты:

— стоимость израсходованных (планируемых к расходованию) боевых средств одноразового действия (снарядов, мин, бомб, ракет и др.)[1];

— стоимость израсходованного в процессе боя технического ресурса боевых средств многоразового действия;

— стоимость восстановления пораженных противником боевых средств, в том числе затраты на замену полностью пораженных средств многоразового действия, на проведение капитального, среднего и текущего ремонта;

— стоимость расходных материалов и запасных частей, необходимых для подготовки, проведения боя и ликвидации последствий воздействия противника по всем видам обеспечения.

Учитывая изложенное, выражение для определения стоимости боя будет иметь вид

$$C_\Sigma = \sum_i C_{б_i} n_{б_i} + \sum_i \frac{C_{c_i}}{R_i} n_{б_i} + \sum_i C_{вс_i} + \sum_p q_p C_p =$$
$$= \sum_i \left[n_{б_i} \left(C_{б_i} + \frac{C_{c_i}}{R_i} \right) + C_{вс_i} \right] + \sum_p q_p C_p, \qquad (12.1)$$

где $C_{б_i}$, C_{c_i} — стоимость (оптовая цена) боеприпасов и боевого средства i-го типа соответственно;

$n_{б_i}$ — количество боеприпасов i-го типа, которое необходимо израсходовать для выполнения огневой задачи;

R_i — технический ресурс i-го боевого средства многоразового действия (например, количество выстрелов, которое может произвести боевое средство до полного износа или первого капитального ремонта);

$C_{вс_i}$ — затраты на восстановление i-го боевого средства после воздействия противника;

q_p, C_p — количество и цена израсходованных материалов p-го типа по всем видам обеспечения.

Выражение $\left(C_{б_i} + \frac{C_{c_i}}{R_i} \right)$ в формуле (12.1) есть не что иное, как стоимость выстрела $C_{в_i}$, определяемая по формуле (6.8). Величина $C_{в_i} n_{в_i}$ представляет собой стоимость выполнения i-м средством совокупности огневых задач.

При решении задачи оценки показателей продолжительности, эффективности и стоимости их численное значение определяется тремя группами факторов:

— количеством и характеристиками объектов противника, находящихся в полосе действий соединения;

[1] Средства одноразового действия в дальнейшем именуются боеприпасами.

— составом и характеристиками боевых средств, имеющихся в соединении или приданных ему;

— боевой задачей, поставленной соединению на бой.

Объекты противника, их количество, защищенность, подвижность, степень маскировки и способность менять место расположения определяют перечень факторов, влияющих на военно-экономические показатели, значение которых не зависит от лица, принимающего решение, например от командира соединения. Здесь весьма важным является достоверность сведений о противнике и оперативность их обновления. Уменьшение неопределенности данных о противнике может быть достигнуто путем ведения разведки.

Состав и характеристики боевых средств, находящихся в распоряжении соединения или приданных ему, могут меняться в зависимости от состава сил и средств противника и объема решаемой боевой задачи. Изменение состава боевых средств может в значительной мере повлиять на военно-экономические показатели планируемого боя соединения. Оптимальный состав потребных боевых средств, позволяющих минимизировать суммарную стоимость выполнения задачи, рассчитывается с помощью методов математического моделирования боя.

Уровень боевой задачи на бой определяется главным образом замыслом операции в целом и местом соединения в составе объединения. Поэтому при определении военно-экономических показателей уровень боевой задачи можно считать внешним фактором, не зависящим от соединения.

Наличие количественных значений военно-экономических показателей позволяет анализировать различные варианты планов боевого применения сил и средств и выбирать из них наилучший по одному из критериев (по минимальной стоимости при ограничениях на значения показателя продолжительности и эффективности и т. д.).

Сформулируем постановку задачи выбора оптимального плана применения боевых средств на примере ПАГ. Допустим, что известны объекты противника в полосе наступления дивизии, их количество, расположение в глубине обороны, размеры и характеристики защищенности. Известен состав боевых средств, входящих в ПАГ, характеристики их скорострельности, поражающие факторы боеприпасов, характеристики точности и кучности стрельбы. Замысел командира соединения определяет длительность проведения огневых налетов всеми боевыми средствами. Необходимо найти оптимальный план назначения боевых средств по объектам противника, т. е. решить задачу целераспределения.

Задача военно-экономического обоснования плана целераспределения формулируется следующим образом: назначить боевые средства ПАГ по объектам противника таким образом, чтобы огневая задача была безусловно выполнена в установленные сроки с минимальной стоимостью. Назначить боевые средства — значит определить, сколько выстрелов должно сделать боевое средство по каждому объекту противника. Безусловное выполнение задачи означает, что каждый объект противника должен быть уничтожен или подавлен с требуемой степенью гарантии или с заданной вероятностью. Удовлетворение ограничения по срокам предполагает, что огневая задача должна быть выполнена наличным количеством боевых средств в течение отведенного на огневой налет времени с учетом режима огня (скорострельности).

Содержательное описание военно-экономических показателей и словесная постановка задачи выбора оптимального плана использования боевых средств позволяет перейти к формализованной постановке задачи и выбору метода ее решения.

12.2. Оптимальное решение задачи целераспределения по военно-экономическому критерию

Допустим, что перед ПАГ, состоящей из различных i-х боевых средств ($i=1, 2, \ldots, m$), поставлена задача по уничтожению малоразмерных (точечных) объектов и подавлению совокупности площадных объектов (радиолокационные станции, командные пункты, батареи, взводные опорные пункты и т. п.). Требования по степени поражения каждого j-го объекта противника ($j=1, 2, \ldots, n$) заданы следующим образом:

— для точечных объектов — вероятностью поражения цели $P_{\text{тр}_j}$;

— для площадных объектов — значением математического ожидания доли пораженной площади $M_{\text{н тр}_j}$.

Размеры площадных объектов $2L_x$ и $2L_y$ и приведенные размеры цели $2l_x$ и $2l_y$ при поражении их различными боевыми средствами полагаем известными. В состав ПАГ входят различные артиллерийские и минометные средства, для которых известны характеристики точности по дальности X и направлению Y (E_x, E_y) и кучности стрельбы ($B_\text{д}$, $B_\text{б}$), а также скорострельности.

Решение задачи проводится в несколько этапов.

На **первом этапе** для всех сочетаний боевых средств и объектов поражения рассчитываются численные значения вероятностей поражения одним выстрелом i-го средства j-го точечного объекта $P_{1_{ij}}$ и единичное математическое ожидание доли пораженной площади $M_{\text{н}1_{ij}}$. Расчет производится по формулам, приведенным в подразд. 3.4. При определении $M_{\text{н}1}$ количество выстрелов $n_\text{в}$ в формуле (3.17) принимается равным единице, так как оно определяется для условий одного выстрела.

Рассчитанные для всех сочетаний боевых средств и объектов противника значения $P_{1_{ij}}$ и $M_{\text{н}1_{ij}}$ позволяют сформировать матрицу единичной эффективности (табл. 12.1).

Таблица 12.1

Боевые средства	Единичная эффективность боевых средств по объектам противника					
	точечным				площадным	
	1	2	...	j	...	n
1	$p_{1_{11}}$	$p_{1_{12}}$	...	$p_{1_{1j}}$	...	$M_{\text{н}1_{1n}}$
2	$p_{1_{21}}$	$p_{1_{22}}$	...	$p_{1_{2j}}$	...	$M_{\text{н}1_{2n}}$
...	...	...	...	...	...	...
i	$p_{1_{i1}}$	$p_{1_{i2}}$	...	$p_{1_{ij}}$	...	$M_{\text{н}1_{in}}$
...	...	...	...	...	...	...
m	$p_{1_{m1}}$	$p_{1_{m2}}$	...	$p_{1_{mj}}$	...	$M_{\text{н}1_{mn}}$

Формированием матрицы эффективности завершается первый этап решения задачи — этап подготовки исходных данных.

На **втором этапе** следует учесть ограничения по времени, отведенному для огневого воздействия по объектам противника. При наличии определенного количества боевых средств каждого типа с учетом данных о выделенном времени и скорострельности боевых средств становится возможным определить количество выстрелов, которое могут произвести все боевые средства в заданный отрезок времени.

Исходными данными при этом являются: начальное количество боевых средств каждого типа N_i; время, выделенное для огневых налетов каждым средством τ_i; режим огня (количество выстрелов боевого средства в отведенное время) $n_{\text{в}_i}(\tau_i)$. Тогда максимально возможное количество выстрелов каждого средства рассчитывается как произведение начального количества средств и режима огня, т. е. $N_i n_{\text{в}_i}(\tau_i)$. Результаты расчетов сводятся в таблицу (табл. 12.2). Если известна средняя скорострельность боевых средств λ_i, то общий ресурс рассчитывается путем умножения общего количества боевых средств на скорострельность и отведенное время, т. е. по формуле $N_i\lambda_i\tau_i$.

В результате выполнения двух этапов решения задач исходные данные для формализации задачи являются подготовленными.

На **третьем этапе** формируется система ограничений. Ограничения в задаче оптимального целераспределения должны учитывать следующие требования:

— вероятность поражения каждого объекта (математическое ожидание доли пораженной площади) назначенным количеством боеприпасов должна быть не ниже требуемой;

— количество выстрелов, которое назначается каждому боевому средству, не может быть больше рассчитанного в табл. 12.2;

— количество выстрелов, которое назначается каждому средству для поражения каждого объекта (однородной группы объектов), должно быть неотрицательным числом, т. е. возможны только два исхода при назначении средств: данное средство производит некоторое количество выстрелов по объекту или не производит.

Таблица 12.2

Боевые средства	Начальное количество боевых средств	Время, выделенное для огневых налетов	Режим огня	Общее количество выстрелов
1	N_1	τ_1	$n_{в_1}(\tau_1)$	$N_1 n_{в_1}(\tau_1)$
2	N_2	τ_2	$n_{в_2}(\tau_2)$	$N_2 n_{в_2}(\tau_2)$
...	...	...	...	...
i	N_i	τ_i	$n_{в_i}(\tau_i)$	$N_i n_{в_i}(\tau_i)$
...	...	...	...	...
m	N_m	τ_m	$n_{в_m}(\tau_m)$	$N_m n_{в_m}(\tau_m)$

Обозначим x_{ij} наряд боеприпасов, т. е. количество выстрелов, которое должно произвести i-е боевое средство по j-му объекту (группе однородных объектов). Оптимальные значения $x^*_{ij} \geq 0$ должны быть найдены из условия поражения всех объектов с требуемой гарантией в отведенное время.

Произвольный план назначения боевых средств по объектам противника в общем случае имеет следующий вид (табл. 12.3).

Таблица 12.3

Боевые средства	Наряд боеприпасов по объектам поражения					
	1	2	...	j	...	n
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2j}	...	x_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
...	...	...	...	...	...	...
m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

Тогда, воспользовавшись данными, приведенными в табл. 12.1 и табл. 12.3, можно определить вероятность поражения каждого объекта имеющимися боевыми средствами. Если $P_{1_{ij}}$ — вероятность поражения j-го объекта одним выстрелом i-го средства, то $(1 - P_{1_{ij}})$ — противоположное событие (см. подразд. 3.3.), т. е. вероятность его непоражения одним выстрелом данного боевого средства. При x_{ij} выстрелах вероятность непоражения объекта будет равна $(1 - P_{1_{ij}})^{x_{ij}}$.

Поскольку по каждому объекту могут одновременно воздействовать несколько боевых средств, общая вероятность непоражения составит:

— для первого объекта

$$(1 - P_{1_{11}})^{x_{11}} \cdot (1 - P_{1_{21}})^{x_{21}} \ldots (1 - P_{1_{m1}})^{x_{m1}} = \prod_{i=1}^{m} (1 - P_{1_{i1}})^{x_{i1}};$$

— для второго объекта

$$(1 - P_{1_{12}})^{x_{12}} (1 - P_{1_{22}})^{x_{22}} \ldots (1 - P_{1_{m2}})^{x_{m2}} = \prod_{i=1}^{m} (1 - P_{1_{i2}})^{x_{i2}} \text{ и т. д.}$$

Тогда для любого j-го объекта вероятность непоражения будет

$$\prod_{i=1}^{m} (1 - P_{1_{ij}})^{x_{ij}}.$$

Отсюда вероятность поражения j-го объекта всеми m боевыми средствами $P_{п_j}$ равна

$$P_{пj} = 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - P_{1_{ij}})^{x_{ij}}.$$

Эта вероятность должна быть не ниже требуемой $P_{тр_j}$, т. е.

$$P_{пj} \geq P_{трj}.$$

В случаях когда объектом поражения является площадная цель, вместо $P_{1_{ij}}$ учитывается $M_{и1_{ij}}$, а вместо $P_{тр_j}$ подставляется $M_{и\,тр_j}$. Если цель представляет собой группу однородных или одинаковых по своим характеристикам объектов (например, несколько взводных опорных пунктов), то общее количество выстрелов x_{ij} необходимо разделить на количество таких объектов q_i. Будем полагать, что если всего объектов поражения n, то из них р точечных целей, а n—р площадных.

С учетом изложенного и введенных обозначений общий вид системы ограничений по требуемому уровню поражения объектов противника можно записать в виде

$$\left.\begin{array}{c} 1-\prod\limits_{i=1}^{m}(1-P_{1_{ij}})^{\frac{x_{ij}}{q_j}} \geqslant P_{\text{тр}_j}; \\ j=1 \div \text{p} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1-\prod\limits_{i=1}^{m}(1-M_{\text{н}1_{ij}})^{\frac{x_{ij}}{q_j}} \geqslant M_{\text{н тр}_j}; \\ j=(\text{p}+1) \div n. \end{array}\right\} \tag{12.2}$$

Условия (12.2) означают, что вероятность поражения каждого объекта противника должна быть не ниже, чем требуемая.

Второе требование состоит в том, что при выполнении задачи каждое боевое средство в отведенное время не может сделать выстрелов больше, чем позволяет режим огня. Используя данные табл. 12.3, для каждого боевого средства можно записать

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant N_i n_{\text{в}_i}(\tau_i). \tag{12.3}$$

На четвертом этапе решения задачи оптимального целераспределения формируется целевая функция.

Так как стоимость одного выстрела первым боевым средством составляет $C_{\text{в}_1}$, вторым $C_{\text{в}_2}$, ..., $C_{\text{в}i}$, а общее количество выстрелов средства равно $\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}$, то суммарная стоимость выполнения задачи поражения всех объектов всеми боевыми средствами выражается функцией

$$C_{\text{в}_1}(x_{11}+x_{12}+\ldots+x_{1n})+C_{\text{в}_2}(x_{21}+x_{22}+\ldots+x_{2n})+\ldots+$$
$$+C_{\text{в}_m}(x_{m1}+x_{m2}+\ldots+x_{mn})=\sum_{i=1}^{m} C_{\text{в}_i}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}. \tag{12.4}$$

Значение данной функции должно стремиться к минимуму, т. е.

$$\sum_{i=1}^{m} C_{\text{в}_i}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \to \min_{\{x_{ij}^*\}}.$$

Запись $\{x_{ij}^*\}$ означает, что в результате решения задачи оптимального целераспределения необходимо подобрать такие значения x_{ij}^*, т. е. так назначить боевые средства по объектам противника, чтобы выполнялись ограничения (12.2) и (12.3), а целевая функция стоимости имела минимальное значение.

Как результат выполнения третьего и четвертого этапов становится возможным условия-ограничения и целевую функцию записать совместно. Формализованная задача оптимального использования ПАГ для поражения объектов противника примет следующий вид:

1. $\sum\limits_{i=1}^{m} C_{\text{в}_i}\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} \to \min\limits_{\{x_{ij}^*\}}$;

2. $1-\prod\limits_{i=1}^{m}(1-P_{1_{ij}})^{\frac{x_{ij}^*}{q_j}} \geqslant P_{\text{тр}_j}$; $j=1 \div \text{p}$,

   $1-\prod\limits_{i=1}^{m}(1-M_{\text{н}1_{ij}})^{\frac{x_{ij}^*}{q_j}} \geqslant M_{\text{н. тр}_j}$; $j=(\text{p}+1) \div n$;

3. $\sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}^* \leqslant N_i n_{\text{в}_i}(\tau_i)$;

4. $x_{ij} \geqslant 0$; $i=1 \div m$; $j=1 \div n$.

Это задача минимизации линейной функции с линейными (система 12.3) и нелинейными (система 12.2) ограничениями.

На пятом этапе для решения задачи методами линейного программирования, в частности симплекс-методом, необходимо нелинейные ограничения привести к линейным. Линеаризация осуществляется путем логарифмирования. Рассмотрим последовательность линеаризации на примере одного неравенства для двух однородных объектов ($q_{j=1}=2$), для каждого из которых требование по выполнению заданной степени поражения тремя боевыми средствами имеет вид

$$1-(1-P_{1_{11}})^{\frac{x_{11}}{2}}(1-P_{1_{21}})^{\frac{x_{21}}{2}}(1-P_{1_{31}})^{\frac{x_{31}}{2}} \geqslant P_{\text{тр}_1}.$$

Перенесем $P_{\text{тр}_1}$ в левую часть, а произведение скобок — в правую:

$$1-P_{\text{тр}_1} \geqslant (1-P_{1_{11}})^{\frac{x_{11}}{2}}(1-P_{1_{21}})^{\frac{x_{21}}{2}}(1-P_{1_{31}})^{\frac{x_{31}}{2}}.$$

После введения базисных переменных и проведения преобразований в целях приведения условий задачи к стандартному виду становится возможным рассчитать оптимальные значения x_{ij}^* с помощью симплекс-метода (см. подразд. 7.3). Результаты решения сводятся в таблицу оптимальных назначений боевых средств по объектам противника (табл. 12.3), элементами которой являются $x_{ij}^* \geqslant 0$.

Решение задачи симплекс-методом позволяет найти не только оптимальные значения x_{ij}^*, но и минимальное значение целевой функции, т. е. стоимости выполнения задачи по уничтожению или подавлению всех заданных объектов противника имеющимися средствами ПАГ.

Для определения затрат на выполнение боевой задачи необходимо учесть стоимость восстановления боевых средств. При этом следует учитывать не все средства, входящие в ПАГ, а лишь ту их часть, которая задействована для поражения данных объектов. Количество задействованных средств $N_{э_i}$ определяется пропорционально числу потребных выстрелов каждого боевого средства из общего количества, которое оно может выполнить в отведенное время, т. е.

$$N_{э_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^*}{N_i n_{в_i}(\tau_i)} N_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^*}{n_{в_i}(\tau_i)}. \qquad (12.5)$$

В дальнейшем затраты на восстановление определяются по формуле (6.13) и суммируются со стоимостью выполнения огневых задач по поражению объектов, полученной с помощью симплекс-метода.

Пример 12.1. По критерию минимума стоимости выполнения боевой задачи найти оптимальный план закрепления боевых средств за объектами противника.

Исходные данные:

1. Объекты поражения:

— радиолокационная станция (РЛС) — малоразмерный (точечный) объект, требуемая степень поражения $P_{тр}=0{,}7$;

— зенитная батарея (зенбатр) и минометный взвод (минвзвод) — площадные объекты с размерами $2L_x=100$ м и $2L_y=100$ м; требуемое математическое ожидание доли пораженной площади $M_{н\ тр}=0{,}4$;

— 4 взводных опорных пункта (ВОП) с размерами $2L_x=400$ м; $2L_y=200$ м; требуемое математическое ожидание доли пораженной площади $M_{н\ тр}=0{,}25$.

2. Средства поражения:

— пушка-гаубица 152 мм (152 ПГ) — 16 орудий;

— пушка 130 мм (130 П) — 36 орудий;

— гаубица 122 мм (122 Г) — 12 орудий.

3. Стоимость выстрела каждым орудием соответственно 0,6; 0,4 и 0,35 тыс. руб.

4. Характеристики точности (E_x и E_y) и кучности ($B_д$ и $B_б$) стрельбы в метрах (табл. 12.4).

Таблица 12.4

Боевое средство	E_x	E_y	$B_д$	$B_б$
152 ПГ	40	30	22	7
130 П	35	25,5	20	5
122 Г	30	20	20	5

5. Время, отведенное для огневых налетов по объектам противника, — 44 мин. За отведенное время количество выстрелов, которое может сделать боевое средство, по таблице режима огня составит: для 152 ПГ — 97 выстрелов, для 130 П — 97 выстрелов, для 122 Г — 116 выстрелов.

6. Площадь приведенной зоны поражения для укрытой живой силы S: для 152 ПГ — 50 м², для 130 П — 40 м² и для 122 Г — 30 м².

7. Приведенные размеры точечной цели (табл. 12.5).

Таблица 12.5

Боевое средство	Приведенные размеры, м	
	$2l_x$	$2l_y$
152ПГ	15	10
130П	12	9
122Г	10	7

8. Стоимость боевых средств составляет: для 152 ПГ — 42 тыс. руб., для 130 П — 36 тыс. руб. и для 122 Г — 35 тыс. руб.

9. Доли затрат на восстановление боевых средств от их полной стоимости и вероятности поражения (см. подразд. 6.3.2) приведены в табл. 12.6.

Таблица 12.6

Вид поражения (k)	Доля затрат на восстановление (β_{ki})	Вероятность поражения для различных средств (P_{ki})		
		152 ПГ	130 П	122 Г
1	1,0	0,25	0,22	0,2
2	0,5	0,2	0,17	0,15
3	0,2	0,1	0,15	0,1
4	0,1	0,4	0,4	0,4

Решение. Первый этап — формирование матрицы эффективности. Расчет единичных показателей эффективности производится отдельно для точечных и площадных объектов.

1. Расчет вероятности поражения РЛС, являющейся точечным объектом. По формуле (3.15) рассчитываются срединные ошибки выстрела каждого орудия по дальности $E_{xв}$ и по направлению $E_{yв}$:

$$E_{x\,в_1} = \sqrt{E_{x_1}^2 + B_{д_1}^2} = \sqrt{40^2 + 22^2} = 45{,}65 \text{ м};$$

$$E_{x\,в_2} = 40{,}31 \text{ м};$$

$$E_{x\,в_3} = 36{,}06 \text{ м};$$

$$E_{y\,в_1} = \sqrt{E_{y_1}^2 + B_{б_1}^2} = \sqrt{30^2 + 7^2} = 30{,}81 \text{ м};$$

$$E_{y\,в_2} = 25{,}79 \text{ м};$$

$$E_{y\,в_3} = 20{,}62 \text{ м}.$$

По формуле (3.16) с учетом данных табл. 12.5 и таблицы приложения 9 рассчитываются вероятности поражения РЛС одним выстрелом каждого средства:

$$P_{1_{11}} = \hat{\Phi}\left(\frac{l_{x_1}}{E_{x\,\mathrm{в}_1}}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{l_{y_1}}{E_{y\,\mathrm{в}_1}}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{7{,}5}{45{,}65}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{5}{30{,}81}\right) = 0{,}0881\cdot 0{,}087 = 0{,}008;$$

$$P_{1_{21}} = \hat{\Phi}\left(\frac{l_{x_1}}{E_{x\,\mathrm{в}_2}}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{l_{y_1}}{E_{y\,\mathrm{в}_2}}\right) = \hat{\Phi}\left(\frac{6}{40{,}31}\right)\hat{\Phi}\left(\frac{4{,}5}{25{,}79}\right) = 0{,}0075;$$

$$P_{1_{31}} = 0{,}007.$$

2. Расчет математического ожидания доли пораженной площади для второй группы объектов (зенбатр и минвзвод) и для взводных опорных пунктов. Расчет производится по формуле (3.17) для $n_{\mathrm{в}}=1$ и $\tau=1$. Для взводного опорного пункта и орудия 152 ПГ с учетом табл. 12.4:

$$E'_x = E_x\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{L_x}{E_x}\right)^2} = 40\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{200}{40}\right)^2} = 87{,}16 \text{ м};$$

$$E'_y = E_y\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{L_y}{E_y}\right)^2} = 30\sqrt{1+0{,}15\left(\frac{100}{30}\right)^2} = 49{,}02 \text{ м};$$

$$\alpha' = \frac{E'_x E'_y}{n_{\mathrm{в}} S\tau} = \frac{87{,}16\cdot 49{,}02}{1\cdot 50\cdot 1} = 85{,}45;$$

$$M_{\mathrm{и}_1} = \frac{1}{21\alpha' + 0{,}9} = 0{,}00055.$$

Аналогичные расчеты проводятся для других боевых средств и для второй группы объектов. Результаты расчетов сведены в табл. 12.7.

Таблица 12.7

Наименование объектов	Показатели единичной эффективности для средств		
	152 ПГ	130 П	122 Г
Радиолокационная станция	0,008	0,0075	0,007
Минометный взвод или зенитная батарея	0,0015	0,0014	0,0013
Взводный опорный пункт	0,00055	0,0005	0,00045

Второй этап — учет ограничений по времени. Общее количество выстрелов, которое может сделать каждое орудие в составе ПАГ, определяется с помощью табл. 12.8 с учетом пп. 3 и 5 исходных данных.

Таблица 12.8

Боевое средство i	Начальное количество средств N_i	Время, отведенное для огневых налетов τ_i, мин	Режим огня $n_{\mathrm{в}_i}(\tau_i)$	Общий ресурс выстрелов
152 ПГ	16	44	97	16·97 = 1552
130 П	36	44	97	36·97 = 3492
122 Г	12	44	116	12·116 = 1392

Третий этап — формирование системы ограничений.

1. Ограничения по степени поражения объектов (используются данные табл. 12.6 и п. 1 исходных данных):

— для первого объекта

$$1-(1-P_{1_{11}})^{x_{11}}(1-P_{1_{21}})^{x_{21}}(1-P_{1_{31}})^{x_{31}} \geqslant P_{\mathrm{тр}_1}$$

или

$$1-(1-0{,}008)^{x_{11}}(1-0{,}0075)^{x_{21}}(1-0{,}007)^{x_{31}} \geqslant 0{,}7;$$

— для второго объекта (два однородных объекта, $q_2=2$)

$$1-(1-M_{\mathrm{и}1_{12}})^{\frac{x_{12}}{q_2}}(1-M_{\mathrm{и}1_{22}})^{\frac{x_{22}}{q_2}}(1-M_{\mathrm{и}1_{32}})^{\frac{x_{32}}{q_2}} \geqslant M_{\mathrm{и}\,\mathrm{тр}_2}$$

или

$$1-(1-0{,}0015)^{\frac{x_{12}}{2}}(1-0{,}0014)^{\frac{x_{22}}{2}}(1-0{,}0013)^{\frac{x_{32}}{2}} \geqslant 0{,}4;$$

— для третьего объекта (четыре однородных объекта)

$$1-(1-0{,}00055)^{\frac{x_{13}}{4}}(1-0{,}0005)^{\frac{x_{23}}{4}}(1-0{,}00045)^{\frac{x_{33}}{4}} \geqslant 0{,}25.$$

2. Ограничения по располагаемому ресурсу:

— для 152 ПГ $x_{11}+x_{12}+x_{13} \leqslant 1552$;

— для 130 П $x_{21}+x_{22}+x_{23} \leqslant 3492$;

— для 122 Г $x_{31}+x_{32}+x_{33} \leqslant 1392$.

Четвертый этап — формирование целевой функции. Суммарная стоимость выполнения задачи определяется из соотношения

$$C_\Sigma = C_{\mathrm{в}_1}(x_{11}+x_{12}+x_{13}) + C_{\mathrm{в}_2}(x_{21}+x_{22}+x_{23}) + C_{\mathrm{в}_3}(x_{31}+x_{32}+x_{33}) =$$
$$= 0{,}6(x_{11}+x_{12}+x_{13}) + 0{,}4(x_{21}+x_{22}+x_{23}) + 0{,}35(x_{31}+x_{32}+x_{33}).$$

Пятый этап — подготовка данных для решения задачи об оптимальном назначении симплекс-методом. Предварительно производится линеаризация нелинейных ограничений, полученных на третьем этапе:

$$\ln(1-0{,}7) - [x_{11}\ln(1-0{,}008) + x_{21}\ln(1-0{,}0075) + x_{31}\ln(1-0{,}007)] \geqslant 0;$$
$$\ln(1-0{,}4) - [0{,}5x_{12}\ln 0{,}9985 + 0{,}5x_{22}\ln 0{,}9986 + 0{,}5x_{32}\ln 0{,}9987] \geqslant 0;$$
$$\ln(1-0{,}25) - 0{,}25(x_{13}\ln 0{,}99945 + x_{23}\ln 0{,}9995 + x_{33}\ln 0{,}99955) \geqslant 0.$$

Отсюда

$$-1{,}204 + 0{,}00803x_{11} + 0{,}00752x_{21} + 0{,}00702x_{31} \geqslant 0;$$
$$-0{,}5108 + 0{,}00075x_{12} + 0{,}0007x_{22} + 0{,}00065x_{32} \geqslant 0;$$
$$-0{,}2877 + 0{,}0001375x_{13} + 0{,}000125x_{23} + 0{,}0001125x_{33} \geqslant 0.$$

После введения базисных переменных ограничения-неравенства и целевая функция приводятся к стандартному виду:

$$y_1 = -1204 - (-8{,}03x_{11} - 7{,}52x_{21} - 7{,}02x_{31});$$
$$y_2 = -510{,}8 - (-0{,}75x_{12} - 0{,}7x_{22} - 0{,}65x_{32});$$
$$y_3 = -287{,}7 - (-0{,}1375x_{13} - 0{,}125x_{23} - 0{,}1125x_{33});$$
$$y_4 = 1552 - (x_{11}+x_{12}+x_{13});$$
$$y_5 = 3492 - (x_{21}+x_{22}+x_{23});$$
$$y_6 = 1392 - (x_{31}+x_{32}+x_{33});$$
$$L = 0 - (-0{,}6x_{11} - 0{,}6x_{12} - 0{,}6x_{13} - 0{,}4x_{21} -$$
$$-0{,}4x_{22} - 0{,}4x_{23} - 0{,}35x_{31} - 0{,}35x_{32} - 0{,}35x_{33}).$$

Тогда первоначальная симплекс-таблица будет иметь вид, представленный в табл. 12.9.

Таблица 12.9

БП	СЧ	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}
y_1	—1204	—8,03	0	0	—7,52	0	0	7,02	0	0
y_2	—510,8	0	—0,75	0	0	—0,7	0	0	—0,65	0
y_3	—287,7	0	0	—0,1375	0	0	—0,125	0	0	—0,1125
y_4	1552	1	1	1	0	0	0	0	0	0
y_5	3492	0	0	0	1	1	1	0	0	0
y_6	1392	0	0	0	0	0	0	1	1	1
L	0	—0,6	—0,6	—0,6	—0,4	—0,4	—0,4	—0,35	—0,35	—0,35

Шестой этап — решение задачи симплекс-методом. Преобразование табл. 12.9 производится в соответствии с правилами, изложенными в подразд. 7.4. В результате получено решение, обладающее признаками опорности и оптимальности (табл. 12.10).

Таблица 12.10

БП	СЧ	y_1	y_2	y_6	x_{11}	x_{12}	y_3	x_{21}	x_{22}	x_{13}
x_{31}	171,4	—0,14	0	0	1,14	0	0	1,07	0	0
x_{32}	784,9	0	—1,54	0	0	1,15	0	0	1,07	0
x_{33}	434,6	0,14	1,54	1	—1,14	—1,15	0	—1,07	—1,07	0
x_{23}	1912,2	—0,13	—1,38	—0,9	1,02	1,04	—8	0,96	0,97	1,1
y_5	1580	0,13	1,38	0,9	—1,02	—1,04	8	—0,96	0,03	—1,1
y_4	1552,6	0	0	0	1	1	0	0	0	1
L	1251,7	—0,05	—0,56	—0,01	—0,2	—0,18	—3,2	—0,02	—0,01	—0,16

Анализ табл. 12.10 показывает, что минимальная стоимость выполнения задачи будет при следующем решении:

$$x_{31}^* = 171{,}4; \quad x_{32}^* = 784{,}9; \quad x_{33}^* = 434{,}6; \quad x_{23}^* = 1912{,}2.$$

Все остальные $x_{ij}^* = 0$. Таким образом, матрица оптимального целераспределения будет иметь вид, представленный в табл. 12.11.

Таблица 12.11

Боевое средство	Количество выстрелов по объектам			Суммарный расход боеприпасов шт.
	РЛС	Зенбатр, минвзвод	4 ВОП	
152 ПГ	—	—	—	—
130 П	—	—	1912,2	1913
122 Г	171,4	784,9	434,6	1392

Проверим выполнение ограничений (12.2) и (12.3).

Суммарный расход боеприпасов (см. табл. 12.11) не превышает максимально допустимый, полученный в табл. 12.8:

— для 152 ПГ $0 < 1552$;
— для 130 П $1913 < 3492$;
— для 122 Г $1392 = 1392$.

Фактическая вероятность поражения объектов будет не ниже требуемой. Так, для РЛС фактическая вероятность поражения при $n_в = 171{,}4$ равна

$$P_{171,4} = 1 - (1 - 0{,}007)^{171,4} = 0{,}7,$$

а при $n_в = 172$ (с округлением до ближайшего целого числа)

$$P_{172} = 1 - (1 - 0{,}007)^{172} = 0{,}701275 > 0{,}7.$$

Для оценки полных затрат на выполнение боевой задачи рассчитаем количество задействованных средств и стоимость их восстановления после боя.

Из табл. 12.11 следует, что 152 ПГ не задействованы; из табл. 12.8 и 12.11 видно, что 122 Г задействованы полностью в количестве 12 шт., так как расчетное число выстрелов (1392) равно допустимому (1392), а 130 П задействовано частично:

$$N_2 \frac{x_2^*}{N_2 n_{в_2}(\tau_2)} = 36 \frac{1913}{3492} = 19{,}71 \sim 20 \text{ орудий.}$$

Тогда по формуле (6.13) с учетом п. 8 исходных данных и рассчитанного количества задействованных средств ($N_{з_1} = 0$; $N_{з_2} = 20$; $N_{з_3} = 12$) стоимость восстановления равна

$$C_{вс} = 36 \cdot 20\,(0{,}22 \cdot 1 + 0{,}17 \cdot 0{,}5 + 0{,}15 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}1) +$$
$$+ 35 \cdot 12\,(0{,}2 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 0{,}5 + 0{,}1 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}1) = 410{,}7 \text{ тыс. руб.}$$

Суммарная стоимость выполнения боевой задачи, включающая стоимость поражения объектов (см. табл. 12.10) и затраты на восстановление, равна

$$C_{б.з} = 1251{,}7 + 410{,}7 = 1662{,}4 \text{ тыс. руб.}$$

12.3. Оценка экономического эффекта оптимизации решения командира

Степень оптимальности полученного в подразд. 12.2 решения, а следовательно, эффективность использования изложенного метода учета экономического фактора можно оценить путем сравнения полученной в примере 12.1 стоимости со стоимостью выполнения задачи при любом другом назначении боевых средств, т. е. при других, не оптимальных x_{ij}, хотя и удовлетворяющих системе ограничений (12.2). В частности, можно решить задачу оптимального целераспределения аналогичным способом, но без учета различий в стоимости выстрелов, т. е. по минимуму расхода боеприпасов. Это означает, что в целевой функции (12.4) нужно приравнять все $C_{в_i}$ к единице. Тогда она примет вид

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \to \min_{\{x_{ij}^{**}\}}.$$

После получения нового плана назначений боевых средств по объектам противника со своими x_{ij}^{**} необходимо пересчитать стоимость выполнения задачи с учетом фактических значений $C_{в_i}$ и сравнить с ранее полученным результатом. Разность в стоимости выполнения боевой задачи определит величину экономического эффекта, получаемого в результате учета стоимостного фактора при обосновании решений командира по назначению боевых средств для поражения объектов противника.

Пример 12.2. В условиях примера 12.1 найти план назначения боевых средств, считая стоимости выстрелов всех орудий одинаковыми.

Р е ш е н и е. **Первый — третий этапы** аналогичны тем, которые получены в примере 12.1.

Четвертый этап — формирование целевой функции.

Учитывая, что $C_{в_1} = C_{в_2} = C_{в_3} = 1$, целевую функцию можно записать в виде

$$L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}.$$

Пятый этап — преобразование системы ограничений — аналогичен приведенному в примере 12.1, а целевая функция в стандартной форме примет следующий вид:

$$L = 0 - (-x_{11} - x_{12} - x_{13} - x_{21} - x_{22} - x_{23} - x_{31} - x_{32} - x_{33}).$$

Табл. 12.9 в этом случае претерпит некоторые изменения и будет иметь вид, представленный в табл. 12.12.

Т а б л и ц а 12.12

БП	СЧ	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{31}	x_{32}	x_{33}
y_1	—1204	—8,03	0	0	—7,52	0	0	—7,02	0	0
y_2	—510,8	0	—0,75	0	0	—0,7	0	0	—0,65	0
y_3	—287,7	0	0	—0,1375	0	0	—0,125	0	0	—0,1125
y_4	1552	1	1	1	0	0	0	0	0	0
y_5	3492	0	0	0	1	1	1	0	0	0
y_6	1392	0	0	0	0	0	0	1	1	1
L	0	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1

Шестой этап — преобразования симплекс-таблицы 12.12 дают результат, представленный в табл. 12.13.

Т а б л и ц а 12.13

БП	СЧ	y_1	y_2	y_4	x_{21}	x_{22}	y_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}
x_{11}	150	—0,12	0	0	0,94	0	0	0,87	0	0
x_{12}	681	0	—1,33	0	0	0,93	0	0	0,87	0
x_{13}	721	0,12	1,33	1	—0,94	—0,93	0	—0,87	—0,87	0
x_{23}	1509	—0,14	—0,15	—1,1	1,03	1,02	—8	0,96	0,96	0,9
y_5	1983	0,13	0,15	1,1	—1,03	—1,02	8	—0,96	—0,96	0,1
y_6	1392	0	0	0	0	0	0	1	1	1
L	3060,8	—0,14	—0,15	—0,1	0	0	—8	—0,04	—0,03	—0,1

Оптимальным будет решение: $x_{11}^{**} = 150$; $x_{12}^{**} = 681$; $x_{13}^{**} = 721$; $x_{23}^{**} = 1509$; остальные $x_{ij}^{**} = 0$. Пересчитанная стоимость выполнения огневых задач составит

$$0{,}6\ (150+681+721)+0{,}4\cdot 1509=1534{,}8 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, матрица назначений боевых средств по объектам поражения будет иметь вид, представленный в табл. 12.14.

Т а б л и ц а 12.14

Боевое средство	Количество выстрелов по объектам			Суммарный расход боеприпасов, шт.
	РЛС	Зенбатр, минвзвод	4 ВОП	
152 ПГ	150	681	721	1552
130 П	—	—	1509	1509
122 Г	—	—	—	—

Проверим выполнение ограничений (12.2) и (12.3).

Расчетный расход боеприпасов не превышает допустимый (см. данные табл. 12.14 и 12.8), так как 1552=1552, 1509<3492; 0<1392.

Фактическая вероятность поражения РЛС составит

$$P_{150} = 1-(1-0{,}008)^{150} = 0{,}700256 > 0{,}7.$$

Из табл. 12.14 следует, что 152 ПГ задействована полностью, 122 Г не задействована, а количество орудий 130 П составит

$$36\,\frac{1509}{3492} = 15{,}6 \sim 16 \text{ орудий.}$$

Тогда затраты на восстановление боевых средств равны

$$C_{вс}=42\cdot 16(0{,}25\cdot 1+0{,}2\cdot 0{,}5+0{,}1\cdot 0{,}2+0{,}4\cdot 0{,}1)+$$
$$+36\cdot 16\,(0{,}22\cdot 1+0{,}17\cdot 0{,}5+0{,}15\cdot 0{,}2+0{,}4\cdot 0{,}1)=$$
$$=492 \text{ тыс. руб.}$$

Стоимость выполнения боевой задачи составит 1534,6+492=2026,6 тыс. руб.

Вариант, полученный без учета стоимости боевых средств, по сравнению с вариантом примера 12.1 дороже на 364,2 тыс. руб. (2026,6—1662,4=364,2), т. е. на 22% или в 1,22 раза (2026,6 : 1662,4=1,22), что свидетельствует о высокой эффективности применения методов оптимизации решения командира при назначении боевых средств по объектам противника с учетом фактора экономичности.

Изложенную в настоящей главе методику экономического обоснования решения командира на бой наиболее целесообразно использовать при проведении командно-штабных учений, что способствует выполнению поставленной партией задачи формирования нового типа экономического мышления, выработке навыков поиска путей, ведущих к достижению конечного результата при наименьших затратах[1].

[1] См.: Материалы Пленума Центрального Комитета КПСС, 14—15 июня 1983 г., с. 40.

Глава 13

ВОЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ПОВЫШЕНИЮ КАЧЕСТВА ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

13.1. Содержание показателя оценки военно-экономического эффекта от повышения качества военной техники

Проблема повышения качества работы и выпускаемой продукции всегда была актуальной. Но с особой остротой она была поставлена на XXIV съезде КПСС, развита в материалах последующих съездов. «В центр экономической политики партии и всей практической работы, — говорится в утвержденной XXVII съездом КПСС новой редакции Программы КПСС,— выдвигается задача всемерного **повышения технического уровня и качества продукции.** Советская продукция должна воплощать в себе последние достижения научной мысли, соответствовать самым высоким технико-экономическим, эстетическим и другим потребительским требованиям, быть конкурентоспособной на мировом рынке»[1].

Современные требования по повышению качества имеют непосредственное отношение к образцам военной техники. Они постоянно являются объектом совершенствования. С развитием научно-технической революции интенсивность усовершенствований вооружения, даже уже принятого в эксплуатацию, увеличивается. Эта тенденция имеет объективную основу. Так как образцы вооружения находятся в войсковой эксплуатации достаточно долгое время, а требования к уровню боевой готовности постоянно повышаются, то возникает потребность в замене морально устаревших образцов либо в их усовершенствовании, в повышении качества, которое измеряется, как правило, показателями боевой эффективности. Схема частоты усовершенствований показана на рис. 13.1.

На этапе разработки интенсивность усовершенствований наиболее велика, так как они, по существу, составляют основное содержание работ в процессе изготовления опытных образцов и их испытаний. При этом могут возникать вопросы о возможности и целесообразности выхода за пределы первоначально заданных характеристик качества образца вооружения.

[1] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза, с. 142.

Оценка целесообразности изменения их качества может проводиться и на этапе производства. Усовершенствования и доработки производятся также в войсках в процессе эксплуатации, во время регламентов и ремонтов.

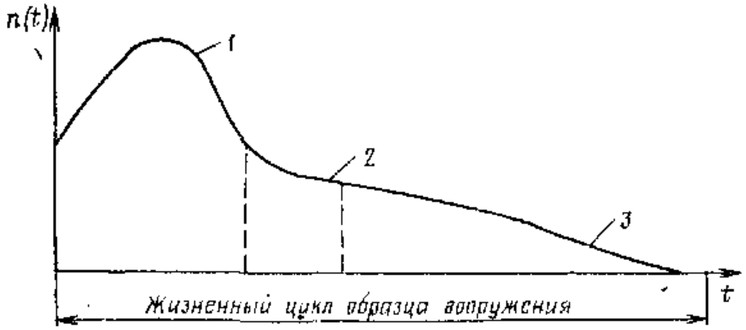


Рис. 13.1. Частота проведения усовершенствований образца вооружения:
1 — разработка; 2 — серийное производство; 3 — эксплуатация

Возникает вопрос о целесообразности проведения усовершенствований. Его решение с предварительной оценкой размера получаемого эффекта может производиться в три этапа (рис. 13.2):

— предварительный этап — от возникновения предложения до принятия решения о необходимости проведения дополнительных научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИР и ОКР);

— промежуточный этап — от предварительного этапа до завершения НИР и ОКР, дающих дополнительную информацию для оценки военно-экономической эффективности усовершенствования до окончательного принятия решения о целесообразности его проведения;

— окончательный этап — оценка фактически полученного эффекта.

Усовершенствование образцов вооружения требует, как правило, дополнительных научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, затрат на дооснащение технологического процесса заводов-изготовителей, а также может привести к удорожанию изделия с улучшенным качеством по сравнению с базовым изделием. Степень детализации и точность исходных данных, необходимых для принятия решения о целесообразности усовершенствования, зависят от стадии общей процедуры рассмотрения данного вопроса.

На предварительном этапе, в момент возникновения предложения об усовершенствовании, исходные данные наименее точны и определенны. Чаще всего для принятия экономически обоснованного решения требуется дополнительная проработка предложения, после чего появляется возможность сделать более качественную оценку целесообразности усовершенствования и принять окончательное решение.

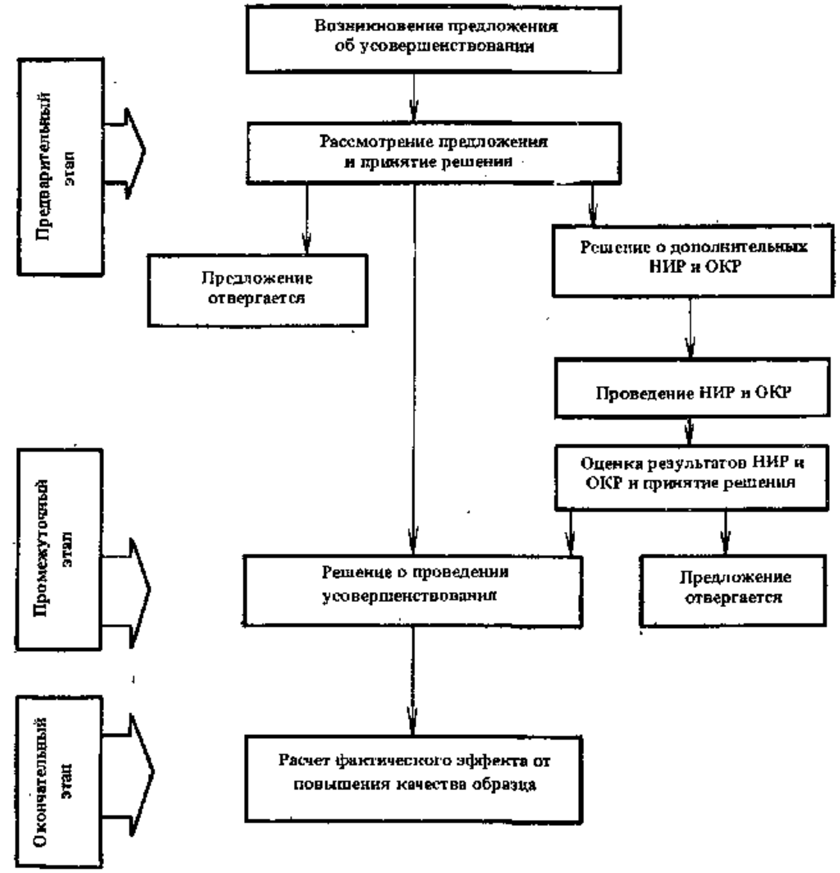


Рис. 13.2. Этапы принятия решения о целесообразности усовершенствования образца вооружения

После внедрения предложения (если оно оказалось целесообразным) становится возможным получить фактические данные о произведенных затратах и характеристиках изделия с улучшенным качеством и рассчитать, таким образом, фактический эффект, получаемый в результате усовершенствования.

На любом этапе — предварительном, промежуточном или окончательном — необходима количественная мера оценки эффективности усовершенствования (критерий целесообразности). На первых двух этапах эта мера служит основанием для принятия решения о целесообразности повышения качества, на окончательном этапе она необходима для оценки фактического военно-экономического эффекта и определения размера денежного вознаграждения за внесенное предложение.

При рассмотрении вопроса о целесообразности совершенствования образца вооружения необходимо учитывать две стороны, противоречивые, но тесно связанные между собой.

Необходим учет повышения уровня эффективности образцов вооружения, достигаемого в результате усовершенствования, а также тех материальных, трудовых и финансовых ресурсов, которые необходимо израсходовать в целях повышения качества вооружения.

Принципиальный подход к решению проблем такого рода сформулирован К. Марксом в первом томе «Капитала»: «Если рассматривать машины исключительно как средство удешевления продукта, то граница их применения определяется тем, что труд, которого стоит их производство, должен быть меньше того труда, который замещается их применением» [1].

Поэтому критерий целесообразности принятия предложения об усовершенствовании образца вооружения должен отвечать следующим требованиям:

- содержать количественную оценку приращения качества образца вооружения исходя из его целевого предназначения, т. е. оценку качества как существующего (базового) образца, так и образца усовершенствованного. При этом желательно, чтобы характеристика качества отражала требования к его конечному предназначению, учитывала изменение боевого эффекта;

— учитывать все виды дополнительных расходов, связанных с повышением качества, и военно-экономический эффект, получаемый в результате усовершенствования образца вооружения. При этом должны учитываться эффект от снижения затрат на эксплуатацию вооружения и военно-экономический эффект от уменьшения стоимости выполнения задачи в связи с усовершенствованием образца вооружения.

Для решения подобного рода задач можно воспользоваться рекомендациями, содержащимися в Методике определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений. Согласно этим рекомендациям решение о целесообразности создания и внедрения новой техники принимается на основе экономического эффекта, определяемого на годовой объем производства новой техники в расчетном году. Данная методика не содержит рекомендаций об оценке целесообразности создания или усовершенствования оборонной техники. Однако ряд рекомендаций общего характера могут и должны быть использованы, особенно при определении экономического

---

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 23, с. 404.

эффекта от проведения мероприятий внутризаводского характера.

Методикой, в частности, рекомендуется принятие решения о выборе наиболее предпочтительных путей совершенствования техники или об отказе от любого из них сопоставлением приведенных затрат по базовому и предлагаемым вариантам. В качестве показателя приведенных затрат единицы продукции (работы) З принимается сумма

$$З = C + E_н К, \qquad (13.1)$$

где C — себестоимость единицы продукции (работы), руб.;
$E_н$ — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений ($E_н = 0{,}15$);
К — удельные капитальные вложения в производственные фонды, руб.

При расчете себестоимости C состав статей расходов, способы их расчета и общие методы калькулирования необходимо принимать в соответствии с действующими нормативными документами.

В составе капитальных вложений следует учитывать как непосредственные капитальные вложения, так и другие единовременные затраты, необходимые для создания и использования техники вне зависимости от источников их финансирования. К ним относятся затраты на НИР и ОКР; на приобретение, доставку, монтаж, демонтаж, наладку оборудования и освоение производства; на пополнение основных фондов; стоимость дополнительных площадей и др.

Конкретные формулы расчета годового экономического эффекта в случаях изменения технологического процесса изготовления техники, улучшения качественных характеристик производимых средств труда или усовершенствования предметов труда приведены в указанной Методике. Они позволяют определить разницу в приведенных затратах по базовому и новому вариантам, определенную в расчете на годовой объем производства продукции (работы). Если получаемая разница имеет знак «плюс», то такое усовершенствование целесообразно, если знак «минус» — оно не должно осуществляться.

Исходя из положения К. Маркса о границе применения машин, а также учитывая основные положения Методики, наиболее целесообразно в качестве критерия оценки военно-экономической эффективности усовершенствования вооружения и военной техники принять разность в стоимости выполнения одной и той же боевой задачи базовым (существующим) и улучшенным образцами

$$\Delta Э = C_{о.з_с} - C_{о.з_у}, \qquad (13.2)$$

где $\Delta Э$ — величина военно-экономического эффекта;
$C_{о.з_с}$ — стоимость выполнения типовой (условной) огневой задачи существующим образцом;

$C_{о.з_у}$ — стоимость выполнения такой же задачи образцом с улучшенными характеристиками.

Если в результате расчетов получится, что ΔЭ существенно больше нуля, то усовершенствование целесообразно, поскольку стоимость выполнения огневой задачи улучшенным образцом будет меньше, чем при использовании существующего образца. Если $\Delta Э<0$, то усовершенствование нецелесообразно; если ΔЭ равно нулю или является весьма малой величиной, то решение должно приниматься с учетом других обстоятельств.

Учитывая формулу (6.9), выражение (13.2) можно представить в виде

$$\Delta Э = C_{в_с} n_{в_с} - C_{в_у} n_{в_у}, \qquad (13.3)$$

где $C_{в_с}$, $C_{в_у}$ — стоимость единичного цикла полезной работы (выстрела) существующим и улучшенным образцами соответственно;

$n_{в_с}$, $n_{в_у}$ — количество циклов полезной работы, необходимых для выполнения поставленной типовой (условной) боевой задачи соответственно существующим и улучшенным образцами.

Выражение (13.3) имеет универсальный характер и применимо для любого образца вооружения и военной техники. Смысл составляющих зависит от конкретного функционального предназначения образца. Например, при сравнении двух тренажеров под $n_в$ может пониматься количество занятий, которое необходимо провести для достижения требуемого уровня обученности: $n_{в_с}$ — на существующем, $n_{в_у}$ — на улучшенном тренажере; тогда $C_{в_с}$ и $C_{в_у}$ соответственно будут иметь смысл стоимости одного занятия на одном и другом типе тренажеров. Величина $n_в$ может характеризовать не только количество циклов (занятий, выстрелов), но и продолжительность достижения цели. В примере с тренажером $n_в$ может иметь смысл длительности обучения в часах, а $C_в$ — стоимости одного часа обучения.

Повышение качества образца вооружения, как правило, требует:

— специальных НИР и ОКР (стоимостью $C_{окр}$);

— затрат на дополнительное технологическое оснащение производства (стоимостью $C_{осн}$);

— увеличения стоимости изготовления улучшенного изделия по сравнению с базовым $C_с$ на $C_у - C_с$.

Следовательно, можно записать

$$C_{в_у} = C_{в_с} + \frac{C_у - C_с}{R} + \frac{C_{окр} + C_{осн}}{NR}, \qquad (13.4)$$

где N — объем предполагаемой программы выпуска изделия с улучшенным качеством;

R — технический ресурс боевого средства.

Кроме того, в формуле (13.4) должно быть учтено уменьшение или увеличение эксплуатационных расходов $\Delta C_э$, приходящихся на один цикл полезной работы (выстрел). Тогда, подставив выражение (13.4) с учетом $\Delta C_э$ в формулу (13.3), получим

$$\Delta Э = C_{в_с} n_{в_с} - n_{в_у}\left(C_{в_с} + \frac{C_у - C_с}{R} + \frac{C_{окр} + C_{осн}}{NR} \pm \frac{\Delta C_э}{R}\right). \qquad (13.5)$$

Сделав преобразования формулы (13.5) в целях группировки затрат и эффекта потребителя улучшенного качества образца вооружения и затрат изготовителя — промышленных организаций, получим

$$\Delta Э = n_{в_у}\left[C_{в_с}\left(\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \frac{\Delta C_э}{R}\right] - n_{в_у}\left(\frac{C_у - C_с}{R} + \frac{C_{окр} + C_{осн}}{NR}\right). \qquad (13.6)$$

Обозначим составляющие формулы (13.6) через $\Delta Э_{потр}$ и $\Delta Э_{изг}$:

$$\Delta Э_{потр} = n_{в_у}\left[C_{в_с}\left(\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \frac{\Delta C_э}{R}\right];$$

$$\Delta Э_{изг} = n_{в_у}\left(\frac{C_у - C_с}{R} + \frac{C_{окр} + C_{осн}}{NR}\right),$$

тогда

$$\Delta Э = \Delta Э_{потр} - \Delta Э_{изг}, \qquad (13.7)$$

где $\Delta Э_{потр}$ — эффект «потребителя», в качестве которого выступает одна из довольствующих служб;

$\Delta Э_{изг}$ — эффект «изготовителя», характеризующий дополнительные расходы, осуществляемые в промышленности и связанные с проведением усовершенствования образца вооружения.

Таким образом, формула (13.3), выражающая разницу стоимости выполнения задачи, преобразована в формулу (13.7), из которой видно, что, если эффект в стоимостном выражении, получаемый в результате повышения качества образца вооружения и численно равный $C_{в_с}\left(\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right)$ с учетом возможного изменения эксплуатационных расходов, будет выше, чем дополнительные затраты, то целесообразно принять положительное решение об усовершенствовании образца вооружения.

13.2. Методика расчета составляющих показателя оценки целесообразности совершенствования вооружения

При проведении конкретных расчетов показателей военно-экономической эффективности повышения качества вооружения следует обеспечить условия сопоставимости сравниваемых вариантов, для чего нужно исходить из следующих положений:

— критерием целесообразности совершенствования вооружения и военной техники является величина эффекта, определяемого на годовой объем производства в расчетном году, т. е. годовой экономический эффект;

— если текущие затраты изменяются во времени, а капитальные вложения осуществляются в течение ряда лет, то учитывается фактор времени.

Для учета первого требования необходимо от эффекта $\Delta Э$, рассчитанного по формуле (13.6), перейти к годовому $\Delta Э_г$, определяемому на объем выпуска изделий в расчетном году, т. е.

$$\Delta Э_г = \frac{\Delta Э}{n_{в_у}} А_г R, \qquad (13.8)$$

где $n_{в_у}$ — расчетный наряд средств изделий с улучшенным качеством;

$А_г$ — объем выпуска улучшенных изделий в расчетном году.

В формуле (13.8) $\frac{\Delta Э}{n_{в_у}}$ представляет собой величину эффекта, приходящегося на один цикл полезной работы (например, на один выстрел). Множитель $А_г R$ характеризует количество циклов полезной работы, которое могут выполнить боевые средства, изготовленные в расчетном году в объеме $А_г$ и имеющие технический ресурс в объеме R циклов полезной работы каждое. Тогда произведение $\frac{\Delta Э}{n_{в_у}}$ и $А_г R$ будет являться, по существу, произведением эффекта от одного цикла полезной работы на общее количество циклов, «произведенное» в расчетном году, и характеризовать **годовой экономический эффект.** В общем случае годовой экономический эффект будет определяться из выражения, полученного путем подстановки (13.6) в (13.8):

$$\Delta Э_г = А_г R\left[C_{в_с}\left(\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \frac{\Delta C_э}{R}\right] - - А_г R\left(\frac{C_у - C_с}{R} + \frac{C_{окр} + C_{осн}}{NR}\right). \qquad (13.9)$$

За расчетный год принимается первый год после **окончания** планируемого (нормативного) срока освоения новой техники. На практике этому году соответствует, как правило, второй или третий календарный год серийного выпуска новой техники или использования новой технологии производства. Для продукции оборонного назначения целесообразно принимать второй год серийного выпуска улучшенной техники.

Для учета фактора времени все единовременные и текущие затраты на создание и внедрение новой и базовой техники умножаются на коэффициент приведения (см. подразд. 6.2.1), определяемый по формуле

$$\alpha_t = (1 + E_{н.п})^{\Delta t},$$

где $E_{н.п} = 0{,}1$ — норматив приведения;

Δt — число лет, отделяющих начало расчетного года $t_р$ от тех лет t, в которых осуществляются затраты или получается эффект, т. е. $\Delta t = t_р - t - 1$.

По изменяющимся годовым затратам, например себестоимости, рассчитывается среднегодовая величина, которая затем используется в формуле (13.9):

$$\overline{C}^{(t)} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{n} C_t \alpha_t}{n}, \qquad (13.10)$$

где C_t — значение показателя текущих затрат в t-м году.

Изменяющиеся по годам затраты на ОКР и оснастку приводятся к расчетному году. В результате получается величина капитальных затрат, приведенных к расчетному году $C^{(t)}_{окр}$ и $C^{(t)}_{осн}$.

Тогда формула (13.9) будет иметь вид

$$\Delta Э_г = А_г R\left[C_{в_с}\left(\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \frac{\Delta C^{(t)}_э}{R}\right] - - А_г R\left(\frac{\overline{C}^{(t)}_у - \overline{C}^{(t)}_с}{R} + \frac{C^{(t)}_{окр} + C^{(t)}_{осн}}{NR}\right). \qquad (13.11)$$

Приведение разновременных затрат к расчетному году используется только в расчетах годового экономического эффекта и не может служить основанием для изменения сметной стоимости изготовления новой техники и других плановых показателей. Для показателя $C_{в_с}$ дисконтирование не проводится, так как его величина определяется, как правило, с учетом фактора времени.

Для расчета величин $n_{в_с}$ и $n_{в_у}$ используется формула (3.22). Поскольку существующий и улучшенный образцы должны выполнять одну и ту же задачу, то выражение для отношения $\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}}$ можно записать в виде

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} = \frac{\ln(1 - P_{1у} P_{н_у} P_{об_у})}{\ln(1 - P_{1с} P_{н_с} P_{об_с})}, \qquad (13.12)$$

где $P_{1у}$, $P_{1с}$ — вероятность выполнения задачи улучшенным и существующим образцами соответственно при одном воздействии (выстреле, занятии и т. п.);

$P_{н_с}$, $P_{н_у}$ — средняя вероятность безотказной работы существующего и улучшенного образцов вооружения на заданном отрезке времени;

$P_{об_с}$, $P_{об_у}$ — вероятность того, что по вине личного состава (вследствие недостаточной обученности и др.) не произойдет невыполнения задачи.

Для широкого класса задач, связанных с анализом целесообразности изменения характеристик технической надежности образцов вооружения, вместо формулы (13.12) можно использовать упрощенное выражение

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} \cong \frac{P_{н_у}}{P_{н_с}}. \tag{13.13}$$

Для оценки погрешности, возникающей в результате использования соотношения (13.13), найдем отношение $n_{в_с}/n_{в_у}$ по формулам (13.12) и (13.13), если $P_{об_с}=P_{об_у}=1{,}0$; $P_{1с}=P_{1у}=0{,}5$, а $P_{н_с}=0{,}8$ улучшится до $P_{н_у}=0{,}9$.

По формуле (13.12):

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}}=\frac{\ln(1-0{,}5\cdot 0{,}9\cdot 1)}{\ln(1-0{,}5\cdot 0{,}8\cdot 1)}=1{,}17;$$

по формуле (13.13):

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}}=\frac{0{,}9}{0{,}8}=1{,}125.$$

Относительная погрешность $\bar{\varepsilon}$ составляет

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1{,}17-1{,}125}{1{,}17}100\%=3{,}8\%.$$

При $P_1=0{,}001$ $\bar{\varepsilon}$ уменьшается до 0,09%, при $P_1=0{,}8$ $\bar{\varepsilon}$ достигает 10,7%. Поэтому возможность замены выражения (13.2) формулой (13.13) должна быть оценена в зависимости от типа образца вооружения и допустимой погрешности.

Значение $P_н$ характеризует среднюю за период T вероятность безотказной работы системы (рис. 13.3).

Так как закон изменения вероятности безотказной работы системы имеет вид $P(t)=e^{-\lambda t}$, то среднее за период T значение $P_н$ будет равно

$$P_н=\frac{\int_0^T e^{-\lambda t}\,dt}{T}=\frac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda T},$$

где λ — интенсивность отказов образца вооружения.

Тогда выражение (13.13) примет вид

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} \cong \frac{\left(1-e^{-\lambda_у T}\right)\lambda_с}{\left(1-e^{-\lambda_с T}\right)\lambda_у}, \tag{13.14}$$

где $\lambda_с$ и $\lambda_у$ — интенсивность отказов существующего и улучшенного образцов соответственно.

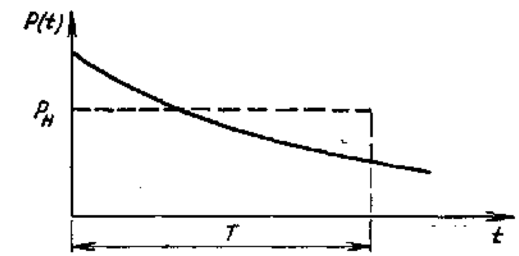


Рис. 13.3. Изменение показателя надежности системы

Пример 13.1. На зенитном ракетном комплексе предполагается два усовершенствования:

— повышение точности прибора наведения, приводящее к изменению P_1 от $P_{1с}=0{,}8$ до $P_{1у}=0{,}82$;

— повышение надежности наземной аппаратуры с $\lambda_с=0{,}018$ 1/мес (отказов в месяц) до $\lambda_у=0{,}016$ 1/мес.

Дополнительные исходные данные:

а) по ракете:

— стоимость ракеты 20 тыс. руб., стоимость улучшаемого прибора изменялась по годам (табл. 13.1), а стоимость улучшенного прибора будет на 20% выше;

Таблица 13.1

Условные годы	Стоимость прибора, тыс. руб
1	5,6
2	5,2
3	5,1
4	5,0
5	4,8
6	4,7

— улучшение характеристик прибора потребует проведения опытно-конструкторских работ в 7-м году на сумму 200 тыс. руб. и дооснащения производства в 7-м и 8-м годах в объеме 50 тыс. руб. (по 25 тыс. руб. в год);

— объем программы выпуска улучшенных приборов $N=8000$ шт. по 2000 шт. в год начиная с 9-го года;

б) по наземному оборудованию:

— изменение приведенной к расчетному году стоимости наземной аппаратуры составит 25 тыс. руб.;

— полная стоимость наземного оборудования составит 200 тыс. руб.;

— полный технический ресурс $R=10$ пусков ракеты, объем программы выпуска 800 шт., годовой объем 200 шт.;

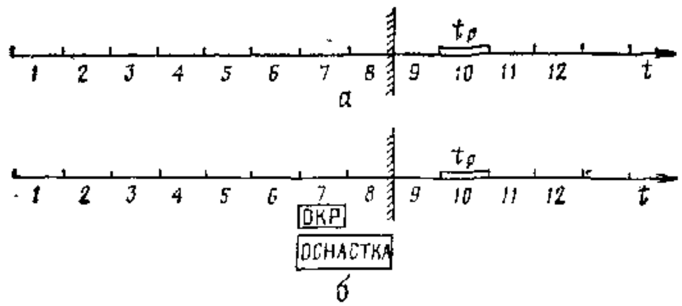


Рис. 13.4. Схема возможных случаев:
а — выпуск базового прибора, *б* — переход на улучшенный прибор; t_p — расчетный год

— приведенные к расчетному году расходы на ОКР и дополнительную оснастку составят 210 тыс. руб.;

— эксплуатационные расходы практически не изменятся;

— срок эксплуатации оборудования 5 лет.

Решение. 1. Расчет эффективности усовершенствования прибора наведения ракеты.

В соответствии с исходными данными значения величин в формуле (13.11) будут следующими:

$$А_г = 2000;\ R = 1;\ \Delta\bar{C}_э^{(t)} = 0;\ N = 8000;\ C_{в_с} = 20 + \frac{200}{10} = 40 \text{ тыс. руб.}$$

Тогда

$$\frac{n_{в_c}}{n_{в_y}} \cong \frac{\ln(1-P_{1\,y})}{\ln(1-P_{1\,c})} = \frac{\ln(1-0{,}82)}{\ln(1-0{,}8)} = 1{,}065.$$

Поскольку в нашем примере новый прибор может быть запущен в производство только с 9-го года, необходимо сделать прогноз стоимости на 9, 10, 11 и 12-й годы на основе данных табл. 13.1. До 9-го года в любом случае (целесообразно или нецелесообразно улучшать) изготавливаться может только старый прибор (рис. 13.4).

Для прогнозирования стоимости изготовления прибора можно представить динамику его изменения в виде линейного тренда $C_c = a_0 + a_1 t$ (см. подразд. 6.7.2). Коэффициенты a_0 и a_1 находим с помощью вспомогательной табл. 13.2 и решая систему уравнений (5.39).

Таблица 13.2

t	C_c	t^2	$C_c t$
1	5,6	1	5,6
2	5,2	4	10,4
3	5,1	9	15,3
4	5,0	16	20,0
5	4,8	25	24,0
6	4,7	36	28,2
21	30,4	91	103,5

$$\left|\begin{array}{l} a_0 6 + a_1 21 = 30{,}4 \\ a_0 21 + a_1 91 = 103{,}5 \end{array}\right| \begin{array}{l} :6; \\ :21; \end{array}$$

или

$$a_0 + 3{,}5\ a_1 = 5{,}067$$
$$a_0 + 4{,}333 a_1 = 4{,}928$$
$$0{,}833\, a_1 = -0{,}139$$
$$a_1 = -0{,}167;$$
$$a_0 = 5{,}007 - (-3{,}5 \cdot 0{,}167) = 5{,}65.$$

Таким образом, $C_c = 5{,}65 - 0{,}167t$.

Тогда стоимость прибора в 9, 10, 11 и 12-м годах будет:

$$C_{c_9} = 5{,}65 - 0{,}167 \cdot 9 = 4{,}15 \text{ тыс. руб.};$$
$$C_{c_{10}} = 5{,}65 - 0{,}167 \cdot 10 = 3{,}98 \text{ тыс. руб.};$$
$$C_{c_{11}} = 3{,}813 \text{ тыс. руб.};$$
$$C_{c_{12}} = 3{,}646 \text{ тыс. руб.}$$

В качестве расчетного года принимается второй год выпуска улучшенных приборов, т. е. десятый год. Тогда средняя приведенная к расчетному году стоимость изготовления базового прибора по формуле (13.10) составит

$$\bar{C}_c^{(t)} = \frac{4{,}15 + 3{,}98 \cdot 1{,}1^{-1} + 3{,}813 \cdot 1{,}1^{-2} + 3{,}646 \cdot 1{,}1^{-3}}{4} = 3{,}41 \text{ тыс. руб.}$$

Стоимость улучшенного прибора с учетом 20% удорожания

$$\bar{C}_y^{(t)} = 1{,}2 \cdot 3{,}41 = 4{,}1 \text{ тыс. руб.}$$

Приведенные затраты на ОКР и оснастку

$$C_{окр}^{(t)} + C_{осн}^{(t)} = 200 \cdot 1{,}1^2 + 25 \cdot 1{,}1^2 + 25 \cdot 1{,}1 = 299{,}7 \text{ тыс. руб.}$$

Тогда суммарный годовой экономический эффект

$$\Delta Э_г = 2000 \cdot 1\,[40\,(1{,}065 - 1)] - 2000\left(\frac{4{,}1 - 3{,}41}{1} + \frac{299{,}7}{8000}\right) = 3745 \text{ тыс. руб.}$$

Так как эффект положителен, усовершенствование прибора наведения целесообразно.

2. Расчет эффективности усовершенствования наземного оборудования. В формуле (13.11) значения величин:

$$A_г = 200;\ R = 10;\ \Delta\overline{C}_э^{(t)} = 0;\ N = 800;\ C_{в_с} = 40;\ \overline{C}_у^{(t)} - \overline{C}_с^{(t)} = 25 \text{ тыс. руб.};$$

$$C_{окр}^{(t)} + C_{осн}^{(t)} = 210 \text{ тыс. руб.}$$

Так как расчет производится на 5 лет, то в формуле (13.14) период $T=60$ мес. Тогда, используя таблицу приложения 4, получим:

$$\frac{P_{н_у}}{P_{н_с}} = \frac{(1-e^{-0,016\cdot 60})\,0,018}{(1-e^{-0,018\cdot 60})\,0,016} = 1,051;$$

$$\Delta Э_г = 200\cdot 10\cdot 40\,(1,051-1) - 200\cdot 10\left(\frac{25}{10} + \frac{210}{800\cdot 10}\right) = -972,5 \text{ тыс. руб.}$$

Суммарный годовой экономический эффект отрицателен, поэтому усовершенствование наземного оборудования по данному варианту нецелесообразно.

13.3. Военно-экономическое обоснование предельного объема программы выпуска улучшенных изделий

Рассмотренная в подразд. 13.2 методика позволяет решать ряд других экономических задач. Так, из формулы (13.11) видно, что если при постоянном годовом выпуске изделий уве-

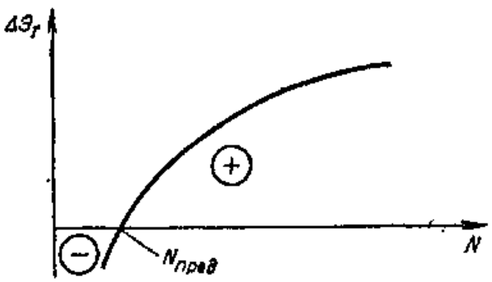


Рис. 13.5. Изменение суммарного годового экономического эффекта в зависимости от объема программы: $N_{пред}$ — предельный объем производства

личивать объем выпуска улучшенных изделий N, то эффект будет возрастать, стремясь при $N\to\infty$ к некоторой постоянной величине (положительной или отрицательной). И, наоборот, с уменьшением объема выпуска этих изделий эффект будет уменьшаться и в некоторой точке достигнет нуля (рис. 13.5). Так как величина $\dfrac{C_{окр}+C_{осн}}{NR}$ при $N\to 0$ будет стремиться к бесконечности, то весь эффект $\Delta Э_г$ — к минус бесконечности. Значит, величина суммарного эффекта при изменении N может пройти значение нуля при некотором предельном значении объема программы $N_{пред}$. Следовательно, для отыскания предельного объема программы в формуле (13.11) необходимо $\Delta Э_г$ приравнять к нулю. Тогда

$$N_{пред} = \frac{C_{окр}^{(t)} + C_{осн}^{(t)}}{R\left[C_{в_с}\left(\dfrac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \dfrac{\Delta\overline{C}_э^{(t)}}{R}\right] - \left(\overline{C}_у^{(t)} - \overline{C}_с^{(t)}\right)}. \quad (13.15)$$

Смысл $N_{пред}$ заключается в том, что при программе выпуска изделий с улучшенным качеством $N<N_{пред}$ суммарный эффект $\Delta Э_г$ будет отрицательным, а следовательно, усовершенствование становится нецелесообразным. И только при $N>N_{пред}$ усовершенствование целесообразно. Для условий примера 13.1 (усовершенствование ракеты)

$$N_{пред} = \frac{329,7}{1\,[40\,(1,065-1)] - (4,7-3,92)} = 181.$$

Таким образом, при объеме программы менее 181 изделия усовершенствование становится нецелесообразным, так как суммарный эффект в стоимостном выражении будет меньше нуля.

Для наземного оборудования

$$N_{пред} = \frac{210}{10\cdot 40\,(1,051-1) - 25} = -45,6.$$

Полученное отрицательное значение $N_{пред}$ свидетельствует о том, что если удорожание системы в расчете на единицу ресурса больше единичного эффекта потребителя, то при любом объеме N (даже $N=\infty$) суммарный экономический эффект будет отрицательным. Действительно, из формулы (13.11) видно, что при любом N

$$\Delta Э_г \begin{cases} \geqslant 0 \text{ при } \dfrac{\overline{C}_у^{(t)} - \overline{C}_т^{(t)}}{R} \leqslant C_{в_с}\left(\dfrac{n_{в_с}}{n_{в_у}} - 1\right) \mp \dfrac{\Delta\overline{C}_э^{(t)}}{R}; \\ < 0 \text{ иначе.} \end{cases}$$

Соотношение (13.11) позволяет находить не только предельный объем программы, но и другие предельные значения: максимально допустимый объем затрат на ОКР и оснастку, минимальный требуемый уровень повышения качества и др.

Например, если расчеты показывают, что при некоторых условиях усовершенствование нецелесообразно, то можно найти допустимый нижний предел повышения качества изделий, после которого при тех же затратах усовершенствование даст положительный эффект. Для этого целесообразно задать ряд значений $n_{в_у}$ в формуле (13.11) и найти предельное минимальное значение улучшаемой характеристики.

Пример 13.2. Расчеты, проведенные в примере 13.1, показали, что усовершенствование наземного оборудования при изменении частоты отказов с $\lambda_с = 0{,}18\ ^1/\text{мес}$ до $\lambda_у = 0{,}16\ ^1/\text{мес}$ нецелесообразно. Найти нижний предел $\lambda_{у\,пред}$, при котором $\Delta Э_г \geqslant 0$.

Решение. Зададимся $\lambda_у = 0{,}0155$. Тогда

$$\frac{P_{н_у}}{P_{н_с}} = \frac{(1 - e^{-0{,}0155 \cdot 60})\, 0{,}018}{(1 - e^{-0{,}018 \cdot 60})\, 0{,}0155} = 1{,}065.$$

$$\Delta Э_г = 200 \cdot 10 \cdot 40\, (1{,}065 - 1) - 200 \cdot 10 \left(\frac{25}{10} + \frac{210}{800 \cdot 10} \right) = 147{,}5 \text{ тыс. руб.}$$

При $\lambda_у = 0{,}0156$

$$\frac{P_{н_у}}{P_{н_с}} = 1{,}062,$$

а

$$\Delta Э_г = 200 \cdot 10 \cdot 40\, (1{,}062 - 1) - 200 \cdot 10 \left(\frac{25}{10} + \frac{210}{800 \cdot 10} \right) = -92{,}5 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, если при тех же затратах добиться доведения $\lambda_у$ до 0,0155, то экономический эффект будет положительным к равным 147,5 тыс. руб., а усовершенствование — целесообразным.

Аналогичным образом можно найти нижний предел повышения качества прибора наведения. Зададимся значениями $P_{1у} = 0{,}806$ и $P_{1у} = 0{,}807$.

При $P_{1у} = 0{,}806$

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} = \frac{\ln (1 - 0{,}806)}{\ln (1 - 0{,}8)} = 1{,}01895;$$

$$\Delta Э_г = 2000 \cdot 40\, (1{,}01895 - 1) - 2000 \cdot 0{,}8212 = -126 \text{ тыс. руб.}$$

При $P_{1у} = 0{,}807$

$$\frac{n_{в_с}}{n_{в_у}} = \frac{\ln (1 - 0{,}807)}{\ln (1 - 0{,}8)} = 1{,}02216;$$

$$\Delta Э_г = 2000 \cdot 40\, (1{,}02216 - 1) - 2000 \cdot 0{,}8212 = 131{,}1 \text{ тыс. руб.}$$

Следовательно, нижним пределом улучшения P_1 является величина $P_{1\,пред} = 0{,}807$. При меньших значениях P_1 годовой экономический эффект будет отрицательным.

Глава 14

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ПОТРЕБНЫХ АССИГНОВАНИЙ НА РАЗВИТИЕ ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

14.1. Принципы и элементы программно-целевого планирования

С момента возникновения сознательной деятельности человека управление всегда было процессом, ориентированным на достижение определенных целей. На ранних этапах управления экономическими процессами реализация целевого принципа осуществлялась стихийно на основе интуиции. По мере увеличения и усложнения экономических связей возникла потребность в разработке теории управления. С особой остротой потребность в совершенствовании управления стала ощущаться в условиях научно-технической революции.

Усложнение экономических связей, расширение горизонта планирования, необходимость учета конечных целей, ресурсов, определение исполнителей и способов их взаимодействия объективно привели к необходимости разработки новых подходов к планированию. В связи с этим в отчетном докладе ЦК КПСС XXIV съезду КПСС говорилось: «Сам характер стоящих перед нами задач таков, что их решение, как правило, требует согласованных усилий многих отраслей и экономических районов, включает осуществление целой системы различных мероприятий»[1].

На XXV съезде КПСС задача совершенствования методов планирования и управления сформулирована еще более конкретно: «Для развития тяжелой промышленности, как, впрочем, и других отраслей народного хозяйства, все большее значение приобретает разработка крупных комплексных программ, рассчитанных на два-три пятилетия... Только на долгосрочной основе можно выработать такие программы, тесно увязать их между собой, обеспечить их ресурсами, состыковать во времени»[2]. Поэтому в Основных направлениях развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы сказано, что необходимо шире использовать в планировании программно-целевой метод.

---

[1] Материалы XXIV съезда КПСС, с. 67.

[2] Материалы XXV съезда КПСС. М.: Политиздат, 1976, с. 42.

На XXVI съезде КПСС задача формулируется уже следующим образом: «Шире использовать целевые комплексные программы как органические составные части государственных перспективных планов экономического и социального развития, повысить их обоснованность, направленность на конечные результаты и решение конкретных научно-технических, экономических и социальных проблем»[1].

XXVII съезд КПСС указал на необходимость обеспечения единства «отраслевого, территориального и программного планирования»[2]. Необходимо отметить, что в СССР первый опыт программного планирования был получен при разработке плана ГОЭЛРО в 1920 г. Однако как метод он сформировался лишь к настоящему времени. К началу 80-х годов в народном хозяйстве страны и его отраслях разработано и осуществляется значительное количество целевых комплексных программ. Их разработка ведется в соответствии с методическими положениями и указаниями, одобренными Госпланом СССР в 1980 г.

Применение программно-целевого метода планирования базируется на следующих **принципах**:

1) ориентированность программы на конечную цель. При этом исходным звеном для разработки программы являются социальные нормы, социальные критерии. В условиях нашего социалистического народного хозяйства конечными целями являются рост уровня жизни населения, а также укрепление обороноспособности страны. В сложных программах существует иерархия целей. На верхней ступени иерархии находится конечная цель, на промежуточных — частные цели, подцели различных структурных звеньев, участвующих в реализации программы;

2) распределение ресурсов между исполнителями с учетом их долевого участия в достижении конечной цели. На первом этапе определяется состав исполнителей (министерств, ведомств, учреждений, организаций), участвующих в реализации программы. Затем определяются объемы ресурсов, необходимых для достижения конечной цели каждым исполнителем при удовлетворении требования оптимальности проведения всех мероприятий. Назначение ресурсов исполнителям производится в соответствии с их вкладом в достижение промежуточных целей и конечной цели программы;

3) комплексность. При разработке программы необходимо охватить все стороны разрабатываемой программы: техническую, технологическую, социальную, экономическую, организационную.

Исходя из данных принципов формируется **программа**. Существуют два определения программы, дополняющие друг друга и отражающие точку зрения на программу. Первое определение характеризует программу как комплекс мероприятий (экономических, организационных, исследовательских, производственных и др.), направленных на достижение цели, получение конечного результата. Второе определение программы — совокупность документов, действующих до момента достижения поставленной цели.

[1] Материалы XXVI съезда КПСС, с. 198.

[2] Материалы XXVII съезда Коммунистической партии Советского Союза, с. 331.

Программа содержит в себе следующие **элементы** (составные части):

1) постановка цели и задач программы. Программа без сформулированной цели не имеет смысла. Поскольку общая цель может иметь ряд подцелей более низкого уровня, то соответственно программа в целом может содержать ряд подпрограмм. Причем цель может быть сформулирована как единая (например, обеспечение безопасности страны), а задачи могут изменяться во времени (например, в зависимости от изменения вероятных противников и характеристик объектов поражения);

2) совокупность мероприятий. Каждое крупное мероприятие разбивается на ряд более мелких, частных, подчиненных общей цели;

3) совокупность ресурсов. Без точной оценки потребностей в ресурсах, их практической обеспеченности программа становится нереальной. В крупной программе производство некоторых ресурсов является самостоятельной целью деятельности предприятий;

4) конкретные исполнители. Управление программой невозможно, если не определены ответственные исполнители за каждое мероприятие и за программу в целом. Кроме того, для успешного управления программой нужна соответствующая информационно-методическая база;

5) показатели. Для оценки степени приближения к конечной цели программы необходима система показателей.

14.2. Применение программно-целевого метода при планировании развития военной техники[1]

До второй мировой войны планирование и финансирование развития средств вооруженной борьбы осуществлялось во всех странах по отраслевому принципу. Одним из первых документов, где сформулированы основные задачи военно-технической политики нашего государства, является постановление ЦК ВКП(б) от 15 июля 1929 г. «О состоянии обороны СССР».

Однако научно-техническая революция привела к такому уровню тактико-технических характеристик вооружения, который значительно расширил его боевые возможности. Например, за последние 30 лет средняя скорость полета самолетов воз-

[1] Здесь и далее в главе использованы данные зарубежной печати и изложен один из возможных вариантов применения методологии программно-целевого метода в сфере вооруженных сил.

росла в 5—6 раз (американский экспериментальный гиперзвуковой самолет X-15 имеет скорость 5000—6500 км/ч), высота — в 3—4, дальность — в 2—3, грузоподъемность — в 10 раз[1].

Вооружение стало многоцелевым. Следовательно, появилась возможность выполнять *одни и те же боевые задачи различными средствами вооруженной борьбы.*

В те же годы значительно увеличилась стоимость вооружения. Так, в США с учетом изменения покупательной способности доллара истребители подорожали примерно в 70 раз, бомбардировщики — в 30—40 раз, танки — в 5 раз (табл. 14.1).

Таблица 14.1

Виды вооружения	Стоимость единицы, тыс. дол.	
	Вторая мировая война	Современный период
Истребитель	55—90	До 20 000
Бомбардировщик	200—700	Свыше 100 000
Танк	55—70	До 1300
Подводная лодка	Около 5000	Свыше 350 000
Винтовка	30—60	150

Расширение возможностей вооружения и увеличение стоимости образцов и выполнения боевых задач неизбежно привело к необходимости *выбора наилучших, наиболее экономичных* путей совершенствования военной техники. Программно-целевой метод предоставляет возможность использовать его для наиболее рационального расходования всех видов ресурсов, выделяемых на развитие средств вооруженной борьбы.

Сущность программно-целевого планирования развития военной техники состоит в согласовании целей и боевых задач с выделяемыми для их решения ресурсами. Программно-целевой метод позволяет в конечном счете распределить ресурсы по статьям программного бюджета в соответствии с оценкой значимости отдельных программных элементов в решении соответствующих задач вооруженных сил.

При формировании и разработке программ развития вооружения учитываются следующие основные положения:

1) ориентирование программы вооружения на обеспечение требуемой готовности и соответствие включаемых в программу образцов вооружения характеру и целям возможной войны;

2) распределение материальных и денежных средств в соответствии с вкладом видов вооруженных сил и родов войск в создание общей военно-экономической мощи государства с учетом долгосрочной перспективы развития;

[1] См.: Саркисян С. А., Старик Д. Э. Экономика авиационной промышленности. Учебник. М.: Высшая школа, 1980, с. 23.

3) учет возможностей науки, техники и экономики страны для создания и поддержания в боеготовом состоянии новых образцов вооружения.

Именно программно-целевой метод позволяет определить совокупность мероприятий на определенном отрезке времени, установить последовательность их выполнения с учетом реаль-

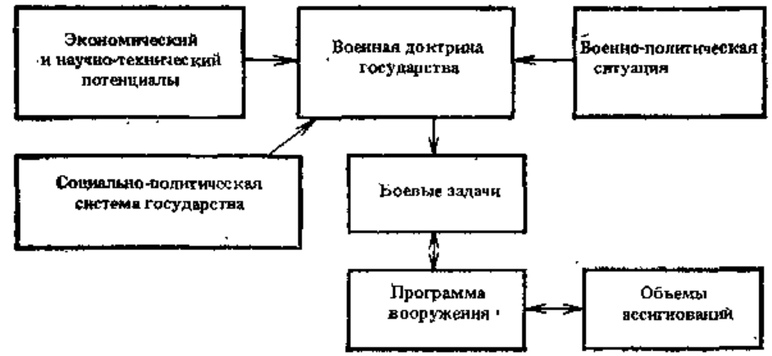


Рис. 14.1. Связь военной доктрины государства с политическими, техническими и экономическими факторами

ного обеспечения программы развития военной техники людскими, материальными и финансовыми ресурсами. Одной из главных задач планирования является установление пропорций в ассигнованиях на выполнение боевых задач между видами вооруженных сил, а внутри видов — между образцами вооружения.

Исходным звеном для разработки программы развития вооружения является военная доктрина государства (рис. 14.1). Советская военная энциклопедия определяет, что **военная доктрина** — это «принятая в государстве на данное время система взглядов на цели и характер возможной войны, на подготовку к ней страны и вооруженных сил, а также на способы ее ведения»[1]. Военная доктрина определяет вероятного противника, цели и характер возможной войны, задачи вооруженных сил, генеральные направления создания вооруженных сил в целом, способы ведения войны и порядок подготовки страны к войне.

Жизненность военной доктрины государства обеспечивается наличием двух факторов:

— строгим соответствием военной доктрины социально-политическим целям государства;

— наличием экономического потенциала государства.

Военная доктрина имеет две взаимосвязанные стороны — политическую и военно-техническую. Первая сторона — политиче-

[1] Советская Военная Энциклопедия, 1977, т. 3, с. 225.

ская — является главенствующей. Она определяет отношение государства к войне и реагирует на военно-политическую ситуацию в мире или отдельных районах. Социалистические государства имеют цель — обеспечить прочный мир, защитить права народов на независимость и социальный прогресс. Однако наличие империалистической угрозы заставляет Советский Союз создавать и поддерживать на должном уровне свои Вооруженные Силы.

Вторая сторона — военно-техническая — отражает возможности науки, техники и экономики. Цели, задачи и характер войны оказывают существенное влияние на пути развития науки и техники, на экономику страны в целом.

Военная доктрина служит основой для определения конкретных боевых задач вооруженным силам. Естественно, что перечень и характер боевых задач являются исходной предпосылкой для предъявления требований к образцам военной техники, а от этого, в свою очередь, зависит объем потребных ресурсов. С другой стороны, поскольку государство может выделить на нужды обороны вполне определенные ресурсы, формирование боевых задач вооруженным силам находится под постоянным воздействием этого обстоятельства.

Перечень боевых задач, объектов поражения, зоны дислокации вооруженных сил с течением времени могут изменяться. Может изменяться и военная доктрина государства. Например, в США в 50-х годах основу военной доктрины составляла так называемая стратегия «массированного возмездия», которая предполагала ведение против Советского Союза только ядерной войны. В 60-х годах США взяли на вооружение «стратегию гибкого реагирования» и т. д.

Задачи, вытекающие из военной доктрины, могут быть двух основных видов: боевые и обеспечивающие. К боевым относятся задачи, связанные с непосредственным воздействием по противнику (задачи борьбы на морских театрах военных действий и др.). К обеспечивающим могут относиться задачи, связанные с выполнением различных вспомогательных функций (тылового обеспечения и др.).

Условно обозначим боевые задачи БЗ-I, БЗ-II и т. д.

Каждая боевая задача может решаться путем привлечения военной техники различных видов вооруженных сил. Например, стратегические задачи могут решаться только ракетной техникой или только авиационной техникой или путем совместного привлечения тех и других средств одновременно (табл. 14.2). Соответственно каждый вид вооруженных сил может принимать участие в решении различных боевых задач.

Совместный военно-экономический анализ боевых задач и показателей боевой эффективности образцов вооружения различных видов вооруженных сил проводится по комплексному критерию «затраты—эффект—время» путем сравнения различных вариантов закрепления боевых задач за видами вооруженных сил. Это позволяет в единой программе решить вопрос о распределении боевых задач между видами вооруженных сил наиболее экономичным способом.

Таблица 14.2

Виды вооруженных сил	Участие видов вооруженных сил в решении боевых задач			
	БЗ-I	БЗ-II	БЗ-III	БЗ-IV
Военно-воздушные силы	+	+	—	+
Военно-морские силы	—	+	+	—
...	...	...	...	...

Примечание. Участие видов вооруженных сил в решении боевых задач обозначено знаком «+», неучастие — знаком «—».

В результате формируется программа каждого вида вооруженных сил, которая представляет собой совокупность мероприятий данного вида в интересах решения всех боевых задач. В свою очередь, совокупность мероприятий всех видов вооруженных сил в интересах решения той или иной задачи составляет программу боевой задачи.

14.3. Экономико-математическая модель целевой программы образца вооружения

С точки зрения боевого применения образец вооружения характеризуется показателями боевой эффективности. Для сравнительной военно-экономической оценки образцов вооружения используются также военно-экономические показатели типа стоимости выстрела, стоимости выполнения боевой задачи (см. подразд. 6.3).

Однако для решения широкого круга военно-экономических задач, связанных с определением объемов потребных ассигнований на развитие и содержание военной техники, с выбором оптимальной структуры системы вооружения и определением перспектив его развития, а также обоснованием оптимальных планов осуществления отдельных мероприятий по разработке, производству и эксплуатации вооружения в войсках, возникает настоятельная необходимость анализировать процессы создания и эксплуатации вооружения, оценивать военно-экономические показатели в динамике.

Процессы разработки, серийного производства и эксплуатации вооружения протекают в течение длительного времени. Сроки осуществления мероприятий, составляющих процесс развития систем оружия, зависят от тактико-технических характеристик образцов вооружения, количества изготавливаемых образцов, объемов потребности в ресурсах и темпов их удовлетворения. Поэтому возникает необходимость представления процессов создания, совершенствования и эксплуатации систем вооружения и отдельных образцов в виде программы, т. е. совокупной последовательности связанных между собой мероприятий, имеющих целевое назначение.

Для выполнения боевых задач формируются программы видов вооруженных сил (см. подразд. 14.2), состоящие из программных элементов — целевых программ образцов вооружения. Рассмотрим типовую экономико-математическую модель программы образца вооружения.

Создание образцов и комплексов военной техники начинается с разработки тактико-технического задания. *Комплексы военной техники* представляют собой совокупность функционально связанных образцов военной техники, сооружений и средств обеспечения, предназначенных для выполнения боевых задач. Завершается данный этап — **этап разработки** — созданием технологической документации и переходом к серийному производству.

Этап серийного производства предполагает изготовление образцов и комплектующих элементов военной техники.

Для нормального функционирования некоторых образцов вооружения требуются специальные сооружения (взлетно-посадочные полосы, шахтные сооружения и т. д.). Следовательно, одновременно с серийным производством осуществляется **этап капитального строительства** специальных сооружений и объектов жилого и культурно-бытового назначения.

Этапы серийного производства и строительства завершаются установкой образцов военной техники в специальных сооружениях, накоплением техники в войсках до необходимого объема. По мере поступления военной техники в войска начинается **этап эксплуатации**, завершающийся снятием образца с вооружения и заменой его другим, более совершенным[1]. Упрощенная модель такого процесса показана на рис. 14.2.

Введем понятия и определения, соответствующие изложенному представлению о процессе развития образца вооружения. *Жизненный цикл целевой программы образца вооружения* — это отрезок времени от начала научно-исследовательских работ по изысканию научно-технических путей создания (модернизации) вооружения до полного окончания использования его в войсках. Жизненный цикл программы образца вооружения, как любой другой системы (трактор, станок и др.), включает в себя четыре основных этапа: разработка, серийное производство, строительство и эксплуатация.

Программа образца вооружения — это вся совокупность мероприятий, входящих в этапы жизненного цикла. Она конкретизирована по целям, срокам и ресурсам в течение

[1] См.: Саркисян С. А., Голованов Л. В. Прогнозирование развития больших систем. М.: Статистика, 1975, с. 162.

всего жизненного цикла. Все мероприятия направлены в конечном счете на создание образца вооружения в требуемом объеме и его эксплуатацию в течение гарантийного срока. Одной из наиболее важных характеристик программы образца вооружения является объем программы. Таким образом, программа образца состоит из мероприятий, каждое из которых имеет свою

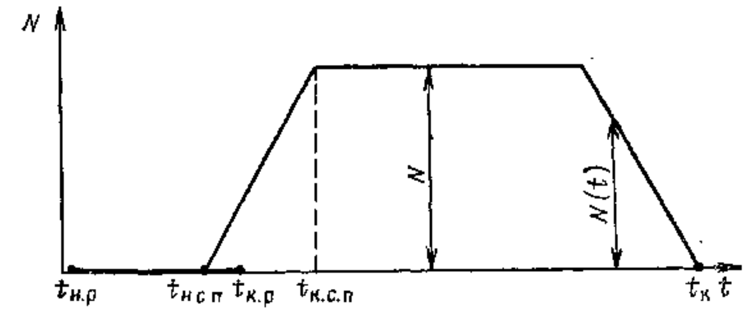


Рис. 14.2. Схема жизненного цикла образца вооружения:

t — текущее время, $N(t)$ — количество образцов вооружения, находящихся в войсках; N — объем программы образца, $t_{н.р}$, $t_{к.р}$ — моменты начала и окончания конструкторской разработки, $t_{н.с.п}$, $t_{к.с.п}$ — моменты начала и окончания серийного производства; $t_к$ — момент снятия образца с вооружения (окончание войсковой эксплуатации)

цель, преследует получение определенного результата. Достижение частных целей мероприятий и цели программы в целом позволяет выполнять боевые задачи, стоящие перед данным образцом вооружения.

В этапе разработки можно выделить следующие мероприятия: теоретические и экспериментальные исследования, разработка эскизного и технического проектов, изготовление и испытание опытных образцов, проведение предварительных государственных испытаний, доработка опытных образцов. Внутри этапа разработки часто выделяются опытно-конструкторские работы, в которые входит весь этап разработки за исключением научно-исследовательских работ по обоснованию требований к образцу.

Этап серийного производства состоит из следующих мероприятий: технологическая подготовка производства, изготовление комплектующих элементов, изготовление, сборка и монтаж конечных изделий для войск, контроль качества продукции, испытания и проверки систем.

На этапе капитального строительства производятся проектные и изыскательские работы, строительство сооружений, монтаж систем и оборудования, пуско-наладочные работы, шефмонтажные работы, автономные и комплексные испытания.

На этапе эксплуатации осуществляются: освоение личным составом новой техники, текущее содержание и обслуживание, несение боевого дежурства, устранение неисправностей, регламенты, ремонты, доработка, усовершенствование, использование по прямому назначению или для обучения войск, парады, учения, маневры

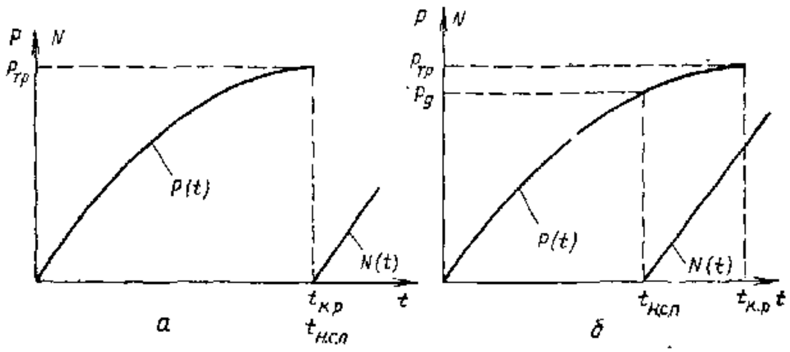


Рис. 14.3. Последовательная (*а*) и параллельная (*б*) схемы осуществления этапов разработки производства:

t — текущее время; P — значение тактико-технической характеристики, отрабатываемой на этапе разработки; $P_{тр}$ — требуемый уровень характеристики; $P_д$ — достигнутый к началу серийного производства уровень характеристики; $N(t)$ — количество серийно изготовленных изделий, поступивших в войска; $t_{н.с.п}$ — момент начала серийного производства; $t_{к.р}$ — момент завершения этапа разработки

Этапы жизненного цикла образца вооружения и отдельные мероприятия могут осуществляться последовательно или параллельно. Например, серийное производство в порядке исключения может начинаться до завершения этапа разработки (рис. 14.3).

При последовательной схеме (рис. 14.3, *а*) образец вооружения запускается в серийное производство только после достижения требуемого уровня всех отрабатываемых тактико-технических характеристик ($t_{н.с.п} \geqslant t_{к.р}$) и принятия образца на вооружение.

В силу ряда причин серийное производство может начинаться и до завершения полной отработки (рис. 14.3, *б*). Это позволяет несколько сократить время начала поставок вооружения в войска ($t_{н.с.п} < t_{к.р}$). Однако в то же время одна или несколько характеристик будут иметь достигнутый уровень $P_д$ ниже, чем требуемый $P_{тр}$. Следовательно, выигрыш во времени приводит к снижению качества выпускаемых образцов. Для компенсации разницы ($P_{тр}-P_д$) в дальнейшем, в ходе серийного производства или на этапе эксплуатации, могут быть проведены доработки и усовершенствования (см. гл. 13). Решение о целесообразности перехода к совмещенной схеме выполнения

этапов принимается на основе всестороннего военно-экономического анализа позитивных и негативных факторов соответствующими правомочными инстанциями.

Относительное положение этапов жизненного цикла образца вооружения при их совмещении показано на рис. 14.4, *а*. Если вооружение подлежит установке или монтажу в строительных

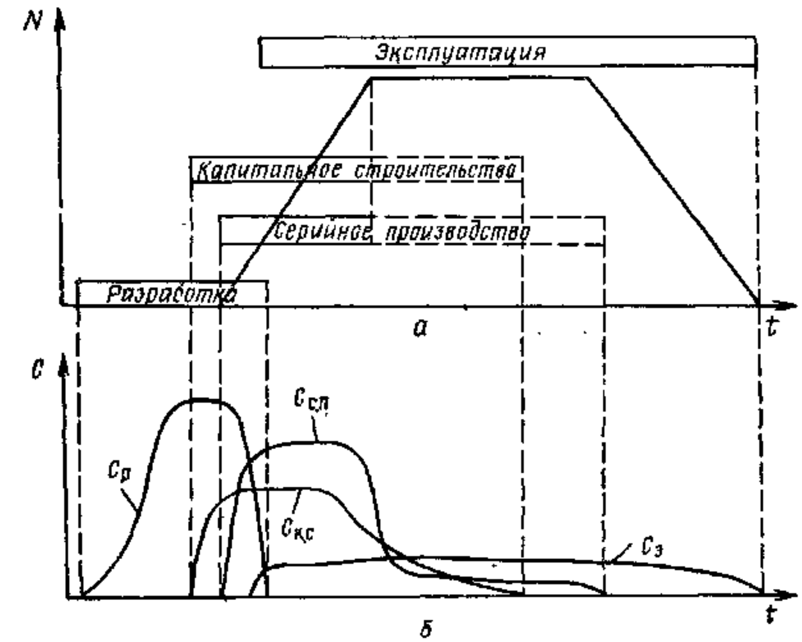


Рис. 14.4. Относительное положение этапов жизненного цикла (*а*) и распределение затрат на программу образца вооружения (*б*):

$C_р$ — на разработку; $C_{с.п}$ — на серийное производство; $C_{к.с}$ — на капитальное строительство; $C_э$ — на эксплуатацию

сооружениях, то капитальное строительство, как правило, начинается раньше серийного производства. После достижения полного объема программы выпуска образца вооружения в дальнейшем (на рис. 14.4, *а* показано пунктиром) происходит лишь выпуск запасных частей, доработка систем, достройка сооружений. В результате затраты на серийное производство и строительство становятся значительно меньшими (рис. 14.4, *б*).

Экономико-математическое моделирование программы образца вооружения позволяет решать следующие задачи:

— оценка продолжительности отдельных мероприятий, этапов и жизненного цикла в целом;

— оценка затрат на осуществление этапов жизненного цикла и программы образца в целом, а также их распределение по времени, без чего невозможно перспективное планирование и определение объема потребных ассигнований на развитие систем вооружения видов вооруженных сил;

— оценка качества осуществления мероприятий и этапов жизненного цикла с позиций его соответствия конечному предназначению образца вооружения;

— выбор оптимальных планов осуществления мероприятий по этапам жизненного цикла и в масштабе программы образца в целом.

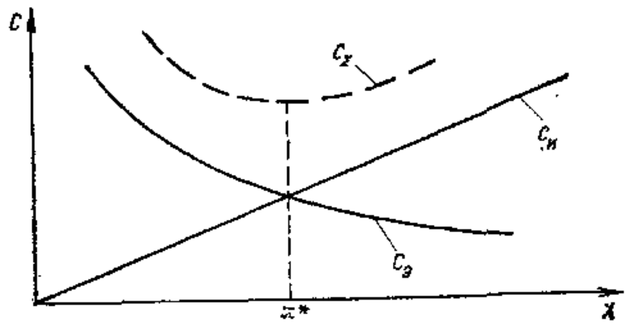


Рис. 14.5. Задача оптимизации объема испытаний: $C_и$ — затраты на испытания; $C_э$ — затраты на эксплуатацию; C_Σ — суммарные затраты; x — объем испытаний

Общий вид решения задачи оценки потребности в ресурсах на осуществление отдельных этапов программы образца вооружения приведен на рис. 14.4, *б*. Более детально задача оценки потребных ассигнований на развитие отдельного образца и системы образцов рассмотрена в подразд. 14.4.

В качестве примера оптимизации отдельных мероприятий, входящих в программу образца вооружения, можно рассмотреть задачу обоснования объема испытаний на этапе разработки. С увеличением объема испытаний (x) возрастает эксплуатационная надежность за счет устранения конструкторских и технологических недоработок (см. кривую $P(t)$ на рис. 14.3). Однако увеличение объема испытаний (x) ведет к их удорожанию (рис. 14.5).

С другой стороны, чем выше надежность техники, тем меньше эксплуатационные расходы $C_э$. Суммарные затраты C_Σ имеют минимум в точке x^*, что свидетельствует о наличии оптимального (с точки зрения минимизации суммарных расходов на испытания и эксплуатацию) объема испытаний образца вооружения x^*.

14.4. Формирование и военно-экономический анализ вариантов программ развития систем военной техники

14.4.1. Формирование вариантов программ

В любой программе вида вооруженных сил содержится набор образцов вооружения, находящихся в различных стадиях к моменту разработки программы (рис. 14.6): в войсковой эксплуатации (образец А); в разработке (образец А′, идущий на смену образца А); предполагается к разработке (образец А″, идущий на смену образца А′).

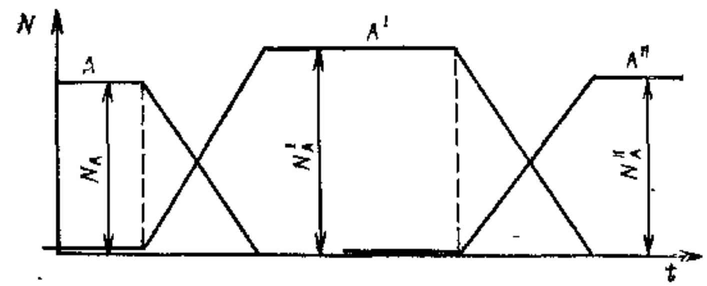


Рис. 14.6. Схема смены поколений одного образца вооружения

На рис. 14.6 показана смена поколений во времени лишь одного образца вооружения (например, танк одной модификации заменяется танком другой модификации). Поскольку в эксплуатации одновременно находятся различные образцы вооружения (карабины, автоматы, пушки, пулеметы, танки и т. д.), то в действительности таких смен поколений на большом отрезке времени (10—15 лет) может быть довольно много. Например, в 1946 г. были выпущены первые реактивные истребители МиГ-9, Як-15, Ла-150. В 1947—1949 гг. началось производство реактивных истребителей более высокого класса Ла-160, МиГ-15, Ла-15, Ла-176. В начале 50-х годов началось серийное производство первого сверхзвукового истребителя МиГ-19[1].

Начало смены поколений определяется моментом физического или морального старения образца-предшественника. Например, замена самолетов Ил-18 машинами Ил-62 обеспечивает рост производительности труда личного состава не менее чем на 20%, в том числе летно-подъемного состава — на 30%. Затраты на реконструкцию взлетно-посадочных полос и расширение аэровокзалов окупаются в течение двух-трех лет[2].

[1] См.: Саркисян С. А., Старик Д. Э. Экономика авиационной промышленности, с. 16.

[2] Там же, с. 18.

Процесс замены должен протекать таким образом, чтобы количество вооружения в войсках и его тактико-технические характеристики удовлетворяли требованию не снижать общий уровень эффективности по сравнению с требуемым.

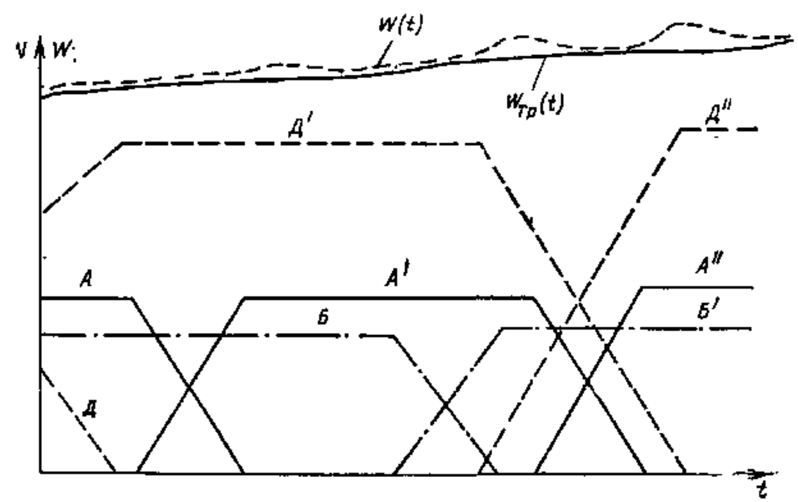


Рис. 14.7. Схема развития системы образцов:
образец А (поколения A^I, A^{II}); образец Б (поколение $Б^I$), образец Д (поколения $Д^I$, $Д^{II}$)

Если полагать, что исходя из анализа военно-политической обстановки для каждой программы вооружения задается требуемый уровень боевой эффективности $W_{тр}(t)$, то в любой момент t достигаемый уровень $W(t)$ должен быть не ниже заданного, т. е. $W(t) \geqslant W_{тр}(t)$ (рис. 14.7).

На рис. 14.7 представлен один возможный вариант смены поколений образцов вооружения. Вариантов программ может быть достаточно много. Количество вариантов зависит от числа образцов в каждой программе вида вооруженных сил, а также от ряда других параметров. К их числу относятся:

— набор образцов вооружения, включаемых в программу;

— тактико-технические характеристики образца;

— объем программы каждого образца;

— темп серийного производства и постановки образца на вооружение;

— темп снятия образца с вооружения;

— сроки начала разработки, серийного производства и начала снятия образца с вооружения.

Изменение перечисленных параметров в решающей мере определяет боевую эффективность и стоимость программы вооружения. Следовательно, путем подбора различных сочетаний параметров можно сформировать различные варианты (альтернативы) развития военной техники на определенном отрезке времени.

От графического представления смены поколений образцов вооружения, носящего иллюстративный характер, можно перейти к табличной форме, более удобной для проведения расчетов. Таким образом, формируется план замены, представляющий собой таблицу, в которой указаны количества единиц образцов вооружения, находящихся в войсках на конец каждого года. В табл. 14.3 на условном примере даны варианты планов замен двух образцов на отрезке 1986—1995 гг.

Таблица 14.3

Вариант	и образец	Количество образцов по годам планового периода									
		1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
I	А	600	600	450	300	150	—	—	—	—	—
	А′	—	—	150	300	450	600	600	600	450	300
	А″	—	—	—	—	—	—	—	—	150	300
	Б	1200	1200	1200	1200	1100	1000	900	800	700	600
	Б′	—	—	—	—	100	200	300	400	500	600
II	А	600	600	450	300	150	—	—	—	—	—
	А′	—	50	100	310	460	600	600	600	450	300
	А″	—	—	—	—	—	—	—	—	150	300
	Б	1200	1200	1200	1200	1050	900	750	600	450	300
	Б′	—	—	—	—	150	300	450	600	750	900

В таблице 14.3 варианты отличаются темпами снятия и постановки образца на вооружение, сроками начала поставки вооружения в войска. Другие варианты могут содержать поколения образцов с иными, чем в табл. 14.3, тактико-техническими характеристиками, предполагать создание программ вооружения в других объемах серийного производства и т. п. Сформированные варианты планов замены позволяют перейти к решению задачи оценки стоимости и боевой эффективности каждого варианта.

14.4.2. Оценка потребности в ассигнованиях на программы развития военной техники

Для полной оценки стоимости программы развития военной техники необходимы следующие исходные данные для каждого образца:

— фактические затраты или прогнозные оценки по опытно-конструкторским работам и их распределение по годам;

— стоимость серийного производства отдельных элементов или образца в целом (для перспективных образцов — прогноз);

— стоимость строительства объектов, необходимых для создания и обеспечения эксплуатации образцов вооружения;

— затраты на эксплуатацию всех существующих и подлежащих включению в программу вида вооруженных сил образцов вооружения.

На основании плана замены и единичных стоимостных показателей образцов вооружения составляются программы опытно-конструкторских работ, серийного производства (поставок), капитального строительства и эксплуатации. Все программы содержат стоимостную оценку. При этом следует учесть, что, поскольку основное назначение программы состоит в подготовке данных для сравнительного военно-экономического анализа, определения объема потребных ассигнований и выбора наилучшего варианта программы, точность оценок может быть значительно ниже, чем при текущем планировании.

При перспективном планировании возникают неопределенности различного характера, которые следует учитывать при оценке боевой эффективности и экономических показателей. Одна из неопределенностей связана с определением направления угрозы для страны. С течением времени изменяются вероятные противники, что влияет на формирование возможных театров военных действий, на требования к тактико-техническим характеристикам необходимого для выполнения боевых задач вооружения, на условия базирования войсковых формирований. Неопределенность исходной информации о будущем состоянии противника и достижимых уровнях тактико-технических характеристик вооружения позволяет использовать укрупненные стоимостные показатели.

Рассмотрим способы формирования программы по отдельным видам работ. Если для каждого образца есть оценка стоимости разработки, в том числе опытно-конструкторских работ, известна длительность их проведения, то при наличии зафиксированных моментов начала постановки образцов на вооружение, а следовательно и времени окончания их разработки, становится возможным сформировать программу опытно-конструкторских работ. Пусть для примера, приведенного в табл. 14.3, стоимость ОКР образцов $C_{окр}$ и длительность ОКР $\tau_{окр}$ известны и заданы табл. 14.4.

Таблица 14.4

Образец	$C_{окр}$, тыс. руб.	$\tau_{окр}$, годы
А′	510	1985—1987
А″	600	1990—1993
Б′	180	1987—1989

Тогда для случая равномерного распределения затрат по годам в период 1986—1995 гг. программа ОКР будет иметь вид, представленный в табл. 14.5.

Таблица 14.5

Образец	Затраты на ОКР по годам, тыс. руб.										Сумма по образцам, тыс. руб.
	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	
А′	170	170	—	—	—	—	—	—	—	—	340
А″	—	—	—	—	150	150	150	150	—	—	600
Б′	—	60	60	60	—	—	—	—	—	—	180
Сумма по годам, тыс. руб.	170	230	60	60	150	150	150	150	—	—	1120

Для образца А′ в программе учтены затраты ОКР только в сумме 340 тыс. руб., так как затраты 1985 г. выходят за рамки периода разработки программы. В результате получаются данные о распределении затрат на ОКР по всему периоду программирования для всех образцов, включаемых в данную альтернативную программу, и суммарные затраты.

В данном примере рассмотрена смена поколений только двух образцов А и Б. Аналогично можно оценить затраты на все образцы, входящие в вариант программы вида вооруженных сил.

Результаты оценки затрат на ОКР по всем образцам вооружения и их элементам позволяют решать задачу оценки реализуемости программ промышленностью, занимающейся разработкой вооружения. В случае нехватки у того или иного министерства научно-производственного потенциала работы передаются другому министерству или делается оценка потребности в дополнительных материальных, финансовых и людских ресурсах. Так реализуется один из принципов программно-целевого метода — распределение ресурсов по исполнителям, по конечным целям и задачам.

Для составления программы серийных поставок необходимы данные о стоимости изготовления элементов вооружения. Пусть в простейшем случае (длительность производственного цикла считается малой величиной) стоимость производства образца неизменна по годам и равна: для образца А′ — 400 тыс. руб., для А″ — 420 тыс. руб. и для Б′ — 60 тыс. руб. Тогда программа серийных поставок для плана замены, приведенного в табл. 14.3 (вариант I), будет иметь вид, представленный в табл. 14.6.

Программа строительства формируется аналогично программе серийных поставок, т. е. путем умножения единичного показателя затрат на количество изготовляемых (вводимых в эксплуатацию) в данном году единиц вооружения.

Для оценки затрат на эксплуатацию необходимо иметь данные о единичной стоимости эксплуатации образцов вооружения. Поскольку в плане замены количество указывается по состоя-

Таблица 14.6

Образец	Затраты на серийные поставки по годам, млн. руб.										Сумма по образцам, млн. руб.
	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	
A′	—	—	60	60	60	60	—	—	—	—	240
A″	—	—	—	—	—	—	—	—	63	63	126
Б′	—	—	—	—	6	6	6	6	6	6	36
Сумма по годам, млн. руб.	—	—	60	60	66	66	6	6	69	69	402

нию на конец года, то при оценке суммарных затрат необходимо принимать в расчет среднее количество изделий данного образца. Так, если в плане замены (см. табл. 14.3) указано, что в 1987 г. образца A′ не было, а в 1988 г. на вооружении находится 150 ед., то в расчете должно учитываться $\frac{0+150}{2}=$ $=75$ ед. Соответственно для образца A в 1991 г. в расчете учитывается количество $\frac{150+0}{2}=75$ ед., хотя в плане замены в 1991 г. образец отсутствует.

Пусть затраты на эксплуатацию образцов составят (в год на единицу): A — 5,0 тыс. руб., A′ — 5,5 тыс. руб., A″ — 6,0 тыс. руб., Б — 2 тыс. руб., Б′ — 2,2 тыс. руб. Тогда затраты на эксплуатацию образцов, например в 1995 г., составят (см. табл. 14.3, вариант I)

$$\frac{450+300}{2}\cdot 5{,}5+\frac{150+300}{2}\cdot 6{,}0+\frac{700+600}{2}\cdot 2{,}0+\frac{500+600}{2}\cdot 2{,}2=$$
$$=5922{,}5 \text{ тыс. руб.}$$

Результаты расчета по всем годам для плана замены по табл. 14.3 (вариант I) приведены в табл. 14.7.

Таблица 14.7

Образец	Затраты на эксплуатацию по годам, млн. руб.										Сумма по образцам, млн. руб.
	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	
A	3,0	3,0	2,62	1,88	1,12	0,38	—	—	—	—	12,0
A′	—	—	0,41	1,24	2,06	2,89	3,3	3,3	2,89	2,06	18,15
A″	—	—	—	—	—	—	—	—	0,45	1,35	1,8
Б	2,4	2,4	2,4	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,3	20,4
Б′	—	—	—	—	0,11	0,33	0,55	0,77	0,99	1,21	3,96
Сумма по годам, млн. руб.	5,4	5,4	5,43	5,52	5,59	5,7	5,75	5,77	5,83	5,92	56,31

Таблица 14.8

Виды затрат	Суммарные затраты по годам, млн. руб.										Сумма по видам затрат, млн. руб.
	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	
Опытно-конструкторские работы	0,17	0,23	0,06	0,06	0,15	0,15	0,15	0,15	—	—	1,12
Серийные поставки	—	—	60	60	66	66	6	6	69	69	402
Эксплуатация	5,4	5,4	5,43	5,52	5,6	5,7	5,75	5,77	5,83	5,92	56,32
Сумма по годам, млн. руб.	5,57	5,63	65,49	65,58	71,75	71,85	11,9	11,92	74,83	74,92	459,44

Суммарные затраты на осуществление данного варианта программы сводятся в таблицу (табл. 14.8).

Поскольку по каждому образцу вооружения известна система кооперации предприятий-разработчиков и заводов—изготовителей серийной продукции (для перспективных образцов она может прогнозироваться), то становится возможным определить объемы работ промышленных министерств для обеспечения боевых задач всех видов вооруженных сил. Это позволяет обоснованно спланировать развитие производственной базы на далекую перспективу и обеспечить ритмичную работу предприятий.

Результаты расчетов суммарных затрат позволяют определить объем потребных ассигнований для каждого вида вооруженных сил, оптимально распределить ресурсы между видами в интересах наилучшего решения конечных целей и задач вооруженных сил в целом и, таким образом, наиболее эффективно использовать средства, выделяемые на оборону страны.

14.4.3. Военно-экономический анализ вариантов программ развития вооружения

Изменение параметров, перечисленных в подразд. 14.4.1 (набор образцов вооружения, тактико-технические характеристики, объем программы образцов и др.), приводит не только к изменению стоимости программы, но и к различным значениям показателей боевого эффекта. Таким образом, варьируя параметрами программы вооруженных сил, можно получать различные варианты (альтернативы) программ, а следовательно, различные варианты распределения затрат по годам осуществления программы $C(t)$ (см. табл. 14.8) и различные показатели достигаемого результирующего эффекта, также изменяющиеся по годам $W(t)$.

Дальнейший анализ вариантов должен состоять, во-первых, в сравнении достигнутых показателей боевого эффекта с требуемым ($W(t) \gtreqless W_{тр}(t)$, см. рис. 14.7) и, во-вторых, в сравнении вариантов между собой по их суммарной стоимости.

Показатель обобщенного боевого эффекта совокупности образцов вооружения, входящих в программу вида вооруженных сил в каждом t-м году, можно определять как меру его (эффекта) соответствия требуемому уровню. В этом случае независимо от конкретного характера вида вооруженных сил и его боевых задач показатель уровня боевого эффекта можно задавать и рассчитывать для каждого варианта программы числом, изменяющимся от нуля до единицы. Следовательно, если для вида вооруженных сил задается для каждого года требуемый уровень $W_{тр}(t)$, а для каждого варианта программы рассчитывается достигаемый уровень $W(t)$, то необходимо, чтобы он во все моменты t удовлетворял условию $W(t) \geqslant W_{тр}(t)$. Так отбираются допустимые варианты.

Конкретное значение $W(t)$ может быть определено по формулам теории боевой эффективности[1].

Оно зависит главным образом от количества образцов различных типов, находящихся на вооружении в войсках (см. табл. 14.3), и их тактико-технических характеристик.

После того как отобраны допустимые варианты с $W(t) \geqslant W_{тр}(t)$, проводится сравнение вариантов программ по величине суммарных затрат. Из числа допустимых выбирается вариант, имеющий минимальное значение показателя суммарных затрат. Для лица, принимающего решение, из числа допустимых могут быть отобраны также варианты, близкие к наиболее экономичному. По косвенным характеристикам такие варианты могут оказаться более предпочтительными, чем самый экономичный. К этим характеристикам можно отнести: возможности дальнейшего совершенствования предлагаемой программы вооружения, сложившаяся система кооперации заводов—производителей серийной продукции, степень индустриализации работ по строительству объектов под монтаж вооружения и др.

Рассмотрим пример анализа трех вариантов, содержащих оценки стоимости C_{Σ} в млн. руб. и конечного эффекта $W(t)$ каждого варианта (табл. 14.9). Результаты расчетов стоимости одного из вариантов представлены в табл. 14.8.

Таблица 14.9

Плановый период, год	Требуемый уровень эффекта, $W_{тр}(t)$	Показатели параметров по вариантам					
		I		II		III	
		C_{Σ}	$W(t)$	C_{Σ}	$W(t)$	C_{Σ}	$W(t)$
1986	0,95	5,57	0,95	5,57	0,95	5,57	0,95
1987	0,95	5,63	0,95	5,63	0,95	5,63	0,95
1988	0,95	65,49	0,96	62,3	0,95	67,2	0,96
1989	0,96	65,58	0,97	64,8	0,96	68,3	0,97
1990	0,96	71,75	0,98	69,2	0,96	75,4	0,98
1991	0,96	71,85	0,98	11,2	0,95	12,3	0,98
1992	0,97	11,9	0,97	11,1	0,95	12,1	0,98
1993	0,97	11,92	0,97	10,8	0,96	13,7	0,98
1994	0,97	74,83	0,98	72,9	0,97	75,8	0,98
1995	0,98	74,92	0,98	73,1	0,98	75,2	0,99
		459,44		386,6		412,2	

Анализ табл. 14.9 показывает следующее:

— показатели результирующего эффекта в 1988—1990 гг.

[1] См.: Фендриков Н. М., Яковлев В. И. Методы расчетов боевой эффективности вооружения. М.: Воениздат, 1971. Вероятностные методы оценки эффективности вооружения/ А. А. Червоный, В. А. Шварц, А. П. Козловцев, В. А. Чобанян; Под ред. проф. А. А. Червоного. М.: Воениздат, 1979.

и в 1994—1995 гг. улучшаются вследствие запуска в серийное производство новых образцов (см. табл. 14.3) с более высокими тактико-техническими характеристиками. Некоторое ухудшение показателя W в 1992 г. (вариант I) объясняется физическим старением военной техники;

— варианты I и III удовлетворяют требованиям к показателю эффективности и могут считаться допустимыми;

— рациональным следует считать вариант III, так как он более экономичен.

Если рассмотренные варианты не позволят выбрать рациональный, необходимо формировать новые программы с измененными сроками ввода новых образцов вооружения, более высоким уровнем их тактико-технических характеристик, увеличенным количеством боевых средств и т. д.

14.4.4. Оценка реализуемости программ

Все анализируемые варианты программ развития военной техники, и особенно допустимые, должны оцениваться с точки зрения возможности воплощения их в жизнь. К. Маркс отмечал, что «человечество ставит себе всегда только такие задачи, которые оно может разрешить, так как при ближайшем рассмотрении всегда оказывается, что сама задача возникает лишь тогда, когда материальные условия ее решения уже имеются налицо, или, по крайней мере, находятся в процессе становления»[1]. Наиболее тщательному анализу должны подвергаться варианты программ, рекомендуемые как рациональные.

Основными направлениями оценки реализуемости программ являются:

— оценка возможностей науки и техники по созданию образцов вооружения с необходимыми тактико-техническими характеристиками. Решение этой задачи носит инженерный характер и проводится на основе научно-технического прогнозирования;

— оценка соответствия суммарной потребности в ассигнованиях на программы развития военной техники лимитам, которые выделяются видам вооруженных сил на решение боевых задач. Если видами вооруженных сил разрабатываются такие программы, которые не укладываются в установленные лимиты, то часть боевых задач может быть передана другому виду вооруженных сил;

— оценка возможностей реализации программы имеющимися ресурсами промышленности.

Достижение цели программы может осуществляться различными путями. Каждый путь, каждый вариант программы требует для реализации большого количества весьма разнородных ресурсов. Номенклатура предметов военного назначения исчисляется миллионами, число деталей некоторых образцов

[1] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 13, с. 7.

вооружения составляет сотни тысяч штук. Следовательно, потребность в материальных ресурсах, необходимых для реализации программ вооружения, чрезвычайно велика.

Однако одних материальных ресурсов для создания и эксплуатации вооружения недостаточно. Необходимы соответственные производственные площади, кадры высокой квалификации и самый современный уровень технологии производства. При отсутствии любого из этих условий станет невозможным реализовать программу, а следовательно, обеспечить необходимый уровень боеспособности вооруженных сил. Поэтому можно считать, что ресурсы являются своеобразным фильтром, через который пропускается анализируемая программа.

Однако перспективное планирование не обладает пассивным характером. Оно не ставит себя в полную зависимость от наличия ресурсов. Объективные потребности в выполнении возрастающих задач являются стимулирующим фактором для изыскания новых материалов, создания новых технологий и постановки ряда других сложных научно-производственных задач, решение которых продиктовано интересами обеспечения обороноспособности страны.

Рассмотрим простейшую задачу оценки возможности реализации программы вооружения с учетом наличных ресурсов промышленных министерств. Предположим, что по каждому варианту программы известны не только стоимость ее реализации и распределение затрат по годам (см. табл. 14.8), но и объем работ в стоимостном выражении, который необходимо выполнить отдельным министерствам и ведомствам, принимающим участие в выполнении программы работ. Известны также производственные возможности промышленных предприятий и проектных организаций. Тогда сравнение объемов работ, которые необходимо выполнить в каждом году планируемого периода, с возможностями их выполнения позволяет оценить степень реализуемости программы. Здесь могут возникнуть различные ситуации. Если недостаточны производственные мощности, то следует либо передать часть работ другому ведомству, либо создать дополнительные производственные мощности. Если суммарные возможности министерств достаточны, но характер потребности в ресурсах неравномерен (в некоторые годы образуется избыточный ресурс, в некоторые — ощущается их недостаток), то следует пересмотреть параметры программы (см. подразд. 14.4.1), т. е. изменить или темпы производства, или сроки начала разработки новых образцов и запуска их в серийное производство.

Изменение параметров программы может привести к необходимости повторной оценки конечной боевой эффективности, которая будет реально получена с учетом фактических возможностей промышленности. Окончательное решение о принятии того или иного варианта программы вооружения должно приниматься с учетом дополнительных капитальных вложений, которые необходимы для развития промышленности. Следовательно, задача «определение целей и задач — формирование способов их достижения (вариантов программ) — оценка ресурсов» должна решаться итерационно как прямая и обратная задачи военно-экономического анализа.

14.4.5. Учет неопределенности при планировании развития военной техники

При планировании развития военной техники возникает ряд неопределенностей, к числу которых можно отнести:

— изменения военно-политической обстановки в мире, вызывающие необходимость внесения соответствующих уточнений в содержание боевых задач вооруженных сил;

— изменчивость природно-климатических условий возможных театров военных действий;

— неопределенности в действительном уровне науки, техники и экономики;

— изменчивость (вследствие физического и морального износа) тактико-технических характеристик образцов вооружения, разрабатываемых в соответствии с программами совершенствования комплексов вооружения.

Все неопределенности можно разделить на две группы. К первой группе следует отнести недостаточно определенные знания о значениях тех факторов, на изменение которых воздействовать практически невозможно (природно-климатические условия возможных театров военных действий, поведение вероятного противника и др.). Ко второй группе относятся недостаточные знания о значениях тех факторов, на изменение которых можно оказать воздействие в той или иной степени (технический уровень производства, состояние экономики и др.).

На формирование перечня боевых задач на 10—15-летнюю перспективу главным образом влияет неопределенность в установлении очага угрозы для нашей страны. Если в течение многих лет основным очагом напряженности в мире и угрозы для Советского Союза были страны блока НАТО, то в последние годы появились другие силы, которые заинтересованы в гонке вооружений, в нагнетании атмосферы страха и враждебности.

Прогнозировать изменение возможных театров военных действий весьма сложно, хотя и необходимо, так как оно в решающей мере определяет перечень образцов вооружения, подлежащих разработке и созданию, их тактико-технические характеристики, количество, а следовательно, и объем потребных ассигнований. Отсюда возникает необходимость в перспективном планировании, которое позволяло бы гибко реагировать на изменение обстановки, просматривать большое количество возможных вариантов программ.

Одно из требований, предъявляемых к программам, состоит в том, что наилучшие из них должны обладать способностью адаптации к изменяющимся условиям. Однако при этом следует учитывать, что создание таких программ может потребовать значительных экономических усилий.

Для оценки неопределенности в условиях реализации программ с учетом других факторов следует прибегать к прогнозированию. В настоящее время широко используется социальное, научно-техническое, экономическое прогнозирование (см. подразд. 6.4). Результаты прогнозирования должны использоваться при разработке программ, а в дальнейшем при планировании. В условиях неопределенности основная задача прогнозирования состоит в установлении границ значений тех показателей, которые должны учитываться при разработке программ.

Наличие прогнозных оценок позволяет применять специальные методы обоснования решений (см. гл. 10). Используя их, можно подготовить набор возможных вариантов, позволяющих принять обоснованное решение по наиболее рациональному использованию ресурсов, выделяемых на оборону страны.

14.5. Связь долгосрочного, среднесрочного и текущего планирования развития военной техники

В настоящее время в народном хозяйстве СССР принята следующая система планов (рис. 14.8):

— комплексная программа научно-технического прогресса на 20 лет;

— основные направления экономического и социального развития на 10—15 лет;

— пятилетний план экономического и социального развития;

— годовой план.

Если комплексная программа носит главным образом научно-технический характер, то основные направления должны быть увязаны с ресурсным обеспечением, т. е. они становятся экономической программой. Пятилетний план является основной формой планирования, ядром системы долгосрочных, среднесрочных и текущих планов. Он увязывается с комплексной программой на 20 лет, является ядром основных направлений развития на 10—15 лет и реализуется в годовых планах. Годовые планы являются формой реализации пятилетних планов.

Все это обеспечивает непрерывность планирования и тесную взаимную увязку плановых и отчетных показателей. Оценка выполнения пятилетнего плана производится нарастающим итогом с начала пятилетки.

Двадцатилетняя комплексная программа научно-технического прогресса и основные направления экономического и социального развития уточняются каждые пять лет. Этим обеспечивается подвижность системы планов во времени при сохранении стабильности основных выходных показателей пятилетки.

Разработка системы перспективных и текущих планов позволяет утверждать, что при наличии программы развития систем вооружения на период 10—15 лет все ближайшие мероприятия, по крайней мере в течение 5 лет, являются технически и экономически обоснованными. Программы обеспечивают выполнение всех работ, включая те, которые создают условия для содержания в войсках перспективных образцов вооружения (рис. 14.9).

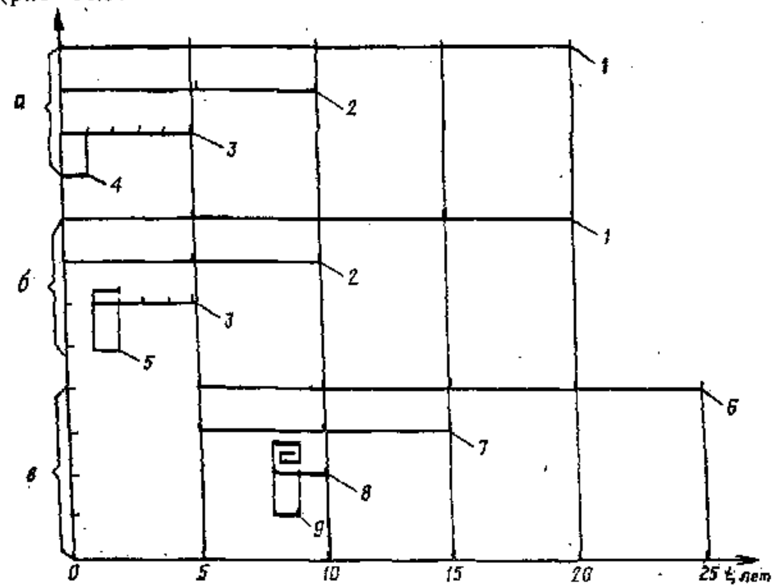


Рис. 14.8. Система планов:

1 — комплексная программа научно-технического прогресса на период 0—20 гг. (*6* — на период 5—25 лет); *2* — основные направления экономического и социального развития на период 0—10 лет (*7* — на период 5—15 лет); *3* — пятилетний план на период 0—5 лет (*8* — на период 5—10 лет); *4*, *5* и *9* — годовые планы; *а*, *б* — система планов в первой пятилетке; *в* — система планов во второй пятилетке

На рис. 14.9 показано, что для образца A′, который снимается с вооружения только в 21 году и должен обеспечивать выполнение боевых задач в течение 7—21 гг., затраты на разработку должны предусматриваться в первой пятилетке на 4-е и 5-е годы. В противном случае невозможно организовать работу без скачков и срывов, обеспечить требуемый уровень боевой готовности.

Существует не только прямая связь, определяющая необходимость учета в ближайших планах проведения работ в интересах решения перспективных задач. Обратная связь проявляется в том, что результаты выполнения текущих и пятилетних планов влияют на последующие мероприятия, на необходимость корректировки перспективных планов. При корректировке 10—15-летних программ должны учитываться результаты фактического выполнения как годовых, так и особенно пятилетних планов.

Разработка системы планов и программ имеет важное практическое значение. Она в большой мере определяет перспективы развития оборонной промышленности. Кроме того, перспективное планирование позволяет на научной основе определять пути создания и совершенствования ремонтной базы и строительной индустрии, системы подготовки кадров и учебно-материальной базы, системы управления войсками.

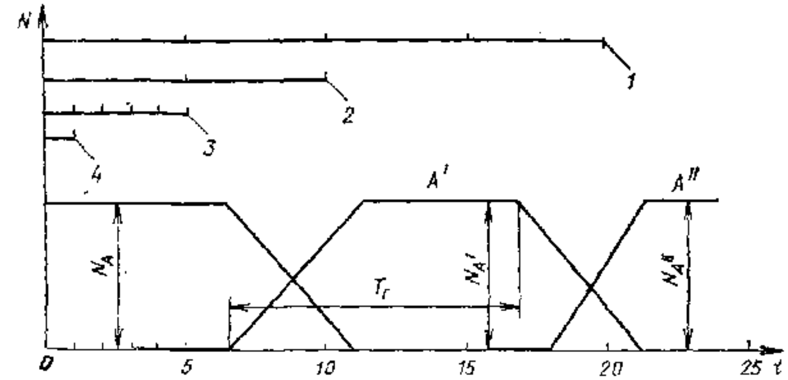


Рис. 14.9. Связь долгосрочного, пятилетнего и текущего планов:

1 — комплексная программа научно-технического прогресса; *2* — основные направления экономического и социального развития; *3* — пятилетний план; *4* — годовой план; А, А′, А″ — поколения образца вооружения; *N* — объем программы выпуска; $T_г$ — гарантийный срок службы образца вооружения

В материалах XXVII съезда КПСС поставлена важная задача совершенствования экономической науки, перехода от описательных характеристик категорий и законов политической экономии к такой их разработке, которая дает возможность получать практические рекомендации, основанные на методах количественного анализа. Необходимо активно формировать новый тип специалиста исходя из того, что современному экономическому мышлению свойственна деловитость, рачительное отношение к народному добру, к использованию материальных, трудовых и финансовых ресурсов.

Эта задача является одной из ключевых при обучении и воспитании военных экономистов-финансистов. Изложенные в настоящем Учебнике материалы должны способствовать ее решению. Методы военно-экономического анализа направлены на то, чтобы военные специалисты были способны проанализировать фактическое состояние дел, оценить эффективность планируемых и проводимых мероприятий в войсковой и производственной сфере деятельности, подготовить обоснованные рекомендации, способствующие целесообразному использованию всех видов ресурсов и в конечном счете повышению боевой готовности наших Вооруженных Сил.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ЗНАЧЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\Phi^*(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
—3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
—3,3	0005	0005	0005	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003
—3,2	0007	0007	0006	0006	0006	0005	0006	0005	0005	0005
—3,1	0010	0009	0009	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007
—3,0	0013	0013	0013	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010
—2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
—2,8	0026	0025	0024	0023	0022	0021	0021	0021	0020	0019
—2,7	0035	0034	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026
—2,6	0047	0045	0044	0043	0041	0040	0039	0038	0037	0036
—2,5	0062	0060	0059	0057	0055	0054	0052	0051	0049	0048
—2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
—2,3	0107	0104	0102	0099	0096	0094	0091	0089	0087	0084
—2,2	0139	0136	0132	0129	0125	0122	0119	0116	0113	0110
—2,1	0179	0174	0170	0166	0162	0158	0154	0150	0146	0145
—2,0	0228	0222	0217	0212	0207	0202	0197	0192	0188	0183
—1,9	0,0288	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
—1,8	0359	0351	0344	0336	0329	0322	0314	0307	0301	0294
—1,7	0446	0436	0427	0418	0409	0401	0392	0384	0375	0367
—1,6	0548	0537	0526	0516	0505	0495	0485	0475	0465	0455
—1,5	0668	0655	0643	0630	0618	0606	0594	0582	0571	0559
—1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
—1,3	0968	0951	0934	0918	0901	0885	0869	0853	0838	0823
—1,2	1151	1131	1112	1093	1075	1056	1038	1020	1003	0985
—1,1	1357	1335	1314	1292	1271	1251	1230	1210	1190	1170
—1,0	1587	1563	1539	1515	1492	1469	1446	1423	1401	1379

Продолжение приложения I

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
—0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
—0,8	2119	2090	2061	2033	2005	1977	1949	1922	1894	1867
—0,7	2420	2389	2358	2327	2297	2266	2236	2206	2177	2148
—0,6	2743	2709	2676	2643	2611	2578	2546	2514	2483	2451
—0,5	3085	3050	3015	2981	2946	2912	2877	2843	2810	2776
—0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
—0,3	3821	3783	3745	3707	3669	3632	3594	3557	3520	3483
—0,2	4207	4168	4129	4090	4052	4013	3974	3936	3897	3859
—0,1	4602	4562	4522	4484	4443	4404	4364	4325	4286	4247
—0,0	5000	4960	4920	4880	4840	4801	4761	4721	4681	4641
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6025	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7703	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	0,8413	0,8437	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9607
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9980
2,9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998

Пояснения

Значения функции распределения $\Phi^*(x)$ численно соответствуют вероятности P того, что случайная величина X, распределенная по нормальному закону, будет меньше некоторого заранее заданного числа

$$\Phi^*(x) = P(X < x).$$

Функция $\Phi^*(x)$ применяется также для определения вероятности попадания случайной величины X на отрезок $]\beta - \alpha[$:

$$\Phi^*(\beta) - \Phi^*(\alpha) = P(\alpha < X < \beta).$$

В таблице приведены значения функции $\Phi^*(x)$ для x от —3,49 до 3,49 с шагом 0,01.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ТАБЛИЦА ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ КРИТЕРИЯ СОГЛАСИЯ χ^2 (ПИРСОНА)

χ_0^2 \ r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,3173	0,6065	0,8013	0,9098	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982	0,0094	0,9998
2	1574	3679	5724	7358	8491	9197	9598	9810	9915	9963
3	0833	2231	3916	5573	7000	8089	8850	9344	9643	9814
4	0455	1353	2615	4000	5494	6767	7798	8571	9114	9473
5	02[illegible]4	0821	1718	2873	4159	5438	6600	7575	8343	8912
6	0143	0498	1110	1991	3062	4232	5398	6472	7390	8153
7	0081	0302	0719	1359	2200	3208	4289	5366	6371	7254
8	0047	0183	0460	0016	1562	2381	3326	4335	5341	6288
9	0027	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423	4373	5321
10	0,0016	0,0067	0,0196	0,0404	0,0752	0,1247	0,1886	0,2650	0,3505	0,1405
11	0009	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017	2757	3575
12	0005	0025	0074	0174	0340	0620	1006	1512	2133	2851
13	0003	0015	0046	0113	0234	0430	0721	1119	1626	2237
14	0002	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818	1223	1730
15	0001	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591	0909	1321
16	0001	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424	0669	0996
17	0000	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301	0487	0744
18	0000	0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212	0352	0550
19	0000	0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149	0252	0403

χ_0^2 \ r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005	0,0013	0,0028	0,0056	0,0103	0,0179	0,0293
21	0000	0000	0001	0003	0008	0018	0038	0071	0126	0211
22	0000	0000	0001	0002	0005	0012	0025	0049	0089	0151
23	0000	0000	0000	0001	0003	0008	0017	0034	0062	0107
24	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0011	0023	0043	0076
25	0000	0000	0000	0001	0001	0003	0008	0016	0030	0053
26	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010	0020	0037
27	0000	0000	0000	0000	0001	0001	0003	0007	0014	0026
28	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010	0018
29	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0001	0003	0006	0012
30	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002	0004	0009

Пояснения

Таблица вероятностей применяется при проверке гипотезы о виде закона распределения выборочной статистической совокупности по критерию согласия χ^2 Пирсона. В ней приведены значения *вероятности* **события $P(\chi^2 \geqslant \chi_0^2)$, состоящего в том, что величина χ^2 генеральной совокупности будет не менее величины χ_0^2, рассчитанной для выборки, если для теоретического закона распределения известно число степеней свободы r. Гипотеза о виде закона распределения** *подтверждается, когда* $P(\chi^2 \geqslant \chi_0^2)$ будет не малой величиной.

В таблице приведены значения $P(\chi^2 \geqslant \chi_0^2)$ для r от 1 до 10 и χ^2 от 1 до 30. Ступенчатой линией отмечена граница вероятностей $P(\chi^2 \geqslant \chi_0^2) \geqslant 0,01$, выше которой гипотеза о теоретическом законе распределения принимается.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $P(\lambda)$

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,3	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9999	0,9997	0,9995	0,9992	0,9987	0,9981
0,4	0,9972	0,9960	9945	9926	9903	9874	9840	9800	9753	9700
0,5	9639	9572	9497	9415	9325	9228	9124	9013	8896	8772
0,6	8643	8508	8368	8222	8073	7920	7764	7604	7442	7278
0,7	7112	6945	6777	6609	6440	6272	6104	5936	5770	5605
0,8	5441	5280	5120	4962	4806	4653	4503	4355	4209	4067
0,9	3927	3791	3657	3527	3399	3275	3154	3036	2921	2809
1,0	0,2700	0,2594	0,2492	0,2392	0,2296	0,2202	0,2111	0,2024	0,1939	0,1857
1,1	1777	1700	1626	1555	1486	1420	1356	1294	1235	1177
1,2	1122	1070	1019	0970	0924	0879	0836	0794	0755	0717
1,3	0681	0646	0613	0582	0551	0522	0495	0469	0144	0420
1,4	0397	0375	0354	0335	0316	0298	0282	0266	0250	0236
1,5	0222	0209	0197	0185	0174	0164	0154	0145	0136	0127
1,6	0120	0112	0105	0098	0092	0086	0081	0076	0071	0066
1,7	0062	0058	0054	0050	0047	0044	0041	0038	0035	0033
1,8	0031	0029	0027	0025	0023	0021	0020	0019	0017	0016
1,9	0015	0014	0013	0012	0012	0011	0010	0009	0008	0007
2,0	0,0007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
2,1	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001
2,2	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001	0001
2,3	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

Пояснения

Функция распределения $P(\lambda)$ выражает вероятность того, что за счет чисто случайных причин наибольшее расхождение между статистической и выбранной теоретической функциями распределения будет не меньше, чем фактически наблюденное в опыте.

Таблица содержит значения функции $P(\lambda)$ для параметра λ от 0,30 до 2,39. С точностью до четвертого знака после запятой этот диапазон λ охватывает все ее возможные значения. Ступенчатой линией отмечена граница значений $P(\lambda) > 0,05$, выше которой гипотеза о теоретической функции распределения принимается.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ e^{-x}

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,00	1,000	0,40	0,670	0,80	0,449	3,00	0,050
0,01	0,990	0,41	0,664	0,81	0,445	3,10	0,045
0,02	0,980	0,42	0,657	0,82	0,440	3,20	0,041
0,03	0,970	0,43	0,650	0,83	0,436	3,30	0,037
0,04	0,961	0,44	0,644	0,84	0,432	3,40	0,033
0,05	0,951	0,45	0,638	0,85	0,427	3,50	0,030
0,06	0,942	0,46	0,631	0,86	0,423	3,60	0,027
0,07	0,932	0,47	0,625	0,87	0,419	3,70	0,025
0,08	0,923	0,48	0,619	0,88	0,415	3,80	0,022
0,09	0,914	0,49	0,613	0,89	0,411	3,90	0,020
0,10	0,905	0,50	0,606	0,90	0,407	4,00	0,0183
0,11	0,896	0,51	0,600	0,91	0,403	4,10	0,0166
0,12	0,887	0,52	0,595	0,92	0,399	4,20	0,0150
0,13	0,878	0,53	0,589	0,93	0,395	4,30	0,0136
0,14	0,869	0,54	0,583	0,94	0,391	4,40	0,0123
0,15	0,861	0,55	0,577	0,95	0,387	4,50	0,0111
0,16	0,852	0,56	0,571	0,96	0,383	4,60	0,0101
0,17	0,844	0,57	0,565	0,97	0,379	4,70	0,0091
0,18	0,835	0,58	0,560	0,98	0,375	4,80	0,0082
0,19	0,827	0,59	0,554	0,99	0,372	4,90	0,0074
0,20	0,819	0,60	0,549	1,00	0,368	5,00	0,0067
0,21	0,811	0,61	0,543	1,10	0,333	5,10	0,0061
0,22	0,803	0,62	0,538	1,20	0,302	5,20	0,0055
0,23	0,795	0,63	0,533	1,30	0,273	5,30	0,0050
0,24	0,787	0,64	0,527	1,40	0,247	5,40	0,0045
0,25	0,779	0,65	0,522	1,50	0,223	5,50	0,0041
0,26	0,771	0,66	0,517	1,60	0,202	5,60	0,0037
0,27	0,763	0,67	0,512	1,70	0,183	5,70	0,0033
0,28	0,756	0,68	0,507	1,80	0,165	5,80	0,0030
0,29	0,748	0,69	0,502	1,90	0,150	5,90	0,0027
0,30	0,741	0,70	0,497	2,00	0,135	6,00	0,0025
0,31	0,733	0,71	0,492	2,10	0,122	6,10	0,0022
0,32	0,726	0,72	0,487	2,20	0,111	6,20	0,0020
0,33	0,719	0,73	0,482	2,30	0,100	6,30	0,0018
0,34	0,712	0,74	0,477	2,40	0,091	6,40	0,0017
0,35	0,705	0,75	0,472	2,50	0,082	6,50	0,0015
0,36	0,698	0,76	0,468	2,60	0,074	6,60	0,0014
0,37	0,691	0,77	0,463	2,70	0,067	6,70	0,0012
0,38	0,684	0,78	0,458	2,80	0,061	6,80	0,0011
0,39	0,677	0,79	0,454	2,90	0,055	6,90	0,0010
0,40	0,670	0,80	0,449	3,00	0,050	7,00	0,0009

Пояснения

Таблица состоит из двух частей. Первая часть содержит значения функции для x от 0 до 0,99 с шагом 0,01, вторая — для x от 1,0 до 7,0 с шагом 0,1.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ЗНАЧЕНИЯ t_β (n, β)

n \ β	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
3	0,617	0,816	1,061	1,336	1,886	2,920	4,300	6,960	9,920	31,6
4	584	765	0,978	250	638	2,350	3,180	4,540	5,840	12,94
5	569	741	941	190	533	2,130	2,770	3,750	4,600	8,61
6	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,020	2,57	3,36	4,03	6,86
7	553	718	906	134	440	1,943	45	14	3,71	5,96
8	549	711	896	119	415	895	36	00	50	5,40
9	546	706	889	108	397	860	31	2,29	36	5,04
10	543	703	828	100	383	833	36	82	25	4,78
11	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17	4,59
12	540	697	876	088	363	796	20	72	11	49
13	539	695	873	083	356	782	18	68	06	32
14	538	694	870	079	350	771	16	65	01	22
15	537	692	862	076	345	761	14	62	2,98	14
16	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95	4,07
17	535	690	865	071	337	746	12	58	92	4,02
18	534	689	863	069	333	740	11	57	90	3,96
19	534	688	862	067	330	734	10	55	88	92
20	533	688	861	066	328	729	09	54	86	88
21	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,09	2,53	2,84	3,85
22	532	686	859	063	323	721	08	52	83	82
23	532	686	858	061	321	717	07	51	82	79
24	532	685	858	060	319	714	07	50	81	77
25	531	685	857	059	318	711	06	49	80	74
26	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,06	2,48	2,79	3,72
27	531	684	866	058	315	706	06	48	79	71
28	531	684	855	057	314	703	05	47	77	69
29	530	683	855	056	313	701	05	47	76	67
30	530	683	854	055	311	699	04	46	76	66
31	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,04	2,46	2,75	3,65
40	529	681	851	050	303	684	02	42	70	55
60	527	679	848	046	296	671	00	39	66	46
120	526	677	845	041	289	658	1,980	36	62	37
∞	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58	3,29

Пояснения

В таблице приведены значения коэффициента t_β для доверительной вероятности β от 0,3 до 0,999 и объема выборки n от 3 до ∞ с переменным шагом.

ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЯ ФИШЕРА (F-КРИТЕРИЯ)

$f_{ост}$	Значения F при $\alpha = 0,1$ (гарантия 90%) и $f_{рег}$					Значения F при $\alpha = 0,05$ (гарантия 95%) и $f_{рег}$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2
2	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30
3	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01
4	4,54	4,34	4,19	4,11	4,05	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05
6	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39
7	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97
8	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69
9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48
10	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	4,96	4,10	3,71	3,48	3,23
11	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20
12	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11
13	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03
14	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96
15	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90
16	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85
17	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81
18	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77
19	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74
20	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71
21	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68
22	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66
23	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64
24	2,93	2,54	2,33	2,20	2,10	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62
25	2,92	2,53	2,32	2,19	2,09	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60
26	2,91	2,52	2,31	2,18	2,08	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59
27	2,90	2,51	2,30	2,17	2,07	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57
28	2,89	2,50	2,29	2,17	2,06	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56
29	2,89	2,50	2,28	2,16	2,06	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55
30	2,88	2,49	2,28	2,15	2,05	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53
40	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45
60	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37
120	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29
∞	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21

Пояснения

F-критерий используется при проверке соответствия (адекватности) принятого для выборки уравнения регрессии тому уравнению, которое сглаживало бы всю генеральную совокупность. В таблице приведены значения F-критерия генеральной совокупности для числа степеней свободы $f_{ост}$ от 1 до ∞ (с переменным шагом) и $f_{рег}$ от 1 до 5 с шагом 1,0. Таблица позволяет определять значения F-критерия для вероятности несоответствия уравнений регрессии $\alpha=0,1$ (гарантия соответствия 90%) и $\alpha=0,05$ (гарантия 95%).

ЗНАЧЕНИЯ P_0

ρ	Число каналов обслуживания S								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,1	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048	0,9048
0,2	0,8182	0,8187	0,8187	0,8187	0,8187	0,8187	0,8187	0,8187	0,8187
0,3	0,7391	0,7407	0,7408	0,7408	0,7408	0,7408	0,7408	0,7408	0,7408
0,4	0,6667	0,6701	0,6703	0,6703	0,6703	0,6703	0,6703	0,6703	0,6703
0,5	0,6000	0,6051	0,6065	0,6065	0,6065	0,6065	0,6065	0,6065	0,6065
0,6	0,5385	0,5479	0,5487	0,5488	0,5488	0,5488	0,5488	0,5488	0,5488
0,7	0,4825	0,4951	0,4964	0,4966	0,4966	0,4966	0,4966	0,4966	0,4966
0,8	0,4285	0,4472	0,4491	0,4493	0,4493	0,4493	0,4493	0,4493	0,4493
0,9	0,3793	0,4034	0,4062	0,4065	0,4066	0,4066	0,4066	0,4066	0,4066
1,0	0,3333	0,3673	0,3678	0,3678	0,3679	0,3679	0,3679	0,3679	0,3679
1,1	0,2903	0,3273	0,3321	0,3328	0,3328	0,3329	0,3329	0,3329	0,3329
1,2	0,2500	0,2941	0,3002	0,3010	0,3012	0,3012	0,3012	0,3012	0,3012
1,3	0,2121	0,2638	0,2712	0,2723	0,2725	0,2725	0,2725	0,2725	0,2725
1,4	0,1765	0,2360	0,2449	0,2463	0,2465	0,2466	0,2466	0,2466	0,2466
1,5	0,1428	0,2105	0,2210	0,2228	0,2231	0,2231	0,2231	0,2231	0,2231
1,6	0,1111	0,1872	0,1993	0,2014	0,2012	0,2019	0,2019	0,2019	0,2019
1,7	0,0810	0,1657	0,1796	0,1821	0,1827	0,1827	0,1827	0,1827	0,1827
1,8	0,0526	0,1460	0,1616	0,1646	0,1652	0,1653	0,1653	0,1653	0,1653
1,9	0,0256	0,1278	0,1453	0,1487	0,1494	0,1494	0,1495	0,1496	0,1496
2,0		0,1111	0,1304	0,1343	0,1352	0,1353	0,1353	0,1353	0,1453
2,1		0,0957	0,1169	0,1213	0,1222	0,1224	0,1224	0,1224	0,1224
2,2		0,0815	0,1046	0,1094	0,1105	0,1107	0,1108	0,1108	0,1108
2,3		0,0683	0,0933	0,0987	0,0999	0,1002	0,1002	0,1002	0,1002
2,4		0,0562	0,0830	0,0889	0,0903	0,0906	0,0907	0,0907	0,0907
2,5		0,0449	0,0737	0,0801	0,0816	0,0820	0,0821	0,0821	0,0821

Продолжение приложения 7

ρ	Число каналов обслуживания S								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2,6		0,0345	0,0651	0,0721	0,0737	0,0741	0,0742	0,0743	0,0743
2,7		0,0249	0,0573	0,0643	0,0666	0,0670	0,0672	0,0672	0,0672
2,8		0,0160	0,0502	0,0581	0,0602	0,0606	0,0608	0,0608	0,0608
2,9		0,0077	0,0437	0,0521	0,0543	0,0548	0,0550	0,0550	0,0550
3,0			0,0377	0,0466	0,0489	0,0496	0,0497	0,0498	0,0498
3,1			0,0323	0,0417	0,0441	0,0448	0,0450	0,0450	0,0450
3,2			0,0273	0,0371	0,0398	0,0405	0,0407	0,0407	0,0407
3,3			0,0227	0,0330	0,0358	0,0366	0,0368	0,0368	0,0369
3,4			0,0186	0,0293	0,0322	0,0330	0,0333	0,0333	0,0334
3,5			0,0147	0,0259	0,0290	0,0298	0,0301	0,0302	0,0302
3,6			0,0112	0,0228	0,0260	0,0269	0,0272	0,0273	0,0273
3,7			0,0080	0,0200	0,0233	0,0243	0,0246	0,0246	0,0247
3,8			0,0052	0,0174	0,0209	0,0219	0,0222	0,0223	0,0223
3,9			0,0024	0,0151	0,0187	0,0198	0,0201	0,0202	0,0203
4,0				0,0130	0,0167	0,0178	0,0182	0,0183	0,0183
4,1				0,0111	0,0149	0,0160	0,0164	0,0165	0,0165
4,2				0,0093	0,0132	0,0144	0,0148	0,0149	0,0150
4,3				0,0077	0,0117	0,0130	0,0134	0,0135	0,0135
4,4				0,0063	0,0104	0,0116	0,0121	0,0122	0,0122
4,5				0,0049	0,0091	0,0105	0,0109	0,0110	0,0111
4,6				0,0038	0,0030	0,0093	0,0098	0,0100	0,0101
4,7				0,0027	0,0070	0,0084	0,0089	0,0090	0,0090
4,8				0,0017	0,0061	0,0075	0,0080	0,0081	0,0082
4,9				0,0008	0,0053	0,0067	0,0072	0,0074	0,0074
5,0					0,0045	0,0060	0,0065	0,0066	0,0067

Продолжение приложения 7

ρ	Число каналов обслуживания S								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5,1					0,0038	0,0052	0,0058	0,0060	0,0061
5,2					0,0032	0,0047	0,0052	0,0054	0,0055
5,3					0,0026	0,0042	0,0047	0,0049	0,0049
5,4					0,0021	0,0037	0,0042	0,0044	0,0045
5,5					0,0017	0,0033	0,0038	0,0040	0,0040
5,6					0,0013	0,0028	0,0034	0,0036	0,0036
5,7					0,0009	0,0025	0,0030	0,0032	0,0033
5,8					0,0006	0,0021	0,0027	0,0029	0,0030
5,9					0,0003	0,0018	0,0024	0,0026	0,0027
6,0						0,0016	0,0021	0,0023	0,0024
6,1						0,0013	0,0019	0,0021	0,0022
6,2						0,0011	0,0017	0,0019	0,0020
6,3						0,0009	0,0015	0,0017	0,0018
6,4						0,0007	0,0013	0,0015	0,0016
6,5						0,0006	0,0011	0,0014	0,0014
6,6						0,0004	0,0010	0,0012	0,0013
6,7						0,0003	0,0009	0,0010	0,0012
6,8						0,0002	0,0007	0,0010	0,0010
6,9						0,0001	0,0006	0,0009	0,0009
7,0							0,0005	0,0008	0,0008
7,1							0,0005	0,0007	0,0008
7,2							0,0004	0,0006	0,0007
7,3							0,0003	0,0005	0,0006
7,4							0,0003	0,0005	0,0006
7,5							0,0002	0,0004	0,0005

Окончание приложения 7

ρ	Число каналов обслуживания S								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7,6							0,0002	0,0003	0,0004
7,7							0,0001	0,0003	0,0004
7,8							0,0001	0,0003	0,0003
7,9							0,0000	0,0002	0,0003
8,0								0,0002	0,0002
8,1								0,0002	0,0002
8,2								0,0001	0,0002
8,3								0,0001	0,0002
8,4								0,0001	0,0002
8,5								0,0001	0,0001
8,6								0,0001	0,0001
8,7								0,0000	0,0001
8,8								0,0000	0,0001
8,9								0,0000	0,0001
9,0									0,0001
9,1									0,0001
9,2									0,0000

Пояснения

В таблице приведены значения вероятности P_0 отсутствия заявок в многоканальной системе массового обслуживания (для пуассоновского потока требований и стационарного режима) для числа каналов обслуживания S от 2 до 10, интенсивности нагрузки ρ от 0,1 до 9,2 с шагом 0,1. Вероятность P_0 отлична от нуля, если $\rho<S$, а при $\rho\geqslant S$ всегда $P_0=0$. Граница значений P_0 для $\rho<S$ выделена ломаной линией.

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $y=-\ln(1-x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	0,00000	0,00100	0,00200	0,00301	0,00401	0,00501	0,00602	0,00702	0,00803	0,00904
01	01005	01106	01207	01309	01410	01511	01613	01715	01816	01918
02	02020	02122	02225	02327	02429	02532	02634	02737	02840	02943
03	03046	03149	03252	03356	03459	03563	03666	03770	03874	03978
04	04082	04186	04291	04395	04500	04604	04709	04814	04919	05024
05	05129	05235	05340	05446	05551	05657	05763	05869	05975	06081
06	06188	06296	06401	06507	06614	06721	06828	06935	07042	07150
07	07257	07365	07472	07480	07628	07796	07904	08013	08121	08230
08	08338	08447	08556	08665	08774	08883	08992	09102	09212	09321
09	09431	09541	09651	09761	09872	09882	0,10090	10200	10310	10430
0,10	0,1054	0,1065	0,1076	0,1087	0,1098	0,1109	0,1120	0,1132	0,1143	0,1154
11	1165	1177	1188	1199	1210	1222	1233	1244	1256	1267
12	1278	1290	1301	1312	1324	1335	1347	1358	1370	1381
13	1393	1404	1416	1427	1439	1450	1462	1473	1485	1497
14	1508	1520	1532	1543	1555	1567	1578	1590	1602	1613
15	1625	1637	1649	1661	1672	1684	1696	1708	1720	1732
16	1744	1755	1767	1779	1791	1803	1815	1827	1839	1851
17	1863	1875	1887	1900	1912	1924	1936	1948	1960	1972
18	1985	1997	2009	2021	2033	2046	2058	2070	2083	2095
19	2107	2120	2132	2144	2157	2169	2182	2194	2206	2219
0,20	0,2231	0,2244	0,2256	0,2269	0,2282	0,2294	0,2307	0,2319	0,2332	0,2345
21	2351	2370	2383	2395	2408	2421	2433	2446	2459	2472
22	2485	2497	2510	2523	2536	2549	2562	2575	2588	2601

Продолжение приложения 8

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
23	0,2614	0,2627	0,2640	0,2653	0,2666	0,2679	0,2692	0,2705	0,2718	0,2731
24	2744	2758	2771	2784	2797	2810	2824	2837	2850	2863
25	2877	2890	2904	2917	2930	2944	2957	2971	2984	2998
26	3011	3025	3038	3052	3065	3079	3092	3106	3120	3133
27	3147	3161	3175	3188	3202	3216	3230	3243	3257	3271
28	3285	3299	3313	3327	3341	3355	3369	3383	3397	3411
29	3425	3439	3453	3467	3481	3496	3510	3524	3538	3552
0,30	0,3567	0,3581	0,3595	0,3610	0,3624	0,3638	0,3659	0,3667	0,3682	0,3696
31	3711	3725	3740	3754	3769	3783	3791	3813	3827	3842
32	3857	3871	3886	3901	3916	3930	3945	3960	3975	3990
33	4005	4020	4035	4050	4065	4080	4095	4110	4125	4140
34	4155	4170	4186	4201	4216	4231	4246	4262	4277	4290
35	4308	4323	4339	4354	4370	4385	4400	4416	4432	4447
36	4463	4479	4494	4510	4526	4541	4557	4573	4589	4604
37	4620	4636	4652	4668	4684	4700	4716	4732	4748	4764
38	4780	4797	4813	4829	4845	4861	4878	4894	4910	4927
39	4943	4959	4976	4992	5009	5025	5042	5058	5075	5092
0,40	0,5108	0,5125	0,5142	0,5168	0,5175	0,5192	0,5209	0,5226	0,5242	0,5259
41	5276	5293	5310	5327	5344	5361	5379	5396	5413	5430
42	5447	5465	5482	5499	5516	5534	5551	5569	5586	5604
43	5621	5639	5656	5674	5692	5709	5727	5745	5763	5780
44	5798	5816	5834	5852	5870	5888	5906	5924	5942	5960
45	5978	5997	6015	6033	6051	6070	6088	6106	6125	6143
46	6162	6180	6199	6218	6236	6255	6274	6292	6311	6330
47	6346	6368	6387	6406	6425	6441	6463	6482	6501	6520
48	6539	6559	6578	6597	6616	6636	6655	6675	6694	6714
49	6733	6753	6773	6792	6812	6832	6852	6872	6892	6911

Продолжение приложения 8

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,50	0,6931	0,6951	0,6972	0,6992	0,7012	0,7032	0,7052	0,7072	0,7093	0,7113
51	7133	7154	7174	7195	7215	7236	7257	7277	7298	7319
52	7340	7361	7381	7402	7423	7444	7465	7487	7508	7529
53	7550	7572	7593	7614	7636	7657	7679	7700	7722	7714
54	7765	7787	7809	7831	7853	7875	7897	7919	7941	7963
55	7985	8007	8030	8052	8074	8097	8119	8142	8164	8181
56	8210	8233	8255	8278	8301	8324	8341	8310	8393	8416
57	8440	8463	8486	8510	8533	8557	8580	8604	8627	8651
58	8675	8699	8723	8747	8771	8795	8819	8843	8867	8892
59	8916	8940	8965	8989	9014	9039	9063	9088	9113	9138
0,60	0,9163	0,9188	0,9213	0,9238	0,9263	0,9289	0,9314	0,9339	0,9365	0,9390
61	9416	9442	9467	9493	9519	9545	9571	9597	9623	9650
62	9676	9702	9729	9755	9782	9808	9835	9862	9889	9916
63	9943	9970	9997	1,0024	1,0051	1,0079	1,0106	1,0134	1,0161	1,0189
64	1,0217	1,0244	1,0272	0300	0328	0356	0385	0413	0441	0470
65	0498	0527	0556	0584	0613	0642	0671	0700	0729	0759
66	0788	0818	0847	0877	0906	0936	0966	0996	1026	1056
67	1087	1117	1147	1178	1209	1239	1270	1301	1332	1363
68	1394	1426	1457	1489	1520	1552	1584	1616	1648	1680
69	1712	1744	1777	1809	1842	1874	1907	1940	1973	2006
0,70	1,2040	1,2073	1,2107	1,2140	1,2174	1,2208	1,2242	1,2276	1,2310	1,2344
71	2379	2413	2448	2483	2518	2553	2588	2623	2658	2694
72	2730	2765	2801	2837	2874	2910	2946	2983	3020	3056
73	3093	3130	3168	3205	3243	3280	3318	3356	3394	3432
74	3471	3509	3548	3587	3626	3665	3704	3744	3783	3823
75	3863	3903	3943	3984	4024	4065	4106	4147	4188	4230
76	4271	4313	4355	4397	4439	4482	4524	4567	4610	4653
77	4697	4740	4784	4828	4872	4917	4961	5006	5051	5096

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,78	1,5141	1,5187	1,5233	1,5279	1,5325	1,5371	1,5418	1,5465	1,5512	1,5559
0,79	0606	5654	5702	5750	5799	5847	5896	5945	5995	6045
0,80	1,6094	1,6145	1,6195	1,6246	1,6296	1,6348	1,6399	1,6451	1,6503	1,6555
0,81	6607	6660	6713	6766	6820	6874	6928	6983	1037	1093
0,82	7148	7204	7260	7316	7373	7430	7487	7545	7603	7661
0,83	7720	7779	7838	7898	7958	8018	8079	8140	8202	8264
0,84	8326	8389	8452	8515	8579	8643	8708	8773	8839	8905
0,85	8971	9038	9105	9173	9241	9310	9379	9449	9519	9590
0,86	9661	9733	9805	9878	9951	2,0025	0099	0174	0250	0326
0,87	2,0402	2,0479	2,0557	2,0636	2,0715	2,0794	2,0875	2,0956	2,1037	2,1120
0,88	1203	1286	1371	1456	1242	1628	1710	1804	1893	1982
0,89	2073	2164	2256	2349	2443	2538	2634	2730	2828	2926
0,90	2,3026	2,3126	2,3228	2,3330	2,3434	2,3539	2,3645	2,3752	2,3860	2,3969
0,91	4079	4191	4304	4418	4534	4651	4769	4889	5010	5133
0,92	5257	5383	5510	5639	5770	5903	6037	6173	6311	6451
0,93	6593	6736	6882	7031	7181	7334	7489	7646	7806	7969
0,94	8134	8302	8473	8647	8824	9004	9188	9375	9565	9159
0,95	9957	3,0159	3,0366	3,0576	3,0791	3,1011	3,1236	3,1466	3,1701	3,1942
0,96	3,2189	2442	2702	2968	3242	3524	3814	4112	4420	4738
0,97	5066	5405	5756	6119	6497	6889	7297	7723	8167	8632
0,98	9120	9633	4,0174	4,0745	4,1352	4,1997	4,2687	4,3428	4,4228	5039
0,99	4,6052	4,7105	4,8283	4,9618	5,1160	5,2983	5,5215	5,8091	6,2146	6,9078

Пояснения

В таблице помещены значения логарифмической функции аргумента (1—x) для x от 0 до 0,999 с шагом 0,001.

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

ЗНАЧЕНИЯ ПРИВЕДЕННОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\hat{\Phi}(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0054	0,0108	0,0161	0,0215	0,0269	0,0323	0,0377	0,0430	0,0484
0,1	0538	0591	0645	0699	0752	0806	0859	0913	0966	1020
0,2	1073	1126	1180	1233	1286	1339	1392	1445	1498	1551
0,3	1603	1656	1709	1761	1814	1866	1918	1971	2023	2075
0,4	2127	2179	2230	2282	2334	2385	2436	2488	2539	2590
0,5	0,2641	0,2691	0,2742	0,2793	0,2843	0,3893	0,2944	0,2994	0,3044	0,3093
0,6	3243	3192	3242	3291	3340	3389	3438	3487	3535	3584
0,7	3632	3680	3728	3775	3823	3870	3918	3965	4012	4059
0,8	4105	4152	4198	4244	4290	4336	4381	4427	4472	4517
0,9	4562	4604	4651	4695	4739	4783	4827	4870	4914	4957
1,0	0,5000	0,5043	0,5085	0,5128	0,5170	0,5212	0,5254	0,5295	0,5337	0,5378
1,1	5419	5459	5500	5540	5581	5620	5660	5700	5739	5778
1,2	5817	5856	5894	5932	5970	6008	6046	6083	6120	6157
1,3	6194	6231	6267	6303	6339	6375	6410	6445	6480	6515
1,4	6550	6584	6618	6652	6686	6719	6753	6786	6818	6851
1,5	0,6883	0,6915	0,6947	0,6979	0,7011	0,7042	0,7073	0,7104	0,7134	0,7165
1,6	7195	7225	7255	7234	7313	7342	7371	7400	7428	7457
1,7	7485	7512	7540	7567	7594	7621	7648	7675	7701	7727
1,8	7753	7778	7804	7829	7854	7879	7904	7928	7952	7976
1,9	8000	8023	8047	8070	8093	8116	8138	8161	8183	8205

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,8227	0,8248	0,8269	0,8291	0,8312	0,8332	0,8353	0,8373	0,8394	0,8414
2,1	8433	8453	8473	8492	8511	8530	8549	8567	8585	8604
2,2	8622	8639	8657	8674	8692	8709	8726	8742	8759	8775
2,3	8792	8808	8824	8839	8855	8870	8886	8901	8916	8930
2,4	8985	8959	8974	8988	9002	9016	9029	9043	9056	9069
2,5	0,9082	0,9095	0,9108	0,9121	0,9133	0,9146	0,9158	0,9170	0,9182	0,9193
2,6	9205	9217	9228	9239	9250	9261	9272	9283	9293	9304
2,7	9314	9324	9334	9344	9354	9364	9373	9383	9392	9401
2,8	9410	9419	9428	9437	9446	9454	9463	9471	9479	9487
2,9	9495	9503	9511	9519	9526	9534	9541	9548	9556	9563
3,0	0,9570	0,9577	0,9583	0,9590	0,9597	0,9603	0,9610	0,9616	0,9622	0,9629
3,1	9635	9641	9647	9652	9658	9664	9669	9675	9680	9686
3,2	9691	9698	9701	9706	9711	9716	9721	9726	9731	9735
3,3	9740	9744	9749	9753	9757	9761	9766	9770	9774	9778
3,4	9782	9735	9789	9793	9797	9800	9804	9807	9811	9814
3,5	0,9818	0,9821	0,9824	0,9827	0,9830	0,9833	0,9836	0,9839	0,9842	0,9845
3,6	9848	9851	9854	9856	9859	9862	9864	9867	9869	9872
3,7	9874	9877	9879	9881	9884	9886	9888	9890	9892	9894
3,8	9896	9898	9900	9902	9904	9906	9908	9909	9911	9913
3,9	9915	9916	9918	9920	9921	9923	9924	9926	9927	9929

Пояснения

Функция $\hat{\Phi}(x)$ используется для описания нормального закона распределения в том случае, когда в качестве меры разброса значений случайной величины X принято срединное отклонение E.

В таблице приведены значения функции $\hat{\Phi}(x)$ для x от 0 до 3,99 с шагом 0,01.

ТАБЛИЦА КВАДРАТНЫХ КОРНЕЙ И ДЕСЯТИЧНЫХ ЛОГАРИФМОВ

x	$\sqrt{x}$	$\sqrt{10x}$	lg x	x	$\sqrt{x}$	$\sqrt{10x}$	lg x
1,00	1,0000	3,162	0,0000	1,40	1,1832	3,742	0,1461
1,01	1,0055	3,178	0,0043	1,41	1,1874	3,755	0,1492
1,02	1,0100	3,174	0,0086	1,42	1,1916	3,768	0,1523
1,03	1,0149	3,209	0,0128	1,43	1,1958	3,782	0,1553
1,04	1,0198	3,225	0,0170	1,44	1,2000	3,795	0,1584
1,05	1,0247	3,240	0,0212	1,45	1,2042	3,808	0,1614
1,06	1,0296	3,256	0,0253	1,46	1,2083	3,821	0,1644
1,07	1,0344	3,271	0,0294	1,47	1,2124	3,834	0,1673
1,08	1,0392	3,286	0,0334	1,48	1,2166	3,847	0,1703
1,09	1,0440	3,302	0,0374	1,49	1,2207	3,860	0,1732
1,10	1,0488	3,317	0,0414	1,50	1,2247	3,873	0,1761
1,11	1,0536	3,662	0,0453	1,51	1,2288	3,886	0,1790
1,12	1,0583	3,347	0,0492	1,52	1,2329	3,899	0,1818
1,13	1,0630	3,362	0,0531	1,53	1,2369	3,912	0,1847
1,14	1,0677	3,376	0,0569	1,54	1,2410	3,924	0,1875
1,15	1,0724	3,391	0,0607	1,55	1,2450	3,937	0,1903
1,16	1,0770	3,406	0,0645	1,56	1,2490	3,950	0,1931
1,17	1,0817	3,421	0,0682	1,57	1,2530	3,962	0,1959
1,18	1,0863	3,435	0,0719	1,58	1,2570	3,975	0,1987
1,19	1,0909	3,450	0,0755	1,59	1,2610	3,987	0,2014
1,20	1,0954	3,464	0,0792	1,60	1,2649	4,000	0,2041
1,21	1,1000	3,479	0,0828	1,61	1,2689	4,012	0,2068
1,22	1,1045	3,493	0,0864	1,62	1,2728	4,025	0,2095
1,23	1,1091	3,507	0,0899	1,63	1,2767	4,037	0,2122
1,24	1,1136	3,521	0,0934	1,64	1,2786	4,050	0,2148
1,25	1,1180	3,536	0,0969	1,65	1,2845	4,062	0,2175
1,26	1,1225	3,550	0,1004	1,66	1,2884	4,074	0,2201
1,27	1,1269	3,564	0,1038	1,67	1,2923	4,087	0,2227
1,28	1,1314	3,578	0,1072	1,68	1,2961	4,099	0,2253
1,29	1,1358	3,592	0,1106	1,69	1,3000	4,111	0,2279
1,30	1,1402	3,606	0,1139	1,70	1,3038	4,123	0,2304
1,31	1,1446	3,619	0,1173	1,71	1,3077	4,135	0,2330
1,32	1,1489	3,633	0,1206	1,72	1,3115	4,147	0,2355
1,33	1,1533	3,647	0,1239	1,73	1,3153	4,159	0,2380
1,34	1,1576	3,661	0,1271	1,74	1,3191	4,171	0,2405
1,35	1,1619	3,674	0,1303	1,75	1,3229	4,183	0,2430
1,36	1,1662	3,688	0,1335	1,76	1,3266	4,195	0,2455
1,37	1,1705	3,701	0,1367	1,77	1,3304	4,207	0,2480
1,38	1,1747	3,715	0,1399	1,78	1,3342	4,219	0,2504
1,39	1,1790	3,728	0,1430	1,79	1,3379	4,231	0,2529
1,80	1,3416	4,243	0,2553	4,00	2,0000	6,325	0,6021
1,81	1,3454	4,254	0,2577	4,10	2,0248	6,403	0,6128
1,82	1,3491	4,266	0,2601	4,20	2,0494	6,481	0,6232
1,83	1,3528	4,278	0,2625	4,30	2,0736	6,557	0,6335
1,84	1,3565	4,290	0,2648	4,40	2,0976	6,633	0,6435
1,85	1,3601	4,301	0,2672	4,50	2,1213	6,708	0,6532
1,86	1,3638	4,313	0,2695	4,60	2,4481	6,782	0,6628
1,87	1,3675	4,324	0,2718	4,70	2,1679	6,856	0,6721
1,88	1,3711	4,336	0,2742	4,80	2,1909	6,928	0,6812
1,89	1,3748	4,347	0,2765	4,90	2,2136	7,000	0,6902

x	$\sqrt{x}$	$\sqrt{10x}$	$\lg x$	x	$\sqrt{x}$	$\sqrt{10x}$	$\lg x$
1,90	1,3784	4,359	0,2788	5,00	2,2361	7,071	0,6990
1,91	1,3820	4,370	0,2810	5,10	2,2583	7,141	0,7076
1,92	1,3856	4,382	0,2833	5,20	2,2804	7,211	0,7160
1,93	1,3892	4,393	0,2856	5,30	2,3022	7,280	0,7243
1,94	1,3928	4,405	0,2878	5,40	2,3288	7,348	0,7324
1,95	1,3964	4,416	0,2900	5,50	2,3452	7,416	0,7404
1,96	1,4000	4,427	0,2923	5,60	2,3664	7,483	0,7482
1,97	1,4036	4,438	0,2945	5,70	2,3875	7,550	0,7559
1,98	1,4071	4,450	0,2967	5,80	2,4083	7,616	0,7634
1,99	1,4107	4,461	0,2989	5,90	2,4290	7,681	0,7709
2,00	1,4142	4,472	0,3010	6,00	2,4495	7,646	0,7782
2,10	1,4491	4,583	0,3222	6,10	2,4698	7,810	0,7853
2,20	1,4832	4,690	0,3424	6,20	2,4900	7,874	0,7924
2,30	1,5166	4,796	0,3617	6,30	2,5100	7,937	0,7993
2,40	1,5492	4,899	0,3802	6,40	2,5298	8,000	0,8062
2,50	1,5811	5,000	0,3979	6,50	2,5495	8,062	0,8129
2,60	1,6125	5,099	0,4150	6,60	2,5690	8,124	0,8195
2,70	1,6432	5,196	0,4314	6,70	2,5884	8,185	0,8261
2,80	1,6733	5,292	0,4472	6,80	2,6077	8,246	0,8325
2,90	1,7029	5,385	0,4624	6,90	2,6268	8,307	0,8388
3,00	1,7321	5,477	0,4771	7,00	2,6458	8,367	0,8451
3,10	1,7607	5,568	0,4914	7,10	2,6646	8,426	0,8513
3,20	1,7889	5,657	0,5051	7,20	2,6833	8,485	0,8573
3,30	1,8166	5,745	0,5185	7,30	2,7019	8,544	0,8633
3,40	1,8439	5,831	0,5315	7,40	2,7203	8,602	0,8692
3,50	1,8708	5,916	0,5441	7,50	2,7386	8,660	0,8751
3,60	1,8974	6,000	0,5563	7,60	2,7568	8,718	0,8808
3,70	1,9235	6,083	0,5682	7,70	2,7749	8,775	0,8865
3,80	1,9494	6,164	0,5798	7,80	2,7928	8,832	0,8921
3,90	1,9748	6,245	0,5911	7,90	2,8107	8,888	0,8976
8,00	2,8284	8,944	0,9031	9,00	3,0000	9,487	0,9542
8,10	2,8460	8,000	0,9085	9,10	3,0166	9,539	0,9590
8,20	2,8636	8,055	0,9138	9,20	3,0332	9,592	0,9638
8,30	2,8810	8,110	0,9191	9,30	3,0496	9,644	0,9685
8,40	2,8983	9,165	0,9243	9,40	3,0659	9,695	0,9731
8,50	2,9155	9,220	0,9294	9,50	3,0822	9,747	0,9777
8,60	2,9326	9,274	0,9345	9,60	3,0984	9,798	0,9823
8,70	2,9496	9,327	0,9395	9,70	3,1145	9,849	0,9868
8,80	2,9665	9,381	0,9445	9,80	3,1305	9,899	0,9912
8,90	2,9833	9,434	0,9494	9,90	3,1464	9,950	0,9956
				10,00	3,1623	10,000	1,0000

Пояснения

Таблица содержит значения квадратных корней и десятичных логарифмов чисел x от 1 до 10. Первая часть таблицы для x от 1,00 до 1,99 дана с шагом 0,01, вторая часть для x от 2,0 до 10,0 — с шагом 0,1. Введение в таблицу столбца $\sqrt{10x}$ позволяет определять значения квадратных корней чисел от 10 до 100.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ